FONDO PIZZOFALCONE

R. ISTITUTO ORIENTALE NAPOLI
BIBLIOTECA M. RIPA
I
K
27

6 . 5 . 18

BIBLIOTECA PROVINCIALE
Armadio XV
Palchetto A
Num° d' ordine 12
1-8 . 27
N.° 10

BIBLIOTECA NAZIONALE
B. Prov.
2450
NAPOLI
VITT. EM. III

B. Prov.
I
245

Digitized by Google




ANTVERPIÆ.
APUD HENRICUM & CORNELIUM VERDUSSEN. ANNO. MDCCVII.
*cum gratia et privilegio*

Digitized by Google

R·P· ANDREÆ

# TACQUET

ANTVERPIENSIS,

E SOCIETATE JESU.

*MATHESEOS PROFESSORIS*

# OPERA MATHEMATICA,

Quorum Elenchus in fine Præfationis Typographi ad Lectorem exhibetur.

*Opera ſanè aurea in Lucem publicam & uſum Eruditæ Poſteritatis Gratulantibus Litteratorum Genijs edita.*

Editio Secunda Priori Nitidior & Emendatior.




ANTVERPIÆ,
Apud HENRICUM & CORNELIUM VERDUSSEN. Anno M.DCC.VII.

+ A 40

Digitized by Google

# PRÆFATIO TYPOGRAPHI AD LECTOREM.

*EN tibi, Candide Lector, Opera Mathematica Patris Andreæ Tacquet Geometræ, ſcriptis ſuis jam pridem clari. Virum non commendo, quem & ſua in inveniendo ſubtilitas, & in explicando claritas omni commendatione fecit majorem. Cylindricorum & Annularium quinque, quos conſcripſit libros, & quæ jam eduntur opera poſthuma, conſule; dictis meis fidem facient. Certè Stephanus de Angelis Ordinis Ieſuatorum, inſignis Geometra, in præfatione ad ea, quæ de in infinitis parabolis ſolerter inventa edidit, typis Venetis anno 1650, non dubitavit Tacquetij noſtri Cylindrica & Annularia* OPUS AUREUM *nuncupare. Acutiſſimus verò ille & cùm Elementis ſuis tetragoniſmicis, tum ſeptem de Cycloïde ſubtiliſſimis vulgatis libris, atque uſque ad Adverſariorum non vulgarium notam invidiam ingenioſis, Antonius Lalouera è Societate Noſtrâ in præfatione ſua ad lib. ſuum VI. de Cycloïde ita cenſet :* Serò, quod ægrè ferimus, venerunt in manus noſtras R.P. Tacquet libri IV. Cylindricorum & Annularium, OPUS CENSEMUS ABSOLUTISSIMUM. ATQUE SUO MERITO NUMQUAM INTERITURUM, ejuſque Auctori, qui primus hac de re ſuas lucubrationes vulgavit, iſtam coronam debitam eſſe cognoſcimus &c. *Quintum ejuſdem operis librum hic Author nondum viderat, qui ſeorſim editus anno 1659 cùm priores quatuor vulgati ſint anno 1651; hos ſimul junctos jam damus editione altera. Nec dubito, Candide Lector, quin judicaturus ſis cum his præſtantiſſimis Geometris, & ejuſdem notæ aliјs pluribus, quorum vulgata typis de Authore noſtro judicia in promptu mihi eſt proferre. Hoc puto futurum ut admireris, tantum Geometram eò ſe demiſiſſe, ut tirones manu duceret. Elementa conſcripſit: noſti illa, credo: jam ter prælum noſtrum fatigarunt. Quantus etiam in Elementis Geometra eminuit! Sed quid elementa dico, quibus illa miſcuit & addidit quæ ſublimes etiam animos detineant? ab elementis per univerſam, quanta quanta eſt, ma-*



*theſin*

*theſin animum explicuit, illa methodo eam traditurus, qua iſtà conſcripſerat, non tam ſui nominis commendandi, quàm diſciplinarum Mathematicarum & diſcere cupientium cauſa. Totam itaque Aſtronomiam, rem ſanè pulchram ſed arduam, in octo libros ordine ſcientifico, quod nemo hactenus, ita digeſſit, ut jam etiam, ſine magiſtro perdiſci poſſit, in quam non niſi admodum difficulter, quamvis praeunte doctore, dabatur penetrare.*

*Geometriam practicam, Opticam, Catoptricam, ſcientias jucundas & ingenioſas ſtylo, ad eundemq; finem elucubravit. Dioptricam dum tractat, iturus porrò per omnes, quas Geometria ſcientias ſubalternas dicimus, egregios conatus mors intercepit, ea ætate qua ſanè immatura, ad quam tamen mirandum inter difficilia ſtudia, & afflictiſſimam valetudinem perveniſſe. Quos jam enumeravimus limati ingenij labores tibi Lector exhibemus. Adjunximus & ejuſdem Authoris Architecturam Militarem, non quia illam prælo deſtinarat, ſed quia Authoris ſtylo, materia & compendio exiſtimavimus placituram ijs, quos juvat hiſce ſtudijs initiari. Boni conſule ſtudia Authoris & jam vita functo benè precare, qui tuo & Matheſeos bono ſe totum mancipavit, ita tamen, ut nec ſuum nomen, nec tuam ſcientiam, ſed divinæ Sapientiæ in abditiſſimis veritatibus recondita majorem gloriam ac manifeſtationem, ſuorum laborum, tuiq; ſtudij finem eſſe voluerit. Quo ſi etiam ſpectaveris, ne tu feliciter ex ipſius voto, & tuo bono te ſtudijs Mathematicis tum denique profuturis, & laudabilibus impenderis. Sequitur Elenchus Tractatuum, in hoc Opere, ordine quo diſpoſiti ſunt, contentorum.*


Aſtronomiæ Libri octo cum Appendice.
Geometriæ Practicæ Libri tres.
Opticæ Libri tres.
Catoptricæ Libri tres.
Architecturæ Militaris Liber unus.
Cylindricorum & Annularium Libri quinque.
Diſſertatio Phyſico-Mathematica de Circulorum volutionibus.


Quid ſingulis Libris contineatur ſequens ſyllabus indicabit.

SYLLA-

# SYLLABUS CAPITUM ET NUMERORUM ASTRONOMIÆ.

# ASTRONOMIÆ LIBER I. DE MOTU SOLIS.

## CAPUT I.

Definitiones primæ, quibus primus ad Aſtronomiam aditus aperitur.

Numerus I. *Sequuntur definitiones ſingulæ.*

## CAPUT II.

Figuræ cæli & terræ. Terra ad cælum puncti inſtar. Locus terræ.

Num. II. *Figura cæli ſphærica eſt, & motus aſtrorum circularis.*
III. *Figura terræ ſphærica eſt.*
IV. *Superficies maris, imò cujuſvis humidi quieſcentis ſphærica eſt.*
V. *Unde fiat ut Terra & mare quamvis ſint ſphærica, appareant eſſe plana.*
VI. *Conſectaria ad rotunditatem terræ & aquæ.*
VII. *Sphæra cujus ſemidiameter eſt diſtantia oculi noſtri à centro Firmamenti, ſe habet ad firmamentum puncti inſtar, quemcumq; dederis Terræ locum in univerſo.*
VIII. *Terra quoad ſenſum eſt in centro firmamenti.*

## CAPUT III.

Per hypotheſim duplicis motus Solis dantur cauſæ eorum, quæ circa varietatem dierum ac noctium & tempeſtatum anni ubivis gentium obſervantur.

Num. IX. *Phænomena communia; hoc eſt quæ in omnium oculos incurrunt.*
X. *Prima hypotheſis Aſtronomiæ de duplici Solis motu proponitur.*
XI. *De motibus compoſitis.*
XII. *Qualis ſit motus qui ex Solis motu primo ac ſecundo componitur, quemq; Sol non ex hypotheſi, ſed verè & realiter percurrit.*
XIII. *Quem circulum quoad ſenſum Sol quotidie percurrat.*
XIV. *Notantur quædam ad ſequentia.*
XV. *Cauſa dantur eorum, quæ apparent in ſphæra rectâ.*
XVI. *Cauſa eorum, quæ apparent in ſphæra obliqua.*
XVII. *Cauſa eorum, quæ apparent in ſphæra obliqua, cujus dies longiſſima 24 horas æquat vel excedit; & eorum denique quæ in ſphæra parallela contingunt.*

## CAPUT IV.

De parallaxi, de refractione Aſtronomicâ, de crepuſculis.

XVIII. *Definitiones parallaxeos altitudinis.*
XIX. *Affectiones primæ parallaxeos altitudinis.*
XX. *Affectiones primæ refractionis Aſtronomicæ.*
XXI. *De crepuſculis quædam breviter indicata.*

## CAPUT V.

De inæqualitate motus ſecundi ſive annui, & quâ hypotheſi ſalvetur.

XXII. *Quæ circa inæqualitatem motus annui Solis ſint ab Aſtronomis obſervata.*
XXIII. *Statuitur hypotheſis, quâ Solis annui motus inæqualitas explicatur.*
XXIV. *Definitiones ad hypotheſim Eccentrici pertinentes, quarum pleraque non tantùm Soli, ſed etiam Lunæ cæteriſque planetis conveniunt.*
XXV. *Proprietates Eccentrici referuntur ac demonſtrantur.*

## CAPUT VI.

A fundamentis traditur modus ſupputandi motum Solis tum medium, tum verum, ad tempus datum.

XXVI. *Lineam meridianam, & inſtans meridiei invenire.*
XXVII. *Altitudinem poli & æquatoris invenire.*
XXVIII. *Meridianam, vel non meridianam Solis altitudinem invenire.*
XXIX. *Diem ſolſtitij invenire.*
XXX. *Horam & momentum ſolſtitij invenire.*
XXXI. *Obliquitatem, ſeu maximam declinationem Eclipticæ invenire.*
XXXII. *Rejicitur mutatio obliquitatis Eclipticæ.*
XXXIII. *Momentum æquinoctij invenire.*
XXXIV. *Parallaxis Solis in motuum cæleſtium determinatione tutò contemnitur.*
XXXV. *Anni ſolaris medij quantitatum invenire.*
XXXVI. *Ex anno ſolari medios Solis motus, annuos, menſtruos, diurnos &c. invenire.*
XXXVII. *Locum aliquem Solis verum obſervando cognoſcere.*

# SYLLABUS CAPITUM


XXXVIII. *Solis Eccentricitatem, & locum Apogei invenire.*
XXXIX. *Temporis momento, quo locus Solis verus per obſervationem innotuit, motum medium competentem invenire.*
XL. *Æquationes ad ſingulos Anomaliæ gradus invenire.*
XLI. *Mutatio Eccentricitatis rejicitur.*
XLII. *Rejicitur inæqualitas apparens motus Apogei.*
XLIII. *Quantitatem annuam motus Apogeè definire.*
XLIV. *Locum Apogei ad tempus datum ſupputare.*
XLV. *Dato tempore æquinoctij veri, æquinoctij medij tempus invenire.*
XLVI. *Rejicitur apparens inæqualitas præceſſionis æquinoctiorum, ſive motus firmamenti.*
XLVII. *Rejicitur annorum ſolarium ſenſibilis inæqualitas.*
XLVIII. *Anni ſolares tamen verè ſunt inæquales, ſed differentiâ inſenſibili.*
XLIX. *Anni ſolaris medij quantitatem ultimò determinare.*
L. *Inæqualitas dierum naturalium oſtenditur.*
LI. *Gradus & minuta æquatoris in tempus tum primi mobilis, tum ſolare convertere: & contra.*
LII. *Ad datum tempus Solis aſcenſionem rectam, ſeu longitudinem æquatoriam reperire.*
LIII. *Radicem motuum Solis ad quamvis Epocham conſtituere.*
LIV. *Solis motum medium ad datum tempus ſupputare.*
LV. *Solis motum verum ſive locum in Zodiaco, ad datum tempus ſupputare.*
LVI. *Ex dato motu verò, medium colligere.*
LVII. *Regula temporis æquandi & inæquandi.*
LVIII. *Quando & quomodo æquatio temporis ſit adhibenda.*
LIX. *Quando tempus æquale converti debeat in apparens.*
LX. *Motum Planetæ ad meridianum unius loci inventum, cuivis meridiano accommodare.*


# ASTRONOMIÆ
## LIBER II.
### De Motu Lunæ.

### CAPUT I.

Qui motus in Luna, & quomodo ſint obſervati.


Num. I. *Lunæ motus primus & ſecundus, ſive motus diurnus, & motus in longitudinem.*
II. *Motus Lunæ in longitudinem, denominationes & ſpecies.*
III. *Motus Lunæ in longitudinem prima inæqualitas.*
IV. *Locum Lunæ in Zodiaco obſervare.*
V. *Secundà Lunæ in longitudinem inæqualitas.*
VI. *Tertia Lunæ inæqualitas.*
VII. *Motus Apogei Lunæ.*
VIII. *De duplici Apogeo.*
IX. *Motus Lunæ in latitudinem.*
X. *Motus nodorum.*
XI. *Motus Lunæ in altitudinem.*
XII. *Libratio Lunæ multiplex.*


### CAPUT II.

Proponuntur hypotheſes Lunæ in longitudinem.


Num. XIII. *Hypotheſis prima longitudinis Lunæ exponitur.*
XIV. *Quomodo phænomenis ſatisfaciat.*
XV. *In quo deficiat.*
XVI. *Hypotheſis ſecunda longitudinis Lunæ exponitur.*
XVII. *Definitiones ad hanc hypotheſim pertinentes.*
XVIII. *Forma calculi motus veri Lunæ in hac hypotheſi.*
XIX. *Secunda hypotheſis meliùs ſatisfacit phænomenis, quam prima.*


### CAPUT III.

A fundamentis traditur, quo artificio motus Lunæ æquales inveniantur.


XX. *Definitiones ad ſequentia.*
XXI. *Demonſtratur curſus lunaris tota inæqualitas prima, quam Luna in ☌ & ☍ ſubit.*
XXII. *Inæqualitas menſium Lunæ tam ſynodicorum, quàm periodicorum.*
XXIII. *Notitia motuum Lunæ per Eclipſes acquiritur.*
XXIV. *Ex duabus Eclipſibus, in quarum utraq; non ſunt æquales Anomaliæ tam Solis quam Lunæ, non elicitur certò quantitas menſis ſynodici.*
XXV. *Ex duabus Eclipſibus ſatis magno intervallo diſtantibus, in quarum utraq; æquales ſint Anomaliæ Lunæ, itemq; Solis æquales, certo elicitur quantitas, menſis tam ſynodici, quam periodici.*
XXVI. *Quo indicio reditus Anomaliæ Lunaris deprehendatur.*
XXVII. *Aliud indicium reſtitutionis, ſive reditus Anomaliæ.*
XXVIII. *Æqualium motuum Lunæ prima inveſtigatio.*
XXIX. *Attingitur hypotheſis epicyclica Lunæ in Syzygijs.*
XXX. *Lemmata ad ſequentia.*
XXXI. *Datis tribus Eclipſibus radium ſeu Epicycli Eccentricitatem ſyzygialem; item Lunæ Anomaliam mediam & locum medium ad Eclipſium momenta invenire.*
XXXII. *Eadem per viam Eccentrici alijs duobus modis invenire.*
XXXIII. *Æqualium Lunæ motuum examen & emendatio.*
XXXIV. *Æqualium Lunæ motuum determinatio ſuprema.*
XXXV. *De periodis Luni-ſolaribus.*
XXXVI. *Radicem motuum Lunæ ad quamvis epocham ſtatuere.*
XXXVII. *Ad datum tempus quodcumque motus Lunæ æquales ſupputare.*


### CAPUT IV.

Modus inveſtigandi verum motum & locum Lunæ in Syzygijs.


XXXVIII. *Eccentricitatem Lunæ in ſyzygijs exactè invenire.*
XXXIX. *Æquationes Lunæ in ſyzygijs ad ſingulos Anomaliæ gradus invenire.*
XL. *Ad datum quodvis tempus in Syzygijs Lunæ verum motum & locum ſupputare.*


CA.

Digitized by Google

CAPUT V.

Modus inveſtigandi verum motum & locum Lunæ extra Syzygias.

XLI. *Aximam Lunæ tum proſtaphæreſim, tum Eccentricitatem, quæ nimirum ipſi competunt, in quadratura, invenire.*
XLII. *Æquationem centri maximam, & gradum Anomaliæ, ad quem contingit, invenire.*
XLIII. *Ad ſingulos Anomaliæ centri gradus Eccentricitates & Æquationes centri invenire.*
XLIV. *Cùm datâ Eccentricitate temporaneâ, æquationes orbis ad ſingulos gradus Anomaliæ orbis vera invenire.*
XLV. *Quo compendio condantur tabulæ æquationum orbis.*
XLVI. *Ad datum quodvis tempus extra Syzygias, Lunæ verum motum & locum ſupputare.*
XLVII. *Modus alter ſupputandi verum motum & locum Lunæ extra Syzygias.*

CAPUT VI.

Motus Lunæ in latitudinem inveſtigatur.

XLVIII. *Efinitiones ad latitudinem Lunæ pertinentes.*
XLIX. *Reſtitutionem motus Lunæ in latitudinem cognoſcere.*
L. *Quomodo motus nodorum notitia prima acquiratur.*
LI. *Aliâ viâ motus nodorum, ejuſque periodi notitiam primam acquirere: eâdemque opera ad epocham ſeu momentum alicujus Eclipſis diſtantiam veram & mediam Lunæ à nodo, & locum nodi in Zodiaco reperire.*
LII. *Motus medios latitudinis Lunæ invenire.*
LIII. *Ad datam Epocham radicem Æqualis motus Lunæ in latitudinem conſtituere.*
LIV. *Motuum æqualium Lunæ in latitudinem & radicu eorumdem determinatio exacta.*
LV. *Ad datum tempus motum æqualem latitudinis Lunæ, ſive diſtantiam Lunæ mediam à nodo boreo ſupputare.*
LVI. *Ad datum tempus in Syzygiis, motum verum latitudinis Lunæ, ſive veram ejus à nodo boreo diſtantiam ſupputare.*
LVII. *Ad datum tempus extra Syzygias motum verum latitudinis Lunæ ſupputare.*
LVIII. *Ad datum tempus locum nodi borei in Zodiaco per motum latitudinis ſupputare.*
LIX. *Idem independenter à latitudinis motu efficere.*
LX. *Ad datum tempus, ſive in Syzygiis, ſive extra, verum motum Lunæ in latitudinem aliter quàm n. 56. & 57 ſupputare.*

CAPUT VII.

Inquiritur latitudo Lunæ.

LXI. *Iſtantiam limitum ab Eclipticâ in Syzygiis & quadraturis patefacere.*
LXII. *Ad datum tempus extra Syzygias & quadraturas diſtantiam limitum ab Ecliptica reperire.*
LXIII. *Ad datum tempus in Syzygiis & quadraturis veram Lunæ latitudinem ſupputare.*
LXIV. *Ad datum tempus extra Syzygias & quadraturas latitudinem veram Lunæ ſupputare.*
LXV. *Reductio Lunæ ad Eclipticam.*

CAPUT VIII.

De inventione Lunæ in gradu Eclipticæ nonageſimo ab Horizonte: atque ea occaſione rudimenta quædam doctrinæ ſphæricæ.

LXVI. *Efinitiones ſphæricorum triangulorum.*
LXVII. LXVIII. LXIX. LXX. LXXI. *Theoremata ſphærica.*
LXXII. *Tempus, quo Luna in gradu ab horizonte nonageſimo exiſtet, reperire.*

# ASTRONOMIÆ LIBER III.

## De Solis & Lunæ parallaxi, refractione, diametro apparenti, diſtantia, magnitudine.

CAPUT I.

Dimenſio temporis vibrationibus perpendiculi.

Num. I. *Erpendiculi ad menſuram temporis accommodati forma.*
II. *Ejuſdem perpendiculi vibrationes æquè multa æqualibus temporibus abſolvuntur.*
III. *Ejuſdem perpendiculi quot vibrationes unâ horâ, vel aliâ quavis diei naturalis parte notâ abſolvantur, invenire.*
IV. *Datum quodvis temporis ſpatium notum facere.*
V. *Exhibere tempus æquale uni horæ vel cuivis parti diei naturalis.*
VI. *Temporis momentum exactiſſimè notum facere.*

CAPUT II.

Modus inveniendi parallaxim Lunæ in circulo altitudinis & ex eâ diſtantiam Lunæ à centro terræ.

VII. *E triplici loco Solis & Lunæ.*
VIII. *Lunæ declinationem veram ab æquatore ad datum tempus invenire.*
IX. *Parallaxis Lunæ in circulo altitudinis, prima inveſtigatio.*
X. *Lunæ Apogeæ & Perigeæ in □ & ☍ tum diſtantia à centro terræ, tum parallaxis horizontalis ſtatuitur.*
XI. *Certum eſt Lunæ & Solis à terrâ diſtantiam variari.*
XII. *Diſtantia Lunæ à centro terræ nunquam minor eſt terræ ſemidiametris 50, nunquam major ſemidiametris terræ 72.*
XIII. *Diſtantiam Lunæ à centro terræ ad tempus datum invenire.*
XIV. *Datâ altitudine Lunæ, ſive verâ, ſive viſâ, Lunæ parallaxim in altitudinem ad datum tempus invenire.*
XV. *Altitudinem Lunæ veram convertere in viſam, & viſam in veram.*

# SYLLABUS CAPITUM


## CAPUT III.

Inquiritur diſtantia Solis à Terra, & ex ea parallaxis.

XVI. *Modus inveſtigandi diſtantiam Solis à Terra per dichotomiam Lnnæ.*

XVII. *Prorſus certum eſt diſtantiam Solu a Terra, continere diſtantiam Lnnæ plus quàm decies-novies, hoc eſt plus quam Terræ ſemidiametros 950, adeoq; plus quam 3 (101, 750 milliaria Bononienſia. Imò ex recentioribus dichotomiæ obſervationibus certum eſt diſtantiam Solis excedere diſtantiam Lunæ plus quam quinquagies-ſepties, hoc eſt ſemidiametros Terræ 2850, ſeu milliaria Bon. 9(315, 250.*

XVIII. *Datâ aliquâ Solu diſtantiâ cum gradu Anomaliæ, ejuſdem diſtantiam ad quemvis Anomaliæ gradum invenire.*

XIX. *Diſtantia Solu à Terra nunquam minor 7000 ſemidiametrorum Terræ, hoc eſt milliarium Bon. 22. millionibus & 855 millibus: & parallaxis Solu horizontalis nunquam major eſt dimidio minuto.*

XX. *Deducuntur Corollaria, ex quibus liquet luminarium motus & parallaxes a nobis ritè hactenus fuiſſe conſtituta.*

XXI. *Parallaxim Solu in circulo altitudinis ad datum tempus invenire.*

## CAPUT IV.

Modus inveſtigandi refractiones Solis & Lunæ.

XXII. *Definitiones ad ſequentia.*

XXIII. *Diſtantiam Solu æquatoriam à Meridiano & diei tempus invenire, cùm Sol ſaltem gradus 40 altus eſt.*

XXIV. *Diſtantiam Solis æquatoriam à Meridiano & tempus diei, licet Sol infra horizontem, aut ei vicinus ſit incognitâ adhuc refractione invenire.*

XXV. *Diſtantiam Lunæ æquatoriam a Meridiano invenire.*

XXVI. *Refractionem Solis horizontalem tam ſimplicem quam compoſitam invenire.*

XXVII. *Solis ſupra horizontem apparentis defractiones tam ſimplices quam compoſitas invenire.*

XXVIII. *Refractiones Lnnæ tam in horizonte quàm ſupra horizontem apparentis invenire.*

XXIX. *Nota ad refractiones.*

## CAPUT V.

Inquiruntur apparentes diametri Solis ac Lunæ.

XXX. *Diametrum Solis apparentem obſervare.*

XXXI. *Solis Apogei diameter apparens eſt min. 30'. 30"; Perigei min. 33'. 8"; medij min. 31'. 56". Et certum eſt diametrum Solu Perigei apparentem non eſſe minorem minutis 30'.*

XXXII. *Diametrum Lunæ apparentem obſervare.*

XXXIII. *Diameter apparens Lunæ Apogeæ in ☌ & ☍ eſt min. 28; in □□ min. 27: Perigeæ verò in ☌ & ☍ min. 33'. 30"; in □□ min. 35'. 6". In diſtantia media min. 30'. 30".*

XXXIV. *Veram Solu ac Lunæ diametrum invenire.*

XXXV. *Ad datum tempus diametrum apparentem Solis vel Lunæ invenire.*

## CAPUT VI.

De magnitudine Solis & Lunæ.

XXXVI. *Sol eſt major Terrâ plus quàm millies & ſeptingenties. Imò noviſſimæ & accuratiſſimæ Lunaris dichotomiæ obſervationes Solem exhibent plus quàm vigintiſepties millies Terrâ majorem.*

XXXVII. *Luna eſt ad Terram ut 1 ad 55.*

## CAPUT VII.

Modus inveniendi parallaxes longitudinis & latitudinis.

XXXVIIII. *Definiuntur parallaxium ſpecies omnes.*

XXXIX. *Affectiones primæ parallaxium longitudinis, & latitudinis, ac cæterarum.*

XL. *Aſcenſionem rectam medij ad cæli ad datum tempus invenire.*

XLI. *Ad datum tempus punctum Eclipticæ culminans invenire.*

XLII. *Ad datum tempus punctum Eclipticæ Oriens & Occidens, unà cum angulo Eclipticæ ac horizontis invenire.*

XLIII. *Ad datum tempus gradum Eclipticæ nonageſimum, ejuſque ſitum reſpectu meridiani invenire.*

XLIV. *Ad. d. t. altitudinem nonageſimi & diſtantiam a vertice invenire.*

XLV. *Ad. d. t. reperire diſtantiam luminarium à vertice, angulum in ipſorum centro factum, à verticali & Ecliptica, angulum factum in Luna centro à verticali & circulo latitudinu.*

XLVI. *Ad. d. t. luminarium parallaxes longitudinis ac latitudinis reperire.*

XLVII. *Ad. d. t. parallaxim longitudinis Lunæ à Sole invenire.*


# ASTRONOMIÆ

## LIBER IV.

### De Eclipſi Solis ac Lunæ.


## CAPUT I.

Quo artificio vera Novilunia ac Plenilunia, tam præterita, quàm futura inveniantur.

Num. I. *Medium ☌ & ☍ tempori dato proximum, & ex eo omnia tam antecedentia, quam conſequentia invenire.*

II. *Ad datum tempus verum motum horarium, tam Lunæ, quàm Solis & verum motum horarium Lunæ à Sole invenire.*

III.<br>IV.<br>V.<br>VI.<br>VII.<br>VIII. } *Sex regulæ demonſtrantur, ex quibus cognoſcitur an & quantùm vera Syzygia mediam præcedat vel ſequatur.*

IX. *Summa præcedentium regularum.*

X. *Omnia vera Novilunia & Plenilunia, tam præterita, quam futura, invenire.*

XI. *Maxima temporis differentia inter veram & mediam*

*diam Syzygiam eſt horarum circiter 14 : ſed inter quadraturam veram & mediam horarum circiter 18.*

XII. *Invenire tempus, quo Sol vel Luna in dato Zodiaci loco erit.*

## CAPUT II.

Umbræ Lunam obſcurantis dimenſio.

XIII. *Exponitur & definitur Eclipſis Lunæ cum umbra Terræ & Atmoſphæra.*

XIV. *Ad tempus datum angulum & axem, tam umbræ Atmoſphæræ quàm umbræ terreſtris fictæ, invenire.*

XV. *Reperire ſemiangulum umbræ terreſtris veræ.*

XVI. *Umbræ terreſtris veræ axem inquirere.*

XVII. *Luna Eclipſatur ab umbra, non Terræ, ſed Atmoſphæræ.*

XVIII. *Quantùm Terræ ſol ultrà hemiſphærium illuminet.*

XIX. *Umbræ terreſtris Atmoſphæricæ in loco tranſitus Lunæ diametrum tam veram, quàm apparentem invenire ad tempus datum.*

## CAPUT III.

Eclipſes Lunæ tam præteritas, quàm futuras invenire.

XX. *Terminos Eclipticos reperire tam poſſibiles, quàm neceſſarios.*

XXI. *Ecliptica Plenilunia tam præterita, quàm futura invenire.*

XXII. *Quantitatem Eclipſis Lunæ invenire.*

XXIII. *Lunaris Eclipſis momentum medium, ſeu maximæ obſcurationis, ejuſque diſtantiam à momento Ecliptici Plenilunij invenire.*

XXIV. *Lunaris Eclipſis non centralis, initium, finem, durationem ac durationis partes invenire.*

XXV. *In Eclipſi centrali eadem reperire, & quanta ſit Eclipſium Lunæ duratio maxima.*

XXVI. *Utrùm in loco dato Eclipſis ſpectanda ſit, invenire.*

XXVII. *Quibus in Terris Eclipſis Lunæ ſpectanda ſit invenire.*

## CAPUT IV.

Via ſternitur ad Eclipſium Solis.

XXVIII. *Defectum Solis cauſat Luna inter ſolem & viſum noſtrum interpoſita.*

XXIX. *Luminarium Synodus viſa ſeu apparens quæ ſit.*

XXX. *Exponitur umbra & penumbra Terræ, ex qua ſpecies variæ defectuum ſolarium.*

XXXI. *Eclipſis Terræ viſa ex Luna ejuſque connexio cum Eclipſi Solis.*

## CAPUT V.

Lunaris umbræ & penumbræ dimenſio.

XXXII. *Angulum & axem umbræ Lunaris ad tempus datum reperire.*

XXXIII. *In Ecliptico Novilunio inquirere, an umbra Lunæ ad Terram pertingat, an ultra porrigatur.*

XXXIV. *In Eclipſi Solis totali magnitudinem umbræ Lunaris in Terram projectæ metiri.*

XXXV. *In Solis Eclipſi magnitudinem penumbræ Terram infuſcantis invenire.*

XXXVI. *Terræ ex Luna viſæ apparens ſemidiameter eſt Lunæ parallaxis Horizontalis.*

XXXVII. *Umbræ Lunaris in Terram incidentis, ex Luna ſpectatæ apparens ſemidiameter habetur quam proxime, ſi dimidius angulus coni Lunaris apparenti ſemidiametro Lunæ ſubducatur.*

XXXVIII. *Lunaris penumbræ ex Luna viſæ ſemidiameter apparens æqualis eſt ſummæ ſemidiametrorum apparentium Solis & Lunæ, cum ſemiſſe circiter parallaxeos Solis Horizontalis.*

## CAPUT VI.

An & qualis, & quantæ durationis futura ſit Eclipſis Solis, independenter à parallaxi invenitur.

XXXIX. *Terminos Synodi Eclipticæ tam poſſibiles, quàm neceſſarios invenire.*

XL. *An fuerit vel futura ſit Eclipſis Solis, & cujus ſpeciei, inquirere.*

XLI. *Durationem Eclipſis Terræ ex Luna viſæ, atque inde durationem integram Eclipſis Solaris invenire.*

## CAPUT VII.

Quibus in Terris Eclipſis Solis apparitura ſit, independenter à parallaxi definitur.

XLII. *Invenire poſitionem puncti in ſuperficie Terræ, cujus ad certum tempus innotuerint diſtantia ab Ecliptica, & longitudo ſeu locus in Ecliptica.*

XLIII. *Invenire punctum Terræ, in quod tempore veræ Synodi incidit centrum penumbræ.*

XLIV. *Invenire punctum Terræ, in quod momento medio Eclipſis terreſtris incidit centrum penumbræ.*

XLV. *Invenire punctum Terræ, in quo penumbra Terram primò contingit, & punctum in quo ultimò.*

XLVI. *Invenire punctum Terræ, quod à penumbræ centro primum inſidebitur, & punctum quod ultimò.*

XLVII. *Quibus in Terris defectus Solis appariturus ſit invenire.*

XLVIII. *Quibus in Terris Solis defectus centralis ſpectandus ſit reperire.*

XLIX. *Qualis linea ſit, quam in Terra Lunaris penumbræ centrum deſcribit.*

L. *Penumbra Lunæ abſolutè movetur ab Occaſu in Ortum: unde Occidentaliores citius vident Eclipſim Solis, quam Orientaliores.*

LI. *Primo Solaris Eclipſeos ſpectatori Sol ad Eclipſis initium oritur, ſpectatori ultimo occidit ad finem Eclipſis.*

## CAPUT VIII.

Qui tempus, duratio, quantitas Solaris Eclipſis reperiantur in loco dato.

LII. *Motum horarium apparentem ſeu viſum Lunæ à Sole in Novilunio invenire.*

LIII. *Synodi veræ ac viſæ intervallum.*

LIV.

Digitized by Google

LIV. *Dato tempore Synodi vera invenire tempus Synodi viſa.*
LV. *Ad tempus Synodi viſa latitudinem viſam Luna à Sole reperire.*
LVI. *Defectus Solaris quantitatem in loco dato reperire.*
LVII. *Defectus Solaris medium, initium, finem, durationem ac durationis partes in loco dato reperire.*

## CAPUT IX.

Reliqua ad Solis ac Lunæ Eclipſes pertinentia.

LVIII. *Typum Eclipſis Luna deſcribere.*
LIX. *Typum Solaris Eclipſis deſcribere.*
LX. *De numero Eclipſium Solis & Luna.*
LXI. *Eclipſium Solis ac Luna antitheſes.*

## CAPUT X.

De modo obſervandi Eclipſes tam Solis, quàm Lunæ.

LXII. *Magnitudinem Eclipſis partialis obſervare.*
LXIII. *Initium ac finem Eclipſis obſervare.*
LXIV. *Tempus initij ac finis, & durationem Eclipſis, ac durationis partes obſervare.*

# ASTRONOMIÆ

## LIBER V.

De Stellis Fixis.

## CAPUT I.

De locis & motu Fixarum.

Num. I. *Stella fixa non ſunt obnoxia parallaxi ſenſibili.*
II. *Declinationes fixarum ab aquatore invenire.*
III. *Solis declinationem & aſcenſionem rectam invenire.*
IV. *Aſcenſiones rectas fixarum reperire.*
V. *Ex nota unius fixa aſcenſione recta, invenire aſcenſiones rectas aliarum.*
VI. *Refractiones fixarum reperire.*
VII. *Fixarum longitudines & latitudines reperire.*
VIII. *Longitudinem & latitudinem ſtella, per duas alias nota longitudinis & latitudinis invenire.*
IX. *Invenire longitudinem & aſcenſionem rectam ſtella, ad tempus datum prateritum, ad quod nota ſit declinatio ſtella, & quadrans ad quem pertinet.*
X. *Invenire declinationem & aſcenſionem rectam ſtella ad tempus datum, ad quod nota ſit ejus longitudo.*
XI. *Stella fixa ſenſim moventur ab Occaſu in Ortum.*
XII. *Fit motus ille ſupra polos Ecliptica: unde fixarum latitudines non mutantur.*
XIII. *Fixarum motus aqualis eſt.*
XIV. *Annuus fixarum motus eſt ſecundorum 50. vel 51.*
XV. *Quantitas anni ſyderij.*
XVI. *Fixarum longitudines ad aliquod tempus inventas curvis tempori accommodare.*
XVII. *Declinationes fixarum & aſcenſiones rectas ad aliquod tempus inventas, ad alia tempora ante vel poſt, intra unum ſaculum extendere.*
XVIII. *Fixarum intra polares circulos exiſtentium aſcenſiones recta aliquando decreſcunt, quamvis longitudo creſcat.*
XIX. *Earum aſcenſiones maximam & minimam reperire. Item tempus invenire, quo creſcente licet longitudine aſcenſiones ipſarum recta incipient vel inceperint decreſcere.*
XX. *De acceſſu ſtellarum ad polos mundi, & de ſtella polari.*

## CAPUT II.

De fixarum magnitudine, diſtantia, lumine, numero, ſpeciebus, formis.

XXI. *Diſtantia fixarum à centro Terra excedit 70,000, imo 100,000 ſemidiametrorum Terra.*
XXII. *Velocitas fixarum quanta.*
XXIII. *Fixarum diametros apparentes inquirere.*
XXIV. *Fixarum magnitudines inquirere.*
XXV. *Magnitudo firmamenti.*
XXVI. *In hypotheſi Terra mota, Orbis magnus eſt ad firmamentum puncti inſtar.*
XXVII. *In hypotheſi Terra mota, ſtella fixa eam habent proportionem ad orbem magnum, quam habent in Terra ſtantis hypotheſi ad Terram.*
XXVIII. *In hypotheſi Terra mota ſtella fixa ſunt orbe magno majores.*
XXIX. *Unde lux & ſcintillatio fixarum.*
XXX *Stellarum fixarum numerus, ſpecies, figura ſeu conſtellationes: Via lactea.*

## CAPUT III.

De Ortu & Occaſu ſtellarum.

XXXI. *Quotuplex ſit Ortus & Occaſus ſtellarum.*
XXXII. *Reſpectu horizontis dati, qua ſtella dato ſaculo ſemper appareant, qua ſemper lateant, qua quotidie oriantur & occidant, reperire.*
XXXIII. *Saculo dato Ecliptica punctum, cum data ſtella culminans, invenire.*
XXXIV. *Tempus quo ſtella data cum Sole culminat, invenire in ſaculo dato.*
XXXV. *Aſcenſionem & deſcenſionem obliquam ſtella, aut dati in calo puncti invenire in ſaculo dato.*
XXXVI. *Stella aut dati in calo puncti amplitudinem ortivam reperire in dato ſaculo.*
XXXVII. *Arcum diurnum vel nocturnum ſtella aut dati in calo puncti, atque inde ſpatium, quo ſtella ſupra vel infra horizontem eſt invenire in dato ſaculo.*
XXXVIII. *Punctum Ecliptica, cum quo ſtella dato ſaculo oritur, & punctum cum quo occidit, reperire.*
XXXIX. *Horam, quâ Sol die datâ oritur, & occidit, reperire.*
XL. *Horam quâ die dato ſtella in ſaculo dato oritur, culminat, occidit; invenire.*
XLI. *Tempus culminationis, Ortus & Occaſus ſtellarum quotidie anticipat, ſeu retrocedit verſus horarium initia.*
XLII. *Tempus quo ſtella anno dato coſmicè, occiditve, item tempus quo oritur vel occidit acronice, invenire.*

XLIII. *Tempus quo ſtella ann[illegible]ato heliacè oritur vel occidit, reperire.*
XLIV. *Attinguntur quædam de effectu ſtellarum.*

### CAPUT IV.

Problemata nonnulla circa ſtellas.

XLV. *Temporis momentum per ſtellas cognoſcere.*
XLVI. *Lineam Meridianam reperire per ſtellas.*
XLVII. *Altitudinem poli per duas ſtellas, (quarum nota ſint declinationes & aſcenſiones rectæ) ſimul orientes, invenire.*
XLVIII. *Altitudinem ſtellæ abſque inſtrumento reperire, ſi alia ſtella in eodem verticali appareat.*

# ASTRONOMIÆ
## LIBER VI.

### De Motu quinque minorum Planetarum in longitudinem.

### CAPUT I.

Præambula & phænomena.

Num. I. *Planetarum numerus, nomina, characteres.*
II. *Modus obſervandi loca Planetarum.*
III. *Quæ circa motum in longitudinem quinque minorum Planetarum ſint hactenus obſervata.*

### CAPUT II.

Proponitur & exponitur hypotheſis Ptolematica ♄, ♃, ♂ in longitudinem.

IV. *Definitiones hypotheſeos Ptolemaicæ ♄, ♃, ♂.*
V. *Hypotheſis Ptolemaica exponitur.*
VI. *Per eam quomodo phænomenis ſatisfiat.*
VII. *Modus Geometricè ſupputandi ad tempus datum vera loca ♄, ♃, ♂ in hac hypotheſi.*
VIII. *Quare Ptolemæus introducto æquante Eccentricitatem biſecuerit.*
IX. *Quæ in hypotheſi Ptolemaica videantur deſiderari.*

### CAPUT III.

Proponitur & exponitur hypotheſis nova ♄, ♃, ♂, in longitudinem.

X. *Nova hypotheſis ♄, ♃, ♂.*
XI. *Forma ſupputandi Geometricè ad tempus datum loca vera ♄, ♃, ♂ juxta hanc hypotheſim.*
XII. *Iudicium de hac hypotheſi.*
XIII. *De aliis hypotheſibus.*

### CAPUT IV.

Utraque inæqualitas ♄, ♃, ♂ inveſtigatur.

XIV. *Mediorum motuum ♄, ♃, ♂ prima inveſtigatio.*
XV. *Ex obſervatione facta paulò ante vel poſt oppoſitionem veram ♄, ♃, ♂ cum ſole, momentum ipſum veræ oppoſitionis & verum locum Planetæ quàm proximè colligere.*
XVI. *Mediorum motuum ♄, ♃, ♂ exactior determinatio.*
XVII. *Ex tribus veris ♄, ♃, ♂ cum Sole oppoſitionibus, Eccentricitatem, locum Apogei, locum medium Planetæ, ad ipſam oppoſitionum momenta invenire.*
XVIII. *Eadem aliter reperire.*
XIX *Locum Apogei & Planetæ locum medium ad alicujus oppoſitionis momentum exactiùs determinare.*
XX. *Motus medios ♄, ♃, ♂ denuò ad limam revocare, atque ultimò tandem determinare.*
XXI. *Radicem motus medij ♄, ♃, ♂ ad datam Epocham ſtatuere, atque inde motum medium eorumdem ad datum tempus invenire.*
XXII. *Motum Apogei ♄, ♃, ♂, diurnum, annuum &c. invenire.*
XXIII. *Radicem motus Apogei ♄, ♃, ♂, atque inde motum Apogei eorundem ad datum tempus invenire.*
XXIV. *Eccentricitatem maximam, mediam, minimam ♄, ♃, ♂ reperire.*
XXV. *Locum verum ♄, ♃, ♂ in conjunctionibus & oppoſitionibus veris Geometricè ſupputare.*
XXVI. *Radium Epicycli ♄, ♃, ♂ maximum, medium, minimum reperire.*
XXVII. *Locum verum ♄, ♃, ♂ extra conjunctiones & oppoſitiones cum Sole Geometricè ſupputare ad tempus datum.*
XXVIII. *De maximis æquationibus ♄, ♃, ♂ deq; tabulis æquationum, conſtruendis.*

### CAPUT V.

Veneris & Mercurij phœnomena & hypotheſes.

XXIX. *Phænomena, quibus ♀ & ☿ differunt à ♄, ♃, ♂.*
XXX. *Phænomena, quibus ☿ differt à ♀.*
XXXI. *Hypotheſis antiqua ſeu Ptolemaica Veneris in longitudinem, & ſupputationis Geometrica juxta eam forma.*
XXXII. *Hypotheſis Ptolemaica longitudinis Mercurij.*
XXXIII. *Proprietates hujus hypotheſeos, per quas phænomenis ☿ peculiaribus ſatisfit.*
XXXIV. *Forma calculi Geometrici longitudinis veræ ☿ ad tempus datum, juxta hanc hypotheſim.*
XXXV. *Veneris nova Hypotheſis.*
XXXVI. *Forma calculi Geometrici veræ longitudinis ♀ in hac Hypotheſi.*
XXXVII. *Hypotheſis nova Mercurij.*
XXXVIII. *Forma calculi Geometrici longitudinis veræ ☿ in hac Hypotheſi.*
XXXIX. *Satisfit phænomenis ☿ per hanc hypotheſim.*

### CAPUT VI.

Mercurij & Veneris utraque inæqualitas inveſtigatur.

XL. *De maximis ☿ ac ♀ digreſſionibus à Sole inveſtigandis.*
XLI. *Modus inquirendi Apogeum Eccentrici ♀ & ☿.*
XLII. *Locus & Motus Apogei ♀ ac ☿ utcumque ſtatuitur.*
XLIII. *Veneris Eccentricitatem & Epicycli radium juxta hypotheſim Ptolemæi invenire.*
XLIV. *Eccentricitatem Mercurij maximam ac minimam, & radium Epicycli ejus juxta Ptolemæi hypotheſim invenire.*

XLV. *Quid in alijs hypotheſibus de ♀ ac ☿ Eccentricitate & radio Epicycli ſtatuendum videatur.*

XLVI. *Praambula ad motum Anomaliæ orbis ☿ ac ♀.*

XLVII. *Anomaliam orbis mediam ♀ ac ☿ ad notum aliquod temporis momentum invenire.*

XLVIII. *Medios motus Anomalia orbis ♀ & ☿ reperire.*

XLIX. *Radicem Anomalia orbis media ♀ & ☿ conſtituere ad Epocham datam.*

L. *Anomaliam orbis mediam & veram ad tempus datum pro ♀ & ☿ invenire.*

LI. *Ad tempus datum longitudinem veram ♀ ac ☿ geometricè ſupputare.*

LII. *De maximis aquationibus ☿ ac ♀, deq́, tabulis aquationum conſtruendis.*


# ASTRONOMIÆ

## LIBER VII.

### De latitudine cæteriſque paſſionibus Planetarum quinque minorem.

#### CAPUT I.

De latitudine quinque minorum Planetarum.


I. P*Hænomena latitudinum ♄ ♃ ♂.*

II. *Qua hypotheſi Ptolemaus ſalvet latitudinum ♄ ♃ ♂ phænomena.*

III. *Phænomena & hypotheſes latitudinum ♀ & ☿ juxta Ptolemaum.*

IV. *Quid de latitudine quinque minorum Planetarum ſentiant recentiores Aſtronomi.*

V. *De motu & loco nodorum quinque minorum Planetarum.*

VI. *Hypotheſis recentior & vera latitudinum ♄ ♃ ♂.*

VII. *Latitudines maxima ♄ ♃ ♂.*

VIII. *Inclinationem Eccentrici ♄ ♃ ♂ ad Eclipticam invenire.*

IX. *Latitudinem apparentem ♄ ♃ ♂ ad tempus datum geometrice ſupputare.*

X. *Hypotheſis recentior & vera latitudinum ☿ ac ♀.*

XI. *Proprietates hujus hypotheſeos & cum phænomenis conſenſio.*

XII. *Inclinationem Epicycli ♀ ac ☿ ad commune Eccentrici & Ecliptica planum invenire.*

XIII. *Declinationes punctorum Epicycli ♀ ac ☿ à plano Ecliptica invenire, datâ eorum à nodis mobilibus diſtantiâ.*

XIV. *Diſtantiam ♀ ac ☿ à nodo boreo mobili ad datum tempus invenire.*

XV. *Latitudinem ♀ ac ☿ ad tempus datum Geometricè ſupputare.*


#### CAPUT II.

De directione, ſtationibus, & retrogradatione quinque minorum Planetarum.


XVI. D*Efinitiones.*

XVII. *Ad datum tempus ſive ad datum gradum media Anomalia centrica, quam proportionem habeat velocitas veri motus centri Epicycli, ad velocitatem motus Planeta in Epicyclo, invenire.*

XVIII. *Poriſmata conſequentia.*

XIX. *Qua ex causa nunquam retrogradi appareant Planeta aliqui.*

XX. *Qua ex causâ nobis retrogradus apparere Planeta poſſit.*

XXI. *Cur quinque minores Planeta ſtationarij & retrogradi appareant, Sol autem & Luna minimè.*

XXII. *Puncta ſtationum, adeoq́, etiam quantitas arcuum directionis & regreſſus aſſiduè variantur.*

XXIII. *Ad ſingulos gradus Anomalia centri media arcum ſtationis prima, & ſecunda invenire.*

XXIV. *Dato arcu ſtationis prima, arcum ſtationis ſecunda proximè ſequentis, atque inde arcum tam regreſſionis quam directionis invenire.*

XXV. *Arcum ſtationis prima, reſpectu dati temporis proxime futura vel praterita, & debitos illi arcus tam ſecunda ſtationis, quàm regreſſionis ac directionis, invenire.*

XXVI. *Ad datum tempus utrùm Planeta ſit directus, ſtationarius, vel retrogradus, & quando horum quidlibet proximè fuerit vel futurus ſit, inquirere. Item quamdiu ſint duratura regreſſio ac directio, invenire.*


#### CAPUT III.

De diſtantijs Planetarum à Terra.


XXVII. C*Ertum eſt Planetarum à Terra diſtantiam variari.*

XXVIII. *Saturni diſtantia mediocris à centro Terra continet ſaltem 70, 000. ſemidiametrorum Terra.*

XXIX. *Radium Epicycli, radium Eccentrici, Eccentricitatem quinque minorum Planetarum data in partibus radij Eccentrici, in Terra ſemidiametris exhibere.*

XXX. *Diſtantiam à Terra quinque minorum Planetarum, maximam inprimis ac minimam, in Terra ſemidiametris invenire.*

XXXI. *Diſtantia Planetarum interſe comparata.*

XXXII. *Parallaxes Planetarum invenire.*


#### CAPUT IV.

Planetarum figura illuminatio, comites.


XXXIII. F*igura Veneris & Mercurij.*

XXXIV. *Martis Figura.*

XXXV. *Figura Iovis.*

XXXVI. *Iovis Comites.*

XXXVII. *Saturni Figura & Comites.*

XXXVIII. *Planeta lumen à Sole recipiunt.*


#### CAPUT V.

De magnitudine Planetarum.


XXXIX. A*Pparentes Planetarum diametros determinare.*

XL. *Magnitudines Planetarum invenire.*


CA-

CAPUT VI.

De Ortu & Occaſu Planetarum.

XLI. S*aturno, Iovi, Marti, qui Ortus Occaſuſque, quando, & quo ordine conveniant.*
XLII. *Mercurio & Veneri qui Ortus Occaſuſque, quando, & quo ordine conveniant.*
XLIII. *De Ortu & Occaſu ſignorum ſive arcuum Zodiaci.*
XLIV. *De intervallo Ecliptico emerſionis & occultationis planetarum & ſtellarum.*

CAPUT VII.

De Aſpectibus Planetarum.

XLV. A*ttingo quadam, atque unico hoc numero ex vanitatibus Aſtrologicis me expedio.*

# ASTRONOMIÆ
## LIBER VIII.

Varios Tractatus complectens.

## TRACTATUS I.

DE HYPOTHESI TERRÆ MOTÆ.

CAPUT I.

Duplex Terræ Motus exponitur.

Num. I. T*otum caput uno numero expeditur.*

CAPUT II.

Quomodo per duplicem Terræ Motum phœnomenis ſatisfiat.

II. R*eſtantur phænomena primi Mobilis & varietas tempeſtatum anni.*
III. *Salvantur phœnomena planetarum.*

CAPUT III.

Quid de veritate abſoluta Motus Terræ ſentiendum.

IV. P*oriſmata ad ſequentia.*
V. *Demonſtratio contra motum Terræ proponitur.*
VI. *Paralogiſmus oſtenditur.*
VII. *De aliis contra Terra motum argumentis.*
VIII. *Statuitur nihilominus immobilitas Terra.*

## TRACTATUS II.

DE COMETIS ET NOVIS STELLIS.

CAPUT I.

Quæ circa Cometas & novas ſtellas ſint obſervata.

I. P*hænomena Cometarum.*
II. *Novarum ſtellarum phænomena.*

CAPUT II.

Modus inquirendi diſtantiam Cometæ vel novæ ſtellæ à Terra.

C*omplectitur hoc caput numeros octo.*

CAPUT III.

An Cometæ & novæ ſtellæ, quæ ab anno 1572 apparuerunt, ſuprà vel infra Lunam extiterint.

XI. S*atis conſtat novam ſtellam, qua anno 1572 in Caſſiopea apparuit, longè ſuprà Lunam extitiſſe.*
XII. *Satis etiam conſtat ſtellam novam, qua ab anno 1600 uſque ad 1621 & forte ultra, in cygno apparuit, & illam qua anno 1604 viſa eſt in Serpentario, parallaxi ſenſibili caruiſſe, adeoq; ſupra Lunam fuiſſe.*
XIII. *De ſede Cometarum, qui ab anno 1577 apparuerunt.*

## TRACTATUS III.

DE LUCE ET MACULIS SOLIS AC LUNÆ:

I. D*e Lumine primario Luna.*
II. *Modus quo Luna & Planeta lumen Solis ad nos tranſmittunt.*
III. *De lumine ſecundario Luna.*
IV. *Lunarium macularum phænomena.*
V. *Luna non eſt aqualis, ſed aſpera montibus, vallibuſque diſtincta.*
VI. *Multiplex libratio Luna per maculas detecta.*
VII. *Macularum ſolarium phænomena.*
VIII. *De motu macularum & facularum.*
IX. *Macula ſunt in ipſo Sole aut propè eum.*

## APPENDIX.

Trigonometria Sphærica.

# SUMMARIUM GEOMETRIÆ PRACTICÆ

## LIBER I.

## De Linearum rectarum Dimenſione.

### CAPUT I.

De Menſuris.

### CAPUT II.

Quid ſinus tangentes ſecantes, & quomodo inveniantur.

Poriſmata tria

Probl. 1. *Sinum arcus 45 graduum invenire.*

Probl. 2. *Sinum arcuum gr. 60. & 30 invenire.*

Probl. 3. *Sinum 36 grad. invenire.*

Probl. 4. *Sinum grad. 12 invenire.*

Probl. 5. *Sinus omnium arcuum quadrantis uno ſe minuto ſuperantium invenire.*

Probl. 6. *Secantes & tangentes quaſcumque invenire.*

Probl. 7. *Sinum unius vel plurium ſecundorum invenire.*

Probl. 8. *Invenire ſinum arcus qui præter gradus & minuta etiam ſecunda contineat.*

Probl. 9. *Dato ſinui arcum aſſignare.*

Scholium. *Quo ſinuum theoria amplius exponitur.*

### CAPUT III.

Triangulorum rectilineorum analyſis.

*Annotationes quædam in gratiam tyronum.*

Analyſis trianguli rectanguli.

Probl. 1. *Datis omnibus angulis laterum proportionem invenire.*

Probl. 2. *Datis baſi & acuto uno, reliqua latera invenire.*

Probl. 3. *Datis uno latere & acuto uno, reliquum latus & baſim invenire.*

Probl. 4. *Datis baſi & uno latere, acutos angulos & reliquum latus invenire.*

Probl. 5. *Datis lateribus baſim & acutos angulos invenire.*

Analyſis trianguli obtuſanguli.

Probl. 6. *Datis omnibus lateribus, lateris ſegmenta facta à perpendiculari ex oppoſito angulo ducta, & ipſam perpendicularem invenire.*

Probl. 7. *Datis omnibus angulis laterum rationem invenire.*

Probl. 8, *Datis omnibus lateribus angulos invenire.*

Probl. 9. *Datis duobus angulis & latere uno, reliqua latera invenire.*

Probl. 10. *Datis duobus lateribus & angulo iis contento, reliquos angulos & latus reliquum invenire.*

Probl. 11. *Datis duobus lateribus & angulo iis non contento, reliquos angulos, & latus reliquum invenire.*

### CAPUT IV.

Fabrica inſtrumenti menſorij & ſcalæ.

*Fabrica circuli & quadrantis.*

*Artificioſa inventio minutorum, licet in inſtrumento deſcripta non ſint.*

*Scalæ conſtructio.*

*Alterius ſcalæ exactioris conſtructio.*

### CAPUT V.

Diſtantiarum & altitudinum dimenſio.

Definitiones.

Poriſma 1. *Altitudinis angulum invenire.*

Poriſma 2. *Diſtantiæ angulum invenire.*

Poriſma 3. *Intervalli angulum invenire.*

Schol. *Iudicium de inſtrumentis.*

Probl. 1. *Diſtantiam inacceſſam montis vel turris per duas ſtationes metiri.*

Scholia.

I. *Sub angulo altitudinis valde parvo, incerta eſt diſtantiæ dimenſio.*

II. *Quantum eſſe debeat intervallum ſtationum.*

III. *Quæ ſit proportio altitudinis ad diſtantiam ſub variis angulis.*

IV. *Quanta diſtantia poſſit praxi jam tradita menſurari.*

V. *Vtrum rotunditas terræ officiat huic menſurationi diſtantiæ.*

Probl. 2. *Diſtantiam inacceſſam aliter per duas ſtationes metiri.*

Scholia.

I. *Cur etiam hic magno opus ſit ſtationum intervallo.*

II. *Cur expediat, ut angulus quem ſtationum intercapedo facit cum radio viſuali, ſit rectus, aut recto proximus.*

III. *Quanto ſit opus ſtationum intervallo, ut intervalli angulus exiſtat ſubitæ magnitudinis.*

IV. *Longè minori opus eſt ſtationum intervallo, dum una ſtatio lateralis eſt, quam dum utraque directa.*

V. *Ad quantam diſtantiam menſurandam hoc problema ſe extendat.*

VI.

Digitized by Google

VI. *Quando contemni poſſit differentia inter diſtantiam vertisis & diſtantiam horizontalem.*
Probl. 3. *Diſtantiam duorum locorum, per tres (quando aliter non poteſt) aut plures ſtationes metiri.*
Probl. 4. *Diſtantiam inacceſſam turris vel montis datâ ejus latitudine metiri.*
Probl. 5. *Longitudinem mediocrem horti, area porticus &c. latitudinem fluminis &c. metiri.*
Probl. 6. *Latitudinem fluminis, ſeu lacus aliter metiri.*
Probl. 7. *Altitudinem inacceſſam turris, ſeu montis metiri.*
Schol. *Ex quâ diſtantiâ ſecuriſſima ſit altitudinum dimenſio.*
Probl. 8. *Altitudinem inacceſſam aliter metiri.*

Scholia.

I. *Ex quantâ diſtantiâ poſſint altitudines utcumque, certò juxta modum hujus problematis determinari.*
II. *An rotunditas terræ officiat altitudinum dimenſioni jam traditæ.*
Probl. 9. *Altitudinem inacceſſam metiri, cùm ſtatio altera in plano non conceditur.*
Probl. 10. *Altitudinem ex diſtantiâ metiri.*
Probl. 11. *Altitudinem acceſſibilem metiri.*
Probl. 12. *Idem Aliter.*
Probl. 13. *Soli libramentum & inæqualitatem metiri.*
Probl. 14. *Altitudinem montis ex monte metiri.*
Probl. 15. *Altitudinem nubis metiri.*
Probl. 16. *Altitudinem iridis invenire.*

Scholia.

I. *Quantus ſit error, qui ex perpendiculi defectu oritur.*
II. *An diſtantiæ & altitudines inacceſſæ unicâ poſſint ſtatione menſurari.*

CAPUT VI.

Quâ arte inveſtigetur ambitus & diameter orbis terræ.

Probl. 1. S*Emidiametrum orbis terræ invenire.*
Probl. 2. *Orbis terræ circumferentiam invenire.*
Probl. 3. *Ambitum orbis terræ aliter inveſtigare.*
Probl. 4. *Tertius modus inveſtigandi ambitum terræ. Quanta demùm ſit eam circumferentia, quam diameter orbis terræ.*
Probl. 5. *Amplitudinem horizontis ex altitudine datá oculi aſpectabilis invenire.*
Probl. 6. *Ex quantâ diſtantiâ vertex montis, aut ſummitas mali navis conſpici poſſit.*

CAPUT VII.

Ex inventa ſemidiametro, terræ, prodigioſæ quorumdam montium altitudines demonſtrantur.

Probl. 1. A*Ltitudinem montis inacceſſi, datis ſemidiametro terræ & alterius montis altitudine, invenire.*
Probl. 2. *Altitudinem montis, cujus apex apparet in margine horizontis, datis ſemidiametro terræ & menſoris ab eo diſtantiâ, invenire.*
Probl. 3. *Inquiritur altitudo Æthnæ.*
Probl. 4. *Inquiritur altitudo Pici.*
Probl. 5. *Inquiritur altitudo Caucaſi.*

CAPUT VIII.

Quo artificio Lunæ à terra diſtantiam Aſtronomi inveſtigarint.

Præambula quædam.
Probl. 1. D*Iſtantiam Lunæ à terra inquirere.*
Probl. 2. *Lunarium montium altitudinem inquirere.*

CAPUT IX.

Quâ viâ indagari poſſit diſtantia Solis à terrâ.

Quædam præambula.
Probl. 1. D*Iſtantiam Solis à terra inquirere.*
Probl. 2. *Altitudinem Solis vera propinquiorem determinare.*

# GEOMETRIÆ PRACTICÆ

## LIBER II.

De ſuperficie plana.

CAPUT X.

Problemata, quorum uſus ad ſequentia.

Probl. 1. E*X data in terra recta puncto dato, perpendicularem ducere.*
Probl. 2. *Ad rectam in terra datam ex dato extra eam puncto perpendicularem ducere.*
Probl. 3. *Angulum in terra data quantitatis deſignare ad data recta punctum datum.*
Probl. 4. *Quemvis viſualem angulum metiri.*
Probl. 5. *Ad datam in terra rectam per datum punctum parallelam ducere.*
Probl. 6. *Regularium figurarum angulos, tam centri, quàm circumferentiæ invenire.*
Probl. 7. *Figuram quamvis regularem in charta delineare, etiam radio vel latere dato.*
Probl. 8. *Figuram quamvis ordinatam in terra deſcribere, etiam dato radio vel latere.*
Probl. 9. *Rectilineo irregulari dato in charta ſimile in terra deſcribere.*
Probl. 10. *Dati loci ichnographiam deſcribere.*

CAPUT XI.

Figurarum rectis lineis comprehenſarum dimenſio.

Probl. 1. A*Ream quadrangularem rectam metiri, Corollaria practica.*
Probl. 2. *Aream parallelogrammi invenire.*
Probl. 3. *Aream quadranguli habentis duo inæqualia latera parallela invenire.*
Probl. 4. *Metiri aream triangularem, quæ pervia ſit.*
Probl. 5. *Aream trianguli in perviam invenire.*

Probl. 6. *Aream trianguli imperviam ex ſolis notis lateribus invenire.*

Probl. 7. *Aream ſuperficiei irregularis multangulæ, quæ pervia ſit, invenire.*

Probl. 8. *Aream imperviam ſuperficiei irregularis multangulæ invenire.*

Probl. 9. *Areas figurarum regularium invenire.*

Probl. 10. *Quæ ſit proportio inter latera regularium figurarum eidem circulo inſcriptarum, indigare.*

Probl. 11. *Quæ ſit proportio inter areas figurarum regularium eidem circulo inſcriptarum, invenire.*

CAPUT XII.

Circuli dimenſio & quadratura veræ propinqua.

Probl. 1. R*ationem circumferentiæ ad diametrum tam propinquam veræ, quam libuerit, invenire.*

Probl. 2. *Ad proportionem veræ proximam circumferentiæ cum diametro, aliâ faciliori viâ pervenire.*

Probl. 3. *Ex diametro circumferentiam, & ex circumferentia diametrum invenire.*

Probl. 4. *Areæ circularis dimenſio veræ propinqua.*

Probl. 5. *Datæ circumferentiæ rectam proxime æqualem exhibere.*

Probl. 6. *Dato arcui rectam proximè æqualem exhibere.*

Probl. 7. *Dato circulo quadratum proximè æquale exhibere.*

Schol. *An quadratura & dimenſio circuli abſoluta, poſſibilis ſit? Demonſtratur eſſe, & argumenta contraria ſolvuntur.*

Probl. 8. *Quadratura partium circuli veræ propinqua.*

Probl. 9. *Partium circuli dimenſio veræ proxima.*

Probl. 10. *Ellipſis & parabolæ dimenſio.*

CAPUT XIII.

Figurarum planarum transformatio, additio, ſubtractio auctio vel diminutio, comparatio.

Probl. 1. F*iguras alias in alias transformare.*

Probl. 2. *Datas quotvis figuras rectilineas in unam ſpeciem datam colligere.*

Probl. 3. *Datis quotcumque figuris ſimilibus unam omnibus æqualem ac ſimilem exhibere.*

Peobl. 4. *Progreſſionis infinitarum ſimilium figurarum unam omnibus æqualem exhibere.*

Peobl. 5. *Figuræ datæ aliam ſimilem in datâ proportione majorem vel minorem exhibere.*

Probl. 6. *Similium figurarum proportionem cognoſcere.*

Probl. 7. *Arearum diſſimilium proportionem cognoſcere.*

Deinceps de ſectione planorum.

CAPUT XIV.

De ſectione trianguli per punctum datum à nullo hactenus plenè datâ.

*Propoſitiones 16, quibus 8 problemata ſunt.*

CAPUT XV.

Cujuſcumque eectilinei ſectio per punctum datum.

P*roblemata octo.*

CAPUT XVI.

Rectilinearum figurarum ſectio per lineas parallelas.

P*roblemata quatuor.*

# GEOMETRIÆ PRACTICÆ

## LIBER III.

### De Corpore.

CAPUT XVII.

Dimenſio corporum planis ſuperficiebus comprehenſoeum.

Probl. 1. S*oliditatem parallelepipedi recti invenire Corollaria practica.*

Probl. 2. *Soliditatem priſmatis cujuſcumque invenire.*

Probl. 3. *Cujuſcumque pyramidis ſoliditatem invenire.*

Probl. 4. *Quinque corporum regularium ſoliditatem invenire.*

CAPUT XVIII.

Dimenſio corporum ſuperficie curvâ aut planocurvâ comprehenſorum.

Probl. 1. C*ylindrum metiri.*

Peobl. 2. *Curvam Cylindri recti ſuperficiem metiri.*

Prob. 3. *Trunci à Cylindro circulari recto obliquè abſciſſi, tam ſoliditatem, quam ſuperficiem metiri.*

Probl. 4. *Coni ſoliditatem invenire.*

Peobl. 5. *Curvam coni recti ſuperficiem metiri.*

Probl. 6. *Trunci conici duobus parallelis circulis intercepti ſoliditatem invenire.*

Probl. 7. *Datæ ſphæræ diametrum metiri.*

Probl. 8. *Sphæricæ ſuperficiei dimenſio.*

Probl. 9. *Sphæricæ ſuperficiei ſegmenta, axis ſegmentis datis, metiri.*

Probl. 10. *Dimenſio ſphæræ.*

Probl. 11. *Sphæræ ſectorem metiri.*

Probl. 12. *Sphæræ ſegmenta data eorum altitudine metiri.*

Probl. 13. *Sphæroidis tam longæ, quàm latæ dimenſio.*

Probl. 14. *Sphæroidis ſegmenta circulo ad axem recto ſecta metiri.*

Probl. 15. *Truncum ſphæroidis, circulis ad axem rectis utrimque terminatum metiri.*

Probl. 16. *Conoidis parabolicæ tam obtuſæ, quàm acutæ dimenſio.*

Probl. 17.

Digitized by Google

Probl. 17. *Conoidis hyperbolicæ obtuſæ dimenſio.*
Probl. 18. *Dimenſio corporum & ſuperficierum annularium.*

### CAPUT XIX.

Dimenſio liquidorum.

Menſuræ liquidorum.
Quæ requirantur ad dimenſionem liquidi.

Probl. 1. *Capacitatem vaſis ex duobus conicis truncis compoſiti aliter, quam probl. 6. cap. 18. notam facere in cubis policaribus.*
Probl. 2. *Vnam aliquam liquidi menſuram, ex. gr. chopinam vel pintam, notam facere in cubis policaribus.*
Probl. 3. *Dati liquidi quovis vaſe contenti dimenſio.*

### CAPUT XX.

Dimenſio corporum mundanorum.

Probl. 1. *Orbis terræ ſuperficiem metiri.*
Probl. 2. *Quantam ſuperficiei terrenæ partem occupatura ſit tota hominum collectio, in extremo judicio.*
Probl. 3. *Quanta orbis terræ pars aliquod regnum vel provincia ſit, licet tam ejus quam terræ quantitas ignoretur, facili conjecturâ explorare.*
Probl. 4. *Quæ ſit inter zonas frigidam, torridam, temperatam magnitudinis proportio, licet tam earum, quam terræ quantitas ignoretur, invenire.*
Probl. 5. *Orbem terræ metiri.*
Probl. 6. *Soliditatem Oceani explorare.*
Probl. 7. *Modus generalis inveſtigandi magnitudinem cujuſvis aſtri.*
Probl. 8. *Inquiritur magnitudo Lunæ.*
Probl. 9. *Inquiritur magnitudo Solis.*
Probl. 10. *Inquiritur magnitudo orbis magni.*

### CAPUT XXI.

Solidorum auctio, & diminutio, transformatio, comparatio.

Probl. 1. *Dato ſolido aliud ſecundùm datam rationem, majus minuſve exhibere.*
Probl. 2. *Priſmati pyramidem, Cylindro conum, ſphæræ Cylindrum exhibere æqualem, & contra.*
Probl. 3. *Dato Cylindro ſphæram æqualem exhibere.*
Probl. 4. *Superficies ſphæricam, Cylindricam, conicam ad circulum reducere.*
Probl. 5. *Dato parallelepipedo cubum æqualem exhibere.*
Probl. 6. *Dato Cylindro parallelepipedum, ſive aliud priſma, vel dato cono pyramidem proximè æqualem exhibere.*
Probl. 7. *Data ſphæra cubum proximè æqualem exhibere.*
Probl. 8. *Dato annulo circulari Cylindrum vel ſphæram proximè æqualem exhibere.*
Probl. 9. *Dati annuli circularis ſuperficiem ad ſphæram reducere quam proximè.*
Probl. 10. *Quodvis annulare ſolidum in rectum extendere.*
Probl. 11. *Annulo parabolico obtuſo Cylindrum vel ſphæram abſolutè æqualem exhibere.*
Probl. 12. *Annulo parabolico acuto cylindrum aut ſphæram abſolutè æqualem exhibere.*
Probl. 13. *Solido annulari hyperbolico ſphæram abſolutè exhibere.*
Probl. 14. *Similium corporum proportionem cognoſcere.*

---

## SYLLABUS PROPOSITIONUM.

# OPTICÆ

# LIBER I.

## DE APPARENTIIS RERUM SIMPLICIBUS AC DIRECTIS.

Propoſitio I. *Quantitatem diſtantiæ ſecundùm ſe viſus non percipit.*
II. *Quomodo diſtantiam viſus percipiat.*
III. *Quæ ſub æquali angulo videntur apparent æqualia; quæ ſub majori, majora; minora ſub minori, & qualis eſt angulorum opticorum, talis eſt magnitudinum apparentium proportio.*
IV. *Amplitudo tota angulorum, ſub quibus diſtantiæ & altitudines ſpectari poſſunt, intra limites recti anguli continetur.*
V. *Longitudo æqualis diſtantiæ viſus ab ipſâ, ſub majori ſpectatur angulo, quam reliqua longitudo tota in infinitum extenſa.*
VI. *Longitudines diſtantiæ ab oculo ſpectatoris, non niſi parvas & mediocres viſus comprehendit, ingentes minimè.*
VII. *Nullius objecti dimenſiones apparent eâ partium proportione, quâ ſunt.*
VIII. *Circumferentia circuli eâ partium proportione apparet, quæ eſt, cùm viſus in centro, vel quovis circumferentiæ puncto exiſtit.*
IX. *In parvis diſtantijs minori proportione decreſcunt apparentes rerum magnitudines, quam diſtantiæ.*
X. *In diſtantijs majoribus proportio decrementi apparentium magnitudinum, non differt ſenſibiliter à proportione incrementi diſtantiæ.*

XI.

XI. *Oculo poſitione dato, reperire altitudinem, ex qua data longitudo appareat æqualis minori longitudini data.*

XII. *Oculo poſitione dato, altitudinem reperire, ex qua latitudo data appareat æqualis minori data latitudini.*

XIII. *Oculo poſitione dato, reperire longitudinem, qua ex datâ altitudine appareat parvitatis data.*

XIV. *Oculo poſitione dato latitudinem reperire, qua ex altitudine datâ, appareat data parvitatis.*

XV. *Parallelorum intervallorum non ſemper quod remotius eſt apparet minus.*

XVI. *Data ſint dua parallela, & oculus extra eas, ſed in eodem plano. Oporteat invenire intervallum, quod ex omnibus parallelis intervallis maximum appareat.*

XVII. *Determinato intervallo quod apparet maximum, datoq́; alio intervallo à maximo quantumvis remoto, oporteat huic ad partem alteram intervalli apparentis maximi, aliud intervallum apparentiâ æquale invenire.*

XVIII. *Intervallum parallelarum indefinitè utrimq́; protractarum, duobus locis apparet maximum; ab iiſque duobus locis cuicumq́; diverſo intervallo, tria intervalla alia apparent æqualia.*

XIX. *Fieri poteſt ut objecto ab oculo recedente vel accedente, apparentia unius partis aſſiduò creſcat, alterius verò decreſcat. Rurſum fieri poteſt, ut quamvis objecti totius apparentia aſſidue decreſcat: partis tamen longè maximè apparentia aſſiduè creſcat.*

XX. *Data ſit objecti cujuſpiam longitudo, & parallela ipſi linea infinita: oporteat in hac invenire punctum, in quo data objecti longitudo appareat maxima.*

XXI. *Data ſit objecti alicujus longitudo, extraq́; eam lineam infinita non parallela; quæritur in quo hujus recta puncto maxima appareat data longitudo.*

XXII. *Iiſdem poſitis dato puncto quantumvis remoto à maxima apparentia loco, reperire ad partem alteram punctum, in quo data longitudo apparet æque magna, ac in dato puncto quantumvis remoto, à maxima apparentia loco.*

XXIII. *Iiſdem poſitis ac conſtructis, quæ in duabus præcedentibus; ſi data longitudo ſit perpendicularis ad lineam infinitam extra eam, data longitudo in duobus locis apparet maxima: & dari poſſunt infinita puncta ad unam rectam, in quibus appareat æquè magna tribus diverſis locis, ac apparebat in puncto, in præcedente propoſitione dato.*

XXIV. *Cur parallela longitudines oculo inter eas poſito, ſenſim coire videantur.*

XXV. *Plana horizontalia infrà oculum poſita videntur in fine attolli, poſita ſupra oculum deprimi: & terminum elevationis ac depreſſionis eſt recta linea per oculum horizonti parallela.*

XXV. *Templorum frontiſpicia ac turres ad perpendiculum extructa, propè aſpectanti videntur antrorſum inclinare.*

XXVI. *Subtenſa in circulo per totum ſegmenti arcum, diameter verò per totam circuli circumferentiam æqualis apparet.*

XXVII. *Recta circulo inſcripta per totam peripheriam circumducta, ſemper æquè magna apparet oculo in aliquo peripheria puncto perſiſtenti.*

XXVIII. *Forma theatris aptiſſima, eſt circuli ſegmentum, in quo arcus ſpectatoribus, ſubtenſa ſpectaculis tribuitur.*

XXIX. *Fieri poteſt ut ad objectum per ſpatium longiſſimum accedas, vel recedas, & tamen æquè magnum ſemper appareat.*

XXX. *Quævis arcus maximi in cælo circuli, duplò major apparet in terrâ quam in cælo.*

XXXI. *Datur locus quem videri totum eſt impoſſibile.*

XXXII. *Diameter ſphæra per totam ſphæra ſuperficiem æqualis cernitur.*

XXXIII. *Maximus ſphæra circulus per totam ſphæra ſuperficiem æqualis apparet.*

XXXIV. *Circuli quantumvis obliquè viſi, omnes diametri æquales apparent ex diſtantia a centro, qua ſemidiametro ſit æqualis. Non tamen circulus eo caſu apparet ut circulus directe ſpectatus.*

XXXV. *Circulus obliquè viſus ex diſtantiâ à centro majore vel minore quam ſemidiameter apparet alterâ parte longior: non tamen ut ellipſis directè ſpectatâ.*

XXXVI. *Quemadmodum circulus quantumvis obliquè viſus, numquam apparet ut ellipſis, ita nec ellipſis quantumvis ſpectetur obliquè apparebit unquam ut circulus directè ſpectatus.*

XXXVII. *Quò longius abes à ſphærâ, eò majorem partem conſpicies; eò minorem quò propius, ſed quò pars conſpecta fuerit major, eò apparebit minor, quò minor eò major apparebit.*

XXXVIII. *Sphæra pupillâ minoris dimidium videri nequit oculo uno: videbitur autem dimidium, ſi pupilla æqualis fuerit, & plus quàm dimidium, ſi major;*

XXXIX. *Cùm ſphæræ diameter major eſt utriuſq́; oculi intervallo, ne quidem utroque oculo hemiſphærium integrum videri poteſt: poteſt autem ſi ſphæræ diameter ſit intervallo oculorum par, & pluſquam hemiſphærium ſi minor.*

XL. *Sol plus illuminat quàm dimidium terra, Luna minus dimidio. Fieri poteſt ut Luna numquam minor portio illuminetur quàm dum nobis apparet plena. Sol numquam minorem terra partem illuminat quam æſtate mediâ, numquam majorem quam media hyeme.*

XLI. *Cylindro & oculo poſitione datis, portionem Cylindri uno oculo viſam exhibere.*

XLII. *Detur conus quiſpiam, cui alter ſit oppoſitus ad verticem, uterq́; infinitus, ſi oculus ponatur in quovis puncto ſuperficiei coni oppoſiti, vel quovis puncto intra eam, ſpectabitur totus conus datus.*

XLIII. *Cono atque oculo poſitione datis, portionem coni uno oculo viſam exhibere.*

XLIV. *Per coni verticem ducatur recta utrimque infinita, baſi non æqui diſtans, oculus incedens per dictam infinitam, ab una a vertice coni parte, eamdem ſemper portionem coni intuebitur, incedens vero per partem alteram ſpectabit ſemper portionem qua complementum eſt prioris.*

XLV. *Si oculus fuerit infra lineam qua per coni verticem ducitur baſi parallela, quò radius ab oculo ad coni verticem emiſſus, majorem cum axe angulum effecerit, eò plus de cono intuebitur. Si autem fuerit ſuprà parallelam & extra conum oppoſitum, quò radius ab oculo ductus ad verticem, cum axe producto majorem fecerit angulum, eò ſpectabit de cono minus.*

XLVI. *Oculus à cono recedens per lineam baſi parallelam infrà verticem, quò recedit longius, eò plus de cono intuebitur, eò autem minus quò recedet longius per baſi parallelam ſupra verticem.*

XLVII. *Oculus à cono dato versùs conum ſibi oppoſitum*

*tum aſcendens, quò aſcenderit altius, eò plus de cono dato intuebitur.*

XLVIII. *Datæ ſint duæ hyperbolæ oppoſitæ, ex quarum centro ſit erecta perpendiculariter recta quæpiam potens quartam partem figuræ: hyperbolæ quantumcumque productæ atque ab invicem divaricatæ, ſi conſpiciantur ex termino dictæ rectæ potentis quartam partem figuræ, æquidiſtantes apparebunt.*

XLIX. *Phaſes Lunæ exponere.*

# OPTICÆ

# LIBER II.

## DE PERSPECTIVA.

## SIVE PROJECTIONIS SCENOGRAPHICÆ THEORIA ET PRAXI.

### CAPUT I.

Definitiones & hypotheſes ponuntur & explicantur.

### CAPUT II.

Projectionis Scenographicæ Theoria.

Prop. I. R*Ei projectio, ſive imago in vitro expreſſa eodem modo apparet quo res ipſa.*

II. *Omnium directarum linearum interſe parallelarum, ſive infrà oculum, ſive ſuprà exiſtentium imagines concurrunt in eo vitri puncto, in quo linea ab oculo directæ ipſis æquidiſtans vitrum ſecat.*

III. *Si à puncto diſtantiæ ducatur in plano horizontali recta directæ parallela occurrens ſectioni, & ex puncto occurſus in vitro ducatur perpendicularis ad ſectionem & æqualis altitudini oculi, extremum ejus punctum erit in centro projectionis.*

IV. *Directarum perpendicularium imagines ad reliquas radialium partes, eam habent proportionem, quam directa ipſa ad diſtantiam oculi.*

V. *Directarum obliquarum tam ſuprà quàm infrà oculum exiſtentium imagines, ita ſe habent ad reliquas radialium partes, ut diſtantia extremi puncti directæ à vitro, ad diſtantiam oculi à vitro.*

VI. *Altitudo vera eſt ad apparentem, ut diſtantia ejuſdem à ſectione, cum diſtantiâ oculi, ad diſtantiam oculi.*

### CAPUT III.

Projectionum Scenographicarum Praxis.

VII. P*Avimenti projectio.*

VIII. *Planorum lateraliter erectorum & tabulati projectio.*

IX. *Directarum longitudinum projectio.*

X. *Intervallorum tranſverſis lineis contentorum projectio.*

XI. *Intervalla tranſverſis lineis contenta aliter projicere.*

XII. *Projectio lapidum pavimenti.*

XIII. *Porticum nullis datis ſcenographicè delineare in tabulâ aut plano dato.*

XIV. *Cujuſvis planæ ſuperficiei perſpectivam deſcribere.*

XV. *Cujuſcumque ſolidi perſpectivam delineare.*

XVI. *Datæ projectionis centrum invenire.*

XVII. *Ex data oculi diſtantiâ à ſectione, rei projectæ longitudinem invenire.*

XVIII. *Ex datâ longitudine rei projectæ, diſtantiam oculi à ſectione invenire.*

XIX. *Efficere ut data porticus duplo, imo decuplo appareat longior quam ſit.*

XX. *Projectio ſcenographica in planum ſuprà oculum horizonti parallelum.*

### CAPUT IV.

De Projectionibus monſtroſis.

XXI. D*Emonſtratur quomodo recta quæpiam in partes quotcumque & qualeſcumque ſecta & ad planum ſubjectum projectionis recta tota cum ſuis partibus projiciatur, datis altitudine oculi & diſtantiâ.*

XXII. *Demonſtratur quomodo parallelogrammum aliquod rectangulum dato plano rectum, in minora ſectum parallelogramma, ſive cancellatum, totum cum ſingulis parallelogrammis minoribus projiciatur in datum planum, datis altitudine oculi & diſtantiâ.*

XXIII. *Datam lineam utcumque ſectam ex datâ diſtantiâ, in datam longitudinem cum ſuis partibus projicere.*

XXIV. *Datum parallelogrammum rectangulum in quotvis rectangula ſive quadrata ſectum, ex datâ diſtantiâ & ſitu in figuram datæ longitudinis projicere.*

XXV. *Monſtroſam in dato plano figuram delineare, quæ certo ſpectata loco, formoſa inſtar imaginis appareat.*

XXVI. *Datam imaginem in dati coni convexâ ſuperficie deformare & reformare.*

XXVII. *Imaginem datam in convexâ ſuperficie conicâ, aliter ita deformare, ut ex certo puncto reformata appareat.*

XXVIII. *Datam imaginem in concavâ coni ſuperficie deformare & reformare.*

# OPTICÆ

# LIBER III.

## DE PROJECTIONE ASTRONOMICA.

### CAPUT I.

Exponitur ac demonſtratur artificium generale projectionis Aſtronomicæ oculo in ſphæræ ſuperficie conſtituto.

Prop. I. H*Emiſphærij oculo oppoſiti projectura eſt maximus ſphæræ circulus in projectionis plano exiſtens, circa hunc verò undequaque in infinitum extenditur projectura hemiſphærij oculum continentis.*

II. *Linea recta per oculum tranſiens projicitur in punctum, in quo occurrit plano projectionis.*

III. *Circuli maximi per oculum tranſeuntis medietas oculo oppoſita, projicitur in ſuam & ſphæræ diame-*

# OPTICÆ

*trum medietas verò altera in rectas ad utramque diametri partem infinitè extenſas.*

IV. *Circuli maximi per oculum tranſeuntis, & graduum ejus projecturas deſcribere.*

V. *Circuli projectionis plano paralleli projectura circulus eſt, cujus centrum idem eſt cum centro ſphæræ, in quod primitivi circuli centrum projicitur, & partes projecturæ ſunt primitivi circuli partibus proportionales.*

VI. *Dati in ſphærâ circuli projectionis plano paralleli, & in partes, ſeu gradus ſecti projecturam deſcribere.*

VII. *Circuli ad projectionis planum non paralleli projectura etiam circulus eſt, cujus centrum diverſum à puncto in quod primitivi circuli centrum projicitur.*

VIII. *Situm obliqui in ſphærâ circuli determinare.*

IX. *Dati in ſphærâ circuli ad planum projectionis non paralleli ejuſque centri ac polorum projecturam deſcribere.*

X. *Projecturas graduum maximi in ſphærâ circuli ad projectionis planum non paralleli, deſcribere.*

XI. *Projecturas graduum non maximi in ſphærâ circuli & ad projectionis planum non paralleli deſcribere.*

## CAPUT II.

Projectio ſphæræ in planum æquatoris oculo in alterutro polorum conſtituto; ſive deſcriptio Aſtrolabij Polaris ad datam altitudinem poli.

XII. M*Eridianum loci, cæteroſque meridianos & horarios circulos in planum projicere.*

XIII. *Æquatorem, Tropicos, & Eclipticam ejuſque polos projicere.*

XIV. *Horizontem obliquum datum cum ſuo polo, ſive Zenith, & circulos altitudinum horizonti parallelos projicere.*

XV. *Gradus tam obliqui horizontis dati, quam Eclipticæ projicere.*

XVI. *Circulos Azimutales, ſeu Verticales projicere.*

XVII. *Circulum crepuſculinum projicere.*

XVIII. *Stellas fixas projicere.*

XIX. *Planiſphærium, ſeu Aſtrolabium polare ad datam poli altitudinem conſtruere.*

## CAPUT III.

Uſus Aſtrolabij Polaris ad datam poli altitudinem conſtructi.

XX. S*Tellæ & puncta graduum Eclipticæ, licet diurno motu circumferantur, in Rete proportionaliter ad diurnum tali motum circumacti puncta ſemper eadem projiciuntur.*

XXI. *Si rete Aſtrolabij ab ortu per meridiem in occidentem circumagatur, motus diurnus cæli & omnium aſtrorum repræſentabitur.*

XXII. *Qua horâ ſol oriatur & occidat, item diei ac noctis quantitatem quotidie invenire.*

XXIII. *Quantitatem diei longiſſimi ac breviſſimi invenire.*

XXIV. *Reperire anni diem qua ſol dato tempore orjatur vel occidat.*

XXV. *Qua plagâ horizontis ſol oriatur & occidat quotidie, invenire,*

XXVI. *Ortum & occaſum ſolis Borealiſſimum & Auſtraliſſimum invenire.*

XXVII. *Diem anni reperire qua ſol in datâ horizontis plagâ oriatur vel occidat.*

XXVIII. *Qua horâ quotidie crepuſcula incipiant manè, veſperi finiantur; durationem quoque atque omnem earum varietatem cognoſcere.*

XXIX. *Aſcenſionem rectam dati Eclipticæ puncti, ſive gradum Æquatoris qui cum dato Eclipticæ puncto Horizontem rectum & meridianum attingit, invenire.*

XXX. *Obliquam dati Eclipticæ puncti aſcenſionem & deſcenſionem, ſive quis gradus Æquatoris cum dato Eclipticæ puncto ſupra horizontem obliquum aſcendat invenire.*

XXXI. *Aſcenſionem rectam Solis, ſive cum quo gradu Æquatoris Sol ad horizontem rectum ac meridianum appellat, quolibet anni die reperire.*

XXXII. *Obliquam aſcenſionem ac deſcenſionem Solis quolibet anni die inquirere.*

XXXIII. *Aſcenſionum & deſcenſionum proprietates per Aſtrolabium explicare.*

XXXIV. *Altitudinem Solis meridianam, ejuſque declinationem ab Æquatore quolibet anni die invenire.*

XXXV. *Aſcenſionem rectam cujuſvis ſtellæ in Aſtrolabio deſcriptæ, ſive cum quo Æquatoris gradu illa ad horizontem rectum & meridianum appellat, invenire.*

XXXVI. *Cujuſvis ſtellæ in Aſtrolabio deſcriptæ aſcenſionem ac deſcenſionem obliquam, ſive cum quo Æquatoris puncto ſupra horizontem obliquum aſcendat ac deſcendat invenire.*

XXXVII. *Stellæ cujuſlibet in Aſtrolabio deſcriptæ altitudinem meridianam & declinationem invenire.*

XXXVIII. *Qua hora ſtella quælibet in Aſtrolabio ſignata dato anni die oriatur, culminet, occidat.*

XXXIX. *Qua horizontis plaga ſtellæ in Aſtrolabio notatæ oriantur & occidant.*

XL. *Cum quo gradu Zodiaci ſtellæ oriantur, culminent, occidant reperire.*

XLI. *Quo anni die ſtellæ in Aſtrolabio deſcriptæ coſmicè oriantur & occidant invenire.*

XLII. *Quo anni die ſtellæ in Aſtrolabio notatæ acronicè oriantur & occidant invenire.*

XLIII. *Quo anni die ſtellæ in Aſtrolabio ſignatæ heliacè oriantur & occidant, reperire.*

XLIV. *Quæ ſtellæ numquam occidant, quæ per Zenith quotidie pertranſeant, quæ præcisè ad horizontem uſque aſcendant, ex Aſtrolabio cognoſcere.*

XLV. *Quovis momento Aſtrolabium cælo conformare.*

XLVI. *Aſtrolabio ad cælum conformato quam multa ſimul conſpectu exhibeantur.*

XLVII. *Horam interdiu ex Sole cognoſcere.*

XLVIII. *Horam noctu ex ſtellis cognoſcere.*

XLIX. *Altitudines Solis ſuprà horizontem ad ſingulas horas & momenta quolibet anni die reperire.*

L. *Quantum murus ab Ortu vel Occaſu versùs Auſtrum vel Aquilonem declinet cognoſcere.*

LI. *Horologium ſolare debito ſitu collocare, quamvis linea meridiana non habeatur.*

LII. *Aſtrolabium particulare hactenus explicatum, quoad pleroſque uſus Catholicum efficere.*

### CAPUT IV.

Projectio ſphæræ in planum Coluri Solſtitiorum, oculo in principio Arietis vel Libræ conſtituto.

LIII. *Colurum Æquinoctiorum, Æquatorem, Parallelos, ac Meridianos, projicere.*

LIV. *Tropicos, Polares circulos, & Eclipticam projicere.*

LV. *Ecliptica gradus ac ſigna & ſignorum parallelos projicere.*

LVI. *Horizontem ad datam poli altitudinem projicere, & in gradus diſtribuere.*

LVII. *Circulos longitudinum, & Parallelos Ecliptica projicere.*

LVIII. *Verticales & horizonti Parallelos projicere.*

LIX. *Aſtrolabium Æquinoctialo catholicum conſtruere.*

*Unum atque alterum ſpecimen uſus ejus.*

### CAPUT V.

LX. *Sphæram projicere oculo in Zenith conſtituto.*

### CAPUT VI.

Projectionis ortographicæ fundamenta.

LXI. *Linea recta ad projectionis planum perpendicularis projicitur in punctum quo ipſa planum ſecat.*

LXII. *Recta linea projectionis plano non perpendicularis projicitur in rectam, à perpendicularibus extremis in plano projectionis comprehenſam.*

LXIII. *Projectura data recta maxima eſt, cùm fuerit plano projectionis parallela.*

LXIV. *Plana ſuperficies ad projectionis planum recta projicitur in rectam lineam qua projectionis planum ſecat.*

LXV. *Circulum plano projectionis rectum cum ſuis gradibus orthographice projicere.*

LXVI. *Circulus projectionis plano parallelus in æqualem ſibi circulum projicitur; obliquus in Ellipſim.*

LXVII. *Circulum projectionis plano non parallelum cum ſuis gradibus orthographicè projicere.*

LXVIII. *Ellipſis projicitur in Ellipſim; ſed uno caſu in circulum.*

### CAPUT VII.

Orthographica projectio ſphæræ in planum Coluri Solſtitiorum.

LXIX. *Colurum Æquinoctiorum, Horizontem quemcumque, Æquatorem, Tropicos, Polares Eclipticam ortographice projicere.*

LXX. *Parallelos ſignorum & graduum Ecliptica projicere.*

LXXI. *Parallelos per ſingulos Coluri, & meridianos per ſingulos Æquatoris gradus projicere.*

LXXII. *Horarios circulos projicere.*

LXXIII. *Circulos Almucantarath, Crepuſculi, & Verticales projicere.*

LXXIV. *Stellas orthographicè projicere.*

LXXV. *Aſtrolabium univerſale orthographicum conſtruere.*

*Aliquot ſpecimina uſus hujus organi.*

---

# ELENCHUS PROPOSITIONUM CATOPTRICÆ.

## LIBER I.

## DE FUNDAMENTIS CATOPTRICÆ.

Prop. I. *Radius in quamvis ſuperficiem perpendiculariter incidens, in ſeipſum reflectitur.*

II. *Planum projectionis ad ſpeculum quodcumque rectum eſt.*

III. *Ad planam ſuperficiem anguli incidentiæ & reflexionis æquales ſunt.*

IV. *Non ſolum ad planam ſuperficiem, ſed etiam ad ſphæricam tam convexam quam concavam, radius incidens & reflexus, cum reflectente lineâ conſtituunt æquales angulos.*

V. *Cùm ſuperficies curva (ſive convexa ea ſit ſive concava) eſt ejuſmodi ut æquales ad reflectentem lineam anguli ſint impoſſibiles, reflexio fit per æquales ad tangentem angulos.*

VI. *Ad planam ſuperficiem reflexio à puncto dato in punctum datum, breviſſimâ fit viâ.*

VII. *Etiam ad convexam quamcumque ſuperficiem, reflexio à puncto dato in punctum datum breviſſimâ fit viâ.*

VIII. *Ad concavam ſuperficiem ſphæricam reflexio à puncto in punctum via fieri poteſt longiſſimâ.*

IX. *In planam quampiam ſuperficiem incidat ex puncto aliquo ſpecies, ſive lux ſub figurâ quacumque, quæ reflectatur per viam ſolidam. In peripheria baſis incidentiæ, ſume quodvis punctum, per quod & per punctum ex quo propagatur ſpecies: ſeca ſolidam reflexionis viam plano ad ſuperficiem in quam ſpecies incidit recto. Dico in via ſolida ſuperficie gigni, lineas quæ cum lineâ, ex eâdem ſectione in plano reflectente genitâ faciant æquales angulos.*

X. *Quæ hactenus demonſtrata ſunt de ſuperficiebus æquabiliter extenſis, tam planis, quam curvis, cujuſcumodi ſunt Sphærica, Conica, Cylindrica, Elliptica, Parabolica, Hyperbolica & aliæ infinitæ, eadem omnia particulis ſuperficierum aſperarum conveniunt.*

 XI.

XI. *Radius obliquè in quodvis ſpeculum incidens, ad majoris anguli partes reflectitur, ultra perpendicularem, ex incidentia puncto erectam.*

XII. *Punctum reflexionis in quovis ſpeculo exiſtet, inter incidentia ac reflexionis perpendicula.*

XIII. *In ſpeculo quocumque angulus ab radio incidente & reflexo comprehenſus ſecatur biſariam ab eâ qua ad reflexionis punctum perpendicularis eſt ſpeculo.*

XIV. *Ab uno ſpeculi cujuſvis puncto non poſſunt reflecti duo radij ad punctum unum.*

XV. *Radius unus in ſpeculo quocumq; non reflectitur in duo puncta.*

XVI. *In planis & convexis ſpeculis non poſſunt ex puncto uno duo radij reflecti ad punctum unum. Sive non poſſunt duo puncta reflecti ad invicem a pluribus ſpeculi plani aut convexi punctis, quam ab uno.*

XVII. *In planis & convexis ſpeculis, ſi plura puncta ad unam incidentia Cathetum exiſtentia ad unum viſum reflectantur, punctum à ſpeculo remotius reflectetur a ſpeculi puncto diſtante minus à viſu, quam punctum a quo reflectitur punctum ſpeculo vicinius.*

XVIII. *In planis & convexis ſpeculis ſi linea cujuſpiam extremitates reflectantur ad viſum a ſpeculi duobus punctis, tota linea reflectetur ad viſum, à tota lineâ rectâ qua inter dicta puncta interjicitur.*

XIX. *In omni ſpeculo plano ac convexo recta linea ad ſpeculum perpendicularis eſt imaginis ſua in directum.*

XX. *In omni ſpeculo plano & convexo unumquodque punctum objecti, apparet in ſuâ Catheto incidentia.*

XXI. *In omni ſpeculo, objecti punctum unumquodque apparet in radio reflexo.*

XXII. *In omni ſpeculo plano & convexo objecti punctum unumquodq; non alibi apparet, quàm in concurſu radij reflexi cum catheto incidentia.*

# CATOPTRICÆ

## LIBER II.

### DE PLANIS SPECULIS.

#### *AFFECTIONES PRIMÆ PLANORUM SPECULORUM.*

Prop. I. *IN planis ſpeculis unius objecti tantùm una eſt imago, non ſolùm reſpectu unius oculi, ſed etiam utriuſque.*

II. *Objectum eo poſt planum ſpeculum apparet intervallo, quo diſtat ante ſpeculum.*

III. *In plano ſpeculo deſtantia imaginis ab oculo, via reflexionis aqualis eſt.*

IV. *Imagines in planis ſpeculis ſunt objectis aquales & ſimiles, & ſimiliter poſita.*

V. *In planis ſpeculis dextra apparent ſiniſtra & contra.*

VI. *Objecti plano ſpeculo perpendiculariter obverſi, punctum ſpeculo vicinius apparet etiam vicinius poſt ſpeculum, quàm punctum objecti remotius.*

VII. *In plano ſpeculo ad angulum ſemirectum inclinato, teipſum videbis horizonti parallelum.*

VIII. *Fieri poteſt ut in plano ſpeculo teipſum quaſi volantem conſpicias.*

IX. *In ſpeculo ad angulum ſemirectum inclinato, objecta quavis ſuprà terram erecta, apparent terræ parallela.*

X. *In plano ſpeculo ad angulum ſemirectum inclinato, oculo infra ejus planum conſtituto ſuperficies terra apparet perpendiculariter erecta surſum, oculo autem ſupra ſpeculi planum exiſtenti cælum & laquearia apparent erecta deorſum.*

XI. *In duobus planis ſpeculis videbis teipſum in oppoſitas partes eodem tempore moveri.*

XII. *In reflexione planâ perpendicula incidentia ſunt ipſorum a reflexionis puncto intervallis proportionales.*

XIII. *Datis puncto, oculo, lineâ rectâ reflectente, punctum reflexionis invenire.*

XIV. *Partem plani ſpeculi reflectentem determinare.*

XV. *Radij à plano ſpeculo in unum punctum reflexi, ſi poſt ſpeculum producantur, concurrunt cum perpendiculo incidentia in eodem puncto.*

XVI. *Radij a ſuperficie plano ſpeculo parallelâ incidentes, ſuis quiq; reflexis ſunt proportionales.*

XVII. *Cum longitudo plano ſpeculo parallela, ad unum punctum reflectitur, linea reflectens ad ipſam eam habet proportionem, quam radius quilibet reflexus ad ſuam reflexionis viam.*

XVIII. *Cùm ſpecies ſuperficiei plano ſpeculo parallela, ad unum punctum reflectitur, proportio ſuperficiei reflectentis, ad ipſam eſt duplicata proportionis, quam habet radius quivis reflexus ad reflexionis viam.*

XIX. *Vt in plano ſpeculo teipſum a vertice ad pedes contemplari poſſis, ejus longitudo debet eſſe tua dimidia.*

XX. *Longitudines etiam aliorum objectorum plano ſpeculo parallelorum, & aqualem cum oculo diſtanciam a ſpeculo habentium, ut tota apparere poſſint in ſpeculo, debet hujus longitudo eſſe illarum dimidio.*

XXI. *Cùm teipſum aliaq; objecta ſpeculo parallela, & eodem intervallo diſſita, quo tu, tota vides in ſpeculo, portio ſpecularis reflectens objecti ſubquadrupla eſt.*

XXII. *Cùm teipſum in aliquo ſpeculo vides pracisè totum, ſive accedas, ſive recedas, perges te ſemper totum videre.*

*Pari modo ſi objecta, qua tecum aqualiter à ſpeculo remota vides tota, tecum accedant vel recedant, perges ſemper videre tota.*

XXIII. *Ponatur objectum pracisè totum ab oculo videri in ſpeculo. Si objectum manente oculo propius ad ſpeculum parallelè admoveatur, deſinet videri totum ab oculo; & quò erit propinquius, eo pars ejus videbitur minor: ſemper tamen major dimidiâ longitudinis, & major quam quartâ ſuperficiei.*

XXIV. *Iiſdem poſitu, qua in pracedenti: Si oculo manente objectum longiùs removeatur, poterit in eodem ſpeculo apparere totum licet augeretur in infinitum.*

XXV. *Ejuſdem determinati ſpeculi objectum adaquatum, ſi objecti augeatur diſtantia, fit quocumque dato majus; imminutâ verò diſtantiâ etiam ipſum minuitur quidem, ſemper tamen manet ſpeculo majus.*

XXVI. *Datis oculo, ſpeculo, & objecti longitudine, qua longitudine ſpeculi ſit major; locum reperire in quo longitudo data fiat objectum ſpeculi adaquatum in longitudinem.*

#### DE REFLEXIONE AD MULTA PLANA.

XXVII. *Planis quotcumque poſitione datis, dato quo-*

Digitized by Google

*quoque reflexionis principio ac termino, puncta reflexionis invenire.*

XXVIII. *Diſtantia apparens objecti per reflexionem ad unum vel plura ſpecula plana viſi, toti via reflexionis aequalis eſt.*

XXIX. *Cùm res per plures reflexiones cernitur dextra apparent ſiniſtra, ſi numerus reflexionum eſt impar, ſi autem par fuerit dextra apparent dextra.*

XXX. *Si in polygono quocumq; ordinato, ex lateris alicujus medio puncto objecti ſpecies, aut pila quapiam dirigatur, in lateris vicini medium punctum, ad omnia latera polygoni reflexa, redibit in punctum idem, eritq; reflexionis via polygonum ſimile ordinatum priori inſcriptum.*

XXXI. *Oculo & objecto poſitione datis, datum numerum ſpeculorum ita diſponere, ut objectum ad omnia ſpecula reflexum in uno ſpeculo videatur.*

XXXII. *Oculo & objecto poſitione datis efficere, ut diſtantia imaginis ab oculo ſit multiplex, ad libitum diſtantiae datae oculi ab objecto.*

*PLANORUM SPECULORUM AEQUIDISTANTIUM AFFECTIONES.*

XXXIII. *Si duo plana ſpecula ſibi fuerint parallelâ; in ſingulis apparent unius objecti inter ſpecula conſtituti duae ſeries rectae imaginum infinitarum in longitudinem infinitam excreſcentes.*

XXXIV. *Iiſdem poſitis dico quamlibet imaginum ſupradictarum tanto intervallo diſtare ab oculo, quanta eſt tota via reflexionis ſuae.*

XXXV. *Iiſdem poſitis ſtet loco quopiam homo facie converſus ad ſpeculum quod intueatur: oſtenditur ubi imagines ſint futurae converſae ad oculum, ubi averſae; ſive ubi apparitura ſit facies, ubi tergum.*

XXXVI. *Iiſdem poſitis oſtenditur quae facies ſint futurae converſae ad invicem, quae averſae.*

XXXVII. *Iiſdem poſitis, oſtenditur quid accidat ſi objectum moveatur verſùs unum ſpeculum.*

*AFFECTIONES PLANORUM SPECULORUM INCLINATORUM SIVE DE REFLEXIONE INTRA ANGULUM.*

XXXVIII. *Intra rectum angulum vel obtuſum plures fieri reflexiones non poſſunt quam duae.*

XXXIX. *In duobus planis ſpeculis ad angulum rectum conſtitutis ſi oculus exiſtat extra rectam lineam, quae ab anguli vertice ducitur per punctum objecti datum, ſemper tres puncti dati imagines apparent, & non plures.*

XL. *In duobus planis ſpeculis ad angulum rectum poſitis, ſi oculus exiſtat in rectâ per verticem & punctum datum tranſeunte duae ſolùm poſſunt puncti imagines apparere.*

XLI. *Acuto angulo & binis intra eum punctis poſitione datis, maximum numerum reflexionum, quibus puncta ad invicem poſſunt reflecti, cùm primus radius in latus ſiniſtrum incidit, invenire.*

XLII. *Iiſdem poſitis, quae in praecedenti, invenire maximum reflexionum numerum primâ incidentiâ factâ in latus anguli dexterum.*

XLIII. *Intra acutum angulum punctis poſitione datis, datum reperire numerum reflexionum, ſed maximo minorem.*

XLIV. *Duo plana ſpecula ſe mutuò tangant ſub angulo acuto, cujus latera ultra verticem ſint producta infinitè; intra angulum ſit poſitione datum alicujus objecti punctum: oculus autem intra angulum ſit ubivis.*

*Oporteat demonſtrare quot in binis hiſce ſpeculis puncti dati imagines appareant: item loca imaginum, & quot ſingula reflexionibus videantur exhibere.*

XLV. *Pilam in anguli acuti latus ita ex puncto intra angulum dato immittere, ut per datum numerum reflexionum, qui maximo non ſit major ad punctum idem redeat.*

XLVI. *Pilam ex puncto intra acutum angulum dato in latus anguli ita dirigere, ut poſt aliquot reflectiones verſus anguli verticem peractas eadem viâ regrediatur.*

# CATOPTRICAE

## LIBER III.

### De ſpeculis curvis.

*CONVEXORUM SPHAERICORUM AFFECTIONES PRAECIPUAE.*

Prop. I. *IN ſpeculis ſphaericis convexis unius objecti, uni viſui apparet imago tantùm una.*

II. *Sola portio ſphaerae conſpicua radios ſibi incidentes poteſt ad oculum reflectere.*

III. *Cathetus infinita portioni conſpicuae ſpecularis ſphaerae inſiſtens apparet intra ſphaeram tota, & minor quartâ parte diametri.*

IV. V. VI. *Sphaera ſpecularis per oculum & centrum ſecta reflexionis plano exhibeat circulum reflectentem, cujus ac ſphaerae idem ſit centrum, eumq; tangant ducta ab oculo recta infinita. Eumdem circulum ex oculo ita ſecet recta quapiam, ut intercepta inter circulum ſit aequalis ſphaerae radio, ſive lateri hexagoni; deinde in arcus abſciſſi punctum quodvis incidat cathetus infinita tangentem ſecans.*

*Oſtenditur quae catheti partes appareant, quae non appareant, quae intra, quae extra ſpeculum appareant, quae cathetus omnino non appareat.*

VII. *Quae objecta intra ſpecularem ſphaeram appareant, quae extra, determinare.*

VIII. *Quò puncta in eadem catheto exiſtentia à ſpeculo diſtant longiùs, eò imagines ipſorum ad ſpeculi centrum propiùs accedunt, nullius tamen objecti quantumlibet diſtantis imago ad quartam diametri partem ſpeculi ſphaeram ingreditur.*

IX. *Limitem imaginum intra convexum ſpeculum aſſignare.*

X. *Curres in convexis ſpeculis parva appareant.*

XI. *Cur recta in ſpeculis convexis curva appareant.*

XII. *Data ſint duo puncta quaecumque a ſpeculo ſphaerico ſive convexo, ſive concavo ad ſe mutuo reflexo, ſi illis tamquam polis deſcribatur Ellipſis ſpeculi circulum contingens: Dico reflexionis punctum idem eſſe quod contactus.*

*AFFECTIONES PRAECIPUAE SPHAERICORUM CONCAVORUM.*

XIII. *Oſtenditur quando duo puncta poſitione data intra datum circulum, à dato peripheriae puncto reflectantur ad invicem; quando non reflectantur.*

# CATOPTRICÆ LIBER III.


XIV. *Centrum ſphara à totâ ſuperficie ſpharicâ in ſeipſum reflectitur.*

XV. XVI. XVII. XVIII. XIX. XX. XXI. *Sit ſpeculi cavi ſpharici circulus maximus quiſcumque, in cujus diametro ſint puncta duo aqualiter aut inequaliter à centro diſtantia; demonſtratur quibus & quot locu ad invicem in dicto circulo reflecti poſſint data puncta; & à quibus reflecti non poſſint.*

XXII. *Longitudo perpendicularıter inſiſtens ſpeculo cavo ſpharico, apparet poſt ſpeculum infinitè longa, quamvis ipſa neceſſario ſemper radio ſpeculi minor exiſtat.*

XXIII. *Res ante ſpeculum diſtantes intervallo minore quàm radij, apparent diſtare poſt ſpeculum intervallo quantumvis magno.*

XXIV. *Cur objecta in cavis ſpeculis tam prodigioſa magnitudinis appareant.*

XXV. *Imaginum poſt cava ſpecula apparentium partes ordinatim reſpondent partibus quas repraſentant.*

XXVI. *Oſtenditur qui fieri poſſit ut linea finita imago ſit infinita in ſpeculo cavo ſpharico.*

XXVII. *Poteſt imago extra cavum ſpeculum prodire uſque ad ipſum oculum.*

XXVIII. *Res ultra centrum cavi ſpeculi conſtituta, ſi etiam viſus ultra centrum exiſtat, ſemper apparent inter centrum ac ſpeculum & ſitu inverſo.*

XXIX. *Si viſus exiſtat inter centrum ac ſpeculum, objecta ultra centrum conſtituta, quandoq; apparent inter centrum ac ſpeculum ſitu inverſo, quandoque poſt ſpeculum ſed ſitu erecto.*

XXX. *In cavis ſpeculis imago ſubinde apparet extra concurſum radij reflexi cum catheto incidentia.*

*DE SPECVLIS VSTORIIS.*

XXXI. *In cavam ſphara portionem gradibus 120 minorem radius incidens axi parallelus poſt reflexionem axi occurrit inter centrum & verticem portionis.*

XXXII. *Inter radios axi parallelos in cavam portionem ſphara minorem gradibus 120 incidentes, qui axi propinquior eſt, is majorem axis partem reflexus abſcindet quàm remotior; ſemper tamen minorem radij ſemiſſe.*

XXXIII. *Portio cava ſphara 18 graduum, omnes radios ſibi incidentes axi parallelos reflectit in ſpatiolum lineare minus parte centeſimâ ſexageſimâ radij quod à puncto biſectionis radij ad verticem portionis porrigitur.*

XXXIV. *Specula cava ſpharica Soli expoſita circa punctum quo radius biſecatur, ignem accendunt.*

XXXV. *Euclidis & veterum error circa focum ſpeculi cavi ſpharici.*

XXXVI. *Portio cava conoidis parabolica omnes radios ſibi incidentes axi parallelos reflectit in axis punctum diſtans a vertice quartâ parte lateris recti; ubi proinde vehementiſſima uſtio.*

XXXVII. *Si flamma candela in foco cavi ſpeculi ſpharici vel parabolici collocetur, totum ſpeculum quaſi ardens apparebit, & lumen ad ſpatium longiſſimum reflectetur eâ intenſione, qua ad legendum ſufficiat.*

XXXVIII. *Poteſt reflexione lumen colligi ad diſtantiam a ſpeculo quantumvis magnam; non ſic tamen ut urat.*

XXXIX. *Sphæroïs cava radios omnes à polo uno egreſſos, in polum alterum reflectit.*

XL. *Conois hyperbolica convexa omnes radios tendentes in focum reflectit in conoidis oppoſita focum, & conois hyperbolicâ cava omnes radios tendentes in conoidis oppoſita focum, reflectit ad focum ſuum.*

XLI. *Cava conois hyperbolica urit non Soli expoſita, ſed igni.*

XLII. *Dantur ſpecula quorum focus ſit linea recta vel curva quacumque.*

XLIII. *Convexa conois parabolica, imo & ſphara convexa radios tendentes in focum axi parallelos reflectit.*


# ELENCHUS CAPITUM ARCHITECTURÆ MILITARIS.

## PARS I.

### De Munitione Regulari.


CAPUT I.

Architecturæ Militaris definitio, initia, progreſſus, perfectio.

CAPUT II.

Termini Architecturæ Militaris explicantur.

CAPUT III.

Munitionum Canones.

CAPUT IV.

Canones jam traditi declarantur.

CAPUT V.

Munimentorum Regularium conſtitutio.

CAPUT VI.

Munimentorum Regularium delineatio, in chartâ, & in campo.

CAPUT VII.

Termini orthographici explicantur.

CAPUT VIII.

Munimentorum orthographicæ dimenſiones deinceps terminantur, ac primo Valli, & Loricæ Vallo impoſitæ.

CAPUT IX.

Orthographia promuralis.

CAPUT X.

Foſſa.

CAPUT XI.

Lorica ſuburbana, & Via Tecta.

CAPUT XII.

Tabula Orthographica Munimentorum Regularium.


CA-

Digitized by Google

# ELENCHUS CAPITUM.


CAPUT XIII.

Munitionum externarum fabrica.

I. Propoſitio. *De Ravelino.*
II. Propoſitio. *De Mediâ Lunâ ſive Caſſide.*
III. Propoſitio. *De Opere Cornuto.*
IV. Propoſitio. *De Forcipulis.*
V. Propoſitio. *De Opere Coronato.*

PARS II.

De Munimentis Irregularibus.

CAPUT XIV.

Partes Munitionis Irregularis.

CAPUT XV.

Quomodo locus irregularis regulariter muniatur.

I. Problema. *Datum locum irregularem, propoſitum ſit regulariter munire.*

CAPUT XVI.

Quomodo locus irregularis habens angulos & latera apta irregulariter muniendus.

I. Problema. *Datus ſit locus irregularis, angulos & latera habens apta, quem oporteat irregulariter munire.*
II. Problema. *Idem aliter efficere.*
III. Problema. *Idem adhuc aliter efficere.*

CAPUT XVII.

Quomodo locus irregularis habens angulos & latera inepta, muniri debeat.

I. Problema. *Loci irregularis, angulos ineptos munire.*
II. Problema. *Loci irregularis, angulos externos munire.*
III. Problema. *Dati irregularis loci latera nimis longa, munire*
IV. Problema. *Dati loci irregularis latera nimis brevia, munire.*
V. Problema. *Urbes antiquas qui muniendæ.*

CAPUT XVIII.

Reliqua ad munitiones irregularium pertinentia.

PARS III.

De oppugnatione & defenſione.

CAPUT XIX.

De circumvallatione.

I. Propoſitio. *Caſtrorum diſpoſitio.*
II. Propoſitio. *De Lineis, vulgò Trencheis.*
III. Propoſitio. *Reductum ſive Turriculam extruere.*
IV. Propoſitio. *Stellam delineare.*
V. Propoſitio. *Caſtellum quadratum, dimidiata habens propugnacula delineare.*
VI. Propoſitio. *Caſtellum alterâ parte longius, cum dimidiatis propugnaculis delineare.*
VII. Propoſitio. *Aliud Caſtellum quadrilaterum cum dimidiatis propugnaculis, & duplici forcipe delineare.*
VIII. Propoſitio. *Caſtellum trilaterum cum dimidiatis propugnaculis delineare.*

CAPUT XX.

De ſuggeſtis tormentorum & acceſſibus.

I. Propoſitio. *Suggeſtum offenſivum & defenſivum extruere.*
II. Propoſitio. *Acceſſus, ſive Brachia ad locum oppugnationi deſtinatum dirigere.*

CAPUT XXI.

Perforatio Loricæ extimæ.

CAPUT XXII.

De aggere & vineâ.

CAPUT XXIII.

De Cuniculo.

CAPUT XXIV.

De defenſione.


# CYLINDRICORUM ET ANNULARIUM

## LIBER PRIMUS.

H*Ujus primi libri argumentum eſt Portio Cylindri non Circularis tantùm, ſed Elliptici etiam, Parabolici, Hyperbolici, quin etiam ex cujuſvis figuræ planæ recto ductu procreati. Ordinis gratiâ in quatuor partes diſtinguitur.*

## LIBER II.

S*Uperficies portionis abſciſſæ à Cylindro cujuſcumque figuræ planæ recto ductu procreato, hujus ſecundi libri argumentum erit; quem qui cum primo contulerit, mirabilem ac propè perpetuam inter portionem ſoliditatem & ſuperficiem analogiam reperiet.*

## LIBER III.

H*ic tandem aggredior potiſſimam operis hujus partem, annularia nimirum corpora non circularia tantùm, ſed Elliptica etiam, Parabolica, Hyperbolicaq; imò ex figura cujuſvis plana circulari ductu procreata. Hæc præcipuè conatus iſte noſter ſpectavit; atque horum maximè gratiâ priores libros conſcripſi. Quod enim portio per latus & baſis diametrum abſciſſa eſt in Cylindro, hoc in circulari annulo ſphæra genitoris circuli, in Elliptico, genitricis Ellipſeos, ſphæroïs in Parabolico & Hyperbolico, Parabola aut Hyperbola genitricis conoïs eſt.*

## LIBER IV.

A*B annulorum ſoliditate gradum facio ad ſuperficiem. Hic (quod ad Lectorem præfatus ſum) mirabilis annulares inter ſuperficies ac corpora hunc cum priori libro conferenti analogia ſeſe offeret. Quod ſi Archimedes tanti fecit Cylindrum inſcriptæ ſibi ſphæra non ſoliditate tantùm, ſed etiam ſuperficie ſeſquialteram eſſe, ut ejus inventi ſymbolum tumulo opponi ſuo voluerit; erit fortaſſe, quod in annulis admiremur magis, in quibus ſoliditatem inter ac ſuperficiem non una ſed multiplex, ac propè perpetua proprietatum analogia, ſubinde etiam abſoluta identitas reperietur.*

# CYLINDRICORUM ET ANNULARIUM:

## LIBER V.

### PARS I.

*Demonſtratur quamvis planam ſuperficiem, quocumque ſitu circa axem quovis, aut nullo ab ea diſtantem intervallo, in orbem ductam, producere rotundum ſolidum æquale ſolido recto, quod fit ab eâdem ſuperficie ductâ in altitudinem parem circumferentiæ à centro gravitatis deſcriptæ.*

### PARS II.

*Demonſtratur quamvis perimetrum, quocumque ſitu circa axem ab eo quomodocumque diſtantem, in orbem ductam, gignere rotundam ſuperficiem æqualem ſuperficiei rectæ, quæ fit ab eâdem perimetro, ductâ in altitudinem æqualem circumferentiæ à gravitatis centro deſcriptæ.*

### PARS III.

*Corporum rotundorum à Parabola genitorum affectiones quædam illuſtriores deducuntur.*

### PARS IV.

*Viæ multiplices ac novæ ad circuli quadraturam.*

### PARS V.

*Solido annulari ab Hyperbola genito ſphæra exhibetur æqualis. Hinc nova ad Hyperbolæ quadraturam via aperiuntur; & reperitur ſphæra æqualis integro annulo, producto à figura, quæ ex ſegmento circuli, & ſegmento Hyperbolæ compoſita eſt. Deinde Cylindri Hyperbolici partes quædam abſolutè cubantur: unde alia rurſum ad quadraturam Hyperbolæ panduntur via.*

### PARS VI.

*Proportio Hyperbolæ ad circulum theorematicè exhibetur.*

*Regulam univerſalem centri gravitatis, quam prima & ſecunda parte demonſtrandum ſuſcepi, primus, quod ſciam propoſuit adhibuitque Paulus Guldinus è Societate Ieſu lib. 2. Centrobaryorum cap. 8. pag. 147. his verbis expreſſam:* quantitas rotunda in viam rotationis ducta producit poteſtatem rotundam uno gradu altiorem. *Quo licet ille egregiam laudem promeritus ſit: regulam tamen, quod maximè petitur, non demonſtravit.*

### DISSERTATIO

### PHYSICO-MATHEMATICA DE CIRCULORUM VOLUTIONIBUS.

---

## FACULTAS R. P. PRÆPOSITI

## *Vice-Provincialis Provinciæ Flandro-Belgicæ Societ.* JESU.

Ego infra-ſcriptus Societatis Jeſu per Provinciam Flandro-Belgicam Præpoſitus Vice-Provincialis, poteſtate mihi factâ à P. N. Thyrſo Gonzalez Generali ejuſdem Societatis, concedo *Henrico & Cornelio Verduſſen* Typographis Antverpienſibus facultatem typis mandandi Librum, cui titulus: OPERA MATHEMATICA R. P. ANDREÆ TACQUET Societatis noſtræ Sacerdotis à tribus ex eadem Societate Patribus ad id deputatis olim examinatum & approbatum. In quorum fidem has manu meâ ſubſcriptas, officij mei ſigillo muniendas curavi. Antverpiæ 20. Novembris 1705.

IOANNES BAPTISTA ARENDTS.

---

## APPROBATIO CENSORIS.

OPERA MATHEMATICA R. P. ANDREÆ TACQUET *Societatis* Jeſu, poterunt typis excudi & publicari, utpotè nihil continentia, quod Fidei Orthodoxæ Romanæ adverſetur. In quorum fidem hiſce ſubſcripſi Antverpiæ XXVI. Iunij M.DC.LXVIII.

AUBERTUS VANDEN EEDE *I. V. L. Proton. Apoſt. Can. & Archidiac. Antverp. Librorum Cenſor.*

---

## SUMMA PRIVILEGII REGII.

Carolus Dei Gratiâ Hiſpaniarum, &c. Rex Catholicus, Dux Brabantiæ, &c. Sereniſſimus Belgarum Princeps, Diplomate ſuo ſanxit, ne quis *Opera omnia Mathematica R. P. Andreæ Tacquet Societatis Ieſu, Matheſeos Profeſſoris*, præter voluntatem HENRICI & CORNELII VERDUSSEN Typographorum Antverpienſium ullo modo in Belgio intra novem annos proximos imprimat, aut alibi locorum impreſſa in has inferioris Germaniæ ditiones importet, venaliáve habeat, qui ſecus faxit Exemplarium Confiſcatione & aliâ gravi pœnâ mulctabitur, uti latiùs patet in litteris datis Bruxellis 12. Februarij 1707.

ſignat LOYENS.

Digitized by Google

ANDREÆ

# TACQUET

E SOCIETATE JESU,

# ASTRONOMIA

METHODO SCIENTIFICA

OCTO LIBRIS

A FUNDAMENTIS EXPLICATA

AC DEMONSTRATA.

Digitized by Google

# PRÆFATIO
## AD LECTOREM,

### Quá mens & ſcopus Authoris exponitur.

INter Mathematicas diſciplinas, quæ Geometriæ, & Arithmeticæ ſubalternantur, ſive objecti dignitatem, ſive tractationis ipſius ſubtilitatem modumq́ ſpectes, principem locum Aſtronomia obtinet. Id ego, ſi hoc loco adſtruendum mihi ſumpſero, meritò videar actum agere: adeò clara in luce, atque omnium in oculis manibuſque eſt hujus ſcientiæ præſtantia, varietas, acumen, jucunditas, uſus. Illud potiùs curandum mihi video, ut artis tam præclaræ perdiſcendæ viam, ſi poſſim, faciliorem planioremq́ue aperiam. Dolui enim perſæpè ad nobiliſſimam ſcientiam, adeò perplexos tyronibus eſſe aditus, tam difficiles acceſſus, ut ex illis non pauci vel deſperent in ipſo limine, vel ſi ultrà tetenderint, niſi peritus inſtructor ad manum ſit, ferè tantùm in ſuperficie hæreant, nunquam ad fundamenta ipſa, atque intima ſcientiæ penetralia perventuri. Hæc à me ita dici erit fortaſſe qui mirabitur. Quid enim? excultâ tot jam ſæculis Aſtronomiâ, tot libris vaſtiſſimis doctiſſimiſque in lucem editis, quis addiſcere volentibus, modò ingenium adſit, non ſatis credat eſſe proſpectum? equidem fateor monumenta Aſtronomorum & plurima extare, & eximia prorſus; ipſamq́ue adeò Aſtronomiam ad eam hoc tempore perfectionem eſſe deductam, quâ ſperari haud multò major poſſit. Nihilominus ut hanc artem tyrones abſq́ magno labore perdiſcant, quid adhuc deſiderari videatur, dicam paucis.

Vt à principe omnium Ptolemæo incipiam, extat magna ipſius conſtructio, ſeu Almageſtum verum Aſtronomiæ ſeminarium, cui ſeſe illa, quâ modò fruitur, tanquam fonti, totam debet: opus admirabile, & immortalitate digniſſimum; ſed ejuſmodi tamen quod ſua difficultate etiam doctum (ita Ioannes de Monte Regio) & ingenio præſtanti lectorem deterrere conſueverit. Is itaque, quem modò dixi, Ioannes de Monte Regio Ptolemæi Almageſtum doctiſſimis commentarijs exponere, & illuſtrare aggreſſus eſt. Verùm neque hic diſcentium ſeſe captui ſubmiſit ſatis; adeò multis locis vel brevis, vel obſcurus eſt, tam multa ſcitu neceſſaria prætermittit: planè ut alio ipſe commentatore opus habeat. Deinde ex illo Aſtronomiam non novam, ſed veterem illam multis refertam erroribus addiſces, cùm illa cæli arcana, quæ & plurima, & maxima tubi Optici artificio detecta ſunt, penitus ignoraverit. Ex Alphonſinis, ex Arabibus, alijſque ſcriptoribus Ptolemæum inter & Copernicum intermedijs, longè adhuc minùs tyrones proficient. Succeſſere tandem Nicolaus Copernicus, novus ſui ſæculi Ptolemæus, & Tycho Brahæus Aſtronomiæ inſtaurator præcipuus, Longomontanus, Keplerus, Lansbergius, Bullialdus, alijq́ue multi, quorum ingenio, labore, induſtria, eam perfectionem Aſtronomia adepta eſt, quam hoc tempore videmus omnes & admiramur. Sed magnis illis viris cura fuit præcipua Aſtronomiam priorum temporum vel inſcitiâ, vel negligentiâ propè collapſam, novis obſervationibus, & hypotheſibus inſtaurare, & pro tabulis motuum cæleſtium Ptolemaicis, & Alphonſinis, jam à cælo immanè quantùm diſſentientibus, novas ſubſtituere: de methodo illâ Matheſi propriâ, de facilitate, claritate, adjungendis ubique demonſtrationibus, quibus facilis, & expedita docendi, diſcendiq́ue ratio continetur, minùs ſolliciti fuere. Quare viſi ſunt non tam diſcentes inſtruere, quàm peritos, & in hoc ſtudio jam provectos perficere voluiſſe. Ex illis certè nullum reperio, qui à primis fundamentis ordine, ac ſerie continuâ, & nuſquam interruptâ,

aliud

Digitized by Google

*aliud ſemper ex alio deducendo demonſtrandóque, aſtrorum curſus explanaverit. Unde fit, ut tirones eorum ſcripta legentes, ſi nuda praxi, & calculo contenti eſſe nolint, hæreant penè ad ſingula, ac tandem, deſperatione victi, pulcherrimum ſtudium abjiciant, qui, ſi ordo ille geometricus ſervaretur, ad intima ſcientiæ adyta facilè, nullo etiam duce magiſtro penetraſſent. Hanc porrò methodum adeò laudatam, ne ille quidem vir doctiſſimus è Societate noſtrâ Ioannes Baptiſta Ricciolus, qui omnium noviſſimè, ac copioſiſſimè de Aſtronomia ſcripſit, quamvis multò cæteris ſit clarior, uſquequaq; ſibi tenendam eſſe judicavit. Molitus hic eſt Almageſtum novum, Aſtronomiam veterem novamque complectens, in tres tomos diſtributum, quorum primus in duo prægrandia volumina diviſus in lucem jam prodijt: opus eximium ampliſſimumque, omni eruditione Aſtronomica, hiſtorica, chronographica refertum: quo non ſuas tantùm, ſed omnium Aſtronomorum ſententias, obſervationes, hypotheſes complexus eſt, ut meritò non tomum unum, ſed integram in uno tomo Aſtronomiæ Bibliothecam edidiſſe videatur. Hunc ego quanti faciam, qui mea legerit manifeſtò intelliget; neque enim alium in hoc tractatu vel adhibeo frequentiùs, vel ſequor. Sed tamen tanta vaſtitas, & amplitudo ſcriptionis quàm Aſtronomiæ univerſim prodeſt, tam parùm eſt diſcentibus accommodata, quos & moles voluminum terret, & rerum varietas ac multitudo confundit. Adhæc ſcriptori clariſſimo, illi, quam dixi, methodo docentibus diſcentibusque tam neceſſariæ ſe aſtringere, non eſt viſum. Quod igitur ſummi illi viri alijs ducti conſilijs, & majora ac ſublimiora ſpectantes non præſtitere, id ego à me præſtandum ſuſcepi.*

*Quare hoc tractatu id agam inprimis, ut methodum geometriæ propriam, viamque pulcherrimam, quâ ad veritatem illa enititur, quàm proximè teneam. Itaque tironem Aſtronomicum à fundamentis ipſis ſic inſtituam, ut poſterius ſemper ex priore continuâ ſerie deducam: definiam res tractandas; ſtatum quæſtionis, niſi per ſeſe pateat, exponam, quæ afferam, probem, ita praxim exhibeam, ut demonſtrationem ubique adjungam, vel unde ea ex conſequentibus abſque vitioſo circulo peti debeat, præciſè aſſignem: ita enim ſubinde expedies, ne ſi omnia ſuis avulſa locis exhibeantur, res inconcinna appareat. Denique ſic ordinare, & diſponere omnia conabor, ut quantùm in me erit, nuſquam hæreat lector, ſed inoffenſo pede ad ipſum ſcientiæ verticem per quoſdam quaſi gradus conſcendat. Atque ita ſpero futurum, ut qui ad pulcherrimum hocce ſtudium adjecerint animum, ſi eo, quo ſcripſi, ordine hæc noſtra pervolvant Aſtronomiæ univerſæ & praxim, & theoriam etiamſi magiſtro careant, per ſeſe ipſi addiſcant.*

*Habetis Aſtronomiæ candidati rationem conſilij mei, Veſtrûm erit hunc qualemcumque laborem veſtri gratiâ ſuſceptum, æqui boniqùe conſulere. Si fructus ex illo quàm ampliſſimos capiatis, nihil mihi accidere poſſit in vita jucundius. Sed illud quæſo vobiſcum ſtatuite, Aſtronomos oportere vos eſſe non gentiles, ſed Chriſtianos; quos decet ita cælos, ac ſydera contemplari, ut ex ijs ad cælorum, ac ſyderum conditorem ſeſe erigant ſeq; attollant. Hoc niſi præſtiteritis, nullum vos ex conatu tanto operæ pretium laturos ſcitote. Quid Hipparcho illi, quid Ptolemæo profuit tanto ingenio, & labore Solis, ac Planetarum curſus obſervaſſe, atque in omni hoc ſtudio poſteritati principes, ac duces extitiſſe, qui ita Dei opera ſunt contemplati, ut ex ijs, cùm poſſent, ipſum opificem Deum non agnoverint: aut ſi agnovere, non ſicut Deum, quod ait Paulus, glorificaverunt. Infelix profectò ſtudium, quo id ſunt aſſecuti, ut laudentur ubi non ſunt, crucientur ubi ſunt, ſummo bono amiſſo, & cælo de quo tam ſubtilia, tam mira poſteris prodidere, æternum excluſi. Vobis Aſtronomi Chriſtiani alia mens ſit oportet, alia cogitatio: eo fine Dei opera contemplemini, quo ea ipſe molitus eſt; qui ſanè non eſt alius, quàm ut ipſum ex illis*

ag-

*agnoſcentes omnibus viribus, totoque animo diligamus. Ita fiet ut cælos & aſtra quæ nunc ex longinquo ſpeculamur, aliquando coram, & ex propinquo luſtremus, imò erecti ſuprà illa, conditorem ipſum infinitum clarâ in luce, æternùm beati intueamur.*

## MONITA AD LECTOREM.

1. *Quamvis libri ſinguli in capita ſint diviſi, numeri tamen, ut facilior ſit citatio, ordine non interrupto uſq; ad finem uniuſcujuſque libri procedunt. Abſtinui autem his vocibus,* Propoſitio, Problema, Theorema, *& pro his numeros ſubſtitui, quia multa intercurrunt, quibus nulla convenit vocum priorum.*

2. *Cùm locus citatur ex hâc Aſtronomiâ, littera minuſcula* (n) *numerum deſignat, littera* (l) *librum. Cum liber non exprimitur, ſemper intellige librum, in quo tùm verſaris. Quod etiam locum habet in citatione figurarum.*

3. *Elementa non alia cito, quàm ea, quæ ipſe edidi. Cito autem ſic; ut primus numerus propoſitionem, ſecundus librum deſignet: ex. gr.* (*per* 2. 6.) *hoc eſt per ſecundam ſexti. Similiter cùm citatur Geometria Practica, noſtram intellige.*

4. *Tabulas novas conſtruere, aut ab alijs conſtructas huic operi inſerere, non eſt viſum. Modum verò quo ſupputatæ illæ ſunt, aut ſupputari de novo poſſint, ex ijs quæ toto hoc opere tradituri ſumus, abundè diſcet Aſtronomiæ ſtudioſus, & per ſe ipſe, qui voluerit, denuò ſupputabit. Quanquam labore tanto ſe fatigare non videtur operæ pretium, quando tot jam habentur tabulæ, à ſummis Aſtronomis elaboratæ, nimirùm à Tychone, Reinholdo, Longomontano, Keplero, Lansbergio, Vendelino, Bulhaldo, Mulerio, Petavio, Reinerio, & brevi novas à Ricciolo promiſſas expectamus.*

ASTRO-

# ASTRONOMIÆ
## LIBER PRIMUS
# DE MOTU SOLIS
## CAPUT PRIMUM.
### Definitiones generales, quibus primus ad Aſtronomiam aditus aperitur.

### NUMERUS PRIMUS.

*Definitio 1.*

SPhæra, eſt corpus unâ ſuperficie contentum, in cujus medio eſt punctum, quod centrum dicitur, à quô omnes lineæ ad ſuperficiem ductæ, ſunt æquales.

*Definitio 2.*

Maximi ſphæræ circuli ſunt, qui producuntur ſphærâ per centrum ſectâ; non maximi, qui naſcuntur, ſectione non per centrum factâ.

*a Theodoſ. lib.1.prop. 1.* Quomodòcumque *a* ſphæram ſecueris, ſectio ſemper circulus eſt, cujus peripheria in ipsâ ſphæræ ſuperficie exiſtit.

*Definitio 3.*

Dati in ſphærâ circuli polus eſt, illud in ſuperficie ſphæricâ punctum, quod æqualiter diſtat à quovis puncto circumferentiæ dati circuli.

*Fig. 1.* Circulus ſphæræ ſit XBFCG, & punctum A eſto ejuſmodi, ut omnes rectæ AB ad circumferentiam BFCG ductæ, ſint æquales: punctum A vocatur polus circuli BFCG.

*Definitio 4.*

Gradus, eſt pars circumferentiæ trecenteſima ſexageſima.

Dividunt Aſtronomi circumferentiam circuli in partes æquales, ſive (ut loquuntur) in gradus 360. ob inſignes hujus numeri commoditates; quarum non poſtrema, eſt quod plurimas habeat partes aliquotas, quas vide cap. 4. Geometriæ noſtræ practicæ.

*Definitio 5.*

Minutum, ſive ſcrupulum, eſt pars ſexageſima unius gradus: ſecundum (ſubintellige ſcrupulum) eſt pars ſexageſima unius ſcrupuli: tertium, eſt pars ſexageſima unius ſecundi: atque ita porrò in proportione ſexagecuplâ procedendo, exiſtunt quarta, quinta, ſexta, ſeptima &c.

Scribuntur ſcrupula hunc in modum: Scrupula prima, notantur uno accentu; ſecunda duobus accentibus; tertia tribus; quarta (IV); quinta (V); ſexta (VI); ſeptima (VII), & ſic deinceps. Quare ſi ex.gr. offerantur grad. $5.\ 3'.\ 5''.\ 7'''.\ 9''''.\ 4'''''$, ita leges: gradus 5. ſcrupula 3. ſecunda 5. tertia 7. quarta 9. quinta 4. Sed quia difficile eſt typographis ſcrupula accentibus ſignata exprimere, ſufficiet ea punctis ab invicem ſecernere: ipſe enim illorum ordo ſatis indicat, utrum prima ſint, an ſecunda, an tertia. Itaque ſi offerantur grad. 8. 15. 7. 4. 18. lege: gradus, 8. minuta 15. ſecunda 7. tertia 4. quarta 18.

Jam inde ab ipſis incunabulis Aſtronomiæ placuerunt Aſtronomis ſcrupula proportionis ſexagecuplæ, conſilio ſanè ad calculum perincommodo: qui multò facilior erit, ſi loco proportionis ſexagecuplæ, aſſumatur decupla, ſic ut ſcrupula prima, ſint partes decimæ unius gradus, ſecunda verò partes decimæ unius ſcrupuli primi, tertia partes decimæ unius ſecundi, & ſic deinceps, eâdem ſignorum notatione retentâ: Ita quippè tota logiſtica ſcrupulorum abſque ullâ reductione abſolvetur, perinde ac integrorum numerorum, quemadmodùm expoſuimus lib. 2. Arithmeticæ Practicæ.

*His præmiſſis progredimur ad circulos, & puncta, quibus cælum Aſtronomi diſtinguunt, ob cauſas uſuſque pulcherrimos, qui poſtea aperientur. Inter circulos primo loco ſe offert Horizon, Latinè Finitor; iſque duplex eſt, rationalis, & ſenſibilis.*

*Definitio 6.*

Horizon rationalis, ſive Aſtronomicus, eſt circulus maximus ſphæræ cæleſtis, polos habens in vertice habitantis, & in puncto vertici oppoſito.

Terræ centrum eſto A; habitator in M; punctum cæli vertici habitatoris directè ſuprapoſitum B; oppoſitum C. Circulus AFLGO pro centro habens ipſum terræ centrum A, polos autem puncta B, & C, eſt Horizon rationalis. *Fig. 3.*

Punctum B, vertici habitantis M, directè imminens, Arabicâ Zenith appellant, oppoſitum C, Nadir. Dicuntur etiam hæc puncta, B quidem vertex ſimpliciter, C imum.

*Definitio 7.*

Horizon ſenſibilis (quem etiam apparentem, ſeu viſum, apello) eſt circulus Sphæræ cæleſtis non maximus (MKPIQ), parallelus Horizonti rationali (AFLGO), centrum habens in ſuperficiei terrenæ puncto (M), in quô habitator exiſtit. *Fig. 3.*

Hic circulus propriè Horizon, ſeu finitor, eſt, cùm viſum finiat habitantis in M, & partem cæli viſam (PKBIQ), diſtinguat à non viſâ (PKCIQ): nihil quippè infrà circulum AKPIQ exiſtens, ſpectari in M poteſt. Intelligatur enim cælum, ac terra, & Horizon uterque plano ſecari per Zenith (B), & Nadir (C), habitantis in M: ex quâ ſectione oriatur *Fig. 4.*

*Fig.* 4. in cælo circulus B F C G, in terrâ circulus T M V, in Horizonte ſenſibili diameter K M I, in rationali diameter F A G. Quoniam Horizontis ſenſibilis diameter K M I, tangit in M peripheriam T M V, in terrenâ ſuperficie exiſtentem, nullus radius infrà tangentem K M exiſtens (ex. gr. R M) pertingere poteſt ad oculum poſitum in contactu M, quin prius interſecet peripheriam, ac proinde penetret ſoliditatem terræ, ut patet ex 16. 3 element. Ergò nihil infrà Horizontem ſenſibilem exiſtens, poteſt ſpeciem ſui propagare ad oculum in M. Circulus ergò

*Fig.* 3. a A P K Q I viſum habitantis in M, abſolutè finit, partemque cæli viſam à non viſâ diſcriminat.

Non eſt porrò oculus habitantis concipiendus terræ affixus in M, ſed aliquantulùm ſuprà eam elevatus: quæ elevatio, quia reſpectu ſemidiametri terreſtris (A M), inſenſibilis eſt, in ſchemate non exprimitur.

*Fig.* 4. Notanda inſuper ſunt iſta. Horizon ſenſibilis dividit cælum in partes inæquales; minor pars ea eſt, quæ videtur, major quæ non videtur. Nam quia horizon ſenſibilis per firmamenti centrum A, non tranſit, pars viſa K B I, eſt minor hemiſphærio F B G, pars verò non viſa K C I, hemiſpherio major eſt. Latitudo differentiæ eſt ſemidiameter terræ A M.

*Fig.* 3. Deindè tot ſunt horizontes diverſi, quot puncta diverſa in terræ ſuperficie ſignari poſſunt. Quemadmodùm enim reſpectu habitantis in M, rationalis horizon eſt A L F O G, ſenſibilis M P K Q I; ita reſpectu habitantis in alio terræ puncto, alius eſt tam rationalis horizon, quàm ſenſibilis. Atque hæc quidem in rigore mathematico intellige: locorum enim, ſive punctorum modicè diſtantium, horizon quoad ſenſum unus eſt.

Denique præter horizontes rationalem, atque ſenſibilem, tertius eſt horizon; nempè terreſtris, qui determinat quanta terræ portio ab oculo ſuprà terram elevato, conſpici poſſit. De hoc ex profeſſo egi Probl. 5. cap. 6. Geometriæ Practicæ.

*Definitio* 8.

*Fig.* 2. Axis mundi, eſt una ex mundi diametris (X Z), circa quam mundi Sphæra circumagitur.

*Definitio* 9.

*Fig.* 2. Poli mundi ſunt duo puncta (X, & Z) in quibus axis ſphæræ ſuperficiem tangit; ſive poli mundi ſunt axeos extrema duo puncta.

Polus boreus, ſive ſeptemtrionalis, eſt (X) qui nobis ſemper conſpicuus eſt.

Polus auſtralis eſt (Z) qui à nobis nunquàm videtur.

Omnia ſuperficiei ſphæræ mundanæ moventur, præter polos; qui, quòd ſint axis extremitates, ſoli immobiles ſunt.

*Definitio* 10.

*Fig.* 2. Æquator, ſeu æquinoctialis, quem priſci cingulum mundi appellarunt, eſt circulus maximus ſphæræ cæleſtis (H D L E) cujus poli ſunt iidem cum polis mundi (X, Z.)

Æquinoctialem dixerunt, quia ſole eum attingente (quod bis in anno contingit) dies nocti per totum mundum æqualis eſt. Hic circulus eſt menſura illius motus, quo cælum, & omnia aſtra 24 horis circumaguntur, ut exponetur infrà.

*Definitio* 11.

*Fig.* 5. Meridianus dati loci (G) eſt circulus maximus ſphæræ cæleſtis (M X N Z,) tranſiens per mundi polos (X Z,) & per Zenith (M,) ac nadir (N) habitantis in loco dato.

Ita vocatur, quòd ſole eum attingente fit meridies in loco dato. Quamvis autem unius loci tantùm unus ſit meridianus, tamen reſpectu diverſorum ſunt diverſi: per quælibet enim æquatoris puncta (O, P &c.) intelligi poſſunt tranſire meridiani (X O Z, X P Z &c.) Unde quivis circulus tranſiens per polos mundi (X & Z) eſt meridianus omnium ſub ipſo degentium.

Meridiani generatim accepti ſunt maximi circuli per polos mundi tranſeuntes. Vocantur etiam *declinationum circuli*. Vide defin. 18.

*Definitio* 12.

Quatuor cæli plagæ in dato horizonte (B D C E) *Fig.* 6. ſunt quatuor puncta (B, C, & E, D;) in quibus meridianus (B M C N,) & æquator (H D L E) horizontem interſecant.

Dicuntur vulgò Septemtrio, Auſter, Oriens, Occidens. Punctorum (B, C,) in quibus (B M C N) meridianus ſecat horizontem (B D C E,) illud Septemtrio eſt, hoc Auſter; punctorum verò (E, D,) quibus horizontem ſecat æquator, illud eſt Oriens, hoc Occidens.

Recta B C, quâ planum meridiani B M C N ſecat planum horizontis eſt linea meridiana, ſive linea ſeptemtrionis, & auſtri; recta verò E D, quâ planum æquatoris ſecat planum horizontis, eſt linea ortus, & occaſus.

*Definitio* 13.

Altitudo poli ſuprà horizontem eſt meridiani arcus *Fig.* 6. (X B) à polo ad horizontem (B D C E) interceptus.

Ea ſemper æqualis eſt diſtantiæ verticis (M) ab æquatore, quæ eſt arcus (M L) à vertice ad æquatorem (H D L E) interceptus, & appellari ſolet latitudo loci. Cùm enim tam arcus M B, quàm arcus L X ſint quarta pars circuli, ac proinde inter ſe æquales, ſi ab æqualibus demas communem arcum M X, qui remanent, X B & M L, etiam æquales erunt.

*Definitio* 14.

Altitudo æquatoris (H D L E) ſuprà horizontem *Fig.* 6. eſt meridiani arcus (L C,) ab æquatore ad horizontem interceptus.

Ea ſemper æqualis eſt complemento altitudinis poli. Complementum a altitudinis poli (B X) eſt ar- a *Vide defin.* 18. cus (X M) à polo ad verticem, ſive Zenith loci; eſt enim arcus B X M quadrans integer. Huic arcui X M æqualis eſt arcus L C. Cùm enim tam arcus M B, quàm M C ſint quadrans circuli, ac proinde æquales, ſi ab his demas arcus M L, X B, quos defin. præced. oſtendi eſſe æquales, etiam reſidui arcus M X, L C æquales erunt, quod erat oſtendendum.

*Definitio* 15.

Ecliptica, eſt circulus maximus (G Q I O G) obli- *Fig.* 2. què interſecans æquatorem (H D L E,) cujus poli (T, X) tantùm diſtant à polis æquatoris, ſive mundi (X, Z) quanta eſt maxima ſolis declinatio ab æquatore, hoc eſt gradibus 23 cum dimidio.

Per hunc circulum, vel potiùs ſub eo, ſolem ferri motu annuo ab occaſu in ortum, Aſtronomi concipiunt, ut dicetur infrà. Dicitur & ecliptica, quòd eclipſes non fiant, niſi ambo luminaria ſint in plano hujus circuli, aut propè illud.

Borealis eclipticæ pars eſt (Q I O) quæ ad polum boreum (X) vergit, auſtralis (O G Q) quæ ad auſtrinum (Z.)

*Definitio* 16.

Puncta æquinoctialia ſunt (Q, O) in quibus æquator *Fig.* 2. (H Q L E) & ecliptica (G Q I O) ſe mutuò ſecant.

Inter-

Digitized by Google

Interſectio illa (Q) quam ſol verno tempore attingit, eſtque (ut dicam defin. 20.) principium Arietis, ſectio verna dicitur, & ab hac ſumitur initium numerandi gradus eclipticæ; altera (O) ſectio autumnalis dicitur, eſtque principium Libræ. Porrò ea puncta vocantur æquinoctialia, quòd ſole in ijs poſito, dies nocti toto orbe æqualis ſit.

*Definitio 17.*

Fig. 2. Puncta Solſtitialia ſunt eclipticæ (G Q I O) duo puncta (I & G,) quæ maximè recedunt, ſeu declinant ab æquatore (H Q L E.)

Ex his alterum (I) eſt boreale, & æſtivum, in quo (ut dicam defin. 20.) eſt initium Cancri: hoc ubi ſol attigerit, longiſſima dies eſt, nox breviſſima; alterum (G) auſtrale, ſeu brumale, eſtque initium Capricorni, quod ſol cùm attingit, dies eſt breviſſima, nox longiſſima.

Vocantur Solſtitialia, quòd ſole in ijs poſito per aliquot hebdomadas vix ulla dierum inæqualitas percipiatur, ac proinde ſol quaſi ſtare, & conſiſtere in ijs punctis videatur.

*Definitio 18.*

Fig. 2. Declinationis circuli, vocantur omnes circuli maximi per mundi polos tranſeuntes.

Et declinatio ſideris, aut puncti O, eſt circuli maximi (A O E B), per mundi polos (A, B) & punctum datum (O) tranſeuntis arcus (O E,) à puncto dato uſque ad æquatorem (C D) numeratus.

Fig. 2. Inter omnia eclipticæ puncta maximam ab æquatore declinationem habent puncta Solſtitialia (I, G,) ut dixi defin. 17. graduum nempe 23. 30, ut oſtendam n. 31. Reliquorum declinationes eò minores ſunt, quò longiùs diſtant à Solſtitialibus; æquinoctialium verò (Q & O) cùm in ipſo æquatore ſint, declinatio eſt nulla.

*Definitio 19.*

Fig. 2. Zodiacus, eſt faſcia, ſive Zona cæleſtis, ſecta bifariam ab ecliptica (G Q I O G) in duas partes, quarum ſingularum latitudo eſt 8. aut 9. graduum, quanta nimirùm eſt maxima planetarum ab ecliptica deviatio, ac proinde tota latitudo eſt graduum 16, aut 18.

*Definitio 20.*

Fig. 2. Signum, eſt duodecima pars Zodiaci, ſeu eclipticæ; facto diviſionis initio à ſectione verna (Q.)

Denominantur ſigna ab aſtris, quorum configurationes ob quamdam ſimilitudinem referunt hominum, aut animalium, aut rerum aliarum.

Signa ſunt 12. & unumquodque complectitur gradus 30. eclipticæ. Eorum nomina, & characteres hic ſubjicio.

### *Sex ſigna Borealia.*

| Aries. | Taurus. | Gemini. | Cancer. | Leo. | Virgo. |
|---|---|---|---|---|---|
| ♈ | ♉ | ♊ | ♋ | ♌ | ♍ |

### *Sex ſigna Auſtralia.*

| Libra. | Scorpius. | Sagittarius. |
|---|---|---|
| ♎ | ♏ | ♐ |
| Capricornus. | Aquarius | Piſces. |
| ♑ | ♒ | ♓ |

Fig. 2. Diſtributio ſignorum per Zodiacum, & eclipticam fit ab occaſu in ortum, initio facto à ſectione verna (Q,) in quâ eſt principium Arietis, quem ſequitur Taurus, hunc Gemini; illos Cancer, cujus initium eſt in Solſtitio Boreali, ſeu æſtivo (I): tum Leo, Virgo, Libra, cujus initium eſt in ſectione autumnali (O,): inde Scorpius, Sagittarius, Capricornus, cujus principium eſt in Solſtitio auſtrino, ſeu brumali (G.) Sequuntur exinde Aquarius, ac demum Piſces, quorum finis, orbe jam abſoluto, eſt ipſa rurſum verna ſectio (Q).

Borealia ſigna ſunt, quæ per Borealem eclipticæ partem (Q I O) ſunt diſtributa: Auſtralia ſigna, quæ per auſtralem (O G Q).

Aſcendentia ſigna ſunt, quæ diſtributa ſunt à Solſtitio brumali (G) per ſectionem vernam (Q) ad Solſtitium æſtivum (I): Deſcendentia verò, quæ porriguntur ab æſtivo Solſtitio (I,) per ſectionem autumnalem (O) ad brumale Solſtitium (G).

### *Sex ſigna aſcendentia.*

| Capricornus. | Aquarius. | Piſces. |
|---|---|---|
| ♑ | ♒ | ♓ |
| Aries. | Taurus. | Gemini. |
| ♈ | ♉ | ♊ |

### *Sex ſigna deſcendentia.*

| Cancer. | Leo. | Virgo. |
|---|---|---|
| ♋ | ♌ | ♍ |
| Libra. | Scorpius. | Sagittarius. |
| ♎ | ♏ | ♐ |

Priora dicuntur aſcendentia, quòd Sol ea percurrens, quotidiè altiùs ſuprà horizontem noſtrum aſcendat: Illa deſcendentia, ob cauſam contrariam.

*Definitio 21.*

Duplex eſt Zodiacus & ecliptica: viſibilis, & inviſibilis, ſeu rationalis.

Viſibilis eſt in firmamento, & movetur ſenſim unà cum firmamento, motu quodam lentiſſimo ab occaſu in ortum, quo ſingulis (ut dicetur lib. 5. n. 14.) 72. annis unum gradum abſolvit.

Inviſibilis, ſeu rationalis concipitur in ſupremo cælo, quod ſuprà firmamentum Aſtronomi imaginantur. Hic Zodiacus, & hæc ecliptica unà cum cælo ſuo, unico tantùm motu cietur, ab ortu nempe, in occaſum, quem motum omnibus cælis inferioribus, atque aſtris communicat. Et quamvis planè imaginarius ſit, ac proinde nullæ in eo ſint ſtellæ, tamen 12. partes æquales, in quas diviſus concipitur, etiam ipſæ vocantur ſigna per analogiam cum ſignis Zodiaci ſtellati viſibilis. Quare in Zodiaco, & ecliptica inviſibili concipiendâ ſunt eadem ſigna, Aries, Taurus, Gemini &c. eodemque ordine, quo in Zodiaco & ecliptica viſibili.

Atque hic diligenter obſervare debent Aſtronomiæ ſtudioſi, cùm de Zodiaco, & ecliptica agunt Aſtronomi, eos ſemper intelligere hunc, de quo agimus, inviſibilem nempe, ſeu rationalem, niſi (quod rarò accidit) ex ſubjectâ materiâ aliud colligatur. Itaque cùm nominatur ſectio verna, ſeu initium Arietis, ſemper intellige eclipticæ inviſibilis: & cùm Sol vel aliud ſidus dicitur ingreſſus ex. gr. Taurum, aut eſſe in tali gradu eclipticæ, ſubintellige eclipticæ inviſibilis, & ſic de alijs. Solam quippè eclipticam illam primi mobilis inviſibilem ad determinandos ſecundos motus aſtrorum adhibent, cùm ad hoc viſibilis ſtellata, utpotè duplici motu agitata, ſit inepta. Quare etiam nos (niſi cùm contrarium expreſsè monuerimus) deinceps, cum de Zodiaco, ecliptica ejuſque

ſignis, ac gradibus agitur, ſemper rationalem illam volumus intelligi: deque eâ definitiones 15, 16, 17, 18, 19, 20, potiſſimum intelligendæ ſunt.

Quod attinet ad ſitum utriuſque inter ſe, initium Arietis eclipticæ ſtellatæ, ab initio Arietis eclipticæ rationalis hoc tempore versùs ortum diſtat gradibus paulò amplius quàm 28, ac proinde initium Arietis eclipticæ ſtellatæ modò eſt ſub gradu 29, Arietis eclipticæ rationalis: unde nunc Aries eclip. ſtellatæ ferè totus eſt ſub Tauro eclip. rationalis. Id verò ita accidit. Quadringentis circiter ante Chriſtum annis, quô tempore ab Aſtronomis primùm ecliptica excogitata fuit, unam ſtatuerunt in firmamento viſibilem, ac ſtellis diſtinctam, alteram prorſus imaginariam in alio, ſuprà firmamentum, cælo imaginario exiſtentem. Quæ duæ eclipticæ ita fuerunt conſtitutæ, ut exiſterent in eodem plano, & ſigna ſimilia ſibi mutuò reſponderent, hoc eſt Aries ecl. ſtellatæ eſſet ſub Ariete eclipticæ rationalis, & ſic de alijs ſignis. Interim, eclipticâ rationali manente immobili, firmamentum cum ſuâ eclipticâ proceſſit in ortum ſingulis 72, annis gradu uno, adeoque ab anno ante Chriſtum 400, ad annum poſt Chriſtum 1657. hoc eſt annis 2056, initium Arietis eclipticæ ſtellatæ, ab initio Arietis eclipticæ rationalis, receſſit in ortum gradibus 28[illegible]. Inde factum, ut ſigna utriuſque eclipticæ non ampliùs conveniant; quæ diſcrepantia continuò augebitur, donec evoluto ſpatio annorum 25920, ſi tam diu cælorum motus continuabitur, integro uno orbe confecto, in ſtatum primum reſtituantur. Porrò initium ♈ eclipticæ inviſibilis in utroque æquinoctio viſibile redditur, cùm in ipſo tunc exiſtat centrum Solis. Imò quovis anni tempore ejus in cælo locus facilè deſignabitur, cùm nota ſit ipſius diſtantia à ſtellis fixis.

*Definitio 22.*

Fig. 2. Colurus æquinoctiorum, eſt circulus maximus (X Q Z O) per æquinoctialia puncta (Q, O) & mundi polos (X, Z) deſcriptus.

Colurus Solſtitiorum I Z G X, eſt circulus maximus tranſiens per puncta Solſtitialia (I, G) & mundi polos (X, Z.)

Inde conſequens eſt, ut etiam tranſeat per polos eclipticæ (T, X.)

*Definitio 23.*

Circuli verticales, ſeu altitudinis circuli ſunt è maximis tranſeuntes per loci verticem, ſive Zenith, & ſingula puncta horizontis. Verticalis primarius dicitur, qui tranſit per puncta ortus, & occaſus.

*Definitio 24.*

Fig. 2. Tropicus cancri, eſt (MPIK) circulus non maximus, parallelus æquatori (H Q P O) tranſiens per (I) punctum Solſtitij æſtivi, ſive initium Cancri; proinde tantùm diſtans ab æquatore, quanta eſt ſolis declinatio maxima; hoc eſt grad. 23. 30.

Tropicus Capricorni, eſt circulus non maximus (G R N S) parallelus æquatori, tranſiens per (G) punctum Solſtitij brumalis, ſive initium Capricorni.

*Definitio 25.*

Fig. 2. Polares circuli (T V, Y X) ſunt duo circuli non maximi, ad æquatorem paralleli, diſtantes à mundi polis (X, Z) gradibus ſinguli 23. 30.

Quantùm videlicet tropici ab æquatore. Horum unus, boreus ſeu arcticus, alter auſtrinus, ſeu antarcticus eſt.

*Hactenus præcipuos circulos enumeravimus quibus cæleſtem ſphæram Aſtronomi diſtinguunt: qui omnes etiam in terræ globo ſimiliter deſcripti intelligantur. Verùm cùm præter illos alij quidam ſuperſint tum circuli, tum arcus, atque alia inſuper nonnulla, quorum frequens in Aſtronomia ſit uſus, reliquum eſt, etiam ea breviter exponamus.*

*Definitio 26.*

Zonæ in cælo, ac potiſſimùm in terrâ, ſunt vulgò quinque, ſed commodiùs ſtatuuntur ſex, duæ torridæ, duæ temperatæ, duæ frigidæ. Fig. 2.

Torrida borea continetur æquatore (H Q L O) & tropico Cancri (M P I K); Auſtrina æquatore, & tropico Capricorni (G R N S.)

Temperata borea continetur tropico cancri (M P I K) & circulo arctico (T V); auſtrina tropico Capr. (G R N S) & circulo antarctico (Y A). Singularum latitudo eſt grad. 43.

Frigida borea terminatur circulo arctico (T V) auſtrina antarctico (Y X.)

*Definitio 27.*

Triplex eſt poſitio ſphæræ cæleſtis, recta, obliqua, parallela.

Recta ſphæræ poſitio ijs eſt, quorum horizontem (O M) perpendiculariter interſecat æquator (B C) adeoque tranſit per Zenith eorum, horizon verò (O M) per mundi polos (X, Z.) Fig. 7.

Obliquam ſphæræ poſitionem habent ij, ad quorum horizontem (O M) æquator (B C) obliquus eſt, & ſupra quorum horizontem (O M), eſt polus borealis (X) dicitur ſphæra obliqua borealis; ſuprà quorum horizontem (O M) eſt polus auſtralis (Z,) vocatur ſphæra obliqua auſtralis. Fig. 8.

Poſitionem ſphæræ parallelam habent illi, quorum horizon (O M) eſt ipſe æquator (B C) Zenith verò, & Nadir ſunt ipſi poli mundi. Fig. 9.

Quæ trinam hanc ſphæræ poſitionem conſequantur, exponetur infrà.

*Definitio 28.*

Complementum alicujus arcus quadrante minoris, eſt ejus defectus à quadrante.

Ut ſi detur arcus grad. 60. ejus complementum eſt arcus grad. 30. quia additus dato arcui grad. 60. cum eo facit gradus 90. hoc eſt quadrantem circuli.

*Definitio 29.*

Longitudo alicujus in terra loci (O) eſt arcus (C E) in æquatore (C E D) à primo meridiano (A C B) verſus ortum, uſque ad meridianum loci (A O B) numeratus. Fig. 10.

Quoniam in ſphærâ nihil primum, nihil poſtremum eſt, quod primum eſſe velis, ipſe determines oportet. Itaque Geographi plerique primum meridianum eſſe ſtatuerunt eum, qui ducitur per Picum montem altiſſimum inſulæ Tenariffæ, quæ eſt una ex Canarijs, atque ab illo versùs ortum locorum longitudines numerant.

*Definitio 30.*

Latitudo alicujus in terrâ loci (O) eſt arcus (E O) meridiani (A O B) inter æquatorem, & locum interjectus. Fig. 10.

Latitudo duplex eſt; borea, & auſtrina.

Datis longitudine, & latitudine alicujus urbis, datur ejus locus verus in ſuperficie terræ: ut ſi longitudo fuerit 30. grad. latitudo borea grad. 37. in æquatore (C D) à meridiano primo (A K B) numera gradus 30. ex C in E. Deinde in meridiano per E ducto, numera gradus 37. ex E in O. Punctum O eſt locus urbis datæ.

Latitudinem loci ſemper eſſe æqualem altitudini poli, demonſtravi defin. 13.

Ratio autem cur loci alicujus diſtantia à meridiano primo versùs ortum, vocetur longitudo, diſtantia

verò

verò ab æquatore, latitudo, alia non eſt; quàm quòd terra habitabilis longiùs extendatur ab occaſu in ortum, quàm ab æquatore versùs polos.

*Deſinitio* 31.

Fig. 11. Circuli longitudinis, ſeu latitudinis ſyderum ſunt maximi circuli (C F L) per polos (C I) eclipticæ (G K) & per ipſa ſydera tranſeuntes.

R Q eſt æquator, A & B poli æquatoris, & mundi.

*Deſinitio* 32.

Fig. 11. Longitudo cujuſvis aſtri; ſeu puncti in cælo dati (O) eſt arcus (G F) in ecliptica (G K) ab Arietis initio (G) versùs ortum uſque ad longitudinis circulum (C O I) numeratus.

Juxta hanc definitionem, aſtrum quodvis (O) dicitur eſſe in eo eclipticæ puncto (F) in quo circulus longitudinis aſtri (C O I) eclipticam ſecat, vocaturque hic locus aſtri eclipticus.

*Deſinitio* 33.

Fig. 11. Latitudo aſtri, ſeu puncti in cælo dato (O) eſt arcus (F O) in circulo latitudinis (C O I) ab ecliptica (G K) uſque ad aſtrum ſeu punctum (O) numeratus.

Latitudo duplex eſt; borea altera, altera auſtrina.

*Deſinitio* 34.

Fig. 10. Almincantarath, ſive paralleli altitudinem, ſunt circuli non maximi ad horizontem paralleli.

In ſchemate 10. horizontem jam repræſentet C D, Circuli G L, K R &c. ad horizontem paralleli, ſunt almincantarath, ſive altitudinum circuli.

*Deſinitio* 35.

Fig. 10. Altitudo aſtri ſuprà horizontem (C D) eſt arcus (E O) verticalis (A O B) per aſtrum ducti, inter horizontem, & aſtrum interceptus.

Altitudo meridiana ſolis, vel aſtri eſt arcus meridiani ab aſtro, vel ſole uſque ad horizontem.

*Deſinitio* 36.

Fig. 10. Amplitudo ortiva aſtri, eſt arcus horizontis ab aſtro oriente, uſque ad æquatorem.

Amplitudo occidua, eſt arcus horizontis ab aſtro occidente, uſque ad æquatorem.

Amplitudo ortiva, vel occidua, ſideris alio ſenſu eſt arcus horizontis, inter ortum ejus, vel occaſum borealiſſimum, & auſtraliſſimum interceptus.

*Deſinitio* 37.

Fig. 10. Azimuthum ſideris, aut cujuſvis in cælo puncti, eſt arcus horizontis, inter meridianum loci, & verticalem per ſidus, aut datum punctum tranſeuntem, interceptus.

In ſcemate 10. circulus A C B D jam referat meridianum loci, & ſidus datum ſit Q: verticalis per ſidus tranſiens, ſit A Q B: horizon C D: polus in K: arcus C F eſt azimuthum ſideris, ſeu puncti Q.

*Deſinitio* 38.

Aſcenſio ſideris, aut puncti eclipticæ, eſt arcus æquatoris computatus à ſectione vernâ, ſeu initio Arietis versùs ortum, ſive ſecundùm ordinem ſignorum, uſque ad punctum illud æquatoris, quod ſimul cum illo ſidere, aut eclipticæ puncto ſuprà horizontem, motu diurno primi mobilis aſcendit.

Deſcenſio autem ſideris, aut puncti eclipticæ, eſt arcus æquatoris computatus à ſectione vernâ ſecundùm ordinem ſignorum uſque ad illud punctum æquatoris, quod ſimul cum illo ſidere, aut puncto eclipticæ infrà horizontem deſcendit.

Aſcenſio, vel deſcenſio recta ſideris, aut puncti eclipticæ, eſt quæ fit in ſphærâ rectâ.

Aſcenſio, vel deſcenſio ſideris, obliqua eſt quæ fit in ſphæra obliquâ.

Aſcenſionalis differentia, ſive differentia inter aſcenſionem ſideris rectam, & obliquam, eſt arcus æquatoris, interceptus inter punctum æquatoris, ſideri ſupra obliquum horizontem cooriens, & declinationis circulum per ſidus ductum.

Quæ omnia ex adjecto ſcemate fient clariora. Æquator eſto F B C O: Horizon ad æquatorem rectus, eumque ſecans in G, eſto X G Z, qui proinde tranſit per mundi polos X, Z eſtque unus è meridianis, ſive declinationum circulis. Sidus aut punctum ecl. ſuprà rectum horizontem oriens ſit A: punctum æquatoris illi cooriens eſt G: ſectio verna ſit K. Æquatoris arcus K C O F G, computatus nempe è ſectione vernâ K ſecundùm ordinem ſignorum, eſt aſcenſio recta ſideris, aut puncti ecl. A. Fig. 12.

Ducatur deinde per idem ſidus A horizon aliquis obliquus M A Q. Æquatorem C B F O ſecans in B: proinde ſidus A, & punctum æquatoris B, ſuprà obliquum horizontem M A Q ſimul aſcendunt. Arcus æquatoris K C O F B eſt aſcenſio obliqua ſideris, aut puncti ecl. A. Aſcenſionalis differentia eſt arcus B G, differentia nempè aſcenſionum rectæ K C O F G, & obliquæ K C O F B ſideris A.

*Aſcenſio recta ſideris ſeu puncti ecliptica, quoad rem nihil aliud eſt quàm ejuſdem ab initio ♈ diſtantia, ſeu longitudo æquatoria; quæ acceptio frequentiſſima eſt apud Aſtronomos. Sit igitur*

*Deſinitio* 39.

Aſcenſio recta, ſive longitudo æquatoria ſideris (A) eſt arcus æquatoris (K C O G) à ſectione vernâ K, uſque ad declinationis arcum (X G A) per ſidus tranſeuntem, ſecundùm ordinem ſignorum numeratus. Fig. 12.

*Deſinitio* 40.

Aſcenſio recta, ſeu longitudo æquatoria medij cæli, eſt arcus æquatoris à ſectione vernâ, uſque ad meridianum juxtà ſignorum ordinem numeratus.

*Deſinitio* 41.

Aſcenſio alicujus arcus eclipticæ, eſt arcus Æquatoris cum eo ſuprà horizontem aſcendens ſive eſt arcus æquatoris, cujus initium aſcendit cum initio arcus eclipticæ, & finis cum fine.

## CAPUT II.

## Figura cæli, & terræ. Terra ad cælum puncti inſtar. Locus terræ.

### NUMERUS II.

### *Figura cæli ſphærica eſt, & motus aſtrorum circulares ſunt.*

Videlicet quòad ſenſum.

*Demonſtratio* 1. ubivis terrarum cæleſtis horizon viſibilis apparet ut circulus.

*Demonſt.* 2. Omnia aſtronomorum ratiocinia ſupponunt cælum eſſe ſphæricum & motus aſtrorum circulares: & tamen ea ratiocinia ſunt ejuſmodi, ut ijs motus planetarum ac ſiderum definiant, ſolis ac lunæ eclipſes prædicant, atque omnem rationem temporum rectè conſtituant; quæ fieri nequaquam poſſent, ſi cælum alterius eſſet figuræ, quàm ſphæricæ. Idem ſupponitur in gnonomonicâ, quâ lineæ in dato plano horas abſque ſenſibili errore monſtrantes deſcribuntur. Idem ſupponunt inſtrumenta aſtronomica: ea enim ferè omnia circularia cùm ſint, ſupponunt

 ſemi-

Digitized by Google

ſemitam, quam ſol vel aſtrum aliud deſcribit, eſſe circuli peripheriam, quoad ſenſum concentricam peripheriæ inſtrumenti. Cùm igitur obſervationes hujuſmodi inſtrumentis peractæ cum motibus ſiderum ac cæli exactè conveniant, neceſſe eſt ut motus ſiderum ſint circulares, & cælum figuræ ſphæricæ quoad ſenſum.

Et ſanè conveniebat, ut, quando Dei perfecta ſunt opera, magnum iſtud opus aſpectabilis mundi, perfectiſſima figurâ circumſcriberet. Ea verò eſt ſphærica pluribus de cauſis. Nam 1. Superficies ſphæræ omnium ſuperficierum ſibi æqualium capaciſſima eſt; & (quod inde ſequitur) ſphæra maxima eſt omnium corporum æquali ſuperficie contentorum. 2. Sphæra inter omnia corpora ſibi æqualia minimâ ſuperficie comprehenditur. 3. Superficiei ſphæricæ partes omnes æqualiter diſtant à medio ſive centro. 4. Ex quibus conſequens eſt ut ſphæra majori firmitate polleat adversùs omnem extrinſecam violentiam, quolibet alio corpore. 5. Superficies ſphæræ ſola inter omnes uniformis eſt, cujus nimirum pars quælibet lata per totum congruit. 6. Sola ſphæra loco non mutatò in omnem partem poteſt moveri, videlicet circa centrum.

## NUMERUS III.

### *Figura terræ ſphærica eſt.*

NEmpè quoad ſenſum, ſi ex magnâ diſtantiâ, puta ex cælo ſpectaretur.

*Demonſtratio* 1. Ea terræ pars, quæ ſub aſpectum liberum cadit, & horizon terreſtris dicitur, ubivis terrarum apparet circulus; quod fieri non poſſet ſi terra alterius eſſet figuræ, quam ſphæricæ. *Hæc demonſtratio etiam mari convenit.*

*Demonſt.* 2. Ubivis terrarum eclipſi lunari umbra terræ in lunam projecta eamque obſcurans, eſt circularis. Ex quò manifeſtum eſt terram, à quâ talis umbra projicitur, eſſe circularem in omnem partem, hoc eſt ſphæricam. *Hæc probatio convenit toti moli ex terrâ, & aquâ compoſita.*

Fig. 13. *Demonſt.* 3. Terra, ſi à ſphæricâ figurâ notabiliter deviaret, non magis eſſet uſibus humanis apta, quàm clivus montis. Eſto enim terra ABCE figuram habens à ſphæricâ AFCG ſenſibiliter diverſam. Experientiâ conſtat omnia gravia tendere deorsùm ad punctum unum, puta D. Unde ſi terra ſit ſphæra, cujus centrum ſit punctum illud ipſum D, ad quod gravia diriguntur, manifeſtum eſt omnia ædificia ad perpendiculum exſtructa, atque adeò homines terræ inſiſtentes, æquales ex omni parte cum eâ efficere angulos HNF, HNC &c. Quarè ad ſuperficiem ABCE à ſphæricâ ſenſibiliter differentem, neceſſariò angulos conſtituent inæquales HKB, HKC. Unde non magis in terrâ ejuſmodi ædificari poſſet, aut homines recti inſiſtere, quàm in clivo montis. Quarè cùm ad uſus hominum ſapientiſſima illa Majeſtas hanc terram condiderit, dubitari non poteſt quin eam eſſe ſphæricam voluerit.

*Quod ſub uno quocumque meridiano, procedenti attollatur polus magis magiſq; eâ proportione, quam exigeret figura terræ ſphærica: item quod loco cuicumque magis orientali ſol citiùs oriatur, & eclipſes citiùs conſpiciantur eâ proportione, quâ id accideret, ſi terra eſſet ſphærica, etiam verè ex his terram eſſe ſphæricam concluditur. Quod verò montium cacumina, quæ priùs latebant, propiùs navigio accedentibus ſenſim altiùs atque altiùs ſupra maris ſuperficiem eminere conſpiciantur, inde ſolùm probatur mare figurâ eſſe aliquâ rotundâ, cujuſmodi etiam eſt ſphæroidica. Quare hæc argumenta, & ſi quæ ſunt ejuſmodi alia, ſciens prætermitto.*

*Quæres,* an montes rotunditatem terræ non impediant? Reſpondeo minimè. Quamvis enim cap. 7. Geometriæ practicæ oſtenderim prodigioſas eſſe quorundam montium altitudines; Æthna quippe, altus eſt milliaria Bononienſia ſaltem 5; Picus ſaltem 10; Caſius 20; Athos 28; Caucaſus circiter 50. nihilominùs quia terræ diameter (ut oſtendi cap. 6. probl. 4. geom. pract.) æquat milliaria Bononienſia 8279. hoc eſt horaria 2759. ne quidem tantæ, quàm modò retuli, altitudinis montes, ejus rotunditatem ſenſibiliter turbant. Eleganter Ricciolus noſter hoc metu laborantes ſic compellat: noverint (inquit) tam vaſtæ ſtaturæ eſſe hanc Cybelem, ut non modò turres, ſed ne montes quidem milliarium 50. coronam ejus vertici incongruam circumponant.

## NUMERUS IV.

### *Superficies maris, imò cujuſvis humidi quieſcentis, ſphærica eſt.*

D*Emonſt.* Conſtat eam eſſe naturam omnis humidi, ut ex loco altiori, ſi non impediatur, defluat in demiſſiorem, hoc eſt centro, ad quod gravia tendunt, propiorem. Quò defluxu neceſſe eſt ut tandem omnes maritimæ ſuperficiei partes æqualiter à dicto centro diſtent, ac proinde maris ſuperficies ſphærica exiſtat, centrumque ejus ſit punctum illud, ad quod gravia omnia diriguntur.

Poteſt hæc ratiocinatio ſic ordinari, ut maris ſuperficiem ex eo ipſo quod ſphæricam eſſe neges, directè probes eſſe ſphæricam.

Si negas, ponamus ſuperficiem maris non eſſe ſphæricam. Ergo non omnes maritimæ ſuperficiei partes æqualiter diſtant à centro. Ergò una eſt alterâ altior, hoc eſt remotior à centro. Ergò ex naturâ omnis humidi, eæ quæ ſunt altiores, defluunt versùs minùs altas. Atqui ex tali defluxu oritur omnium partium ſuperficiei maritimæ æqualis altitudo, hoc eſt æqualis à centrò diſtantia, hoc eſt ſphæricitas perfecta. Ergo ſuperficies maris ſphærica eſt.

Eadem demonſtratio evincit cujuſvis humidi ſuperficiem eſſe ſphæricam. Itaque ſuperficies humidi vaſe aliquo contenti, eſt pars ſuperficiei ſphæricæ, quæ ſi perficeretur, ambiret orbem terræ, & centrum haberet idem cum terræ centro.

*Plura ejuſmodi demonſtrationum exempla Geometrica varijs locis dedi: in elem. Geom. l. 5. p. 35. l. 11. p. 4. lib. 9. p. 36. lib. 5. cylind. & annul. p. 4. Geom. pract. cap. 14. pag. 11. Adhæc Euclides lib. 9. prop. 12. Cardanus aliįq; ſimilia exempla protulêre. Cùm verò non deeſſent, qui negarent ratiocinia ejuſmodi poſſibilia, adeoq; contenderent fieri non poſſe, ut ex falſo, ſuppoſito tamquam vero inferatur directè ipſius contradictorium, ac proinde verum; diſſertatiunculam ea de re in lucem emiſi, & ſub nomine appendicis elementis Geometriæ ſubnexui, ad quam lectores remitto. Porrò ex falſo ſuppoſito tamquam verò directè deduci poſſe contradictorium ejus, nihil eſt aliud, quàm falſum à ſeipſo everti ac deſtrui: quod cùm naturæ falſi ſit maximè conſentaneum, nihil eſt, cur hoc aut incredibile aut cum ratione pugnans videatur.*

Porrò globum unum ex terrâ, & aquâ componi liquet ex demonſtratione ſecundâ num. 3. & ex natu-

naturâ gravitatis, quâ elementum utrumque prædi-tum eſt, ſatis colligitur.

Quare cùm terram deinceps nominabimus, ſphæ-ram ex terrâ & aquâ compoſitam volo intelligi.

## *Scholium.*

Fig. 15. *Ex rotunditate terræ conſequens eſt eos, qui in appoſitis terræ locis habitant, ſibi mutuò antipodas eſſe, hoc eſt appoſitis ex adverſo pedibus inſiſtere in B, & C. Nihilominus S. Auguſtinus lib. 16. de civit. cap. 9. cum Lucretio, & Lactantio antipodas eſſe negavit. In quo quidem quamvis ejus extra dubium ſit error, non tamen eâ Coſmographiæ ignorantiâ laboravit, quam nonnulli, qui ejus verba non legerunt, ſibi imaginantur. Non enim negat Auguſtinus terram eſſe ſphæricam, ſed contendit, quamvis ſphærica eſſet, non eſſe tamen antipodas, quòd pars orbis nobis oppoſita, vel oceano tecta ſit, vel ſi aquis careat, non potuerint eò homines ex Adamo progeniti per immenſam Oceani vaſtitatem penetrare. Scio argumentationem iſtam modò non à peritis tantùm, ſed etiam ab indoctis, & de vulgo nautis rideri. Verùm danda eſt illi ætati venia, cum navigandi ars acu magneticâ nondum repertâ omninò rudis, & imperfecta exiſteret.*

*Excuſari etiam debet Zacharias Papa, qui urgente S. Bonifacio Epiſcopo Moguntino, Virgilium juſſit à Divinis ſuſpendi, non quia antipodas eſſe aſſeruit, ſed quia ſic putabatur aſſeruiſſe, ut plures mundos extra hunc affirmaret, uti ex ipsâ Zachariæ epiſtolâ manifeſtum eſt.*

## NUMERUS V.

### *Vnde fiat, ut terra & mare, quamvis ſint ſphærica, appareant plana.*

CAuſa eſt magnitudo ſphæræ, cujus pars non magna ſub aſpectum cadit. In Geom. practicæ cap. 6. probl. 5. Oſtendi oculo 6. pedibus ſupra mare elevato ſemidiametrum horizontis marini non multùm excedere milliare unius horæ. Ambitus autem terræ (ut oſtenſum ibidem probl. 4.) continet milliaria horaria 8670. Quare licet horizontis ſemidiametro daremus milliaria duo, nequidem quatermilleſima eſſet pars ambitus terræ, quæ proinde nullam ſenſibilem curvaturam habet.

Quòd ſi oculum altiùs ſupra maris terræve ſuperficiem extuleris ex: gr: ad tertiam partem milliaris horarij ſive uno milliari Italico Bonon. oſtendi loco citato ſemidiametrum horizontis quam proximè futuram 30. milliariorum horar. quæ cùm terreni ambitus ſit pars ſolum 289. nullum habebit flexum ſenſibilem, aut ſi quem aliàs habeat, is ipſe ob oculi diſtantiam evaneſcet.

Quòd verò circumferentiæ pars ducenteſima, nondum quatermilleſima, ſenſibilem curvaturam non habeat, experimento diſces, ſi funiculo longo pedes 63. extenſo tamquam radio, circumferentiam circuli deſcribas: erit enim illa pedum 194 [illegible] in quâ ſi particulam uni pedi æqualem deſignes, ea major erit unâ ducenteſimâ, nec tamen ullam in ea ſenſibilem curvaturam advertes, ut nequeas à lineâ rectâ diſcernere.

Licebit quæſitum aliâ adhuc viâ declarare hunc in modum. Detur longitudo recta quantumvis magna C A D, ex. gr. 100. milliariorum. Exhiberi poteſt tanta circuli circumferentia, ut ejus pars, æqualis 100. milliarijs, inſenſibiliter differat à linea rectâ. Biſecetur longitudo data C D in A, ducanturque perpendiculares ad eam C I, A B, D K. Deinde in perpendicularibus C I, D K, ſumantur duo intervalla æqualia C O, D N quantumvis parva, ac prorsùs inſenſibilia. Tum centro accepto in recta A B infinitè protractâ, per O, & N deſcripta intelligatur circumferentia, quæ rectam C D, tangat in A. Hujus arcus O A N major erit rectâ C A D, 100. milliariorum, & quoad curvaturam prorsùs inſenſibiliter differet à rectâ C D, cùm ejus extremitates O, & N, intervallis planè inſenſibilibus à rectâ C D diſtent. Quod erat propoſitum. Fig. 14.

Obſerva denique fieri poſſe ut ſphæricæ ſuperficiei magna pars, imò propè dimidia ſub aſpectum cadat, neque tamen ulla protuberatio curvitatis percipiatur, ut fit in ſole, lunâ, ſtellis, ob immanem diſtantiam oculi, quemadmodùm demonſtratur in Opticâ.

## NUMERUS VI.

### *Conſectaria ad rotunditatem terræ, & aquæ.*

COnsect. I. *Si terræ ſuperficies plana eſſet, non poſſent in eâ homines recti conſiſtere.* Patet ex ſchemate 16. & demonſtratione tertiâ numeri 3. Fig. 16.

Consect. II. *Suprema mali pars plus itineris conficit, quàm inferior: & caput viatoris plus itineris, quam pedes: & qui Antverpiâ Gaudavum proficiſcitur eques, plus viæ percurrit, quam ſi pedes.*

*Demonſt.* Circulus B B F referat maris ſuperficiem, cujus centrum A: altitudo mali ſit C B. Quoniam malus C B, inſiſtit perpendiculariter ſuperficiei maris B B F, (aurâ nimirùm tranquillâ) liquet eum mente productum, tranſire per centrum A, quam directionem ad centrum toto curſu retinet, ſi mare non turbetur. Quando igitur navis pervenit ex Z, in X, inferior mali pars confecit arcum Z X, ſeu B B, qui minor eſt arcu C C, quem percurrit mali cacumen. Eadem erit demonſtratio in reliquis. Fig. 17.

Consect. III. *Siquis totam orbis terræ circumferentiam C A E D peragraſſet, iter à capite ejus confectum, ſuperaret iter confectum à pedibus, circumferentiâ circuli, O B Q N, cujus radius eſt ipſa hominis ſtatura A B.* Fig. 18.

*Demonſtr.* Ducatur per centrum Z, diameter B A Z D G. Manifeſtum eſt iter à capite confectum, eſſe peripheriam I B F G, maximo terræ circulo[a] C A E D concentricam. Jam hæc peripheria I B F G, eſt ad peripheriam C A E D, [a] ut diameter B G ad diametrum A D. Rursùm eadem peripheria I B F G eſt ad peripheriam Q B O N, ut diameter [b] B G ad diametrum B N, hoc eſt, ad B A cum D G. Ergò peripheria I B F G, eſt, [c] ad duas ſimul peripherias C A E D, & Q B O N, ut B G eſt ad A D, unà cum B A & D G. Sed B G ipſis A D, B A, D G æqualis eſt. Ergò etiam peripheria I B F G à capite percurſa, peripherijs C A E D, Q B O N æqualis eſt; ac proinde peripheriam C A E D confectam à pedibus,

a Per p 7. ſelectorum ex arch.
b Per eand.
c Per 24.5.

dibus, excedit peripheriâ QBON, cujus radius AB, eſt ipſa hominis ſtatura. Quod erat demonſtrandum.

Fig. 19. Consect. IV. *Vas aquâ, ſeu alio humido plenum ſi perpendiculariter efferatur in altum, continuè quid effluet; & tamen manebit plenum.*

*Demonſt.* Superficies aquæ, cùm primùm incipit attolli, eſto CQD. Cùm jam aqua effertur in altum, ejus ſuperficies continuè longiùs recedit à centro terræ. Quare cùm humidi vaſe contenti ſuperficies, ſit pars ſuperficiei ſphæricæ [a] tranſeuntis per vaſis margines C, D, centrum habens idem cum centro terræ, manifeſtum eſt, quando vas attollitur, ſuperficiem humidi vaſe contenti fieri partem majoris, ac majoris ſuperficiei ſphæricæ MOP, adeuque fieri minùs minuſque curvam, & protuberantem; ac proinde deſcendere infrà ſuperficiem primam: ut ſi prima ſuperficies fuerit CQD, poſt elevationem aliquam jam ſuperficies humidi ſit COD. Effluxit ergò quidquid inter utramque ſuperficiem COD, CQD continetur. Et tamen vas adhuc plenum eſt, cùm humidi eo contenti ſuperficies adhuc tranſeat per margines C, D.

a Per conſ. 3.

*Hinc patet*, ſi vas in altum ſine termino ſursùm evehatur, ſuperficiem humidi eo contenti deſcenſuram ſine termino versùs planum per margines ductum, neque tamen unquàm ad illud perventuram.

*Patet ſecundo* vas plus humidi continere in pede montis, quàm vertice; plus in caveâ, quàm in conclavi.

Fig. 20. Consect. V. *Si vas humido plenum rectà deorsùm feratur, quamvis nihil effluat, deſinet eſſe plenum.*

*Demonſt.* Superficies humidi vaſe AGDB contenti, eſto GCD, pars ſuperficiei ſphæricæ MCP, cujus centrum eſt terræ centrum. Manifeſtum eſt cùm vas deſcendit, hoc eſt propiùs accedit ad centrum terræ, ſuperficiem humidi vaſe contenti, fieri partem minoris ſuperficiei ſphæricæ, adeoque magis curvæ, & protuberantis: quod fieri non poteſt, niſi ſuperficies humidi poſterior, in medio ſuprà primam GCD, aſſurgat in O, ad margines verò infrà primam deſcendat in I, & N; ita ut ſuperficie primâ exiſtente GCD, poſterior poſt deſcenſum jam aliquem ſit ION. Nam ſi non deſcenderet in I, & N, ſed pergeret tranſire per G, & D, poſtquàm in medio aſſurrexit in O, contineretur tum plus humidi in vaſe, quàm anteà, quod eſt abſurdum, cùm nihil acceſſerit. Quod ſi dicas (quamquàm id ex alio capite abſurdum eſſe, poſſit oſtendi) poſteriorem ſuperficiem ita fieri magis globoſam, ut ejus medium non aſſurgat ſuprà C, medium punctum prioris GCD, tunc multò magis manifeſtum eſt poſteriorem, quæ minor & globoſior eſt primâ GCD, neceſſariò occurrere vaſi, infrà ſupremos margines G, D. Certum eſt igitur ſecundam ſuperficiem IOD, ſuprà primam GCD attolli circa medium, deprimi verò infrà eam circa margines, in I, & N. Ergò, quamvis è vaſe nihil effluxerit, vas tamen deſiit eſſe plenum. Nam ſpatium in eo vacuum eſt ab I, & N. uſque ad margines ſupremos G, & D, quod novo humido affuſo repleri poteſt, vaſe locum non mutante; tum verò humidi ſuperficies eſſet GLD concentrica ſuperficiei ION.

## NUMERUS VII.

*Sphæra, cujus ſemidiameter eſt (AB) diſtantia oculi noſtri à centro firmamenti (A) ſe habet ad firmamentum puncti inſtar, quemcumque dederis terræ locum in univerſo.* Fig. 21. 22.

Stellæ, quæ videntur in punctis oppoſitis (D, & F) horizontis viſibilis (DBF), apparent ab invicem (quantùm ſenſu inſtrumentis adjuto aſſequi poſſumus) integro ſemicirculo diſtantes, hoc eſt gradibus 180; cùm tamen reverà diſtent minùs; eò quòd arcus (DGF) ſupra horizontem viſibilem (DBF) exiſtens, minor ſit ſemicirculo (CGF), ab horizonte rationali (CE) terminato. Ex quò liquet utriuſque horizontis intervallum (CD), reſpondens oculi à centro firmamenti diſtantiæ (AB), inſenſibile eſſe. Neque refractio argumentum infirmat, ſed potiùs roborat; ea quippè, cùm ſidera juſto altiùs attollat, arcum DGF juſto majorem facit.

Id ipſum paulò aliter ſic oſtendo. Brumali tempore vel autumnali, cùm noctes ſunt 12 horis longiores, ſtella in æquatore poſita, ſub initium noctis ſpectata in horizontis viſibilis puncto Orientali D, poſt 12 horas ſpectabitur in horizontis viſibilis puncto Occicentali F. Ergò 12. horarum ſpatio ſtella (quantùm ſenſu aſſequi poſſumus) percurrit arcum æquatoris (DGF). Atqui arcus æquatoris, qui 12 horis percurritur, eſt medietas æquatoris, cùm horis 24, percurratur æquator totus. Ergò arcus (DGF) ſuprà viſibilem horizontem (DBF) exiſtens, quantùm ſenſu aſſequimur, eſt medietas æquatoris; cùm tamen reverà minor ſit arcu (CGE), ſuprà horizontem rationalem (CAE) poſito, qui eſt æquatoris medietas. Differentia igitur CD, hoc eſt BA, diſtantia oculi (B) à centro firmamenti (A), inſenſibilis eſt cum firmamenti radio (AG) collata.

*Accuratiùs hoc demonſtrabitur Aſtron. lib. 5. num. 1.*

Demonſtratâ inſenſibilitate intervalli AB, à fortiori habetur inſenſibilitas ſphæræ, cujus AB radius eſt; cùm [b] ſphærarum proportio triplicata ſit proportionis diametrorum, ſeu radiorum. Unde [c] ſi radius AB ſphæræ AO, eſt ad AG radium firmamenti ut 1 ad 100,000, erit ſphera AO, ad firmamenti ſphæram ut 1 ad 1000(000, 000(000, 000.

b Per 18. 22.

c Vide probl. 14. cap. 21. Geom. pract.

*Corollarium.*

Hinc ſequitur, ſi ex mente Copernici ſol quieſcat in centro mundi, terra verò evecta in cælum motu diurno, atque annuo circumagatur, non ſolùm terram, ſed etiam totam ſphæram illam, quam cælum ſolis, ſive orbem magnum dicimus (cujus tanta magnitudo eſt ut [d] certò contineat terras 857, 375, 000, ferè certò 343, 000, 000, 000 vicibus) reſpectu firmamenti eſſe puncti inſtar.

d Per probl. 10. cap. 20. Geom. pract.

## NUMERUS VIII.

*Terra quoad ſenſum eſt in centro firmamenti.* Fig. 22.

Manifeſtum id eſt ex numero præcedenti non ſolùm in ſententiâ communi, & verâ, ſed etiam in Copernicanâ. Quamvis enim terra eſſet, in cælo (BO), ubi nos ſolem ponimus; nihilominùs, quia per num. præced. (BA) diſtantia terræ, exiſtentis in B, à centro firmamenti inſenſibilis eſſet, liquet terram quoad ſenſum fore etiam tum in centro firmamenti.



Digitized by Google

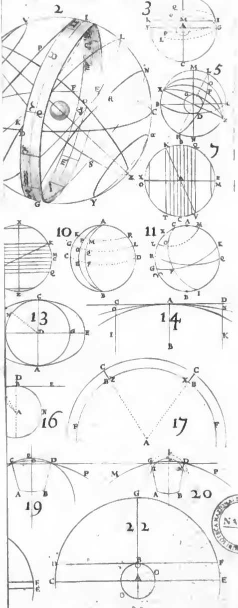
a Fig. 22.

b Peti. 22.

c Vid. prop. 14. cap. 2 Geom. pract.

d Prop. 10. cap. 2 Geom. pract.

i, Fig. 22.




NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

# CAPUT III.

## Per Hypotheſim duplicis motus Solis dantur cauſæ eorum, quæ circà varietatem dierum, ac noctium, & tempeſtatum anni ubivis gentium obſervantur.

### NUMERUS IX.

*Phænomena communia, hoc eſt, quæ in omnium oculos incurrunt.*

*Phænomenum* 1.

SOl cum omnibus aſtris movetur ab ortu in occaſum, donec redeat ad eundem meridiani ſemicirculum: à quô cœperat moveri. Una ejuſmodi revolutio, diem naturalem conſtituit.

*Phænomenum* 2.

Præter hunc motum omnibus conſpicuum, obſervatum eſt ſolem ab eâdem ſtellâ elongari quotidiè magis, magiſque versùs Orientem. Nam ſi unâ horâ ex. gr. ante Solis ortum, ſtellam quampiam conſpexeris in horizonte, eandem poſt dies aliquot conſpicies unâ horâ ante Solis ortum, aliquot gradibus ſuprà horizontem elevatam; & poſt tres menſes in meridiano tuo; poſt ſex, in horizonte occiduo; poſt 12, rurſum in horizonte ortivo, unâ ſemper horâ antè Solis ortum, conſpicietur.

*Phænomenum* 3.

Ea omnia complectitur, quæ circà æqualitatem, & inæqualitatem dierum, ac noctium, circà æſtates, ac hyemes, & alia his affinia in varijs terræ locis contingunt. Ea ſingula commodiùs recenſebo infrà, cùm eorum cauſæ aperientur.

### NUMERUS X.

*Prima hypotheſis Aſtronomiæ, de duplici ſolis motu, proponitur.*

HYpotheſes aſtronomicæ, ſunt ſuppoſitiones quædam circà motus aſtrorum, quæ cum phœnomenis accuratè conveniunt; ita ut, ſi ea quæ ſupponuntur, exiſterent, eadem omninò in cælo apparerent, quæ jam apparent. Porrò eadem phœnomena ſalvari poſſunt per hypotheſim non unam. Quæ enim num. præced. recenſui, perinde explicabis, ſive terram moveris, ſive ſolem. Hoc igitur cùm evenerit, utra hypotheſium ſit vera abſolutè, conſtare ex illis phœnomenis non poteſt. Atque hæc cauſa fuit cur ordinem, ac formam motuum quos aſtris tribuunt, hypotheſes aſtronomi appellarint: quarum multæ, quamvis reverà non exiſtant; id tamen earum ope aſſequuntur, ut motus ſyderum ſecundùm apparentiam irregulares, ac proindè inmenſurabiles, commento prorſus inſigni, ad menſuram, & calculum revocent, ex quô uno tanquam fonte, omnes propemodùm Aſtronomiæ utilitates proveniunt.

Ad ſalvanda ergò phœnomena numero præced. recenſita, ſequens hypotheſis excogitata eſt.

[*Fig.* 2.] Terra in firmamenti centro immobilis ſtatuitur, Sol autem in cælo poſitus cum omnibus planetis, & ſtellis, ac firmamento, moveri ab Ortu in Occaſum. Hunc verò motum ita concipiunt. Suprà firmamentum imaginantur aliam ſphæram concentricam, cui motum jam dictum quaſi proprium affingunt. Hanc igitur ſtatuunt, dum ab Ortu in Occaſum infinità propè celeritate fertur, firmamentum cum ſtellis, planetis, & ſole ſecum unà abripere. Undè cælum illud fictitium, *primum mobile* appellatur, & motus ipſe vocatur *motus primi mobilis*; *motus primus*, *motus æquinoctialis*; *motus diurnus*: atque una integra ejus revolutio diem primi mobilis, ſive diem æquinoctialem, vigeſima quarta ejus pars horam æquinoctialem conſtituit. Menſura hujus motus eſt æquator (HOLQH), & axis (XZ), circà quem motus hic peragitur, eſt ad æquatorem perpendicularis. Unde ſingulis horis gradus 15 æquatoris, (hoc eſt vigeſima quarta ipſius pars) ſuprà horizontem aſcendunt.

Præter hunc omnibus aſtris communem, alium Soli motum tribuunt priori contrarium (ſed obliquè) ab Occaſu in Ortum ſub primi mobilis eclipticâ (QIOGQ), cujus maxima declinatio ab æquatore eſt grad. 23. 36. Hujus motus initium ſumunt à principio Arietis (Q), atque eò ſtatuunt à ſole percurri uno die primi mobilis minuta circiter 48, hoc eſt ferè unum gradum eclipticæ; donec eclipticâ totâ ſecundùm ordinem ſignorum ♈, ♉, ♊ &c. peragratâ, ad principium Arietis redeat in Q. Vocari hic motus ſolet, *ſecundus*, & *annuus*. Quia autem contrarius eſt motui *primo*, fit, ut una revolutio Solis ab Ortu in Occaſum (quæ dies ſolaris, ſeu naturalis dicitur) aliquantò tardiùs abſolvatur, quàm una revolutio primi mobilis, ſeu æquatoris. Itaque una Solis revolutio diurna à ſemicirculo Ex. g. meridiani XLZ, donec redeat ad eundem, præter integram æquatoris revolutionem de ſecundâ revolutione ejuſdem tantam partem requirit, quanta debetur particulæ illi eclipticæ, quam interim ſol motu retrogrado percurrit: ſive, una revolutio ſolis præter 24 horas æquinoctiales adhuc requirit tempus illud, quô particula eclipticæ à ſole motu contrario percurſa, meridianum XLZ pertranſit. Eſt verò tempus illud ferè 4 minutorum. Quare dies ſolaris exedit diem primi mobilis, minutis 4. [*Fig.* 2.]

*Hæc prima Aſtronomiæ hypotheſis eſt, quâ phænomena num. 9. recenſita, atque omnis dierum, & noctium viciſſitudo, ac varietas per cauſas demonſtrabitur. Quod priuſquam aggrediar, hypotheſeos jam allatæ ulterior declaratio præmittenda eſt.*

### NUMERUS XI.

*De motibus compoſitis.*

QUoniam Aſtronomi plures motus Soli, alijſque aſtris tribuunt, nonnulla hic erunt circà motus compoſitos elucidanda.

Poteſt una res diverſis, imò quotcumque motibus etiam oppoſitis, agitari. Ambulet enim quiſpiam in navc versùs Orientem, interim dum navis æſtu fluminis defertur in Occidentem, vel aliam plagam. Homo in navi deambulans duobus motibus agitatur. Quod ſi tertius motor ipſum flumen cum terrâ totâ circumagat, jam qui deambulat in navi tribus motibus ciębitur. Atque ita ſi plures accedant motores, poterit idem homo quotcumque motibus diverſis agitari.

Quando res una pluribus motibus afficitur, duo potiſſimùm in conſiderationem veniunt, primò terminus *à quo*, & terminus *ad quem*; ſecundò linea, ſive ſemita, quam res pluribus affecta motibus deſcribit, ſeu perambulat.

Fig. 23. Quod attinet ad terminum *a quo, & ad quem*, feratur mobile aliquod ex A verſùs B, atque interim totum planum, in quo mobile eſt, moveatur in partem directè oppoſitam C. Si mobile eâdem celeritate moveat ſe verſùs B, quâ movetur ab alio verſùs C, manebit in eodem loco A. Si tardiùs ſeſe moveat verſùs B, quàm trahatur verſùs C, abſolutè feretur verſùs C: ſi celeriùs ſe moveat ad B, quàm trahatur ad C, abſolutè feretur verſùs B; ſed eâ utrobique celeritatis proportione, quâ motus verſùs B ſuperat tractionem verſùs C, vel ab eâ ſuperatur. Quòd ſi mobile ſe ipſum moveat verſùs B, atque interim planum ipſum cum mobili feratur ab alio etiam verſùs B, manifeſtum eſt mobile ferri celeriùs, quàm uno ſolum motu affectum, eâ proportione, quam habet uterque motus ſimul ſumptus ad unum ſolum.

Quod attinet ad viam, ſive ſemitam, quam res diverſis affectæ motibus percurrunt, ea eſt modò recta linea, modò circuli circumferentia, modò aliqua ſectionum coni, modò ſpira &c. Imò nullum genus linearum aſſignabitur, quod non à certis motibus inter ſe compoſitis, deſcribi poſſit. Exemplum unum alterúmve tyronibus exhibeo.

Fig. 24. Eſto parallelogrammum O B A D, cujus unum latus percurrat muſca æqualiter ex A in B. Eodem autem tempore deferatur æqualiter latus A B cum muſcâ, inter rectas B O, A D, uſque in DO, ſic ut latus, dum defertur, ſemper maneat ſibi ipſi parallelum. Dico muſcam geminâ illâ motione affectam, percurriſſe viam obliquam A O, diametrum nempè parallelogrammi. Pervenerit enim muſca ex A in C, ducaturque C R parallela ad A D, ſecans A O in R. Quo autem tempore muſca percurrit A C, eodem latus A B delatum ſit in K R L. Hac duplici motione muſca ex A pervenit in R. Proceſſerit deinde muſca in latere A B uſque in F, ducaturque F I parallela ad A D, & eôdem tempore delatum ſit A B latus in M I Q. Hoc motu duplici pervenit muſca ex R in I, ſi demùm muſcâ exiſtente in B, latus A B ſit in D O, jam muſca erit in O, adeóque percurrit rectam totam A O.

Fig. 25. Aliud adjungo exemplum motus ex circulari, & recto compoſiti. Percurrat muſca rectam B A motu æquali, hoc eſt æquabili, & eôdem tempore recta B A, fixo manente puncto A in orbem circumagatur etiam æqualiter, donec redeat in locum undè cœpit moveri. Muſca hoc gemino motu agitata percurret lineam ſpiralem B L M O P Q A. Dividatur enim B A, in quotvis partes æquales ex. g. in ſex, & circumferentia in totidem B E, E F, &c. Cum muſca percurrit in B A, unam ſextam partem, ipſa B A mota quoque eſt in A E, ac proindè muſca pervenit ex B, in L. Rurſum cum muſca percurrit partem ſecundam rectæ B A, tunc ipſa B A mota eſt ex A E in A F, ac proindè muſca tunc eſt in M. Eôdem modô oſtendam muſcam pervenire in O, P, Q, A, ac proindè duplici illo motu ipſam percurrere ſpiralem B L M O P Q A.

Porrò motuum compoſitorum contemplatio digna ſanè eſt, quæ à Geometris excolatur. De ſolo motu volutionis conſcripſi tractatum integrum, quem cum libris Cylindricorum, & Annularium in lucem dedi. De motu projectorum, qui & ipſe compoſitus eſt, ſubtiliſſimi extant libri Galilæi, & Torricelli: & præter hæc, alia ſuperſunt innumera, de quibus integra nova ſcientia condi poſſit.

*Ex jam dictis liquet* 1. eidem ſyderi plures motus, etiam oppoſitos, poſſe competere.

*Liquet* 2. ut ſalventur phænomena, neceſſe non eſſe, ut ſydus de quò agitur, de facto pluribus motibus agitetur, ſed ut motu unico percurrat eam lineam, ſive ſemitam, quam percurreret, ſi reverà diverſis illis motibus afficeretur.

*Liquet* 3. cùm ſolem, aut aliud aſtrum conſpicimus certam lineam percurrere, nos ſcire non poſſe an unico tantùm motu, an pluribus moveatur, quandoquidem ſive uno ſive pluribus agitetur, nihil aliud viſui offeratur, quàm ſol dictam ſemitam, ſive ſpiram percurrens. Ut in exemplo muſcæ, ſi neque recta B A, neque circumferentia B E F G H I, videri poſſet, ſed tantùm muſca ipſa ſemitam ſpiralem B L M P Q A percurrens, ſciri profectò non poſſet utrùm muſca feratur per B L M P Q A immediatè motu unico, an duobus, recto videlicet, & circulari.

*Liquet* 4. cur plures cælos fingant Aſtronomi. Id enim eô conſilio præſtant, ut aſtro, vel cælo inferiori, poſſint competere motus diverſi, qui à fictitijs illis cælis ſuperioribus ipſi communicentur.

## NUMERUS XII.

### *Qualis ſit motus qui ex ſolis motu primo, & ſecundo componitur; quemque ſol non ex hypotheſi, ſed verè, & realiter percurrit.*

MOtus Solis compoſitus ex *motu primô* ab Ortu in Occaſum, qui ipſi communicatur à primô mobili, & ex *ſecundô* priori obliquè contrariò, quô ſol fertur ſub eclipticâ, eſt ſpiralis. Semita igitur quam ſol gemino illo motu affectus verè percurrit, non eſt circuli circumferentia, ſed ſpiralis quædam linea per ſphæricam ſolaris cæli ſuperficiem inflexa, & circumducta: eſtque ſpiralis ille motus ab Ortu in Occaſum, aliquantò tardior motu primi mobilis.

Meridianus eſto X B A C; æquatorem referat recta B C. Principium Arietis ponatur ſub meridiano, Fig. 26. quod proindè incidet in punctum B, quò æquator meridianum ſecat, atque ibidem etiam ſolem collocemus. Revolvatur deindè ecliptica, & ſol cum eâ, motu primi mobilis. Si interim ſol ſub eôdem eclipticæ puncto remaneret, nempè ſub Arietis principio, rediret cum eô poſt 24 horas ad idem meridiani punctum B, & percurriſſet ipſum æquatorem. Jam verò quia ſol interim ſub eclipticâ non quievit, ſed ab initio Arietis proceſſit obliquè verſùs ortum ad minuta 48, manifeſtum eſt principio Arietis, reverſo ad meridiani punctum B, à quô, abiverat, ſolem nondum ad meridianum appuliſſe, ſed appellere aliquantò ſeriùs, nempe minutis 4 ferè, & quidem non ad idem punctum meridiani B, ſed ad aliud borealius, puta ad E, illud videlicet ad quod appellit punctum eclipticæ, ſub quô in fine unius revolutionis primi mobilis, ſol exiſtit: toto autem tempore hujus revolutionis ſol ſub eclipticâ procedens, continuò receſſit magis, magiſque ab æquatore B C, ità ut poſt horas 24, declinatio ſolis ab æquatore fuerit arcus B E. Ex quô liquidò apparet, ſolem unâ revolutione primi mobilis peractâ, percurriſſe circumferentiam quandam non circularem, ſed ſpiralem, poſitam inter æquatorem B C, & parallelum æquatori circulum E R, cujus principium ſit in B, terminus in E.

Parimodô de ſecundâ revolutione ratiocinaberis. Sole enim poſito ſub meridiani puncto E, ſi is ſub eclip-

eclipticâ non procederet, poſt 24 horas rediret ad idem meridiani punctum E. Nunc autem, quia perrexit interim ſub ecliptica per alia 48 minuta, continuè ſeſe elongans magis magiſque ab æquatore B C, & parallelo E R, poſt 24 horas æquinoctiales, & 4 minuta, appellit ad punctum meridiani borealius N, ac proinde die illo percurrit ſpiram, inter duos parallelos E R, N S deſcriptam. Atque ita diebus ſequentibus, aliam ſemper, atque aliam ſpiram perambulat, uſque ad ſolſtitium; quandò ſpiras rurſum eaſdem, ſed ordine retrogrado, relegit uſque ad æquinoctium autumnale. Eadem eſt ſpirarum ratio ad alteram æquatoris partem in ſemicirculo eclipticæ boreali.

Solem ſpiras jam explicatas percurrere, & quidem ſingulas horis æquinoctialibus 24, minutis 4; hoc eſt aliquantò tardiùs revolutione unâ primi mobilis, & fixarum; non ex hypotheſi, ſed abſolutè verum eſt. Utrùm verò ſol per ſpiras illas ſic incedat, ut unico ſolo per illas motu, ſed aliquantulùm tardiore motu primi mobilis, feratur; an verò duplici motu circulari agitetur, uno primi mobilis, altero ſub ecliptica, ex quorum mixturâ fiat ut realiter viam ſpiralem perambulet, nobis conſtare [b] nequaquàm poteſt: eòdem quippè modò apparebunt omnia, & phœnomenis æqualiter ſatisfiet, utrumlibet è duobus verum eſſe contigerit.

[b] *Vide n. præc.*

Neque tamen otiosè, aut fruſtra aſtronomi hypotheſim duplicis ſolis motus excogitarunt. Sic enim motum illum ſpiralem, qui ſolus aſpectui noſtro patet, & ſub menſuram non cadit, in duos motus circulares quaſi in membra ex quibus ille alter componitur, reſolverunt. Atque ita ſingulari artificio effectum eſt, ut ſpiralis ſolis motus, ſecundùm ſe inmenſurabilis, in duos motus circulares reſolutus, ad menſuram, & calculum revocari [d] poſſit, ſine quò, neque tempora conſtitui, neque reperiri novilunia, neque prædici eclipſes poſſunt.

[d] *Hoc fiet toto cap. 6.*

*Quæ hoc numero, & præcedenti dicta ſunt, etiam lunæ, & planetarum motibus proportionaliter conveniunt.*

## NUMERUS XIII.

***Sol quoad ſenſum quotidie ab Ortu in Occaſum percurrit illum parallelum, qui tranſit per punctum eclipticæ, ſub quo ſol principio ejus diei exſtitit: Eſtque ea ſolis per parallelum revolutio aliquantò tardior revolutione primi mobilis; ſic ut ſtellæ fixæ, ſolem quotidiè uno ferè gradu, anni verò unius ſpatio, unâ revolutione integrâ prævertant.***

*Fig. 26.* AXem mundi referat XZ, æquatorem recta BC, eclipticam recta KV, tropicos rectæ KT, QV. Inter æquatorem B C, & tropicum Cancri K T, concipiantur tot paralleli ad æquatorem, quot ſunt dies ab æquinoctio verno, uſque ad ſolſtitium æſtivum, tranſeuntes per eclipticæ puncta, in quibus, ſub initium cujuſque diei, ſol exſiſtit. In ſchemate repræſentantur ſolum tres paralleli E R, N S, I Y. Spiræ illæ, quas ſolem percurrere docui numero 12, ſunt inter dictos parallelos inflexæ, ſic ut initium primæ ſpiræ ſit in ipſo æquatore in B, terminus in proximo æquatori parallelo in E; initium ſecundæ ſpiræ in E, terminus in N, & ſic de alijs ſpiris deinceps. Unde fit, ut, cum paralleli illi modico intervallo ab invicem diſtent, ſpiræ quoad ſenſum, à parallelorum circumferentijs, vix differant; ac proindè quoad ſenſum paralleli ipſi pro ſpiris aſſumi poſſint. Pari modo de ſpiris, & parallelis ad alteram æquatoris partem ratiocinare.

Quòd autem motus quotidianus ſolis per prædictas ſpiras, hoc eſt, jam quoad ſenſum, per parallelos, ſit aliquantò tardior motu primi mobilis, & fixarum; indè fit, quòd motus ſolis ab Ortu in Occaſum per ſpiras, ſeu parallelos, compoſitus ſit ex motu primi mobilis ab Ortu in Occaſum, & ex motu ſub eclipticâ ab Occaſu in Ortum; qui priori ſic adverſatur, ut per eum ſol retrocedat versùs Ortum quotidiè minutis 48, hoc eſt, ferè gradu uno, anni verò unius ſpatio per integram eclipticæ circumferentiam. Atque ità fit, ut ſtellæ fixæ ſolem quotidiè uno ferè gradu, anni autem ſpatio unâ revolutione integrâ, præcedant, juxtà ſecundum phœnomenum. n. 9; cui proindè hac hypotheſi plenè ſatisfactum eſt.

*Reliquum eſt, ut hypotheſi ſatis jam explicatâ, per eam tertij phænomeni. n. 9. propoſiti (nam primo, & ſecundo ſatiſfactum eſt) cauſas aperiamus.*

## NUMERUS XIV.

***Ad intelligentiam eorum, quæ de dierum, ac noctium viciſſitudine dicturi ſumus.***

NOTA. I. Dies naturalis, eſt una ſolis revolutio ab ortu in occaſum, donec redeat ad eundem meridiani ſemicirculum (X L Z) undè moveri cœperat. *Fig. 2.*

NOTA II. Dies artificialis, eſt tempus, quò ſol ſupra horizontem manet. Hanc intelligo, cùm diem ſimpliciter nomino.

NOTA III. Quamvis paralleli ad æquatorem circuli, eò minores ſint, quò magis ab æquatore diſtant, tamen una omnium revolutio, eòdem tempore abſolvitur, nempè 24 horis.

In fig. 2. æquator eſt H Q L O; paralleli M P I K, T V, axis mundi X Z; meridianus X L Z H. Quemadmodum horum circulorum puncta L, I, V, in principio motus ſimul ſtant ſub eòdem meridiano, ità cælo circa axem X Z circumacto, ſimul redeunt ad eundem.

NOTA IV. Inde ſequitur ſolem, cuicumque parallelo percurrendo ſemper impendere horas 24: ac proindè moveri tardiùs, cùm minorem parallelum percurrit, quàm cùm majorem.

NOTA V. Arcus diurnus, eſt circuli ad æquatorem paralleli à ſole eò die percurſi, ea pars, quæ ſuprà horizontem eſt; arcus nocturnus, illa quæ infrà horizontem.

In fig. 26. horizon ſit O M; axis mundi X Z; æquator B C; paralleli E R, N S &c; tropici K T, Q V. Arcus diurni ſunt B A, E P, N H &c; nocturni C A, R P, S H &c. *Fig. 26.*

NOTA VI. Talis eſt proportio diei ad noctem, qualis eſt proportio arcus diurni ad nocturnum, ſive tot de 24 horis cedunt diei, quot quindeni gradus continentur in arcu diurno; & de 24 horis tot cedunt nocti, quot quindeni gradus in arcu nocturno continentur. Nam gradus 15 ſui paralleli percurrit ſol unâ horâ; & gradum unum, minutis 4 unius horæ.

NOTA VII. Quando arcus diurnus eſt major pars ſui circuli (licèt circuli minoris) quàm diurnus arcus alius ſit ſui, etiam dies alter, altero die major eſt: cùm arcus diurnus pars ſui paralleli minor eſt, dies minor eſt:

eſt: cùm diurni arcus ſunt ſuorum parallelorum partes æquales, ſive ſimiles ex. gr. ambo partes dimidiæ, dies æquales ſunt. Eadem de noctibus intellige.

Ratio patet ex not. 4. Cùm enim ſol, cuilibet parallelo, impendat horas 24, manifeſtum eſt etiam illi arcui diurno plures horas de 24 impendere, qui major eſt pars ſui paralleli; illi pauciores, qui minor ſui paralleli pars eſt. Quòd ſi arcus diurni ſint partes eædem, ſeu ſimiles ſuorum parallelorum, ex. gr. ambo dimidiæ, patet utrique percurrendo, ſolem æquè multas horas impendere, ac proindè dies æquales efficere.

*A notatione 6, & 7, omnis dierum, ac noctium æqualitas, & inæqualitas dependet.*

Nota VIII. Ut cauſæ apparentiarum clarè percipiantur; exponenda paucis erunt ſchemata. 7. 8. 9. 27. 29. & inprimis 26, quò intellecto facilè cætera intelligentur. Quia difficile eſt tot circulos ſphæræ maximos, & non maximos, ſecundùm perſpectivæ leges delineare, exhibentur ij in planum coluri ſolſtitiorum orthographicè projecti. Colurus ſolſtitiorum in fig. 26. ſit X K Z V, tranſiens per mundi polos X, Z, per initia Cancri K, & Capricorni V. Manifeſtum eſt coluri polos eſſe ipſa puncta æquinoctialia. Itaque ſi utrimque ab æquinoctialibus punctis, nimirùm ab Arietis initio ex parte hâc, & ab initio Libræ ex parte oppoſitâ, demittantur perpendiculares, eæ utrimque incident in A centrum coluri, & mundi, ac proinde punctum A refert initia Arietis, & Libræ (hoc eſt puncta æquinoctialia) præter centrum mundi, ac terræ. Et quia K, & V ſunt initia Cancri, & Capricorni, ſeu puncta ſolſtitialia, patet eclipticam ſecare coluri planum rectâ V A K, ac proindè rectam V A K referre eclipticæ ſemicirculum aſcendentem, nempè à Capricorni initio V, per Arietem A, uſque ad initium Cancri K: eandemque rectam K A V referre alterum eclipticæ ſemicirculum deſcendentem, nempè ab initio Cancri K, per Libram A, uſque ad initium Capricorni V; ac proinde rectam V A K A V totam eclipticam repræſentare. Pari modò, quia A refert initium Arietis, K Cancri, A rursùm Libræ, liquet rectam A K A referre ſemicirculum eclipticæ borealem, rectam verò A V A ſemicirculum eclipticæ auſtralem. Expoſitâ projectione eclipticæ, clara erit reliquorum circulorum projectio. Nam poſito mundi axe X Z, recta C A B per A ad axem perpendicularis, referet æquatorem; rectæ autem K T, V Q, cæteræque intermediæ, ad æquatorem B C parallelæ, tropicos, & parallelos ad æquatorem circulos repræſentabunt. Denique ſi ducatur recta O M, horizontem referens, paralleli in arcus diurnos, & nocturnos ſecti exhibentur. Similis fermè erit reliquorum ſchematum expoſitio.

## NUMERUS XV.

### *Cauſa dantur eorum, quæ apparent in ſphærâ rectâ.*

*Fig. 7.*

Apparentia I. Qui degunt in ſphærâ rectâ, habent toto anno dies æquales tum noctibus, tum inter ſe.

Cùm enim æquator (B C) ad illorum horizontem (O M) *a* perpendicularis ſit, etiam paralleli, ad æquatorem circuli, inter utrumque tropicum (K T, Q V) interjecti, è quibus *b* quotidiè aliquem ſol percurrit diurno motu, erunt horizonti (O M) perpendiculares, ac proindè ab eo omnes bifariam *c* ſecantur. Quare diurni arcus totius anni, nocturnis arcubus æquales erunt. Ergò per notationem 6 num. præced. dies noctibus toto anno æquales ſunt.

a *Per defin. 27. n. 1.*
b *Per num. 13.*
c *Theodoſ. in ſphær.*

Deinde, cùm paralleli omnes ab horizonte ſecentur bifariam, erunt arcus diurni totius anni, ſimiles partes ſuorum parallelorum circulorum, nempè omnes dimidiæ. Ergò per not. 7. etiam dies omnes, toto anno, inter ſe æquales erunt.

Apparentia II. Sol ijs bis in anno per diem totum verticalis eſt, ac proindè duas habent æſtates, & duas hyemes; æſtates quidem 21. Martij, & 22. Septembris; hyemes verò 21. Junij, & 21. Decembris.

Nam 21. Martij, ſol ingreditur principium Arietis, & 23. Septemb. principium Libræ, per quæ duo eclipticæ puncta tranſit æquator, in ijs enim æquator, & ecliptica ſe invicem interſecant. Ergò ſol tam 21. Martij, quàm 23. Septemb. æquatorem motu diurno *d* percurrit. Quarè cùm *e* habitantibus in ſphærâ rectâ, æquator tranſeat per verticem (B) ſol illis, utroque illo die, verticalis eſt, ac proindè ijs tunc æſtas eſt media quæ tunc eſſe cenſetur, cùm ſol tam eſt altus ſuprà horizontem, quàm eſſe poteſt. Duas igitur habitantes in ſphærâ rectâ habent æſtates.

o *Def. 16.*
d *Per num. 13.*
e *Per defin. 27.*

Quòd etiam duas hyemes habeant, ſic oſtendo. In fig. 7. ut prius horizon ſit O M; æquator B C; ecliptica K V; tropici K T, Q V; habitator, in A. Quia æquator *a* tranſit per zenith B, & nadir C habitantium in A, fit ut unus eclipticæ ſemicirculus A K A, illis Orientem reſpicientibus ad ſiniſtram ſit, alter A V A ad dextram; ac proindè tropicus Cancri K T, tranſiens per eclipticæ punctum K, ab æquatore B C, versùs boream maximè declinans, ijs etiam ad ſiniſtram ſit, tropicus verò Capricorni Q V, tranſiens per Q punctum eclipticæ; maximè declinans ab æquatore versùs auſtrum, ſit ad dextram. Ergò bis in anno ſol ab eorum zenith B recedit quàm longiſſimè poteſt, nimirum 21. Junij, & 21. Decembris, quandò ſol in eclipticæ punctis K, V exiſtens, tropicos K T, Q V *b* percurrit. Atqui hyems media eſt cùm ſol longiſſimè abit à vertice: Duas igitur habent hyemes.

*Fig. 7.*
a *Defin. 27.*
b *Per num. 13.*

Apparentia III. A 21. Martij, uſque ad 23. Septembris, ſol ijs ſeptemtrionalis ſemper toto die eſt: per ſex enim menſes illos, ſol percurrit eclipticæ ſemicirculum A K A, qui illis ad boream eſt. A 23. Septemb. uſque ad 21. Martij ſol ijs toto die auſtralis eſt, quia per ſex illos menſes percurrit eclipticæ ſemicirculum A V A, qui illis ad auſtrum porrigitur.

Apparentia IV. Habent quatuor umbrarum differentias.

Sole æquatorem percurrente, nimirum 21. Martij, & 23. Septemb. toto antemeridiano tempore, umbræ objectorum horizonti perpendicularium totæ projiciuntur rectà in Occidentem, poſt meridiem verò rectà in Orientem. In ipſo meridiei puncto umbræ eorumdem ſunt nullæ.

Ratio horum eſt, quòd æquator, quem utroque illo tempore ſol percurrit, illis *e* verticalis ſit, & ad horizontem rectus. Quò fit ut umbræ objectorum horizonti perpendicularium toto die neceſſariò totæ incidant in eam lineam, quâ æquator horizontem ſecat. Quare, cum ea linea verum Ortum, & Occaſum *f* deſignet, neceſſe eſt umbræ ante meridiem cadant rectà in occaſum, poſt meridiem rectà in ortum. In ipſo autem meridiei puncto umbra

e *Defin. 27.*
f *Vide defin 12.*

nulla

c *Theod. in ſphær.* nulla eſt; quia ſol tunc eorum vertici directè imminet.

*Fig. 7.* Deindè, cùm ſol eſt in (K) principio Cancri; 21. Iunij, umbræ meridianæ perpendicularium horizonti objectorum iſthic rectà in auſtrum cadunt: Sole verò exiſtente in (Q) initio Capricorni, 23. Decemb. umbræ meridianæ projiciuntur rectà in Aquilonem. Ratio eſt manifeſta.

*Fig. 7.* Apparentia V. Semper vident utrumque polum mundi (X, Z) in ipſo utrimque margine horizontis. Vident omnes ſtellas firmamenti: omnes enim 24. horarum ſpatio ſuprà horizontem ipſorum aſcendunt. Quæ omnia patent ex ipsâ definitione ſphæræ parallelæ.

## NUMERUS XVI.

*Cauſa dantur eorum quæ apparent in ſphærâ obliquâ.*

a *Def. 16.*
d *Per num. 13.*
c *Per in-ſin. 27.*

*Fig. 2.* Apparentia I. Dum ſol ingreditur puncta æquinoctialia (Q, O) in quibus nempè ecliptica (QIOG), & æquator (QLOH) ſe mutuò interſecant (quod accidit circà 21. Martij, & 23. Septemb.) dies, & noctes toto orbe ſunt æquales.

*Fig. 7.* Tunc enim ſol motu diurno percurrit ipſum æquatorem (QLOH), eò quòd hic motus fiat circa axem (XZ) qui ad æquatorem perpendicularis eſt. Quoniam verò tam horizon quivis, quàm æquator, circuli maximi ſunt, ſeſe illi *o* ſecant bifariam, ac proinde ubivis terrarum æquatoris media pars ſuprà horizontem eſt. Sic in fig. 2. æquatoris pars dimidia E L D exiſtit ſuprà horizontem B D C E. Ergò tunc per notat. 6. num. 14, ubivis terrarum dies nocti æqualis eſt.

a *Def. 13.*
o *Theodoſ. in ſph.*

Locum præcipuè habet hæc apparentia in ſphærâ obliquâ. Quamvis etiam vera ſit in ſphærâ rectâ; ſed iſthic toto anno noctes, & dies æquales ſunt: imò vera eſt & in ſphærâ parallelâ, quia 21. Martij iſthic dies incipit (ut oſtendam infra) ſex menſium, 23. Septemb. nox inchoatur ſex item menſium, ac proindè æqualis diei.

b *Per num. 13.*

*Fig. 26.* Apparentia II. In quâvis ſphærâ obliquâ boreali (OXKM) 21. Iunij, dies longiſſima eſt, nox breviſſima: 21. Decembris eſt nox longiſſima, dies breviſſima. In ſphærâ obliquâ auſtrali (OVZM) omnia accidunt contraria: 21. Iunij dies breviſſima eſt, nox longiſſima: 21. Decemb. dies eſt longiſſima, nox autem breviſſima.

Ratio eſt, quia 21. Iunij ſol eſt in eclipticæ puncto (K) maximè versùs polum boreum (X) declinante, ac proindè eô die *r* percurrit parallelum K T, per punctum K tranſeuntem (ipſum nempè tropicum Cancri), tunc autem arcus diurnus (hoc eſt, is, qui eſt ſuprà horizontem (OM) nempè arcus K D) eſt major pars ſui paralleli (K T) quàm ulli alij arcus diurni (I G, N H &c.) ſint ſuorum parallelorum (I Y, N S &c.) Ergò dies illa omnium longiſſima eſt, per notat. 7. num. 14. Rursùm quia tum arcus nocturnus (T D) eſt minor pars ſui paralleli, quàm alij ulli arcus nocturni (Y G, S H &c.) ſint parallelorum ſuorum (Y I, S N &c.) erit tum per eamdem not. 7. num. 14. nox omnium breviſſima.

r *Per num. 13.*
e *Def. 27.*

Deindè 21. Decembris, ſol eſt in eclipticæ puncto V, maximè ad polum auſtrinum (Z) declinante, adeoque percurrit *ſ* eô die parallelum (QV) per (V) ipſum tropicum Capricorni. Tum verò arcus diurnus, (QL) eſt minor pars ſui paralleli (QV) quàm ſint ulli alij diurni arcus parallelorum ſuorum. Ergò per not. 7. num. 14. dies illa omnium breviſſima eſt. Quia verò tum arcus nocturnus (VL) eſt ſui paralleli pars omnium maxima, etiam nox per not. 7. omnium erit longiſſima.

f *Vide ſin. 12.*
ſ *Per num. 13.*

Ex his facilè apparebit ratio eorum quæ accidunt in obliquâ ſpærâ auſtrali.

Apparentia III. In omni ſphærâ obliquâ boreali (OXKM) dies creſcunt à 21. Decembris, uſque ad 21. Iunij: decreſcunt autem eôdem ordine, ſed retrogado, à 21. Iunij, uſque ad 21. Decembris. In obliquâ ſphærâ auſtrali (OVZM) contrarium accidit; nam à 21. Decemb. uſque ad 21. Iunij, decreſcunt dies; creſcunt autem à 21. Iunij, uſque ad 21. Decembris. *Fig. 26.*

Ratio eſt; quia 21. Decembris ſol exiſtit in eclipticæ puncto, (V) maximè ad auſtrum declinante, ubi eſt initium Capricorni: atque ab eâ die ſol incipit decurrere motu proprio, eclipticæ ſemicirculum aſcendentem (V K) à principio Capricorni (V) per Arietem (A) uſque ad Cancri initium (K); ac proindè motu primi mobilis, percurrit *a* diebus ſingulis, ſingulos ordine parallelos, qui tranſeunt per eclipticæ puncta, in quibus die quolibet ſol reperitur. Sic ipsâ 21. Decemb. percurrit tropicum Capricorni (QV); 22. Decembris, parallelum 2, 7; 23. Decembris, parallelum 3, 8; & ſic deinceps. Jam verò arcus 2, 5 major pars eſt ſui paralleli, quàm arcus diurnus Q L, ſui paralleli Q V; & arcus diurnus 3, 6 major pars eſt paralleli ſui 3, 8, quam arcus 2, 5 paralleli ſui; & ſic deinceps. Ergò *per notat. 7. num.* 14. dies reſpondens arcui 2, 5, major eſt die qui reſpondet arcui Q L; & dies arcui 3, 6 debitus, major eſt die debito arcui 2, 5: & ſic deinceps. a *Per num. 13.*

Deindè quia à 21. Iunij, uſque ad 21. Decembris ſol decurrit eclipticæ ſemicirculum deſcendentem K V, (utrumque ſemicirculum eadem linea repræſentat, uti dictum not. 8. num. 14.) à principio Cancri (K) per Libram (A) uſque ad Capricorni initium (V), fit ut parallelos eoſdem, ſed ordine retrogado, ſol decurrat; nimirum 21. Iunij tropicum Cancri (K T), 22 parallelum I Y; 23 parallelum N S; & ſic deinceps. Quare, quô ordine dies anteà creverant, eôdem ordine, ſed retrogrado, rurſum decreſcant neceſſe eſt.

Ex dictis facilè deducetur ratio eorum, quæ ſunt in obliquâ ſphærâ auſtrali (OVZM). *Fig. 26.*

Apparentia IV. In quâvis ſphærâ obliquâ boreali (OXKM), à 21. Martij, uſque ad 23. Septembris, dies noctibus ſunt longiores: à 23. Septemb. uſque ad 21. Martij, dies ſunt noctibus breviores. In ſphærâ obliquâ auſtrali (OVZM) contrarium evenit; nam à 21. Martij, uſque ad 23. Septemb. dies ſunt noctibus breviores; & à 23. Septemb. uſque ad 21. Martij, dies noctibus longiores ſunt.

Ratio eſt: quia cùm à 21. Martij, uſque ad 23. Septembris, Sol decurrat eclipticæ ſemicirculum borealem, quem refert *b* rectà A K A, liquet ex num. 13. eum motu diurno percurrere parallelos E R, N S &c. poſitos inter æquatorem (B C), & tropicum Cancri (K T). Atqui horum major ſemper pars eſt ſuprà horizontem (OM), minor infrà: Ergò toto eô tempore *per notat. 6. num. 14.* dies noctibus longiores ſunt. b *Vide expoſit. fig. 26. nu. 14. not. 8.*

Deindè, à 23. Septembris, uſque ad 21. Martij, ſol decurrit ſemicirculum eclipticæ auſtralem *c* (A V A), c *Vide expoſ. fig. 26.*

 ac

Digitized by Google

ac proindè motu diurno percurrit parallelos 4 π; 3, 8 &c. poſitos inter æquatorem ( B C ) & tropicum Capricorni ( Q V ). Atqui horum ſingulorum pars exiſtens ſuprà horizontem ( O M ) minor eſt parte infrà horizontem depreſsâ : ergò *per notat. 6. num.* 14. dies toto eò tempore ſunt noctibus breviores.

Ex dictis facilè intelligitur ratio eorum quæ fiunt in ſphærâ ( O V Z M ) auſtrali.

Apparentia V. In quâvis ſphærâ obliquâ, duo quilibet dies in eôdem horizonte, æqualiter à ſolſtitio diſtantes, ſunt æquales. Similiter duæ quælibet noctes æquales ſunt quæ æqualiter à ſolſtitio diſtant.

Ratio eſt; quia parallelus quilibet ſecat eclipticam in duobus punctis æqualiter à ſolſtitio remotis. Ergo unus idemque parallelus antè, & poſt ſolſtitium decurritur à ſole, dum exiſtit in duobus punctis eclipticæ, æqualiter a ſolſtitiali puncto diſtantibus; ac proindè unus utriuſque diei arcus diurnus eſt; unus quoque nocturnus arcus utriuſque. Ex quò liquet æqualitas tam utriuſque diei, quàm noctis utriuſque.

In *fig.* 26. duo puncta eclipticæ æqualiter a ſolſtitiali puncto ( K ) Cancri initio remota, repræſentantur puncto ω. Conſule expoſitionem ſchematis notat. 8. num. 14.

Apparentia VI. In quâvis ſphærâ obliquâ quælibet dies ( exceptis diebus ſolſtitiorum ) reſpectu ejuſdem horizontis, æqualis eſt duabus noctibus ſumptis ſingillatim, quarum una medio anno diſtat à die datâ. Similiter nox quælibet diebus binis, itidem ſingillatim ſumptis æqualis eſt.

*Fig.* 26. Parallelus à ſole percurſus die datâ eſto I Y. Ad alteram partem æquatoris ( B C ) accipiatur parallelus 2, 7, æqualiter diſtans ab æquatore ( B C ), & æquinoctio verno, quod repræſentatur puncto α A. Parallelus 2, 7 æqualis eſt parallelo I Y, & hujus arcus diurnus I G, arcui nocturno 7, 5 illius æqualis eſt; ac proindè dies data *b* nocti æqualiter ab æquinoctio remotæ, æqualis eſt. Quia verò *per appar.* 5. nox quælibet æqualis eſt alteri nocti æqualiter ſecum diſtanti à ſolſtitio : fit, ut quælibet dies data, duabus ſigillatim noctibus, æqualis exiſtat, quarum una ſemper invenietur diſtare medio anno à die cui æquales ſunt : uti facilè eſt colligere ex ſpatio eclipticæ interjecto inter dictos parallelos. Similis eſt ratio partis ſecundæ.

a *Vide expoſ. fig. not.* 8. *num.* 14.
b *Per not.* 6. *num.* 14.

*Fig.* 26. Apparentia VII. Quanta eſt dies in quâvis ſphærâ boreali datâ ( O X K M ), tanta eſt eôdem tempore nox in ſphærâ auſtrali præcisè oppoſitâ ( O V Z M ), & contrà. Ut ſi in ſphærâ boreali habente altitudinem poli borei ( O X ) grad. 50, dies 21. Iunij ſit 16 horarum; in ſphærâ auſtrali oppoſitâ, habente nimirùm altitudinem poli auſtrini ( M Z ) etiam 50 graduum; erit 21 Iunij nox ſimiliter horarum 16.

Ratio eſt; quia idem ille arcus, ( ex. gr. K D ) qui 21. Iunij ex. gr. eſt in ſphærâ boreali arcus diurnus, eâdem die 21. Iunij, eſt arcus nocturnus in ſphærâ auſtrali ( O V Z M ) præcisè oppoſitâ. Ergò *per notat. 6. num.* 14. res liquet.

*Fig.* 26. Apparentia VIII. Dies quælibet ( exceptis diebus Solſtitiorum ) in quâvis, ſphærâ boreali ( O X K M ) æqualis eſt duobus ſigillatim diebus in ſphærâ quâvis auſtrali oppoſitâ ( O V Z M ) quorum unus medio anno diſtat à die datâ ; & contrà. Idem de nocte cum binis noctibus collatâ, intellige.

Parallelus à ſole percurſus die datâ eſto N S. Poſt medium annum ſol percurrit parallelum 3, 8, tanto intervallo ab æquatore ( B C ) diſtantem versùs auſtrum, quantùm diſtabat N S versùs boream : qui duo paralleli proindè æquales ſunt ; adeoque etiam arcus diurnus N H, in ſphærâ boreali, æqualis eſt arcui diurno 8, 6 in ſphæra oppoſitâ : ſimiliter & nocturnus arcus S H in hâc, nocturno arcui 3, 6 in illâ par erit. Ergò *per notat. 6. num.* 14. dies diei, & nox nocti æquabitur. Quia verò *per appar.* 5. arcui diurno 8, 6, reſpondent duo dies æquales, à Solſtitio æqualiter diſſiti, & arcui nocturno 3, 6 ſimiliter duæ æquales noctes, fit ut dies data in ſphærâ boreali æquetur duabus ſingillatim diebus in ſphærâ oppoſitâ, & nox in ſphærâ bor. duabus ſingillatim in noctibus in oppoſitâ.

*Hæc apparentia non eſt eadem cum appar. 6.*

Apparentia IX. In æquinoctijs Martij 21, & 23. Septemb. ſol toto orbe oritur, & occidit in ipſo Oriente, & Occidente verò : quia cùm tunc æquatorem motu diurno percurrat, neceſſariò oritur, & occidit in ijs punctis, quibus æquator horizontem ſecat, quæ puncta ſunt α verus Oriens ; & Occidens. a *Defin.*
Altitudo autem ſolis meridiana ſuprà horizontem 12. tunc eſt eadem, quæ Æquatoris.

Apparentia X. In quàvis ſphærâ boreali obliquâ, ab æquinoctio verno, uſque ad Solſtitium 21. Iunij, ſol oritur, & occidit in punctis horizontis quotidiè magis, magiſque ab Æquatore versùs boream recedentibus. Altitudines autem meridianæ ſolis creſcunt.

A Solſtitio 21. Iunij uſque ad æquinoctium autumnale 23. Septemb. ortus occaſuſque Solis ordine eôdem, ſed retrogrado, remeant quotidiè magis, magiſque à boreà versùs Æquatorem. Altitudines verò ſolis meridianæ rursùm minuuntur.

Ab æquinoctio autumnali, 23. Septemb. uſque ad Solſtitium 21. Decemb. ortus occaſuſque Solis ab Æquatore versùs auſtrum quotidiè magis, magiſque abeunt ; & altitudines ſolis meridianæ pergunt diminui.

Deniquę à ſolſtitio 21. Decemb. uſque ad æquinoctium 21. Martij, ortus occaſuſque Solis ab auſtro versùs Æquatorem remeant; & ſolis meridianæ altitudines creſcunt.

Ratio horum omnium patet ex obliquitate eclipticæ, cujus una medietas ( continens Arietem, Taurum, Geminos, Cancrum, Leonem, Virginem ) vergit ad boream, quam ſol percurrit à 21. Martij, uſque ad 23. Septembris, ſic ut 21. Iunij, ſit in Cancri initio, nempè in puncto maximè ad boream declinante : altera medietas ( gerens Libram, Scorpium, Sagittarium, Capricornum, Aquarium, Piſces ) ad auſtrum vergit, quam peragrat ſol à 23. Septemb. uſque ad 21. Martij, ſic ut 21. Decembris ſit in principio Capricorni, puncto maximè ad auſtrum declinante.

*Ex his non difficulter colliges quomodo hæc omnia ſeſe habeant in ſphæra obliqua auſtrali.*

Apparentia XI. In ſphærâ obliquâ, cujus Zenith ( α ) extrà tropicos eſt, ſol nunquàm verticalis *Fig.* 26.
eſt : & borealibus quidem in meridie ſemper ad auſtrum eſt, ac proindè eorum meridianæ umbræ rectà ſemper in Boream cadunt; nunquam in Auſtrum: auſtralibus verò, ſol ſemper in meridie ad boream eſt, adeoque eorum umbræ ſemper rectà in auſtrum projiciuntur ; numquam in ſeptemtrionem. Ratio patet.

Unam habent æſtatem, quia ſol ijs tantùm ſemel in anno fit vertici proximus ; & unam hyemem, quia tantùm ſemel in anno ſol à vertice fit remotiſſimus.

Ap-

Digitized by Google

Fig. 27. Apparentia XII. Degentibus in ſphærâ obliquâ, cujus Zenith (a) eſt inter tropicos (K T, Q V), quædam accidunt communia ſphæræ rectæ.

Primò. Bis in anno ſol in meridie ipſis verticalis eſt, nimirum quando percurrit parallelum (a S), per Zenith (a) tranſeuntem. Quilibet autem parallelus à ſole bis percurritur, ſemel ante ſolſtitium, & ſemel poſt.

Secundò. Duæ ſunt illis æſtates, & duæ hyemes, quarum una longior, & frigidior alterâ. Æſtates duæ ſunt, quia ſol bis per annum ipſis in meridie verticalis eſt: tunc autem, & toties æſtas eſt, quando, & quoties ſol fit vertici proximus. Duæ etiam ſunt hyemes, quia ſol bis in anno longiſſimè recedit à Zenith, ſeu vertice (a), ſemel quidem cùm exiſtens in (K) principio Cancri, percurrit motu diurno tropicum (K T); iterum verò cùm exiſtens in (V) initio Capricorni, percurrit alterum tropicum Q V. Tunc autem, & toties hyems eſt, quando, & quoties ſol à vertice fit remotiſſimus. Quia autem receſſus ſolis à vertice alter altero longior eſt, etiam hyems una longior, & frigidior alterâ eſt.

Tertiò. Unâ parte anni ſol ijs in meridie borealis eſt, alterâ auſtralis. Eclipticæ punctum eſto N, per quod ductus parallelus, S N a, tranſeat per Zenith a; meridianus verò ſit O a M a. Quoniam ſol poſitus in eclipticæ puncto N, adeoque percurrens eò die parallelum S N a, in meridie tranſit per Zenith a; manifeſtum eſt toto eo tempore, quô Sol peragrat partem eclipticæ N K N, ac proindè motu diurno percurrit parallelos inter parallelum verticalem a S, & tropicum cancri K T conſtitutos, in meridie ſolem habitantibus in A, eſſe ultra Zenith a versùs ſeptemtrionalem polum X: Cùm verò peragrat eclipticæ partem N V N, meridianum ſolem exiſtere ultrà Zenith X versùs polum auſtralem Z.

Quartò. Unâ parte anni umbræ meridianæ ijs rectà ad auſtrum cadunt; alterâ in ſeptemtrionem præcisè. Patet ex præcedenti.

Apparentia XIII. Quorum Zenith eſt in tropico Cancri, ſemel in anno ſolem habent verticalem, nimirùm quandò tropicum percurrit, quod fit 21 Junij, vel 21 Decemb. & in meridie ejus diei, objecta horizonti recta nullam umbram projiciunt. Unam tantùm æſtatem habent, & hyemem unam; neque ſol meridianus ijs unquàm borealis eſt, ac proindè umbræ meridianæ nunquam auſtrales. Quorum omnium ratio ex præcedentibus ſatis colligitur.

*Hinc etiam facilè intelliges, quæ accidunt ijs, quorum Zenith eſt in tropico Capricorni.*

Apparentia XIV. In omni ſphærâ obliquâ polus unus, & quædam ſtellæ nunquàm occidunt: polus alter, & quædam ſtellæ nunquam videntur: reliquæ omnes intrà 24 horas oriuntur, & occidunt.

Fig. 30. Horizon ſit O M; æquator B C ad horizontem obliquus, poli X, Z: circuli ad æquatorem paralleli ſint P O, M L: illius punctum imum tangat horizontem in O, ſummum verò hujus horizontem tangat in M. Manifeſtum eſt cælo circa axem X Z, qui ad hos circulos æquatori parallelos perpendicularis eſt, circumacto, parallelum P O ſemper extare totum ſuprà horizontem O M, parallelum verò M L, infrà horizontem ſemper totum deprimi. Ergò pars cæli O X P cum omnibus in eâ ſtellis, ſemper conſpicua eſt; altera M Z L, cum omnibus, quas habet, ſtellis perpetuò occulitur. Cæteras verò ſtellas omnes oriri, & occidere tum ex his, tum ex ſæpè jam dictis liquet.

Apparentia XV. In omni ſphærâ obliquâ quò major eſt altitudo poli ſuprà horizontem, eò Borealibus major erit dies longiſſima, & alia quælibet à 21 Martij uſque ad 23 Septemb. dies autem breviſſima, & alia quælibet à 23 Septemb. uſque ad 21 Martij, eò erit minor: Auſtralibus contrarium evenit.

## NUMERUS XVII.

*Dantur cauſæ eorum, quæ apparent in ſphærâ obliquâ, cujus dies longiſſima 24 horas æquat, vel excedit; & demque eorum, quæ in ipsâ ſphærâ parallelâ contingunt.*

Horizon ſit O M; altitudo poli X O; Æquator B C; paralleli E R, N S, &c. Si concipiamus alium horizontem deſcendentem infrà O, extantem verò ſuprà M, major ſuprà hunc erit poli X altitudo, & parallelorum borealium E R, N S &c, quos ſol percurrit à 21 Martij uſque ad 23 Septembris, ſuprà hunc majores extabunt partes, quàm ſuprà priorem O M. Ergò *per notationem 6. num.* 14. quò major altitudo poli, eò &c. Deinde quia horizontis illius pars altera aſcendit ſupra horizontem O A M, patet ſuprà illum parallelorum auſtralium 4 π, 3 8, &c, quos ſol percurrit à 23 Septemb. uſque ad 21 Martij, minores extare arcus, quàm ſuprà horizontem A M. Ergò rursùm *per notat. 6. num.* 14, quò major eſt altitudo poli, eò dies breviſſima &c. Fig. 26.

Apparentia I. Ubi tanta eſt altitudo a poli ut tropicus alteruter (K T) horizontem (O M) tangat, una eſt continua 24 horarum dies, & poſt annum dimidium una nox continua horarum 24. Id verò accidit in eò horizonte, ſuprà quem polus attollitur gradibus 66. 30. Fig. 28. a Ea eſt gr. 66.

Ratio eſt: quia cùm tropicus (K T), qui eſt ſolarium parallelorum ultimus, ſit totus ſuprà horizontem (O M), eumque ſol 24 horis abſolvat, liquet ſolem 24 horis ſupra horizontem exiſtere. Pari modo quia tropicus alter (Q V) totus infra (O M) horizontem eſt, eumque percurrit ſol horis 24. patet ſolem 24 horis infrà horizontem occuli. Quòd autem id eveniat ad poli altitudinem graduum 66. 30, perſpicuum eſt; nam arcus (C X) ab æquatore (C B) ad polum (X) eſt grad. 90, & arcus (C T, ſive C O) ab æquatore ad tropicum (K T), ſive horizontem (M O) (tangunt enim ſe in puncto O, T) eſt grad. 23. 30. Ergò arcus (O X) qui eſt altitudo poli, erit graduum 66. 30.

Apparentia II. Ubi tanta eſt poli altitudo (excedens videlicèt gradus 66. 30) ut plures paralleli ſolares toti exiſtant ſuprà horizontem (O M), dies longiſſimæ toties continebit 24 horas, quot paralleli ſuprà horizontem toti extant: & poſt annum dimidium, longiſſima nox continebit toties 24 horas, quot paralleli infrà horizontem toti deliteſcunt. Fig. 29.

Ratio manifeſta eſt ex jam dictis, & notatione 6. num. 14.

Apparentia III. Denique in ipsâ ſphærâ parallelâ, in quâ altitudo poli (X) ſuprà horizontem (O M) eſt graduum 90, una eſt dies continua 6 menſium & menſium totidem continua nox; proindè, annus ex unâ die, & nocte unâ componitur. Incipit porrò dies circà 21 Martij, nox circà 23 Septembris. Fig. 9.

Ratio horum omnium hæc eſt. Quià in ſphærâ

a Defin. 27. num. 1. parallelâ polus a mundi (X) eſt in ipſo Zenith, & æquator (B C) coincidit cum horizonte (O M), fit ut puncta æquinoctialia, quibus æquator, & ecliptica ſe interſecant, ſint utrimque in ipſo margine horizontis. Quia autem axis mundi (X Z) ad horizontem hic perpendicularis eſt, fit, ut dum circà axem (X Z) cælum circumagitur, æquinoctialia puncta, hoc eſt initia Arietis, ac Libræ per horizontis circumferentiam, moveantur. Ergò medietatum eclipticæ, inter puncta æquinoctialia exiſtentium, altera cum omnibus parallelis ſuis ſemper tota ſuprà horizontem exſtat, altera cum ſuis parallelis, ſemper tota infrà horizontem deprimitur. Ergò ſol toto eô tempore, quô percurrit medietatem unam, hoc eſt anno dimidio, ſemper ſuprà horizontem eſt, ac proindè diem continuam 6 menſium efficit: toto verò eô tempore, quò percurrit medietatem alteram, perpetuò infrà horizontem occulitur, adeoque noctem efficit continuam menſium item ſex.

Fig. 9. Apparentia IV. In ſphærâ parallelâ umbrarum extremitates 24 horarum ſpatio, deſcribunt integram circuli circumferentiam, majorem minoremve, pro majore minoréve ſolis altitudine.

Ratio eſt, quia 24 horis ſol quotidiè quoad ſenſum percurrit unum parallelum integrum. Qui cum ſit æquatori (B C), adeoque & horizonti (O M), qui cum æquatore coincidit, æquidiſtans, umbrarum circuitus neceſſariò quoad ſenſum circulares ſunt.

Apparentia V. Degentibus in ſphærâ parallelâ nullæ ſtellæ oriuntur, nullæ occidunt; ſed unum ſemper idemque hemiſphærium (O X M) intuentur, altero (O Z M) infrà horizontem perpetuò delitescente. Patet ex dictis apparentiâ III.

Fig. 9. Apparentia VI. In ſphærâ parallelâ nox quidem omnium longiſſima eſt; ſed non omnium maximè obſcura, aut denſa: cum Solis maximus infra horizontem deſcenſus tantùm ſit grad. 23. 30, nimirùm uſque ad tropicum ſemper latentem (Q V). Si tamen nox dicenda eſt, & non potiùs crepuſculum ferè perpetuum, quod (ut dicam infra n. 21.) plerique vel inchoari vel finiri volunt, ſole 18, aut 20 gradibus infrà horizontem depreſſo.

Apparentia VII. Poſtremò non ſolùm in ſphærâ parallelâ, ſed in aliâ etiam quâcumque, totius anni dies omnes ſimul ſumpti, omnibus noctibus ſimul ſumptis æquales ſunt. Quare ubivis gentium, dierum unius anni ſumma æqualis eſt.

Id quidem in ſphærâ parallelâ, & ſphærâ rectâ manifeſtum erit ex ſolâ inſpectione ſchematum 9, & 7. In obliquâ verò patet ex apparentiâ VI. num. 16.

*Ex his, cæteriſq; num. 15, 16, 17 explicatis infinita creatoris Dei ſapientia elucet, qui unâ ſolaris curriculi obliquitate, tam admirabilem apparentiarum varietatem toto orbe terrarum effecit.* Quam magnificata ſunt opera tua Domine! omnia in ſapientiâ feciſti. *Verè* cæli enarrant gloriam Dei, & opera manuum ejus annuntiat firmamentum. *Laudent te omnia opera tua Domine; ſed inprimis te homines laudent, atque ament, quibus omnem hunc cæli, ac terræ ornatum, & copiam condidiſti: tui ſeſe illi obſequijs totos addicant, atque ex admirabilium tuorum operum contemplatione, ad cognitionem tui, amoremq; conſcendant.*

## *Scholium.*

*Quæ hactenus de dierum, ac noctium artificialium, quantitate dicta ſunt, intelligi debent ſeclusâ Solis parallaxi, & præſertim refractione; quæ quidem aliquam, ſed tamen in hoc negotio non æſtimandam diverſitatem efficit. Inæqualitas verò ipſorum dierum naturalium, quæ in artificiales, quaſi partes ſuas influit, de quâ a infrà, etiam ipſa, tanquam in hoc propoſito inſenſibilis contemnitur.* a Num. 50.

*Quæ autem de Solis motu* primo & ſecundo, *de varietate dierum, ac noctium, cæteriſq; his affinibus, toto hoc capite dicta ſunt, intelligi etiam ſuo modô debent de planetis reliquis, ac inprimis lunâ: omnibus enim præter motum* primum, *ſeu* diurnum *cunctis ſideribus communem, convenit* motus ſecundus *ſub Zodiaco. De quorum ſingulis tractabitur libris ſequentibus.*

# CAPUT IV.

## De parallaxi: de refractione Aſtronomica: de crepuſculis.

Parallaxibus, & refractioni tractatus integri debentur. Hic ea ſolùm delibabimus, quæ ſequentibus intelligendis ſunt neceſſaria; cætera, ubi opus fuerit, ſuis locis explicaturi.

### NUMERUS XVIII.

*Exponuntur definitiones parallaxeos altitudinis.*

Inter multas parallaxium ſpecies præcipua eſt *parallaxis altitudinis*, ſeu *verticalis*, ex quâ dimanant cæteræ. Hanc unam, quantum præſenti inſtituto convenit, hic explicabimus.

Centrum cæli, & terræ ſit A: oculus in ſuperficie terræ in B: Zenith, ſive vertex S: aſtrum quodcumque in C: verticalis per aſtrum tranſiens Z C O: alij inſuper verticales S L R in ſupremo cælo, & X B X in terrâ, exiſtentes in plano verticalis Z C O: horizon rationalis A R; horizon ſenſibilis B N. His ita conſtitutis. Fig. 87. Lib. 1. Geomet. Pract.

1. *Locus verus* aſtri C abſolutè, eſt punctum illud, quò reverà aſtri centrum exiſtit.

2. *Locus verus* aſtri C relativè ad ſupremum cælum, qui & intelligi plerumque debet, cum *verus* aſtri *locus* nominatur, eſt punctum L ſupremi cæli, in quò terminatur recta linea A C L, ex mundi centro A per aſtri centrum C, emiſſa.

3. *Locus viſus*, ſeu *apparens* aſtri, eſt punctum F ſupremi cæli, in quò recta ex oculi centro B, per centrum aſtri C emiſſa terminatur.

4. *Linea veri loci*, eſt recta ex mundi centro per aſtri centrum emiſſa.

5. *Linea loci viſi*, eſt recta ex centro oculi per aſtri centrum emiſſa.

6. *Parallaxis*, ſive *diverſitas aſpectus*, eſt arcus (L F) inter verum (L), & viſum (F) aſtri locum interjectus.

7. *Angulus parallacticus*, qui plerumque etiam ſimpliciter *parallaxis* vocatur, eſt angulus (B C A), quem in centro aſtri efficiunt lineæ loci veri, & viſi; rectæ nimirum A C, & B C ex centris mundi (A), & oculi (B), ad aſtri centrum emiſſæ.

8. *Diſtantia vera aſtri* (C), à vertice (S) eſt arcus

Digitized by Google

cus à vertice uſque ad lineam veri loci ( A L ), quem metitur angulus S A L.

9. *Diſtantia viſa*, ſeu *apparens aſtri à vertice*, eſt arcus à vertice uſque ad ( B F ) lineam loci viſi, quem metitur angulus S B F.

10. *Altitudo aſtri* ( C ) *viſa*, eſt arcus inter horizontem viſibilem ( B N ), & aſtri locum viſum ( F ) interjectus, quem metitur angulus N B F.

11. *Altitudo aſtri* ( C ) *vera*, eſt arcus ( R L ) inter rationalem horizontem ( A R ), & verum aſtri locum ( L ), interceptus. Hanc metitur angulus R A L.

12. *Parallaxis horizontalis*, eſt parallaxis aſtri ( O ) in horizonte viſibili ( B O N ) apparentis: ſive, *parallaxis horiz.* eſt angulus verticem habens in ( O ) centro aſtri, qui continetur radio terram tangente ( B O ), & altero ( A O ), ex terræ centro exeunte.

## NUMERUS XIX.

### *Affectiones primæ parallaxeos altitudinis.*

Iisdem poſitis quæ numero præcedente, ſit

*Fig. 87. Lib. 1. Geomet. Pract.* Theorema I. Angulus parallacticus ( B C A ), eſt differentia angulorum ( S A L , S B F ) diſtantias à vertice veram ( S L ), & viſam ( S F ) metientium.

*Demonſtratio.* Angulus S B F, ſive S B C externus, *a* æqualis eſt duobus internis oppoſitis S A L ſeu B A C, & B C A. Ergò B C A eſt exceſſus, quò S B C metiens diſtantiam viſam S F, excedit angulum S A C, qui metitur diſtantiam veram S L.

*a Per 32. 1.*

Theorema II. Angulus parallacticus ( B C A ) etiam differentia eſt angulorum ( R A L , N B F ) altitudinem veram ( L R ), & viſam ( F N ) metientium.

*Demonſtratio:* Ducatur A T parallela ad B C F; erit angulus B C A *b* æqualis ſibi alterno C A T, ſeu L A T. Sed L A T eſt differentia angulorum R A L, R A T. Ergò B C A etiam eſt differentia angulorum R A L, R A T. Atqui angulus R A T æqualis *c* eſt angulo N B F. Ergò etiam B C A parallacticus angulus, eſt differentia angulorum R A L, N B F altitudinem veram, & viſam metientium.

*b Per 37. 1.*

*c Facilè id oſtendes ex 27. 1. productis rectis C B, T A donec concurrant cum R A etiam productâ.*

Theorema III. Sydus in vertice ( S ) conſtitutum, nullam patitur parallaxim. Patet, quia locus verus, & locus viſus in vertice coincidunt.

Theorema IV. Aſtrum in horizonte maximam ſubit parallaxim.

*Demonſtratio.* Horizontem ſenſibilem referat recta D B O ad diametrum Z A P perpendicularis, aſtrum ſit in O; parallaxis horizontalis B O A; alia quæcumque B C A. Oſtendam B O A eſſe majorem. Producantur C B, C A, O A uſque ad peripheriam oppoſitam in F, G, N; ducanturque rectæ F G, D N. Quoniam D B O longiùs à centro A abeſt, quàm F B C (cum D B O tangat circulum centro A deſcriptum, G B ſecet), erit D B O minor quàm F B C. Ergò ſegmentum D P O majus eſt ſegmento F P C. Angulus igitur *c* D N O exiſtens in majori ſegmento D P O, minor eſt angulo F G C poſito in minori ſegmento F P C, Atqui anguli N D O, G F C exiſtentes ambo in ſemicirculo *d* ſunt recti, ac proindè æquales. Ergò tertius angulus, O, major *e* eſt tertiò C: quod erat demonſtrandum.

*c Colligitur ex 21. 3.*

*d Per 31. 3.*

*e Patet ex 32. 1.*

Theorema V. Inter parallaxes cæteras in eôdem verticali factas, ea minor eſt, quæ vertici propinquior eſt.



*Demonſtratio* ſimilis præcedenti.

Theorema VI. Duorum ſiderum ( M, D ) in eâdem altitudine verâ exiſtentium, ejus major eſt parallaxis, quod minùs diſtat à centro terræ.

*Demonſtratio*, patet ex 32. 1. ſyderis enim M, vicinioris centro terræ parallaxis B M A, eſt angulus externus reſpectu anguli interni oppoſiti B D M, ſeu B D A, qui eſt parallaxis aſtri D, remotioris à centro terræ.

Theorema VII. Duorum ſyderum ( O, Q ) in eâdem altitudine viſà exiſtentium, illius quoque parallaxis major, quod terræ vicinius.

*Demonſtratio* eadem.

Theorema VIII. Parallaxis, diſtantiam aſtri ab horizonte, minuit; diſtantiam à vertice auget.

Aſtrum quippè verum locum habens in L, apparet in F, propiùs horizonti B N, & longiùs à vertice S.

## NUMERUS XX.

### *Affectiones Primæ, refractionis Aſtronomicæ.*

De refractione univerſim tractandum eſt libro ſingulari. Quod attinet ad refractionem Aſtronomicam, hic pauca atquè obiter, ſolùm ut intelligi poſſint ſequentia, monere viſum eſt. Refractionis tot ſunt ſpecies, quot parallaxium: ſed quæ omnes dimanent ex unâ, videlicet ex refractione altitudinis, hoc eſt, quæ fit in circulo altitudinis, ſeu verticali. Hanc unam hic attingam brevitèr, eamque ſemper intelligi volo, cùm refractionem nomino. Suppoſitis igitur quæ refractionis naturam ſpectant, effectus ejus in Aſtronomiâ, ſeu proprietates cæteris principaliores, ac ſcitu magis neceſſariæ ſunt hæ.

Proprietas I. Refractio locum ſideris apparentem ſuprà verum attollit, adeoque auget diſtantiam ſideris ab horizonte, diſtantiam à vertice minuit. *Fig. 32.*

Mundi, ac Terræ centrum eſto A: horizon rationalis A K, viſibilis O B: aſtrum quodvis infrà horizontem viſibilem O B, exiſtat in E, per cujus centrum tranſeat Verticalis N E K, cui in Terrâ reſpondeat Verticalis O D; in ſphærâ vaporum Verticalis L C F, quem ſecet diameter horizontis viſibilis O B in C. Quia radius E C à ſydere E emiſſus in C; ex æthere rarò incidit in ſphæram vaporum, ſeu Athmoſphæram multò denſiorem, non pergit rectà in I, ſed frangitur versùs perpendicularem A C, ſic ut pergat viâ C O. Atque ita fieri poteſt, ut ſidus adhuc infrà horizontem O B latens, conſpiciatur. Jam, ea eſt natura viſus, ut objectum appareat in eo radio rectà producto, qui oculum immediatè afficit. Quia ergò radius C O intrà ſphæram vaporum refractus, ad oculum O immediatè pertingit, ſidus E in radio refracto O C rectà producto apparebit. Atqui radius C O rectà productus, neceſſariò cadit ſuprà E, puta in B. Refractio igitur viſum aſtri locum, ſuprà verùm E attollit, ac proindè diſtantiam aſtri ab horizonte auget, diſtantiam à vertice minuit.

Refractionis, & parallaxeos planè oppoſiti ſunt effectus. Quare, ut altitudo vera aſtri ſuprà horizontem innoteſcat, altitudini viſæ, ſeu apparenti, addenda eſt parallaxis, refractio auferenda: Ut verò nota fiat diſtantia vera à vertice diſtantiæ apparenti demenda eſt parallaxis, & addenda refractio.

Proprietas II. Sidus in Zenith poſitum, nulli refractioni obnoxium eſt.

Proprietas III. Sideris ( E ) in horizonte

viſo (OB) apparentis, refractio eſt omnium maxima.

Tunc enim radius EC, qui ad oculum O refringitur, viâ CO in ſphæram vaporum obliquiſſimè incidit. Refringitur porrò radius quivis tantò ampliùs, quantò incidit obliquius.

Proprietas IV. Sideris 45 gradibus ſuprà horizontem elevati, nulla eſt ſenſibilis refractio.

Oſtendam *Lib. 3. Aſtron. num. 18. Coroll. 4.*

Proprietas V. Ab altitudinis gradu 45, quò ſidus in eâdem à terrâ diſtantiâ horizonti propiùs eſt, eò magis refringitur. Propè, autem, horizontem magis præceps eſt in refractionis augmentum.

Patebit ex *lib. 3. Aſtron.*

Fig. 33. Proprietas VI. Duorum ſiderum eandem veram altitudinem habentium, illud magis refringitur, quod Terræ vicinius eſt.

Sint enim duo ſidera N, E, æquè alta, ſed N terræ vicinius, E remotius; & ab utroque, in idem Athmoſphæræ punctum O, incidant radij NO, EO. Patet radium NO obliquiùs in Athmoſphæram incidere, quàm radium EO. Ergò magis refringitur NO, quàm EO.

## NUMERUS XXI.

### *De Crepuſculis quadam breviter indicata.*

Crepuſculum, eſt tempus inter apparentem Ortum vel Occaſum Solis, & principium, aut finem lucis ſolaris, ab Athmoſphærâ versùs Terram reflexæ.

Fig. 33. Terra ſit ACQ: annulus Terram ambiens Athmoſphæram repræſentet. Horizon rationalis ſit AK, viſibilis CE, Solem manè adhuc infrà horizontem viſibilem CE depreſſum referat GF: radius primus incidens in Athmoſphæram, & Solem tangens in F, Terram verò in Q, eſto FIQ, qui intrà Athmoſphæram pergens ulteriùs uſque ad ſuperficiem Athmoſphæræ in O, ibidem reflectatur ad oculum in C. Tempus ab hujus primi radij appulſu ad oculum, uſque ad Solis Ortum apparentem, eſt *Crepuſculum Matutinum.* Simili modo exponitur *Veſpertinum.* Hæc rudi Minervâ hic, alibi fortè tractabo accuratiùs.

Duratio crepuſculi pendet ex altitudine Athmoſphæræ, altitudine Solis infrà horizontem, & rectitudine ac obliquitate aſcenſus, vel deſcenſus Solis.

Altitudo Solis infrà horizontem ad quam crepuſculum incipit, ab Aſtronomis varia aſtruitur; à pleriſque graduum 18. Ricciolus, ex obſervatis à ſe Bononiæ, reperit in Æquinoctijs manè gradus 16, veſpere gradus 20: in Solſtitio æſtivo manè grad. 21. 25': in Solſtitio hyberno manè grad. 17. 25'. Depreſſio porrò illa Solis infra horizontem viſibilem (arcus nempe VE) vocatur *Arcus crepuſculi.* Punctum V, centro Solis reſpondet.

Itaque cæteris paribus (nimirum denſitate, & altitudine Athmoſphæræ) longiſſimum crepuſculum in quâvis Sphærâ, eſt in Solſtitio æſtivo aut hyberno; tunc enim Sol obliquiſſimè aſcendit, & deſcendit, ac proinde ut Sol habeat profunditatem infra horizontem CE, ad durationem crepuſculi requiſitam, plurimùm requirit temporis. Imò ubi altitudo poli eſt graduum 48. 30, vel major, in Solſtitio æſtivo aut hyberno totâ nocte crepuſculum eſt; quia Sol numquam iſthic plus quàm 18 gradibus infra horizontem deſcendit.

In quâvis Sphærâ crepuſculum ferè eò longiùs eſt, quò Sol magis ab Æquatore declinat. Tantò enim aſcendit, vel deſcendit obliquiùs: non tamen crepuſculum longiſſimum eſt in Solſtitio brumali.

Ejuſdem diei crepuſculum eò longius eſt, quò ſphæra eſt obliquior, hoc eſt, quò major eſt altitudo poli ſuprà horizontem. Imò (ut jam dixi) in Solſtitio æſtivo aut hyberno tota nox crepuſculum eſt, ubi altitudo poli non eſt minor gradibus 48. 30. Ratio utriuſque patet ex dictis.

*Hæc de crepuſculis breviter indicata, ad alia majoris momenti properantibus ſufficiant.*

# CAPUT V.

## De inæqualitate motus Secundi, ſive Annui; & quâ hypotheſi ſalvetur.

Hactenus de motu Solis *Primo* ac *Secundo* mixtim egimus, prout videlicet ambo ſimul juncti apparentias communes circa viciſſitudines dierum, ac noctium, & tempeſtatum anni efficiunt. Deinceps de ſolo *Secundo*, ſive *Annuo* tractaturi ſumus. Eritque hæc hujus libri pars longè præcipua: quæ tota erit in eo poſita, ut hic motus ad menſuram revocetur, atque locus Solis apparens, ad datum quodlibet tempus, reperiatur.

## NUMERUS XXII.

### *Quæ circa inæqualitatem motus Annui Solis ſint ab Aſtronomis obſervata.*

Observatio I. Solis motum ſub Eclipticâ Primi Mobilis Aſtronomi curioſiùs contemplati, obſervarunt inæqualem apparere; hoc eſt, inæqualibus temporibus, æquales arcus Eclipticæ, videri pertranſire. Quod ita ſunt aſſecuti. Primùm ſummâ induſtriâ explorarunt tempus utriuſque Æquinoctij; cujus inventionis modus tradetur *num.* 33. Tum dies numerarunt, ab Æquinoctio verno, uſque ad Æquinoctium autumnale, quibus Sol ſemicirculum Eclipticæ borealem peragrat: item dies ab autumnali, uſque ad vernum, quos Sol Eclipticæ ſemicirculo Auſtrali impendit. Repertumque eſt Solem ſemicirculo Boreali ab Ariete, uſque ad Libram impendere dies 186, & horas 11, ut vult Ptolomæus, vel 18 ut Tycho, vel 14 ut Ricciolus, & adhuc aliquot minuta: Auſtrali à Libra ad Arietem dies 178, & horas 18 ut Ptolomæus, vel 11 ut Tycho, vel 15 ut Ricciolus, & minuta inſuper aliquot. Quare Sol ſub Eclipticæ ſemicirculo boreali plus octiduo hæret diutius, quàm ſub Auſtrali.

Observatio II. Non ſolùm ſemiſſes Eclipticæ, ſed etiam quadrantes Sol apparet inæqualibus temporibus pertranſire; id quod hoc modo compertum eſt. Præter tempus utriuſque Æquinoctij, pari induſtria Solſtitij utriuſque tempus explorarunt, numeratiſque diebus, inter ſingulos ingreſſus Solis in quatuor cardinalia puncta interjectis, prædicta inæqualitas innotuit. Deinde ipſa illa inæqualitas inconſtans, atque inſtabilis reperta eſt. Nam ætate Ptolomæi Sol videbatur hærere diutius ſub Eclipticæ primo quadrante (EK) ab initio Arietis ad initium Cancri, quàm ſub ſecundo (KF) ab initio Cancri ad initium Libræ; in primo nempè diebus 94, horis 12; in ſecundo diebus 92, horis 12. Ætate verò Fig. 35.

no-

noſtrâ diutiùs hæret ſub ſecundo (K F) quàm ſub primo (E K): ſub hoc enim, ex obſervatione Riccioli, moratur diebus 92. horis 23, minutis 52; ſub ſecundo, diebus 93, horis 14, min. 56.

Observatio III. Imò partes etiam minores motus annui, inter ſe comparatæ, inæquales reperiuntur: ut ſi comparetur ſpatium quod uno die naturali, Sol conficit in Zodiaco, cum ſpatio quod abſolvit die altero; hoc, illi inæquale, deprehendetur.

Observatio IV. Sol modò apparet major, modò minor. Nam circà 27 Iunij ejus diameter apparens eſt 31, 50'; circà 27 Decemb. 33', 8"; circà Æquinoctia 30, 30', Ita Ricciolus, à quo cæteri non multùm diſſident.

Observatio V. Quamvis ad ſtellas fixas pertineat, etiam nihilominus, ad intelligendum Solis curſum, inſervit. Duorum fermè millium annorum experientiâ compertum eſt, ſtellas fixas, à ſectione vernâ, ſeu principio Arietis Primi Mobilis, versùs Ortum, ſive in conſequentia, ſenſim magis, magiſque elongari. Hipparchus annis ante Chriſtum 128, obſervavit Regulum in Cancri grad. 29 50. Tycho deindè, anno poſt Chriſtum 1585, eumdem nactus eſt in Leonis gradu 24, 5'. Igitur annis 1713 (tot enim inter utramque obſervationem intercedunt) proceſſit Regulus in conſequentia, gradus 24, 1' 5. Plures obſervationes, atque ipſum obſervandi artificium tradetur *libro 5. Aſtron.* Perindè eſt autem, ut ſalvetur phœnomenum, ſive Fixas moveris in Ortum, ſive Eclipticam Primi Mobilis, eadem tarditate in Occaſum. Nos cum Aſtronomis ferè omnibus hunc motum Fixis tribuemus.

Quantitas annua hujus motus à Tychone ſtatuitur 51 ſecundorum. Atque ita Fixæ annis 70 circiter unum gradum conficerent, & conſequenter periodus tota abſolveretur annis 25 806. A Tychone parum differt Ricciolus, cui motus Fixarum annuus eſt 50 ſecundorum; unde ſequitur annis 72 unum gradum abſolvi.

*Obſervationes de mutatione maximâ declinationis Eclipticæ, de inæqualitate motus Fixarum, ſive de præceſſione Æquinoctiorum, atque inde exortâ anni ſolaris inæquali magnitudine; de mutatione Eccentricitatis ſolaris, hic non attingo. Sunt enim fidei incertæ & probabilius falſæ. Quare tres illas inæqualitates, ſeu anomalias à Solis motu rejicimus infra.*

## NUMERUS XXIII.

### *Statuitur hypotheſis, quâ Solis annui motus inæqualitas explicatur.*

Plurimæ ſunt hypotheſes ad ſalvandam motus apparentem irregularitatem non modò Solis, ſed etiam Lunæ, ac reliquorum planetarum ab Aſtronomis tum veteribus tum recentioribus, excogitatæ. Quod ad Solem attinet, duæ cæteris faciliores, magiſque uſitatæ ſunt. Prima, ſolo Eccentrico utitur, quam tamquam omnium ſimpliciſſimam, atque facillimam retinebo: altera conſtat Concentrico, & epicyclo. Ad hypotheſeos primæ explicationem.

Fig. 34. 35. §. 1. Terræ, & Eclipticæ ſupremæ F K E M centrum eſto A, per quod ductæ ſint diametri K M, F E, quæ ſupremam Eclipticam partiantur in 4 quadrantes. E K, K F, F M, M E. Sumpto deinde puncto B, ex eo centro deſcribatur circulus H N G P in plano Eclipticæ, qui quòd centrum habeat diverſum ab A centro Terræ, & Eclipticæ, *Eccentricus* nominatur. Quanta porrò ſit diſtantia centrorum A, B, infrà *a* inveſtigabitur. Ducatur poſthæc per utrumque centrum A, B recta C O, ſecans Eccentricum in C, & O: eritque punctum C per 7. 3. elem. remotiſſimum ab A, quod proindè *Apogeum* vocatur; O viciniſſimum quod dicitur *Perigeum*. Si hunc Eccentricum G N H P anni ſpatio ſub Ecliptica E K F M, ſecundùm ordinem Signorum ex G per N, æquali motu Sol percurrat; atque inſuper Apogeum C motu quodam tardiſſimo (qui determinabitur *b* infra) circà mundi centrum A etiam ſecundùm Signorum ordinem unà cum Eccentrico, & Sole circumferatur: apparebit nobis exiſtentibus in A, Sol inæqualiter moveri, & phœnomenis numero 22. obſervatis ſatisfiet. Quod ſic oſtendo: a Num. 35. b Num 43.



Oculo in A conſtituto, Sol exiſtens in Eccentrici puncto G, apparet ſub E Arietis initio; exiſtens in N. apparet ſub K initio Cancri; exiſtens in H apparet ſub F initio Libræ: ac proindè Sol percurrens Eccentrici arcum G N H, exiſtenti in A apparet percurrere ſemicirculum eclipticæ borealem E K F. Pari modo, dum Sol percurrit Eccentrici arcum H P G, videtur percurriſſe ſemicirculum eclipticæ auſtrinum F M E. Atqui G N H, major eſt arcu H P G, eò quòd Eccentrici centrum B, ſit ſuprà Eclipticæ centrum A. Ergò cùm Eccentricum æquali motu Sol percurrat, plus temporis impendit abſolvendo arcui majori G N H, quàm minori H P G, Ergò etiam ſol apparet hærere diutiùs in ſemicirculo Eclipticæ boreali E K F, quàm ſub auſtrali F M E. Quare, obſervationi primæ ſatisfactum eſt.

Deindè ſi Ptolomæi ætate ſtatuamus Apogeum (C) in primo Eclipticæ quadrante (E K), ut in *fig.* 34. ætate verò noſtrâ in quadrante ſecundo (K F), ut in *fig.* 35, ſatisfiet obſervationi ſecundæ. Nam in *figurâ* 34. Apogeo (C) poſito in quadrante primo (E K), etiam Eccentrici centrum (B) in primo quadrante erit, ac proindè Eccentrici arcus G C N major eſt arcu N H. Ergò, quia Sol æqualiter movetur per Eccentricum, plus temporis impendit arcui G N majori abſolvendo, quàm minori N H. Sed Sol percurrens arcum G C N, videtur percurrere Eclipticæ quadrantem E K, percurrens verò arcum N H, videtur percurrere Eclipticæ quadrantem K F. Ergò ætate Ptolomæi Sol videbatur plus temporis impendere percurrendo Eclipticæ quadranti primo (E K), quàm ſecundo (K F). Quòd ſi verò ætate noſtrâ Apogeum (C), adeoque & Eccentrici centrum (B) (vide *fig.* 35) ſtatuamus in quadrante ſecundo (K F), tunc arcus G N minor erit arcu N C H. Ergò Sol citiùs abſolvet G N, quàm N C H, ac proindè minùs diu videtur jam hærere ſub Eclipticæ quadrante primo (E K), quàm ſub ſecundo (K F). Atque ità etiam, ſecundæ obſervationi per omnia eſt ſatisfactum. Fig. 34. Fig. 35.

Pro expoſitione phœnomeni tertij, adi num. 25.

Denique, quia Sol exiſtens in (C) Apogeo Eccentrici, remotiſſimus eſt à Terrâ (A), in Perigeo verò (O) viciniſſimus, apparet ratio cur modò major appareat, modò minor; quod requirebat obſervatio quarta.

Quarè per hypotheſim Eccentrici obſervationes numero 22 allatæ præſtantur. Quod erat propoſitum. *Vide plura de his num. 25. propr. 3. & 10.*

§. 2. Quod attinet ad hypoteſim alteram, quæ Epicyclo utitur, ea ſic habet. Centrum Eclipticæ ſupremæ (quæ in figurâ non exprimitur) eſto A. Ex eodem centro deſcribatur in plano Eclipticæ Con- Fig. 38.

cen-

centricus Q E P N, & tam hunc, quàm Eclipticam diametri binæ dividant in 4 quadrantes cardinales, ſic ut P Q tranſeat per initia Arietis, & Libræ; E N per initia Cancri, & Capricorni. Centro deindè ſumpti in peripheriâ Concentrici deſcribatur circellus tanto intervallo, quantum in priore hypotheſi erat intervallum, centrorum A mundi, & B Eccentrici. Circellus porrò iſte *Epicyclus* nominatur. His igitur ſic conſtitutis, ponatur centrum epicycli in Cancri principio in E, centrum verò Solis in peripheriæ epicycli puncto ſummo B. Si anni ſpatio, centrum epicycli motu æquali, ſecundùm ordinem Signorum ex E in Q, percurrat totum Concentricum E Q N P, atque eodem tempore centrum Solis motu item æquali, ſed in partem contrariam ex B versùs D, abſolvat epicyclum: ſatisfiet phœnomenis *num.* 22 obſervatis. Jungendus verò duobus jam dictis motibus, tertius ille lentiſſimus Apogei motus, qui in hâc hypotheſi habetur æquivalenter, ſi Sol epicyclum aliquantò tardiùs percurrat, quàm centrum epicycli Eclipticam: ut ſi motus Apogei abſolvat annuè grad. 0. 1. 1′ 16″, Sol annuè abſolvat epicyclum demptis grad. 0. 1. 1′. 16″, vide *num.* 19. *lib.* 2. Cæterùm qui ſatisfiat phœnomenis ſingulis, ex jam dictis cum inſpectione ſchematis facilè colligetur. Plura de hypotheſi epicyclica loco citato, ubi major illius uſus erit.

*Præter has, plurimæ ſunt aliorum hypotheſis aliæ; Kepleri, Eccentricitate biſectâ; Copernici Terram moventis, Keppleri, & Bullialdi Elliptica; Lansbergy &c. quas accuratè deſcriptas reperies apud Ricciolum lib. 3. Almageſti novi. Ego lubens prætereo: neque enim quidquam otioſius, & inutilius in Aſtronomico ſtudio eſſe judico, quàm diſcentium animos, in ipſo præſertim ſcientiæ primo aditu, tot hypotheſium tricis implicare.*

## NUMERUS XXIV.

### *Definitiones ad hypotheſim Eccentrici pertinentes, quarum pleraque non tantùm Soli, ſed etiam Lunæ, aliįſq; planetis conveniunt.*

Ecliptica ſuprema, ſeu Primi Mobilis, eſto P C L K, & in ejus plano Eccentricus N F I G; centrum Eclipticæ, & mundi A; centrum Eccentrici B: Planetæ centrum in O: Initium ♈ in X. Ordo Signorum ſecundùm ſeriem litterarum X C L K.

I. *Motus in conſequentia*, eſt qui fit ſecundùm ordinem Signorum; *in antecedentia* verò, qui contrà Signorum ordinem.

II. Illud in Zodiaco præcedere dicitur, quod ab initio ♈ minùs diſtat, numerando ab ♈ initio versùs ipſum in conſequentia. Sic punctum D præcedit E, quia diſtantia ejus ab ♈ initio X C D, minor eſt diſtantiâ alterius X C E. Aſtronomi igitur in notione præceſſionis attendunt terminum motus *à quo*. Aliàs ſi ſpectare voluerimus terminum *ad quem*, illud dicendum eſſet præcedere, quod longiùs ab ♈ principio diſtat.

III. *Motus æqualis*, eſt quando æqualibus temporibus æqualia ſpatia percurruntur: *inæqualis*, cùm temporibus æqualibus, ſpatia inæqualia, vel ſpatia æqualia temporibus inæqualibus.

IV. *Linea Apogei, linea Augium, linea Apſidum*, eſt recta C F B A G K per centra Eclipticæ (A), & Eccentrici (B) ducta.

V. *Eccentricitas*, eſt (A B) diſtantia centri Eccentrici à centro mundi.

VI. *Apogeum, Aux, ſumma Apſis*, eſt punctum (F) quod in Eccentrici peripheriâ, Apſidum linea, ultrà eccentrici centrum (B) deſignat.

VII. *Perigeum, Oppoſitum augis, Apſis ima*; eſt punctum (G) quod in eccentrici peripheriâ apogeo opponitur.

*Inter omnia puncta Eccentrici à mundi centro (A) Apogeum diſtat maximè, Perigeum minimè per 7. 3. elem.*

VIII. *Loca Apogei, & Perigei* in Zodiaco, ſunt puncta (C, K) in quibus Apſidum lineæ Zodiaco occurrit.

IX. *Motus, diſtantia, longitudo Apogei*; eſt arcus eclipticæ ♈ C ab initio ♈, uſque ad locum Apogei in conſequentia numeratus.

X. *Linea veri motus* ſeu *veri loci* Solis, vel planetæ, eſt recta (A O D) ex mundi centro per planetæ centrum (O) ad Zodiacum emiſſa.

XI. *Locus verus* ſolis, vel planetæ eſt punctum (D) in Zodiaco à dictâ jam lineâ deſignatum.

XII. *Linea motus anomaliæ*, ſive *linea anomaliſtica*, eſt recta (B O) ex centro Eccentrici, ad planetæ centrum directa.

XIII. *Linea motus medij*, eſt recta (A E) ex mundi centro ad Zodiacum extenſa, & lineæ anomaliſticæ (B O) parallela.

XIV. *Locus medius* Solis, vel planetæ, eſt punctum (E) in Zodiaco à dictâ jam lineâ deſignatum.

XV. *Motus verus*, ſeu *apparens*, eſt quo nobis circà mundi centrum exiſtentibus, Sol, vel planeta Zodiacum, quamvis non illo, ſed ſub illo ſit, videtur percurrere.

*Hunc motum eſſe inæqualem patet ex. num. præc. & ulteriùs oſtendam num. ſequenti. Dicitur verus, quia verè nobis apparet; motus autem medius, & motus anomaliæ, de quibus mox agam, ſunt ficti, ſive hypotheticè aſſumpti ad ſalvandam, & numeris explicandam inæqualitatem motus veri. Porrò nos, motus planetæ ſpectatores, ſupponimur eſſe in mundi, & eclipticæ centro, nullâ habitâ ratione ſemidiametri Terræ, uſque dum fuerit ad parallaxium diſquiſitionem perventum. Tunc enim oportebit diſtinguere motum planetæ reſpectu centri Terræ, & mundi, à motu planetæ reſpectu oculi noſtri in ſuperficie terræ exiſtentis; & tunc hic quidem apparens, ille verus (ut antè) appellabitur. Extrà verò negotium parallacticum, & refractivum paſſim Aſtronomi appellationes veri, & apparentis motus ſolent confundere.*

XVI. *Motus anomaliæ*, eſt motus æqualis, quo Sol, vel planeta Eccentricum percurrit. Initium ejus ſumitur ab Apogeo.

*Quæres, cùm motus ille æqualis ſit, cur anomalia motus dicatur? Reſpondeo, quia facit ut nobis appareat planeta Zodiacum inæqualiter percurrere, uti oſtendam num. ſeq. Quâ de causâ etiam circulus, in quo planeta movetur æqualiter, anomaliæ circulus dicitur.*

XVII. *Motus medius*, eſt, quo Solis vel planetæ locus medius (E), atque ipſa medij motus linea (A E) Zodiacum eâ lege percurrit, ut planetæ centro (O) cum ſuâ lineâ anomaliſticâ (B O) per Eccentricum moto, ipſa (A E) ſemper maneat ad lineam anomaliſticam (B O) parallela.

*Motum hunc medium, eſſe æqualem oſtendam num. ſeq. Porrò medius dicitur, quia inter motum verum celerrimum, & tardiſſimum mediam celeritatem habet.*

*Atque ita definiuntur motus generaliter accepti. Sed præcipuus eorum uſus eſt, prout referuntur ad tempus: & tunc ſolent Aſtronomi per motus vocabulum ipſa ſpatia decurſa deſignare.*

XVIII.

XVIII. *Motus verus dato intervallo temporis conveniens, ſive debitus*, eſt arcus Zodiaci, quem dato temporis intervallo Sol, vel planeta percurrit.

XIX. *Motus anomaliæ dato temporis ſpatio reſpondens, ſive debitus*, eſt arcus Eccentrici, vel circulus integer unus, aut plures cum aliquo arcu, à Sole vel planetâ dato temporis ſpatio decurſi.

*Ut ſi planeta percurrit Eccentrici arcum F O die uno, arcus F O eſt motus anomaliæ unius diei, ſive diurnus; ſi unâ horâ, eſt horarius, ſi uno anno, eſt annuus. Pari modo ſi planeta ex. grat. 2 annis, diebus 100 percurrit circulum integrum F O G N F cum arcu F O; motus medius annorum 2, dierum 100, eſt circulus integer ſive grad. 360 cum arcu F O. Ex quo jam apparet, quid ſit motus anomaliæ unius minuti, horæ, diei, menſis, anni, vel plurium minutorum, horarum, dierum, menſium, annorum. Atque hæc omnia etiam intellige tam de motu vero defin. præced. quàm de motu medio defin. ſequ.*

XX. *Motus medius dato intervallo temporis reſpondens*, eſt arcus eclipticæ, ſive Zodiaci, vel circulus Zodiaci integer unus, aut plures, vel circulus integer unus, aut plures cum aliquo arcu, à loco planetæ medio, & lineâ medij motus dato temporis ſpatio decurſi.

*In ſole, & planetis, demptâ lunâ, motus medius, & motus anomaliæ accipiuntur promiſcuè, quia & æquales ſunt ambo, ut oſtendam num. 25. propr. 2. & velocitate inſenſibiliter differunt. vide num. ſeq. propr. 5.*

XXI. *Longitudo vera, ſive motus verus Solis, aut planetæ ad datum tempus*, eſt arcus Zodiaci (♈CD) ab initio ♈ primi mobilis (hoc eſt à ſectione vernâ, ſive puncto æquinoctiali) uſque ad verum planetæ locum (D) in conſequentia numeratus, pro tempore dato.

XXII. *Longitudo media, ſive motus medius Solis aut planetæ ad datum tempus*, eſt arcus Zodiaci (♈CE) ab initio ♈ uſque ad planetæ locum medium (E) in conſequentia numeratus, pro tempore dato.

XXIII. *Argumentum medium*, ſive *anomalia media Solis, aut planetæ ad datum tempus*, eſt arcus eccentrici (F O) ab apogeo, uſque ad planetæ centrum (O) in conſequentia numeratus; ſive eſt arcus Zodiaci (C E) à lineâ apogei (K C) uſque ad lineam motus medij (A E) in conſequentia numeratus pro tempore dato.

*Cum enim ob parallelas A E, B O, anguli ad centra* a *E A C, O B F ſint æquales, erunt* b *C E, F O arcus ſimiles.*

a Per 27. 1.
b Per 33. 6.

XXIV. *Argumentum verum, ſive anomalia vera, ſeu coæquata Solis, aut planetæ ad datum tempus*, eſt arcus Zodiaci (C D) à loco apogei, uſque ad locum Solis verum in conſequentia numeratus pro tempore dato.

XXV. *Æquatio*, ſeu *proſthaphæreſis*, eſt angulus (A O B) quem in planetæ centro conſtituunt rectæ (A O, B O) ex centris mundi, & eccentrici prodeuntes.

*Sive*, eſt arcus (E D) quô differunt longitudo vera ♈ C D, & media ♈ C E; item quô differunt anomalia vera (C D), & media (C E).

*Idcircò autem æquatio eſt tam angulus A O B, quàm arcus E D, quia ob parallelas A E, B O, angulus A O B æquatur angulo O A E, ſivè D A E, quem cum metiatur arcus D E, etiam D E metietur ipſum A O B.*

XXVI. *Tranſitus medij* ſunt puncta in eccentrico (I, & N) quæ deſignantur à rectâ (I A N) per mundi centrum ad lineam apſidum (C K) perpendiculari. Dicuntur etiam ſubindè *longitudines mediæ*.

*Ratio appellationis eſt, quia (ut oſtendam num. ſeq.) ad hæc puncta maximæ ſunt æquationes, ſeu differentiæ motus veri à medio.*

*Longitudines* porrò *mediæ* propriè vocantur duo puncta eccentrici, quæ 90 gradibus diſtant à lineâ apſidum.

XXVII. *Revolutio vera planetæ per Zodiacum*, eſt motus veri loci planetæ ab uno Zodiaci puncto ad idem.

Hæc in ſole vocatur *annus ſolaris verus*.

*Revolutionem veram unam non eſſe æqualem, ſeu æquè longam ac alteram, oſtendam num. 48. eſſe tamen æquè longas quoad ſenſum, patebit ex num. 47.*

XXVIII. *Revolutio media planetæ per Zodiacum*, eſt motus loci medij planetæ ab uno Zodiaci puncto ad idem.

Hæc in ſole vocatur *annus ſolaris medius*.

*Omnes revolutiones mediæ ejuſdem planetæ ſunt æquè longæ; quia locus medius movetur æqualiter, ut oſtendam num. ſeq.*

XXIX. *Revolutio*, vel *reſtitutio anomaliæ*, eſt motus planetæ ab uno eccentrici puncto ad idem.

*Omnes anomaliæ revolutiones ſunt æquè longæ inter ſe; quia planetæ motus per eccentricum æqualis eſt. Eſt tamen (ut oſtendam num. ſeq.) revolutio anomaliæ longior revolutione mediâ, ſenſibiliter in Lunâ, in Sole & planetis reliquis inſenſibiliter, ut ſuo loco demonſtrabitur.*

## NUMERUS XXV.

### *Proprietates eccentrici referuntur ac demonſtrantur.*

Iiſdem poſitis quæ num. præced. ſit

PROPRIETAS I. motus planetæ in ſuo eccentrico (N F I G) æqualis, ſpectatus ex (A) centro mundi, propè quod nos ſumus, apparet ſub Zodiaco (P C L K) inæqualis, non ſolùm ſi integri ſemicirculi inter ſe, aut quadrantes comparentur, ut num. 23; ſed etiam ſi arcus quicunque æquales, ſed inæqualiter ab apogeo diſtantes, inter ſe conferantur. *Vide propr. 11.* *Fig. 37.*

Ratio eſt, quia motus æqualis reſpectu centri eccentrici (B) ſpectatur à nobis extrà illud centrum in mundi centro (A) conſtitutis. Res per ſe ſatis clara eſt. Geometricam ejus demonſtrationem ſi voles, collige ex poriſmate demonſtrando l.2.n.27.

PROPRIETAS II. Linea motus medij, adeoque locus ipſe medius, per Zodiacum movetur æqualiter.

Linea motus medij (A E) proceſſerit ex (C) loco apogei in E, & planeta ab apogeo (F) in O. Quia *d* A E ſemper manet in ſuo motu parallela ad B O, erunt anguli *i* E A C, O B F ad centra A, & B, æquales. Ergo arcus C E quem in Zodiaco confecit linea motus medij A E, ſimilis *m* eſt arcui F O, quem intereà abſolvit planeta in eccentrico. Eòdem modô oſtendam ex lege quâ juxtà defin. 17. perpetuò movetur linea motus medij, ſemper arcum in Zodiacò confectum à lineâ motus medij, ſimilem eſſe arcui, quem intereà in eccentrico planeta abſolvit, utrumque à lineâ apogei numerando. Proceſſerit deinde linea medij motus ex D, in M, & planeta interim ex O in I. Quia ſimiles jam oſtendi eſſe tam arcus C E, F O, quàm arcus C M, F I, etiam reliqui D M, O I ſimiles erunt. Atque hoc etiam eòdem modô ſem-

d Per defi. 17.
i Per 27. 1.
m Per 33. 6.

per continget. Igitur arcus in Zodiaco confecti, à lineâ medij motus ſemper ſunt ſimiles arcubus intereà in eccentrico à planetâ decurſis, ſive conjunctim, ſive diviſim accipiantur. Quarè cùm ex hypotheſi motus planetæ per eccentricum ſit æqualis, etiam motus lineæ, motus medij æqualis ſit neceſſe eſt.

Proprietas IIII. Revolutio anomaliæ à quôvis planetâ longiori tempore abſolvitur, quàm revolutio vera, & media.

Sit planeta in eccentrici quôvis punctô S, erit tunc locus ejus verus in R, medius in Q. Revolvatur deindè æquali motu per eccentricum planeta ab S, versùs F, donec redeat ad punctum idem S. Quoniam propter apogei motum eccentricus, unà cum planetâ lineiſque A S R, A Q veri motus ac medij, circà mundi centrum A interim etiam versùs F lentè promovetur, ubi planeta redierit ad punctum S à quô abierat, jam illud punctum S non ſuberit ampliùs Zodiaci punctô R, cui ſuberat ad initium revolutionis anomaliſticæ, ſed alteri cuipiam Y, ubi etiam tunc erit verus planetæ locus. Quare eô tempore quô planeta redijt ad idem eccentrici punctum S, (hoc eſt abſolvit revolutionem unam anomaliæ) locus verus confecit totum Zodiacum R C L K R unà cum arcu R Y. Ergò locus verus percurrit Zodiacum ſolùm R C L K P R temporè minori, quàm ſit tempus quô planeta confecit eccentricum: hoc eſt revolutio vera planetæ per Zodiacum brevior eſt revolutione anomaliæ. Eôdem modô idem oſtenditur de revolutione mediâ.

Rationis ſumma eſt: quia planeta in eccentrico promovetur ſuo tantùm proprio motu: at in Zodiaco, promovetur motu duplici, & ſuo videlicet quô percurrit eccentricum, & alieno, nempe motu apogei, quô ipſe cum eccentrico interim ſub Zodiaco in eaſdem partes transfertur. Ex quo ſequuntur proprietates IV & V.

Proprietas IV. Tempus revolutionis anomaliæ, excedit tempus revolutionis mediæ, eô temporis ſpatio, quô motu medio planeta percurrit arcum in Zodiaco, quem apogeum interim abſolvit.

Proprietas V. Motus medius motum anomaliæ excedit motu apogei; hoc eſt, Motus medius horarius, diurnus, annuus &c. excedit motum anomaliæ horarium, diurnum, annuum &c. motu apogei horario, diurno, annuo, &c. Quare ſi à motu medio ex. gr. diurno demas motum apogei, habetur motus diurnus anomaliæ. Et ſic in alijs ſpeciebus.

Quia tamen motus apogei, in Sole, & planetis, demptâ lunâ, lentiſſimus eſt, ac proindè ad motum medium inſenſibilem habet proportionem, etiam differentia motus medij, & motus anomaliæ inſenſibilis erit. Quare motu medio licebit uti tanquam motu anomaliæ, ſi lunam (uti dixi) excipias.

Fig. 37. Proprietas VI. In primo anomaliæ ſemicirculo (F I G), quando videlicet media anomalia eſt minor gradibus 180, æquatio eſt ablativa. Cum enim tunc motus verus (X C L) ſit minor motu medio (X C M); auferenda eſt, à motu medio, æquatio (M L), ut ex medio habeatur verus.

In ſecundo ſemicirculo G N F, cum nimirùm anomalia eſt major gradibus 180, æquatio eſt additiva. Nam quia tunc motus verus (X P) major eſt motu medio (X V), ut ex medio innoteſcat verus, æquatio (V P) medio motui addenda eſt.

Ut ex motu vero eliciatur medius, contrarium faciendum: in primo nempe ſemicirculo addenda eſt æquatio motui vero; in ſecundo auferenda.

Proprietas VII. Sole apſides (F, G) obtinente, proſthaphæreſis evaneſcit. Tunc enim lineæ motus medij, & apparentis, coincidunt in lineam apſidum (C F G K), ac proindè motus verus à motu medio non differt. Fig. 37.

Proprietas VIII. Æquatio, ſeu proſthaphæreſis maxima habetur in punctis tranſituum mediorum (I, N) in quibus eccentricum ſecat recta (L P) per terræ centrum (A) ad lineam apſidum (F G) perpendicularis. Fig. 37.

Demonſtrabitur ut Theor. 4. num. 19. ſolùm figura 31 34, quæ iſthic adhibetur, invertatur, & ſit B centrum terræ, A centrum eccentrici, & loco parallaxeos, intelligatur poſthaphæreſis.

Proprietas IX. Æquationes eô majores ſunt, quò Sol propinquior eſt tranſitibus medijs (I, N); eò autem minores, quò propinquior apſidibus (F, G).

Demonſtrabitur ut theor. 5. num. 19.

Proprietas X. Cum motus veri, ſeu apparentes dierum ſingulorum inter ſe comparantur, tardiſſimus eſt motus apparens circa Apogeum (F), celerrimus circà Perigeum (G), & in primo ſemicirculo (C L K) ab Apogeo (F) uſque ad perigeum (G), quotidiè celerior ſit; in ſecundo autem ſemicirculo (K P C) à Perigeo (G) uſque Apogeum eodem ordine, ſed inverſo, ſit rursùm quotidiè tardior. Circà tranſitus, ſeu longitudines medias (I, N) mediocris eſt. Fig. 39.

*Demonſtr.* Ecliptica intelligatur diviſa in tot partes æquales, quot ſunt dies in anno. In ſchemate confuſionis vitandæ causâ, ſolùm diviſa eſt in 8 æquales arcus C D, D L &c. Radij eclipticam dividentes (A D, A L &c.) intercipiunt d arcus inæquales eccentrici; ſic ut maximi ſint (F E, F T) Apogeo proximi; inde versùs perigeum ſiant continuò minores, & minores; proximi autem Perigeo (O G, R G) omnium minimi ſint. Cùm igitur Solis motus in eccentricô ſit æqualis, tempora ſingulis eccentrici inæqualibus arcubus impenſa, eam intèr ſe proportionem habent, quam ipſi arcus. Unde maximum tempus impenditur maximis arcubus (F E, T F); minus tempus minoribus (E I, N T); adhuc minus adhuc minoribus (I O, R N): minimum minimis (O G, G R). Sed quo tempore percurruntur arcus inæquales eccentrici, nobis in (A) centro eclipticæ exiſtentibus videntur percurri arcus æquales eclipticæ. Æqualium igitur eclipticæ arcuum ij, qui ſunt Apogeo proximi (nempe D C, S C) nobis videntur percurri tempore maximo, hoc eſt tardiſſimè, minori verò tempore hoc eſt celeriùs, D L, P S; adhuc minori, ſive adhuc celeriùs, L M, Q P, minimo tandem ſeu celerrimè (M K, K Q) Perigeo proximi. Motus igitur Solis apparens circà apogeum tardiſſimus, circà Perigeum celerrimus eſt, & creſcit celeritas ab Apogei loco C per L uſque ad Perigei locum K; inde per B ad C inverſo ordine decreſcit.

d *Patebit ex lem. num. 27. lib. 2.*

*Hæc non pugnant cum propr. 8. & 9. Hic enim motus apparentes dierum ſingulorum inter ſe comparantur: iſthic verò motus apparens comparatur cum motu medio, & quidem uterque ſemper ab Apogeo. Cum igitur comparationis termini ſint diverſi, non eſt mirum ſi diverſæ proprietates exiſtant.*

Proprietas XI. Eccentricitas A B biſecetur in D, & ex D ducatur ad lineam augium perpendicularis, occurrens Eccentrico in punctis O, & Q. hæc ſunt puncta diſtantiæ mediocris, ſeu mediæ Solis à centro Terræ A. Fig. 36.

Du-

Digitized by Google

Ducantur enim AO, BO. In triangulis ADO, BDO anguli ad D ſunt recti, ac proindè æquales, latera quoque BD, DO æqualia ſunt lateribus AD, DO. Ergo a AO diſtantia Solis à centro Terræ A, æqualis eſt BO radio eccentrici, quæ eſt diſtantia media, ſeu mediocris.

a Per 4 1.

*Enumeratæ jam proprietates Eccentrici non tantùm Soli, ſed etiam Lunæ, aliiſq; planetis conveniunt.*

## CAPUT VI.

### A fundamentis traditur modus inveniendi motum Solis tum medium, tum verum, ſeu apparentem ad tempus datum.

Præcipuum hujus primi libri opus eſt, quem locum in eclipticâ Sol dato quovis tempore habuerit, vel habiturus ſit, vel de facto habeat, invenire. Quare methodum, ac progreſſum hujus inventionis toto hoc capite exequemur.

### NUMERUS XXVI.

*Lineam meridianam & inſtans meridiei invenire.*

Fig. 40. In plano horizontaliter librato, deſcribantur plures concentrici circuli, ex quorum centro (A) erigatur ſtylus perpendiculariter (AB). Tum horis circiter duabus antè meridiem, quando ſol eſt extrà aleam refractionis, elevatus nimirùm ſuprà horizontem non minùs 45 gradibus, obſerva in cujus circuli peripheriâ terminetur umbra ſtyli, & in quo peripheriæ puncto: quod acu vel ſtylo nota & ſit C. Similiter poſt meridiem in eâdem peripheriâ punctum ſigna (D) in quod incidit umbræ ſtyli terminus. Deinde arcu CD biſecto in F, duc rectam FA. Hæc eſt meridiana: & manifeſta eſt demonſtratio.

Ut accurata ſit operatio, cautelas ſequentes adhibe.

1. Planum, in quo erigitur ſtylus, album ſit, ut umbra ſtyli diſtinctiùs appareat.

2. Longitudo ſtyli mediocris eſto, aliàs umbræ terminus non ſatis diſtinguitur. Ricciolus ſemiſſem pedis Romani præſcribit.

3. Stylus ſit conicus, & apex illius non ſit valdè acutus, ſed nonnihil obtuſior; ſic enim terminus umbræ diſtinctior erit.

4. Eligatur dies ſerenus, aëre vaporibus libero; & quidem in ſolſtitio æſtivo, aut ſolſtitio proximus. Nam in diebus à ſolſtitio notabiliter diſtantibus, alia eſt Solis declinatio antè & poſt meridiem, ac proindè non eadem umbræ longitudo duabus ex. gr. horis antè meridiem, quæ duabus horis poſt meridiem. Sole enim percurrente ſemicirculum aſcendentem, à Capricorno ſcilicet per Arietem ad Cancrum, umbra antemeridiana longior eſt pomeridianâ; contrà fit, in ſemicirculo deſcendente à Cancro nempe per Libram ad Capricornum.

5. Si antè, & poſt meridiem in pluribus circulis puncta notaveris, & ex arcubus inter ea interceptis, eadem ſemper proveniret linea meridiana, magno id indicio erit meridianam eſſe exquiſitè inventam.

Inſtans porrò meridiei, repertâ Meridianâ, nullo negotio obtinetur; eſt enim ipſum illud, quo umbra ſtyli ex aliquo Meridianæ puncto erecti, in ipſam Meridianam projicitur.

*Plures modi ſunt inveniendi Meridianam; ſed omnes præter hunc unum, ex aliis ulterioribus, ipſam Meridianæ inventionem ſupponentibus, deducuntur: qui quamvis à vitioſo circulo excuſari poſſint, ut alibi videbimus, nobis tamen hic eſſe uſui non poterant, quibus propoſitum eſt methodo Geometricâ, à primis fundamentis Aſtronomiam deducere.*

*Corollarium I.*

Inventâ unâ Meridianâ, reperientur quotcunque aliæ, ſi in planis datis erigantur ſtyli perpendiculares, & quo momento umbra ſtyli in Meridianam anteà repertam inciderit, notentur in umbris ſtylorum reliquorum puncta ſingula: nam umbræ ſtylorum, ac proindè & rectæ quæ per punctum in umbrâ notatum, & baſim ſtyli ducuntur, ſunt lineæ meridianæ. *Demonſtratio* ſatis clara eſt.

Idem obtinebitur ſi in umbrâ perpendiculi quieti, duo puncta notentur, per quæ ducatur recta.

*Corollarium II.*

### Inſtans meridiei invenire.

Suſpende perpendiculum filare directè ſuprà Meridianam. Obſerva quando umbra fili congruat lineæ meridianæ; eo enim momento eſt meridies.

### NUMERUS XXVII.

*Altitudinem poli, & æquatoris invenire.*

Per præced. inveniatur Meridiana AK; ſuprà ſtatuatur perpendiculariter quadrans, qui tantus eſſe debet, ut non ſolùm gradus, & graduum minuta prima, ſed etiam ſecunda, aut certè decades ſecundorum contineat. Tum nocte aliquâ 12 horis longiore, cujuſmodi ſunt antè, & poſt brumale ſolſtitium, elige ſtellam è circumpolaribus aliquam, quæ ſub noctis initium Meridianum attingat, & quanta tum ejus ſit altitudo (KD) obſerva: quod obtinebitur, ſi quadrante ſuprà Meridianam (AK) anteà repertam perpendiculariter conſtituto, per dioptras regulæ ſtellam conſpicias. Poſt horas deinde 12, cùm eadem ſtella Meridianum rurſus attigerit, denuò illius altitudinem metire (KC). Semiſſis differentiæ (CD) altitudinum (KC, KD) minimæ & maximæ, addita ad minimam (KC) altitudinem, dabit (KB) altitudinem poli ſuprà horizontem (KN). Oportebit autem eum eſſe locum obſervationis, ut minima ſtellæ circumpolaris aſſumptæ altitudo (KC) ſit non minor grad. 30, aut 20, ut refractio evitetur. Fig. 41.

*Demonſtratio* eſt manifeſta; cùm enim ſtella circà axem (BI) circumagatur, patet eam eandem ſemper à polo (B) ſervare diſtantiam, ac proindè quantùm priùs in Meridiani puncto D ſuprà polum (B) attollebatur, tantùm deindè in Meridiani puncto C exiſtens, infrà polum deſcendere. Quare polus (B) utriuſque altitudinis differentiam (CD) ſecat biſariam. Altitudinum igitur differentiæ ſemiſſis (CB), addita minimæ altitudini (KC) conſtituit altitudinem poli (KB).

Inventâ poli altitudine, habetur altitudo Æquatoris (FN): hæc enim illius eſt complementum ad 90. gradus.

Erigatur enim ad horizontem (KN) perpendicularis

cularis

Digitized by Google

cularis A H: erit arcus B H complementum altitudinis poli (K B). Jam quia arcus B F, N H æquales ſunt, ſunt enim ambo circuli quadrantes, ſi auferatur communis arcus H F, remanet N F altitudo Æquatoris par arcui B H, complemento altitudinis poli.

## *Scholium.*

*Scio plures eſſe vias ad veſtigandam altitudinem poli ab Aſtronomis uſitatas; ſed ex ijs deductas, quæ vel ipſam poli altitudinem aliundè notam ſupponant, ac proindè nobis ad principia Aſtronomiæ revocantibus, uſui eſſe non poſſint; vel refractionibus, ac parallaxibus obnoxias, vel aliâ ratione fallaces. Modus verò jam traditus & omnium ſimpliciſſimus eſt, & impedimentis jam allatis caret. Hîc enim neque refractio faceſſit negotium, cum obſervatio ſupponatur fieri eo loco, ubi minima aſſumpta circumpolaris ſtellæ altitudo (K C), ſit non minor 30 aut 20 gradibus, ad quam altitudinem refractiones evaneſcunt: neque parallaxes ſe immiſcent, quæ in Fixis ſenſibiles non ſunt; cùm ſtella polaris à polo diſtantia ab Aſtronomis obſervatoribus ubivis terrarum, eadem reperiatur, quod fieri non poſſet, ſi parallaxim ſenſibilem pateretur. Eſt porrò hâc ætate ſtella polo proxima, ea quæ cynoſura dicitur, eſtque ultima in caudâ Vrſæ minoris: diſtatque à polo hoc exeunte anno 1655, grad. 2. 2'. 26", quæ hoc ſæculo, & ſequenti per annos ſingulos minuetur 26". Sed de his plura lib. 5, Aſtronomiæ noſtræ num. 20.*

## NUMERUS XXVIII.

### *Meridianam, vel non meridianam Solis, aut alterius Aſtri altitudinem capere.*

Fig. 41. a Per num. 26.

INveniatur linea a meridiana (N K), & ſuprà eam perpendiculariter erigatur quadrans (A X P) in quo, ſiquid ad uſus Aſtronomicos accurati deſideras, non gradus tantùm, & minuta, ſed etiam Secunda, aut certè Secundorum decades notentur. Tum in ipſo meridiei puncto regulam ita verſa, ut Solis poſiti in D radius, per utramque regulæ (A Q) dioptram tranſmittatur. Arcus X Q dabit Solis altitudinem meridianam.

Eâdem methodo, omiſſo tantùm uſu lineæ meridianæ, altitudo Aſtri quovis diei tempore reperitur.

Verùm altitudines ſic inventæ non ſemper ſunt accuratæ: immiſcent enim ſeſe refractio, & parallaxis; hæc aſtri viſum locum deprimit infrà verum, illa ſuprà verum attollit. Parallaxis ergò altitudini per inſtrumentum repertæ addenda, refractio ſubtrahenda, ut altitudo vera obtineatur. Sed nondum hîc ſatis principiorum nobis eſt ut parallaxium, & refractionum quantitates determinemus. Alterius id loci o erit. Interim, aut evitandæ nobis illæ erunt, aut ſi evitari penitùs non poſſint, ita omnis erit inſtituenda deductio noſtra, ut earum neglectus propoſito interim negotio non officiat. Id niſi fiat, vitioſius circulus committetur, dum ex refractionibus, & præſertim ex parallaxibus motus Luminarium, & ex motibus parallaxes colligentur. In quo quidem evitando non parum ab Aſtronomis laboratur: ſed & multi non ſatis hîc accurati ſunt, neque ſeſe ex hoc labyrintho, expediunt ſatis.

o Lib. 3. cap. 4.

Cæterùm quia firmiſſimis argumentis cum Ricciolo oſtendam, d parallaxim Solis longè probabiliùs eſſe non majorem 30', hoc eſt minuto dimidio, ac fortaſſe nullam, ſentio longè minùs tum hîc tum in ſequentibus peccatum iri, ſi omninò contemnatur, quàm ſi incerta ejus quantitas aſſumatur.

d Lib. 3. num. 19.

*Modum capiendi altitudinum angulum univerſim tradidi Geom. Pract. cap. 5.*

## NUMERUS XXIX.

### *Diem Solſtitij invenire.*

PEr dies aliquot ante & poſt diem Solſtitio in Kalendario, aut Ephimeride aliquâ deputatam, obſerva b altitudines Solis meridianas; quo die ea fuerit maxima, Solſtitium erit æſtivum; hybernum, quo minima.

b Per præc.

Verùm difficile eſt diſcernere quænam inter meridianas altitudines circa Solſtitium acceptas, maxima ſit: cùm enim declinationum differentiæ tum vix ſenſibiles ſint, etiam differentiæ altitudinum non facilè percipiuntur. Gradus Geminorum trigeſimi principium, & Cancri gradus primi finis declinationem habent vix 15" Secundis deficientem à declinatione initij Cancri, cui reſpondet neceſſariò altitudinum differentia adhuc minor; quam proinde difficulter obſerves, quantumvis magnis quadrantibus utaris.

Solſtitijs obſervandis gnomones perpendiculariter erectos non veteres ſolùm, ſed etiam nonnulli recentiores adhibuêre. Obſervanda eſt in meridie gnomonis umbra: nam quo die ea fuerit maxima, ſeu longiſſima, brumale ſolſtitium erit; æſtivum, quo breviſſima. Sed niſi gnomones admodum ſint proceri, eâdem incertitudine laborabunt, quâ quadrantes. Quò enim gnomones, adeoque & umbræ eorum, fuerint minores, eò etiam minores erunt differentiæ umbrarum, & contrà. Longè autem facilius eſt erigere gnomones in ſublime, (fit enim, ſi in pariete excelſo tantùm foramen effeceris) quàm quadrantes tantæ molis conſtruere. Quare his illi hoc in negotio videntur potiores. Hujuſmodi gnomon ille fuit, quo (ut refert Gaſſendus in vitâ Peireskij) Pitheas Maſſilienſis jam inde ab Alexandri Magni tempore, ſolſtitium obſervavit, reperitque umbram partium 213⅘, qualium gnomen erat 600. Sed & Gaſſendus ipſe in eâdem urbe gnomone uſus eſt alto pedes regios 52, invenitque in Solſtitio æſtivo umbram meridianam partium 31, 950, qualium gnomon erat 90, 000, unde collegit obliquitatem Eclipticæ nunc eandem eſſe quæ fuit ætate Alexandri Magni.

## NUMERUS XXX.

### *Horam, & momentum Solſtitij invenire.*

PEr dies aliquot ante & poſt diem æſtivo Solſtitio in ephimeride aliquâ aſſignatam, maximis quadrantibus capiantur altitudines Solis meridianæ. Ex his ſi tres reperiantur, continuæ, quarum media duabus reliquis eſt maior, ac proindè capta ipſo die Sol-

ſtitij,

ſtitij, duæ reſiduæ vel æquales ſunt, vel non. Si ſint æquales, ſolſtitium incidit in punctum ipſum meridiei. Si verò inæquales; & ea quæ diem ſolſtitij præcedit major ſit alterâ, quæ ſolſtitio ſuccedit, Solſtitium ante meridiem factum eſt: & contrà. Quod ſi duæ meridianæ altitudines continuæ reperiantur æquales, tunc ſolſtitium mediâ nocte factum eſt. Horum ratio ſatis manifeſta eſt rem utcumque conſideranti.

Porrò cùm trium continuarum altitudinum, quarum una ſit maxima, extremæ duæ inæquales ſunt, vix ulla exhiberi ratio poteſt, quâ Solſtitij momentum certò determinetur. Afficiuntur enim altitudines Solis, & ſiderum quorumcumque à parallaxi, ſi quæ ſit, & refractione, quorum hæc auferri debet, addi illa, ut altitudines ſint accuratæ. Et refractio quidem ſolum brumale ſolſtitium turbat, non æſtivum: tunc enim per totam Zonam Torridam, & Temperatam altitudo meridiana Solis gradibus 45 major eſt. At parallaxis Solis utrumque intricat, quæ licet, ut *num.* 34. oſtendam, in determinando motu Solis & Lunæ tutò negligatur; in hoc tamen negotio negligi nequaquàm debet: quandoquidem ſi vel tantillo eam majorem juſtâ minorémve acceperis, ſtatim error notabilis in determinando Solſtitij momento committatur. Denique licet exactè cognoſci poſſet parallaxeos ſolaris quantitas, hic tamen ex ijs, quæ adhuc præmiſimus, nondum ea cognitio haberi poteſt, ac proinde adhuc nobis eſſet ſolſtitiorum exactior determinatio in alium locum differenda: abſque tamen præjudicio ullo ſequentium propoſitionum quæ inde non dependent.

Cæterum nulla ſolſtitij obſervatio inſignior extat illâ Riccioli, habitâ Bononiæ anno 1646. Deprehenſa iſthic ab eo eſt ex ſtellis Circumpolaribus, obſervatione plus quàm quadrageſies repetitâ, altitudo poli grad. 44. 29. 30'. Ex quâ elicitur Æquatoris altitudo grad. 45. 30. 30'. Accepit deinde 20, & 22 Iunij tribus magnis quadrantibus altitudinem Solis meridianam, quæ utroque die fuit eadem, nempe; grad. 68. 59'. 45". At die 21 reperta fuit uno quidem quadrante maximo grad. 69. altero autem magno, grad. 69. 0'. 10'. Quantùm igitur conſequi licuit humanâ induſtriâ, ſolſtitium incidit in ipſum meridiem diei 21 Iunij.

## NUMERUS XXXI.

### *Obliquitatem, ſeu maximam declinationem Eclipticæ reperire, quæ eſt graduum 23. 36 quàm proximè.*

Ipſo die æſtivi ſolſtitij, qui reperitur per *num.* 29, & 30, capiatur exquiſitiſſimis organis altitudo Solis meridiana; à quâ ſi ſubtrahatur altitudo Æquatoris per *num.* 27. inventa, relinquatur Solis maxima declinatio, adeoque & obliquitas Eclipticæ.

Intrà Zonas Temperatam, ac Torridam altitudini Solis inventæ, utpotè 45 gradibus majori, nihil metuendum à refractione, ſi dies ſerena fuerit. Faceſſit tamen negotium parallaxis, quam ex hactenus demonſtratis hic nondum definire poſſum. Sed quia ſuo loco demonſtrabitur, Solis parallaxim horizontalem, hoc eſt maximam, non excedere dimidium minutum (imò fortaſſis ea prorsùs inſenſibilis eſt) neque tam accuratâ obliquitatis Eclipticæ notitiâ adhuc opus eſt; licebit interim differentiolam illam ex parallaxi ortam diſſimulare, cujus neglectio non tantùm officit huic negotio, quantùm officit in momento ſolſtitij determinando. Quamquam etiam, ſi videbitur, parallaxim, poſtmodò independenter ab his quæ ex eâ pendent, determinandam, hic poterimus tutò aſſumere, altitudini meridianæ Solis viſæ addendam, ut vera proveniat.

Reliquum eſt, ut oſtendatur methodo jam explicatâ repertam eſſe hoc tempore obliquitatem Eclipticæ, grad. 23, 30 quàm proximè. Id verò conſtabit ex accuratiſſimis obſervationibus Tychonis, atque Riccioli.

Altitudinem poli Uraniburgi Tycho lib. 1. progymn. pag. 17. ſtabilivit grad. 55. 54. 30'. unde habetur ibidem altitudo Æquatoris grad. 34. 5'. 30'. Ex hâc, & ex accuratiſſimis meridianis altitudinibus ab eodem Tychone obſervatis, obliquitas Eclipticæ deducitur ea, quæ in ſequenti laterculo exprimitur. Obliquitas viſa eſt, in quâ parallaxis neglecta eſt; vera, cui adjecta eſt parallaxis. Eam aſſumpſi non Tychonicam, quam ſatis conſtat eſſe nimis magnam, ab eoque levi ac penè nullo (ut alio loco oſtendam) ex fundamento accepta fuit; ſed illam Riccioli 30' ſecundorum; quam adhuc ipſam, ſi peccat, exceſſu peccare, non defectu firmiſſimis rationibus alibi oſtendetur.

| | Iunij | Anno | Obliq. ecl. viſa grad. | ' | " | Obliq. ecl. vera grad. | ' | " |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Stylo | 12 | 1586. | 23. | 30. | 6 | 23. | 30. | 36 |
| vete- | 14 | 1587. | 23. | 29. | 0 | 23. | 29. | 30 |
| ri. | 11 | 1593. | 23. | 29. | 30 | 23. | 30. | 0 |
| Stylo veteri. | Iunij 11 | Anno 1589 | 23. | 29. | 55 | 23. | 30. | 25 |
| | | | 23. | 30. | 15 | 23. | 30. | 45 |
| | | | 23. | 30. | 15 | 23. | 30. | 45 |
| | | | 23. | 30. | 20 | 23. | 30. | 50 |

Tres primæ obliquitates deductæ ſunt ex tribus ſelectis altitudinibus meridianis, à Tychone obſervatis, quas recenſet Longomontanus. Ad poſtremas quatuor eodem anno, ac die inventas, adhibitæ ſunt 4 ſelectiſſimæ altitudines meridianæ, ab eodem Tychone obſervatæ organis exquiſitiſſimis, & à P. Alberto Curtio, qui juſſu Cæſaris obſervationibus Tychonicis in lucem edendis præeſt, ad Ricciolum tranſmiſſæ.

Ricciolus obliquitatem ſuam Eclipticæ, altero ſubſequenti laterculo expreſſam, ſic deduxit. Altitudinem poli Bononienſis obſervatione plus quadrageſies repetitâ, ex circumpolaribus ſtellis deprehendit grad. 44. 29. 30'. ex quâ elicitur altitudo Æquatoris grad. 45. 30. 30'. Altitudines verò meridianas Solis, ubi tres eidem diei reperiuntur adſcriptæ, accepit tribus diverſis quadrantibus, nimirùm maximo, magno, mediocri; ubi duæ; duobus diverſis, nempè maximo, & magno.

| | Obliq. Ecl. viſa grad. | '. | ''. | Obliq. Ecl. vera grad. | '. | ''. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1643. Iun. 21 | 23. | 29. | 25 | 23. | 29. | 55 |
| | 23. | 29. | 25 | 23. | 29. | 55 |
| | 23. | 29. | 30 | 23. | 30. | 0 |
| 1644. Iun. 20 | 23. | 29. | 20 | 23. | 29. | 50 |
| | 23. | 29. | 20 | 23. | 29. | 50 |
| | 23. | 29. | 20 | 23. | 29. | 50 |
| 1645. Iun. 20 | 23. | 29. | 20 | 23. | 29. | 50 |
| | 23. | 29. | 20 | 23. | 29. | 50 |
| 1646. Iun. 21 | 23. | 29. | 30 | 23. | 30. | 0 |
| | 23. | 29. | 40 | 23. | 30. | 10 |



Digitized by Google

Ex his apparet obliquitatem Eclipticæ hoc ſæculo eſſe, quàm proximè graduum 23, 30', ſive parallaxeos rationem habeas, ſive non: atque eam proinde ad uſus Aſtronomicos tutò deinceps aſſumi poſſe.

### *Corollarium.*

Diſtantia X, D polorum; Æquatoris X, (vide fig. 8.) & Eclipticæ D, æqualis eſt maximæ declinationi Eclipticæ B K, ac proinde etiam ipſa eſt grad. 23. 36. Nam B K, X D, cum eodem arcu X K, efficiunt ambo circuli quadrantem B X, K D.

## NUMERUS XXXII.

### *Rejicitur mutatio obliquitatis Ecliptica.*

VErùm an tanta ſemper fuerit Solis declinatio maxima, ſive Eclipticæ obliquitas, & futura deinceps tanta ſit, inter Aſtronomos controvertitur. Mutabilem opinantur Purbachius, Regiomontanus, Copernicus, Rheticus, Fracaſtorius, Maginus, Clavius, Tycho, Longomontanus, Snellius, Lansbergius, Bullialdus, Vendelinus, alijque. Immutabilem exiſtimarunt, Ptolomæus, Albategnius, Thebith, Stevinius, Auguſtinus Riccius, Gaſſendus, Reinerius, Kepplerus, Galilæus, & accuratiſſimus omnium Ricciolus.

Qui mutabilem aſſerunt, in eam opinionem inducti ſunt, quòd obſervationes ab Hipparcho, ad Copernicum uſque perpetuum obliquitatis decrementum videantur exhibere. Eas ex aſtronomorum monumentis (quæ vide apud Ricciolum pag. 162) depromptas ſubjicio.

| | ANNI | OBLIQUITAS ECLIP. | | |
|---|---|---|---|---|
| | *Ante Chriſtum.* | *Grad.* | /. | //. |
| Ariſtarchus | 280 | 24 | 0 | 0 |
| Eratoſthenes | 230 | 23 | 51 | 20 |
| Hipparchus | 140 | 23 | 51 | 20 |
| | *Poſt Chriſtum.* | | | |
| Ptolomæus | 140 | 23 | 51 | 20 |
| Albategnius | 880 | 23 | 35 | 0 |
| Arzachel | 1070 | 23 | 34 | 0 |
| Almeon | 1140 | 23 | 33 | 30 |
| Thebith | 1210 | 23 | 33 | 30 |
| Prophatius | 1300 | 23 | 32 | 0 |
| Purbachius | 1460 | 23 | 28 | 0 |
| Regiomontanus | 1460 | 23 | 28 | 0 |
| Nonius | 1500 | 23 | 30 | 0 |
| Domin. Maria | 1500 | 23 | 29 | 0 |
| Io. Vernerus | 1510 | 23 | 28 | 30 |
| Copernicus | 1525 | 23 | 28 | 24 |

Eclipticæ immutabilis aſſertores ferè ſatis habent veterum obſervationes habere ſuſpectas: in quo ijs præivit jam ab annis 800 Albategnius, qui etiam ipſe obſervationes veterum in dubium revocavit. Unus Ricciolus fallaciæ radicem, in Eratoſthenis obſervatione latentem, detexit; oſtenditque etiam ætate Eratoſthenis imò & Pitheæ Maſſilienſis obliquitatem Eclipticæ fuiſſe grad. 23. 30, eamdem videlicet quæ modò eſt.

Eratoſthenes dimenſurus orbem Terræ, aſſumpſit, 1. Syenem eſſe ſub Tropico Cancri; iſthic enim ſcribunt Cleomedes, Strabo & Plinius, in meridie Solſtitij per 150 ſtadia in orbem gnomones nullam umbram projicere: addit Plinius puteum ejus rei gratiâ factum eſſe, qui in meridie Solſtitiali totus à Sole illuſtretur. 2. Syenem & Alexandriam ſub eodem Meridiano eſſe. 3. Diſtantiam inter Alexandriam, & Syenem eſſe ſtadia 5000. IV. Radios à Solis margine, & centro in Terram èmiſſos, eſſe quoad ſenſum parallelos. His poſitis, (ut ex Cleomede tradunt Nonius *l. 2. de obſer. pag.* 132, & Snellius in Eratoſthene Batavo. l. 1. à c. 9) diſquiſitionem ſuam inſtituit hunc ferè in modum.

Centrum Solis eſto D. centrum Terræ A: Meridianus Alexandriæ G B H: Syene in B, Alexandria in C; ſunt enim ex aſſumpto 2 ſub uno Meridiano. Hic ſcaphium ita collocavit, ut gnomon N C perpendicularis eſſet ad ſuperficiem Terræ, adeoque productus tranſiret per terræ centrum A. eſt porrò Scaphium vas Hemiſphæricum cavum, gnomonem habens C N, centrum apice ſuo attingentem; & quadrantes C M, CK, in 90 gradus, diviſos. Tum in meridie Solſtitiali obſervavit quantitatem arcus C O, adeoque & anguli C N O qui determinatur à radio (F N O) ab extimo Solis margine, per apicem gnomonis emiſſo; eumque reperit grad. 7; 12'. Jam quia Syene eſt ſub Tropico Cancri, radium (D B) è Solis centro in Syenem in meridie Solſtitij directum concluſit tranſire per (A) Terræ centrum, ibidemque concurrere cum gnomone (N C) Alexandriæ erecto. Quoniam igitur radios F N O, D B A, ex aſſumpto quarto quoad ſenſum parallelos ſecat gnomon productus N C A, fuit per 27. 1. elem. angulus in Terræ centro factus D A N, par angulo alterno O N A. Quare cùm O N A, ſeu O N C, fuerit grad. 7. 12', etiam B A N, ſeu B A C, adeoque & B C arcus meridiani inter Syenem & Alexandriam, fuit grad. 7. 12'. Erat autem ex aſſumpto tertio arcus B C ſtadiorum 5000. Hinc cùm B C, grad. 7. 12' conficiat ſtadia 5000, concluſit ex regulâ prop. gradus 360, hoc eſt, totum ambitum Terræ ſtadia conficere 250000.

Fig. 42

Hæc ratiocinationis Eratoſthenicæ ſumma eſt; quæ licet ingenioſa & ſubtilis ſit, ac proinde à Plinio alijſque meritò laudetur: tamen in hoc peccat, quòd radios D B A, F N O putaverit eſſe quoad ſenſum parallelos; oſtendit enim Ricciolus *lib. 3. Almag. cap.* 27. *num.* 7. non radium F N O, ſed D N P, eum nempè qui ex Solis centro profluit, quoad ſenſum æquidiſtare radio D B A. Itaque angulus D A N non eſt æqualis angulo O N A, ab umbrâ gnomonis determinato, ſed angulo P N A; ac proindè D A N ſuperat angulum O N A graduum 7. 12'. angulo P N O, hoc eſt F N D, quem ſubtendit ſemidiameter Solaris, adeoque eſt 15', aut 16' minutorum, ut ſuo loco *b* oſtendam. Angulus igitur D A N, ſeu B A C, adeoque etiam arcus B C diſtantia Syenis ab Alexandriâ eſt grad. 7. 27', aut 28'. Atque hæc hactenus rectè obſervarunt Nonius & Snellius: quamvis nihil ſubodorati, quid indè in falſam Eclipticæ obliquitatem redundarit. Id verò egregiè notavit Ricciolus hunc in modum.

b *Lib. 3. cap. 5.*

Diſtantia (C S) verticis Alexandrini ab Æquatore à Ptolomæo tradita *l. 4. Geom. c. 5. & lib. 5. Almag. c.* 13, eſt grad. 30. 38'. Ab hac ſi demas meridiani arcum C B, diſtantiam Alexandriæ à Syene quam Eratoſthenes falsò credidit eſſe grad. 7. 12', remanet arcus B S diſtantia Syenis ab Æquatore; hoc eſt (quia Syene ſub Tropico Cancri eſt) ipſa Eclipticæ obliquitas, & maxima Solis declinatio graduum 23. 46', quæ 5 ſolùm minutis differt ab obliquitate Eratoſthenicâ grad. 23. 51. 20''. Quæ differentiola nobis

inſinuat

inſinuat Eratoſthenem uſum eſſe diſtantiâ verticis Alexandrini ab Æquatore, paulò majore quàm Ptolomeus, nempè graduum 31 3'; ab hâc enim, dempto arcu C B, quem falsò credidit eſſe grad. 7. 12, remanet arcus B S, hoc eſt obliquitas Eclipticæ grad. 23. 51, quanta nimirum ferè ab Eratoſthene inventa tradebatur.

Hoc erroris fonte in obſervatione Eratoſthenis detecto, oſtendemus etiam ævo Eratoſthenis, Hipparchi, Ptolomæi, obliquitatem Eclipticæ eamdem fuiſſe quæ modò eſt, nempè grad. 23. 30. Diſtantia enim C S verticis Alexandrini ab Æquatore à Ptolomæo ipſo, ut dixi ſuprà, traditur grad. 30. 58'. Ab hâc igitur aufer arcum C B, quem ex correctâ Eratoſthenis obſervatione probatum jam eſt eſſe grad. 7. 28': remanet obliquitas Eclipticæ B S grad. 23. 30, quanta eſt modò.

Id ipſum ex tribus adhuc alijs obſervationibus confirmat Ricciolus *l. 3. Almag. pag. 164*; inter quas eximia eſt illa Pitheæ Maſſilienſis, qui floruit ævo Alexandri Magni. Is, ut ex vetuſtis Maſſilienſium monumentis refert Gaſſendus in vitâ C. I. Fabricij Peireskij, obſervavit Maſſiliæ umbram Solſtitialem eſſe ad gnomonem ut 213⅕ ad 600. Gaſſendus autem ipſe cum Peireskio per foramen factum in pariete altum pedes regios 52, reperit umbram Solſtitialem hujus gnomonis eſſe partium 31950, quarum gnomon erat 90000. Quæ proportio umbræ ad gnomonem, cùm eadem prorsùs ſit, cum illa Pitheæ Maſſilienſis, rectè concluditur altitudinem Solis Solſtitialem, ac proindè & obliquitatem Eclipticæ, eam fuiſſe olim, quæ eſt modò.

Totum igitur fundamentum pro obliquitate mutabili Eclipticæ ex antiquis obſervationibus deſumptum corruit, cùm ex ijs ipſis ejuſdem immutabilitas ſtabiliatur.

Quod affirmat Copernicus, quo tempore fuit maxima Solis Eccentricitas, & lentiſſimus Fixarum motus, nempe circa Chriſti ortum, eo quoque maximam fuiſſe obliquitatem Eclipticæ: imò proportionalia obliquitatis, atque eccentricitatis decrementa fuiſſe, nihil urget: oſtendam enim cum Ricciolo nullam *b* eſſe neceſſitatem agnoſcendi ullam Anomaliam in motu Fixarum; & veriſimilius *c* immutabilem eſſe anni quantitatem; nihil *d* etiam cogere ut Eccentricitas mutabilis ſtatuatur. *b Num. 46. & lib. 5. Aſtron. num. 13.* *c Num. 47.* *d Num. 41.*

Schema obliquitatis ex mente Copernici laterculo ſequenti exprimitur.

| | *Obliq. Eclipt.* | | | | *Mot. annuus Anomalia obliqua Ecliptica* | *Periodus hujus Anomaliæ* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | grad. | *l.* | *ll.* | | *l. ll. lll. llll.* | |
| *Maxima* | 23 | 52 | 0 | | 6. 17. 24. 9 | *ann. Ægypt.* 3434 |
| *Media* | 23 | 40 | 0 | | | *Julian.* 3431. *dier.* 244. |
| *Minima* | 23 | 28 | 0 | an. 1653. | | |

## NUMERUS XXXIII.

### *Momentum Æquinoctij invenire.*

*Fig. 43.*

1. INveniatur *a* altitudo Æquatoris O S. *a Num. 27.*

2. Die in ephimeride aliquâ Æquinoctio deputatâ, capiatur *b* altitudo meridiana Solis P S: quod ut accuratiùs fiat, expedit duobus inſtrumentis uti, Secundorum ſaltem decades continentibus, uno quod Solis altitudinem P S, altero quod Solis à vertice diſtantiam D P immediatè exhibeat: tunc enim, ſi ſubtractâ D P diſtantiâ Solis à vertice ex 90 grad. reſiduum conveniat cum altitudine Solis inventâ, ea ſine ſcrupulo exacta reputabitur. *b Num. 28.*

3. Quod ſi altitudo meridiana Solis ſic inventa, ſit æqualis altitudini Æquatoris jam repertæ, Æquinoctium incidit in ipſum illum meridiem: ſi major, Æquinoctium vernum factum eſt ante meridiem, autumnale pòſt; ſi minor, vernum continget pòſt, autumnale verò ante meridiem. Quorum omnium ratio eſt manifeſta. Quot verò minutis altitudo Solis meridiana differt ab altitudine Æquatoris, tot horis ante vel poſt meridiem factum eſſe Æquinoctium pronunciabis. Hipparchus, & Ptolomæus Æquinoctia obſervarunt armillis æquatorijs. Earum methodum, & fallaciam quam ex refractione patiuntur, niſi Æquinoctium prope meridiem contingat, vide apud Ricciolum *Almag. l. 3. pag. 133*.

Illud ab Aſtronomis aſſervatur, autumnalia vernis eſſe tutiora, quòd aër tum calotibus præcedentibus excoctus, minùs ſit refractioni obnoxius. Ut Æquinoctium ſic inventum ad anni quantitatem, & Solis ac Lunæ Motus Medios ac Veros, abſque errore notabili determinandos, inſervire poſſit, ſatis erit ſi in Solis capiendâ altitudine evitetur refractio (evitabitur autem ubicumque altitudo Æquatoris fuerit 40, aut 45 grad.) licet parallaxis interim contemnatur. Ex tali enim Æquinoctio Solares motus ita determinabimus, ut ad datum tempus de loco Solis Vero citra errorem ullius momenti conſtare nobis poſſit, ut ex *num. ſeq.* patebit.

## NUMERUS XXXIV.

### *Parallaxis Solis in motuum cæleſtium determinatione, tutò contemni poteſt.*

EGo quidem (quod etiam *num.* 28. inſinuavi) ita ſentio, longiùs ab erroris periculo abſuturum, qui nullam parallaxeos Solaris rationem habuerit, quàm eum, qui incertam, & non ſatis exploratam ejus quantitatem aſſumpſerit. Horizontalem parallaxim Solis in diſtantiâ mediocri à Terrâ ita quidem determinavêre Aſtronomi hic adſcripti.

| | grad. | ' |
|---|---|---|
| Ptolomæus | 2. | 57 |
| Albategnius | 3. | 7 |
| Copernicus | 3. | 0 |
| Tycho | 3. | 0 |
| Longomont. | 2. | 40 |
| Lansberg. | 2. | 18 |
| Bullialdus | 2. | 21 |

At ſi cum Ricciolo noſtro, & Vendelino viam Ariſtarchæam tenuerimus, ex Lunæ dichotomæ obſervationibus, ut oſtendam *lib. 3. num. 16 & 19*, colligemus Solis à Terrâ diſtantiam numquam minorem 7000 ſemid. Terræ, atque inde parallaxim horizontalem numquam majorem 30 Secundis: quam etiam ex dichotomiæ obſervationibus adhuc minorem fecerat Vendelinus, videlicet non majorem 14, aut 15

Secundis. Priores illi parallaxim ſuam ex inſidâ (ſic eam vocat Kepplerus) Terræ umbrâ, quâ nihil lubricum magis, nihil hoc in genere incertius eſt, deduxêre. Vendelinus autem atque Ricciolus Lunæ dichotomiam cum Ariſtarcho complexi ſunt, viam in tam arcano ſcrutinio certiſſimam, & unicam, ad quam excolendam omnes Europæ Aſtronomos Kepplerus invitat. Quare cùm non modò veroſimilius ſit, ſed etiam propè certum, parallaxim Solis horiz. eſſe non majorem Secundis 28 aut 30, hoc eſt unius minuti ſemiſſe, ac proinde fortaſſis omnino nullam, liquet eum, qui nullam parallaxeos habuerit rationem, vix ſenſibiliter erraturum; adeoque multò minùs, quàm Copernicus, Tycho alijque, qui parallaxim falſam aſſumendo, errorem trium minutorum, aut duobus minutis majorem commisêre. Atqui tamen cum iſto, licet ex parallaxi falsâ, errore aliquot minutorum à Tychone, Reynoldo, Magino Longomontano, Lansbergio, Argolo, Bullialdo, Solis ac Lunæ motus ita ſunt determinati, ut loca Vera Solis ac Lunæ ad tempus datum, Novilunia ac Plenilunia, & utriuſque Luminaris eclipſes, citra errorem ſenſibilem conſtanter cum cælo conveniant. Ergo omnia illa multò exactiùs cum cælo conſentient, ſi parallaxeos ratio nulla habeatur. Parallaxis ergo Solis in motuum cæleſtium conſtitutione tutò contemnitur.

## NUMERUS XXXV.

### *Anni Solaris Medij quantitatem invenire.*

AD Medios Solis motus conſtituendos opus eſt ut nota ſit quantitas anni Solaris non Veri, ſed Medij, quia anni Veri, ut oſtendam *num.* 49, aliquantillam inæqualitatem ſubeunt; Medij autem, ut patet ex *def.* 28. *num.* 24 *&* *ex propr.* 2. *num.* 25. omnes æquales ſunt. Dicuntur Medij, quòd inter Veros maximos & minimos quantitatem mediam obtineant.

§. 1. Elige duo Æquinoctia verna, vel potius duo autumnalia (quia minùs refractioni obnoxia) quàm longiſſimo intervallo ab invicem diſtantia: ſic enim, ſiquis error exiguus in toto illo plurimorum annorum intervallo committitur, is per ſingulos annos diſtributus, inſenſibilis evadet.

Eligemus ergo in hunc finem Æquinoctium autumnale, ab Hipparcho (ut ſcribit Ptolomæus *l.* 3. *Almag. c.* 2.) obſervatum Alexandriæ anno 21 tertiæ periodi Calippicæ, hoc eſt anno ante Chriſtum 158, 27 Septembris, in ipſo meridie; quod proinde non laborat ſuſpicione refractionis: erat verò annus poſt biſſextilem tertius.

Alterum Æquinoctium erit, à Ricciolo accuratiſſimè obſervatum Bononiæ anno 1643, die 22 Septemb. expletâ, nempe poſt illius meridiem & horis 21. 25′: hic quoque erat annus poſt biſſextilem tertius.

§. 2. Jam circa Æquinoctia ſic aſſumpta duo erunt præſtanda. Primò, quia in diverſis horizontibus obſervata ſunt, tempus unius erit ad tempus alterius revocandum. Quare cùm Alexandria ſit Orientalior Bononiâ horâ 1. 43′. Æquinoctij Hipparchæi tempus Bononiæ fuit die Septemb. 26 completâ, & horis 22. 17′. Secundò, à tempore Æquinoctij poſterioris demendi ſunt dies 10, ob dies 10 à Kalendarij reformatoribus adjectos ad elapſos, qui reverà elapſi non erant. Factâ igitur hunc in modum reductione in ſtylum veterem, Æquinoctium Ricciolanum accidit anno 1643, completis diebus 12 Septembris, horis 21. min. 25. Ricciolus ad temporis Hipparchæi Æquinoctij minuta 17, adjicit min. 30, ut fiant min. 47. Hoc idcirco fecit, quòd rationem habendam putaverit parallaxeos Solaris, quæ ipſi eſt 30 Secundorum, cui proinde 30 min. prima temporis debentur. At cùm ſciri nondum poſſit parallaxeos quantitas, ea debet in hoc ſcrutinio prætermitti, & poſſe abſque erroris ſenſibilis periculo prætermitti, jam *præced. num.* oſtenſum eſt. Quia tamen parallaxis 30 Secund. adeò parva eſt, ut eam ſive ponas, ſive omittas, ad præſens negotium interſit parum, nos quoque illam, ne Riccioli calculum turbemus, retinebimus, ſtatuemuſque cum illo tempus Hipparchæi Æquinoctij anno ante Chriſtum 158, expletis diebus 26. Septemb. horis 22. min. 47. Bononiæ.

§. 3. Quod ſi annus Solaris, hoc eſt tempus medium inter duo ejuſdem nominis Æquinoctia immediata, æqualis eſſet anno Juliano dierum 365, hor. 6, debuiſſet Æquinoctium poſterius à Ricciolo obſervatum, incidere in eumdem prorsùs diem Septembris, & horam cum Hipparchæo, nempe in 26 Sept. H. 22. 47′. Nunc verò præceſſit, atque incidit in 12 Sept. hor. 21. 25′. ac proinde præceſſio fuit dierum 14. h. 1. 22′. Quoniam igitur ab Æquinoctio Hipparchæo, uſque ad Ricciolanum effluxerunt anni Solares integri 1800: manifeſtum eſt totidem annos Julianos, nempe 1800, excedere 1800 annos Solares diebus 14. H. 1. 22′.

§. 4. Quare cùm anni Juliani 1800, annos ſolares 1800 excedant diebus 14, H. 1. 22′. Unus annus Julianus, unum annum Solarem quo exceſſu ſuperabit? Dies 14. H. 1. 22′, hoc eſt, Secunda 1214520, dividantur per 1800, proveniunt 674, [illegible], hoc eſt min. 11′. 14″. 43‴ ⅓ qui anni Juliani dierum 365. Hor. 6 ſupra Solarem exceſſus eſt. Quare ſi hunc demas à diebus 365. Horis 6, relinquetur annus Solaris dierum 365. H. 5. 48′. 45″. 17‴.

§. 5. Ut exploratior anni Solaris quantitas evadat, operationem totam hactenus expoſitam, expediet cum pluribus alijs Æquinoctijs longiſſimo itidem intervallo à ſe invicem diſtantibus, exercere. Ptolomæus *l.* 3. *Almageſti* refert ab Hipparchio Alexandriæ Æquinoctium obſervatum anno 20 tertiæ periodi Calippicæ, hoc eſt anno ante Chriſtum labente 159, Sept. die 26 adhuc currente, ſub Ortum Solis. H. 18. 41′. 15″. Quod eruditè probat Ricciolus in *Scholio pag.* 139. Bononiæ verò Sept. 26. H. 16. 28′. 15″. Ricciolus autem Bononiæ maximis quadrantibus Æquinoctium obſervavit, anno 1646, Sept. 22 completâ, horâ 14, 56′. Cum his duobus Æquinoctijs procedendo ut ſupra, elicitur apparens, Solaris annus dierum 365, hor. 5. 48′, 46″, 32‴ à Superiori ſolùm differens Secundo. 1, & 15 Tertijs, quæ ſanè illuſtris eſt nota veritatis. Calculus meus cum Ricciolano convenit. Porro inter quantitates jam inventas media eſt D. 365. H. 5. 48, 45″. Quam ut veræ proximam retinendam cenſeo.

### *Annus Solaris.*

Prior. D. 365. H. 5. 48′. 45″. 17‴.
Poſter. D. 365. H. 5. 48′. 46″. 32‴.
Tycho D. 365. H. 5. 48′. 45″. 0‴, quam, inter has mediam, ſequor.

*Nota Ricciolum l.* 3. *pag.* 138. *in exemplo ſuo* 2, *tempus Æquinoctij Hipparchæi exprimere his verbis*, ante Chriſtum 158, die 26 Septembris completâ & horis

22, M. 47. *Tempus verò Æquinoctij à ſe obſervati, ſic*: anno 1643 die 22 Septembris completâ, & poſt ejus meridem Hor. 22. M. 25. *Ubi videtur horas 22 ſumere completas ut in Æquinoctio priori. Si autem accipiantur hora 22 complete, praceſſio erit non hora. ? 22', ſed hor. o. 22'. ac proinde non proveniet anni quantitas. D. 365. H. 5. 48'. 45". 17‴; ſed alta priore major. D. 365. H. 5. 48'. 47". 16‴.*

## *Scholium.*

a Quid ſit med. æquin. vide num. 45.

*Hæc anni Solaris Medij quantitas deducta eſt ex veris Æquinoctijs, cùm debuiſſet ex a medijs. Nam quia intervallum temporis duobus Medijs Æquinoctijs terminatum, adæquatè in annos medios reſolvitur, anni autem Medij omnes inter ſe æquales ſunt, manifeſtum eſt quantitatem annuam ex tali intervallo elicitam, eſſe juſtam, hoc eſt, eamdem ſemper ſibiq; æqualem. Tempus autem duobus veris Æquinoctiis terminatum, non eſt æquale tempori terminato duobus medijs (ut oſtendam num. 49) niſi Æquinoctium ſecundum fiat in eodem Anomaliæ puncto, quo primum, quod ob tardiſſimum Apogei motum non niſi poſt annos 22245 contingit. Quare anni medij quantitas omnino juſta ex veris Æquinoctiis non habetur, ſi theoriam ſpectemus, Oportet ergo Æquinoctia vera in media convertere, quod fieri non poteſt, ut ex ſequentibus patebit, niſi priùs Medij anni quantitas ſit nota. Ad hunc nodum reſpondeo quantitatem annuam deductam ex Æquinoctiis veris, à deductâ ex Medijs paucis tantùm Secundis differre, uti num. 49 oſtendam. Quare ea, quæ ex Mediis deducta eſt, abſque ullo erroris ſenſibilis periculo, ad motus Solis medios deinceps conſtituendos adhibebitur.*

## NUMERUS XXXVI.

### *Ex anno Solari, Medios Solis motus annuos, menſtruos, diurnos &c. invenire.*

PErficitur hoc regulâ proportionum. Nam ſi Solari anno Dierum 365 H. 5. 48'. 40" (annus Riccioli eſt, quo hîc utor exempli gratiâ) debentur gradus 360, ſeu Signa 12; anno civili, menſi, diei, horæ, minuto, quot gradus aut minuta Eclipticæ debentur? Itaque primo loco ſtatuatur quantitas anni Solaris reſoluta priùs in Secunda; ſecundo loco Zodiacus etiam in Secunda reſolutus: tertio loco annus civilis, vel menſis, vel dies &c. etiam in Secunda reſoluti. Ducatur deinde ſecundum in tertium, & productum dividatur per primum; quotiens dabit Signa, gradus, minuta, quæ debentur medio Solis motui, annuo civili, menſtruo, diurno &c. Termini porrò ad Secunda reducti ſunt hi

Annus Tropicus, ſeu Solaris D. 365. h. 5. 48'. 40" eſt Secundorum 31 (556, 920"
Zodiacus, ſive gradus 360. eſt 1 (269, 000" Secundorum.
Annus civilis dierum 366 eſt Secund. 31 (622, 400"
Annus communis dierum 365 eſt Secundorum 31 (536, 000"
Dies naturalis eſt Secund. 86, 400"
Hora ſecund. 3600"
Minutum horæ 60" Sec.

Hàc methodo ex anno Tropico D. 365. h. 5. 48'. 40" eliciuntur motus Medij, qui laterculo ſequenti continentur.

*Solis motus medij*

| | Signa | grad. | I | II | III | IV | V | VI |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Anni dierum 365 | 11 | 29 | 45 | 40 | 50 | 38 | 0 | 0 |
| Anni dierum 366 | 0 | 0 | 44 | 49 | 10 | 29 | 46 | 20 |
| Diei | 0 | 0 | 59 | 80 | 19 | 51 | 46 | 20 |
| Horæ | 0 | 0 | 2 | 2 | 50 | 50 | 0 | 0 |
| Minuti | 0 | 0 | 0 | 2 | 27 | 50 | 50 | 0 |
| Secundi | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 27 | 50 | 50 |

Et quidem hi motus ſatis accurati ſunt; nam in motu diurno hic poſito conveniunt uſque ad minuta tertia incluſivè Alphonſini, Reinholdus, Tycho, Longomontanus, Kepplerus, Lansbergius, Bullialdus, Vendelinus, Ricciolus: uno ſolùm Tertio diſcrepat Ptolomæus. Nota porro diebus 366 in tabellâ adſcribi Signa. o. grad. o. 44' &c. quamvis reverà Sol interim motu medio abſolverit Sig. 12. grad. 44'. &c. Solent enim Aſtronomi ex ſummâ Mediorum Motuum integrum circulum (hoc eſt Signa 12, ſeu grad. 360) abjicere quoties poteſt.

Quod ſi motus illi ſibi addantur continuò, provenient motus annorum duorum, trium &c. dierum unius, duorum, trium &c. & ſic deinceps in ſpeciebus reliquis. Atque hunc in Modum conduntur tabulæ Mediorum Motuum, quas accurato ſtudio jam ſupputatas apud Aſtronomos paſſim reperies.

### *Corollarium.*

Tempus dato motui medio debitum ſic invenies: oporteat ex. gr. reperire tempus quo Sol percurrit unum gradum.

♉ Sol percurrit gradus 360 diebus 365, Horas. 5. 48'. 40". Ergò gradum unum quot diebus abſolvit? Duc ſecundum terminum in tertium; productum divide per primum: quotiens dabit tempus quæſitum.



Digitized by Google

## NUMERUS XXXVII.

*Locum aliquem Solis in Ecliptica ex obſervatione cognoſcere.*

Fig. 44. SIt horizon K N, Meridianus K H N G, Æquator F G. Reperiatur per *num.* 28 altitudo Solis meridiana Q N, & per *num.* 27 altitudo Æquatoris F N. utriuſque altitudinis differentia Q F, erit declinatio Solis eo momento ab Æquatore. Quare ſi in tabulâ declinationis punctorum Eclipticæ, inquiratur punctum ſimilem declinationem habens, nempe in illo Eclipticæ quadrante, in quo ex tempeſtate anni conſtat Solem verſari, illud ipſum Eclipticæ punctum eſt, ſub quo Sol momento illo exiſtit.

Declinationes porrò punctorum Eclipticæ ſingulorum ab Æquatore, ex declinatione maximâ Solis, quæ per num. 31. eſt grad. 23. 30, reperiuntur per *regulam trium.* Nam (ut demonſtratum eſt à Clavio ad *prop.* 1. *l.* 1. *gnomon.* alijſque) ut ſinus totus eſt ad ſinum grad. 23. 30, declinationis nempe maximæ, ita ſinus diſtantiæ puncti Eclipticæ dati ab Æquinoctio eſt ad ſinum declinationis puncti dati.

## NUMERUS XXXVIII.

*Solis Excentricitatem, & locum Apogei in Ecliptica invenire.*

INvenire Eccentricitas dicitur cùm ejus proportio ad radium Eccentrici exhibetur. Ex modis pluribus per Aſtronomos inſignes excogitatis, proponam cæteris expeditiorem, qui eſt Riccioli *lib.* 3. *Almag. pag.* 154.

Fig. 45. Ecliptica ſuprema ſit B A D P, ejus, & Terræ centrum T; initium Arietis D, Libræ B. Centrum Eccentrici eſto C, linea Apogei A K C T V P; Apogeum K; locus Apogei in Ecliptica A.

Oporteat primò invenire Eccentricitatem C T in partibus radij Eccentrici, hoc eſt quot partium ſit C T, quarum C K radius eſt 100000. Secundò oporteat invenire diſtantiam Apogei A in Ecliptica, ab Arietis principio D; hoc eſt quantitatem arcus D A.

§. 1. Ad hæc obtinenda requiritur obſervatio
n Per num. 33. duorum *n* Æquinoctiorum ſe proximè conſequentium, & unius loci veri *m* Solis, ex. gr. L, à Solſtitio
m Per num. 37. ſufficienter diſtantis. Ducatur linea Æquinoctiorum D B, ſecans Eccentricum in N, M, & rectæ C N, C M; & T L ſecans Eccentricum in S, ac tandem recta C S. Obſervatum eſt à Ricciolo Bononiæ, 1646 Æquinoctium Autumni in B, D, 22 Septemb. horâ 14. 56. poſt merid. Ibidem anno 1647 obſervavit Æquinoctium vernum in D, contigiſſe die 20 Martij, horâ poſt merid. 5. 56. Ergò Sol moratus eſt in Eccentrici arcu M V N, ac proinde ſub Eclipticæ medietate Auſtrali B P D, diebus 178. h. 15. Nota eſt autem per *num.* 36, quantitas Medij Motus huic tempori debita, ac proinde (ut patet ex *def.* 20. *num.* 24) notus eſt arcus M V N, adeoque & angulus
o Per 33. 6. *o* M C N, nempe grad. 176. 3'. 41": quibus deductis à 180 gradibus remanet *a* ſumma angulorum M, N,
a Per 32. 1. grad. 3. 56'. 19". Quare cùm anguli M, N ſint *b* æ-
b Per 5. 1. quales, unus M, eſt grad. 1. 58'. 9". 30'", grad. 2. 58'. 16'.

§. 2. Deinde anno 1646, obſervavit Ricciolus Bononiæ in meridie diei 28 Iulij Solem in L ſub Leonis gradu 5. 14'. Quare arcus L D diſtantia veri Solis loci L ab Arietis initio D, adeoque & *c* angu- c Per 43. 6.
lus L T D notus eſt, nempe grad. 125. 14'. quibus ſubtractis à ſemicirculo D L B, remanent pro arcu L B, ſeu angulo *d* L T B, ſeu I T M grad. 54. 46'. d Per 32. 1.

§. 3. A meridie diei 28 Iulij, quo Solis locus verus L, obſervatus eſt, uſque ad diem 22 Septemb. horam poſt merid. 14. 56, tempus nempe Æquinoctij autumnalis B, fluxerunt dies 56. h. 14. 56, quibus Sol motu Anomaliæ, ſive Motu Medio (nam in Sole hi motus inſenſibiliter differunt, ut monui *num.* 24. *defin.* 20) percurrit arcum S M. Quare cùm Motus Medius dierum 56. h. 14. 56 reperiatur *e* eſſe e Per num. 36.
graduum 55. 48'. 34", tantus erit arcus S M, anguluſque S C M, ſeu S C I.

§. 4. Jam angulo L T B, ſeu I T M §. 2 ſuprà invento grad. 54. 46', adde angulum §. 1 inventum M, grad. 1. 58'. 16': fit ſumma grad. 56. 44'. 16': pro externo T I C, qui utrique *f* M, & I T M f Per 32. 1.
æqualis eſt.

§. 5. Rursùs angulo T I C grad. 56. 44'. 16' ſubtracto à grad. 180, remanet *i* angulus S I C grad. i Per 13. 1.
123. 15'. 50'.

§. 6. Denique in triangulo I S C, quia per §. 3. notus eſt angulus S C I grad. 55. 48'. 34". & S I C,
grad. *m* 123. 15'. 50', innoteſcet *k* & tertius I S C, m Per §. 5. k Per 23. 1.
ſeu T S C, eritque grad. 0. 55'. 36", qui eſt *z* æquatio
conveniens obſervato Solis loco L. z Defin. 25. num. 24.

§. 7. Repertis omnibus angulis requiſitis, Eccentricitas T C, & arcus A D ita eruentur. Quia in triangulo C S I noti jam ſunt omnes anguli, & radius C S datur 100000 partium; in iiſdem partibus *l* innoteſcet C I, eritque 1913⅓: quibus demp- l Per probl.
tis à radio C M 100000, remanet M I partium 9. cap. 3.
98086⅔. Cum latere M I, & angulis M *a* grad. 1. 58'. Geom. pra.
16', I T M grad. *b* 54. 46', reperitur *q* I T partium a Per §. 1. b Per §. 2.
4084½. Tandem ex lateribus jam notis I T, C I, & q Per
angulo T I C *c* ſuprà invento grad. 56. 44'. 16', eund.
eruitur *r* Eccentricitas T C partium 3431, quarum c Per §. 4.
C K radius eſt 100000, & angulus I T C, ſeu r Per prob.
L T A grad. 27. 47', 45": quo ſubtracto ab angulo 10. cap. 3.
L T D, invento ſuprà *n* grad. 125. 14', remanet an- Geometr. pract.
gulus A T D, ſeu arcus A D, diſtantia Apogei A, ab n Per §. 2.
initio Arietis D, grad. 97. 26'. 25". Quare anno 1646 die 28 Iulij Apogeum erat ſub Cancri gradu 7. 26'. 15".

§. 8. Ex alio loco vero Solis obſervato Bononiæ ab eodem Ricciolo 1646, D. 4. Aug. in Leonis grad. 11. 56, 46', Æquinoctijs verò iiſdem, ratiocinando ut ſupra, reperitur Eccentricitas T C partium 3491, quarum prior erat 3431; arcus verò A D diſtantia Apogei veri ab initio Arietis grad. 97. 29'. 4". Quare Apogeum Solis fuit in Cancri grad. 7. 29'. 4".

§. 9. His, & alijs obſervationibus inductus Ricciolus medio electo, ſtatuit Eccentricitatem partium 3460, quarum radius Eccentrici eſt 100000; Apogeum verò in Cancri grad. 7. 26'. ¾ vel in Cancri grad. 7. 26': quem virum obſervandi peritiâ mirabiliter excellentem libenter ſequor.

## NUMERUS XXXIX.

### *Temporis momento: quo Solis locus verus, ſeu apparens, per obſervationem eſt cognitus, motum Medium congruentem, invenire.*

*Fig. 45.*

LOcus Solis apparens per obſervationem cognitus ſit L, in Leonis gradu 5. 14′, ad quem ex centro Eclipticæ T ducatur recta T L, ſecans Eccentricum in S, & ab Eccentrici centro C recta C S, eique parallela T E, linea motus Medij. Sol igitur eſt in Eccentrici puncto, S, & motus *a* ejus Medius eſt arcus D A E, Arietis initio exiſtente in D. Apogeum eſto in puncto K, & Apogei linea ſit A K V P. His ita ordinatis.

*a Defin. 23. nu. 24.*

Bononiæ anno 1646. Iulij 28 in meridie, obſervavit Ricciolus Solem ſub Leonis gradu 5. 14′. Quare arcus L A D à vero Solis loco L, uſque ad Arietis initium D, fuit grad. 125. 14′. Arcus autem A D, diſtantia Apogei veri A ab Arietis initio, inventa *b* tum fuit grad. 97. 26′. 15″. Ergo ſi arcus D A auferatur ab arcu D A L, remanet arcus L A grad. 27. 47′. 45″. Deinde angulus T S C, hoc eſt *c* L T E, hoc eſt *r* arcus L E, *num.* 38. §. 6. inventus, eſt grad. 0. 55′. 36″. Quare totus arcus E A, nempe Anomalia *x* Solis media, eſt grad. 28. 43′. 21″: cui ſi addatur arcus A D grad. 97. 26′. 15″, preveniunt grad. 126. 9′. 36″. pro arcu toto D A E, hoc eſt, pro Motu Solis Medio ad annum 1646. Jul. 28 in meridie, tempus obſervati veri Solis loci, L.

*b Per num. 38.*
*c Per 27. 1.*
*r Per 33. 6.*
*x Defin. 23. nu. 24.*

*Ex uno motu Medio ſic invento, omnium Solis motuum ſupputatio ducitur, ut patebit ex num. 53. 54. 56.*

### *Aliter & univerſaliùs.*

OBſerva *q* quovis tempore locum Solis verum, qui ſit L. Ita notus erit arcus D A L. Supputetur deinde locus Apogei veri A *per num.* 44, qui ab his non dependet: ita notus erit arcus D A: quem ſi auferas ab arcu noto D A L, notus remanet arcus A L, ſive angulus L T A, vel S T C. In triangulo igitur S C T, quia notus eſt angulus S T C, & duo latera T C, C S; Eccentricitas nimirum T C partium 3460, quarum C S radius Eccentrici eſt 100000, ex his reperietur *d* angulus T S C, hoc eſt *n* L T E, hoc *p* eſt arcus L E. Quare ſi notus jam arcus L E addatur ad notum arcum L A D, totus arcus E A D, hoc eſt Motus Solis Medius, congruens obſervato Solis loco vero L notus erit. Quod erat quæſitum.

*q Per num. 37.*
*c Per num. 38.*
*d Per Probl. 11. cap. 3. Geom. Pract.*
*n Per 27. 1.*
*p Per 33. 6.*

## NUMERUS XL.

### *Æquationes ad ſingulos Anomaliæ gradus invenire.*

*Fig. 37.*

ECclipticæ ſupremæ L C P K, centrum eſto A, Eccentrici verò I F N G centrum ſit B, Augium linea ſit C F B A G K, ad quam per A centrum Eclipticæ ducta perpendicularis L I A N P, determinat longitudines *c* medias I, N, ad quas *d* Æquationes ſunt maximæ B I A, B N A. Porrò æquationum inventio omnis ab Eccentricitate *numero præc.* jam inventâ dependet. Initium ducemus ab æquatione maximâ B I A.

*c Defin. 21. nu. 24.*
*d Per propr. 8. num. 25.*

In triangulo rectangulo B A I dantur duo latera, B I, Eccentrici radius partium 100000, & Eccentricitas A B 3460 earumdem partium. Ex quibus *e* elicitur proſthaphæreſis maxima A I B, grad. 1. 59′: item A I Solis à Terræ centro diſtantia innoteſcit, eâdem operâ in partibus radij B I.

*e Per Probl. 4. cap. 3. Geomet. Pract.*

Detur deinde arcus quivis Anomaliæ F O, ex. gr. graduum 46; & oporteat *o* proſthaphæreſim A O B ei convenientem invenire. Quoniam datur arcus F O grad. 46. etiam dabitur ſemicirculi reſiduum O G, adeoque & angulus O B G, grad. 134. In triangulo igitur A O B, dantur angulus O B G, ſeu O B A grad. 134, & latera duo A B, B O, angulum continentia, nimirum A B, Eccentricitas 3460, quarum B O radius Eccentrici eſt 100000. Quare ex his *n* elicietur æquatio A O B grad. 1. 23′. 34″; itemque A O Solis diſtantia à centro Terræ ad datum Anomaliæ punctum O, in partibus radij B O.

*o Defin. 25. nu. 24.*
*n Per Probl. 11. cap. 3. Geomet. Pract.*

Inventis æquationibus unius ſemicirculi F I G, etiam alterius G N F inventæ erunt, ut patet ex *propr.* 10. *num.* 25. Quare ſi detur Anomalia F T H maior gradibus 180, accipienda eſt æquatio competens ejus ad grad. 360 complemento F H.

### *Corollarium.*

Quantitas Anomaliæ F I, in cujus termino I ſit maxima æquatio A I B, habetur, ſi ad gradus 90 addatur ipſa æquatio maxima grad. 1. 59′. Arcus enim F I ſimilis eſt arcui C M, qui excedit quadrantem C L arcu M L, ſeu angulo A I B, maximâ proſthaphæreſi grad. 1. 59′.

## NUMERUS XLI.

### *Mutatio Eccentricitatis rejicitur.*

MUtari Eccentricitatem cenſuerunt Arzachel, Albategnius, Purbachius, Rheticus, Mæſtlinus, Rheinholdus, Copernicus, Tycho, Maginus, Snellius, Lansbergius.

Immutabilem adſtruunt Ptolomæus, Scaliger, Kepplerus, Longomontanus, Rheita, Bullialdus, Vendelinus, Ricciolus; quos ſequor.

Et priores quidem non ſolùm mutari Eccentricitatem volunt, ſed etiam motum hujus variationis ſtatuunt apparenter inæqualem: quam inæqualitatem ut ſalvent, centrum Solis per circellum quemdam æquali motu circumferunt, cumque motum vocant *Anomaliam centri Solis*, cujus periodus Copernico eſt annorum 3431 $\frac{1}{2}$, Lansbergio annorum 3000.

Fundamentum unicum eſt, quòd alia atque alia diverſis ſæculis Eccentricitas ſit reperta, ut exprimitur laterculo ſequenti.

| | *anni Chriſti* | *Eccentricitas in partibus, quarum radius eſt* 100000 |
|---|---|---|
| Ptolomæus | 139. | 4152. *corr.* 3648 $\frac{1}{6}$ |
| Albategnius | 883. | 3465 $\frac{4}{11}$ |
| Tycho | 1588. | 3584 $\frac{1}{6}$ |
| Ricciolus | 1646. | 3460. |

Verùm, ut benè Ricciolus notat, differentia non admodùm magna harum obſervationum oriri potuit ex neglectu parallaxis, & potiſſimùm refractionis, vel etiam ex vitio aliquo, licet parvo, inſtrumentorum. Neque enim mutatio illa Eccentricitatis ullo ſolido argumento probatur, ſive ex eclipſibus, & umbrarum in-

Digitized by Google

incremento vel decremento, ſive ex obſervationibus Solis, præſertim Solſtitialibus. Deinde loca Solis Vera, deducta ex tabulis eorum qui ſtabilem Eccentricitatem retinent, æquè aut meliùs cælo conveniunt quàm educta ex tabulis eorum, qui defendunt mutabilem. Poſtremò teſtatur Ricciolus, quo tempore ſecundùm adverſariorum hypotheſes debuit reperiri talis menſura, repertam eſſe à ſe & alijs longè diverſam. Unde hypotheſes illæ nec ſibi nec obſervationibus pluribus conſentiunt.

Nihil eſt igitur, quod Solis motum tantis intricemus moleſtijs, quantas inſtabilis illa Eccentricitas cauſat. Ea enim pro unâ Solis Anomaliâ, duplicem invenit, & proſthaphæreſim maximam *a* cæteraſque omnes continuè immutat, & motum Apogei *a* inæqualem reddit. Atque ita fit ut ſupputatio loci Solis plus quàm duplo prolixior, & intricatior evadat.

*a Patet ex num. 40, & 38. quia tam æquationes, quàm locus Apogei ab Eccentricitate pendet.*

## NUMERUS XLII.

### *Rejicitur inæqualitas apparens motus Apogei.*

MOveri Apogeum in *a* conſequentia omnino certum eſt, non ſolùm ex obſerv. 2. *num.* 22; ſed etiam ex Apogei locis *b* è cælo ipſo longo temporum intervallo deductis. Nam à Ptolomæo anno Chriſti 139, inventum eſt Apogeum circa Geminorum grad. 5. 30′. Anno autem 1646 repertum eſt à Ricciolo in Cancri gradu 7. 26′. Itaque annis 1507 Apogeum proceſſit ad gradus ferè 32. 56′.

*a Defin. 1. num. 24.*
*b Per num. 38.*

Sed quæſtio eſt, utrum motus hic inæqualis ſit reſpectu centri Eclipticæ, & Terræ. Eam primus movit Arzachel, quia cenſuit Apogeum non ſolùm inæqualiter moveri; ſed etiam modò progredi in *a* conſequentia, modò in antecedentia regredi. Ratio ſic opinandi hæc fuit. Albategnius anno Chriſti 883, invenit Apogeum in Gemin. grad. 22. 17′. Arzachel verò ipſe anno 1076, nempe annis poſt Albategnium 193, Apogeum nactus eſt in Gemin. grad. 17. 53′.

*a Defin. 1. num. 24.*

Sed omnino credibile eſt Arzachelem erraſſe aut in obſervando, aut in ſupputando, aut in conciliandis obſervationibus 402, quas teſte Regiomontano in hoc negotio habuit. Snellius in notis ad obſervationes Haſſiacas, concludit ab eo errorem in obſervando commiſſum. Geber autem ſuſpectos habet calculos Arzachelis: ſcribit enim repertam à ſe Eccentricitatem fuiſſe eandem quæ ab Albategnio, locum tamen Apogei longè diverſum. Alijs & Albategnius & Arzachel, ſive in obſervando, ſive in ſupputando ſuſpecti ſunt.

Nullo igitur ſolido fundamento, ſive regreſſus Apogei, ſive progreſſus inæqualis innititur. Quare rejicitur ab ijs omnibus qui Eccentricitatem immutabilem tuentur. Maneat igitur, Apogeum circa mundi centrum æqualiter moveri.

## NUMERUS XLIII.

### *Quantitatem Annuam motus Apogei definire.*

ELigantur duo Apogei loca quàm longiſſimo annorum intervallo obſervata. Nam ſi annorum ſumma inter utrumque Apogeum dedit motum Apogei graduum & minutorum tot; annus unus quantum dabit? Per regulam proportionum quæſitum obtinebitur.

Verùm difficultas tota in eo poſita eſt, ut binæ Apogei obſervationes ejuſmodi obtineantur. Si conſtaret uter Apogeum invenerit in Gemin. grad. 5. 30′, Hipparchuſne an Ptolomæus, inter quorum obſervationes intercedunt anni 279, confecta res eſſet. At quia hoc non ſatis liquet, Longomontanus & Keplerus aliam viam ſatis ingenioſam inivêrunt. Obſervatis Apogei progreſſibus, & Epochâ mundi conditi, collegerunt Apogeum ſub initium mundi fuiſſe proximum initio Arietis. Unde meritò ſibi viſi ſunt exiſtimare Apogeum in ipſo mundi exordio fuiſſe à Deo ſub Arietis initio conſtitutum. Longomontanus igitur, ſtatuens mundum conditum annis ante Chriſtum 3964, ex Apogeo à ſe anno 1590 obſervato in Cancri grad. 5. 30, collegit annuum Apogei motum. 1. 1′. 50″. 14‴: Kepplerus verò exiſtimans mundum conditum annis ante Chriſtum 3993, ex Apogeo à ſe anno 1588 obſervato in Cancri gradu 5. 32′, motum annuum Apogei deduxit 1. 2″.

Laudat hoc inventum, & ſequitur Ricciolus noſter; ſed mundi conditi annum accuratiùs conſtituit. Aſſerit enim *Almageſti novi lib.* 3. *pag.* 158, ſe in libro ſuo Chronologico, (quem, dum iſta ſcribo, nondum vulgavit) planè eviciſſe, mundum nec ultra annum 4076 ante Chriſtum, nec poſt aut citra annum 3993 conditum fuiſſe, & inter omnes annos latitudinis hujus intermedios, qui ſunt 83, annum 4063 videri fuiſſe mundo natalem. Ab hoc anno ad obſervatum ab ipſo Apogeum ſub Cancri grad. 7. 26′. 15″. anno 1646, die 28 Iulij, effluxerunt anni 5709: quibus cùm Apogeum ab initio Arietis progreſſum ſit grad. 97. 26′. 15″; igitur anno uno quantum progreditur? per regulam proport. proveniunt 1. 1′. 16‴ pro motu annuo Apogei; quem ſe ait Ricciolus ſecurè retinere, donec meliora quis proferat.

Tycho minùs quàm oportuit, accuratus hic fuit, qui ex intervallo annorum ſolummodò 100 elicuit motum Apogei annuum 45″, juſto utique minorem. Hunc Tychonis proceſſum Longomontanus ejus aliàs ſtudioſiſſimus, etiam improbat in Commentariò de Sole: & ſanè mirum eſt perſuadere ſibi potuiſſe ſummum Aſtronomum, ex 100 annis de motu tam lento certi quidpiam conſtitui potuiſſe, quando id ne ex annis quidem 280 Ptolomæus ſperavit.

Quantitates Annui motus Apogei hactenus deductas, tum ab authoribus hic citatis, tum ab alijs nonnullis, qui propiùs viſi ſunt ad veritatem accedere, exhibentur ſequenti laterculo.

| Authores. | Motus annuus Apogei. | | | | Periodus annorum. |
|---|---|---|---|---|---|
| | I. | II. | III. | IIII. | |
| Albategnius | 0 | 59 | 4 | 0 | 30662 |
| Longomontanus | 1 | 1 | 50 | 14 | 20958 |
| Kepplerus | 1 | 2 | 0 | 0 | 20903 |
| Lansbergius | 1 | 7 | 30 | 38½ | 10255 |
| Bullialdus | 0 | 57 | 0 | 0 | 22737 |
| Vendelinus | 1 | 2 | 8 | 21 | 20864 |
| Ricciolus | 1 | 3 | 52 | 0 | ...... |
| Idem & potius | 1 | 1 | 10 | 0 | 21245 |

Ex omnibus hoc numero dictis manifeſtum eſt, annui motus Apogei quantitatem exactè definiri non poſſe. Satis tamen definita ea eſt ad finem hic intentum, qui eſt locum Solis ad datum tempus ſup-

Digitized by Google

ſupputare. Ut enim inde locum Solis error unius minuti induceatur, in Apogei loco error circiter unius gradus requiritur.

## NUMERUS XLIV.

### *Locum Apogei ad tempus datum ſupputare.*

INveniatur Apogei locus ad aliquod tempus; quod factum eſt *num.* 38. ubi 28 Iul. anno 1646 repertum eſt Apogeum in Cancri gradu 7. 26′. 15″. Deinde per *num. præcedentem* vide quantus motus debeatur ſummæ annorum mediæ inter 28 Iulij anni 1646, & tempus datum. Hunc motum adde loco invento Apogei, ſi tempus datum ſequitur 28. Iul. anni 1646; aufer, ſi præcedit; & habebis locum, ſive diſtantiam Apogei ab Arietis initio ad tempus datum.

Hoc modo ad initium annorum Chriſti reperitur diſtantia Apogei ab Arietis initio, Signorum 2. grad. 9. 28′. 45″.

Cùm tempus datum antecedit correctionem Kalendarij, quæ facta eſt anno 1582, 5. Octob. quæ dici juſſa fuit, 15 Octobris, abjiciendi ſunt à tempore dies 10 priuſquam ei motus Medius conveniens quæratur: quod in omni ſupputatione æqualium motuum ſervari debet.

## NUMERUS XLV.

### *Dato tempore Æquinoctij veri, Æquinoctii Medii tempus invenire.*

*Fig. 46.* CEntrum Eclipticæ eſto T, Eccentrici autem C: initium Arietis D, Libræ B: linea Apogei AP. Per T ducatur ad D recta TD ſecans Eccentricum in puncto N, ad quod ex C fit recta CN, cui ducatur parallela TR; quæ erit *a* linea motus Medij; & ſi Sol exiſtat in N ſub initio Arietis D, erit *b* punctum R locus Solis Medius, ſive Sol Medius. Pari modo ad partem alteram ducantur rectæ TMB, CM, & TQ parallela ad CM.

*a Per defin. 13. num. 24.*
*b Per defin. 14. num. 24.*

Medium igitur Æquinoctium fieri dicitur, cùm linea motus Medij attingit initium Arietis D, vel Libræ, B; quemadmodum Æquinoctium verum contingit, lineâ motus veri initium Libræ, vel Arietis attingente.

Quoniam verò in primo Anomaliæ ſemicirculo KMV, linea motus Medij TQ antevertit lineam motus Veri TB; manifeſtum eſt quando linea motus veri TMB attingit initium Libræ B, lineam Medij motus TQ jam anteà illud pertranſijſſe, adeoque Æquinoctium medium præceſſiſſe æquinoctium verum eâ temporis quantitate, quâ parallela TQ æquali ſuo motu percurrit arcum BQ, qui eſt proſthaphæreſis conveniens Soli in M, tempore veri Æquinoctij Autumnalis. Contra in altero ſemicirculo VNK, Æquinoctium Medium fit ſeriùs quàm Verum, tanto tempore, quanto percurritur æquatio RD, Soli conveniens tempore verni Æquinoctij Veri.

Hoc præmiſſo, Problemati ita ſatisfiet. Primùm ſupputandus eſt *o* Apogei locus, hoc eſt, quantitas arcus AD, diſtantia ejus ab Arietis initio D, ad tempus datum. Deinde invenienda eſt proſthaphæreſis, debita dato Solis loco Vero. Quoniam Sol ex hyp. eſt in principio Arietis D, notuſque eſt arcus DA, diſtantia illius ab Apogeo, notus erit angulus ATD, ſeu CTN. Quoniam igitur in triangulo CNT, dantur angulus CTN, & duo latera CT, CN, nimirum Eccentricitas CT *c* 3460, quarum Eccentrici radius CN eſt 100000, *per Probl.* 11. *cap.* 3. *Geom. Pract.* nota fit proſthaphæreſis CNT. Invento angulo proſthaphæretico CNT, notus etiam eſt *d* arcus RD, quo Æquinoctium Verum D, hic antevertit Medium R. Quare gradibus & minutis arcus RD *e* converſis in tempus, ſi illud addatur tempori Æquinoctij Veri D, habebitur tempus Æquinoctij Medij, quo nimirum Sol Medius R appellet in D, principium Arietis.

*o Per num. præc.*
*c Per num. 38.*
*d Defin. 25. num 24.*
*e Per Corol. num 36.*

Ut habeatur tempus Æquinoctij Medij autumnalis Q, quoniam id eſt in primo ſemicirculo ac proinde id præcedit æquinoctium autumnale Verum B, oportet tempus debitum proſthaphæreſi BQ ſubtrahere à tempore Veri Æquinoctij; ſic enim proveniet tempus Medij.

## NUMERUS XLVI.

### *Rejicitur apparens inæqualitas præceſſionis Æquinoctiorum, ſive motus firmamenti.*

STellas Fixas moveri ſub Zodiaco inviſibili in conſequentia motu tardiſſimo, vel Zodiacum inviſibilem in præcedentia, dictum eſt obſerv. 5. *num.* 22. Qui motum illum Eclipticæ inviſibili tribuunt, præceſſionem Æquinoctiorum appellant, quòd illo fiat, ut æquinoctialia puncta in præcedentia hoc eſt contra Signorum ordinem moveantur.

De qualitate hujus motus varia ſunt opiniones Aſtronomorum. Ptolomæus, & poſt eum Albategnius, Alfraganus, Rabbi Levi, Albuaſſim Maurus, Abraham Zagutus, Aug. Riccius, alijque, ac demum Tycho, Kepplerus, Ricciolus, Bullialdus, & apud eum Perſæ, cenſuerunt motum firmamenti ſemper æqualiter ab Occaſu in Ortum, hoc eſt in conſequentia, procedere.

Arzachel, & Thebit putarunt Fixas non procedere in Ortum, niſi ad gradus aliquot; tum verò regredi in Occaſum. Et quidem Arzachel ſtatuit caput Arietis viſibilis à capite Arietis inviſibilis procedere in Ortum ad gradus 10 annis 750: inde per totidem gradus & annos in Occaſum ad caput Arietis inviſ. redire, & per alios 10 gradus ultra illud in Occaſum ferri, ſic ut tota longitudo motus ſit graduum 20; quam Thebit etiam facit majorem. Exiſtimat Riccius Arzachelem, & Thebit in hanc opinionem adductos fuiſſe, quod ferretur Hermes, qui ante Ptolomæum vixit annis 1985, reperiſſe *Vulturem cadentem* in grad. 24 Sagittarij, quem Ptolomæus poſtea invenit in gradu 17 Sagittarij, nempe Occidentaliorem: & Lucidam Hydræ in grad. 7. Leonis, quam Ptolomæus in grad. 30 Cancri.

Verùm ille Fixarum acceſſus, & retroceſſus, ut merum figmentum rejiciendus eſt. Jam pridem enim Fixæ limites ab Arzachele & Thebitio conſtitutos, in Ortum ſunt prætervectæ. Diverſitatem porrò illam inter obſervationes Hermetis & Ptolomæi, in æquivoca ſtellarum nomina Regiomontanus alijque conjiciunt. Plura contra hoc figmentum Riccius, Regiomontanus, Ricciolus *lib.* 3. *Almag. pag.* 166. *num.* 6.

Alij igitur affirmant quidem Fixas numquam regredi, ſed continuò progredi in Ortum, at motu, quoad apparentiam, inæquali. Ad hanc inæqualitatem ſalvandam fingunt Eclipticam inviſibilem, adeoque & Æquinoctialia ejus puncta, ferri per gradum unum, & aliquot minuta, inde in Occaſum reverti

ad punctum unde motus cœperat, atque ultra illud per tantumdem ſpatij pergere in Occaſum; ſic ut tota longitudo hujus librationis ſit 2 graduum, & aliquot minutorum. Eſt autem hic motus tardior motu Fixarum. Quia igitur librationis ille motus ab Eclipticæ inviſibilis ſphærâ firmamento communicatur, fit; ut motus Fixarum in Ortum modò tardior appareat, modò celerior, prout nimirum illi motus librationis adverſatur, vel favet. Nunquam tamen Fixæ regredi videntur, quia motus librationis tardior eſt Fixarum motu. Copernicus motum omnem Fixis adimens, librationem Æquinoctiorum attribuit Terræ. Sive autem cælo tribuant, ſive Terræ, mira eſt hypotheſium & Periodorum hujus motus inter Copernicum, Maginum, Longomontanum, Lansbergium, alioſque diverſitas; eas paſſim apud authores, & præſertim Ricciolum reperies. Mihi quidem, quando nullum in ijs fructum perſpicio, recenſere non lubet.

Hæc opinio longè eſt præcedenti probabilior. Fundamentum illius præcipuum eſt, quod Fixarum velocitas modò major, modò minor obſervata videatur. Nam (ita habet veterum obſervationum hiſtoria) Fixæ unum gradum abſolverunt ævo Ptolomæi annis 100; ævo Albategnij annis 66; & his temporibus annis 72. Accedit (quod *num. ſeq.* examinabitur) videri annos Solares eſſe inæquales, id verò non videtur aliunde, quàm ex dictâ Æquinoctiorum libratione oriri.

Nihilominus ſentio cum authoribus ſuprà citatis, inter quos è recentioribus præcipui ſunt, Tycho, Kepplerus, Bullialdus, Ricciolus; motum præceſſionis Æquinoctiorum, ſive motum Fixarum ſemper eſſe æqualem.

1. Quia Antiquorum obſervationes tum alibi, tum hic meritò ſunt ſuſpectæ, utebantur enim Aſtrolibio & Armillis, in quibus non niſi decades minutorum erant notatæ, ut colligitur ex Ptolomæi Abaco *lib. 7. cap. 5.* Deinde ad conſtituenda Fixarum loca, captabant diſtantiam Lunæ à Sole horizonti proximo, & noctu diſtantiam Fixæ alicujus à Lunâ, ut patet ex Ptolomæo *lib. 7. cap. 4.* & Copernicio *lib. 2. cap. 14.* Quo in negotio nulla ab ijs habita eſt ratio refractionis, quæ omiſſa diſtantiam Lunæ à Sole 30 circiter minutis à verâ diverſam exhibuit. His adde, quòd Ptolomæo non fuerit exacta parallaxium Lunæ ac Solis notitia, imò ne ipſum quidem Solis motum ſatis accuratè conſtitutum habuerit. Quare meritò Ricciolus pronuntiat Fixarum loca ab ijs ſic conſtituta, meritò de unius ſaltem gradus errore ſuſpecta eſſe. Corruit igitur præcipuum hujus ſententiæ fundamentum.

Similia ſuſpicantur Stevinius, Nonius, Kepplerus, Gaſſendus, Bullialdus. Totam Aſtronomiam (inquit Kepplerus) ſuſque deque fert hæc incertæ fidei proſthaphæreſis Æquinoctiorum in calculum recepta; & Gaſſendus, videtur (inquit) res eſſe magis commentitia, quàm ut ſcrupuloſiùs illam proſequamur.

2. Si antiquorum obſervationes tum inter ſe, tum cum Tychonicis, & Ricciolanis comparentur, colligetur motus Fixarum aliquando velox, quando juxta Copernicanas hypotheſes lentus eſſe debuerit; & contra. Id eſt oſtenſum à Ricciolo *Almag. lib. 6. cap. 17,* & obſervatum à Tychone *tomo 1. progymn. pag. 254.*

Argumentum ab anni inæqualitate eſſe nullum, patebit ex *num. ſeq.*

Omnibus igitur in utramque partem penſitatis, ſentio præclarè illos de Aſtronomiâ merêri, qui tribus Anomalijs, obliquitatis Eclipticæ, Eccentricitatis, & Apogei, jam rejectis, etiam quartam illam eliminant. Ita enim Aſtronomicus calculus ingenti moleſtiâ liberabitur, Æquinoctiorum videlicet proſthaphæreſi, quæ aliàs in omni calculo longitudinis non tantùm Solis, ſed etiam Lunæ, & Planetæ cujuſcumque eſſet ſupputanda. Neque tamen certitudine minori ſiderum loca ſic colligentur, quàm ex tabulis Prutenicis, Danicis, Lansbergianis, quæ Anomaliam illam ſupponunt, & Ricciolo teſte aliquando minùs cum obſervationibus conveniunt, quam ea, quæ ex tabulis Anomaliâ dictâ carentibus deducuntur.

*Periodus Anomaliæ Æquinoctiorum à Copernico ſtatuitur annorum 1715. D. 303 vel 307, dimidia nempe Anomaliæ obliquitatis Eclipticæ, & Eccentricitatis.*

## NUMERUS XLVII.

### *Rejicitur annorum Solarium ſenſibilis inæqualitas.*

ANnos ſolares, ſive Tropicos, eſſe inæquales, multi cenſuerunt: inprimis Arzachel, Thebit; deinde Purbachius, & Commentatores ejus plerique, Nonius, Copernicus, Rheinholdus, Maſtlinus, Clavius, Maginus, Scaliger, Tycho qui poſtea mutavit ſententiam, Longomontanus, Lansbergius, Herigonius, alijque.

Hæc inæqualitas videtur probari. 1. Ex libratione punctorum Æquinoctialium: cùm enim annus conſtituatur ex revolutione Solis ad puncta Æquinoctialia, ſi ea modò in Ortum, modò in Occaſum ferantur, neceſſe eſt Solem modò ſeriùs, modò citiùs ad illa redire, adeoque annum modò longiorem eſſe, modò breviorem. 2. Ex Anomalijs Eccentricitatis, & Apogæi. 3. Ex ipsâ anni Tropici quantitate, quæ, ut *num. 35.* traditur, ex Æquinoctijs deducta, non una ſemper atque eadem fuerit reperta.

Æqualitatem ſenſibilem tuentur Hipparchus, Ptolomæus, Albategnius, Rex Alphonſus mutatâ ſententiâ, Riccius, Bullialdus, & apud eum Perſæ, Vendelinus, Kepplerus, Rheita, Ricciolus, ac demum opinione mutatâ etiam Tycho.

Cum his ſentio nullam eſſe annorum Solarium inæqualitatem ſenſibilem.

1. Quia nulla extat anni quantitas deducta ex Æquinoctijs magis diſtantibus, quàm illa à Ricciolo collecta [a] ex Æquinoctijs Hipparchæis, & ex Æquinoctio à ſe obſervato 1643, inter quæ anni intercedunt circiter 1800. Ea vero tum ex his Æquinoctijs, tum ex alijs mediâ electâ, colligitur. D. 365. H. 5. 48′. 40″; à quâ parum differt quam nos *num. 49.* eligemus. Ab hac porrò Riccioli quantitate annuâ, nulla poſt Ptolomæum ex Æquinoctijs deducta fuit, quæ minutis 4 differret. Nemo porrò eſt obſervandi peritus, qui non concedat hanc differentiam certè non magnam, ſive fallaciæ obſervationum, ſive parallaxi, aut refractioni vel omiſſæ vel perperam aſſumptæ adſcribi debere potiùs, quàm inæqualitati veræ Solaris Periodi. Quantitates annuæ Hipparchæa & Ptolomaica, quæ Ricciolanam excedunt minutis circiter ſex, non ex meris Æquinoctijs, ſed ex cyclis Lunaribus, tanquam Solis curſui commenſurabilibus, deductæ ſunt, quam viam minùs accuratam eſſe oſtenſum eſt à Ricciolo *cap. 15. lib. 3. Almag.* & Ptolomæus ipſe fatetur, poſteris relinquens anni quantitatem ex longiori temporis intervallo conſtituendam.

a *Vide num. 35.*

2. Affirmat Ricciolus ſe ex quantitate annuâ D. 365. H. 5. 48'. 46'' ita deducere Æquinoctia præterita uſque ad Hipparchum, ut ea non differant horâ unâ, rariſſimè duabus, à tempore quo eadem à peritioribus Aſtronomis ſunt obſervata. Differentiam verò tantillam potiùs in obſervationum defectus, incertitudinem parallaxeos, atque etiam ſubinde refractionis neglectum, quàm in veram annorum inæqualitatem refundi oportere, mihi quidem manifeſtum videtur. Præſertim cùm nulla hypotheſis anni inæqualis, apud ejus aſſertores reperiatur, quæ Æquinoctijs hactenùs obſervatis magis quàm noſtra ſatisfaciat.

3. Corruit igitur principale firmamentum partis adverſæ, prætendentis ſupra inæqualitatem Annuam ex obſervatione conſtare. Deinde Æquinoctiorum libratio, quæ inæqualitatem prædictam ferè una poſſet ſenſibilem efficere, ſuperiore numero rejecta eſt. Neque eſt quod ab Anomalijs Eccentricitatis & Apogei metuamus, nequa ab ijs difformitas in annos Solares derivetur, quando utramque etiam illam, tanquam nullâ ſolidâ ratione nixam, ſupra b rejecimus.

[b Num. 41, & 42.]

## NUMERUS XLVIII.

### *Anni Solares tamen verè ſunt inæquales, ſed differentiâ inſenſibili.*

APparens inæqualitas motus Solaris per Eclipticam, & motus Apogei, licet is inæqualis non ſit, Annos Solares inæquales, hoc eſt, modò breviores, modò longiores efficiunt differentiâ aliquot Secundorum: cùm enim Apogeum continuò moveatur, diſtantia principij Arietis ab Apogeo mutatur aſſiduè, unde fit ut intervallum temporis ab uno Æquinoctio verno ad vernum proximè ſequens, ſive ſecundum, non ſit æquale temporis intervallo ab illo ad tertium, & ſic deinceps. Primus videtur hoc advertiſſe Copernicus *lib.* 3. *cap.* 13. Sed neque ipſe neque Kepplerus idem movens, neque Ricciolus hunc (ut ipſe loquitur) profunditatis Aſtronomicæ locum *lib.* 3. *Almag. pag.* 175 pluribus exponens, demonſtravit, quomodò fieri poſſit, ut ex diverſâ Æquinoctiorum ab Apogeo diſtantiâ, anni Solares inæquales evadant. Et ſanè perobſcurum eſt, quid eò conferat diverſa Æquinoctiorum diſtantia ab Apogeo; quamvis inde fiat, ut Solis Annuus, & apparenter inæqualis per Eclipticam Motus ab alio ſemper atque alio tarditatis aut celeritatis gradu incipiat; ac proinde annis ſingulis incrementi, ac decrementi celeritatis tarditatiſque novus atque alius ordo ſit; nihilominùs quia Sol annis ſingulis totam Eclipticam abſolvit, adeoque tota inæqualitas motus ſingulis annis, licet ordine diverſo, exhauriatur, profectò non apparet, qui inde poſſint Solares anni modò breviores eſſe, modò longiores. Omninò igitur id erit demonſtrandum, quod præſtare conabimur hunc in modum.

[*Fig.* 46.]

Eclipticæ centrum ſit T; Eccentrici C; linea Apogei A K P. Sol eſto in N ſub Arietis initio D; linea motus Medij ſit T R. Annum o Verum, voco tempus ab uno Æquinoctio Vero ad aliud; annum verò Medium, o appello tempus ab uno Æquinoctio a Medio ad aliud.

[o *Juxta defin.* 27. & 28. *nu.* 24.]

[a *Quid ſit Æquinoctium Medium expoſui nu.* 45.]

His præmiſſis. Quoniam (ut patet ex *num.* 45) Æquinoctium Medium eſt, cùm linea motus Medij attingit principium ♈, patet annum Medium eſſe tempus, quo linea motus Medij ab initio ♈ digrediens, ad idem revertitur, ſive eſt una integra revolutio lineæ motus Medij per Eclipticam. Atque hæ revolutiones omnes inter ſe æquales, ſeu æquè longæ ſunt, cùm linea motus Medij motu n æquabili feratur. Ergo omnes anni Medij, inter ſe æquales, ſeu æquè longi ſunt. Jam verò quantitas temporis, inter Æquinoctium Medium, ac Verum intercedens b, ea eſt, quæ habetur ex arcu Æquatorio R D in tempus converſo, ſive ea eſt, quâ linea motus Medij æquali ſuo Motu arcum R D abſolvit. Illa temporis differentia vocetur ω. Itaque Æquinoctium Verum ex. gr. anni 1657 anteceſſit Medium tempore ω. Interim quia Apogeum K continuò movetur in conſequentia versùs B, Q, manifeſtum eſt in fine anni, & principium Arietis D, & punctum, in quo Eccentricus ſecat rectam T D, diſtare ab Apogeo longiùs, quam ſub anni initium. Quare etiam d æquatio D R jam eſt ſub finem anni major, vel minor, quàm ſub anni initium. Quare cùm (ut oſtendi ſuprà) æquatio in tempus converſa, ſit intervallum temporis quo Æquinoctia Medium & Verum diſtant; liquet in fine anni Æquinoctium Verum ſecundum, præcedere ſecundum Æquinoctium Medium quantitate temporis majore minoréve, quàm fuerat tempus ω, quo primum Æquinoctium Verum præceſſerat primum Æquinoctium Medium. Ex quo patet annum Verum eſſe anno Medio inæqualem. Sit enim X Z (inſpice figuram 22. l. 2) annus Verus, & A B annus Medius; A X verò ſit tempus quo Æquinoctium Verum X, præcedit Medium A, & B Z tempus quo ſecundum Æquinoctium Verum Z, præcedit ſecundum Æquin. Medium B. Manifeſtum ſi A X ſit majus minuſve quàm B Z, etiam communi addito X B, annum Verum X Z fore majorem minoremve Medio A B. Hinc porrò facilè jam intelligitur, annos Veros inſequentes, ſuis annis Medijs non ſolùm inæquales eſſe, ſed etiam aliter atque aliter inæquales, eò quòd propter motum Apogei, diſtantia principij Arietis ab Apogeo, adeoque & æquationes perpetuò mutentur. Quare cùm annorum Mediorum una ſemper ſit, eademque longitudo, ab his autem anni Veri aliter atque aliter differant, conſtat eos non ſolùm anno Medio, ſed etiam inter ſe eſſe inæquales. Quod erat demonſtrandum.

[n *Vide propr.* 2. *num.* 25.]

[b *Oſtenſum eſt nu.* 45.]

[d *Per propr.* 9. *num.* 25.]

[*Fig.* 46.]

Reliquum eſt ut oſtendam hanc anni Veri ac Medij differentiam nullius eſſe momenti. Apogeum K, ſive A, ſingulis annis promovetur in conſequentia m non niſi grad. 0. 1. 1'. 10''. Quare etiam Anomalia a K V N, ſub anni finem tantùm differt ab Anomaliâ ſub anni principium grad. 0. 1. 1'. 10''. Hæc porrò tantilla Anomaliarum differentia inſenſibilem inducit differentiam in Proſthaphæreſim T N C, ſeu R D, quæ eſt ſub anni finem, ab eâ, quæ eſt ſub anni principium. Quare cùm anni Veri, ac Medij differentia oriatur à differentiâ Proſthaphæreſium, ut ſuprà jam oſtendi, etiam illa inſenſibilis ſit, neceſſe eſt.

[m *Per nu.* 43.]

[a *Def.* 23. *num.* 24.]

## NUMERUS XLIX.

### *Anni Solaris Medij quantitatem ultimò determinare.*

QUia *num.* 48 oſtenſum eſt annos Veros eſſe inæquales, fruſtra inquiritur exacta omninò eorum quantitas, una omnibus conveniens. Poteſt tamen reperiri quantitas mediocris conveniens omnibus quàm proximè, eaque jam eſt reperta *num.* 35 ſuprà.



Digitized by Google

*e Oſtenſum eſt nu. 24. deſin. 28.* Anni verò Medij quoniam omnes inter ſe *e* æquales ſunt, unam admittunt quantitatem omnibus communem, quam hic indagandam ſuſcepimus, non ex Veris Æquinoctijs, ut *num.* 35 factum, ſed ex Medijs: aliàs enim non prodiret anni quantitas prorſus exacta, ut oſtendi in Scholio *num.* 35.

*Fig. 46.* §. 1. Centrum Eclipticæ eſto T, Eccentrici verò C: initium Libræ B; linea motus Medij T Q. Igitur Æquinoctium Verum autumnale ſit in B. Linea Apogei ſit A K V P. Aſſume duo Æquinoctia Vera, obſervata ut docui *num.* 33. quæ diſtent ab invicem quàm longiſſimo temporis intervallo. Ex Verorum Æquinoctiorum tempore inventoreperi tempora, *d* quibus contingunt Æquinoctia Media Veris reſpondentia. *d Per nu. 45.* Cum his Medijs Æquinoctijs ſi ita proceſſeris, ut *num.* 35 proceditur cum Æquinoctijs Veris, quantitas anni Medij prodibit in lucem.

§. 2. Hæc ita univerſim dicta ut in opus conſerantur, aſſumam cum Ricciolo duo Æquinoctia autumnalia, annis Iulianis 1804 diſtantia. *a Ptol. l. 3. c. 2.* Primum *a* ab Hipparcho obſervatum eſt Alexandriæ ante Chriſtum labente anno 159 poſt merid. diei 26 Sept. horà 18. 11. 15″ ut *in Scholio pag.* 139. *lib.* 3. egregiè probat Ricciolus. Cùm igitur Bononia ſit Orientalior quàm Alexandria horà 1. 43′, accidit Hipparchæum Æquinoctium Bononiæ poſt merid. diei 26 Sept. horâ 16. 18′. 15″. Alterum obſervavit Ricciolus Bononiæ anno 1646, completà die 22. Septemb. hoc *n* eſt ſtylo veteri completà Septemb. die 12. horà 14, 56′. *n Vide dicta num. 35. §. 2.*

Ex noto tempore utriuſque Veri Æquinoctij, elicies tempus utriuſque Medij hunc in modum. Ex *num.* 44 reperies tempore Hipparchi, hoc eſt, anno ante Chriſtum 159, Apogeum A fuiſſe in ♊ grad. 6; proinde principium ♎ diſtabat ab Apogeo A arcu B A graduum 114. Noto igitur arcui B A congruentem inveni Proſthaphæreſim (ut *num.* 45. docui) hoc eſt quantitatem arcus Q B, quæ erit grad. 1. 56. Sol autem motu Medio gradum 1. 56. abſolvit *d* horis 44. 36. 8″. *d Per coroll. num. 36.* His à tempore Veri Hipparchæi Æquinoctij (Sept. 26. H. 16. 28′. 15″) ſubductis (ſubduci *o* enim debent, cùm Æquin. ſit autumnale) habetur tempus Æquinoctij medij, Sept. 24. H. 19. 58′. 7″. *o Vide num. 45.*

*m Per nu. 38.* Pari modo quia anno 1646 Apogeum A erat circa ♋ *m* grad. 7, ac proinde ab initio ♎ diſtabat arcu A B grad. 83, huic noto arcui convenientem reperi æquationem (ut docui *num.* 45) ea erit grad. 1. 56′. quæ motu Medio percurruntur à Sole horis 46. 56′. His ergo à tempore Veri Æquinoctij recentis (quod erat Septemb. 12. H. 14. 56′) ſubductis, relinquitur tempus Æquinoctij medij, Sept. 10. H. 16.

*Æquinoctium Medium.*

Hipparchi. *Sept.* 24. H. 19. 58′. 7″.
Riccioli. *Sept.* 10. H. 16. 0. 0.

Jam cùm utriuſque Æquinoctij annus fuerit ſecundus poſt biſſextilem, ſi anni Juliani dierum 365. H. 6. æquales eſſent Solaribus, debuiſſet Æquinoctium poſterius incidere in Septembris eumdem diem, horam &c. cum Hipparchæo. Nunc autem præceſſit diebus 14. H. 3. 38′. 7″. uti patet, ſi tempus ſecundi Æquin. ſubducatur à tempore primi. Quare cùm inter utrumque Æquinoctium intercedant anni integri Iuliani 1804, hi totidem Solares excedunt D. 14. H. 3. 58′. 7″. Quod ſi ergo anni Juliani 1804, annos 1804 Solares excedant D. 14. H. 3. 58′. 7″: annus Iulianus unus unum Solarem quo exceſſu ſuperabit? Per reg. proport. colligitur exceſſus ille Secundorum 678 $\frac{724}{1804}$, hoc eſt grad. 0. 11′, 18″. 25‴. 46⁗ [illegible], ſed fractio contemnitur. His igitur ab anno Iuliano dierum 365. H. 6. ſubtractis, relinquitur annus Solaris Medius D. 365. H. 5. 48′. 41″. 34‴. 14⁗. Ricciolus colligit, D. 365. H. 5. 48′. 41″. 34‴ deficiens 14. Quartis, quod inde accidit, quia in præceſſione annorum Solarium 1804, quæ erat D. 14. H. 3. 58′. 7″. pro Secundis 7, ipſe per errorem poſuit Sec. 15.

§. 3. Ut anni quantitas certiùs innoteſcat, eliciemus eam ex binis adhuc alijs Æquinoctijs, inter quæ anni 1800 Iuliani intercedant. Primum obſervavit Hipparchus Alexandriæ, acciditque Bononiæ anno ante Chriſtum 158. Septemb. 26. completà, & horis 22. 47′. Hoc tempus Veri Æquinoctij convertes ut ſuprà, in tempus Medij, ſi ab illo ſubtrahas horas 44. 30. 8″: relinquetur enim tempus Medij Æquinoctij, Sept. 25. H. 2. 16′. 52″.

Alterum Ricciolus obſervavit Bononiæ 1643, *die* (inquit) 22 *Sept. completà, & hor.* 22. 25′, quæ verba ſonant horas 22 etiam ſumi completas, cùm tamen in calculo ſumat incompletas: à tempore enim Hipparchæi Æquin. Veri (Sept. 26. H. 22. 47′) ſubtrahendo tempus ſui Æquin. Veri (Sept. 12 ſtylo veteri H. 22. 25′) reſiduum ponit. D. 14. H. 1. 22″; quod fieri non poteſt, ſi horæ illæ 22 ſumantur completæ: tunc enim reſtarent. D. 14. H. 0. 22′. Tempus igitur Veri Æquinoctij Ricciolici præter annos Chriſti, ſunt Septemb. dies 12 ſtylo vet. Horæ 21. 25′. Hoc convertes in tempus Æquin. Medij ut ſuprà §. 2, ſubtrahendo horas 46, 56′: relinquetur enim tempus Medij Æquin. Sept. dies 10, horæ 22. 29′.

| | Septemb. D. | H. | ′. | |
|---|---|---|---|---|
| | 12 | 21 | 25 | |
| ſive —— | 10 | 68 | 85 | |
| | 0 | 46 | 56 | *Subtrahe* |
| | 10 | 22 | 29 | *reſid.* |

His peractis à tempore Hipparchæi Æquinoctij Medij ſubtrahe tempus Æquinoctij Medij recentioris: relinquentur D. 14. H. 3. 47′. 52″, quibus intra annos 1800 Æquinoctium Medium recentiùs præceſſit Medium Æquin. antiquum; hoc eſt quibus 1800 anni Iuliani

| | Septemb. D. | H. | ′. | ″. | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 25 | 2 | 16 | 52 | *Æquin. med. Hippach.* |
| ſive —— | 24 | 25 | 76 | 52 | |
| | 10 | 22 | 29 | 0 | *Æquin. Med. recens ſubtrahendum.* |
| | 14 | 3 | 47 | 52 | *Præceſſio ann. 1800.* |
| ſive —— | 1223272 | *Secunda.* | | | |

excedunt 1800 Solares. Unus igitur annus Julianus unum Solarem quo exceſſu excedet? Ex regulà prop. proveniunt pro exceſſu illo Secunda 679 [illegible] hoc eſt, grad. 0. 11′. 19″ [illegible]: quibus ab anno Iuliano D. 365. H. 6. ſubtractis, relinquitur annus Medius. D. 365. H. 5. 48′. 40″. 56‴. 40⁗.

D.

| | D. | H. | /. | //. | ///. | IV. | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 365 | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | } *annus Iul.* |
| *ſive* | 365 | 5 | 59 | 59 $\frac{188}{188}$ | 0 | 0 | |
| | 0 | 0 | 11 | 19 $\frac{9}{188}$ | 0 | 0. | *præceſſio. 1. anni ſubtrahe* |
| | 365 | 5 | 48 | 40 $\frac{179}{188}$ | 0 | 0 | } *annus Medius.* |
| *ſive* | 365 | 5 | 48 | 40 | 56 | 40 | |

Quantitates porrò annuæ. §. 2 & §. 3. jam inventæ, ſolùm differunt Tertijs 37‴, Quartis 20⁗, inſigni profectò veritatis argumento.

| | *Annus Solaris ex Medijs Æquinoctijs deductus* | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | D. | H. | /. | //. | ///. | IV. | |
| *Annus* { *Prior.* | 365 | 5 | 48 | 41 | 34 | 0 | A |
| *Annus* { *Poſterior.* | 365 | 5 | 48 | 40 | 56 | 40 | B |
| *Annus* { *Arithm. Medius* | 365 | 5 | 48 | 41 | 15 | 20 | C |

Porrò annuæ quantitati C, reſpondent revolutiones Solis diurnæ 365. grad. 86. 40. 18″. 50‴.

## Scholium I.

*Irrepſit error in calculum Riccioli, quem ex duobus Æquinoctijs §. 3. à me relatis, inſtituit l. 3. pag. 138. in exemplo ſuo ſecundo. Nam ex annis 1800 collegit præceſſionem D. 14. H. 4. 18′ juſtò majorem, cùm ea tantùm ſit, D. 14. H. 3. 47. 52″. Conſequenter & præceſſionem unius anni deduxit inde nimis magnam, grad. 0. 11′. 20″. 37‴: quâ ſubtractâ ab anno Iuliano collegit annum juſto minorem, videlicet D. 365. H. 5. 48′. 39″. 23‴, colligi quippe debuiſſet B. Indicium erroris etiam hoc eſt, quod ex annis paucioribus, nempè ex 1800 præceſſionem collegerit D. 14. H. 4. 18′, majorem eâ quàm collegerit ex annis pluribus, videlicet 1804: ex his enim præceſſionem elicuit ſalummodò D. 14. H. 3. 58′. 15″. At proclive eſt errare in calculo: Scimus, & hanc veniam petimuſq́; damuſque viciſſim.*

## Scholium II.

*Si anni Solaris quantitas ex Veris Æquinoctijs num. 35. deducta, conferatur cum eâ, quam hic deduxi ex Æquinoctijs Medijs, jam conſtabit hanc ab illâ modiciſſimè differre, Mediocris enim inter deductas ex Æquinoctijs Veris num. 35, erat A;*

| | *Di.* | *Hor.* | /. | //. | ///. | IV. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 365. | 5 | 48 | 45 | 0 | 0 |
| B | 365. | 5 | 48 | 41 | 15. | 20 |
| C | 0 | 0 | 0 | 3 | 44 | 40 |

mediocris autem inter deductas Æquinoctijs Medijs, eſt B. utriuſque differentia eſt C, minor 4 Secundis unius horæ. Licuit igitur ex annuâ quantitate A, *num.* 35 repertâ, motus Solis Medios; locum Apogei, Eccentricitatem, aliáque, citra errorem ſenſibilem derivare: ac proinde, quamvis ea, quæ ex Medijs Æquinoctijs reperta eſt, ſit exactior, haud erit neceſſe illa omnia, quæ jam recenſui, denuò calculare & ad incudem revocare. Neque tamen fruſtra ex Medijs Æquinoctijs anni quantitas tanto ſtudio fuit deducta; hæc enim ſi reperta non fuiſſet, conſtare certò non poterat illam alteram ex Æquin. Veris derivatam, quàm proximè ad veritatem accedere.

## NUMERUS L.

*Inæqualitas dierum naturalium oſtenditur.*

§. 1. Dies alius eſt Solis, alius Primi Mobilis. Dies Primi Mobilis, eſt tempus quo punctum aliquod Æquatoris in ſupremo cælo ab uno Meridiani puncto, ab Ortu in Occaſum revolvitur ad idem.

Dies Solis naturalis, eſt tempus quo Solis centrum ab uno Meridiani ſemicirculo, ad eumdem ab Ortu in Occaſum revolvitur.

Dies Solaris longior eſt die Primi Mobilis. Nam quia Sol motu proprio ab Occaſu in Ortum quotidie progreditur ſub Eclipticâ; inde fit, ut unâ revolutione Æquatoris Primi Mobilis ab Ortu in Occaſum peractâ, Sol nondum redierit ad eumdem ejuſdem Meridiani ſemicirculum, ſed ut redeat, de ſecundâ Æquatoris revolutione inſuper requiratur tanta pars, quanta Meridianum pertranſit cum illo arcu Eclipticæ, quem Sol interim (hoc eſt eo die Solari) motu proprio peracurrit.

Porrò quemadmodùm Solares anni, ita & dies inter ſe ſunt inæquales, differentiâ quidem in ſingulis permodicâ, ſed notabili in multis. Hujus inæqualitatis duæ ſunt cauſæ præcipuæ, obliquitas Eclipticæ, & Solis motus apparens inæqualis: quas hic breviter expono.

§. 2. Prima cauſa inæqualitatis dierum naturalium, eſt Eclipticæ obliquitas ad Æquatorem. Cùm enim dies Solaris præter unam integram revolutionem Æquatoris Primi Mobilis contineat inſuper revolutionem ejus arcus Æquatoris, qui cum arcu E-

clipticæ, quem Sol eo dic percurrit, Meridianum pertranſit: arcus autem à Sole quolibet die percurſi, etiamſi omnes ſemper æquales eſſent, propter obliquitatem Eclipticæ diverſum habeant ſitum reſpectu Æquatoris; fit ut etiam arcus Æquatoris, qui cum ipſis Æquatorem pertranſeunt quotidie magnitudinis ſint diverſæ. Quare cùm appendix illa, quâ dies Solaris diem Primi Mobilis ſemper æqualem ac ſimilem excedit, ſit quotidie magnitudinis diverſæ, manifeſtum eſt etiam dies Solares diverſæ magnitudinis neceſſariò eſſe.

a *Propr. 10. num. 25.* Secunda cauſa eſt inæqualitas apparens motus Solis per Eclipticam. Is enim *a* circa Apogeum tardiſſimus apparet, circa Perigeum celerrimus: ab Apogeo autem ad Perigeum quotidie celerior fit, à Perigeo ad Apogeum ordine inverſo, fit quotidie tardior, ut *propr. 10. num.* 25. demonſtratum eſt. Quare cùm appendix illa, quâ dies Solis diem Primi Mobilis ſuperat, ex motu Solis per Eclipticam proveniat, manifeſtum eſt eam modò majorem, modò minorem futuram, prout motus Solis per Eclipticam fuerit celerior aut tardior, ac proinde magis minuſve motui Primi Mobilis contrarius fuerit.

Ex Anomalijs Æquinoctiorum, obliquitatis Eclipticæ, Eccentricitatis, motus Apogei, quando omnes illas jam rejeci, nullam agnoſco in dies naturales inæqualitatem derivari. Sed neque ab annorum inæqualitate hic quidquam metuendum cenſeo: cùm inæqualitas annorum ſenſibilis rejecta ſit *num.* 47; inſenſibilis autem, quam *num.* 48 aſſerui, ſi in annis ipſis ſentiri nequeat, multò minus in diebus ſentiri poterit.

Plures alias inæqualitatis hujus cauſas opinantur, eaſque diverſas, Tycho, Longomontanus, Kepplerus, Bullialdus; quos conſule. Non videntur autem ſolidæ: quia ijs neglectis, ſi duarum ſupra allatarum ratio habeatur, meliùs Eclipſibus ſatisfit, ut de obſervatis à ſe teſtatur Ricciolus.

§. 3. Cùm igitur Solis dies inæquales ſint, oportebit eos ad æqualitatem reducere, hoc eſt, inter maximos & minimos medium reperire: quod ita fiet. Quoniam Sol ſub Zodiaco quotidie motu proprio tendit contra motum Primi Mobilis, inde fit, ut ejus revolutio diurna ſit aliquantò longior revolutione diurnâ Primi Mobilis, ac proinde ſingulis revolutionibus diurnis Solis, reſpondeat revolutio una Primi Mobilis, cum particulâ unius revolutionis. Unde accidit, ut quando Sol contra motum Primi Mobilis Zodiacum totum abſolverit, hoc eſt unus annus Solaris effluxerit, revolutiones diurnæ Primi Mobilis ſint unâ plures diurnis revolutionibus Solis. Cùm igitur uno anno Solari revolutiones diurnæ Primi Mobilis excedant revolutiones diurnas Solis, unâ ſuâ revolutione integrâ, hoc eſt gradibus 360: uno die Solari revolutio, ſeu motus Primi mobilis revolutionem, ſeu motum Solis quot gradibus vel minutis excedet?

a *Num. 49.* Fiat ut annus Solaris, hoc eſt ut *a* dies Solares 365. H. 5. 48'. 41". 15'''. 20'''', ad unum diem Solarem, ſive horas Solares 24, ita gradus 360 (quibus unius anni revolutiones Primi Mobilis excedebant unius anni revolutiones diurnas Solares) ad quartum: prodibunt grad. 0. 59'. 8". 20''' ferè, quibus unius diei Solaris ſpatio motus Primi Mobilis excedit motum diurnum Solis. Quare cùm uno die Solari Sol revolutionem unam integram, ſive grad. 360 ab Ortu in Occaſum abſolvat, (tempus enim, quo talis revolutio una abſolvitur, eſt dies ipſe Solaris), liquet uno die Solari motum Primi Mobilis abſolvere grad. 360. 59'. 8". 20''': hoc eſt uno die Solari Meridianum pertranſire Æquatoris grad. 360. 59'. 8". 20'''. Hæc converſa *o* in tempus Primi Mobilis efficiunt horas. 24. 3'. 56". 32'''. 1''''. 20'''''. Dies igitur Solaris æquatur horis 24. 3'. 56". 32'''. 1''''. 20''''', Primi Mobilis: atque hic eſt dies Solaris Medius, qui quærebatur. o *Vide num. ſeq.*

Ex die Medio, ſeu æquali per reg. prop. reperies æquales horas, minuta &c.

## *Scholium.*

*Aſtronomi diei naturalis initium ducunt non ab Horizonte, ſed à Meridiano, ut novas inæqualitates dierum naturalium, triplici aliàs ex cauſa acceſſuras devitent. Prima eſt, quòd ſupra Horizontem obliquum, cum æqualibus Eclipticæ arcubus, longè inæqualiores arcus Æquatoris aſcendant, quàm cum iiſdem Eclipticæ arcubus cælum medient, ſive pertranſeant Meridianum. Ex quo neceſſariò conſequitur, multò majorem exſurgere inæqualitatem dierum, ſi dies ab Horizonte computetur, quàm ex cauſâ ſecundâ aliàs fuiſſet orta, ſi dies à Meridiano incipiat. Accedit, quòd illud ipſum inæqualitatis incrementum, præ variâ Horizontis obliquitate, varium ſit atque diverſum in locis diverſis; ubi interim die à Meridiano computatâ, unius diei una ſemper ubivis Terrarum, atque eadem inæqualitas exiſtit. Secunda eſt parallaxis Solis, quæ maxima eſt in Horizonte, & variatur ſecundùm variam Solis à Terrâ diſtantiam. Tertia eſt refractio, quæ etiam ipſa in Horizonte eſt maxima, & quidem ob vaporum inconſtantiam inconſtans, ac varia; atque inde aſcenſiones Solis & declinationes Solis variantur, unde nova rurſum in diebus inæqualitas cauſatur.*

## NUMERUS LI.

### *Gradus, & Minuta Æquatoris in tempus tum Primi Mobilis, tum Solare convertere; & contra.*

Dies Primi Mobilis (ut dixi §. 3. *num. præced.*) eſt una revolutio Æquatoris ſupremi, unde, cùm 360 gradibus Æquatoris debeantur horæ Primi Mobilis 24: uni gradui, uni primo, uni ſecundo, uni tertio &c. quot horæ aut horaria ſcrupula debentur? Et viciſſim cùm horis Primi Mobilis 24, debeantur gradus 360: uni horæ, uni ſcrupulo primo horario, uni ſecundo, uni tertio &c. quot gradus aut graduum ſcrupula debentur? Utrumque adminiculo regulæ proportionum innoteſcet. Atque hunc in modum constructæ ſunt tres tabellæ primæ ſequentes.

Deinde cùm uno die Solari Medio Meridianum pertranſeant Æquatoris gradus 360, 59'. 8". 20''', ut oſtendi §. 3. *num. præcedenti*, ac proinde cùm gradibus 365. 59'. 8". 20'''. debeantur horæ Solares 24 uni gradui, uni minuto primo, uni ſecundo, uni tertio, &c. quot horæ Solares & horaria ſcrupula debentur? Et è converſo, cùm horis Solaribus 24 debeantur Æquatoris gradus 360. 59': 8". 20''': uni horæ Solari, uni ſcrupulo primo horario, uni ſecundo, uni tertio quot gradus & grad. ſcrupula debentur? Utrumque, ut ſupra, regula proportionum pateſaciet. Ita conſtructæ ſunt tabellæ 4 & 5.

Æ-

Digitized by Google

| I | | | II | | III | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Æquatoris | In tempus Primi Mobilis. | | Hora Prim. Mobilis. | In gradus Æquatoris. | Temporis Primi Mobilis. | In partes Æquatoris. | |
| G | hor. | / | | | Min. | gr. | / |
| M | / | // | | | S | / | // |
| S | // | /// | | | T | // | /// |
| T | /// | IV | | grad. | Q | /// | IV |
| 1 | 0 | 4 | 1 | 15 | 1 | 0 | 15 |
| 2 | 0 | 8 | 2 | 30 | 2 | 0 | 30 |
| 3 | 0 | 12 | 3 | 45 | 3 | 0 | 45 |
| 4 | 0 | 16 | 4 | 60 | 4 | 1 | 0 |
| 5 | 0 | 20 | 5 | 75 | 5 | 1 | 15 |
| 10 | 0 | 40 | 6 | 90 | 6 | 1 | 30 |
| 15 | 1 | 0 | 9 | 135 | 10 | 2 | 30 |
| 30 | 2 | 0 | 12 | 180 | 20 | 5 | 0 |
| 60 | 4 | 0 | 15 | 225 | 30 | 7 | 30 |
| 90 | 6 | 0 | 18 | 270 | 40 | 10 | 0 |
| 180 | 12 | 0 | 21 | 315 | 50 | 12 | 30 |
| 360 | 24 | 0 | 24 | 360 | 60 | 15 | 0 |

| IV. | | | | | V | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Æquatoris. | In tempus Solare. | | | | Tempus Solare. | In partes Æquatoris. | | |
| G | Hor. | /. | //. | ///. | Ho. | gr. | /. | //. |
| M | /. | //. | ///. | IV. | M | /. | //. | ///. |
| S | //. | ///. | IV. | V. | S | //. | ///. | IV. |
| T | ///. | IV. | V. | VI. | T | ///. | IV. | V. |
| 1 | 0 | 3 | 59 | 20 | 1 | 15 | 2 | 28 |
| 2 | 0 | 7 | 58 | 41 | 2 | 30 | 4 | 56 |
| 3 | 0 | 11 | 58 | 1 | 3 | 45 | 7 | 24 |
| 4 | 0 | 15 | 57 | 22 | 4 | 60 | 9 | 52 |
| 5 | 0 | 19 | 56 | 42 | 5 | 75 | 12 | 19 |
| 10 | 0 | 39 | 53 | 24 | 9 | 90 | 14 | 47 |
| 15 | 0 | 59 | 50 | 6 | 9 | 135 | 22 | 11 |
| 30 | 1 | 59 | 40 | 12 | 12 | 180 | 29 | 34 |
| 60 | 3 | 59 | 20 | 24 | 15 | 225 | 36 | 58 |
| 90 | [illegible] | 59 | 0 | 36 | 18 | 270 | 44 | 22 |
| 180 | 11 | 58 | 1 | 12 | 21 | 315 | 51 | 44 |
| 360 | 23 | 56 | 3 | 24 | 24 | 360 | 59 | 8 |

### *Corollarium.*

Ex his patet, quî tempus Solare convertatur in tempus Æquatoris, & contra. Nàm tempus Solare datum per tab. 5. verte in partes Æquatoris, & has per tab. 1. in tempus Æquatoris, ſeu Primi Mobilis: erit hoc æquale Solari dato. Similiter tempus Primi Mobilis datum verte per tab. 2. in partes Æquatoris, has verò per tab. 4. in tempus Solare: erit hoc æquale dato tempori Primi Mobilis.

## NUMERUS LII.

*Ad datum tempus Solis Aſcenſionem s Rectam, ſive longitudinem Æquatoriam invenire.* s Defin. 40. num. 1.

Fig. 49. EAdem operâ inquiretur Solis declinatio, & angulus quem facit Ecliptica cum declinationis circulô.

Æquator eſto M N: Ecliptica M B N D: Sol autem, ſeu punctum datum Eclipticæ, ſit in primo quadrante, ut in A, arcus declinationis circuli, ſeu n Meridiani per A ducti, ſit A F. In triangulo Sphærico A F M angulus ad o F rectus eſt, angulus autem acutus A M F eſt grad. a 23. 30, obliquitas nempe Eclipticæ, & latus A M diſtantia m Veri loci Solis ab initio Arietis datur. Ergo ex Analyſi hujus trianguli innoteſcet p latus M F, dato acuto A M F adjacens, ipſa nempe Aſcenſio Recta b loci Veri Solis A, unà cum latere A F, quod eſt declinatio puncti A, & angulo M A F, facto ab Ecliptica & circulo declinationis.

n Vide defin. 11. & 18. num. 1. o Patebit ex nu. 68. lib. 2. a Per nu. 31. m Defin. 21. nu. 24. p Trigon. ſph. b Defin. 39. nu. 1.

Sit deinde Sol in quadrante ſecundo, in B, & arcus circuli declinationis ſit B G. Motum Solis Verum M B datum aufer à grad. 180, nempè à ſemicirculo M B N, & notum erit in triangulo Sphærico B G N Rectangulo ad G, latus B N. Sed & acutus B N G datur grad. 23. 30. Ergo ut ſupra, innoteſcet latus N G, quod ſubtractum à grad. 180, nempè à ſemicirculo M N, dabit arcum M G Aſcenſionem c Rectam puncti B.

c Defin. 39. num. 1. d Defin. 21. nu. 24.

Si Sol aut punctum Eclipticæ detur in tertio quadrante, in C; à longitudine verâ d Solis data M N C, aufer grad. 180, & notus erit arcus N C. Unde per Analyſim trianguli rectanguli C K N, innoteſcet arcus K N, cui ſi addantur N M, gradus 180, nota erit Aſcenſio Recta M N K puncti C.

Poſtremò ſi Sol aut Eclip. punctum detur in quadrante quarto ♈ M, aufer Motum Solis Verum i M N D à grad. 360: remanebit arcus D M notus. Quare rurſum per Analyſim Trigoni rectanguli D O M, innoteſcet arcus M O: quo dempto à grad. 360, remanebit M N O Aſcenſio Recta puncti D.

i Defin. 21. num. 24.

*Hunc in modum conſtruitur tabula Aſcenſionum Rectarum pro ſingulis Eclipticæ minutis.*

## NUMERUS LIII.

*Radicem Motuum Solis ad quamvis Epocham conſtituere.*

n Defin. 22. nu. 24. o Defin. 21. nu. 24. b Defin. 14. nu. 24.

UT Motus n Medij, & ex illis o Veri ad datum tempus ſupputari poſſint, neceſſe eſt, ut ſciatur quantus fuerit Planetæ motus Medius, ſive quis fuerit b locus ipſius Medius in aliquo temporis momento; atque hic vocatur Radix motuum Planetæ, momentum verò ipſum Epocha dicitur: quamquam Aſtronomi non raro etiam per Epocham intelligunt radicem ipſam. Expediet autem Radicem conſtituere ad Epocham temporis non apparentis, hoc eſt inæqualibus diebus compoſiti, ſed æqualis, ſeu Medij, quia inventio Mediorum Motuum *num.* 36 expoſita, ex quibus omnis ſupputatio ducitur, ſupponit æqualia tempora, æquales nempe dies, horas, minuta &c. vide §. 4. num. 58.

Radicem igitur motuum Solis reperies hunc in modum. Per *num.* 37. ad notum aliquod momentum ex. gr. ad horam 3. completam diei 30 Iunij, anni 1659, obſerva locum Solis c Verum, adeoque motum ejus d Verum; atque ex Motu Vero ad idem momentum collige Motum Solis Medium, ut docui *num.* 39: hic Motus Medius erit motuum Solarium radix ad Epocham, ſeu momentum, quo facta eſt obſervatio Veri loci Solis. c Defin. 21. nu. 24. d Defin. 21. nu. 24.

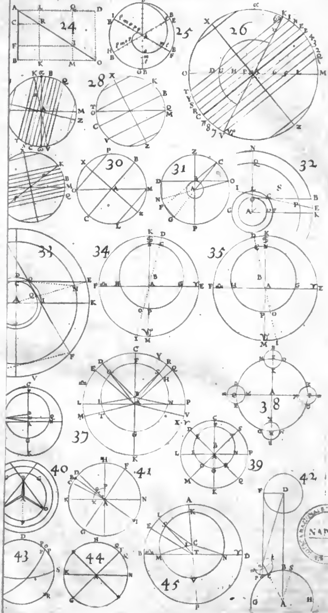
Sed quoniam ex hypotheſi hæc Epocha eſt temporis non æqualis, ſeu Medij, ſed apparentis, oportebit hanc ad illam reducere: quod ita fiet. Ad Epocham, ſeu momentum temporis apparentis, quo facta eſt obſervatio loci Solis, inveni i Aſcenſionem Solis Rectam. Hæc ſi major eſt Motu Medio per *num.* 39. jam reperto, exceſſum in tempus Solare converſum adde tempori apparenti ipſius Epochæ; ſubtrahe defectum ſi minor eſt. Sic Epocham temporis apparentis converteris in Epocham temporis æqualis, uti *num.* 59. independenter ab his demonſtrabitur. i Per num. 52.

Atque hunc in modum Radix motuum Solis ad Epocham certam temporis æqualis conſtituitur; quæ quia nullam aliam ſupponens è cælo per obſervationem immediatè deducta fuit, tam ipſa quàm ejus Epocha, Primitivæ vocabuntur.

Porrò cùm Aſtronomi ſoleant ab Epochâ illuſtriori aliquâ Aſtrorum motus numerare, gentiles quidem ab exortu Nabonaſſari, vel Alexandri; Chriſtiani à Natalitijs Jesu Christi Filij Dei & Salvatoris noſtri, iiſdem nos veſtigijs inſiſtere æquum eſt. Fuerit igitur repertus ex. gr. Uraniburgi ad meridiem ultimæ diei Decembris completæ, anni 1600 tempore æquali, primitiva Radix, ſive Medius Motus Solis Signorum 9. grad. 10. 4'. 32''. Ex hac, Radicem aliam ad Chriſti Epocham tempore æquali ſic elicies. Ab Epochâ primitivâ ſupradictâ (nempe ab anno 1600 completo in meridie ult. Dec.) numera antrorſum annos æquales 1600, omiſſis diebus 10 qui in Kalendario Gregoriano ſunt adjecti ad præteritos, cùm nondum præteriiſſent. Manifeſtum eſt ex hypotheſi terminum hujus intervalli eſſe Epocham Chriſtianam temporis æqualis, ad quam proximè (nam utrùm præcisè, jam non quæritur) natus ſit Chriſtus. Annis verò æqualibus 1600 minus 10 diebus per *num.* 36. reperies deberi Motum Medium Sign. 0. grad. 2. 33'. 20'': quem, quia nova Epocha eſt ante primitivam, ſubtrahe à Radice primitivâ Sign. 9. grad. 10. 4'. 32'' (addi debuiſſet, ſi fuiſſet poſterior): relinquetur Radix nova ad Chriſti Epocham tempore æquali, Sign. 9. grad. 7. 31'. 12''. Demonſtratio patebit ex *num. ſeq.* Eodem modo ad aliam quamcumque Epocham Radix motuum Solis ſtatuetur.

In Radicibus porrò conſtituendis ſemper notanda ſunt hæc tria. 1. Determinandus eſt Meridianus, ſeu longitudo loci, cui Radicem placet affigere. 2. Statuendum eſt unde velis anni principium ducere, utrùm à mediâ nocte, quæ eſt inter ultimam Dec. & primam Ian. an à meridie ultimæ Decembris, an verò à meridie primæ Ianuarij. 3. Habenda eſt ratio dierum decem, cùm inter Epocham & tempus datum annus correctionis Kalendarij intercedit.

Radix




NAPOLI

Digitized by Google

*Radix Medij motus Solis anno Chriſti 1. ineunte in meridie diei ultima Decembris Bononia tempore æquato.*

| | Sig. | grad. | I. | II. | III. |
|---|---|---|---|---|---|
| Reinholdus | 9 | 7 | 34 | 5 | 8 |
| Tycho | 9 | 7 | 38 | 55 | 16 |
| Longomont. | 9 | 7 | 37 | 59 | 42 |
| Kepplerus | 9 | 7 | 50 | 48 | 40 |
| Lansbergius | 9 | 7 | 36 | 4 | 53 |
| Ricciolus. | 9 | 7 | 31 | 12 | 0 |

## NUMERUS LIV.

a Def.22. & num. 24.

*Solis motum a Medium, ſeu longitudinem Mediam ad datum tempus ſupputare, quâ occaſione exponitur modus addendi & ſubtrahendi in Zodiaco.*

§. 1. Datum ſit ex. gr. tempus apparens annus Chriſti 1659. Iunij 30. Hora poſt merid. 5, ad quod motum Solis Medium oporteat ſupputare.

Numera annos, & dies qui inter datum temporis momentum, & Epocham, quâ placuerit uti, intercedunt, quos intervallum nominabo. Deinde per *num.* 36, reperi motum Meditum huic intervallo competentem; quem, ſi datum temporis momentum eſt poſterius Epochâ, adde Radici ad aſſumptam Epocham *num. præced.* conſtitutæ; deme autem, ſi anterius eſt. Ita prodibit longitudo Solis media ad momentum datum, pro eo loco, cujus Meridiano Radix Epochæ fuit affixa.

Fig. 47. Hæc operis ſumma, quam ſchemate appoſito declarabimus. Ecliptica ſit ADEZ: ♈ initium in A: ordo Signorum ex A versùs D. Radix Medij motus eſto ADE. Motus Medius Epochæ & dati momenti intervallo debitus, ſit grad. 170: hos, ſi datum momentum eſt poſterius Epochâ, adde Radici ADE; hoc eſt gradus 170 numera in conſequentia ex E versùs Z, A, & numerationis terminus eſto in C. Locus Solis Medius ad datum momentum erit in C, motuſque Solis Medius ADEC, eoſdem verò gradus 170, ſi momentum datum eſt Epochâ anterius, ſubtrahe Radici ADE, hoc eſt eos numera in præcedentia ex E versùs D, A, & ſit terminus numerationis in D: erit D locus Medius, & AD motus Medius ad momentum datum.

§. 2. Quia verò modus addendi & ſubtrahendi in Zodiaco varios caſus complectitur, eos regulis ſequentibus exponemus.

Regula I. A motu addendo vel ſubtrahendo abjice gradus 360 quoties poſſunt. Quod ſi nihil ſuperfuerit, additio & ſubtractio omittuntur, & punctum in Zodiaco quæſitum idem eſt cum dato: ſi aliquid ſuperfuerit, hoc addes, vel ſubtrahes.

Fig. 47. Sit ex. gr. Radix, ſeu longitudo nota ADE, adeoque punctum E notam habeat in Zodiaco diſtantiam ab A initio ♈: veniat autem huic addendus vel ſubtrahendus motus Medius certo temporis intervallo debitus, putâ graduum 720, ut ſic aliud in Zodiaco punctum ab E diverſum innoteſcat. Si abjectis à motu Medio gradibus 360 quoties poſſunt, nihil ſuperſit, conſtat ipſum per grad. 360, hoc eſt per integros circulos, adæquatè menſurari. Quare ſive illum in conſequentia, ſive in præcedentia ex E numeraveris, hoc eſt notæ longitudini ADE addideris vel ſubtraxeris, numeratio ſemper finietur in E unde cœperat. Quare fruſtranea erit tam additio, quàm ſubtractio, & punctum quod per additionem vel ſubtractionem quærebatur, idem erit cum puncto dato E, adeoque & longitudo quæſita eadem cum datâ ADE. Quod ſi verò abjectis gradibus 360, aliqui ſuperſint, illi utique pauciores erunt 360 gradibus, ac proinde noto arcui additi vel ſubtracti, hoc eſt numerati ab E versùs Z, vel versùs D, terminabuntur alibi quàm in E, adeoque punctum quæſitum additione, vel ſubtractione innoteſcet.

Regula II. Si, poſtquam Radici, ſeu longitudini notæ ADE, addideris vel ſubtraxeris motum Medium alicui temporis intervallo debitum, ſumma tota, vel reſiduum ſit graduum 360, aut per gradus 360 menſurabile, hoc eſt unde abjectis 360 quoties poſſunt, nihil remaneat; longitudo quæſita erit nulla, eritque tum Planeta in ipſo ♈ initio A. Atque id quidem manifeſtò patet; illius enim ſummæ vel reſidui & principium eſt in A per hypotheſim, & quia integris circulis conſtat, etiam finis erit in A.

Quod ſi autem ſumma, vel reſiduum non ſit per grad. 360 menſurabile, ac proinde abjectis gradibus 360, ſive integris circulis ADEZA, quot poſſunt, aliquid ſuperſit, putà AD, illud utique minus erit circulo integro, eritque ipſa longitudo quæſita.

Regula III. Quando id à quo fieri debet ſubſtractio, eſt ſubtrahendo minus, addantur ipſi gradus 360, ab eoque ſic aucto ſubtractio fiat.

Ex. gr. oporteat à Radice ADE graduum 180 ſubtrahere motum Medium, putà graduum 670 debitum intervallo temporis, quod effluxit à momento ante Epocham dato, uſque ad Epocham, ut ſic (quemadmodum §. 2. dictum eſt) innoteſcat longitudo media ad momentum datum. Quia motus Medius, intervallo debitus eſt grad. 670, major nempe integro circulo, priuſquam illum ſubtrahas, abjice grad. 360 quoties poſſunt, juxta reg. 1; id enim quod reſtabit, nempe grad. 310, oportebit ſolum ſubtrahere. Sed quia illud, nempe grad. 310, adhuc Radice ADE graduum 180 majus eſt, Radici ADE adjice gradus 360, ſive integrum circulum EZADE: ab hoc aggregato ſi ſubtrahatur reſiduum ſupradictum, nempe grad. 310, numerando eos in præcedentia ex E per D uſque in Z, reſtabit ex toto quidem circulo arcus EZ, atque inſuper Radix ADE, hoc eſt reſtabit arcus ADEZ, longitudo quæſita ad momentum datum.

*Summa Regularum hæc eſt.* In omni additione & ſubtractione Aſtronomicâ, quando motus ſuperat gradus 360, illi abjiciuntur quoties poſſunt; cùm verò id, à quo debes ſubtrahere minus eſt ſubtrahendo, minori gradus 360 adjiciuntur, ab eoque ſic aucto fit ſubtractio.

## Scholium.

*Motus Medius ſupputatus hic fuit ad tempus apparens, cùm ad æquale fuiſſet ſupputandus. Erit igitur, ut tempori Medio exactè reſpondeat, corrigendus. Si tamen, quod fit plerumque, motus Medius ſupputetur ut ex eo eliciatur Verus, ſatis erit motum Verum corrigere, ut num. 57. §. 2. tradetur, aut ſi correxeris Medium, non erit opus Verum corrigere. Perinde eſt enim utri correctio adhibeatur.*

## NUMERUS LV.

n Def. 11. num. 24. o Def. 21. num. 24.

*Locum n Solis Verum in Ecliptica, ſive motum Solis o Verum ad datum quodlibet tempus Geometricè ſupputare.*

Fig. 48. ECcentricus ſit RGK, & centrum ejus B; Ecliptica ſuprema CEDF, & centrum ejus A; linea Apogei ſit EF; Arietis initium in C: ordo Signorum ex C in S. Solis centrum dato temporis momento exiſtat in G, ducanturque rectæ AGH, BG, & AI parallela ad BG. Igitur dato temporis momento locus Solis Verus eſt H, a Medius locus I, motus Verus CEH, motus b Medius CEI, æquatio c IH; Anomalia Media, ſeu d argumentum Medium EI; motus Apogei Veri CE. Pari modo ſi Sol tempore dato exiſtat in K, vel N, ducanturque rectæ AKL, BK, & AM parallela BK; item rectæ ANO, BO, & AP parallela ad BO; erit tempore dato motus Solis Verus CEDL, vel CO; Medius CEDM, vel CP; Anomalia Media EDM, vel EDFP; Æquatio ML, vel PO. His ad claritatem præmiſſis, Problema ſolvetur hunc in modum.

a Vide defin. 11. num. 24.
o Def. 21. num. 24.
b Def. 22. ibid.
c Def. 23. ibid.
d Def. 23. ibid.

§. 1. Per *num.* 54, inveniatur motus Solis Medius ad tempus datum, quem referat, ut dixi, vel arcus CEI, vel CEDM, vel CP.

§. 2. Per *num.* 44. reperiatur motus Apogei CE ad tempus datum.

§. 3. Ex motu Medio & motu Apogei invenietur Anomalia Media ſic: Si motus Medius (CEI, vel CEDM) ſit major motu Apogei CE, aufer motum Apogei CE à motu Medio: nota remanebit Media Anomalia EI, vel EDM: Si motus Medius (CP) ſit minor motu Apogei CE, ad CP adjice gradus 360, hoc eſt integrum circulum CEDFC, ab eoque ſic aucto ſubtrahe CE; remanebit CP, atque inſuper ex integro circulo CEDFC, reſtabit EDFC: quæ ſimul juncta dabunt Anomaliam Mediam EDFCP.

§. 4. Ex Anomaliâ Mediâ jam notâ elicietur Æquatio, ſeu Proſthaphæreſis HI, vel ML, vel PO per *num.* 40.

§. 5. Demùm Æquatio motui Medio jam invento ſubtracta vel addita, dabit motum Solis Verum ad tempus datum, hunc in modum; quando Anomalia (EI) eſt minor 180 gradibus, ſive Semicirculo EDF, Æquatio IH à motu Medio CEI ſubtracta, dabit motum Verum CEH. Si motus Medius ſit minor æquatione IH, principio ♈ ipſam æquationem dividente, ſubtractionem perage ut §. 3. Quando Anomalia (EDM, vel EDFP) eſt major gradibus 180, tunc æquatio ML, vel PO, addita motui Medio CEDM, vel CP dabit motum Verum CEDL, vel CO. Quod ſi contingeret motum Medium (CEDQ) tam propè abeſſe à gradibus 360, ut adjecta Proſthaphæreſi QS proveniat ſumma CEDQCS major gradibus 360, abjice ex ſummâ grad. 360, ſive integrum circuli CEDQC, & notus relinquetur motus Verus CS pro eo loco, cujus Meridiano affixa fuit Radix Epochæ.

Cæterùm motui Vero ſic invento, quia collectus eſt ad tempus datum apparens ſeu inæquatum, adhibenda eſt correctio, ut tradam *num.* 58. §. 2.

### *Scholium.*

*Quæcumque hactenus toto 5 & 6 capite à numero videlicet 22 ad hunc uſque locum tradidimus, hujus potiſſimum problematis ſolvendi gratiâ fuêre præmiſſa. Adeò reconditi artificij fuit Solaris per Eclipticam motus apparentem inæqualitatem ad menſuram revocare. Pari artificio, vel etiam majori, opus erit, ut in Lunâ alijſque Planetis idipſum præſtetur. Verùm multa his cum Sole communia; cujus proinde curſu ritè ſtabilito atque percepto, cætera deinceps omnia intellectu faciliora jam erunt.*

*Quantis porrò moleſtijs ac tricis Solis calculum expediverimus, quando cum Bullialdo & Ricciolo Anomalias obliquitatis Eclipticæ, præceſſionis Æquinoctiorum, & Eccentricitatis rejecimus, incommodo ſuo lector comperiet, ſi methodum Alphonſi, Copernici, Reinholdi, Lansbergij & aliorum experiri voluerit. Sanè ex omnibus Anomalijs iſtis, labor ingens, pretium operæ ferè nullum; cùm loca Solis ad quævis antecedentia ſæcula ex noſtrâ methodo inventa, æquè vel magis cum obſervationibus conveniant, quàm ea, quæ illorum methodo circuitu numerorum longiſſimo ac tædioſiſſimo eruuntur.*

## NUMERUS LVI.

*Datum motum Verum (CEH, vel CEDL) in Medium convertere.*

QUæratur dato Solis loco Vero ex. gr. H vel L, competens æquatio BGA, vel BKA, ſive arcus Æquatorij HI, vel ML. Id verò factum eſt *num.* 39, & 45. Si diſtantia loci Veri ab Apogeo, arcus nempè EH eſt minor 180 gradibus, æquationem IH jam notam adde motui Vero dato CEH, & habebis motum Medium CEI ad tempus motus Veri: ſi diſtantia loci veri ab Apogeo eſt major gradibus 180, arcus nempe EDL, Æquationem ML aufer à motu Vero CEDL; prodibit rursùm motus Medius CEDM, ad tempus Veri motus dati. Reliquos additionis & ſubtractionis caſus collige ex dictis *num. præcedenti.* Fig. 48.

## NUMERUS LVII.

*Regula temporis æquandi & inæquandi.*

DIes Solares eſſe inæquales *num.* 50 oſtenſum eſt. Tempus ex inæqualibus diebus compoſitum, dicitur apparens ſive Verum, quia à motu Solis apparente, ſeu Vero conſtituitur. Tempus æquale, ſeu Medium eſt, quod conſtat diebus æqualibus ſeu Medijs, quos exhibui *num.* 51.

### §. 1. *Tempus Apparens ad Medium revocare.*

Datum ſit tempus Apparens ex. gr. annus Chriſti 1659. Hora poſt merid. 3. 15'. Inquire ad hoc tempus motum Solis tum i Medium, tum m Verum, & Veri Aſcenſionem n rectam. Si Aſcenſio recta eſt motui

i Per num. 44.
m Per num 55.
n Per num. 52.

motui Vero æqualis, tempus datum per ſe æquale eſt, adeoque nullâ eget Æquatione. Si Aſcenſio recta eſt major motu Medio, differentiam in tempus Solare converſam, adde tempori Apparenti; deme, ſi minor. Ita tempus Apparens datum reduxeris ad Æquale, ſeu Medium.

*Demonſtratio* regulæ non ſic eſt obvia, quin tyronibus videatur aliquantò fuſiùs exponenda. Quia motus Solis Apparens, ſeu verus per Eclipticam tendit contra motum Primi Mobilis, inde fit (quemadmodum oſtendi *num.* 50) ut dies Solares ſint longiores diebus Primi Mobilis. Quod ſi motus Solis per Eclipticam & æqualis eſſet, & per Æquatorem incederet, tunc, quia ille ſemper eodem modo, hoc eſt ſemper æqualiter motui Primi Mobilis adverſaretur, dies Solares eodem ſemper exceſſu dies Primi Mobilis excederent, ac proinde omnes inter ſe æquales exiſterent. Nunc verò quia contrariatio Veri motus Solis per Eclipticam contra motum Primi Mobilis, duplicem inæqualitatem patitur, quarum prima oritur ex ipſa inæqualitate *a* motus Apparentis, ſeu Veri, altera ex obliquitate Eclipticæ (cujus partes cùm aliter atque aliter ad Æquatorem inclinentur, etiam motus Apparens per illam incedens, quotidie aliter atque aliter motui 1. Mobilis circa polos Æquatoris facti, contrariatur) neceſſe eſt ex duplici hoc capite dies exiſtere inæquales. Concipiamus modò in Æquatoris plano deſcriptum eſſe Horologium & duos horarum indices ex Æquatoris centro eductos, quorum primus ſit circuli declinationis *o* per Solem ducti ſectio cum Æquatore, ac proinde deſignet *p* Aſcenſionem Solis Rectam, alter abſcindat arcum Æquatoris (initio facto à principio ♈) æqualem motui Solis Medio. Si duo iſti indices in Æquatoris plano ab Occaſu in Ortum ſic moveantur, ut primus ſemper comitetur locum Solis Verum deſignando ſemper in Æquatore Aſcenſionem Solis rectam, quam pro tempore aliam atque aliam Sol obtinet; alter verò eâdem ſemper velocitate feratur, quâ locus Solis Medius æqualiter procedit in Eclipticâ, atque inſuper concipiatur eodem tempore uterque index (Horologij plano immobili permanente) ad motum diurnum 1. Mobilis circumagi ab Oriente in Occidentem, manifeſtum erit ex dictis, indicem primum in Horologio deſignaturum horas temporis Apparentis, indicem verò ſecundum horas oſtenſurum temporis Æqualis, ac proinde arcum Æquatoris inter utrumque indicem interceptum, differentiam temporis Apparentis & Æqualis efficere. Atqui arcus ille eſt differentia Aſcenſionis rectæ Solis, & Medij motus Solis. Ergo hic per *num.* 51. in tempus Solare converſus, eſt differentia inter tempus Apparens, & Æquale. Deinde quando Aſcenſio recta eſt major motu Medio, tunc index primus apparens tempus deſignans, eſt Orientalior indice ſecundo deſignante tempus Æquale. Quare cùm tempus diurnum adeoque & horarum ordo procedat ab Ortu in Occaſum, liquet indicem temporis Apparentis minus in Horologio dicto tempus oſtenſurum, quàm oſtendat index temporis Æqualis, ac proinde tempus Apparens futurum tunc minus tempore Æquali. Quando igitur Aſcenſio Recta major eſt motu Medio differentia Aſcenſionis rectæ & motus Medij addenda eſt tempori Apparenti, ut tempus Æquale obtineatur. Ex quo jam patet faciendum eſſe contrarium, ſi Aſcenſio Recta ſit Medio motu minor. Atque ita regulæ ſuperius allatæ plena demonſtratio conſtat.

a *Vide nu.* 22. & *nu.* 25. *prop.* 11.

o *Def.* 18. *num.* 1.

p *Def.* 40. *num.* 1.

§. 2. *Tempus Medium in Apparens convertere.*

Ad tempus Medium, ſeu Æquale datum reperi motum Solis tum Medium, tum Verum & Veri Aſcenſionem rectam. Si Aſcenſio Recta eſt major motu Medio, differentiam ſubtrahe tempori Medio ut fiat Apparens; adde, ſi major eſt. Demonſtratio patet ex præcedenti. §.

*Corollarium.*

Tempus Apparens æquatione non indiget, cùm defectus motus Solis compenſat exceſſum Aſcenſionis Rectæ, vel contra; quod bis in anno contingit: item quando Sol cum ſuo Apogeo eſt in aliquo punctorum Cardinalium.

## *Scholium.*

*Ratio æquandi tempus jam tradita à Ptolomæo ad Tychanem ab omnibus Aſtronomis uſitata, duas ſupponit cauſas inæqualitatis dierum, videlicet inæqualitatem Apparentis motus Solis & obliquitatem Eclipticæ. Recentiores quia plures inæqualitatis dierum eſſe cauſas opinantur, alias æquandi temporis vias adinvenire conati ſunt. Verùm cùm aliæ iſtæ inæqualitatis cauſæ ſint vel incertæ vel minus probabiles, nihil eſt cur ab antiquâ æquandi temporis ratione recedamus: quâ quidem Eclipſibus à ſe obſervatis Ricciolus magis quàm aliâ ullâ fieri ſatis affirmat.*

## NUMERUS LVIII.

*Quando & quomodo temporis æquatio ſit adhibenda.*

QUando ad tempus datum ſupputandus eſt motus Medius & ex illo Verus, tempus Apparens reduci debet ad æquale, ſeu Medium; quia Mediorum motuum inventio *num.* 36 expoſita, ſupponit æqualia tempora, dies videlicet, horas, ſcrupula &c. Temporis porrò inter momentum datum & Epocham extremitas utraque æquanda eſt. Prior, nempe Epocha, æquata fuit *num.* 53, poſterior, ipſum videlicet momentum datum, æquabitur ut *num. præc.* §. 1. docuimus. Itaque

§. 1. Si Lunæ vel alterius Planetæ (nam de Sole dicam ſeorſim) ſupputanda fuerit ad tempus datum Longitudo Media & Vera, vel Media tantùm, oportebit ante omnia, ut ipſa Epocha, ad quam Radix motuum eſt conſtituta, ſit non apparens, ſed (quod *num.* 53. præſtiti) æquata. Deinde temporis momentum datum, ad quod Planetæ Longitudo quæritur, ex apparenti reducendum eſt ad æquale ſeu Medium, ut docui *num. præced.* §. 1. atque ad illud ſic æquatum motus, ſeu Longitudo Planetæ ſupputabitur.

§. 2. In Sole, ne bis oporteat motum Verum & Medium inquirere, ſic age. Suppoſitâ, ut priùs, Epochâ per *num.* 53 coæquatâ, motum Solis Medium & Verum *a* ſupputa ad tempus datum apparens,

a *Per nu.* 54 & 55.

parens, ſeu inæquatum, ſed motui Vero ſic obtento tantum adde vel deme, quantum temporis æquationi *num. præc.* §. 1. traditæ, debetur: Differentiam videlicet Aſcenſionis Rectæ & motus Medij in tempus ſolare *b* converte, & debitum huic motum Medium inquire per *num.* 36; quem ſi Aſcenſio Recta eſt major motu Medio, motui Vero ad tempus datum obtento adde; ſi minor eſt, deme. Ita prodibit Solis motus, ſeu Longitudo Vera tempori æquali exactè reſpondens.

*b Per nu. 51.*

Licet eâdem viâ procedere etiam in Lunâ & Planetis.

§. 3. Cùm petitur motus æqualis dato temporis intervallo competens, æquandum eſt intervalli initium & finis, & intervallo ſic æquato motus, qui ei debetur, colligendus.

§. 4. Si Epochâ, ad quam Radix motuum cujuſvis Aſtri fuerit conſtituta, uti placuerit apparente, ſeu inæquatâ, quod fecêre Ptolomæus, Alphonſus Rex, Copernicus, Æquationem temporis ita perage. Inquire primò ad ipſam Epocham inæquatam Planetæ motum tum Medium, tum Verum, & Veri Aſcenſionem Rectam. Deinde ad datum momentum inæquatum rurſùm inveni motum Planetæ tum Medium, tum Verum, & Veri Aſcenſionem rectam. Quibus habitis ſume differentiam Aſcenſionum, & differentiam Mediorum motuum. Si hæ differentiæ ſunt æquales inter ſe, nullâ temporis æquatione opus eſt. Si differentia Aſcenſionum major eſt differentiâ Mediorum motuum, exceſſum in tempus Solare convertes, & per *num.* 36 inquires quantus illi motus Medius conveniat, quem motui Vero ad datum momentum ſuprà invento, adjicies. At ſi differentia Aſcenſionum minor eſt Mediorum motuum differentiâ, defectum converte in tempus, & Medium motum illi debitum motui Vero ad datum momentum reperto, ſubtrahe. Sic prodibit motus Aſtri Verus tempori æquali exactè reſpondens.

§. 5. Longomontanus, Lansbergius, Bullialdus, Ricciolus, non probant radices motuum conſtitui ad Epochas apparentes, ſeu inæquatas. Rationem afferunt, quia ſic non colligitur Planetæ Longitudo eadem ex unâ Epochâ, quæ ex alterâ; ſi verò Epochas adhibueris exæquatas, quamcumque aſſumpſeris, eadem ſemper Longitudo Planetæ obtinebitur.

## *Scholium.*

*Æquatio temporis maximè neceſſaria eſt in Lunâ; in Sole minùs. In reliquis Planetis contemni poteſt: cùm enim nequeant horum loca ſupputari eâ præciſione, quâ Solis & Lunæ, operæ pretium non erit illas ex temporis æquatione minutias conſectari.*

*Kriſtmannus, Vitichius, & in primis Vendelinus in Lampade arcanorum cæleſtium, & in Idea tabularum Atlanticarum reductionem temporis apparentis ad æquale, & æqualis ad apparens ne in Sole quidem & Lunâ eſſe neceſſariam exiſtimant. Refragantur illis Bullialdus, & Ricciolus, qui bene contra Vendelinum urget, fieri non poſſe, quin ex cauſa neceſſaria inæqualitatis dierum (eam num. 50, & 57 expoſuimus) effectus, hoc eſt dierum inæqualitas, conſequatur.*

## NUMERUS LIX.

### *Quando tempus Æquale converti debeat in Apparens.*

IAm dictum eſt oſtenſumque *numero præcedenti* reducendum eſſe tempus Apparens ad Æquale, quando ad datum tempus aliquod motus, ſeu locus Planetæ ſupputatur. At ſi ex motibus ſupputandum ſit tempus, quo phænomenum aliquod, ut Novilunium, Plenilunium, Eclipſis Lunæ Soliſve, continget, vel jam contigerit, illud utique æquale, ſeu Medium proveniet; cùm enim motuum cæleſtium ſupputatio omnis ex Medijs, hoc eſt æqualibus Motibus derivetur, tempus inde collectum non poterit non eſſe æquale, ſeu Medium. Quare cùm nos tempora motu Solis, non Medio, ſed Vero, ſeu Apparente metiamur, manifeſtum eſt phænomeni tempus, quod (ut dixi) ex ejuſmodi calculo provenit æquale, oportere ad Apparens reducere. Modum reductionis habes *num.* 57. §. 2.

## NUMERUS LX.

### *Motum Solis aut Planetæ cujuſvis ad Meridianum unius loci inventum, cuivis Meridiano accommodare.*

CUm motus Planetæ cujuſvis Aſtri ad datum tempus fuerit inventus, is ſolùm conveniet Meridiano loci, ad quem Epocha Mediorum motuum fuerit conſtituta. Exemplo rem declaro.

Aliquis Antverpiæ exiſtens cupiat motum Solis Verum ad annum 1657. Decemb. dies 2, horas 2. 6. Operando ut 55. *num.* præſcriptum eſt, reperietur motus Solus Verus conveniens illi momento, quando eſt hora 2. Bononiæ, *a* ad cujus Meridianum Radix Medij motus fuit conſtituta. *a Num.53.* Quando autem Bononiæ eſt hora 2, tunc Antverpiæ, quæ Occidentalior eſt, nondum eſt hora 2. Itaque operando ut præſcriptum eſt *num. præced.* prodibit motus Medius conveniens alij momento temporis, quàm dato. Quare ut obtineam motum convenientem illi momento, quando Antverpiæ eſt hora 2, ſcire debeo quanto intervallo hora 2 Bononiæ, anticipet horam 2. Antverpiæ, & motum Medium anticipationis intervallo debitum addere in hoc caſu motui Vero anteà reperto. Hæc rei propoſitæ theoria. Praxim ita inſtitues.

Quære motum Verum convenientem illi momento temporis, quod in loco, ad quem conſtituta eſt Epocha, eſt dato tempori cognomine.

Inquire Longitudinem tum loci ad quem conſtituta fuit Epocha, tum loci dati, cui convenientem deſideras motum Planetæ Verum.

Longitudinum differentiam converte in tempus Solare, ut tradidi *num.* 51.

Per *num.* 36, collige motum Medium debitum huic tempori.

Quem, ſi locus datus eſt Occidentalior loco Epochæ, adde motui Vero reperto ſuprà; ſi Orientalior eſt, ſubtrahe; atque ita habebis motum ad tempus datum in loco dato.

*Demonſtratio* patet ex dictis.

*Nota* porrò eodem recidere, ſive motum Medium Epochâ intactâ revoces ad Meridianum datum, ſive Epocham ipſam: & hoc poſtremum conſultius eſt, nam Epochâ ſemel ad Meridianum datum reductâ, motus Medij, quotieſcumque libuerit, reductione nom ampliùs repetitâ ſupputantur. Quod ſi Epocha non ſit reducta, in ſingulis Mediorum motuum ſupputationibus, reductio eſt iteranda.

## *Scholium.*

*Differentia Meridianorum, ſeu Longitudinum, reperitur ex obſervatione Eclipſium Lunarium. Obſervatum ſit ex. gr. Eclipſis initium in loco A, horâ poſt merid. 9. in alio loco B horâ 10. temporis differentiam, qua nunc eſt hora una, converte in gradum Æquatoris per tabellam 5. num. 51. Proveniunt grad. 15. 2′. 28″, quibus locus B Orientalior eſt loco A. Verùm, quia Longitudinis locorum cognitio accurata Solis ac Lunæ motus plenè jam conſtitutos ſupponit, ad eos autem conſtituendos minimè ipſa ſit neceſſaria, ejus tractationem in alium locum rejicio.*

## FINIS LIBRI PRIMI.

# ASTRONOMIÆ
## LIBER SECUNDUS
# DE MOTU LUNÆ
## CAPUT PRIMUM.
### Qui motus in Luna, & quo modo ſint obſervati.

CUm in omni parte Matheſeos tum vel maximè in Aſtronomiâ, uti initio hujus operis præfatus ſum, magni intereſt, ut ordo ſcientiæ legitimus teneatur. In quo quia minùs accurati paſſim Aſtronomi fuêre, vix ſtudioſi, ſi inſtitutore careant, niſi labòre permagno, ex eorum libris Aſtronomiam perdiſcent. At ſi ordo ſcientificus, quo in Geometriâ utimur, accuratè ſervetur, & facile, & jucundum hujus ſcientiæ ſtudium exiſtet. Quod igitur in Sole, niſi fallor jam præſtiti, idem in Lunâ conabor efficere: & quamvis Lunarium motuum Theoria, & dimenſio ſit implexior ac difficilior, quàm Solarium, perficiam tamen Deo juvante, ut qui Solis Theoriam *libro* 1. explicatam intellexerit, Lunarem pari facilitate, quâ Solarem, percipiat.

### NUMERUS PRIMUS.

*Lunæ motus Primus & Secundus, ſeu motus Lunæ Diurnus, & motus Lunæ in Longitudinem.*

LUna, quemadmodum omnia ſidera, movetur quotidie ab Ortu in Occaſum, ſive in antecedentia: qui motus vocatur Primus & Diurnus.

Præter hunc alio cietur motu ſibi proprio ob Occaſu in Ortum, ſive in conſequentia ſub Zodiaco. Obſervatum eſt enim ſi cum aliquâ ſtellâ Fixâ Meridianum Luna hodie pertranſeat, cras eâdem ſtellâ ad Meridianum reversâ, eam adhuc diſtare à Meridiano grad. 13. 16, 35''; hoc eſt unius horæ minutis 47'. 51''. 25''', ſeriùs ad Meridianum appellere. Similiter ſi hodie Luna oriatur ex. gr. horâ quartâ; cras deprehendes oriri ſeriùs ſpatio ferè temporis jam dicto. Rurſum Luna poſt Conjunctionem cum Sole ab eo quotidie elongatur magis magiſque in conſequentia, donec poſt menſem cum eo rurſum conjungatur. Manifeſtus eſt ergo Lunæ motus in conſequentia.

Quod autem ſub Zodiaco, quamvis extra Eclipticæ planum, hic motus peragatur, hinc patuit, quod maxima declinatio Lunæ ab Æquatore deprehenſa ſit 5 gradibus, & aliquando 7, differre à declinatione maxima Solis, ſeu Eclipticæ. Reperitur autem declinatio Lunæ ab Æquatore, (vide *fig*. 44. *lib*. 1.) Exploretur [a] tum altitudo Meridiana Lunæ AQ, tum altitudo [b] Æquatoris NF: hâc enim demptâ ab altitudine Meridianâ Lunæ, relinquitur FQ declinatio Lunæ ab Æquatore.

a *Per nu.* 28 *lib*. 1.
b *Per nu.* 27. *lib*. 1.

Circulus igitur ſub quo movetur Luna in Longitudinem, ſecat Eclipticam in duobus punctis, quæ Nodi vocantur. Porrò ſitus hujus circuli clariùs intelligetur *num*. 9. & 10, ubi de Lunæ motu in Latitudinem, & de motu Nodorum in præcedentia tractabitur.

Cæterùm ex motu Diurno & motu in Longitudinem inter ſe permixtis, in diebus artificialibus Lunæ habetur menſis ſpatio omnis varietas ea, quam oriri ſpatio unius anni in diebus artificialibus Solis *num*. 15. 16. 17. in libro primo demonſtravimus. Diem Lunæ artificialem, voco, tempus quo ſupra Horizontem eſt.

### NUMERUS II.

*Motus Lunæ in longitudinem denominationes & ſpecies.*

VAriè denominatur, prout à diverſis initijs numeratur.

*Motus in longitudinem Periodicus.*

Si numeretur à ſtabili aliquo puncto Zodiaci, ex. gr. ab initio Arietis; vocatur *Motus* Lunæ *Periodicus in Longitudinem*, eoque Luna Zodiacum [c] abſolvit diebus 27, horis 7. 43'. 4''. percurrit autem quotidie grad. 13. 10. 35''. Revolutio ejuſmodi una Lunæ per Zodiacum, *Menſis Periodicus* appellatur.

c *Oſtendam num*. 34.

*Motus Lunæ à Sole.*

Si numeretur à Sole, vocatur *Motus* Lunæ *à Sole*; *elongatio*, *longitudo*, *diſtantia* Lunæ *à Sole*. Elongatur autem Luna à Sole quotidie, [d] grad. 12, 11'. 26''. 41''': ad Solem redit [d] diebus 29. H. 12. 44'. 3'': quod ſpatium temporis dicitur *Menſis Synodicus*, & *Lunatio*. Eſt longior menſe Periodico, quia quando Luna reverſa eſt ad punctum Zodiaci, in quo Solem reliquerat, (hoc eſt menſe Periodico jam elapſo) ibi Solem non reperit, quòd is interim ſit motu proprio in conſequentia progreſſus. Quare ut eum Luna aſſequatur, debet adhuc unum ferè Signum percurrere.

d *Oſtendam num*. 34.

Ab hoc motu omnis phaſium Lunarium varietas oritur.

oritur. Lunâ enim Soli conjunctâ, Interlunium eſt, quia pars illuminata à nobis totaliter averſa eſt. Vocatur autem hæc phaſis *Novilunium*, *Luna ſilens*, *Conjunctio cum Sole*, *Synodus Luminarium*, *Copula*, *Syzygia*. Duæ poſtremæ voces pluraliter ſumptæ (Copulæ, Syzygiæ) Novilunium ſimul & Plenilunium deſignant. Novilunij Signum eſt ☌, Plenilunij ☍.

Deinde poſt unum vel alterum diem, paulò poſt Occaſum Solis apparebit acutiſſimè corniculata, propè Horizontem Occiduum: atque hæc *Prima Lunæ Phaſis*, ſeu *Apparitio* nominatur.

Die circiter quarto, cùm jam 60 gradibus receſſit à Sole, pleniore cornu apparet.

Septimo circiter die, cùm integro quadrante à Sole diſtat, apparet ſemiplena, dimidiata, biſecta: quæ Phaſis vocatur *Prima Quadratura*, ejuſque Signum eſt □. Nobis tamen poſitis in ſuperficie Terræ, Luna præcisè apparet biſecta paulò ante Quadraturam; nempe dum à Sole diſtat gradibus ſaltem 87, vel (quod probabilius) 89. ut alio [b] loco demonſtrabitur.

b *Num.* 19. *Lib.* 3.

Circa undecimum diem, cum à Sole diſtat gradibus, 120, apparet gibboſa.

Circa diem decimum tertium adhuc multò gibboſior cernitur, & ferè plena.

Tandem 14 aut 15 die, Soli oppoſita, & rotunda ac plenè illuminata apparet.

Peracto Plenilunio eædem Phaſes, ſed ordine inverſo, reſtituuntur. A Novilunio uſque Plenilunium pars Lunæ illuminatæ Occidentem ſpectat, ſed cornua Orientem; à Plenilunio ad Novilunium contrarium accidit.

### *Motus Lunæ ab Apogeo, ſive motus Anomaliæ.*

Si motus in longitudinem numeretur ab Apogeo Eccentrici (aſſignabitur enim Lunæ circulus Eccentricus *num.* 13 & 16. ob inæqualitatem motus in Longitudinem, *num.* 3 & 4, exponendam) dicitur *motus Anomaliæ*; ejuſque Periodus eſt *Menſis Anomaliſticus*, dierum [i] 27. H. 13. 18'. 34". Eſt paulò longior menſe Periodico, quia Apogeum (ut oſtendam *num.* 7.) etiam, quamvis tardè, in conſequentia movetur.

i *Oſtendam num.* 34.

### *Motus Lunæ in Latitudinem.*

Si denique numeretur à Nodis, hoc eſt ab alterutro punctorum, in quibus Lunæ orbita ſecat Eclipticam, motus in latitudinem appellatur: & diurnus quidem [m] eſt grad. 13. 13'. 45".

m *Oſtendam num.* 52.

Periodus ejus vocatur *Menſis draconiticus*: abſolvitur diebus 27. H. 5. 5'. 36". Eſt brevior menſe Periodico, quia Nodi (ut dicam *num.* 10.) moventur ſenſim in præcedentia. Unde fit, ut ad Nodum, à quo abierat, Luna antè redeat, quàm totum Zodiacum abſolverit. Sed de motu Latitudinis, & motu Nodorum agam iterum *num.* 9. & 10, & ex profeſſo toto cap. 6.

*Periodos horum motuum in Longitudinem ſingulis hîc adſcripſi ſolummodo in anteceſſum. Infra enim* [c] *artificium tradetur quo illa ſunt reperta, & reperiri de novo poſſint. Sunt autem Periodi dicta non ſecundùm motus Veros, ſed ſecundum Medios accepta. Periodos enim motus Veri in longitudinem inæquales eſſe, oſtendam num. ſequente.*

c *Toto cap.* 3. & 6.

## NUMERUS III.

### *Motus Lunæ in Longitudinem inæqualitas prima.*

QUemadmodum primus Solis, ita etiam Lunæ, per Zodiacum, ſeu potiùs ſub Zodiaco motus eſt inæqualis. Id quod ex ſequentibus obſervationibus exploratum fiet.

§. 1. Comparando Lunam cum Sole & ſtellis Fixis, ad quas appellit, evidenter comperies eam ſub Zodiaco, imo ſub eadem parte Zodiaci, nunc tardè, nunc velociter, nunc mediocri velocitate moveri; inæqualitate tam ſenſibili, ut ea tota neque in refractionem, neque in parallaxim refundi poſſit. Et quidem intra dies circiter 28 motus Lunæ ſemel eſt velociſſimus, & ſemel (nempè poſt dies 14) tardiſſimus, bis mediocris. Unde patet primæ inæqualitatis Periodum eſſe menſtruam. Porrò non ſolùm partes unius revolutionis, ſed etiam revolutiones integræ inter ſe inæquales reperiuntur, ut patebit ex §§. ſequentibus.

§. 2. Obſervetur conjunctio Lunæ cum aliquâ ſtellâ Fixâ, & tempus conjunctionis notetur. Deinde elapſo circiter menſe rurſum nota tempus, quo Luna ad eandem ſtellam revertitur. Tempus inter utramque conjunctionem intercedens, eſt menſis Periodicus Verus, ſive eſt tempus quo Luna motu Vero integrum Zodiacum percurrit. Hac obſervatione ſæpius repetitâ, comperies integras Lunæ per Zodiacum revolutiones inæquali tempore abſolvi, hoc eſt menſes Periodicos eſſe inæquales. Ex quo manifeſtum eſt Lunæ motum in Longitudinem ſub Zodiaco inæqualem exiſtere. Quamvis autem parallaxis longitudinis (de quâ agam *lib.* 3. *cap.* 7.) hic interveniat: potuit illa tamen in hac rudiori indagine diſſimulari, cùm inæqualitas quæ deprehenditur tanta ſit, ut ea nequeat in parallaxim ullo modo tota refundi.

§. 3. Obſervetur præſidio tubi Optici quando Luna appareat biſecta, & cum quâ ſtellâ Fixâ conjuncta tum ſit. Deinde poſt menſem circiter obſerva tempus quo iterum biſecta appareat. Hujuſmodi obſervatione diverſis temporibus ſæpiùs repetitâ, comperies intervallum temporis inter duas Lunæ Biſectiones, ſive Dichotomias interjectum, modò majus eſſe, modò minus, inæqualitate rurſum adeo ſenſibili, ut in nullam aliam cauſam poſſis rejicere, quàm in irregularitatem motus Apparentis. Verùm quia in Quadraturis inæqualitati primæ admiſcetur ſecunda, ut dicetur *num.* 5. ſic propriè non innoteſcit inæqualitas menſis Synodici, qui eſt tempus ab uno ☌ ad aliud, ſed inæqualitas menſis Quadratici, qui eſt tempus ab unâ Quadraturâ ad alteram unâ intermiſſâ. Sit ergo

§. 4. Ex intervallo duorum Eclipticorum ☍ elice menſem Synodicum hoc modo. Notum habeas numerum menſium Synodicorum, qui à primo Ecliptico ☍ ad ſecundum effluxêre, quem colliges ex numero Pleniluniorum quæ interim contigerunt. Ponamus interceſſiſſe menſes Synodicos, ſeu Lunationes 15. Notum quoque habeas tempus ab uno Ecliptico ☍ ad alterum, quod vocemus A. Cùm igitur 15 Lunationes efficiant tempus A; una Lunatio quantum tempus efficiet? per regulam proport. prodibit quantitas unius Lunationis, ſeu menſis Synodici. Si hunc in modum ex diverſis Eclipſium paribus,

bus, menſem Synodicum ſæpius elicueris, valde inæquales eorum quantitates reperientur: quod non eontingeret, ſi omnes Synodici menſes inter ſe æquales exiſterent.

*Atque hac hactenus eſt Luna inaqualitas prima, qua infra num. 13. & 16. ſalvabitur per Eccentricum, ut in Sole. Qua porrò hic rudiori Minervâ attentavimus, ſuis locis accuratiùs præſtabuntur.*

## NUMERUS IV.

### *Locum Luna in Zodiaco obſervare.*

USus erit hujus Poriſmatis in ſecundâ Lunæ inæqualitate explorandâ.

### *Primus modus, quando Sol & Luna ſunt ambo ſupra Horizontem.*

Quadrante exquiſito & amplo metire diſtantiam Lunæ à Sole in Eclipticâ; quod fiet, ſi per Dioptras lateris intromittas Radium Solis, ſic enim latus inſtrumenti directum erit in Solis centrum; per Dioptras verò regulæ collimes in punctum illud marginis Lunaris, quod Soli proximum eſt, vel à Sole remotiſſimum: ita enim nota fiet diſtantia marginalis puncti Lunæ citimi, aut remotiſſimi à centro Solis: cui diſtantiæ auferendo vel addendo Lunæ Semidiametrum apparentem, diſtantia centri Lunæ à centro Solis innoteſcet. Ad finem porrò hic intentum ſufficit Diametri apparentis obſervatio *o* mediocriter exacta; imò ſatis erit mediam aſſumere inter maximam & minimam, qualis ferè eſt minutorum 32′. In quadraturis notitia Diametri non requiritur, cùm facilè tum poſſit in Lunæ centrum collimari.

o *Praxim ab his independentem vide lib. 3. num. 30. mod. 1.*
a *Per nu. 55. lib. 1.*

Reperiatur deinde *a* ad idem tempus locus Verus Solis in Zodiaco. Cùm ergo nota ſit diſtantia Lunæ à Sole, liquet etiam Lunæ in Zodiaco locum latere non poſſe.

Quoniam verò hic intervenit parallaxis Lunæ à Sole in Longitudinem, ea evitabitur ferè tota, ſi obſervatio fiat cùm Luna eſt in gradu Eclipticæ nonageſimo ab Horizonte; tunc enim parallaxis longitudinis (quod patebit independenter ab his ex *num.* 39. *lib.* 3. *propr.* 1.) evaneſcit; aut cùm Luna in Meridiano poſita propè Verticalis eſt, (quod in locis parvam habentibus Latitudinem contingit) tunc enim quia ferè nulla eſt parallaxis Altitudinis, etiam Longitudinis parallaxis, utpote minor alterâ, ferè nulla evadet, uti patebit ex. *num.* 39. *lib.* 3. *propr.* 8. Dixi, *ferè tota*, quia adhuc reſtat parallaxis Solis; ſed cùm ea (ut oſtendam *lib.* 3. *num.* 19) 30 Secundâ non excedat, contemni poteſt. Modus porrò reperiendi Lunam in Nonageſimo independenter ab his tradetur *lib.* 2. *num.* 72.

### *Modus ſecundus pro tempore nocturno.*

Metire diſtantiam Lunæ ab aliquâ ſtellâ Fixâ in Zodiaco Longitudinis notæ. Docebimus porrò *a* alibi independenter ab hoc negotio ſtellæ datæ Longitudinem, & Latitudinem reperire. Cùm ergo nota ſit Lunæ diſtantia à ſtellâ in Zodiaco Longitudinem habente notam, etiam Lunæ Longitudo innoteſcet.

a *Lib.* 5. *num.* 7. & 8.

In captanda diſtantia Lunæ à ſtella non requiritur notitia Diametri apparentis, cùm Lunæ, utpote lucentis, radius poſſit per dioptras intromitti, ac proinde latus regulæ tunc ſit in centrum Lunæ directum.

Hæc praxis melior eſt præcedenti, tum quia non requiritur notitia Diametri apparentis, tum quia poteſt parallaxis in Longitudinem vitari tota, ſi captetur tempus cùm Luna eſt in Eclipticæ gradu nonageſimo, aut ferè tota ſi obſervetur Luna, cùm magnam habet altitudinem Meridianam, ut dixi ſupra. Fixæ autem omni parallaxi carent.

## NUMERUS V.

### *Secunda Luna inaqualitas exponitur.*

§. 1. LUna tempore Syzygiarum, hoc eſt in ☌ & ☍ obnoxia eſt Soli inæqualitati primæ, quam *num.* 3. præſertim §. 1. & 4. expoſui. At extra Syzygias præter Primam etiam Secundam patitur. Nam ſi eo, quem *cap.* 3. docebimus, modo reperiantur motus Lunæ Medij, atque ex his (ut docebitur. 4. c.) Eccentrici Eccentricitas, & Apogei locus, & Æquationes ſingulis Anomaliæ gradibus competentes: experientiâ conſtat tempore ☌ aut ☍ unam æquationem ſimplicem ſic inventam ſufficere, ut ex motu Lunæ Medio Verus eliciatur: Verus enim qui ſic elicitur, convenire deprehenditur cum *a* obſervato; & Eclipſes Solis ac Lunæ præſidio motuum unâ illâ ſimplici æquatione inventorum, accuratè prædicuntur. Quod ſi extra Syzygiarum tempus eâdem methodo locum Lunæ Verum ſupputaveris, is manifeſtò diſſentiet ab eodem per obſervationem acquiſito: eritque diverſitas tantò major, quantò fuerit Luna Quadraturæ propinquior, & in ipſis Quadraturis maxima. Ex quo patuit Lunam extra Syzygias alterâ præter Primam inæqualitate involvi.

a *Per num.* 4.

§. 2. Cùm Syzygiæ incidunt in gradum *a* Anomaliæ 95 vel in 265, hoc eſt cùm Luna Soli conjuncta vel oppoſita ab Apogeo diſtat gradibus 95, vel 265, Primæ inæqualitatis æquatio, ſeu differentia, inter motum Medium & Verum, eſt maximarum minima, nempè graduum 5, ut oſtendam *nu.* 39.

a *Anomalia definitur lib.* 1. *num.* 24. *defin.* 16.

§. 3. Cùm Quadraturæ incidunt in gradum Anomaliæ 97. 30, vel in gradum Anomaliæ 261. 30, hoc eſt quando Luna à Sole remota grad. 90, diſtat ab Apogeo Eccentrici grad. 97. 30, vel 261. 30, utriuſque ſimul junctæ inæqualitatis æquatio, ſeu motus Veri ac Medij differentia, eſt maximarum maxima, aſcenditque ad gradus 7. 30. ut *num.* 41. oſtendam.

*Ne Tyronum porrò in his phantaſia turbetur, notare debent Novilunium, Plenilunium, Quadraturam, imò quamlibet Luna phaſim, in quemvis Anomalia gradum poſſe incidere. Itaque cùm §. 1. dixi inaqualitatem Secundam in Quadraturis eſſe maximam, id hunc in modum intelliges: in quodcumque punctum Anomalia Quadratura inciderit, major tum eſt Secunda inaqualitas, quàm ſit, cùm alia quavis Luna phaſis in eodem puncto contingit.*

§. 4. Cùm Lunæ motus apparet tardiſſimus vel velociſſimus, ac proinde cùm *b* eſt in Apogeo vel Perigeo ſui Eccentrici, ſive tum ſint Syzygiæ, ſive Quadraturæ, inæqualitas utraque evaneſcit: tunc enim inter motum Medium & Verum nulla diverſitas obſervatur.

b *Per propr.* 11. *num.* 25. *lib.* 1.

*Pro §.* 5. *Eccentricus Luna eſto* CHESVH, *Apſidum linea* EV, *Media Longitudines in punctis* H, S, *qua*

Fig. 5.

*quæ determinat Recta HCS per Eccentrici centrum lineæ Apſidum perpendicularis.*

§. 5. Quando ☌ vel ☍ contingit circa Medias Longitudines H, S, toto illo menſe ferè nulla deprehenditur inæqualitas Secunda: quia neceſſe eſt menſe illo Quadraturas incidere circa lineam Apſidum E V; ubi, ut dictum §. 4, Secunda inæqualitas, imò & Prima, evaneſcit. Cùm ergo tum Secunda inæqualitas in ipsâ Quadraturâ in quibus eſſe debet *e* maxima, ſit nulla aut penè nulla, liquet à fortiori eam toto menſe illo aut nullam, aut ferè nullam exiſtere. Menſibus tamen conſequentibus ſenſim ea creſcit; quia dum ☌ & ☍ ſenſim à Medijs Longitudinibus recedunt, etiam Quadraturæ proximè ſequentes recedunt ſenſim longiùs à lineâ Apſidum, ac proinde accedunt propiùs ad Longitudines Medias, circa quas tam Prima quàm Secunda inæqualitas ſunt maximæ, ut dictum §. 2. & 3.

e *Per* §. 1.

§. 6. Periodus Secundæ inæqualitatis intra menſem bis tota abſolvitur. Bis enim nulla eſt, in ☌ videlicet & ☍, & bis maxima, in utraque nimirum □. Abſolvitur ergo Periodus una à ☌ ad ☍, altera à ☍ ad ☌.

§. 7. Duo modi ſunt, *d* quibus extra Syzygias Lunæ Verus motus ſeu locus, ex Medio ad tempus datum, elicitur. Primus eſt hujuſmodi. Locus Lunæ Verus ita ſupputatur ac ſi tum eſſent Syzygiæ, adhibendo nempè æquationem ſimplicem inæqualitatis Primæ; & locus Lunæ ſic inventus vocatur *Primò æquatus*, quia adhuc ſecundò æquari debet, & *Fictus*, quia diſcrepat à loco per obſervationem acquiſito. Inquiritur deinde æquatio altera, quæ loco Lunæ Ficto addita vel ſubtracta, exhibet locum Lunæ Verum ad tempus datum extra Syzygias, loco Vero per obſervationem acquiſito conſentientem. Locus Lunæ ſic correctus, dicitur *Secundò Æquatus*. Alter modus, qui mihi clarior & expeditior videtur, unam æquationem utrique inæqualitati ſimul junctæ convenientem, inquirit. Si primo modo uti placuerit: Scito ex obſervationibus *o* compertum, æquationis Secundæ additionem vel ſubſtractionem peragendam eſſe ſecundùm regulas ſequentes.

d *Traduntur num.* 46. & 47.

o *à Bullialdo lib.* 3. *c.*

Reg. I. Cùm eo temporis momento ad quod locus Lunæ Verus petitur, linea Synodica *i* A T, eſt in Anomaliæ quadrante quarto H E, vel primo E S, ſi tum Luna tendat à ☌ ad ☍, æquatio ſecunda ſubtrahenda eſt loco Lunæ Ficto, ut is correctus evadat; addenda verò ſi Luna tendat à ☍ ad ☌.

*Fig.* 5.
i *Vide defin.* 4. *num.* 20.

Reg. II. Cùm linea Synodica ſecat Anomaliæ quadrantem ſecundum S V; vel tertium V H, tunc à ☌ ad ☍ æquatio ſecunda addenda eſt loco Ficto; à ☍ ad ☌ ſubtrahenda.

§. 8. Ex his ſequitur locum Lunæ Verum extra Syzygias ſecundò Æquatum, ſubinde magis, & ſubinde minùs differre à loco Medio, quàm ab eodem differat locus primò Æquatus, ſeu Fictus, qui Syzygijs, ſi tum eſſent, competeret.

§. 9. Obſervatum eſt à Tychone in Append. to. 1. Progymn. ad inveſtigandam æquationem ſecundam utendum eſſe potiùs motu Vero Lunæ à Sole, quàm Medio; ſic enim locus Lunæ calculo inventus, evadit conformior obſervato. Alij tamen Aſtronomi utuntur Medio.

§. 10. Poſtremò inſignis illa Secundæ inæqualitatis proprietas eſt: cùm Luna quadrata, ſeu 90 grad. à Sole diſtans, movetur tardiſſimè, hoc eſt cùm Quadratura incidit in Apogeum Eccentrici, diſtantiam habet à Terra majorem quàm aliàs unquam: cùm verò 90. grad. à Sole diſſita, movetur celerrimè, hoc eſt cùm Quadratura incidit in Eccentrici Perigeum, diſtantiâ ejus à Terrâ eſt abſolutè minima. Id quomodo ex parallaxium obſervationibus colligatur, dicam *lib.* 3. *num.* 10.

*Ex his arbitror fore ut inæqualitatem Lunæ Primam & Secundam ſtudioſi clare intelligant; quam paſſim vel obſcure vel ſtrictim Aſtronomi exponunt. Siquid adhuc obſcuritatis adhæſerit, id evaneſcet penitus, cum ſequenti capite Lunæ Hypotheſis exponetur. Porrò quemadmodum ad explicandam Lunæ Primam inæqualitatem Eccentricum adhibituri ſumus cum Eccentricitate ſemper eadem, Ita ad explicandam Secundam, quæ involvit Primam & aliquid amplius, Eccentricum cum Eccentricitate mutabili aſſumemus cap. ſeq. ac deinde cap. 4. & 5 docebimus quo artificio inveniantur æquationes, quæ unicuique Eccentricitati ad ſingulos Anomaliæ gradus debeantur.*

## NUMERUS VI.

### *Tertia Lunæ inæqualitas.*

HAnc Tycho *tomo* 1. *Progymn. pag.* 126, Variationem Lunæ, Bullialdus *lib.* 3. *cap.* 13, Lunæ Reflexionem vocat. Detecta ea primùm eſt à Tychone, qui deprehendit extra Syzygias motum Apparentem Lunæ, etiam adhibitâ æquatione compoſitâ, quæ nimirum Secundæ inæqualitati credebatur ſufficere, ſupputatum, aliquantulùm adhuc differre à motu Apparente per obſervationem obtento; adeóque ut conveniat, opus adhuc eſſe æquatione novâ, quæ maxima cùm eſt, aſcendat ad minuta 41. 32", vel, ut Kepplerus, ad minuta 51'. 49". Eſſe autem maximam in Octantibus, hoc eſt in locis Medijs inter Syzygias & Quadraturas, nimirum in remotionis à Sole gradu 45, 135, 225, 315: in Syzygijs verò & Quadraturis nullam: adhæc à ☌ ad ☍ eſſe auferendam motui Vero Lunæ bis æquato; addendam verò à ☍ ad ☌. Porrò quantitas & menſura hujus inæqualitatis nondum ſatis explorata eſt: Bullialdus enim eam ſe obſervaſſe affirmat jam minorem minutis 40, jam multò majorem; & Ricciolus ait ſe perfectam Lunæ hypotheſim differre, dum certiora de hac Variatione tertiâ per obſervationes (Tychonicas, opinor intelligit, quarum editio expectatur) fuerint obſervata.

## NUMERUS VII.

### *Motus Apogei Lunæ.*

APogeum Lunaris Eccentrici movetur motu quodam valdè tardo in conſequentia, quod ita compertum eſt. Artificio tradendo infrà *a* reperitur locus Apogei in Eclipticâ ad certum tempus. Deinde ad aliud tempus, menſibus aliquot vel etiam anno uno alteróve interjectis, eodem artificio Apogei locus inquiritur, qui tum erit Orientalior, ſive longiùs ab Arietis initio remotus, quàm priùs. Atque hoc conſtanti experimento ſemper accidit. Unde manifeſtum eſt Apogeum in conſequentia moveri. Periodum hujus motus docebimus loco citato abſolvi annis Ægyptijs (hoc eſt dierum 365) 8, diebus 311, horis 5. 30' circiter. Unde percurrit Apogeum uno die minuta 6. 41". 4"'. 48"".

a *Num.* 35.

## NUMERUS VIII.

### *De duplici Apogeo.*

QUæ numero præcedenti dicta ſunt, intellige de Apogeo Lunæ tempore Syzygiarum, ſeu ☌ & ☍. Extra Syzygias enim duplex Apogeum ſtatuemus *num.* 16, Medium & Verum, quæ in ipſis Syzygijs ab invicem non differunt prorſusque coincidunt. Extra Syzygias autem Medium Apogeum æquali fertur in conſequentia motu, integrum Zodiacum percurrens, planè ut in Syzygijs: at Verum Apogeum ultra citraque Medium libratur, ut *num.* 16. pluribus explanabitur.

## NUMERUS IX.

### *Motus Lunæ in Latitudinem.*

Fig. 1. LUnam motu proprio non ferri ſub Eclipticâ, ſed ab eâ declinare, compertum eſt ex ejus Altitudine Meridianâ (ut tradidi ſub finem *num.* 1.) quæ modò major eſt Altitudine Meridiana puncti *a* Sol-
a Defin.17. lib.1.nu.1. ſtitialis, modò minor. Quare orbita Lunæ ACBD ſecat Eclipticam AOBQ, in duobus punctis A, & B, quæ dicuntur Nodi. Nodus A, per quem Luna tranſit ad ſemicirculum Borealem ACB, vocatur Nodus Borealis, ſeu Aſcendens, caput Draconis; ejuſque nota eſt ☊. Nodus B, per quem Luna tranſit ad ſemicirculum Auſtralem BDA, vocatur Nodus Auſtralis, ſeu deſcendens, Cauda Draconis; ejuſque Signum eſt ☋. Limites ſunt puncta C, D, quæ maximè ab Eclipticâ declinant: diſtant à Nodis 90 gradibus.

b Quid ſit Latitudo Lunæ patet ex defin. 33. num.1. Maxima *b* Latitudo Lunæ, ſive diſtantia Limitum ab Eclipticâ, à Ptolemæo uſque ad Tychonem credita fuit permanere ſemper eadem nempè grad. 4. 58'. 30", vel rotundè grad. 5. At Tycho primus detexit Latitudinem eam ſolùm convenire Syzygijs; extra eas verò creſcere Latitudinem, uſque ad Quadraturas, in quibus tandem aſcendat ad grad. 5. 17'. 30". Nondum prodière in lucem obſervationes, quibus hanc inæqualitatem aſſecutus eſt. Tam perito obſervatori meritò interim fides habebitur.

Periodum motus Lunæ in Latitudinem infrà
c Cap.6. *c* ſcrutabimur. Ea erit D. 27. H. 5. 5'. 36". Unde quotidie Luna recedit à Nodis grad. 13. 13'. 45", 29"', 28"". Eſt porrò menſis Latitudinis, brevior non ſolùm Synodico, & Anomaliſtico, ſed etiam Periodico, eò quòd Nodi (ut mox dicam) abeant in præcedentia, dum Luna fertur in conſequentia: unde fit ut Luna Nodis, Zodiaco nondum abſoluto, occurrat.

## NUMERUS X.

### *Motus Nodorum in præcedentia.*

NOdorum in præcedentia motus præſidio Eclipſium Lunæ hic innoteſcit. Obſerva momentum Medium durationis Eclipticæ; quod efficies, ſi duratione Eclipſeos biſectâ, ſemiſſem addas tempori, quo Eclipſis incepit: tum ad momentum illud Mediæ du-
d Per nu. 55.lib.1. rationis quære locum *d* Solis Verum. Pari modo obſerva momentum Medium alterius Eclipſis, & quis tum ſit Verus Solis locus inquire. Reperies hunc eſſe propiorem initio Arietis, quàm priorem, numerando ſcilicet in antecedentia: atque hoc experimento repetito contingere deprehendes. Quare cùm Luna, dum Eclipſatur, ſit Soli diametraliter oppoſita, etiam ipſius locus Verus in poſteriore Eclipſi erit propior initio ♈, quàm in priore, & ſic deinceps. Atqui Luna dum Eclipſatur, eſt in Nodis aut circa eos, ut dicetur in Eclipſium Theoria *lib.* 4. Ergo Nodi moventur ſenſim in antecedentia. Exactior inquiſitio fiet *num.* 50. & 51.

Periodus Nodorum abſolvitur annis Ægyptijs 18. D. 223. H. 6, 12' circiter. Motus Diurnus Nodorum eſt grad. 0. 3', 10". 38"' circiter. Quæ omnia ex *cap.* 6. infrà fient manifeſta.

## NUMERUS XI.

### *Motus Lunæ in Altitudinem.*

VAriam eſſe Lunæ à Terrâ diſtantiam ex ejus parallaxibus inveſtigandis & demonſtrandis *cap.* 2. *lib.* 3. fiet manifeſtum. Et abſolutè quidem maximam, cùm Quadraturæ incidunt in E Apogeum Eccentrici; minimam, cùm in V Perigeum. Idem patebit ex variâ magnitudine diametri Apparentis, de quâ agemus *cap.* 5. *lib.* 3. Fig. 4.

## NUMERUS XII.

### *Libratio Lunæ multiplex.*

OBſervata hæc primùm eſt à Galilæo per tubum Opticum, & poſt hunc à Langreno, Gaſſendo, Bullialdo, Hevelio, Ricciolo, Franciſco Maria Grimaldi, alijſque. Poſtremi duo obſervarunt librari Lunam ſuper axe ſuo ab Ortu in Occaſum, & ab Occaſu in Ortum ultro citroque, per partes 12 quarum Lunæ radius eſt 100. Colligitur hæc libratio ex eo, quod maculæ à limbo Orientali Lunæ per dictum ſpatium modò recedant, modò accedant (atque idem intellige de limbo Occidentali) quædam antea viſæ occultentur, ac deinde rurſus in conſpectum veniant. Simili indicio animadverſa eſt libratio in Boream & Auſtrum, imò & in alias plagas. Conſule Ricciolum toto *cap.* 10. *lib.* 3. de hoc Phœnomeno fuſè & accuratè tractantem, item *cap.* 7. à *num.* 10. *Almag.*

# CAPUT II.

## Proponuntur Hypotheſes Lunæ in Longitudinem.

INter Lunæ Hypotheſes, quas magno numero Aſtronomi excogitarunt, duæ ſunt omnium ſimpliciſſimæ, & intellectu facillimæ, quarum alteram tradit Ricciolus *lib.* 1. *Almag. cap.* 28: alteram fuſè, ſed obſcurè, & abſque demonſtratione ullâ congruentiæ cum Phœnomenis propoſuit primò Maginus *lib.* 1. *Theoricarum*, ac deinde nonnullis immutatis & adjectis Lansbergius. Has duas, ne Hypotheſium varietate Studioſorum mentes intricentur, omiſſis cæteris, adhibebo. Rejiciam tamen Magini Solidos orbes, & librationem Æquinoctiorum Lansbergianam, ejuſdemque Anomaliam Æquinoctiorum, nec non circellum libratorium, quem Tertiæ inæqualitati ſalvandæ adhibet, utpotè Tychonis obſervationibus non congruentem. Adhæc neutrius me numeris ac menſuris adſtringam, ſed eas ſequar quæ videbuntur maximè cælo convenire.

## NUMERUS XIII.

### *Hypotheſis Prima Longitudinis Lunæ.*

*PARS PRIMA HYPOTHESEOS.*

Fig. 2. §. 1. ZOdiacus ſit T R O Z, ejuſque ac Terræ centrum A; per quod ducatur diameter R Z. In hac à Terræ centro A ſumatur Eccentricitatis intervallum A B, & centro B deſcribatur circulus Eccentricus L F Q ω. Quanta porrò ſit Eccentricitas A B invenietur ac demonſtrabitur infrà *num.* 38, partium nempè 8745, quarum radius Eccentrici B L eſt 100000. Per hunc Eccentricum moveatur Luna ſecundùm ordinem Signorum, qui in ſchemate porrigitur à puncto O versùs R T Z. Adhæc Apogeum L, motu quodam valde lento feratur etiam in conſequentia; cujus periodum abſolvi annis Ægyptijs 8. diebus 311. horis 5. 30′. Demonſtrabitur *num.* 35.

§. 2. Per hanc hypotheſim prima pars Primæ inæqualitatis expoſita. *num.* 3, §. 1. eodem planè modo explicabitur, quo inæqualitas Solis explicata fuit *lib.* 1. *num.* 23. Altera verò pars Primæ inæqualitatis expoſita *num.* 3. §. 2. 3. 4 quæ in menſium tam Synodicorum, quàm Periodicorum inæqualitate conſiſtit, ex eadem Hypotheſi demonſtrabitur eumdem prorſus ad modum, quo *lib.* 1. *num.* 48 annorum Solarium inæqualitas fuit demonſtrata.

*PARS SECVNDA HYPOTHESEOS.*

Fig. 2. §. 3. Ab Eccentricitatis A B termino B ſumatur diametro R Z, recta B C, quæ intelligatur diviſa eſſe in partes æquales 180, & harum ſingulæ in ſcrupula 60. Quantitatem hujus lineæ inveniemus *num.* 41. oſtendemuſque eam eſſe partium 4308, quarum radius Ecc. C E eſt 100000. Per hanc lineam B C, centrum Eccentrici à Syzygijs ad Quadraturas aſcendat, deſcendat autem à Quadraturis ad Syzygias, ſic ut in Syzygijs centrum Ecc. ſemper ſit in B, in Quadraturis ſemper in C; & ſit motus ille centri ſemper duplo celerior vel motu Medio Lunæ à Sole, vel potius, ut ſatisfiat dictis §. 9. *num.* 5, motu Vero Lunæ à Sole; ita ut quo tempore Luna à Sole recedit uno gradu, centrum Eccentrici percurrat duas partes ex 180 in quas B C diviſa intelligitur, & ſic deinceps. Vocetur autem reciprocus ille centri aſcenſus deſcenſuſque Anomalia Eccentricitatis, ſive Anomalia centri.

Ne verò tyrones hæreant, quæ dicta ſunt exponam clariùs. In ☌ Eccentrici centrum ſit in B. Inde uſque ad primam □ aſcendat in C duplo celeriùs, quàm recedat Luna à Sole, ſic ut quo tempore Luna recedit à Sole grad. 1, vel 2, vel 3, centrum Eccentrici percurrat ſurſum, 2, vel, 4, vel 6 partes ex 180, in quas diviſa eſt B C. Ita fiet ut in primâ □ centrum Ecc. præcisè futurum ſit in C, & Eccentricus ipſe in E G V: tunc enim, quia Luna receſſerit à Sole grad. 90, centrum percurrerit ipſius B C partes duplo plures, nempe 180, hoc eſt totam B C; ac proindè tum exiſtet in C. A Prima □ ad ☍ ijſdem legibus centrum per totam C B deſcendat, ſic ut in ipſo ☍ rurſum ſit in B. Atque ita ſpatio dimidij Synodici menſis una periodus Anomaliæ centri complebitur. Eodem planè modo à ☍ ad Secundam □, centrum aſcendet ex B in C, rurſumque à ſecundâ □ ad ☌ ex C deſcendet in B, quæ erit Periodus altera Anomaliæ centri; ac proinde intra unum menſem Synodicum bis Anomalia iſta abſolvetur.

§. 5. In ſchemate 4 Eccentricitas minima pro Syzygijs eſto A B, & Eccentricus in B Q L M N, pro Quadraturis Eccentricitas maxima ſit A C, & Eccentricus in C H E S V; & per A centrum Eclipticæ R T Z D ducatur M P A I Q perpendicularis Apſidum lineæ E L V N. Æquatio *a* maxima in Syzygijs eſt B M A, vel B Q A, quando nimirum Syzygiæ incidunt in M, vel Q. Æquatio *b* maxima pro Quadraturis, utrique ſimul inæqualitati reſpondens, eſt C P A, vel C I A (non C Q A) quando nempè □ □ incidunt in P vel I. Æquatio *c* maxima inæqualitati Secundæ ſoli reſpondens, eſt C O B, vel ei ſimilis ad partem alteram, non autem C P B. Cave autem, quia C O B eſt, ut dixi, maxima æquatio partialis, ne idcircò putes maximam compoſitam eſſe C O A, ea enim ut (dictum ſupra) eſt C I A, vel C P A. Fig. 4.

a Prop. 8. num. 25. lib. 1.
b Per eand.
c Per eand.

## NUMERUS XIV.

### *Quomodo Phænomenis ſatisfaciat.*

HÆc Hypotheſis omnium ſimpliciſſima & facillima quomodo Phænomenis Secundæ inæqualitatis ſatisfaciat deinceps videamus. Fig. 2.

§. 1. Centri motu jam explicato fit, ut minima Lunæ Eccentricitas ſit in ☌ & ☍ ſive in Syzygijs, nempe A B, tunc enim centrum Ecc. ſemper eſt in B; à Syzygijs verò ad □ □, quoniam centrum Ecc. tunc aſcendit ex B in C, Eccentricitas aſſiduò creſcit, adeò ut maxima ſit in □ □, tunc enim centrum Ecc. eſt in C. Inde fit rurſum ut à □ □ ad Syzygias centro deſcendente ex C in B, Eccentricitas ijſdem gradibus decreſcat. Atque ita datur cauſa, cur (quod *num.* 11. obſervatum eſt) Luna numquam ſit remotior à Terræ centro A, quàm dum Quadraturæ fiunt in Apogeo Eccentrici; numquam vicinior quàm dum in Perigeo. Nam in □ □ centrum Eccentrici eſt in C termino Eccentricitatis maximæ A C, ac proinde Eccentricus tum eſt in E G V X, cujus Apogeum E, à centro Terræ A eſt remotius, quàm Apogea K, L in quovis ſitu alio; Perigeum autem V centro A vicinius quàm in quovis alio ſitu Ecc. ut patet Perigeis Y, M.

§. 2. Idem centri motus dum à Syzygijs ad □ □ auget Eccentricitatem, ſuppeditat baſim æquationis Secundæ, quæ ad tollendam inæqualitatem Secundam, ut *num.* 5. expoſui, neceſſaria eſt. Quod ut clariùs intelligatur, inſinuandus hic obiter (id enim infrà *a* fiet exactè & plenè) eſt modus, quo Secunda proſthaphæreſis, ſeu æquatio reperitur. a Num. 47.

Eccentricus minimam habens Eccentricitatem A B, ſit L F M N. Inveniatur D R motus Apogei, ſive diſtantia Apogei R ab Arietis initio ad tempus datum, ut tradam *num.* 37. Inveniatur item Anomalia Lunæ Media (ut tradam item *num.* 37.) quæ in Zodiaco numerata, ſit R I, in Eccentrico autem ſit L F. Deinde præſidio Eccentricitatis minimæ A B, quæ nota fiet *num.* 38, reperiatur Æquatio Prima ſive ſimplex B F A, ſive G I, ut tradam *num.* 39, eâque Mediæ Anomaliæ additâ vel ſubtractâ, innoteſcat Anomalia Lunæ coæquata R G, & motus Lunæ Verus D R G. Hic motus Lunæ Verus, inventus ſupponendo Lunam eſſe in Syzygijs, cùm tamen revera ſit extra eas, vocari ſolet Motus, ſeu Locus Lunæ Fictus vel primò Æquatus. Quæratur demùm Fig. 3.

demum per *num.* 55. *lib.* 1. motus Solis Verus D H; quo ſubtracto à motu Lunæ vero D R G, motus fiet H R G motus Lunæ verus à Sole.

Habemus igitur ad tempus datum motum Verum H G Lunæ à Sole Primò Æquatum & Anomaliam Lunæ coæquatam R G per primam æquationem A F B: quæ quidem utraque unà cum motu Lunæ Vero D R G, eſſent exacta, ſi dato tempore Syzygiæ contingerent. At quia ſupponitur tum Luna extra Syzygias eſſe, neutra, uti nec locus Lunæ G, exacta erunt: eorum tamen ope reperietur Æquatio Secunda, per quam motus Lunæ correctus, cum motu per obſervationem cognito, conſentiet. Id verò ita obtinebitur.

Quot gradus continet motus Fictus Lunæ Verus à Sole H G, ſed duplicatus, tot partes ex rectæ B C partibus 180 numera ex B in O. Per dicta 3. §. *praced. numeri*, erit tempore dato centrum Eccentrici ex B evectum in O, adeoque Eccentricus erit in K P Y. Deinde Anomaliæ coæquatæ R G per primam Æquationem A F B inventæ, gradus numerentur in Eccentrico K P Y ab Apogeo K in P, ducanturque rectæ B P, O P. Erit angulus B P O Æquatio, ſeu Proſthaphæreſis Secunda, (ejus inventio traditur *num.* 47.) quæ ſi motui Ficto Lunæ per Æquationem Primam invento, addatur vel ſubtrahatur, is demùm ita correctus, cælo conformior evadet, ut experientiâ conſtat.

Fig. 2. §. 3. Facilè jam oſtenſu erit, qui ſatisfiat obſervatis *num.* 5. §. 1. Ponatur enim centrum Eccentrici primum in B, deinde in D puncto quopiam inter B, & C, ac demum in C; ſitque proinde Eccentrici poſitio triplex L Q M, K P Y, E G V. Anomalia Lunæ per Æquationem Primam, ut §. *praced.* dixi, coæquata numeretur ab Apogeo E in G, & ab Apogeo K in P. Patet puncta G & P, eſſe unum idemque Eccentrici punctum, cùm æqualiter ambo diſtent ab Apogeo, & Eccentricus exiſtens in E G V, ſit idem ille qui eſt in K P Y. Ducantur jam rectæ B P, D P, & B G, C G, ut fiant anguli B P D, B G C. Ex §. 3. *num.* 13 patet in □□ centrum Eccentrici eſſe in C, termino Eccentricitatis maximæ A C, & ex §. 2. *num. hujus* patet Æquationem Secundam Lunæ debitam cum tempore Quadraturæ Anomalia ejus eſt E G, eſſe angulum B G C. Rurſum ex §. 3. *num.* 13. patet cùm centrum Eccentrici eſt inter C & B ex. gr. in D, ætatem Lunæ verſari inter □□ & Syzygias, & ex §. 2. *num. hujus* liquet Æquationem Secundam Lunæ debitam, cùm talis ejus ætas ſortitur Anomaliam K P, priori E G eamdem, eſſe angulum B P D. Atqui angulus B G C major eſt angulo B P D. Igitur Secunda Æquatio Lunæ in □□ ma- major eſt, qualibet æquatione Secundâ, quæ eidem extra Quadraturas eamdem Anomaliam habenti, debetur: quod requirebat obſervatio §. 1. *num.* 5.

Quod autem angulus B G C major ſit angulo B P D, ſic oſtendo. Quoniam E G, & K P ſunt æqualium circulorum arcus æquales, etiam anguli ad

n *Per* 29. 3. centra n E C G, K D P æquales erunt. Ergo C G,

o *Per* 29. 1. D P o ſunt parallelæ. Ergo angulus G æqualis eſt

p 27. 1. p angulo B I D. Sed B I D externus q major eſt

q *Per* 32. 1. interno P. Ergo etiam G angulus major eſt angulo P.

§. 4. Poſtremò, quod *num.* 5. §. 6. obſervatur, totam hanc Periodum variationis Æquationum Secundarum, intra menſem Synodicum bis abſolvi, facilè erit in hac Hypotheſi demonſtrare. Incrementum enim ac decrementum Æquationis Secundæ reſpectu determinati gradus Anomaliæ, pendet ab incremento vel decremento Eccentricitatis, ut §. 3. jam oſtendi: tota autem Periodus incrementi ac decrementi Eccentricitatis, intra menſem bis abſolvitur, ut patet ex §. 3. *num.* 13. Si quæ ſuperſint alia, *num.* 5. obſervata, jam illa per ſe Lector exponet.

## NUMERUS XV.

### *In quo deficiat.*

ILlud tamen, quod *num.* 5. §. 8. obſervatum eſt, 658 2 *Ian.* per hanc Hypotheſim ſalvari qui poſſit, non video. Si enim Æquatio Secunda loco Lunæ per Primam Æquationem invento jam addi debet, jam ſubtrahi: inde conſequens eſt Æquationem Primam & Secundam ſubinde invicem vel partialiter vel totaliter elidere; ac proinde futurum ut motus Lunæ Verus non ſolùm ſubinde magis, ſed etiam ſubinde minùs differat à Medio extra Syzygias, quàm differret ſi ita quæſitus fuiſſet, ac ſi tum fuiſſent Syzygiæ; hoc eſt motus Veri ſecundò æquati differentiam à Medio ſæpè minorem fore, quàm loci Veri primò æquati.

Eccentricus in Syzygijs eſto L Q M. centrum habens in B termino minimæ Eccentricitatis A B. Extra Syzygias Eccentricus ſit K P N, centrum habens in D. Manifeſtum eſt Anomaliam Lunæ Mediam inveniri independenter ab inæqualitate tam Primâ quàm Secundâ: habetur enim ſi à motu Medio Lunæ auferatur motus Apogei. Motus autem Medius (ut patebit ex *num.* 47) reperietur idem, ſive tum Syzygiæ ſint, ſive non. Similiter & motus Apogei erit idem, ſive tum Syzygiæ contingant, ſive non; quia ſi tum Luna eſſet extra Zyzygias, Eccentrici centrum ſolummodò eſſet in eâdem diametro R A Z, altiùs evectum, putà in D, ac proinde Apogei locus R in Eclipticâ idem eſſet, qui foret ſi eodem momento Syzygiæ contingerent. Ex quo patet eamdem Lunæ Anomaliam repertum iri, ſive tum Syzygiæ ſint, ſive non. Igitur ad datum temporis momentum Anomalia Lunæ Media in Eccentrico Syzygiarum ſit L F M ω, in Eccentrico verò, qui ſervit Lunæ extra Syzygias, ea ſit K P Y N, æqualis priori, vel potius eadem, ut jam oſtendi. Ex A centro Zodiaci per Lunam in N ducatur ad Zodiacum recta A ϖ, & per Lunam in ω, recta A ϑ: erit O R T ϖ motus Verus Lunæ extra Syzygias exiſtentis in N, & O R T ϑ motus Verus Lunæ Syzygiarum tempore exiſtentis in ω. Ducantur à centris Ecc. B, D, rectæ B ω, D N. Quia Anomaliæ L F M ω, K P Y N (ut jam oſtendi) ſunt æquales, demptis ſemicirculis æqualibus L F M, K P Y, arcus M ω, Y N æquales erunt. Ergo anguli M B ω, Y D N ad centra per 29. 3; æquales ſunt. Ergo D N, B ω per 29. 1 ſunt parallelæ. Igitur ex A centro Zodiaci duci poterit recta A β, utrique D N. B ω æquidiſtans. Quoniam ergò A β determinat motum Medium in Zodiaco, ut patet ex *defin.* 22. *num.* 24. *lib.* 1, erit O R T β motus Medius Lunæ tam exiſtentis in N, quàm exiſtentis in ω. Sed Lunæ exiſtentis in N motus verus eſt O R T ϖ. Ergo Lunâ exiſtente in N, differentia motus Veri & Medij eſt β ϖ; Lunæ autem exiſtentis in ω motus Verus eſt O R T ϑ, ac proinde motus Veri & Medij differentia tunc eſt β ϑ. Atqui arcus β ϖ ſemper major eſt arcu β ϑ; cùm enim B ω. D N ſint parallelæ, recta A ϖ ex A per N ducta, neceſſariò cadit ſupra rectam A ϑ ductam ex A per ω. Ergo Lunâ extra Syzygias exiſtente ex. gr. in N, ſemper major eſt diffe-

rentia

Digitized by Google

rentia motus Veri & Medij, quàm ea quæ eſſet, ſi fingeremus eodem temporis momento Syzygias contingere, Lunâ ex. gr. poſitâ in ω. Quod repugnat obſervatis §. 8. *num.* 5. ex quibus conſtat locum Verum Secundò æquatum aliquando minùs differre à Medio, quàm locum Verum Primò æquatum.

Quare hypotheſis Ricciolana hactenus explicata, ſi in ſuâ illâ ſimplicitate relinquatur, ijs quæ §. 8. & 7. *num.* 5. ex ipſo Ricciolo obſervantur, manifeſtè repugnat. Unde illi vel Anomaliam Apogei, qualis in Hypotheſi ſecundâ traditur, vel aliud quippiam iſti æquivalens, oportebit adjungere. Porrò defectus Hypotheſeos non impedit veritatem calculi veri motus Lunæ, cujus formam *nu.* 14. §. 2. expoſui; is enim intra limites defectuoſæ Hypotheſeos non continetur, cùm Regulis *num.* 5. §. 7. recenſitis etiam innitatur. Quare ſi (quod poteſt) reſpondeat Ricciolus, noluiſſe hic ſe exactam Lunæ Hypotheſim, ſed tantùm aliquod calculi fundamentum proponere, libenter hanc ejus defenſionem ſuſcipiemus, pleniorem aliam quam promittit in tomo tertio, Hypotheſim præſtolantes.

Porrò quod ſupra oſtendi per arcus βδ, βω, eodem modo oſtendetur per angulos AωB, AND. Nam quia DN, Bω ſunt parallelæ, erit angulus *a* AND ſemper par ipſi BHA. Sed BHA *b* major eſt, quàm AωH, ſeu AωB. Ergo etiam AND ſemper major eſt, quàm AωB. Sed AND eſt Æquatio Lunæ exiſtentis in N extra Syzygias, & AωB eſt Æquatio Lunæ exiſtentis in ω, in Syzygijs. Ergo cùm Luna extra Syzygias eſt, major ſemper eſt Æquatio (hoc eſt differentia motus Veri & Medij) Æquatione, ſeu differentiâ motus Veri & Medij, quæ eſſet, ſi in idem illud momentum Syzygias incedere fingamus.

a *Per* 27.1.
b *Per* 32.1.

## NUMERUS XVI.

### *Hypotheſis ſecunda Lunæ in Longitudinem.*

*Fig.* 5.

§. 1. ZOdiacus eſto XRM, ejus ac Terræ centrum A, diameter KM; in quâ à centro Terræ A, numeretur Eccentricitas AB, Syzygijs nempè conveniens (cujus quantitas invenietur ac demonſtrabitur *num.* 38.) & centro B deſcribatur Eccentricus GOFY. Per hunc Luna moveatur ſub Zodiaco ſecundùm ordinem Signorum, qui porrigitur ab X verſùs R: Apogeum verò G cum Eccentrico etiam in conſequentia circa Terræ centrum A feratur eâ tarditate, quam determinabimus *num.* 35.

*Fig.* 5.

§. 2. Hæc communia ſunt ſecundæ Hypotheſi cum primâ. Quare hic Prima Lunæ inæqualitas eodem modo ſalvabitur, quo *num.* 13. §. 2. ea ſalvatur in primâ Hypotheſi: forma autem calculi Veri motus Lunæ tempore Syzygiarum, eadem erit quæ Solis tam in ſecundâ Hypotheſi, quàm in primâ.

§. 3. Ut ſatisfiat inæqualitati Secundæ, quam expoſui *num.* 5. Hypotheſis ſic ordinabitur. Centro accepto in diametro KM deſcribe circellum QD, tranſeuntem per B terminum Eccentricitatis minimæ AB, quantitas diametri BC invenietur ac demonſtrabitur *num.* 41. Per hunc circellum moveatur centrum Eccentrici ex B verſùs D, eâ lege ut in parte ſuperiori DCQ in conſequentia, in inferiore QED, quæ Terræ centrum ſpectat, in præcedentia feratur. Duas præterea conditiones hic motus habeat; ut & duplo ſit celerior motu Lunæ à Sole, & centrum Eccentrici in Novilunio ſemper exiſtat in B perigeo circelli. Ita fiet ut, quoniam motus centri Eccentrici per circellum duplo celerior eſt motu Lunæ à Sole, cùm Luna receſſerit à Sole gradibus 90, hoc eſt, cùm attigerit primam Quadraturam, centrum Eccentrici abſolverit gradus 180, adeoque ex B, ubi fuerat in Novilunio, pervenerit in C Apogeum circelli. Fiet rurſum, ut cùm Luna receſſerit à Sole gradibus 180, hoc eſt pervenerit ad Plenilunium, centrum Eccentrici abſolverit gradibus duplo plures, ac proinde ex C per Q redierit in B. Idem continget à Plenilunio ad Quadraturam ſecundam, & ab hac ad Novilunium. Itaque centrum Eccentrici in ☌ & ☍ ſemper erit in B circelli perigeo, in Quadraturâ utraque ſemper in C circelli Apogeo, & intra menſem unum Synodicum bis circellum totum abſolvet centrum Eccentrici.

§. 4. Idem centri motus efficiet, ut Eccentricitas, quæ eſt diſtantia centri Eccentrici ab A centro Terræ, à Novilunio, quando nempe Luna eſt in B, continuè augeatur uſque ad Quadraturam primam, cùm Luna nempe eſt in C; & rurſum à Quadraturâ primâ uſque ad Plenilunium eodem ordine, ſed inverſo, decreſcat, centro Eccentrici deſcendente à C per Q in B. Pari modo quia à Plenilunio uſque ad Quadraturam ſecundam centrum Eccentrici rurſum aſcendit ex B per D in C, iterum Eccentricitas aſſiduè creſcet, & quia à Quadraturâ ſecundâ ad ☌ centrum rurſùs deſcendit ex C per Q in B, iterum eodem ordine (at inverſo) Eccentricitas minuetur.

§. 5. Ex eodem centri motu duplex Apogeum efficitur, Medium & Verum, atque inde enaſcitur centri Proſthaphæreſis Apogeum Verum eſt E punctum, in quo recta FE per Terræ centrum A, & Eccentrici centrum D, vel Q, ducta Eccentrico occurrit. Recta porrò FE, ſeu LI, dicitur linea Apogei veri, & punctum I, in quo ipſa occurrit Zodiaco, eſt Apogei Veri locus in Zodiaco. Apogeum Medium eſt G punctum, in quo occurrit Eccentrico Recta HG, quæ ducta per centrum Eccentrici D vel Q, æquidiſtat diametro KAM, per centra circelli & Terræ tranſeunti. Ipſam autem GH voco lineam Apogei Medij in Eccentrico. Locus Apogei Medij in Eclipticâ eſt punctum K, & linea Apogei Medij in Eclipticâ (quam ſimpliciter deinceps lineam Apogei Medij nominabo) eſt Recta KM per circelli centrum & per A Terræ centrum ducta. *Fig.* 6. 7.

§. 6. Porrò ad motum centri Eccentrici per circellum locus Apogei Veri I continuè mutatur. Quater in menſe (nimirum in ☌ & ☍, hoc eſt in Syzygijs, cùm centrum Ecc. eſt in B; & in □□, hoc eſt in Quadraturis cùm centrum Ecc. eſt in C) Apogeum Medium & Verum coincidunt; tunc enim linea Apogei Veri IL congruit lineæ Apogei Medij KM, ut videre eſt in fig. 5, in qua pro ☌ & ☍ ſitus Eccentrici eſt GZFY, pro Quadraturis ESVH. A *a* Novilunio vel Plenilunio uſque ad tempus, quo centrum Eccentrici pervenit ex B in D, ubi IL linea Apogei Veri tangit circellum, continuè in præcedentia locus Apogei Veri I recedit à loco Apogei Medij K verſùs X. Inde verò uſque Quadraturam, quæ fit centro Ecc. delato in C, locus Apogei Veri ad locum Apogei Medij K accedit continuè in conſequentia. A Quadraturâ *b* autem uſque ad contactum ſecundum in Q, locus Apogei Veri iterum ab Apogei Medij loco K recedit, ſed in conſequentia verſùs R: atque inde uſque ad Novilunium vel Plenilunium, quod fit centro Ecc. redeunte in B,

a *Fig* 6.
b *Fig* 7.

rurſum accedit, ſed in præcedentia. Itaque Veri Apogei locus I à contactu primo D per C uſque ad contactum ſecundum in Q, movetur in conſequentia, a contactu autem ſecundo Q per B, uſque ad contactum D primum, in antecedentia; abſolviturque reciprocus ille Apogei Veri motus ſpatio dimidij menſis Synodici. Non abſolvit hic motus umquam circulum integrum in Zodiaco, ſed per 13 tantùm gradus ab Apogei Medij loco K utrimque recedendo reciprocatur.

§. 7. Poſtremò ad motum centri Eccentrici, quem accidentia jam expoſita conſequuntur, adjungatur æqualis motus Apogei Medij, ſeu lineæ Apogei Medij A K in conſequentia circa Terræ centrum A: quo motu oſtendam c infra locum Apogei Medij K quotidie versùs R prorepere grad. 0. 6'. 41''. 4'''. 48'''': totum verò Zodiacum abſolvere annis Ægyptijs 8, diebus 311. horis 5. 36. Cùm linea Apogei Medij A K M, pariter ſenſim promoveri intelligatur totus Eccentricus unà cum lineâ Apogei Veri I E F L: quamvis huic motui illa ſuo motu reciproco, quem expoſui §. 6. intra menſem bis adverſetur, & bis tantundem faveat.

c *Num. 35.*

## NUMERUS XVII.

### *Definitiones ad Secundam Hypotheſim pertinentes.*

*Fig. 6. 7.*

ZOdiacus ſit X K M, ejus & Terræ centrum A, per quod ſit diameter K M. In hac à Terræ centro ſumpta ſit A B, repræſentans minimam Eccentricitatem, & A C maximam, ambæ poſtmodo a reperiendæ. Circa B C Eccentricitatum differentiam deſcriptus ſit circellus B D C Q. Per hunc, ut dixi *num.* 16. §. 3. movetur centrum Eccentrici motu duplicato Lunæ à Sole. Sit ex. gr. centrum Eccentrici in Q, vel D, Eccentricus ipſe in hoc ſitu ſit E Z H, & Lunæ centrum exiſtat in O. Linea r Anomaliſtica ſit Q O, vel D O. Linea loci Veri Lunæ ſit A O P: locus Lunæ Verus P: linea motus Medij A N; locus Lunæ Medius N. Initium ♈ eſto in X. Motus Lunæ Verus ſit X K P, Motus Solis Medius X ☉ T. His partim ex numero præcedenti, partim ex definitionibus *lib.* 1. *num.* 24. ſuppoſitis, ſit definitio.

a *Num. 38. & 41.*

r *Vide definitiones num. 24. & lib. 1.*

1. *Anomalia centri Lunæ* eſt motus Æqualis centri Eccentrici per circellum ex B versùs D, duplo celerior motu Medio Lunæ à Sole, & numerationis initium habens in B termino Eccentricitatis minimæ.

*Anomalia centri Lunæ ad datum momentum* eſt arcus circelli B D in fig. 6. vel B D Q in fig. 7, à circelli Perigeo B versùs D, uſque ad centrum Eccentrici D, vel Q, numeratus: quæ ſemper (ut jam dixi) eſt duplicata Longitudinis Lunæ à Sole.

2. *Linea Apogei Veri* eſt recta E F tranſiens per D, vel Q, Eccentrici & A Terræ centra.

3. *Apogeum Verum* eſt E, *Perigeum Verum*, F.

4. *Loca Veri Apogei & Perigei in Zodiaco* ſunt puncta I & L, in quibus linea Apogei Veri E F Zodiaco occurrit.

5. *Linea Apogei Medij* eſt diameter Zodiaci K A M, in quâ exiſtit centrum circelli.

6. *Loca Apogei & Perigei Medij in Zodiaco* ſunt puncta K, M, in quibus linea Apogei Medij Zodiaco occurrit.

7. *Linea Apogei Medij in Eccentrico* eſt G H, parallela ad lineam Apogei Medij K M, & tranſiens per centrum Eccentrici Q, vel D.

Quamvis cùm nomino lineam Apogei Medij ſine addito, ſemper intelligam K M: nihilominus etiam ipſi parallelam G H voco lineam Apogei Medij, ſed in Eccentrico, eò quòd arcus K I, G E, ſimiles ſint, & anguli K A I, G D E, vel G Q E, qui (ut mox dicam) ſunt Æquatio centri, æquales ſint. Cùm enim G D, K A æquidiſtent, erunt anguli K A I, G D E per 27. 1. inter ſe æquales. Ergo per *coroll.* 2. *prop.* 33. *lib.* 6, arcus K I, G E ſimiles ſunt.

8. Medium Apogeum & Perigeum in Eccentrico ſunt puncta G, H, in quibus linea Apogei Medij in Eccentrico, ſecat Eccentricum.

9. *Æquatio* ſeu *Proſthaphæreſis centri* eſt angulus K A I, à lineis Apogei Medij & Veri comprehenſus: ſive arcus Zodiaci K I à dictis lineis interceptus: vel in Eccentrico eſt angulus G D E, G Q E, ſive arcus E G.

10. *Eccentricitas temporanea* eſt, D A, vel Q A mutabilis diſtantia centri Eccentrici à centro Terræ A: eſt ſemper major minimâ A B, & minor minimâ A C, & ad motum centri per circellum aſſiduè minuitur augeturve.

11. *Anomalia Media Orbis Lunæ*, eſt Æqualis Lunæ motus per Eccentricum, numeratus à G Apogeo Medio in Eccentrico, uſque ad Lunam in O: nempè arcus G Z O.

Vel ad Zodiacum referendo, *Anomalia Media Orbis Lunæ* eſt arcus Zodiaci K R N à linea K A Apogei Medij uſque ad A N lineam motus Medij numeratus.

12. Anomalia orbis Lunæ Vera, ſeu coæquata eſt arcus Eccentrici E Z O, ab Apogeo Vero E uſque Lunam in O.

Vel referendo ad Zodiacum, *Anomalia orbis Vera*, ſeu *coæquata* eſt arcus Zodiaci I R N, à loco Apogei Veri I uſque ad locum Lunæ Medium N numeratus.

*Ut igitur habeatur Anomalia orbis coæquata I R N, ſi Luna tendat à ☌. vel ☍ ad □ adeoque centrum Eccentrici aſcendat ex B per D in C, ut in fig. 6, Æquatio centri I K addenda eſt ad Anomaliam orbis Mediam K R N. At ſi Luna tendat a □ ad ☍ vel ☌, ac proinde centrum Eccentrici deſcendat ex C per Q in B, ut in fig. 7, Æquatio centri I K auferri debet ab Anomaliâ orbis Mediâ K R N, ut habeatur Anomalia orbis coæquata I R N.*

13. *Æquatio*, ſeu *Proſthaphæreſis orbis Lunæ*, eſt angulus A O D, vel A O Q, comprehenſus a rectis, ab A centro Terræ, & Q, vel D centro Eccentrici ductis ad O centrum Lunæ.

Sive ad Zodiacum referendo, *Æquatio orbis Lunæ*, eſt arcus Zodiaci P N, inter locum Lunæ Verum P, & Medium N interjectus. *Vide propr. 6. num.* 25. *lib.* 1.

Æquationem maximam contingere in tranſitibus Medijs oſtenſum eſt *propr.* 8. *num.* 25. *lib.* 1. Verùm quia Eccentricitas Lunæ cum ætate Lunæ a augetur aſſiduè mutaturque, hinc fit, ut cùm Luna eſt in tranſitu Medio modò major ejus Eccentricitas ſit, modò minor, ac proinde etiam Æquatio maxima modò major ſit, modò minor; omnium verò maxima, cùm Luna exiſtens in tranſitu Medio, ſimul eſt in Quadraturâ cum Sole, eò quòd Eccentricitas in Quadr. ſit maxima. Atque hac de cauſa Æquatio maxima Lunæ in Quadraturis C P A (*vide fig.* 4.) dicitur Maxima maximarum.

a *Num. 16. §. 4.*

14. *Anomalia orbis Lunæ completa*, ſeu *ultimo coæquata*, eſt arcus Zodiaci I R P, à loco Apogei Veri I uſque ad locum Verum Lunæ P numeratus.

*Quare*

*Quare ut habeatur Anomalia orbis completa, I R P, ſi Luna eſt in primo Anomaliæ ſemicirculo E Z F, ab Anomalia orbis coæquatâ K R N auferri debet Æquatio orbis N P, in ſecundo autem ſemicirculo (ut in fig. 6.) N P Æquatio orbis ad Anomaliam orbis coæquatam I R N eſt addenda; ut dabeatur Anomalia orbis completa I R P.*

Hæ definitiones hactenùs expreſſæ in *figuris* 6 & 7, quæ inſerviunt Lunæ extra Syzygias & Quadraturas poſitæ, referri etiam debent ad *figuram* 5. quæ inſervit Lunæ exiſtenti in Syzygijs.

## NUMERUS XVIII.

### *Forma calculi Geometrici motus Veri Lunæ in hac Hypotheſi.*

FOrma calculi juxta Hypotheſim primam expoſita eſt *num.* 14. §. 2. Quomodo procedatur in hac Hypotheſi ſecundâ, ut ejus à priori diverſitas meliùs innoteſcat, hîc paucis adjungam.

Ad datum tempus quærantur, motus Medius Lunæ X K R N, motus Medius Solis X ☉ T, motus æqualis Apogei Medij X K. Aufer motum Medium Solis X ☉ T à motu Medio Lunæ X K R N: habebis T R N, vel T Φ N motum Medium Lunæ à Sole: vel contra, ſi Solis eſſet major: Aufer X K motum Apogei Medij ab X K R N motu Lunæ Medio: habebis Anomaliam orbis Mediam K R N, ᵃ ſeu G Z O.

a *Defin.* 11. *num.* 17.

Duplica motum Lunæ Medium à Sole T R N, ſeu T Φ N, qui in circello numeratus à B versùs D, dabit Anomaliam centri B D C Q *in fig.* 7. B D *in fig.* 6. Per hunc inveni Æquationem centri K A I, ſive K I vel G E, & Eccentricitatem temporaneam A Q, vel A D. Æquatio centri dempta vel addita Anomaliæ orbis Mediæ K R N, ſeu G Z O, dabit Anomaliam orbis coæquatam I R N, ſeu E Z O.

Ex temporaneâ Eccentricitate A Q, vel A D, & Anomaliâ orbis coæquatâ E Z O jam notis, reperiatur Æquatio orbis ᵇ A O Q, vel A O D, ſive N P Anomaliæ coæquatæ E Z O debita. Hæc Medio Lunæ motui X K R N ſubtracta vel addita, dabit motum Lunæ Verum X K R P.

b *Defin.* 13. *num.* 17.

Quæ jam quæri & inveniri juſſimus, reperientur omnia Geometricè ſuis locis infrà. Hîc ſolam calculi formam repræſentavimus, quò Hypotheſeos natura meliùs intelligeretur.

## NUMERUS XIX.

### *Secunda Hypotheſis meliùs Phænomena ſalvat, quàm Prima.*

§. 1. SEcunda Hypotheſis Lunæ hactenùs expoſita, non tantùm omnia Phænomena ſalvat, quæ prima *num.* 14. ſed etiam ea, quæ ſalvare prima non poteſt. Habet enim ſecunda eadem omnia, quæ prima, & prætereà aliud, quo prima caret. Obſervatum eſt *num.* 5. §. 8. extra Syzygias ſæpè minorem reperiri differentiam motus Lunæ Veri & Medij, quàm reperiretur, ſi fingeremus in idem ᵃ illud tempus Syzygias incidiſſe. Demonſtravi autem *num.* 15. ſi dato temporis momento Luna ſit extra Syzygias, Veri ac Medij motus differentiam juxta primam Hypotheſim ſemper eſſe majorem, quàm reperiretur, ſi eodem illo tempore dato Syzygiæ contingerent. Repugnat igitur huic obſervationi prima Hypotheſis. Inde verò præcipuè demonſtratio ducebatur, quòd in Hypotheſi primâ oſtenderetur eandem ſemper reperiri Anomaliam Lunæ, ſive ea in Syzygijs, ſive extra Syzygias eſſet. At in ſecunda Hypotheſi, quia (ut *num.* 16. §. 6, expoſui) centrum Eccentrici per circellum fertur, habetur Apogeum duplex, Medium ſcilicet, quod motu æquali & lento in conſequentia movetur, & Verum, quod ultra citràque Medium modò in antecedentia, modò in conſequentia libratur, quo motu reciproco Anomalia orbis Vera aſſiduè augetur vel diminuitur. Unde fit ut in ſecundâ Hypotheſi Phænomeno ſupradicto ſatisfiat: quod ſic demonſtro.

a *Num.* 5. §. 4.

§. 2. Zodiacus ſit X R M; ejus ac Terræ centrum A; diameter K M; Eccentricitas minima A B, maxima A C, circellus B D C O; centrum Eccentrici in B; nempè in Syzygijs, & Eccentricus ipſe in G Q H; linea Apogei Medij G H, ſive K M, à quâ in Syzygijs linea Apogei Veri ᵒ non differt; Principium ♈ in X. His poſitis ad datum tempus ſit motus Lunæ Medius X R, qui ſemper idem reperietur, ſive dato tempore Luna ſit in Syzygijs, ſive extra eas. Jam motus Medij linea ſit A R. Quæratur deinde Anomalia Lunæ ita, ac ſi tum Syzygiæ contingerent; hoc eſt: quæratur Anomalia Lunæ eâ methodo, quâ ea quæritur in Syzygijs. Methodus autem pro Syzygijs hæc eſt: Quæritur ad datum tempus motus Æqualis Apogei X K, qui ablatus à motu Lunæ Medio X R, exhibet Anomaliam Lunæ K R ad datum tempus, quæ numerata in Eccentrico ſit G P. Quia porrò in Syzygijs nulla eſt diſtinctio ᵐ Apogei Veri & Medij, nulla etiam Anomaliæ Veræ & Mediæ diſtinctio erit. Ponamus autem Anomaliam ſic inventam, eſſe minorem gradibus 90, qualis eſt G P, vel majorem gradibus 270, & ducatur ex B, ubi propter Syzygias jam ponitur eſſe centrum Eccentrici, recta B P. Hæc erit parallela ad A R; cùm enim arcus G P, K R ſimiles ſint, erit angulus P B G par angulo R A K, ideoque P B æquidiſtat A R. Ducatur item ad P ex A centro Terræ Recta A P, ut fiat angulus A P B, qui erit Æquatio ad datum tempus debita Lunæ, ſupponendo eam tunc eſſe in Syzygijs. Quoniam verò Anomalia G P ponitur eſſe minor gradibus 90, angulus P B G acutus eſt, ac proinde P B circellum ſecat ex. gr. in M. *per.* 16. 3.

*Fig.* 89.

o *Per* §. 6. *num.* 16.

m *Per* §. 6. *num.* 16.

Jam quia Luna dato tempore non erat in Syzygijs, ſed ita proceſſum fuit, ac ſi tum in Syzygijs fuiſſet, ponamus modò eam dato illo tempore talem habuiſſe ætatem ſive elongationem à Sole, quæ duplicata, & ſic ex B versùs D in circello numerata, finiatur in O infra punctum M, in quo B P circellum ſecat, ut in *fig.* 8; vel in ipſo puncto M, ut in *fig.* 9. Igitur tum centrum Eccentrici erit in O, ut patet ex *num.* 16. §. 3, & Eccentricus ipſe erit in E L V; ductâque per A & O recta Y E O A V erit linea ᵃ Apogei Veri. Igitur jam Anomalia ᵇ Lunæ Vera ad datum tempus eſt Y R minor priore K R, quæ ad idem datum tempus fuerat reperta, fingendo Lunam tum in Syzygijs eſſe. Ex puncto O ducatur O N parallela ad A R: erit hæc *in fig.* 8. etiam parallela ad B P, quia ipſas A R, B P, oſtendi ſupra eſſe parallelas. In *fig.* 9. Rectæ O N, B P coincidunt. Erunt ergo ad centra O, A, anguli ᵈ N O E, R A Y æquales, adeoque arcus N E, R Y ſimiles ᵉ ſunt. Quare cùm arcum Y R jam oſtenderim eſſe Anomaliam Lunæ Veram, in Zodiaco numeratam, Lunæ extra Syzygias competentem ad datum tempus,

a *Defin.* 2. *num.* 17.
b *Defin.* 12. *nu.* 17.

d *Per* 27. 1.
e *Per cor.* 2. *prop.* 33. *lib.* 6.

etiam

Digitized by Google

etiam arcus EN ea ipſa Anomalia erit in Eccentrico. Quare ductâ rectâ AN, angulus ANO erit Æquatio *b* ad datum tempus debita Lunæ extra Syzygias poſitæ, in diſtantiâ à Sole ſuprà determinatâ. Recta autem ON parallela ad BMP; *in fig.* 8. neceſſariò ſecat Rectam AP in I, eò quòd punctum O ſit infra M.

*b Defin. 13. num. 17.*

*Fig.* 8. Reliquum eſt ut oſtendam Æquationem N, ſive ANO minorem eſſe Æquatione P, ſive APB. Oſtendi ſuprà parallelas eſſe ON, BP. Quare angulus P æqualis *f* eſt angulo AIO. Sed externus AIO major *g* eſt quàm internus N. Ergo etiam P major eſt, quàm N. In *fig.* 9. id faciliùs adhuc oſtenditur; iſthic enim angulus APB immediatè *per* 32. 1. eſt major angulo N. Igitur ad datum tempus Æquatio ANO, hoc eſt differentia motus Veri à Medio, extra Syzygias hic minor eſt Æquatione APB, ſeu differentiâ motus Veri à Medio, quæ collecta fuit fingendo Lunam tempore dato in Syzygijs fuiſſe. Quod erat demonſtrandum.

*f Per* 27. 1.
*g Per* 32. 1.

In ſchemate 10. Æquatio ANO extra Syzygias major eſt Æquatione APB, quæ ad idem tempus conveniret Lunæ in Fictis Syzygijs. Demonſtratio ex dictis facilè colligetur.

In ſchemate autem 11, exhibetur caſus quo Æquatio Lunaris, ſive differentia motus Veri à Medio æqualis eſt æquationi, quæ debetur Lunæ in Fictis eodem tempore Syzygijs: quod ſic demonſtro.

*Fig.* 11. Suppoſitis ijs quæ in demonſtratione ſuperiori ſunt vel poſita, vel demonſtrata, Anomalia conveniens Lunæ, ſi dato tempore eſſent Syzygiæ, reperta ſit GP, Æquatio eidem tum debita, erit APB. Ducatur ex A per P Recta infinita AZ, ſitque Lunæ ea ætas, ſeu elongatio à Sole, ut exiſtat centrum Eccentrici ſupra M in tali puncto circelli, putà in O, ut recta ON jungens centrum O, cum puncto N, in quo Eccentricus ſecat infinitam APZ ſit parallela ad BP. Ex demonſtratis ſuprà patet EN eſſe Anomaliam Veram, & ANO Proſthaphæreſim, quæ ad datum tempus conveniunt Lunæ, ætatem hîc determinatam habenti. Atqui ob parallelas ON, BP, Æquationes *o* ANO, APB æquales ſunt. Ergò hoc caſu eadem eſt Æquatio extra Syzygias, quæ foret, ſi in idem tempus fingamus Syzygias incidiſſe. Quod erat demonſtrandum.

*o Per* 27. 1.

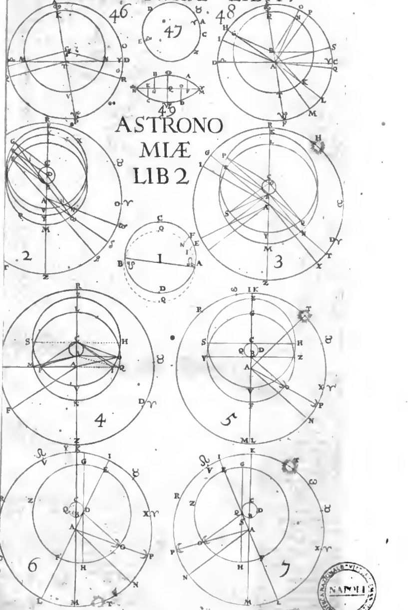
§. 3. Ex hactenus demonſtratis apparet per ſecundam Hypotheſim ſalvari poſſe Phœnomena *num.* 5. §. 8. propoſita, quæ prima non tantùm non ſalvabat, ſed etiam evertebat, ut *num.* 15. oſtendi. Neque verò, quod nimis longum foret, caſus ſeorſim ſingulos opus eſt demonſtrare. Non enim eget hæc Hypotheſis Regulis additionis & ſubtractionis *num.* 5. §. 7. recenſitis, cùm ad inveniendum Lunæ Verum locum non diſtinguat inter Æquationem Primam & Secundam, ſed Æquationem unam totalem adhibeat toti Eccentricitati temporaneæ ex. gr. AO, tanquam baſi inſiſtentem, quam Anomalia, propter centri Proſthaphæreſim, modò major, modò minor, jam auget, jam diminuit.

## *Scholium.*

*Ricciolus Almageſti ſui lib.* 4. *cap.* 28 *negat ullis ſe Hypotheſibus hactenus excogitatis, quas fuse & accuratè cap.* 25. 26. 27 *expoſuerat, acquieſcere. In quo illi, quod ad pleraſque eorum attinet, libenter aſſentior. Nam, ut à Ptolomæo incipiam, juxta ejus Hypotheſim diſtantia Lunæ à Terrâ in Perigeo duplo major eſt quàm in Apogeo, quod planè obſervationibus repugnat. Copernici & Tychonis duplex Epicyclus in nimis implexos ſibiq; contrarios motus Lunam diſtorquent. Et omnibus Epicyclis, hoc eſt commune incommodum, quod non eandem ſemper faciem nobis Luna obverteret, contra obſervationem ocularem perpetuam. Evadi quidem poteſt hoc incommodum, ſi Lunæ vertiginem menſtruam circa ſuum centrum in partes contrarias tribuamus, ſed ita motus ſine neceſſitate multiplicantur. Kepplerus & Bullialdus Lunam per Ellipſim movent: ſed realis motuum Lunæ æqualitas meliùs per circulos quàm per Ellipſes ſalvatur; & motus circularis Elliptico ſimplicior, ideoq; potior eſt. Longè tamen meliùs Ellipticam Hypotheſim Bullialdus, quàm Kepplerus diſpoſuit, qui porùm fundatis ſubtilitatibus vel potiùs figmentis inanibus, ſuas Hypotheſes nequidquam ſtabilire conatus eſt. Sanè dum, Ptolomæum in hoc ſecutus, Eccentricitatem eandem perpetuò retinet maximam Lunæ apogeæ in Quadraturis diſtantiam negat majorem eſſe quàm in Syzygijs, contra obſervationes parallaxium evidentes, ut* [a] *infrà oſtendetur. Quo eodem vitio etiam Rheitæ* *a Lib.* 3. *num.* 10.
*Hypotheſis laborat. Omnibus jam recenſitis incommodis ſe expediunt qui cum Magino & Lansbergio utuntur Eccentrico cum Eccentricitate maximâ in Quadraturis, & minimâ in Copulis, circa differentiam utriuſque deſcripto circello per quem Eccentrici centrum motu duplicato Lunæ à Sole deferatur. Hanc Hypotheſim amplexus ſum, & expoſui num.* 16. 17. 18. 19; *eamq; fatetur Ricciolus & omnium ſimpliciſſimam eſſe, & Phænomenis ſatisfacere: hoc tamen illi diſplicet, quòd æquales motus Planetæ circa fictitium quoddam punctum, ab Univerſi centro diverſum, inſtituantur; cujus nulla appareat prærogativa vel dignitas, ut ipſum præ quovis alio reſpiciatur. Verùm hæc ratio, ſiquid probat: tantùm valet contra aſſertionem abſolutam, nihil autem adversùs Hypotheſim, quæ (ut ex ipsâ vocis Etymologiâ patet) tum bona eſt, ſi eâ ſuppoſitâ Phænomenis ſatisfiat. Quamquam ne contra ipſam quidem abſolutè aſſertam hoc argumentum magnoperè facit, cùm plurima ſint in hoc Univerſo ita diſpoſita, ut eorum non alia ratio dari poſſit, quàm voluntas Conditoris. Cur enim tot ſtellæ & non plures? cur Sol eâ magnitudine eſt, & non majori? cur circa hunc axem potiùs cælum volvitur, quàm circa alium? cur mundus non eſt decuplo aut centies majòr quàm modò ſit? Quemadmodum igitur non debet horum ratio aſſignari; ita neque debet ratio dari, cur pro centro Æqualium Lunæ motuum hoc punctum potiùs, quàm aliud fuerit aſſumptum. Quare nihil eſt, cur non etiam abſolutè ea motuum forma teneri poſſit. Nobis tamen*

satis

# ASTRONOMIÆ LIB. I.




NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

*ſatis erit eam accipere ut Hypotheſim; quæ, ut talis, cum ipſo aſſentiente Ricciolo & Phænomenis ſatisfaciat, & omnium ſimpliciſſima ſit, eam meritò cæteris Hypotheſibus præferendam judicamus. Tandem enumeratis confutatiſque cæteris ſuam adfert Ricciolus, quam confictam vocat, ſpondens ſe tomo 3. Almageſti accuratiorem formam daturum. Ea porrò, quam modò lib. 4. cap. 28 dedit, expoſita à nobis eſt num. 13. 14. 15. & hoc ferè uno à jam laudatâ differt, quod Æquatione centri careat quâ deſtituta abſolutè quidem ſimpliciſſima omnium evadit; ſed Phænomenis, ut num. 15 demonſtravi, ſatisfacere non poteſt.*

## CAPUT III.

### A fundamentis traditur quo artificio Motus Lunæ Æquales inveniantur.

### NUMERUS XX.

*Definitiones ad ſequentia.*

NE uſquam ſtudioſi hæreant, explicationem terminorum nonnullorum, quas partim jam, ut res tulit, explicavimus & uſurpavimus, partim uſurpaturi deinceps ſumus, viſum eſt hîc unum in locum colligere. Supponimus autem hîc, definitiones *lib.* 1. *num.* 24, & definitiones *libri* 2. *num.* 17.

1. Sol, & Luna ſolent ab Aſtronomis *Luminaria* appellari.

2. *Novilunium*, & *Conjunctio*, *Copula*, *Synodus Luminarium* idem ſignificant: ejus ſignum eſt ☌.

Similiter *Plenilunium*, & *Oppoſitio Luminarium* eadem ſunt: ejus ſignum eſt ☍.

*Syzygia* ſignificat ☌ vel ☍, hoc eſt tam ☌ quàm ☍. Vox *Syzygia* (uti & *Copula*) ſignificat ☌ & ☍.

Fig. 12. 3. Signum Quadraturæ eſt □. Signum Quadraturarum eſt □□.

4. *Linea Synodica* eſt Recta APQ per Solis, & Terræ centra tranſiens, ſive eſt linea Veri loci Solis. *Linea Verarum Syzygiarum*, eſt ipſa linea Synodica APQ, producta in partem alteram verſus T.

5. *Planum Verarum Syzygiarum*, eſt circulus per Polos Zodiaci, & lineam Verarum Syzygiarum tranſiens.

Quare cùm in lineâ APQ Verarum Syzygiarum ſint centrum Terræ A, centrum P Solis, Verus locus Solis Q; manifeſtum eſt planum Syzygiarum Verarum tranſire per Polos Zodiaci, centrum Terræ, centrum Solis, locum Verum Solis.

6. *Vera Conjunctio Luminarium*, ſive *Verum Novilunium* eſt, cùm O centrum Lunæ ac proinde & locus Lunæ Verus, eſt in plano Verarum Syzygiarum inter Solem, & Terræ centrum, ſive cùm motus Veri in Longitudinem GQ, Lunæ & Solis ab ♈ initio, ſunt ijdem, ſeu æquales; tunc enim loca Vera Solis & Lunæ erunt in eodem plano Syzygiarum, in eodem nempè Longitudinis circulo.

Igitur in Vero ☌ lineæ Veri motus Solis & Lunæ, ſunt in uno plano ejuſdem circuli Longitudinis *a*.

*a Defin. 31. num. 1. lib. 1.* 7. *Oppoſitio Vera Luminarium*, ſive *Plenilunium Verum* eſt, cùm B centrum, adeoque & D Verus locus Lunæ, eſt in parte oppoſitâ plani (ECAD) Verarum Syzygiarum, ſive cùm Longitudo Lunæ GD differt à Longitudine Solis GQE gradibus 180.

In Vero igitur ☍ lineæ Veri motus Solis & Lunæ ACE, ABD, ſunt in uno plano Longitudinis.

8. *Luminarium Conjunctio*, vel *Oppoſitio vera*, & *Centralis* eſt, cùm centrum Lunæ non ſolùm eſt in plano, ſed etiam in lineâ Verarum Syzygiarum.

In ☌ igitur Vero centrali lineæ Veri motus Solis & Lunæ, una ſunt eademque Recta AOPQ: In Vero autem ☍ centrali ſibi mutuo ſunt indirectum, ut ACE, ABD.

9. Centralis vocatur, quia tunc centra Terræ, Lunæ, Solis, loca inſuper Vera Lunæ ac Solis, ſunt in eadem Rectâ. *Fig. 13.*

10. *Linea Mediarum Syzygiarum* eſt Recta AGI per Terræ centrum, & Solis locum Medium G tranſiens.

11. *Planum Syzygiarum Mediarum* eſt circulus per Polos Zodiaci, & AG lineam *b* motus Medij Solis tranſiens. *b Vide def. 14. lib. 1. num 24.*

Quare cùm in AG lineâ motus Medij Solis exiſtant centrum Mundi A, & locus Solis Medius G, liquet planum Mediarum Syzygiarum tranſire per Polos Zodiaci, centrum Terræ, ſeu mundi, locum Solis Medium.

12. *Conjunctio Luminarium Media*, ſive *Novilunium Medium* ſit, cùm locus Lunæ Medius eſt in AG plano Mediarum Syzygiarum: ſive cùm motus Medij SG Solis ac Lunæ in Longitudinem æquales, ſeu ijdem ſunt.

Igitur in ☌ Medio parallelæ motus Medij Solis ac Lunæ ſunt in uno plano ejuſdem circuli Longitudinis, eaſque refert Recta AG.

13. *Oppoſitio Media Luminarium*, ſive *Medium Plenilunium* eſt, cùm I Medius locus Lunæ eſt in parte oppoſitâ plani Mediarum Syzygiarum AGI; ſive cum SRI longitudo Media Lunæ differt ab SG Solis Longitudine Mediâ gradus 180. *Fig. 14.*

Liquet igitur in Medio ☍ lineas Mediorum motuum Solis & Lunæ AG, AI, eſſe in uno plano ejuſdem circuli Longitudinis.

14. *Luminarium Conjunctio*, vel *oppoſitio Media Centralis* eſt, cùm locus Lunæ Medius eſt non ſolùm in plano, ſed etiam in lineâ Mediarum Syzygiarum. *Fig. 13. 14.*

Igitur in Medio ☍ Centrali lineæ AI, AG Mediorum motuum Lunæ, & Solis non tantùm ſunt in uno plano, ſed etiam unam Rectam ad oppoſitas centri partes conficiunt AGI, ut in *fig.* 14: at in Medio ☌ (*vide fig.* 13) parallela Medij motus Solis ac Lunæ eſt una eademque Recta AG.

15. Eclipſis Vera eſt quæ ſit in Vero vel ☌ vel ☍.

16. Eclipſis Media dicitur accidere in Medio ☌ vel ☍.

17. Eclipſem Veram ad Mediam reducere eſt ☌ aut ☍ Verum Eclipticum reducere ad Medium.

18. *Menſis Periodicus Verus*, eſt revolutio Veri loci Lunæ ab aliquo Zodiaci puncto ad idem punctum. Punctum verò, à quo numerandi initium ducitur, aſſumi ſolet initium ♈.

19. Menſes Veri Periodici ſenſibiliter inæquales ſunt, ut patet ex *num.* 3. §. 2. & demonſtrari poteſt eodem modo, quo *lib.* 1. *num.* 48 demonſtravi annos Solares Veros eſſe inſenſibiliter inæquales.

20. *Menſis Periodicus Medius*, eſt revolutio loci Medij, Lunæ ab aliquo puncto Zodiaci ad idem punctum.

Menſes Periodici Medij omnes æquales ſunt, quia

quia per *propr.* 2. *num.* 25. *lib.* 1. locus Medius ſemper æqualiter per Zodiacum movetur.

21. *Menſis Synodicus Verus*, ſive *Lunatio Vera*, eſt tempus ab uno Novilunio Vero ad aliud, vel ab uno Vero Plenilunio ad aliud.

Menſes Synodicos Veros eſſe inæquales patet ex *num.* 3. §. 4.

22. *Menſis Synodicus Medius*, ſive *Lunatio Media*, eſt tempus ab uno Novilunio Medio ad aliud, vel ab uno Plenilunio Medio ad aliud.

Medij menſes Synodici omnes inter ſe æquales ſunt: cùm enim linea motus Medij Lunæ *m* æquali motu feratur, itemque linea Medij motus Solis *o* æquali (ſed tardiori) feratur motu, unde fit, ut quanto tempore opus fuit ut parallela motus Medij hoc menſe aſſequeretur parallelam Medij motus Solis, tanto præcisè eandem aſſequatur menſe alio.

*m Per propr. 5. num. 25. lib. 1.*
*o Per eand.*

23. *Menſis Anomolaſticus*, ſive *una revolutio vel reſtitutio Anomaliæ*, eſt revolutio Lunæ ab uno Eccentrici puncto ad idem punctum. Ita fit enim, ut Luna eundem ſitum habeat reſpectu Apogei in fine revolutionis, quem in principio.

Menſes tam Anomaliæ quàm Synodicus ſunt longiores Periodico, quia tam Apogeum, quàm Sol, moventur in eaſdem partes, in quas Luna: unde fit ut Luna ab Apogeo vel Sole digrediens, eadem Zodiaco jam abſoluto, hoc eſt finito menſe Periodico, nondum ſit aſſecuta.

*Fig. 6.* 24. Poſtremò benè Tyrones diſtinguant inter motum Anomaliæ, & Medium: in Lunâ ſiquidem major eſt hujus diſtinctionis neceſſitas quàm in Sole, quòd in Lunâ motus Anomaliæ ſenſibiliter tardior ſit motu Medio. Recolant igitur *defin.* 19. & 20. *num.* 24. *lib.* 1. Legant item *proprietatem* 3. *num.* 25. *ejuſd. lib.* & notent motum Anomaliæ in Zodiaco computatum à motu Medio ſolùm differre ratione termini, ſeu principij, à quo numeratur. Ponamus exempli gratiâ locum Apogei in Zodiaco eſſe K, & Lunam motu Medio 20 dierum ſpatio percurriſſe arcum K R N, atque interim Apogeum proceſſiſſe ex K in Y. Motus Medius dierum 20 eſt arcus K R N, motus Anomaliæ dierum 20 eſt arcus Y R N. Itaque motus Medius eò tantùm differt à motu Anomaliæ, quòd hic numeretur à puncto Mobili, ab ipſo nimirum Apogeo, quòd fertur in eaſdem partes, in quas Luna; ille verò à Zodiaci puncto ſtabili ex. gr. K; atque inde etiam fit, ut motus Medius conveniens dato cuipiam temporis intervallo, ſemper exiſtat major motu Anomaliæ, qui eidem temporis intervallo debetur; componitur enim ex motu Anomaliæ & ex motu Apogei.

*Fig. 7.* Pari modo oportebit diſtinguere inter Lunæ motum Medium, & motum Medium Lunæ à Sole: differunt enim etiam illi ratione principij à quo numerantur; nam prior (ut dixi ſuprà) à quovis Zodiaci puncto ſed immobili alter à mobili, nempè à loco Solis numeratur. Ponamus ante dies 14 Conjunctionem Mediam Lunæ cum Solis accidiſſe in ω, illis verò diebus 14, locum Solis Medium proceſſiſſe ex ω in T, Medium verò locum Lunæ ex ω per I in N. Medius motus Lunæ dierum 14 eſt arcus ω I N, Medius motus Lunæ à Sole dierum 14, eſt arcus T I N. Itaque tres illi motus Æquales, ſeu uniformes, nimirum Medius motus Lunæ, motus Anomaliæ Lunæ, Medius motus Lunæ à Sole, prout ad Zodiacum referuntur, ſolummodò differunt penes terminum *à quo*, qui in Medio motu ſtabilis eſt, in reliquis duobus mobilis.

25. Communi vocabulo motuum Æqualium Lunæ intelliguntur Medius motus Lunæ, Medius motus Lunæ a Sole, motus Anomaliæ.

## NUMERUS XXI.

### *Demonſtratur curſus Lunaris tota inæqualitas prima, quam nempè Luna ſubit in ☌ & ☍.*

De modis obſervandi primam Lunæ inæqualitatem egi *num.* 3. ſed Lunari Hypotheſi jam conſtitutâ, eadem erit hoc loco accuratiùs exponenda.

Zodiacus eſto Q G I S, ejuſque centrum A; Eccentricus, ſeu Anomaliæ circulus, ſit O C R D, ejuſque centrum B: Eccentricitas A B, nempè minima, qualis eſt in Syzygijs: linea Apogei Q O B A R S. Per B centrum ducatur C D, perpendicularis ad O R. Ita circulus Anomaliæ diviſus erit in quatuor quadrantes, quorum primus eſt O C, ſecundus C R, tertius R D, quartus D O. Ducantur præterea per C & D Rectæ A C E, A D F, & per A Zodiaci centrum Recta G P A M I, perpendicularis ad Q S; quæ proinde erit parallela ad C B D. His ita conſtitutis, ſi Luna ſit in Apogeo O, vel Perigeo R, loca ejus Vera erunt Q vel S, nullâ exiſtente differentiâ inter locum Verum, & Medium. Cùm verò exiſtet Luna in C vel D, loca ejus Vera erunt E, F; Lunæ motus Medij erunt A G, A I, loca Media G, I; Æquationes, ſeu Proſthaphæreſes A C B, A D B, ſive G E, I F, quæ licet non ſint maximæ (illæ enim contingunt ad puncta Anomaliæ P, M, ut oſtendi *lib.* 1. *num.* 25. *propr.* 8.) ſunt tamen maximis proximè æquales. Ex his jam apparebit quanta poſſit inæqualitas eſſe Verorum motuum Lunæ, æquali tempore factorum. *Fig. 19.*

§. 1. Motus Verus, qui reſpondet Anomaliæ Quadranti primo O C, vel quarto D O, deficit à motu Vero, qui reſpondet Quadranti tertio R D, vel ſecundo C R, ferè duplò Æquationis maximæ Syzygialis, hoc eſt gradibus ferè 10. Cùm enim Lunæ exiſtentis in O & C, loca Vera ſint Q & E, quo tempore Luna Æquali motu percurrit Anomaliæ Quadrantem O C, eodem apparet in Zodiaco percurrere arcum Q E. Unde primo Anomaliæ Quadranti O C, reſpondet motus Verus Q E. Pari modo oſtendam Quadranti tertio Anomaliæ R D reſpondere motum Verum S F. Abſolvuntur autem motus Veri Q E, & S F temporibus æqualibus, quia abſolvuntur eodem tempore, quo Luna uniformi motu æquales arcus O C, R D percurrit; & differunt inter ſe utrâque Proſthaphæreſi G E, I F, ſive duplo unius. Fiat enim I L par G E: erit L F par utrique Proſthaphæreſi G E, I F, ſive dupla unius F I, cùm G E, F I æquales ſint. Et quia Quadrans S I par eſt Quadranti Q G, ablatis æqualibus I L, G E, erunt S L, Q E æquales. Quare cùm S L, S F differant arcu L F, etiam Q E, S F different arcu L F, duplo Æquationis F I, ſeu G E. Igitur motus Veri Q E, S F æqualibus temporibus abſoluti, differunt inter ſe duplo Æquationis G E, vel I F, hoc eſt ferè 10 gradibus, cùm Æquationes G E, I F proximè ſint æquales maximis quæ contingunt ad puncta O & M, & ſunt (ut oſtendam infrà) ſingulæ graduum 5.

Idem eodem modo oſtendetur de Veris motibus Q F, E S, qui reſpondent Quadranti quarto D O, & ſecundo C R.

§. 2. Motus Verus Q G S F reſpondens tribus Anomaliæ Quadrantibus primis O C R D, excedit motum

motum Verum SIQE, reſpondentem Quadrantibus RDOC tertio, quarto & primo, ac proinde æquali tempore abſolutum, ferè duplo Æquationis maximæ Syzygialis. Id eodem ferè modo demonſtrabitur, quo præcedens. Fiat enim GN par GE. Quoniam tres Zodiaci Quadrantes QGSI æquales ſunt tribus Zodiaci Quadrantibus SIQG, ſi addantur utrimque æquales IF, GN, erit arcus QGSF æqualis arcui SIQN. Sed arcus SIQN excedit arcum SIQE arcu EN, duplo ipſius GE, qui eſt proximè æqualis Æquationi maximæ Syzygiali. Ergò etiam QGSF excedit SIQE arcu EN, proximè duplo Æquationis maximæ Syzygialis.

Idem eodem modo demonſtrabitur de motu Vero ESIQ, qui reſpondet Quadrantibus CRDO, ſecundo, tertio, & quarto, reſpectu motus Veri FQGS, qui reſpondet Quadrantibus DOCR, quarto, primo, & ſecundo.

§. 3. Motus Verus ESF reſpondens Quadrantibus CRD, ſecundo & tertio, motum Verum FQE reſpondentem Quadrantibus DOC, quarto & primo, adeoque æquali tempore abſolutum, excedit ferè quadruplo Æquationis maximæ Syzygialis, hoc eſt fermè gradibus 20. Eadem ferè rurſus demonſtratio erit. Fiant enim GN, IL, æquales GE, IF. Erunt arcus FQE, NSL, æquales. Sed ESF excedit NSL arcubus EN, FL. Ergò etiam ESF excedit FQE arcubus EN, FL, quadruplo nempe Æquationis GE, vel IF, quæ proximè æqualis eſt Æquationi maximæ Syzygiali.

§. 4. Itaque ſi quatuor fuerint Lunæ Eclipſes obſervatæ, quarum prima contigerit in Apogeo O, ſecunda in termino primi Quadrantis, ſeu Longitudine Mediâ C, tertia in Perigeo R, quarta in termino Quadrantis tertij, ſeu Longitudine Mediâ alterâ D, vel quarum prima inciderit in D, ſecunda in O, tertia in C, quarta in R; vel quarum prima acciderit in O, ſecunda poſt tres Quadrantes in D, tertia in R, quarta in C. Dico abjectis integris circulis, motum Verum à primâ Eclipſe ad ſecundam differre à motu Vero ab Eclipſi tertiâ ad quartam ferè duplò Æquationis maximæ Syzygialis. Patet ex §. 1. & 2. Quod ſi prima Eclipſis contigerit in C, ſecunda in D, tertia etiam in D, quarta rurſum in C. Dico, abjectis integris circulis, motum Verum ESF à primâ Eclipſe ad ſecundam differre à motu Vero FQE ab Eclipſe tertiâ ad quartam ferè quadruplo Æquationis maximæ Syzygialis. Patet ex §. 3.

Cùm igitur, licet hîc locum Apogei nondum conſtitutum habeamus, ex motu Lunæ tardiſſimo, velociſſimo, inter tardiſſimum & velociſſimum medio, propè verum cognoſci poſſit quando Luna ſit in Apogeo O, Perigeo R, Longitudinibus Medijs C, D; & cùm in Eclipticis ☍ ex loco Solis notus ſit locus Lunæ, utpote ab illo tunc ſemper diſtans grad. 180: liquet motus Veros harum Eclipſium intervallis debitos, adeoque & differentiam eorum (quæ per §. 1. 2. 3. eſt ferè duplum vel quadruplum Æquationis maximæ) nota fuiſſe. Atque hunc in modum à veteribus deprehenſum eſt, Æquationem maximam in Syzygijs excreſcere ad grad. 5: quam *num.* 39 magis exactè determinabimus, ſtatuemuſque cum Ricciolo, grad. 5. 10.

## NUMERUS XXII.

### *Inæqualitas menſium Verorum tam Synodicorum quàm Periodicorum.*

Cum tanta ſit Verorum motuum Lunæ inæqualitas præcedenti *num.* demonſtrata, non poſſunt non menſes tam Periodici quàm Synodici inæquales exiſtere. Poteſt tamen etiam inæqualitas menſium Periodicorum eodem prorſus modo oſtendi, quo inæqualitas annorum Solarium *lib.* 1. *num.* 48. Hæc porrò inæqualitas longè major in Lunâ eſt, quàm in Sole, eò quòd Æquationes adeoque & Æquationum differentia multò ſit in Lunâ quàm in Sole major.

Inæqualitas item menſium Synodicorum demonſtrari poterit ex diſtantiâ ☌ Veri à ☌ Medio, quod modò majus eſſe, modò minus oſtendemus *lib.* 4. *c.* 1.

## NUMERUS XXIII.

### *Notitia motuum Lunæ per Eclipſes Lunares acquiritur.*

Primus aditus ad ſcrutandos Lunæ motus per Eclipſes Lunares aperitur. Momento quippè medio durationis Eclipticæ, Luna Soli directè opponitur: ac proinde cùm locus Solis in Zodiaco [a] notus ſit, etiam locus Lunæ, nuſquam immiſcente ſe parallaxi, fit notus, ſi Solis loco ſemicirculus, hoc eſt 180 gradus addantur vel ſubtrahantur. Zodiacus eſto GDQE; centrum ejus & Terræ A; Sol in Eccentrici ſui puncto C; Luna in Eccentrico ſuo Soli oppoſita in B. Erunt igitur centra Solis, Terræ & Lunæ, ad eamdem Rectam CAB, quæ ad Zodiacum utrimque protracta determinabit loca Vera Solis E, & Lunæ D. His poſitis, motus Verus Solis eſt GDQE, Lunæ GD, à motu Vero Solis deficiens ſemicirculo DQE. Quare à motu Vero Solis GDQE demptis gradibus 180, remanet motus Verus Lunæ GD. Quod ſi motus Verus Lunæ excedat motum Verum Solis, ac proinde Luna ſit in C, Sol in B, tunc ad motum Verum Solis GD adde gradus 180, & prodibit Verus Lunæ motus GDQE. Ad Æquales autem Lunæ motus inveſtigandos omninò neceſſarium [m] eſt ut loca Vera Lunæ aliqua per obſervationem innoteſcant: id verò, niſi Eclipſes in conſilium adhibeantur, obtineri vix poteſt. Quamvis enim (ut patet ex *num.* 4.) Verus Lunæ locus etiam per diſtantiam Lunæ à ſtellis Fixis, vel à Sole non oppoſito cognoſci poſſit, ſi parallaxis, quæ utrobique ſe immiſcet, extricetur; tamen, quia parallaxeos quantitas non niſi per ipſos Medios Lunæ motus innoteſcit, liquet hâc viâ minùs expeditè, quod quæritur, inveniri. Porrò Lunæ motus in Syzygijs, hoc eſt in ☌ & ☍, unâ tantùm inæqualitate involvitur; extra Syzygias verò duabus, imò juxta Tychonis obſervationes, etiam tribus; quarum altera ab alterâ diſcerni nequit, niſi ſeorſim è tribus una cognoſcatur. E tribus autem ea, quam in Syzygijs Luna patitur, Eclipſium præſidio noſcitur, perque eam deinde duæ reliquæ innoteſcunt. Hæc cauſa eſt cur inæqualitas Syzygialis ante alias inveſtigetur, & cur cæteris obſervationibus Lunares Eclipticæ præferantur.

[a] *Per num.* 55. *lib.* 1. *Fig.* 12.

[m] *Patebit ex num.* 31. *&* 32.

## NUMERUS XXIV.

*Ex duabus Eclipſibus, in quarum utrâque non ſint æquales Anomaliæ tam Solis quàm Lunæ, non elicitur certò quantitas menſis Synodici Medij.*

Cum enim menſes Veri Synodici, ſeu Lunationes Veræ (ut *num. præced.* & alibi oſtendimus) ſint inæquales, etiam aggregatum, ſeu intervallum
b *Def.* 21. *num.* 20. temporis conſtans certo Lunationum b Verarum numero, ex. gr. trecentis, inæquale erit, vel eſſe poterit intervallo alteri totidem Veris Lunationibus conſtanti. Igitur Lunatio Media ex priori intervallo juxta modum *num.* 22. §. 1. traditum, deducta, non erit æqualis Lunationi Mediæ, deductæ ex intervallo altero. Deberent autem eſſe æquales, cùm una ſem-
a *Oſtendi.* *ad def.* 22. *num.* 20. per a eademque Synodicorum menſium Mediorum ſit quantitas. Quare ex duabus Eclipſibus illimitatè acceptis, non rectè elicitur quantitas Medij menſis Synodici.

## NUMERUS XXV.

*Ex duabus Eclipſibus intervallo ſatis magno diſtantibus, & in quarum utrâque æquales ſint Anomaliæ Lunæ, itemque Solis æquales, certò elicitur Medij menſis tam Synodici quàm Anomaliſtici magnitudo.*

Ratio primæ conditionis eſt, quia, cùm in magno intervallo plurimæ Lunationes contineantur ſi quis error committitur, is in plurimas o Lunationes
o *Def.* 21. *num.* 20. diſtribuitur, adeoque in ſingulis evadit inſenſibilis, uti patet expendenti modum deductionis, traditum *num.* 22. §. 1.

*Fig.* 15. 16. 17. 18. Pro demonſtratione conditionis ſecundæ, Zodiacus eſto G R K, ejuſque centrum A; Solis Eccentricus D H N, centrum B, Apogeum M, linea Apogei M N; Lunæ Eccentricus F P L, centrum C, Apogeum P, linea Apogei P Q. Momento medio Primæ Eclipſeos Sol ſit in D, Luna in F; lineæ Verorum motuum A D E, A F K ſibi mutuò indirectum, aut ſaltem in uno plano Longitudinis juxta *def.* 8. & 7. *num.* 20; linea Medij motus Solis A G; linea Medij motus Lunæ A I; Anomalia Lunæ P L F; Æquatio K I; Anomalia Solis M H D; Æquatio E G. Certùm eſt 8 Verum modò præcedere Medium, modò ſequi. In caſu Figuræ 15 & 16, 8 Verum præcedit, quando enim lineæ Veri motus Solis & Lunæ, A D E, A F K ſunt indirectum, aut ſaltem in uno plano Longitudinis, A I linea Medij motus Lunæ, nondum eſt indirectum, vel in uno plano Longitudinis cum A G lineâ Medij motus Solis; ſed moveri adhuc debet versùs K ut indirectum, cùm ipſa fiat circa O. In caſu Figuræ 17 & 18, 8 Medium præcedit, Verum ſequitur. Cùm enim Luna F oppoſita ſit Soli D, adeoque lineæ Veri motus Solis & Lunæ A D E, A F K ſunt indirectum, aut ſaltem in uno plano Longitudinis, linea Medij motus Lunæ A I jam antè fuit indirectum circa O cum A G lineâ Medij motus Solis, adeoque 8 Medium jam præceſſit. Figuræ exprimunt omnes
n *Species Æquationum vide prop.* 6. *nu.* 25. *lib.* 1. caſus præter duos, in quibus nempè Æquatio Lunæ eſt minor Æquatione Solis ejuſdem n ſpeciei. Porrò temporis intervallum inter 8 Verum & Medium pendet ab Æquationibus Solis E G vel K O, & ab Æquationibus Lunæ K I: hæ autem ab o Anomalijs.
Cùm igitur per hypotheſin Anomaliæ Lunæ in E- o *Patet ex num.* 40. *lib.* 1.
clipſi utrâque ſint Æquales, ſeu eædem nempè P L F, etiam Æquationes Lunæ in utrâque Eclipſi erunt eædem & homogeneæ, nempè K I. Pari modo quia Solis Anomaliæ in utrâque Eclipſi ponuntur eædem, nempè M H D, etiam Æquationes Solis in utrâque Homogeneæ & eædem erunt, nempè E G, ſeu K O (tunc autem duæ Æquationes Homogeneæ dicuntur, quandò motui Medio vel utraque addenda eſt vel utraque ſubtrahenda, ut motus Verus proveniat). Igitur utraque Eclipſis Vera utramque Mediam eodem temporis intervallo vel præcedit vel ſequitur.

His oſtenſis, intervallum temporis inter Veram *Fig.* 22. 23.
Eclipſin primam & ſecundam repræſentet A B, intervallum verò inter Mediam Eclipſim primam & ſecundam referat X Z. Ergo A X, B Z repræſentabunt tempora quibus Veræ Eclipſes A, B, Medias X, Z præcedunt vel ſequuntur. Hæc autem jam oſtendi æqualia eſſe. Quare ſi æqualibus temporibus A X, B Z addatur tempus commune X B in Fig. 22, A Z in Fig. 23, erit A B tempus inter Eclipſes Veras æquale tempori X Z inter Eclipſes Medias. Atqui tempus inter Eclipſes Medias, ſive inter Ecliptica Plenilunia Media, adæquatè reſolvitur in menſes integros Synodicos Medios, ſive integras Lunationes Medias, quarum una a ſemper eademque eſt quanti- a *Oſtendi ad def.* 22. *num.* 20.
tas. Ergo tempus A B inter Eclipſes Veras, quando ſcilicet eædem in utriſque ſunt Anomaliæ, etiam reſolvitur adæquatè in Lunationes Medias integras æquè multas, putà in 223. Si ergo dicam: Lunationes Mediæ 223 efficiunt tempus A B; ergo Media Lunatio una quantum tempus efficiet? Per Reg. proport. prodibit tempus unius Lunationis Mediæ. Ergo ex intervallo temporis duarum Verarum Eclipſium, ſi in utraque æquales fuerint Anomaliæ Lunæ, itemque Solis æquales, rectè elicitur quantitas Lunationis Mediæ: quod erat demonſtrandum.

Quod autem ex binis ejuſmodi Eclipſibus, etiam rectè deducatur quantitas menſis Anomaliſtici eſt manifeſtum. Cùm enim in utrâque Eclipſi eadem ſit Anomalia Lunæ: liquet Eclipſium intervallo contineri Anomaliæ Revolutiones integras ſine fractione. Quare ſi per has intervallum dividatur, prodibit tempus unius Revolutionis Anomaliſticæ.

*Inquirendum modò eſt, quâ viâ in duabus Eclipſibus Anomaliæ Æqualitas, ſive (quod idem eſt) reſtitutio, ſeu reditus Anomaliæ cognoſci poſſit.*

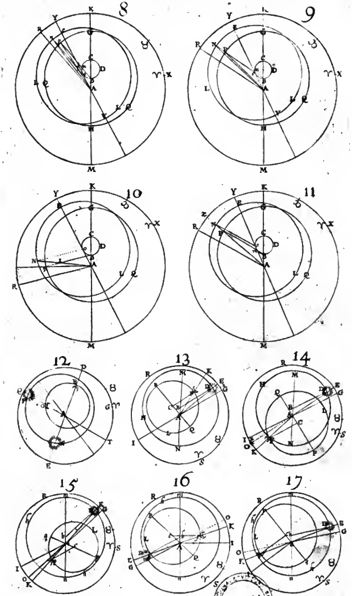
## NUMERUS XXVI.

*Quo indicio Reditus Anomaliæ Lunaris deprehendatur.*

§. 1. Quoniam Luna a circa Apogeum Eccen- a *Vide propr.* 11. *num.* 25. *lib.* 1.
trici nobis apparet moveri tardiſſimè, circa Perigeum velociſſimè, & in primo ſemicirculo *Fig.* 6. 7.
E Z F ab Apogeo E uſque ad Perigeum F, velocitas quotidiè creſcit, in ſecundo autem ſemicirculo à Perigeo uſque ad Apogeum aſſiduè decreſcit; ſcire Aſtronomi potuerunt ad datum tempus Eclipſis in quo Anomaliæ ſemicirculo Luna verſaretur. Scire item ex attentâ motus Lunaris conſideratione potuerunt, utrùm is ejuſdem velocitatis fuerit in ſecundâ Eclipſi, cuius in primâ. Quando igitur deprehenſum fuit, Lunam in utrâque Eclipſi fuiſſe motam eâdem velocitate in eodem Anomaliæ ſemicirculo, neceſſe fuit in ſecundâ Eclipſe Lunam rediiſſe ad idem punctum

Ec-

# ASTRONOMIÆ LIBER 2.



NAPOLI

Digitized by Google

Eccentrici, in quo fuerat in primâ, hoc eſt reſtitutam fuiſſe Anomaliam ab Eclipſi primâ ad ſecundam, ſive eamdem in utrâque Anomaliam fuiſſe: hæc enim omnia idem ſignificant.

b *Vide Regiom. Almag. lib. 4. prop. 5.* Cavendum in hoc negotio *b* ab Eclipſibus in quibus Luna eſt propè puncta Tranſitus Medij: aptiſſimæ autem ſunt illæ in quibus motus Lunæ Verus plurimùm differt à Medio, quod accidit propè Apogeum & Perigeum.

§. 2. *Quæres* an ex binis Eclipſibus quantitate obſcurationis & duratione æqualibus in eodem Anomaliæ ſemicirculo celebratis, ſequatur Anomaliæ reſtitutio?

*Reſpondeo* non ſequi ſi Totales fuerint, ſequi autem ſi Partiales. Si enim in utrâque Eclipſi fuerit obſcurata, hoc eſt immerſa umbræ Terreſtri ex. gr. pars Lunæ dimidia, manifeſtum eſt ſpatium umbræ, quod ab Eclipſis principio uſque ad finem Luna pertranſijt, in utrâque Eclipſi fuiſſe æquale, utpotè commenſum Lunæ dimidio. Quare cùm Eclipſeos utriuſque duratio fuerit æqualis, liquet Lunam æqualibus temporibus æqualia umbræ ſpatia pertranſijſſe, ac proinde æquali celeritate fuiſſe motam in Eclipſi utrâque. Unde, cum ex Hypotheſi etiam in eodem utrobique Luna fuerit ſemicirculo Anomaliæ, ex indicio primo Anomaliam fuiſſe reſtitutam patet.

Quod ſi Eclipſes ambæ fuerint Totales, potuit in primâ fuiſſe Luna remotior à Terrâ & vicinior Apogeo, quàm in ſecundâ; ac proinde potuit in primâ fuiſſe totaliter immerſa umbræ eo loco, ubi ea gracilior eſt, in ſecundâ verò ibi, ubi umbra craſſior, adeoq; minus umbræ ſpatium pertranſiſſe in primâ quàm in ſecundâ: & nihilominus, quia Luna in primâ (utpote Apogeo propinquior) fuit mota tardiùs quàm in ſecundâ, potuit inæqualia umbræ ſpatia æqualibus temporibus pertranſire. Ergo inæqualis velocitas conſiſtit, cum obſcuratione æquali, utpotè totali utrobique, & cum æquali duratione. Ergo non ſequitur reſtitutio Anomaliæ, quæ (ut ex primo indicio patet) æqualem in utrâque Eclipſi motus velocitatem requirit.

## NUMERUS XXVII.

### *Aliud indicium Reſtitutionis, ſive Reditus Anomaliæ Lunaris.*

*Habeantur Eclipſes quatuor hiſce tribus conditionibus prædita. 1. In duabus harum, quas Primam & Tertiam appellabo, eadem fuerit Veri Lunæ motus velocitas. 2. Tempus à primâ ad tertiam æquale tempori à ſecundâ ad quartam. 3. Motus Verus Lunæ à primâ ad tertiam æqualis motui Vero à ſecundâ ad quartam. Dico his datis Anomaliam Lunæ reſtitutam fuiſſe tam à primâ ad tertiam, quam à ſecundâ ad quartam.*

Uſui eſt hoc indicium, quando non conſtat utrùm Luna in Eclipſi primâ & tertiâ fuerit in eodem Anomaliæ ſemicirculo. Poteſt autem pro conditione primâ ſubſtitui altera, quæ ponat Eclipſes primam & tertiam Partiales fuiſſe, ſed æquales inter ſe quantitate obſcurationis & duratione; hinc enim (ut patet ex §. 2. *num. præced.*) infertur æqualis in utrâque motus velocitas.

Fig. 20. Zodiacus eſto G N L P, ejuſque centrum V: Eccentricus Lunæ M X O A, ejuſque centrum E, Apogeum M, linea Apogei N M E V O P. Prima Eclipſis contingat in A (hoc eſt momento medio primæ Eclipſis, centrum Lunæ ſit in A) ſecunda in B, Dico, ſi adſint tres conditiones ſupradictæ, etiam tertiam contingere in A (eodem nempè Anomaliæ puncto, quo prima) & quartam in B eodem Anomaliæ puncto, quo ſecunda. Quod hunc in modum demonſtrabimus. Si negas Eclipſim tertiam contingere in eodem Anomaliæ puncto A, in quo prima, debebit ea incidere ad partem alteram Apogei M, in punctum Anomaliæ X, abſcindens arcum X M parem arcui A M; aliàs enim non poſſet eſſe æqualis velocitas motus Apparentis in primâ & tertiâ, quam hypotheſis requirit. Tum verò Eclipſis quarta neceſſariò contigerit in puncto Z. poſito ultra X versùs O, & abſcindente arcum Z M B parem arcui A M X: cùm enim per hyp. tempus inter Eclipſem primam & tertiam, tempori inter ſecundam & quartam ſit æquale, & motus Lunæ per Eccentricum æquabilis ſit, arcus A M X, quem à primâ Eclipſi A ad tertiam X, præter integros circulos, Luna percurrit, neceſſariò æqualis eſt arcui B M Z, quem poſt integros circulos Luna percurrit à ſecundâ ad quartam. Ductis igitur lineis Veri motus V A G, V X K, V B F, V Z L, Verus Lunæ motus poſt abſolutos integros circulos, ab Eclipſe primâ ad tertiam eſt arcus G N K, à ſecundâ verò ad quartam arcus F N L. Atqui (ut oſtendam infra) arcus G N K, F N L ſunt inæquales, eò quòd Eccentrici arcus A M X, B M Z quibus reſpondent, ſint oſtenſi æquales. Ergò motus Lunæ Veri ab Eclipſe primâ ad tertiam, & à ſecundâ ad quartam non ſunt æquales inter ſe, quod hypotheſi repugnat. Non poteſt igitur Eclipſis tertia contigiſſe in Z alio nempè Anomaliæ puncto, quàm in A, in quo prima. Igitur in Eclipſe primâ & tertiâ eadem fuit Lunæ Anomalia M X O A, hoc eſt Anomalia à primâ in tertiam eſt reſtituta. Jam verò Eclipſi tertiâ incidente in Anomaliæ punctum idem A, in quod prima, etiam quarta neceſſariò incidit in idem Anomaliæ punctum B, in quod ſecunda. Quoniam enim tempus ab Eclipſi primâ A, ad tertiam C æquale ponitur tempori à ſecundâ B ad quartam D, patet etiam tempus à primâ A ad ſecundam B neceſſariò eſſe æquale tempori à tertiâ C ad quartam D. Ergo cùm Anomaliæ motu æqualibus temporibus Luna æquales arcus Eccentrici abſolvat, arcus A D, qui præter integros circulos percurſus eſt à primâ A, ad ſecundam B, æqualis eſt arcui qui præter circulos integros percurſus eſt à ſecundâ C ad quartam D. Ergo neceſſe eſt etiam quartam D incidiſſe in idem Eccentrici punctum B, in quod ſecunda inciderat.

Arcus porrò G K, F L, ſive angulos A V X, B V Z inæquales eſſe ſic oſtendo. Quoniam arcus A X æqualis eſt arcui B Z, dempto communi B X, etiam A B, Z X æquales erunt. Deinde quia A M, X M æquales ſunt, eſtque A B minor quàm A M; etiam A B erit minor quàm X M. Quare ab X M abſcindi poteſt X Y (*inſpice figuram 21*) æqualis ipſi A B, ſeu Z X. Ducantur deinde rectæ B V, A V, Z V, X V, Y V. Quia arcus A M, X M, item A B, X Y æquales ſunt, etiam Y M, B M æquales erunt. Unde patet angulos X V Y, A V B æquales eſſe. Atqui Z V X major eſt (per Poriſma ſeq.) quàm X V Y. Ergo etiam Z V X major eſt quàm A V B. Addito igitur communi X V B, erit totus Z V B, major toto X V A: quod erat demonſtrandum.

### *Poriſma.*

Circuli M X Q centrum ſit E; diameter M O; Fig. 21. in eâ punctum V, ad quod ab æqualibus arcubus

 Z X,

Z X, X Y ſubtendantur anguli Z V X, X V Y. Dico angulum Z V X majorem eſſe angulo X V Y.

Producatur enim X V in Q; ducanturque Z Q, Y Q, Y V, Z V. Ex 15. 3, patet Y Q majorem eſſe quàm Z Q. Fiat ergo I Q par ipſi Z Q, ducaturque I V. Quoniam per hyp. arcus X Y, X Z, æquales ſunt; etiam anguli X Q Y, X Q Z æquales erunt per 29. 3. In triangulis igitur V Z Q, V I Q, quoniam anguli ad Q æquales ſunt, & latera Z Q, Q V, æqualia lateribus I Q, Q V, erunt quoque r anguli Z V Q, I V Q æquales. Ergo etiam ſ Z V X, I V X æquales erunt. Ergo Z V X major eſt quàm Y V X. Quod erat dem.

r Per 4. 1.
ſ Per 13. 1.

## NUMERUS XXVIII.

### *Æqualium motuum Lunæ prima inveſtigatio.*

§. 1. Eligantur duæ Eclipſes quàm longiſſimo temporis intervallo diſtantes, in quarum utrâque æquales fuerint Anomaliæ Lunæ, & Anomaliæ Solis æquales. Utrùm Solis Anomaliæ fuerint æquales, ſcietur ſi ad tempus utriuſque Eclipſis, Anomaliæ Solis ſupputentur per §. 3. *num.* 55. *lib.* 1. An Lunares Anomaliæ æquales fuerint, cognoſces ex indicijs *num.* 26 *&* 27 demonſtratis. Ex binis autem ejuſmodi Eclipſibus rectè colligi quantitates menſium Synodici & Anomaliſtici, *num.* 25. oſtenſum eſt. Et tales fuêre, ſaltem quoad Anomaliam Lunæ (nam de Solis non conſtat) quas Hipparchus adhibuit: reperitque intervallum earum Annorum Iulianorum 344, Dierum 363, & Horæ unius, hoc eſt Dierum 126009. Horæ 1: in hoc autem intervallo fuerunt menſes Synodici integri 4267, & Anomaliæ revolutiones integræ, ſeu menſes Anomaliſtici integri 4573. Utrumque haud difficulter potuit cognoſci; primum quidem ex numero Noviluniorum; alterum ex diverſitate motus Apparentis, quæ intra quamlibet Anomaliæ revolutionem conſpicitur. In quâlibet enim ſemel motus Lunæ apparet tardiſſimus propè Apogeum, ſemel velociſſimus propè Perigeum, bis mediocris circa Tranſitus Medios; & ab Apogeo ad Perigeum quotidiè augetur velocitas, à Perigeo ad Apogeum quotidiè minuitur. Ex his ergo ſtatis cujuſlibet revolutionis Anomaliſticæ diverſitatibus, facilè ſciri potuit, quantus earum numerus in dato temporis intervallo contineretur: & eſt credibile ab Eclipſibus non magno intervallo diſtantibus, veteres incepiſſe, atque inde ad alias magis diſſitas ſenſim progreſſos. Quoniam igitur tam 4267 Menſes Synodici, quàm 4573 Menſes Anomaliſtici conficiunt Dies 126009. H. 1: unus Menſis Synodicus, vel Anomaliſticus quantum tempus conficiet? per Reg. Proportionum prodibit tempus, ſive quantitas utriuſque: intervallo namque Dierum 126009. H. 1, diviſo per menſes Synodicos 4267, provenit Hipparcho Menſis Synodicus Medius D. 29. H. 12. 44′. 3″. 15‴. 44⁗. 39′. 4″. eodemque intervallo diviſo per Menſes Anom. 4573, prodijt Menſis Anomaliſticus D. 27. H. 13. 18′. 18″. 59‴. 20⁗. 1′.

Fig. 7.

§. 2. Jam ex menſe Synodico Periodicum ſic efficies. Ponamus ☌ incidiſſe in Zodiaci punctum X. Interim dum Luna à Sole digrediens ab X, versùs R, eundem rurſus aſſequitur, etiam Sol procedit ab X versùs R. Unde fit ut Luna, Zodiaco jam emenſo, reverſa in X, Solem interim progreſſum in T, nondum ſit aſſecuta, ſed præter unum Zodiaci circuitum X R M X percurrere debeat, X T partem ſecundi. Inquire a igitur quot Gradus Sol Medio motu percurrat ſpatio unius Menſis Synodici Medij, cujus quantitas jam innotuit. §. 1. Ita noti fient Gradus arcus X T, quibus additis ad Gradus 360 X R M X, noti fient Gradus X R M X T, quos Sol abſolvit ſpatio unius Menſis Synodici Medij. Fiat igitur ut Gradus noti X R M X T ad Gradus 360 X R M X, ita notum tempus Menſis Synodici Medij ad quartum; prodibit tempus unius Menſis Periodici Medij.

a Per num. 36. lib. 1.

Quod ſi per Menſem Synodicum ſic inventum, dividas Annos Julianos 344, Horam unam, comperies eo intervallo contineri Menſes Periodicos, ſive integros Zodiacos 4612 minùs Gradibus 7. 36.

§. 3. Ex Menſtruis temporibus jam conſtitutis reperientur Æquales motus Lunæ, datis temporum ſpatijs competentes, hunc in modum. Cùm uno Menſe Periodico Medio, hoc eſt Diebus 27. H. 7. 43′. 4″. ‴. ⁗. ′. Luna motu Medio abſolvat Zodiacum totum, nempè Gradus 360: igitur Die uno, vel Horâ unâ, vel Scrupulo uno &c. quot gradus, vel minuta motu Medio abſolvit? Per Regulam proport. prodibit motus Medius Lunæ, Diurnus, Horarius, &c. Pari modo ex menſe Synodico elicietur motus Medius Lunæ à Sole Diurnus, Horarius &c. & ex menſe Anomaliſtico Medio, motus Anomaliſticus unius Diei, Horæ &c. Atque ita conſtruentur tabulæ Æqualium motuum Lunæ, ut tradidi in Sole *num.* 36. *lib.* 1.

#### MOTUS ÆQUALES DIURNI LUNÆ SECUNDUM HIPPARCHUM.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Medius.* | Grad. 13. | 10. | 34″. | 58‴. | 33⁗. | 30‴. | 30″. | |
| *Medius à Sole.* | Grad. 12. | 11. | 26. | 41. | 20. | 17. | 59. | |
| *Anomalia.* | Grad. 13. | 3. | 53. | 56. | 29. | 38. | 38. | |

Quod ſi motum Diurnum per datum Dierum numerum multiplicemus, prodibit motus Æqualis, dato cuilibet temporis intervallo debitus.

Atque hæc eſt inveſtigatio prima Æqualium motuum Lunæ: qui quamvis præciſionem omnimodam hic nondum ſint aſſecuti, ex ijs tamen ad eoſdem penitùs elimandos Numeris ſequentibus gradus fiet.

#### *Corollarium.*

*In dato temporis intervallo quot menſes Synodici, Anomaliſtici, Periodici contineantur invenire.*

Dictum eſt §. 1. Annis Julianis 344, Horâ. 1. hoc eſt. D. 126007. H. 1. contineri Menſes Synodicos integros 4267, Anomaliſticos integros 4573: igitur in dato intervallo ex. gr. Annorum bis mille, quòt Menſes Synodici, quot Anomaliſtici continentur? Per Regulam proportionum prodibunt quæſita. Rurſum quia (ut §. 2 dictum eſt) Luna D. 126007. H. 1. abſolvit Zodiacos 4612 minùs grad. 7. 36, inde ſimiliter per proport. Regulam elicies quot Zodiacos abſolvat Annos 2000.

Inventis Menſibus Synodicis, qui intervallo dato, putà Annorum 2000, continentur, pro Menſibus Anomaliſticis hoc compendium ſuggerit Ptolomæus: ut 4267 ad 4573, vel potiùs ut 251 ad 269 (ſunt enim hi minores numeri, majoribus proportionales) ita numerus menſium Synodicorum, Annis 2000 contentorum ad quartum: dabit hoc numerum menſium Anomaliſticorum Annis 2000 exactorum.

Scho-

## *Scholium.*

*Vt ex duabus Eclipſibus Lunarium menſium quantitates deducantur, notum eſſe debet temporis intervallum ab Eclipſi primâ ad ſecundam, hoc autem non innoteſcet, niſi priùs momenta ipſa Eclipticorum Pleniluniorum, quæ ſola in hoc negotio ſpectari debent, fuerint nota. Hæc igitur fiunt nota hunc in modum.*

*Tubi Optici adminiculo obſervetur initium Eclipſeos, atque ipſum quo Luna incipit obſcurari, momentum, notum fiat Horologio ſciaterico accuratè conſtructo, vel potius adhibeatur ad hoc praxis magis accurata, quam tradam lib. 3. num. 23 & 24: quod ſi Eclipſis tempore nocturno contingat, adhibeatur praxis alia, quam exponam lib. 5. num. 45. Obſervetur deinde finis Eclipſis, eodemque modo notum fiat momentum, quo Luna deſijt obſcurari. Sic nota habebitur Eclipſeos duratio tota; quâ bifariam diviſâ, ipſum primi Ecliptici Plenilunij momentum notum erit. Pari ratione notum fiet momentum Ecliptici Plenilunij poſterioris. Neque ullum vitioſi circuli periculum hîc eſt, quia praxes illæ, quas adhibendas præſcripſi, à Lunæ motibus, quos jam inquirimus, nullatenus dependent, quod loco citato legenti perſpicuum erit.*

## NUMERUS XXIX.

### *Attingitur Hypotheſis Epicyclica Lunæ in Syzygijs.*

QUemadmodum in Sole, ita & in Lunâ tempore Syzygiarum Phœnomenis perindè ſatisfit per Epicyclum ac per Eccentricum; quanta enim eſt Eccentricitas Eccentrici, tanta eſt ſemidiameter Epicycli. Quamvis autem Eccentricum prætulerim, tamen, quia viſum hic eſt etiam juxta hypotheſim Epicycli inveſtigare Anomaliam Lunæ tempore Eclipſium, cujus notitia ad corrigendos Lunæ motus Medios, Anomaliſticos inprimis neceſſaria eſt; paucis hoc loco Epicycli hypotheſim (pro Syzygijs tantùm) opus erit exponere.

*Fig.* 24. Zodiaci & Terræ centrum ſit A: circulus Zodiaco concentricus Zodiacum repræſentans, eſto D V B, Epicyclus ſit X C Z F, cujus centrum E motu æquali ſpatio menſis Periodici percurrit circulum D V B in conſequentia versùs Z B. Ex A centro Zodiaci per Epicycli centrum ducta Recta determinat in Epicyclo Apogeum C, & Perigeum F. Quo autem tempore centrum Epicycli in conſequentia motu æquali percurrit circulum E B D V, interim Lunæ centrum, incipiens ab Apogeo C, percurrit Epicyclum in partem oppoſitam ex C versùs H, motu etiam æquali, ſed paulò tardiori; ita ut, cùm Epicycli centrum abſoluto circulo E B D V E redijt in E, centrum Lunæ motum ex Apogeo C per H, nondum redierit ad Apogeum C, ſed opus ſit, centrum Epicycli ſecundæ revolutionis partem ex. gr. E K priùs abſolvat, quàm centrum Lunæ ad Apogeum C revertatur. Atque ita Luna jam Apogea non reſpondet eidem puncto Zodiaci E, cui reſpondebat Apogea Luna menſe priori, ſed puncto alteri magis Orientali, ſive in conſequentia, puta K. Unde fit ut Apogeum motu lento videatur in conſequentia moveri. In hypotheſi igitur Epicyclicâ Apogeum Epicycli motu ſibi proprio non movetur, ut in hypotheſi Eccentricâ, ſed tantùm æquivalenter habetur Apogei motus per aliquantò tardiorem motum Lunæ in Epicyclo. Atqui in hoc utriuſque hypoteſeos differentia potiſſimùm conſiſtit.

Definitiones ad Epicycli hypotheſim pertinentes ſunt hæ:

Sit Lunæ centrum in H, vel G, & principium Arietis in ω, utimur enim circulo D V B, (ut dixi ſuprà) tanquam Zodiaco: ducanturque rectæ A N H. A K G: & tangentes A Z, A X, quæ in ſchemate non exprimuntur.

1. *Locus* Lunæ *Verus* eſt N, vel K, *Medius* E.
2. *Motus Verus ab initio* ♈ eſt arcus ω N, vel ω K.
3. *Motus Medius ab initio* ♈, eſt arcus ω E.
4. *Æquatio*, eſt differentia motus Medij, & Veri ab initio ♈, arcus nempè E N, vel E K, ſive anguli C A H, vel C A G.
5. *Æquatio maxima* eſt cùm Lunæ centrum ſtat in contactu Z, vel X; arcus nempè E Z, vel E X, ſive anguli C A Z, C A X.
6. *Anomaliæ circulus* eſt ipſe Epicyclus.

*Primus* Anomaliæ ſemicirculus eſt C H F, *ſecundus* F X C.

7. Cùm Luna eſt (in H) in primo Anomaliæ ſemicirculo C H F, motus Verus ω N eſt minor Medio ω E: & tunc Æquatio E N auferenda eſt à motu Medio, ut habeatur Verus; addenda Vero motui, ut habeatur Medius.

8. Cùm Luna eſt (in G) in ſecundo Anomaliæ ſemicirculo F X C, motus Verus ω K eſt major Medio ω E; & Æquatio E K addenda eſt Medio motui, ut habeatur Verus: auferenda à Vero, ut habeatur Medius.

9. *Anomalia* Lunæ eſt arcus Epicycli ab Apogeo ad centrum Lunæ in præcedentia numeratus. Ut ſi Lunæ centrum ſit in H, Anomalia eſt arcus C H; ſi in G, Anomalia eſt arcus C Z F G.

10. *Motus Verus dato temporis ſpatio conveniens*, eſt arcus Zodiaci, quem dato temporis ſpatio, centrum Lunæ percurrit.

*Motus Medius dato ſpatio temporis congruens*, eſt arcus, quem dato tempore Epicycli centrum abſolvit.

*Motus Anomaliæ dato tempori conveniens*, eſt arcus Epicycli quem dato tempore centrum Lunæ abſolvit. *Fig.* 24.

Centrum Eccentrici ſit in B, Lunæ in G, tempus datum dierum 13. Diebus 13 percurrat centrum Epicycli arcum B φ D; centrum verò Lunæ interim abſolvat arcum Epicycli G C H, ducanturque rectæ A K G, A N H. Igitur quo tempore centrum Epicycli percurrit arcum B φ D, centrum Lunæ confecit arcum K φ N. Arcus igitur B φ D eſt *motus Medius*, arcus K φ N *motus Verus*, arcus G C H, *motus Anomaliæ dierum* 13.

## NUMERUS XXX.

### *Lemmata ad ſequentia.*

LEMMA I. CUm Lunæ motus Verus aliquo temporis intervallo abſolutus, deficit à motu Medio qui eidem intervallo temporis competit, notabiliter ampliùs quàm gradibus 5. Apogeum erit in eo arcu Anomaliæ, quem interim Lunæ centrum

trum percurrit. Si autem Verus excedat Medium plus quam 5 gradibus, in dicto arcu erit Perigeum.

Fig. 24. *Demonſt.* In temporis dati principio centrum Epicycli eſto in B, centrum Lunæ in G. In fine dati temporis Epicycli centrum ſit in D, Lunæ in H, ſic ut arcus Epicycli G C H dato temporis ſpatio percurſus, contineat Apogeum C. Patet ex *defin.* 10 motum Verum dato temporis ſpatio confectum, eſſe arcum K Φ N, Medium verò eſſe arcum B Φ D. Igitur Verus deficit à Medio binis Æquationibus K B, N D, (ſive arcu K D N) quæ ſimul majores eſſe poſſunt Æquatione maximâ D Z, quæ in o Syzygijs eſt gradûum 5. Quod ſi arcus Epicycli à Lunæ centro interim percurſus, inciperet in Apogeo C, aut ultra C versùs Z, ad ſummum poſſet motus Verus à Medio deficere Æquatione maximâ Z D.

o *Conſtat ex obſerv. nu.* 21. §. 4.

Idem patet in Eccentrico. Nam ſi arcus Veri motus O E H (inſpice *fig.* 48. *lib.* 1.) contineat Apogeum E, poterit is deficere à motu Medio P E H binis Æquationibus O P, H I, quarum ſumma major Æquatione maximâ. At ſi arcus Veri motus non contineat Apogeum E, ſed incipiat, vel in E, vel ultra E versùs H, tunc rurſus à motu Medio ad ſummum poterit deficere Æquatione maximâ.

Secundæ partis demonſtratio non abſimilis.

LEMMA II. Si nota eſt ratio A ad Z, & nota ſit ratio B ad Z: nota etiam eſt ratio A ad B.

| A. | Z. | B. |
|---|---|---|
| 5. | 9. | 6. |

*Demonſt.* Sit enim A ad Z, ut 5 ad 9; & B ad Z, ut 6 ad 9. Igitur cùm A ſit ad Z ut 5 ad 9; & Z eſt ad B, ut 9 ad 6, erit ex æquo A ad B, ut 5 ad 6. Nota eſt igitur ratio A ad B.

## NUMERUS XXXI.

### *Datis tribus Eclipſibus Radium Epicycli, ſeu Eccentricitatem Syzygialem; item Lunæ Anomaliam Mediam, locum Medium, ad Eclipſium momenta invenire.*

INſigne eſt hujus Problematis artificium à Ptolomæo traditum *lib.* 4. *cap.* 5, 6, & 7: quod quia ex Ptolomæo ipſo alijſve non facilè arbitror Candidatos Aſtronomiæ aſſecuturos, ex ijs quæ jam præmiſi, & appoſito ſchemate aptiori, quantâ potero claritate, exponam.

§. 1. Tres Eclipſes à Ptolomæo obſervatæ ſic habent.

Prima fuit Hadriani Anno 17, expletâ Die 20 Payni, Horâ 11. 15′. Sol erat in Tauri grad. 13. 15′. ac proinde Luna Soli oppoſita, in Scorpij grad. 13. 15′. fuit Totalis.

Secunda contigit Hadriani Anno 19, completâ Die 2 Chœac, Horâ 11 poſt Merid. Sol erat in Libræ, adeoque Luna in Arietis grad. 25. 10′.

Tertia accidit Hadriani Anno 20, expletâ Die 19 Pharmuti, Horâ 16 poſt Merid. Sol erat in Piſcium, adeoque Luna in Virginis grad. 14. 12′.

A primâ ad ſecundam, abjectis integris circulis; motus Verus Lunæ eſt graduum 161. 55′: tot enim ſunt à Scorpij gradu 13, 15′ ad Arietis gradum 25. 10′. Ut habeatur motus Medius in Zodiaco, & motus Anomaliæ eodem temporis intervallo confectus, intervallum ipſum temporis æquandum eſt per *num.* 58. *lib.* 1. quod ſic æquatum, eſt dierum 531. H. 23. 39′. Huic ſpatio temporis quantus debeatur tum motus Medius, tum motus Anomaliæ ſciri jam poteſt ex *nu.* 28. Utemur autem cum Ptolomæo motibus Hipparchi, cui motus Medius Diurnus eſt grad. 13. 10′. 34″. 58‴. 33″. 30′. 30″; Diurnus autem Anomaliæ eſt grad. 13. 3′. 53″. 56′. 29″. 38″. 38″. Ex his per §. 4. *num.* 28 reperies Diebus 531. H. 23. 39′, intervallo nempè æquato Eclipſis primæ ac ſecundæ, deberi motum Medium poſt integros circulos abjectos, grad. 169. 37′: motum verò Anomaliæ, poſt circulos integros, grad. 110. 21′. Igitur ab Eclipſi primâ ad ſecundam motus Verus deficit à Medio gradibus 7. 42′. Quare *b* arcus Epicycli grad. 110. 21′, à Lunæ centro interim percurſus, continet Apogeum.

b *Per lem.* 1. *num* 30. *Fig.* 24.

Circulus centrum Epicycli deferens eſto D V B, Zodiaco concentricus, quo proinde etiam utemur tanquam Zodiaco; & initium ♈ ſit in ω. In primâ Eclipſi centrum Epicycli ſit in B, in ſecundâ ſit in D. Quia igitur arcus Epicycli à Lunæ centro interim percurſus continet Apogeum C, neceſſe eſt Lunæ centrum in primâ Eclipſi fuerit in ſemicirculo F X C, putà in G; in ſecundâ verò in ſemicirculo C Z F, putà in H. Ductis ergo rectis A K G, A N H, à primâ ad ſecundam, motus Verus eſt arcus K Φ N, motus Medius eſt arcus B Φ D, motus Anomaliæ G C H grad. 112. 21′, continens Apogeum C; defectus Veri motus à Medio ſunt arcus K B, ſive K D, & N D, ſive totus arcus K D N, grad. 7. 42′.

Deinde à ſecundâ Eclipſi ad tertiam motus Lunæ Verus abjectis integris circulis eſt grad. 139. 2′: tot enim ſunt ab ♈ grad. 25. 10′ ad ♍ grad. 14. 12. Tempus à ſecundâ ad tertiam æquatum, eſt Dierum 502. H. 5. 30′. Huic, aſſumptâ quantitate Diurnâ Hipparchi, reperietur convenire motus Medius grad. 137. 34′; motus verò Anomaliæ grad. 81. 36′, abjectis utrobique integris circulis. Igitur ab Eclipſi ſecundâ ad tertiam motus Verus excedit Medium gradu 1. 28′. In ſecundâ Eclipſi centrum Epicycli erat in D, Lunæ centrum in H. In tertiâ igitur centrum Epicycli eſto in E, Lunæ in O; ducaturque recta A O I. Motus ergo Verus ab Eclipſi ſecundâ ad tertiam, erit arcus N V *n* I, motus Medius D V E, motus Anomaliæ H O. Jam quia arcus N D, *n* E æquales, vel potius ijdem ſunt, addito communi D V *n*, erit N V *n* æqualis D V E. Sed arcus N V *n* I excedit arcum N V *n* arcu I *n*. Ergo arcus N V *n* I, motus nempè Verus excedit etiam D V E, motum Medium arcu I *n*. Quare cùm motus Verus Medium excedat grad. 1. 28′, erit arcus I N, adeoque angulus I A N. grad. 1. 28′: arcus autem K D N; ſive K E N, hoc eſt angulus K A N erat grad. 7. 42′. Ergo reliquus K A I eſt grad. 6. 14′.

*Hactenus* igitur inventa ſunt hæc: nota eſt poſitio Lunæ in Epicyclo tempore Eclipſium: in primâ quippe centrum Lunæ eſt in G, in ſecundâ in H, in tertiâ in O, & arcus Epicycli G H à primâ ad ſecundam, continet Apogeum. Deinde noti ſunt arcus G H gr. 110. 21′ & arcus H O grad. 81. 36′. Noti quoque ſunt arcus K N, ſeu angulus G A H. grad. 7. 42′, & arcus I *n*, ſeu angulus I A H, grad. 1. 28′, & arcus K I, ſeu angulus K A I grad. 6. 14′. quæ omnia in Epicyclo centrum habente in E, ſimul repræſentantur, qui proinde ſolus deinceps inſpiciatur. Ex his porrò ita notis ſolvetur problema in hunc modum.

§. 2. Ex puncto M, quo recta A G ſecat Epicyclum, ad A I, & A H ducantur perpendiculares M L, M Q. Ducantur item rectæ G E, H E, M H, M O. Demum ex O ad M H ſit perpendicularis O P, & ex E ad A G perpendicularis E S T. In trigono rectangulo M Q A notus eſt angulus G A H, ſeu

M A Q,

*c Per 32.1.* *d Per probl. 1. cap. 3. Geo. Pract.* *e Per 21. 3.*

M A Q, adeoque *c* & reliquus Q M A. Ergò nota eſt ratio *d* A M ad M Q. Deinde quia notus eſt arcus G H, notus eſt angulus G E H ad centrum; adeoque *e* & ipſius ſemiſſis G M H. Sed G M H per 31. 1. æquatur duobus M A H, M H A. Ergò hi duo ſimul noti ſunt, ſed notus eſt M A H, ſeu G A H. Ergò alter M H A, ſeu M H Q etiam notus eſt. In trigono rectangulo igitur M Q H, quia notus eſt M H Q, etiam H M Q notus erit. Ergò nota eſt ratio M H ad M Q. Quare cùm nota jam fuerit ratio A M ad M Q, nota quoque erit per *lem. 2. num.* 30. ratio A M ad M H. In trigono rectangulo M L A, notus eſt angulus M A L, ſeu K A I, adeoque & reliquus A M L. Nota eſt igitur ratio A M ad M L. Ob notos deinde arcus G H, H O, notus eſt angulus G M O; ſed G M O externus æquatur binis internis M A O, M O A. Ergo ſumma duorum M A O, M O A nota eſt. At notus eſt M A O, ſeu K A I. Ergo etiam M O A, ſeu M O L notus eſt. Itaque in trigono rectangulo M L O, notus eſt acutus M O L, adeoque, & reliquus O M L. Ergo ratio M O ad M L nota *f* eſt. Sed etiam nota jam fuit ratio A M ad M L. Ergo *g* ratio A M ad M O, ſive M O ad A M nota eſt. Atqui jam ſuprà etiam ratio H M ad A M fuit nota. Ergo ratio H M ad M O *i* nota eſt. In trigono rectangulo M P O ob notum arcum H O, notus eſt angulus P M O, adeoque & M O P. Ergò nota eſt ratio M P ad M O, & P O ad M O. Sed nota jam fuit etiam ratio totius M H ad M O. Ergò nota etiam eſt ratio P H ad M O. Atqui jam ſtatim nota fuit ratio P O ad M O. Ergo etiam *o* nota eſt ratio P H ad P O in triangulo rectangulo O P H. In eo igitur per *prob. 5. cap. 3. Geom. Pract.* notus fiet angulus P H O, ſive M H O. Ergo arcus M O notus erit, cùm is ſubtendat angulum centri M E O, duplum *p* anguli M H O. Ergo notus erit totus arcus M O H (quem Ptolomæus hoc diſcurſu reperit grad. 95. 16′. 50″): qui cùm ſit minor ſemicirculo, Epicycli centrum E neceſſariò eſt in portione H G M: unde ductâ rectâ A F E C, Apogeum (quod etiam in lemmate oſtenſum eſt) erit in arcu G H, Perigeum F in arcu M O. Quia ergo notus eſt arcus M O H, itemque arcus etiam G H notus eſt, reliquus quoque G T M notus erit. Ergo per tabulas Sinuum ejus ſubtenſa G M in partibus Radij E C nota fiet, Jam pridem nota fuit ratio A M ad M O; nota quoque eſt per tabulas Sin. Ratio G M ad M O, cùm ſint chordæ notorum jam arcuum G M, M O. Ergo ratio G M ad A M etiam *q* nota eſt. Quare cùm G M nota ſit in partibus Radij E C, etiam A M in iiſdem nota erit. Tota igitur A G in partibus Radij E C, ſeu E F eſt nota. Ergo rectangulum G A M, hoc eſt *r* rectangulum C A F, notum eſt in partibus quadrati E F. Ergo rectangulum C A F unà cum quadrato E F, hoc eſt *t* quadratum A E, notum eſt in partibus quadrati E F. Extractâ igitur radice, A E Radius Deferentis Epicyclum notus eſt in partibus Radij Epicycli E F, ſeu E C. Nota eſt igitur ratio Radij Epicycli ad Radium Deferentis, hoc eſt in Hypotheſi Eccentrici nota eſt ratio Eccentricitatis ad Radium Eccentrici: quam Ptolomæus reperit eſſe ut 5. 14′ ad 60, ſive 8722 ad 100000.

*f Per prob. 1. cap. 3. Geo. Pract.* *g Per lem. 2. num. 30.* *i Per idem.* *o Per idem.* *p Per 21. 3.* *q Per lem. 2. num. 30.* *r Per 36. 3.* *t Per 6. 2.*

§. 3. Venio ad Anomaliam. Quia ducta fuit ſuprà E S T ex centro E perpendicularis ad M G, erit M G *u* biſecta in S. Quare cùm M G nota ſit in partibus Radij E G, erit & G S. Sed tota A G nota erat in partibus Radij E G. Ergo & A S in iiſdem eſt nota. In iiſdem verò etiam nota jam fuit A E. Igitur, cùm in trigono rectangulo A S E nota ſit ratio A S ad A E, notus etiam fiet *x* angulus A E T, ſeu F E T, adeoque & arcus F T. Atqui notus etiam eſt arcus T G, utpotè ſemiſſis noti jam anteà arcus M G. Ergò totus F T G notus erit. Reliquus igitur ad ſemicirculum notus eſt arcus G C: quo ſubducto à toto circulo, arcus C Z F G, qui eſt Anomalia Lunæ in primâ Eclipſi, etiam innoteſcet. Quod ſi notum arcum G C à noto pridem G H ſubducamus, notus remanet C H qui eſt Anomalia Lunæ in Eclipſi ſecundâ. Huic adde notum anteà arcum H O; ita notus fiet arcus C H O, Anomalia Lunæ in Eclipſi tertiâ. Ptolomæus reperit C Z F G grad. 314. 17′: C H grad. 64. 38′: C H O. grad. 146. 14′.

*u Per 3. 3.* *x Per prob. 4. cap. 3. Geo. Pract.*

§. 4. Reſtant loca Media ad Eclip. ſingulas. In trigono rectangulo A S E, notus fuit ſupra acutus A E S. Quare notus eſt etiam alter S A E, adeoque, & arcus K E, Æquatio, ſeu Proſthaphæreſis Lunæ in primâ Eclipſi. Hoc ablato à noto pridem arcu K N, notus remanet arcus E N, ſeu angulus E A N, Æquatio Lunæ in ſecundâ Eclipſi: eodemque K E ablato ab arcu pridem noto K I, notus remanet E I, ſeu angulus E A I, Æquatio Lunæ in Eclipſi tertiâ, ſive in tertio Ecliptico ☍. Jam in momento tertij Ecliptici Plenilunij centrum Epicycli, hoc eſt locus Lunæ Medius, erat in E, motuſque Lunæ Medius ab ♈ initio erat ♈ V E; ipſius autem Lunæ centrum erat in O, locuſque ejus Verus in I, & motus Verus ab ♈ initio fuit ♈ V I, qui notus eſt ex Vero loco & motu Solis, ut oſtendi *num.* 23. Quare ſi illi addas notam Proſthaphæreſim E I, etiam notus fiet ad momentum Ecliptici ☍ tertij, motus Lunæ Medius ab ♈ initio ♈ V E, ejuſque locus Medius E. Pari modo in ſecundo Ecliptico ☍ cùm locus Lunæ Medius erat in D, Verus in N, quia ex Vero loco & motu Solis, notus eſt Verus Lunæ motus ♈ N, ſi huic addas inventam Æquationem D N (ſeu E N) notus erit ab ♈ initio motus Lunæ Medius ♈ D in ſecundo Eclip. ☍. In primo denique, cùm locus Lunæ Verus eſſet in K, Medius in B, à motu Vero ♈ V E C demptâ Æquatione B K, (ſeu K E) notus erit motus Lunæ Medius ab ♈ initio ♈ V E B, in tertio Ecliptico ☍. Atque ita omnibus quæſiti partibus ſatisfactum eſt.

## *Scholium.*

*His in Hypotheſi Epicycli repertis, eadem omnia etiam nota jam ſunt in Hypotheſi Eccentrici, cùm in utrâque Hypotheſi, eadem, ſeu æqualis, ſit tam Anomalia, quàm Æquatio & motus Medius, ad tempus idem: juvat nihilominus eadem in Eccentrico ipſo perquirere.*

## NUMERUS XXXII.

### *Eadem per viam Eccentrici aliis duobus modis invenire.*

*Fig. 9. Lib 6. Aſtronom.*

Eligantur tres Lunæ Eclipſes, ſeu Oppoſitiones Eclipticæ Lunæ cum Sole, ad quarum momenta invento Vero loco Solis habetur etiam Verus locus Lunæ, utpote Soli diametraliter oppoſitæ. Eccentricus autem ſit F C E, & ad momentum primæ ☍ centrum Lunæ ſit in Eccentrici puncto C, ad momentum ſecundæ in D, ad momentum tertiæ in E. Eclipſium intervallis qui debeantur motus Veri, patet ex cognitis Veris locis Lunæ; qui debeantur Me-

dij, ſcitur ex *num.* 28. §. 3. Igitur ex collatione Verorum cum Medijs ſcitur per *lem.* 1. *num.* 30, in quo ex tribus arcubus C D, D E, E F C ſit Apogeum. Ponamus eſſe in H, & linea Apogei eſto H F, centrum Eccentrici K, centrum Zodiaci & Mundi B. Ducantur rectæ B C, B D, B E, quæ poſtrema continuetur in G; item rectæ K C, K D, K E, E D, D C, C G, D G. Ex *num.* 28 ſcitur qui motus Anomaliæ debeatur intervallo temporis à primâ ☍ ad ſecundam; ac proinde abjectis integris circulis, notus fit arcus C D: eodemque modo ſiunt noti arcus D E, & C D E. Per arcus verò a noti ſunt anguli C K D,
a *Per* 33. 6.
D K E, C K E. Deinde quia ad ſingulas ☍ Eclipticas nota ſunt loca Vera Lunæ in Zodiaco, etiam eorumdem diſtantiæ, adeoque & anguli C B D, D B E, C B E, qui eas diſtantias b metiuntur, noti erunt. His
b *Per eand.*
ita conſtitutis, ſi opereris, ut præſcribetur *lib.* 6. *num.* 18. à §. 3. *uſque ad finem*, acquires Eccentricitatem, Anomaliam, Locum Medium ad ☍ ſingulas. Atque hic primus modus eſt.

*Fig.7.& 8. Lib. 6. Aſtronom.* Pro modo ſecundo, Eccentricus eſto F D E; centrum Mundi ad Zodiaci in A. Ad momentum primæ ☍ Eclipticæ Lunæ centrum ſit in C, ad momentum ſecundæ in D, ad momentum tertiæ in E. Ducantur rectæ A C, A D, A E, quæ poſtrema continuetur in F; item perpendiculares, C P, F I, F N, ac demum rectæ D C, C F. Arcus F C, C D, F D, nec non anguli D A E, C A E innoteſcunt, ut in modo primo. His ita conſtitutis, ſi opereris, ut præſcribetur *lib.* 6. *num.* 17. *à* §. 4. *uſque ad finem*, prodibunt Eccentricitas, Anomalia, Locus Medius, ad ſingulas ☍ Eclipticas.

*Via Eccentrici videtur facilior Epicyclicâ: hac tamen non fuit negligenda, tum ne ipſius inſigne artificium ſtudioſi ignorarent, tum ut Eccentrici prærogativa appareret.*

## NUMERUS XXXIII.

### *Æqualium Lunæ motuum examen & emendatio.*

ELigendi ſunt ad hoc opus Eclipſium Terniones duo ejuſmodi, ut quæ ejuſdem ſunt Ternionis, intervallo diſtent quàm minimo, Terniones verò ipſi, quàm maximo.

§. 1. Ptolomæus *lib.* 4. aſſumit tres Eclipſes, Babylone obſervatas à Chaldæis. Prima fuit Anno 1. Mardocempadi, Die 29 Thoth expletâ, Horâ poſt Merid. 9. 30; ſed Alexandriæ Horâ 8. 40: Sole in Piſcium, adeoque Lunâ in Virginis grad. 24. 30. Secunda accidit Anno 2 Mardocempadi, Die 18 Thoth, Horâ 11. 16 poſt Merid. Alexandriæ. Sol erat in Piſcium, ideoque Luna in Virginis grad. 13. 45′. Tertia fuit eodem Anno, Die 15 Phamenoth, Horâ 7. 40. Alexandriæ poſt Merid. Sol erat in Virginis, ac proinde Luna in Piſcium grad. 13. 15′.

Aſſumpſit deinde tres alias Eclipſes à ſe obſervatas, magno intervallo à prioribus diſtantes, quas recenſui *num.* 31, *ſuprà*.

Ex tribus prioribus eo artificio, quod fusè *num.* 31 expoſui, pro momento ſecundi ☍ Ecliptici invenit Lunæ locum Medium in Virginis grad. 14. 44′; Anomaliam verò, ſeu diſtantiam Lunæ ab Apogeo, grad. 12. 24′. Ex tribus autem poſterioribus eodem artificio *nu.* 32 jam explicato, invenit momento Medio Eclipſeos ſecundæ poſterioris Medium locum Lunæ in Arietis grad. 29. 30; Anomaliam verò, ſeu diſtantiam ab Apogeo grad. 64. 38′. Quia verò Eclipſes ejuſdem Ternionis modico intervallo à ſe invicem diſtant, motus æquales intervallis illis debiti, modicum vitij trahent ex motu Diurno Hipparchæo non penitùs exacto, ex cujus aggregatione *num.* 21. & 22 fuêre conflati, quod diligenter notandum eſt pro §. tertio.

§. 2. Quoniam igitur in momento ſecundi Ecliptici Plenilunij prioris, locus Medius Lunæ fuit in Virginis grad. 14, 44′, Anomalia verò grad. 12. 24′: In momento autem ſecundi Ecliptici Plenilunij poſterioris, Lunæ Medius locus erat in Arietis grad. 29. 30; Anomalia verò grad. 64. 38′; manifeſtum eſt eo temporis ſpatio, quod inter duas haſce Eclipſes effluxit, Lunam motu Medio abſolviſſe in Zodiaco (abjectis integris circulis) gradus 224. 46′; tot enim ſunt à Virginis gradibus 14, 44′ ad Arietis gradus 29. 30; in circulo autem Anomaliæ percurriſſe gradus 52, 14′, quot nempè ſunt à gradibus Anomaliæ 12. 24′ ad gradus 64. 38. Porrò tempus, ſed Æquatum, ab Eclipſi ſecundâ priori, quæ fuit Anno 2 Mardocempadi (hoc eſt ante Chriſtum Anno 720) Die 18 Thot, Horâ 11. 16, uſque ad ſecundam poſteriorem, quæ (ut *num.* 32 recenſui) contigit Anno Hadriani 19, hoc eſt Chriſti 134, completâ Die 2 Choeac, Horâ 11 poſt Merid. eſt Annorum Ægyptiorum 854, Dierum 73. H. 23. 20, hoc eſt, Dierum 311783. H. 23. 20. Igitur Luna Diebus 311783. H. 23. 20, motu Medio percurrit in Zodiaco 224. 46′, in circulo Anomaliæ grad. 52. 14, abjectis utrobique circulis integris.

§. 3. Colligamus jam motum Anomaliæ Diebus 311783. H. 23. 30 debitum, aggregando motum Diurnum Anomaliæ Hipparchæum, quem corrigendum ſuſceperamus, eſtque grad. 13. 3′. 53″. 56‴. 29⁗. 38′′′′′. 38′′′′′′; & invenicmus, abjectis integris circulis, grad. 52. 31′, cùm tamen repertum ſit per duos Eclipſium Terniones, dicto temporis intervallo deberi ſolum grad. 52. 14′. Porrò hic motus Anomaliæ à Vero longiùs aberrat, quàm is qui paulò antè per duos Eclipſium Terniones inventus eſt, cùm procreatus ſit ex Diurno motu Anomaliæ Hipparchæo toties ſumpto, quot ſunt in Eclipſium ſecundarum intervallo, Dies, nempè 311783, patet in illo vitium motus Diurni Anomaliſtici Hipparchi, ineſſe vicibus 311783 multiplicatum. Quamvis autem motus Anomallæ, qui eidem intervallo Dierum nempè 311783. H. 23. 20, per duos Eclipſium Terniones inventus eſt convenire, etiam ipſe adminiculo Diurni motus Hipparchæi (ut patet ex proceſſu *num.* 31.) repertus ſit, non ineſt tamen in eo vitium Diurni motus Hipparchæi toties multiplicatum, uti patet ex eo, quod ſub finem primi §. notandum eſſe monui. Igitur motus Medius debitus ſecundarum Eclipſium intervallo, multò exactior eſt qui reperitur per duos Eclipſium Terniones, quàm is qui ex aggregatione Diurni motus Hipparchæi. Quare ſi uterque in motus Diurnos reſolvatur, ex priore multò exactior proveniet Diurnus motus Anomaliæ, quàm ex poſteriore. Reſolvitur autem poſterior in Diurnum Anomaliæ motum Hipparchæum grad. 13. 3′. 53″. 56‴. 29⁗. 38′′′′′. 38′′′′′′. ex cujus aggregatione conflatus eſt. Prior verò in quem reſolvatur, ſic invenies. Prior inventus fuerat graduum 52. 14′, poſterior graduum 52. 31. Poſterior ergo priorem excedit Minutis 17. Cùm ergo poſterior motus Anomaliſticus Dierum 311783. H. 23. 20 priorem excedat Minutis 17: motus Anomaliſticus unius Diei poſterior (nempè grad. 13. 3′. 53″. 56‴. 29⁗: 38′′′′′ 38′′′′′′. priorem, qui adhuc latet, quantùm excedet? Per Reg. prop. reperies excedere

dere grad. $0.\ 6.\ 0''.\ 0'''.\ 11''''.\ 46'''''.\ 39''''''$. His ergo demptis à dicto Hipparchi motu Diurno Anomaliæ grad. $13.\ 3', 53'.\ 56''.\ 29'''.\ 38''''.\ 38'''''$. prodibit Diurnus Anomaliæ motus correctus, qui latebat, grad. $13.\ 3'.\ 53''.\ 56'''.\ 17''''.\ 51'''''.\ 59''''''$.

Atque ita non ſolùm ipſum correctionis artificium, ſed etiam demonſtratio ejus eſt manifeſta.

§. 4. Colligatur deinde Lunæ motus Medius in Zodiaco debitus Diebus 311783. H. 23. 20, aggregando Hipparchi motum Diurnum in Zodiaco grad. $13.\ 10.\ 34''.\ 58'.\ 33'''.\ 30''''.\ 30'''''$, abjectiſque circulis integris, inveniemus grad. 224. 46'. totidem præciſè, quot per duas Eclipſium trinitates erant reperti. Ex quo infert Ptolomæus Hipparchi motum Medium in Zodiaco rectè ſe habere. In quo quidem aſſentiri Ptolomæo non debemus, in binis namque illis Eclipſibus, ex quarum intervallo Ptolomæus hanc correctionem inſtituit, valdè diſſimiles fuerunt Anomaliæ Lunæ; in priore ſiquidem repertâ fuit grad. 12. 24'; in poſteriore grad. 64. 38'. Quod quantùm obſit inventioni motus Medij, ſatis patet ex demonſtratis *num.* 24. & 25. Atque hæc videtur cauſa eſſe cur per duas Eclipſium trinitates Ptolomæus, Hipparchæi motus Medij correctionem nullam obtinuerit.

§. 5. Nicolaus Copernicus ipſos Medios motus Ptolomæi, eodem artificio, ſed per Eclipſes aptiores, hoc eſt quæ ſimiliores haberent Anomalias, & longiùs diſtarent, iterum ad incudem revocavit. Primò aſſumpſit tres Eclipſes à Ptolomæo obſervatas Alexandriæ, quas recenſui ſuprà *num.* 31, eaſque reduxit ad Meridianum Fruenburgi. Deindè aſſumpſit tres alias à ſe obſervatas Fruenburgi. Prima fuit Anno Chriſti 1511, completâ Die 6. Octob. H. 0. 35' poſt med. noctem, exiſtente Sole in Libræ, Lunâ in Arietis grad. 22. 25'. Secunda contigit Anno 1522, expletis Diebus 5 Sept. Horâ 1. 20. p. m. n. Sole exiſtente in Virginis, Lunâ in Piſcium grad. 22. 12'. Tertia fuit Anno 1523, elapſis Diebus Aug. 25. p. m. n. Horâ 4. 25' Sole in Virginis, Lunâ in Piſcium Grad. 11. 21', exiſtente.

Ex tribus prioribus, juxta modum *num.* 32 explicatum, Ptolomæus, adhibitis Diurnis motibus Hipparchi, elicuit pro momento ſecundi Ecliptici Plenilunij (ut jam dixi 1. §. *hujus numeri*) locum Lunæ Medium in Arietis Grad. 29. 36, Anomaliam verò graduum 64. 38'. Ex tribus autem à ſe obſervatis Copernicus ad momentum ſui ſecundi Plenilunij Ecliptici, uſus Diurnis motibus Ptolomæi, §. 1. jam inventis per methodum *num.* 31, invenit Medium Lunæ locum in Piſcium Grad. 26, 56, Anomaliam verò Grad. 74. 27', quæ ferè æqualis eſt Anomaliæ Eclipſeos ſecundæ Ptolomaicæ.

Ex his deinde eodem diſcurſu, quo §. 2. 3. 4. jam uſi ſumus, collegit Copernicus motus Diurnos aliquantò majores Hipparchæis à Ptolomæo correctis.

§. 6. Ex Medijs motibus ſic correctis elicientur etiam quantitates Menſtruæ correctæ hoc modo: Si Luna abſolvat in Zodiaco Grad. 13. 10. 35'' &c. Die uno; Gradus 360 quanto tempore abſolvet? Per Reg. prop. proveniet tempus quæſitum ſive quantitas Menſis Periodici correcta. Eodem modo ex Diurno motu Lunæ à Sole correcto reperietur quantitas correcta Menſis Synodici, & ex Diurno motu Anomaliæ correcto Menſis Anomaliſtici quantitas correcta.

## *Scholium.*

*Motus Anomaliæ à Ptolomæo correctus, ab eo qui ſeq. Num. dabitur omninò (quantùm aſſequi humanâ induſtriâ licet) exactus, longiùs abit, quàm Hipparchæus ipſe, quem corrigendum ſuſceperat. Non idcircò tamen ſuſpecta eſſe debet correctionis ratio jam demonſtrata: ſed potiùs aut in Eclipſium (quod opinor) veterum obſervatione, aut alibi peccatum eſſe quidpiam cogitemus. Satis infeliciter correctio iſta Ptolomæo ſucceſſit, cùm neque in motu Medio (ut §. 5 monui) Scopum attigerit. Viſum eſt tamen eam exempli loco proponere, ut novus calculi labor vitaretur.*

## NUMERUS XXXIV.

### *Æqualium motuum Lunæ determinatio ſuprema.*

EX motibus Æqualibus repertis *num.* 28, & correctis per *num.* 33. ad eam præciſionem deveniri poteſt, quanta poteſt humanâ induſtriâ obtineri. Oportebit igitur primò motuum prædictorum adminiculo exactas Menſium Synodici, Periodici, Anomaliſtici quantitates determinare, & ex ijs deinde motus Æquales, Diurnos, Horarios &c. deducere.

§. 1. Ad Menſium porrò accuratam inventionem aſſume cum Ricciolo duas Lunæ Eclipſes, in quibus eædem ſint Anomaliæ non ſolùm Lunæ, ſed etiam Solis; quales requiri ad hoc opus, liquet ex demonſtratis *num.* 24 & 25. Utrùm verò eædem ſint Anomaliæ, id certò jam ſciri poteſt ex *num.* 31 & 32, hunc in modum. In momento Ecliptici Plenilunij, quod ex obſervatione Copernici fuit anno 1522, expletis Diebus 5 Sept. Horâ 1. 20. poſt med. noctem per artificium *num.* 31. *vel* 32, reperta eſt *num.* 33. §. 5, Anomalia Lunæ Grad. 74. 27'. Habemus ergo unam Radicem motus Anomaliæ, hoc eſt, notam habemus diſtantiam Lunæ ab Apogeo ad certum aliquod temporis momentum. Quare præſidio hujus Radicis reperiemus Anomaliam Lunæ ad tempus datum quodcumque eâ methodo, quæ tradita eſt *lib.* 1. *num.* 54. & rurſum tradetur *infra num.* 46. & 47; ac proinde ſciri poterit, an in momentis duorum Pleniluniorum Eclipticorum eædem fuerint Lunæ Anomaliæ. Utrùm verò etiam Solis fuerint eædem, cognoſci poterit ex *num.* 55. *lib*, 1. Indicium hujus rei, quod *num.* 27 demonſtravimus, uſui eſſe in Eclipſibus, quas adhibebo, non poteſt, quòd conditiones in eo requiſitæ hic non adſint.

§. 2. His præmiſſis: Eclipſis prima, à Chaldæis, ut refert Ptolomæus *lib.* 4. *cap.* 11, obſervata eſt Babylone Anno 336 Nabonaſſari, hoc eſt ante Chriſtum 383, Die 26 Thot. completo nempè Die 22 Decemb. H. 19. 20 poſt Mer. ſed Alexandriæ H. 18. 36, ac proinde Bononiæ juxta Ricciolum H. 16. 47'. Igitur Eclipticum hoc Plenilunium contigit Anno ante Chriſtum 383, Dec. 23. H. 16. 47'.

Secundam obſervavit Gaſſendus Aquiſſextijs Anno 1628. Stylo Veteri, Die 10 Ianuarij, H. 9. 36'. 30', ac proinde Bononiæ juxta reductionem Riccioli, Anno 1628. Ian. 10. Stylo Vet. H. 10. 5'. 30'.

Inquirantur deinde, ut §. 1. docui, utriuſque

Eclipſis Anomaliæ. In primâ, Anomalia Lunæ fuit Grad. 230, in ſecundâ 231. 4'. differentia earum, nullius eſt hoc in negotio momenti. Anomalia Solis in primâ fuit Grad. 203. 46, in ſecundâ Grad. 203.36, differentia rurſum momenti nullius. Quare in utrâque Eclipſi Anomaliæ tam Lunæ quàm Solis, ſunt eædem. Quare ex his Eclipſibus rectè elicietur quantitas Menſis Synodici, & Anomaliſtici, ut patet ex demonſtratis *num.* 25.

§. 3. Ex tempore Eclipſium, §. 2 ſuprà recenſito, liquet à primâ ad ſecundam fluxiſſe Annos Iul. 2009, Dies 18. H. 19. 11", ſive Dies 733805, Tertia unius Horæ 3957060. Numerum Lunationum hoc tempore contentarum certò cognoſces, vel eo modo, quem ex Hipparcho tradidi *in Coroll. num.* 28. vel tempus dividendo per quantitatem Lunationis Mediæ, ſeu Medij Synodici Menſis præcedentibus Numeris inventam, quam, ex ibidem demonſtratis, conſtat ad eam iſthic præciſionem fuiſſe deductam, ut in bis mille Annis non poſſit error in unâ integrâ Lunatione committi. Utrolibet modo utare, reperies contineri Lunationes 24849. Quoniam igitur Lunationes 24849 conficiunt Dies 733805, & Tertia unius Horæ 3957060; Lunatio una quantum tempus efficiet? Diebus & Tertijs horarijs per 24849 Lunationes diviſis (uti Regula prop. exigit), proveniet unius Lunationis Mediæ quantitas. D. 29. H. 12. 44'. 3". 11'''. 28'''' &c. Legitimum fuiſſe operationis proceſſum patet ex *num.* 25.

Ex Menſe Medio Synodico jam invento quomodo eliciatur Periodicus, docui *num.* 28. §. 2.

Ut quantitas reperiatur Menſis Anomaliſtici, prædictarum Eclipſium intervallum, nempè Dies 733805, & Tertia Hor. 3957060, divide per quantitatem Menſis Anomaliſtici, per *præcedentes numeros* inventam, quæ ſatis exacta eſt, ut non poſſit in bis mille Annis committi error in unâ integrâ Lunatione: vel utere Regulâ Hipparchæâ, quam vide *in coroll. num.* 28. Reperies intervallo prædicto contineri Anomaliæ Revolutiones 26631. Quoniam igitur Menſes Anomaliſtici 26631 efficiunt Dies 733805 & Tertia Hor. 3957060; unus Menſis Anomaliſticus quantum tempus efficiet? Diebus & Tertijs Hor. per Menſes Anom. 26631 diviſis, proveniet tempus unius Menſis Anomaliſtici. D. 27. H. 13. 18'. 34". 25''' &c.

Hanc Porrò bigam Eclipſium meritò laudat Ricciolus, cùm nullæ extent, quæ & tanto intervallo diſtent, & in Anomalijs æquè conveniant.

§. 4. Ut verò exploratior evadat Menſium Lunarium quantitas, ea erit ex pluribus Eclipſium binarijs elicienda, ut mediam inter quantitates repertas (aliquantillo namque inter ſe illæ different) eligendo, propiùs ad veram accedatur. Inſignis fuit Riccioli hoc in negotio vel peritia, vel labor. Selegit is 40 Eclipſes, bigas nempè 20, in quibus & temporis intervallum eſſet magnum, & Anomaliæ propinquior æqualitas. Has omnes expendit methodo jam explicatâ, & earum etiam nonnullas juxta artificium *num.* 33. atque ex ijs omnibus tandem ſtatuit,

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Medium* | *Menſ. Synod.* | D. | 29. | H. | 12. | 44'. | 3". | 10'''. | | |
| | *Menſ. Period.* | D. | 27. | H. | 7. | 43'. | 4". | 58'''. | 59''''. | 45'''''. |
| | *Menſ. Anomal.* | D. | 27. | H. | 13. | 18'. | 34". | 30'''. | | |

§. 5. Ex menſtruis quantitatibus ſic ultimò determinatis, motus Medij dato temporis ſpatio debiti invenientur, & ipſi ultimam limam conſecuti. Nam ſi Luna Diebus 27. H. 7. 43'. 4" &c. motu Medio abſolvit totum Zodiacum, nempè Grad. 360; uno Die, Horâ, Minuto &c. quot Gradus motu Medio abſolvet? Rurſum ſi Luna diebus 27. H. 13. 18'. 34". 30'''. totum Anomaliæ circulum, abſolvat: uno Die, Horâ, Minuto, quot Anomaliæ Gradus percurret? Utrobique per Regulam propor. quæſiti Medij motus innoteſcent. Diurnum porrò motum Medium Lunæ à Sole habebis, ſi à motu Medio Diurno Lunæ auferas Diurnum Solis motum Medium, qui *l.* 1. *n.* 36 repertus eſt Grad. 0. 59'. 8". 19'''. 51''''. 46'''''. 20''''''.

DIURNI MEDII MOTUS LUNÆ.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Medius* | Grad. | 13. | 10' | 35". | 1'''. | 18''''. | 16'''''. | |
| *Medius a Sole.* | Grad. | 12. | 11'. | 26". | 41'''. | 26''''. | 29'''''. | 40''''''. |
| *Anomalia.* | Grad. | 13. | 3'. | 53". | 56'''. | 30''''. | | |

HORARII MOTUS LUNÆ MEDII.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Medius* | Grad. | 0. | 32'. | 56". | 27'''. | 33''''. | 15'''''. | 40''''''. |
| *Medius à Sole.* | Grad. | 0. | 30'. | 28". | 36'''. | 43''''. | 15'''''. | 40''''''. |
| *Anomalia.* | Grad. | 0. | 32'. | 39". | 44'''. | 51''''. | 15'''''. | 0''''''. |

Eodem modo reperientur motus Medij unius Menſis & Anni. Quamquam & motus Menſtruus etiam ex aggregatione motus Diurni, & Annuus aggregando Menſtruum obtinebitur. Quod ſi deinde ſpecies hæ ſingulæ aggregentur additione continuâ, procreabuntur motus Medij Menſium duorum, trium &c. Annorum duorum, trium &c. atque ita tabulæ Mediorum Lunæ motuum conficiuntur.

*Corollarium.*

*a Propr. 5. num. 25. lib. 1.*

Ex his etiam motus Diurnus Apogei habetur, ſi à Diurno motu Medio *a* ſubtrahatur motus Diurnus Anomaliæ; reſiduum quippè Grad. 0. 6'. 41". 4'''. 48''''. 16''''' eſt motus Diurnus Apogei. Ex illo autem per Reg. proport. elicitur tempus unius integræ Revolutionis Apogei, quod eſt Ann. Ægypt. 8. Dierum. 311. H. 5. 36. quàm proximè.

## *Scholium.*

*Tempus Apparens Eclipſium quibus ad inveſtigandos Lunæ Menſes ſum uſus, non reduxi ad Æquale, quòd id in tanto Eclipſium intervallo minimè neceſſarium videretur. Ricciolus porrò non ſolum tempus æquavit, ſed etiam Ecliptica Plenilunia Vera reduxit ad Media, ut intervallum inter Eclipſes Medias*

obtine-

Digitized by Google

*obtineret. Id verò labore ſuperfluo eum feciſſe, cùm Anomalia tam Solis quàm Lunæ in Eclipſi utrâque fuerint eadem, patet ex ÿs, quæ num. 25 demonſtravimus. Et Menſis quidem Synodicus, quem ex binis Eclipſibus nos utroq; illo neglecto deduximus, ad eam quantitatem, in qua ipſe tandem acquieſcit, ferè accedit æqualiter. Deduxi namque ego Dies 29. H. 12. 44′. 3″. 11‴. 28⁗; ipſe D. 29. H. 12. 44′. 3″. 8‴. 47⁗, quæ quantitates Menſtruæ, ab eâ quam Ricciolus ſtatuerat eſſe exactam, paribus quàm proximè intervallis abſunt. Idem accidit in Menſe Anomaliſtico.*

## NUMERUS XXXV.

### *De Periodis Luniſolaribus.*

PEriodus, ſive Cyclus Luniſolaris, eſt ſpatium temporis, quo Media Novilunia ad ejuſdem Diei eamdem Horam, & ejuſdem Horæ idem momentum revertuntur. De his pauca dicere, quando Æquales Lunæ motus jam conſtitutos habemus, non erit ab inſtituto alienum.

Primi Cleoſtratus, Harpalus & Eudoxus Periodum ſtatuerunt Annorum 8. Sed rudior ea eſt, quàm ut inter Cyclos reponi mereatur, cùm intra illud ſpatium, ☌ anticipet priores ſedes per 6 Horas.

Secunda fuit Metonis, Annorum 19, longè celeberrima, & uſque ad correctionem Gregorianam ab omnibus recepta. Putavit igitur Meton Annis 19 compleri Lunationes, ſeu Menſes Synodicos 235 præcisè. Sed falſus eſt; complentur enim illæ paulò citiùs, & Media ☌ finem Annorum 19 prævertunt Horâ 1. 27′. 31″. 55‴. Quare ſpatio Annorum 19, ☌☌ priſtinas ſedes præveniunt Horâ 1. 27′. 31″. 55‴. ſpatio autem quatuor Cyclorum Metonicorum, hoc eſt Annorum 76, præveniunt Horis 5. 56. 7″. 40‴; ac tandem Annis 312½ Die fermè integro. Unde à Concilio Nyceno ad noſtra tempora 4 fermè Dies versùs initia Menſium progreſſa ſunt. Ita Clavius *in Kal.*

Tertia Calippi fuit Annorum 76, ex 4 nempè Metonicis conſtans. Sed neque illa ita reſtituit ☌☌ in ſedes priſtinas, quin anticipent aliquantò, quod & experientia ipſa docuit, & re ipſâ comperies, ſi Annos Julianos 76 per Menſem Synodicum *ſuperiori numero* ſtabilitum, diviſeris.

Quarta eſt Chaldaica Dierum 17956, ſive Annorum Iul. 54. Dierum 34; quibus compleri putabantur Lunationes 669. At ſi Dies 17956 dividantur per Lunationes 669, prodit Lunatio una Dierum 29. H. 13 $\frac{41}{223}$, nimis magna, ut ex. *num. præc.* & omnium Aſtronomorum obſervationibus patet.

Quinta eſt Hipparchi, qui (ut *num.* 28. indicavi) deprehendit Diebus 126009, & Horâ 1, compleri Lunationes 4267, quibus ſi dividantur Dies 126009. H. 1; prodit Lunatio una, ſeu Menſis Synodicus D. 29. H. 12. 44′. 3″. 15‴. 44⁗. 39′′′′′. 4′′′′′′. aliquantò major eo, qui *num. præc.* ſtabilitus fuit. Quare ne hæc quidem Periodus, licet priores longè vincat, omninò eſt exacta. Illius tamen etiam illa laus eſt, quod ferè reſtituar non ſolùm Menſes Synodicos, ſed etiam Anomaliſticos & Periodicos, ut *num.* 28. inſinuavi.

Sexta eſt Vietæ Annorum Iul. 3400 continens Menſes Synodicos 42053, per quos diviſis Annis 3400, hoc eſt Diebus 1241850, provenit Menſis Synodicus D. 29. H. 12. 44′. 3″. 10‴. 43⁗. 50′′′′′. 41′′′′′′. 25′′′′′′′. 43′′′′′′′′, excedens illum, qui *num. præc.* ſtabilitus eſt, minùs quàm uno Tertio horario. Sanè etiam Clavius fatetur hunc Cyclum ad veritatem accedere quam proximè, & Kepplerus putat à reſtitutione exactâ deficere uno ſolùm Minuto Horario, & Secundis 19.

Hæc de Cyclis Luniſolaribus ſtrictim inſinuata: neque enim omnes, ſed eos tantùm qui cæteris celebriores viderentur, hic recenſendos putavi.

## NUMERUS XXXVI.

### *Radicem Lunæ Motuum ad quamvis Epocham ſtatuere.*

ADminiculo trium Lunæ Eclipſium (ut docui *num.* 31 & 32) reperi locum Medium Lunæ, ejuſque Anomaliam ad momentum unius è tribus Ecliptici Plenilunij, ſed æquatum. Sunt autem hoc in opere adhibendi motus Æquales, qui per *num.* 34. ultimam limam adepti ſunt. Ita motus tam Medij, quàm Anomaliſtici Radices habebis Primitivas, hoc eſt, è cælo immediatè deductas, ex quibus ad aliam quamvis Epocham, eorumdem motuum Radices conſtitues, ut tradidi *lib.* 1. *num.* 53. in Sole; quæ enim iſthic dicta ac demonſtrata, omnibus Planetis conveniunt. Radix Medij motus Lunæ à Sole, eſt differentia Radicum Medij motus Lunæ, & Medij motus Solis.

Ricciolus Bononiæ ad principium Anni 1644, ſive ad finem Anni 1643, reperit Radicem motus Medij Lunæ Signorum 5. Grad. 20. 28′. 23″. 53‴. Radicem verò motus Anomaliæ Sign. 11. Grad. 22. 15′. 26″. 18‴.

## NUMERUS XXXVII.

### *Ad datum tempus quodcumque, Motus Lunæ Æquales ſupputare.*

NEmpè Motum Medium ab initio ♈, Anomaliam, Motum Apogei ab initio ♈, Motum Medium Lunæ à Sole.

Radices ſingulorum Motuum *num.* 36 repertas, redue ad a Meridianum loci, in quo es, aut quem vis, eæ enim ſolùm conveniunt Meridiano loci, in quo facta eſt obſervatio Ecliptici Plenilunij, ad cujus Epocham Radices ſunt inventæ. a *Vide num. 60. lib.* 1.

Ex §. 5. *num.* 34, collige ſingulos motus Medios, qui debentur temporis intervallo ab Epochâ uſque ad momentum datum. Si momentum datum eſt Epochâ poſterius, ſingulos hoſce motus Medios jam collectos, adde ſuis quoſque Radicibus; aufer verò ab ijſdem, ſi anterius, juxta Regulas, *lib.* 1. *num.* 54 expreſſas. Prodibunt ſinguli Motus Medij quæſiti ad datum momentum.

Demonſtravi *lib.* 1. *num.* 54.

Poteſt etiam ex motu Apogei primùm invento, reperiri Anomalia, ſi hic dematur à motu Medio ab ♈. Et viciſſim ex Anomaliâ reperiri motus Apogei, ſi hæc dematur à motu Medio ab ♈. Motum Medium Lunæ à Sole ad datum tempus ut obtineas, quære ad datum tempus motum Medium tam Lunæ, ut jam docui, quàm b Solis. Medium Solis aufer a Medio Lunæ: prodibit Motus Medius Lunæ à Sole ad datum temporis momentum. b *Per num. 54. lib.* 1.

# CAPUT IV.

## Modus inveſtigandi Verum Motum & Locum Lunæ in Syzygiis.

### NUMERUS XXXVIII.

***Eccentricitatem Lunæ in Syzygijs exactè invenire.***

ECcentricitas Lunæ in Syzygijs (ſive minima) quæ *num.* 31. & 32 reperta fuit, non eſt uſquequaque exacta, quòd ad ejus inventionem adhibiti iſthic fuerint motus Æquales debitam præciſionem nondum aſſecuti.

Quare ut Eccentricitatem in Syzygijs quàm accuratiſſimam obtineas, aſſume tres Eclipſes à Copernico obſervatas, quas recenſui *num.* 33. §. 5. vel ex *Theſauro Eclipſium apud Ricciolum Almag. lib.* 5. *cap.* 19, ex ijs, quæ plures nactæ ſunt obſervatores, aliam ſelige Eclipſium triadem; ſed motum Medium & motum Anomaliæ, qui Eclipſium intervallis debentur, collige ex Diurnis motibus ad extremam limam *num.* 34. deductis. Tum cætera deductio omnis inſtituatur ut *num.* 32. tradidimus. Ita prodibit Eccentricitas priore exactior. Quod ſi per diverſas Eclipſium trinitates hunc in modum Eccentricitas ſæpiùs inquiratur, atque inter repertas, ſi quæ ſit diverſitas, media eligatur, in hac merito licebit acquieſcere.

Eccentricitatem Syzygialem Ricciolus invenit partium 8745, quarũ Eccentrici Radius eſt 100000, Ptolomæus autem 8722. Prior, utpote ex motibus accuratioribus deducta, Ptolemaicæ præferenda.

### NUMERUS XXXIX.

***Æquationes Lunæ in Syzygijs ad ſingulos Anomaliæ Gradus invenire.***

PRæſidio Eccentricitatis jam notæ per *nu. præc.* reperiuntur illæ eodem prorſus modò, quo in Sole *num.* 40. *lib.* 1. Atque ita pariter innoteſcet exactè quantitas Æquationis maximæ Syzygialis, quæ *num.* 21. §. 5. innotuerat utcumque. Hanc ſtatuo cum Ptolomæo, & Ricciolo Grad. 5. 1.

#### *Corollarium.*

*Maxima Æquatio Lunæ in Syzygijs* B I *A, ſive* L M,
Fig. 37. l. 1. *contingit ad Anomaliam* F I. *Grad.* 95. 1, & *ad Anoma-*
a Vide de fin. 23. nu. 24. lib. 1. *liam* F I G N *Grad.* 264. 59′. *Æquatio enim maxima* L M *Graduum* 5. 1. *addita Quadranti* C L, *facit arcum* C M *Grad.* 95. 1: *cui, quia ſimilis* a *eſt arcus* F I, *etiam ipſe erit Grad.* 95. 1.

### NUMERUS XL.

***Ad datum quodvis tempus in Syzygijs motum Lunæ Verum, ſive Locum Lunæ Verum, in Zodiaco ſupputare.***

Fig. 5. ZOdiacus eſto K R M X; ejus ac terræ centrum A: Eccentricus G Y F Z: ejus centrum B: linea Apogei K G B A F M: Lunæ centrum in O: locus ejus Verus in P; linea motus Medij, A N; lo-
b Def. 23. num. 24. lib. 1. cus Lunæ Medius in N. Igitur Media ad datum tempus Anomalia Lunæ, *b* eſt G Y O, ſeu K R N, motus Verus X R M P, motus Medius X R N: motus Apogei X K: Æquatio B O A, ſeu N P.

Per *num.* 37. quæratur ad datum tempus motus Medius X R N, & Anomalia G Y O, ſeu K R N. Deinde per *num.* 39, inveniatur Æquatio N P, Anomaliæ repertæ conveniens. Hæc; ſi Luna ſit in primo Anomaliæ ſemicirculo G Y F, auferatur à motu Medio jam invento; addatur verò, ſi Luna (ut hic contingit) ſit in ſecundo ſemicirculo F Z G: proveniet motus Lunæ Verus X R M P. Quia verò hic motus Verus inventus, eſt ad tempus Apparens, adhibenda eſt correctio quæ traditur *lib.* 1. *n.* 58.

# CAPUT V.

## Modus inveſtigandi Verum Motum & Locum Lunæ extra Syzygias.

DUplicem expoſui *num.* 13. & 16, extra Syzygias Hypotheſim Lunæ in Longitudinem. Utraque erit, ut ſequentia intelligantur, recolenda. Singulis ſua methodus ſupputandi Verum Lunæ locum, reſpondet. Sed, quia earum alteram meliùs ſalvare Phœnomena *num.* 19. oſtendi, viſum eſt ab hac principium ducere.

### NUMERUS XLI.

***Maximam Lunæ tum Proſthaphæreſim tum Eccentricitatem, quæ nimirum ipſi competunt in Quadraturis, invenire.***

§. 1. EX Ptolomæo *Almag. lib.* 5. *cap.* 2. & 3 hunc modum colligimus. Obſervandum eſt illud temporis momentum, quo Quadraturæ in Mediam Eccentrici Longitudinem, & ſimul (ut vitetur *a* pa- a Vide dicenda lib. 3. num. 38. & 39.
rallaxis in Longitudinem) in Gradum Zodiaci Nonageſimum ab Horizonte incidunt. Tunc enim ex loco Vero Solis notùs fiet Verus locus Lunæ: locus autem ejus Medius innoteſcet *per num.* 37. ex Mediorum Motuum tabulis jam *num.* 34. conſtitutis. Quare motuum Veri & Medij differentia, hoc eſt ipſa Æquatio, nota fiet, quæ ad momentum illud omnium maxima eſt.

Zodiacus eſt D R T Z, ejuſque centrum A: Ec- Fig. 4.
centricus in Quadraturis H E S V, ejuſque centrum C: linea Apogei R E C A V Z; Eccentricitas maxima A C, minima A B. Per A, Zodiaci centrum ducta ſit ad R Z perpendicularis T I, ſecans Zodiacum in T, Eccentricum verò in P & I, ducaturque recta C P. Igitur locus Apogei in Zodiaco eſt R; R T quadrans Zodiaci; P & I, Tranſitus Medij, angulus A P C, Æquatio maxima in Quadraturis. Initium Arietis ſit in D.

Oporteat invenire angulum A P C, & ex eo maximam Eccentricitatem A C.

Obſervetur illud temporis momentum, quo locus Verus Solis, & locus Apogei Lunæ in Zodiaco coincidant, putà in R, & locus Lunæ Verus ſit in Nonageſimo Eclipticæ, & diſtet à loco Vero Solis Grad. 90. Diſtantia Lunæ à Sole captatur inſtrumento, ut per occaſionem docui *num.* 4. Modus reperiendi locum Solis traditur *lib.* 1. *num.* 55. Locus Apogei reperitur per *num.* 37. *libri hujus* 2. Modus reperiendi Lunam in Nonageſimo, independenter ab his tradetur *lib.* 3. *num.* 7. Oportet igitur ut in unum momentum tres illæ conditiones conveniant; nimirum

ut

ut Luna ſit in Nonageſimo; ut à Sole ſuprà Horizontem conſpicuo, diſtet Grad. 90; ut Sol & Apogeum Lunæ ſint in eodem puncto Zodiaci. Porrò Sole & Apogeo Lunæ concurrentibus in Zodiaci puncto R, cùm Lunæ Verus locus à Vero Solis loco R diſtet grad. 90, Verus utique Lunæ locus erit in Zodiaci puncto T, quo finitur Quadrans R T: ut Luna ipſa erit in Eccentrici puncto P, ductáque A F parallelâ ad C P, erit locus Lunæ Medius in F, motuſque ejus Medius D R F, Verus D R T. Quoniam verò ad momentum prædictum ex obſervatione nota ſunt tam motus Solis Verus D R, quàm diſtantia Vera Lunæ à Sole T R, etiam motus Lunæ Verus D R T notus erit. Quare ſi ad idem momentum quæratur per *num.* 37 locus Lunæ Medius D R F, utriuſque motus Veri nempè & Medij differentia T F nota erit. Atqui T F eſt ipſa Proſthaphæreſis quæſita; metitur enim angulum F A T, ſeu F A P,

*e Per 37.1.* hoc eſt *e* angulum C P A. Et quia T A I ex hyp. eſt perpendicularis ad lineam Apogei R Z, trigonum P A C rectangulum erit: in quo quia notus jam eſt angulus C P A, etiam nota fiat ratio *n* A C ad C P.

*n Per probl. 1. c. 3. Geom. Pract.* Igitur Eccentricitas A C in partibus Radij Eccentrici C P nota eſt. Porrò Æquatio C P A ſic inventa, eſt maxima omnium in hac Eccentrici E S V H poſitione per *propr.* 8. *num.* 25. lib. 1: tam ipſa verò, quàm Eccentricitas A C, cum tribus ſupradictis conditionibus inventæ, ſunt abſolutè omnium maximæ quicumque alius fuerit ſitus Eccentrici: quæcumque enim abſque iſtis conditionibus obſervationes inſtituantur, ſemper iſtis minores inveniuntur.

§. 2. Ratio autem cur captanda fuerit Luna in Nonageſimo Eclipticæ, hæc eſt, quod tunc *u* parallaxis Longitudinis evaneſcat, adeoque diſtantia Lunæ à Sole inſtrumento accepta, quæ tantùm eſt Apparens, ſeu Viſa, ſit quàm proximè æqualis diſtantiæ Veræ. Dixi quàm proximè, quia licet in Nonageſimo evaneſcat parallaxis Longitudinis, poteſt tamen aliqua eſſe parallaxis *t* diſtantiæ, licet valdè parva. Deinde quia Lunâ exiſtente in Nonageſimo, Sol ex hyp. extra Nonageſimum eſt, is aliquam parallaxim ſubit: quæ tamen, quia (ut *x* oſtendam alibi) ferè inſenſibilis eſt, diſtantiam Lunæ à Sole Viſam à Verâ vix ſenſibiliter faciet differre: unde & contemni hoc loco poteſt. Plus officere poteſt refractio Solis, utpotè propè Horizontem, in hoc caſu, exiſtentis. Quare cum ea Solem altiorem Vero, adeoque & Lunæ propinquiorem juſto reddat, quando diſtantia Apparens Lunæ à Sole erit Grad. 90 tunc Vera excedet Grad. 90 totâ quantitate refractionis, quæ eſt Minutorum circiter 33, & *l.* 3. *n.* 26. innoteſcet independenter ab omni motu Lunæ. Oportebit igitur captare momentum illud, quo diſtantia Apparens Solis à Lunâ eſt Grad. 89. 27'. tunc enim Vera erit Graduum 90.

*u Lib. 3. num. 39.*

*t Vide lib. 13. nu. 28.*
*x Lib. 3. num. 20. corol. 4.*

§. 3. Quia porrò etiamſi Luna ſit in Nonageſimo Eclipticæ, adhuc aliqua manere poteſt parallaxis Diſtantiæ, intentum fortè non minùs exactè obtinebitur, ſi loco Nonageſimi Gradus Eclipticæ, obſervetur Luna in Meridiano conditionibus alijs manentibus, & obſervatio fiat propè Tropicum. Nam ſi in loco obſervationis Altitudo Poli fuerit Grad. 30, erit Altitudo Æquatoris ſuprà Horizontem Grad. 60, complementum *q* nempè Altitudinis Poli; cui ſi addatur Diſtantia Tropici ab Æquatore Grad. *r* 23. 36, Lunáque obſervationis tempore in Cancro exiſtat, erit Luna ſuprà Horizontem elevata Gradibus 83. 36. Quare parallaxis ejus *ſ* Altitudinem, ac proinde *t* etiam in Longitudinem, vix ſenſibilis evadet.

*q Vide dicta ad defin. 14. lib. 1.*
*r Per num. 21. lib. 1.*
*ſ Vide th. 4. num. 19. lib. 1.*
*t Vide dicenda.*

Itaque ſi parallaxi neglectâ, procedatur ut ſuprà, Æquatio & Eccentricitas maximæ reperientur Veris quàm proximæ: quibus deinde, ex motuum per ipſas inventorum congruentiâ vel non congruentiâ cum cælo, quæ deinde correctio ſit adhibenda, innoteſcet.

§. 4. Æquatio *o* maxima maximarum Lunæ extra Syzygias Ptolomæo, Copernico, Lansbergio eſt Graduum 7. 40: Bullialdo, Vendelino, Ricciolo Grad. 7. 30. Eccentricitas maxima, eſt Lansbergio 13340, Ricciolo 13053; quarum Radius Eccentrici eſt 100000.

*o Vide defin. 13 nu. 17.*

### *Corollarium.*

Æquatio maxima in □□ ſit ad P Gradum 97. 30. Nam arcus L P, ſimilis eſt arcui R F, qui excedit Quadrantem R T, Æquatione F T Grad. 7. 30.

## NUMERUS XLII.

### *Æquationem a Centri maximam, & Gradum Anomaliæ, in quo contingit invenire.*

*a Def. 9. num. 17.*

Zodiaci centrum eſto A (præter figuram 25 in margine adſcriptam, etiam ſub initium juvabit inſpicere *fig.* 6 & 7.); circellus *o* Anomaliæ Centri ſit B D C Q ejuſque centrum P. Erit igitur A P C *a* pars lineæ Apogei Medij, & ſi ducantur rectæ A G, A D, &c. erunt *b* anguli C A G, C A D &c. Æquationes Centri. Liquet autem Æquationem Centri maximam ad contactus D, Q, exiſtere. Quæruntur igitur angulus C A D, & arcus B D.

*Fig. 25.*
*o Def. 1. num. 17.*
*a Per def. 5. num. 15.*
*b Per def. 9 ibid.*

Ducatur Recta P D. Per 18. 3. angulus P D A eſt rectus. Unde trigonum A D P rectangulum eſt: in quo nota ſunt latera A P, P D; nam A B Eccentricitas Lunæ minima *num.* 38 inventa, eſt partium 8745, quarum Radius Eccentrici eſt 100000; & *num.* 41. A C Eccentricitas Lunæ maxima reperta; eſt earumdem partium 13053: adeoque A B demptâ ab A C, remanet P C earumdem partium 4308, cujus ſemiſſis P B, ſeu P D, eſt earumdem partium 2154, quâ additâ ad A B 8745, fit A P earumdem partium 10899. Quoniam igitur in rectangulo trigono A D P nota eſt baſis A P 10899, & latus P D, 2154, ex his *b* reperietur angulus P A D Grad. 11. 23'. 55'' $\frac{3}{7}$: igitur Æquatio Centri maxima P A D, ſeu C A D, eſt Grad. 11. 23'. 55'' $\frac{3}{7}$.

*b Per Probl. 4. cap. 3. Geom. pr.*

Deinde ſubtracto angulo P A D Grad. 11. 23'. 55'' $\frac{3}{7}$ à Gradibus 90, remanet angulus A P D, adeoque arcus B D, GRAD. 78. 36'. 4'' $\frac{4}{7}$. Quare Æquatio maxima Centri fit ad Anomaliæ Gradum 78. 36'. 4''. $\frac{4}{7}$.

Denique quia eodem in trigono rectangulo nota eſt baſis A P in partibus Radij Eccentrici, & acutus P A D jam inventus eſt, ex his *d* reperietur A D Eccentricitas conveniens Gradibus Anomaliæ B D in partibus iiſdem Radij Eccentric.

*d Per Probl. 2. cap. 3. Geom. pr.*

## NUMERUS XLIII.

### *Ad ſingulos Anomaliæ Centri Gradus Eccentricitates, & Æquationes Centri invenire.*

Anomaliam Centri numerari ex principio B verſùs D, ſic ut in ſuperiori parte circelli procedat in conſequentia Zodiaci, in inferiori in præ-

*Fig. 25.*

præcedentia, patet *num. 17. def. 1. & ex §. 6. num. 16.*

Anomalia Centri data ſit primùm minor Gradibus 180, ex gra. B G Grad. 150, qui numerentur ex B in G, ducaturque Eccentricitas A G. Oportet invenire Eccentricitatem AG, & Æquationem Centri C A G.

Quarum partium Radius Eccentrici eſt 100000, earum A B, Eccentricitas minima eſt 8745, maxima A C 13053, ac proinde B C 4308, ejuſque ſemiſſis B P, ſeu G P 2154. Ergo A P eſt 10899, & G P 2154. Quoniam igitur in triangulo A P G nota ſunt latera A P, P G, & angulus A P G, ſeu B P G, propter Anomaliam datam B G, ex his *i* reperietur latus A G Eccentricitas, & angulus C A G Æquatio, quæ debentur Anomaliæ Centri datæ B G.

*i Per probl. 10. cap. 3. Geo. Pract.*

Hunc in modum ad ſingulos Anomaliæ Gradus uſque ad 180, Eccentricitates, & Æquationes Centri reperiuntur, & in tabulas digeruntur.

Quod ſi deinde Anomaliâ detur B D I Gradibus 180 major, ei debentur Eccentricitas A I, & Æquatio C A I, eædem quæ ejus complemento I Q B. Aufer igitur Anomaliam datam B D I à Gradibus 360, & nota erit Anomalia reſidua I Q B, cujus Eccentricitas A I, & Æquatio C A I, jam modo dicto inventæ, etiam conveniunt Anomaliæ datæ B D I.

## NUMERUS XLIV.

### *Cum datâ Eccentricitate Temporaneâ Æquationes Orbis ad ſingulos Gradus Anomaliæ Orbis Veræ invenire.*

CUm quælibet Ætas Lunæ incidere poſſit in Gradum quemlibet Anomaliæ Orbis Veræ, & cuilibet Ætati Lunæ ſua conveniat *o* Eccentricitas, quantitate ab aliis differens, quam Temporaneam *a* appellavimus; manifeſtum eſt, Eccentricitatem Temporaneam quamlibet, etiam poſſe incidere in quemlibet Gradum Anomaliæ Orbis Veræ.

*o Per §. 4. num. 16.*
*a Defin. 10. num. 17.*

*Fig. 7.* Zodiacus eſto K R M X, ejuſque centrum A: circellus Anomaliæ Centri B D C Q: Eccentrici centrum ponatur eſſe in Q, adeoque Anomalia Centri ſit B D C Q, & Eccentricitas Temporanea A Q: linea Apogei Veri I E Q A F L. Oporteat cum Eccentricitate A Q, Æquationes Orbis ad ſingulos Gradus Anomaliæ *b* Orbis Veræ invenire. Id verò obtinebitur eodem prorſus modo, quo in Sole *lib. 1. num.* 40. Ponamus enim Lunam eſſe in O, adeoque Anomaliam Orbis Veram dari E O. Ducantur rectæ A O, Q O. Quia datur Anomalia Vera E O, notus eſt ad centrum Q angulus E Q O, ac proinde etiam O Q A notus eſt. Quia verò *num.* 43 inventa jam eſt Eccentricitas A Q in partibus Radij Eccentrici Q O, nota erunt in triangulo A Q O latera Q O, A Q, unà cum angulo O Q A. Ex his ergo *b* reperietur Æquatio Orbis A O Q, debita Anomaliæ Orbis Veræ E O. Ita cum datâ Eccentricitate Temporaneâ Æquationes Orbis ad Gradus ſingulos Anomaliæ Orbis Veræ reperiuntur, & in Tabulam digeruntur.

*b Defin. 12. num. 17.*
*b Per probl. 10. cap. 3. Geo. Pract.*

## NUMERUS XLV.

### *Quo compendio condantur Tabulæ Æquationum Orbis.*

QUia Eccentricitates Temporaneæ ad Gradus ſingulos Anomaliæ Centri B D C ſunt diverſæ, ac proinde ſunt numero 180, ſi modo jam explicato pro ſingulis Eccentricitatibus velles Æquationes ad omnes Gradus Anomaliæ Orbis Veræ (E Z F) inveſtigare, condendæ eſſent Æquationum Tabulæ 180, quod laboris eſſet propè immenſi: quem ut devites, hoc compendio utere.

Cum Eccentricitate minimâ A B inveſtiga Æquationes ad ſingulos Gradus Anomaliæ, ut docui *num.* 39, & confer in Tabulam. Deinde cum Eccentricitate maximâ A C, ad ſingulos item Anomaliæ Gradus Æquationes inquirito. Tum auferendo Æquationes minimas ab his maximis inveni exceſſus maximarum ſuprà minimas, quos ordine Graduum minimis adſcribe. Aufer deinde Eccentricitatem minimam A B à ſingulis Eccentricitatibus Temporaneis, ut earum habeantur exceſſus ſuprà minimam, atque hos exceſſus reducito ad partes ſexageſimas ipſius B C exceſſus maximæ Eccentricitatis ſuprà minimam; quod obtinebitur, ſi fiat ut B C nota *c* in partibus Radij Eccentrici, ad exceſſum datæ Eccentricitatis Temporaneæ ſuprà minimam notum in iiſdem partibus, ita 60 ad alium numerum. Exceſſus Eccentricitatum ita reductos, ſolent Aſtronomi adſcribere Æquationibus Centri, & Scrupula Proportionalia appellant.

*c Per nu. 41.*

His peractis, oporteat ex tabulis reperire Æquationem ex. gr. ad Gradum Anomaliæ Orbis 80, debitam Eccentricitati A Q; cujus exceſſus Q S ſuprà A B, ſit ex. gr. 20, quarum C B eſt 60. Excerpe ex tabulâ Æquationem Orbis, debitam minimæ Eccentricitati A B ad Gradum Anomaliæ Orbis 80. Illi adſcriptum reperies exceſſum Æquationis debitæ Eccentricitati maximæ A C ad eundem Anomaliæ Gradum. Eſto ille Grad. 2. 20. Fiat igitur ut (C B) 60 ad (Q S) 20, ita exceſſus maximus Æquatorius Grad. 2. 20 ad alium: Hic additus Æquationi ad Gradum Anomaliæ 80 repertæ pro Eccentricitate minimâ A B, dabit Æquationem quæſitam pro Eccentricitate A Q ad Grad. Anomaliæ 80.

## NUMERUS LXVI.

### *Ad datum quodvis tempus extra Syzygias Motum Lunæ Verum, adeoq; Verum ejus Locum Geometricè ſupputare.*

ZOdiacus eſto X K R, ejuſque centrum A; circellus Anomaliæ Centri B D C Q: linea Apogei Medij K A M: Eccentricitas maxima A C, minima A B. Initium ♈ ſit in X. *Fig. 6. 7.*

§. 1. Ad datum tempus quærantur hi motus Æquales; motus *a* Medius Solis X ♈ T; motus *b* Medius Lunæ X R N; Anomalia Media *c* K R N, vel loco ejus *d* Apogei Medij motus X K, is enim ablatus à motu Medio Lunæ, relinquit Anomaliam Mediam K R N.

*a Per nu. 54. lib. 1.*
*b Per n. 37*
*c Per n. 37*
*d Per n. 37*

§. 2. Aufer motum Medium Solis à motu Medio Lunæ, prodibit motus Medius, ſeu Longitudo Media Lunæ à Sole T N. Hæc duplicata dabit Gradus Anomaliæ Centri, quæ in *fig. 6.* ſit B D, in *fig. 7.*

*fig.* 7. B D Q. Quare centrum Eccentrici erit in D, vel Q, & linea Apogei Veri I E D A F L, vel I E Q A F L.

*Ricciolus, cum Tychone ad determinandam Centri Anomaliam, mavult aſſumere Longitudinem Lunæ Veram à Sole: id enim cœlo magis congruere. Quare ſi hos* e Per nu. 55. lib. 1. *placuerit ſequi, ad datum tempus, inquire* e *motum Solis Verum, deinde motum Lunæ* f *Verum eo modo, ac* f Per num. 40. *ſi eſſent Syzygiæ, hunc ab illo auferendo, habebitur Longitudo Vera Lunæ à Sole, quæ duplicata dabit Anomaliam Centri.*

i Per num. 43. §. 3. Inquire *i* Eccentricitatem A D, vel A Q, m ibid. & Æquationem *m* Centri K A I, ſeu K I, quæ debetur Anomaliæ Centri, §. 2. inventæ.

§. 4. Æquationem Centri K I, ſi Anomalia Centri fuit minor Gradibus 180, ut in *fig.* 6, adde Anomaliæ Orbis Mediæ K R N; deme autem, ſi Anomalia Centri fuit Gradibus 180 major, ut in *fig.* 7. prodibit Anomalia Orbis Vera I R N.

n Per nu. 44. §. 5. Cum Eccentricitate A D, ſeu A Q ſuperiùs inventâ, inveni *n* Æquationem Orbis A O D, ſeu A O Q, adeoque arcum Æquatorium N P.

*In tabulis Æquatio Orbis ſic inquiritur: Æquationi Centri K I ſuprà §. 3. inventa adſcripta reperies Scrupula Proportionalia: quæ excerpe & ſerva. Deinde cum Gradibus Anomaliæ Orbis Veræ I R N ingreſſus Tabulam Æquationum Orbis, ex eâ ſume Æquationem Orbis debitam Anomaliæ I R N ad Eccentricitatem minimam A B, cui adſcriptum reperies exceſſum Æquationis, qui eidem Anomaliæ debetur ad Eccentricitatem maximam A C. Tum fiat, ut 60 ad Scrupula Proportionalia, ita exceſſus ſupradictus ad aliud: hoc additum Æquationi Orbis quæ debetur Eccentricitati minimæ, dabit Æquationem Orbis quæſitam N P, quæ nimirum debita eſt Anomaliæ I R N cum Eccentricitate A Q, ut patet ex num.* 45.

§. 6. Æquationem Orbis N P, ſi Anomalia I R N eſt major Gradibus 180, ut in *fig.* 6, adde motui Lunæ Medio X R N; deme autem, ſi Anomalia I R N eſt Gradibus 180 minor, ut in *fig.* 7, prodibit motus Lunæ Verus X R P, ad tempus datum.

§. 7. Denique motui Vero ſic invento, quia repertus eſt ad tempus Apparens, ſeu inæquatum, adhibeatur correctio, quæ traditur *lib.* 1. *num.* 58.

### *Corollarium.*

Longitudinem Lunæ Veram à Sole ad tempus datum invenies, ſi per *num.* 55. *lib.* 1. inquiras motum Verum Solis, & per *num.* 47 *hic*, motum Verum Lunæ: à quo aufer motum Verum Solis: reſtabit motus Verus Lunæ à Sole ad tempus datum.

## *Scholium.*

*Motibus Veris Lunæ tanto labore & artificio conſtitutis, adhuc deeſt aliquid extra Syzygias, & Quadraturas, ut cum cœlo perfectè conveniant, atque ea eſt tertia Lunæ inæqualitas, de quâ egi* num. 6. *neque plura hîc addo, donec certiùs de eâ conſtet editis in lucem obſervationibus Tychonis.*

## NUMERUS XLVII.

### *Modus alter Geometricè ſupputandi Verum Motum & Locum Lunæ extra Syzygias.*

INprimis eo utitur Ricciolus, eſtque accommodatus ejus hypotheſi, quam expoſui *num.* 13. Hoc potiſſimùm à præcedenti differt, quod ad datum tempus ita primò inquiratur *a* locus Verus Lunæ, ac a Per nu. 40. ſi tum eſſent Syzygiæ, adhibitâ nimirum Æquatione ſimplice, cujus baſis eſt minima Eccentricitas: qui locus deinde corrigitur per Æquationem ſecundam, cujus baſis eſt exceſſus Eccentricitatis Temporaneæ, ſuprà minimam. Unde modus iſte Æquationem compoſitam, ſeu totalem, qua extra Syzygias, juxta priorem methodum, locus Lunæ Medius reducebatur ad Verum, in duas partitur.

Inſpiciatur ſchema 3. in quo Zodiacus eſto D R I Z, Fig. 3. ejuſque centrum A: linea Apogei R Z, Eccentricitas minima A B, maxima A C: Situs Eccentrici in Syzygijs L F M N, centrum habentis in B: principium ♈ in D.

§. 1. Ad datum tempus quære motum Lunæ Verum D R G, per *num.* 40, ita ac ſi tum eſſent Syzygiæ: eodemque modo reperi Anomaliam Lunæ Veram R G.

§. 2. Quære item motum Verum Solis D H ad idem tempus, per *num.* 55. *lib.* 1. quem aufer à motu Vero Lunæ D R G, ut proveniat Elongatio Vera Lunæ à Sole, H G, quam duplica. Quod ſi Elongatio Lunæ ſit tanta (ex. gr. H G T) ut duplicata excedat Grad. 180, accipe ejus ad Grad. 360 complementum (T H), idque duplica. Hæc vocabitur Anomalia Centri ad tempus datum.

§. 3. Intelligatur deinde B C differentia Eccentricitatum maximæ & minimæ, ſecta in partes 180, atque ita totus Anomaliæ circulus repræſentabitur rectâ B C. Numeretur igitur in rectâ B C, ex B, in O Anomalia Centri ad tempus datum §. 2. jam reperta, ex. gr. partium 160. quarum B C eſt 180. Erit *i* ergo momento dato centrum Eccentrici in O parte 160 Anomaliæ Centri, ejuſque ſitus erit i Per §. 3. num. 13. K P Y Q.

§. 4. Quoniam verò *num.* 41. Eccentricitas maxima A C reperta, eſt 13053, minima A B 8745. *num.* 38, adeoque B C 4308, quarum Eccentrici Radius eſt 100000: ſi fiat ut B C 180 ad B O 160, ita B C partes Eccentrici 4308 ad aliud; prodibit B O Eccentricitas Temporanea in partibus Radij Eccentrici. Atque ita ad ſingulos Anomaliæ Centri Gradus, ſeu partes, Eccentricitas Temporanea reperietur, & in tabulam conferetur.

§. 5. Numeretur Anomalia Vera Syzygialis, ſuperiùs §. 1. inventa R G, in Eccentrico, ab Apogeo K in P, ducanturque rectæ B P, O P. Erit angulus B P O Æquatio ſecunda, inſiſtens ipſi B O exceſſui Eccentricitatis Temporaneæ A O, ſuprà minimam A B. Innoteſcet autem B P O ſic: quoniam ob notum Anomaliæ arcum K P, notus eſt angulus K O P ad O centrum Eccentrici, etiam reliquus P O B notus erit. In triangulo igitur P O B, quia nota ſunt latera P O, B O (eſt enim jam inventum §. 4, quot B O contineat partes, quarum P O Radius Eccentrici continet 100000), & angulus P O B; ex his reperietur *b* angulus B P O Æquatio b Per probl. 10. cap. 3. Geo. Pract. ſecunda quæſita.

*Quia autem Eccentricitas A B O, incidere poteſt in*

*quemvis Gradum Anomaliæ Eccentrici, pro ſolâ* B O *condenda eſſet una tabula Æquationum : Et quia Eccentricitates Temporaneæ diverſæ ſunt numero* 180, *condenda eſſent Æquationum tabulæ* 180. *A tanto labore te expedies per compendium expoſitum num.* 45, *quo utere, ut docui num.* 46. §. 5.

Quod ſi accidat Anomaliam Veram Syzygialem eſſe majorem Grad. 180, cujuſmodi eſt ex. gr. K P Y Q, Æquatio ſecunda B Q O æqualis erit ei, quæ fit ad Anomaliam K P S, æqualem Q K complemento prioris K P Y Q ad Gradus 360.

§. 6. Æquatio ſecunda ſic reperta, ſi addatur, vel ſubtrahatur motui Lunæ Vero D R G (qui §. 1. repertus eſt, ut ſolet in Syzygijs, & vocatur motus Lunæ Primò Æquatus), dabit motum Lunæ Verum, ad tempus datum extra Syzygias.

Leges porrò hujus additionis, & ſubtractionis ſunt *Fig. 5. e Vide def. 14. nu. 20.* iſtæ. Si tunc Linea ε Synodica eſt in ſemicirculo H E S continente Apogeum, & Luna tendat à ☌ ad ☍, Æquatio ſecunda eſt ſubtrahenda; addenda verò cùm tendit à ☍ ad ☌. Si Linea Synodica tunc eſt in altero ſemicirculo S V H, tunc à ☌ ad ☍ ſecunda Æquatio eſt addenda; ſubtrahenda verò à ☍ ad ☌. Haſce Regulas experientia docuit & comprobavit.

*Fig. 3.* In quo autem ſemicirculo Linea Synodica verſetur, ita ſcies. Quoniam nota eſt Anomalia Lunæ Vera R G per §. 1, hâc ſubtractâ à motu Lunæ Primò Æquato D R G, nota erit D R diſtantia Apogei Lunaris R ab ♈. Quare cùm etiam nota ſit D H diſtantia Loci Veri Solis ab ♈, ab hac (memor Regulæ tertiæ *num.* 54. *lib.* 1.) aufer Apogei diſtantiam D R: ita nota erit diſtantia Solis ab Apogeo Lunari; quæ ſi fuerit minor Gradibus 90, ſeu uno Quadrante, aut major Gradibus 270, hoc eſt tribus Quadrantibus, linea Synodica erit (*vide fig.* 5) in ſemicirculo H E S, continente Apogeum E; ſi autem major Grad. 90, aut minor 370, erit in altero S V H in *fig.* 3. diſtantia Solis à loco Apogei Lunæ R, eſt R I Z H major Grad. 270, ideoque eo caſu linea Synodica eſt in ſemicirculo Apogeum continente.

# CAPUT VI.

## Motus Lunæ in Latitudinem inveſtigatur.

### NUMERUS XLVIII.

***Definitiones ad Latitudinem Lunæ pertinentes.***

Planum Eccentrici, quem motu Propriò Luna percurrit, inclinatum eſſe ad planum Solaris Ec- *Fig. 1.* centrici, ſive Eclipticæ, patet ex *num.* 9. Sit igitur planum Eclipticæ A C B D: planum Eccentrici Lunæ A O B Q, ſecans Eclipticæ planum ſecundùm rectam A B, per I Mundi centrum tranſeuntem, unaque ejus medietas A O B, ab Eclipticâ declinet ad Polum Boreum, altera B Q A ad Polum Auſtralem.

1. Semicirculus A O B, ab Eclipticâ ad Polum Boreum declinans, vocatur *Borealis ſemicirculus Latitudinis*: alter B Q A, ab Eclipticâ declinans versùs Polum Auſtrinum, dicitur *Auſtralis*: Polum Boreum concipe inter figuram & te, Auſtralem poſt figuram.

2. *Nodi*, ſunt puncta A, B, quæ in Zodiaco deſignat A I B communis ſectio planorum Eclipticæ, & Eccentrici Lunæ.

Vocari ſolent *Caput & Cauda Draconis.*

3. *Limes Boreus* eſt Borealis ſemicirculi punctum O. maximè declinans ab Eclipticâ, diſtans ab utroque Nodo etiam Grad. 90.

4. *Limes Auſtrinus*, eſt Q punctum ſemicirculi Auſtrini, maximè ab Eclipticâ declinans, diſtans ab utroque Nodo etiam Grad. 90.

5. *Nodus Boreus*, ſive *Aſcendens*, eſt (A) qui contra Signorum ordinem, numerando à Limite Boreo O, diſtat ab eodem Grad. 90. Per hunc Luna motu Proprio evehitur, ſeu tranſit ad ſemicirculum Latitudinis Borealem. Ejus ſignum eſt ☊.

6. *Nodus Auſtrinus*, ſive *Deſcendens*, eſt (B) qui ſecundùm ordinem Signorum numerando à Limite Boreo O, diſtat ab eodem Grad. 90. Per hunc Luna deſcendit in ſemicirculum Latitudinis Auſtralem. Ejus ſignum eſt ☋.

7. *Latitudo Lunæ*, ſive *diſtantia Lunæ ab Eclipticâ*, eſt circuli maximi per Polos Eclipticæ, & Lunæ centrum tranſeuntis, arcus inter Lunæ centrum, & Eclipticam interceptus. *Latitudo Vera*, eſt diſtantia Veri loci Lunæ ab Eclipticâ : *Latitudo Media* eſt diſtantia loci Medij ab Eclipticâ.

8. *Latitudo Lunæ Borea*, eſt cùm Luna exiſtit in ſemicirculo Latitudinis Boreo, *Auſtrina* cùm in Auſtrino.

9. *Latitudo Borea*, ſeu *Septemtrionalis Aſcendens* eſt, cùm Luna tendit à Nodo Boreo A ad Limitem Boreum O. Deſignantur his litteris S A.

10. *Latitudo Septemtr. Deſcendens* eſt, cùm Luna tendit à Limite Boreo O, ad Nodum Auſtrinum B. Deſignatur in Ephimeridibus litteris S D.

11. *Latitudo Auſtralis*, ſeu *Meridionalis Deſcendens*, eſt cùm Luna tendit à Nodo Auſtrino B, ad Limitem Auſtrinum Q. Deſignatur litteris M D.

12. *Latitudo Meridionalis Aſcendens*, eſt cùm Luna tendit a Limite Auſtrino Q, ad Nodum Boreum A. Deſignari ſolet litteris M A.

Porrò Nodi, adeoque & Limites non conſiſtunt eodem ſemper loco, ſed moventur ſenſim ſub Zodiaco in præcedentia, ſeu contrà Signorum ordinem, ut *nu.* 10, oſtenſum eſt; quo motu fit, ut tam Nodi, quàm Limites totum Zodiacum perambulent, muteturque aſſiduè diſtantia Limitum, non quidem ab Eclipticâ, (niſi modicè, ut dicam *num.* 61. §. 3) ſed ab Æquatore; & Lunæ Eccentricus modò totus ultra Eclipticam utrimque versùs Mundi Polos exiſtat, modò totus exiſtat inter Eclipticam, & Æquatorem.

Sit enim in *fig.* 26 Colurus Solſtitiorum H D O E; *Fig. 26.* Polus Boreus X; Auſtrinus Z; Æquator B C; Ecliptica D A G, principium tam ♈ quàm ♎ in A, initium ♋ in D, ♑ in G. Sit autem Limes Boreus ſub F initio ♋. Auſtrinus ergo erit in E ſub initio ♑, & Lunæ Eccentricus in F A E. Ad motum Nodorum in præcedentia, etiam Limites F, E moventur, ſervato ſemper eodem intervallo ſuo ab Eclipticâ, ac proindè continuè appropinquant Æquatori, donec eumdem contingant in Q, & S; & toto eo tempore Eccentricus Lunæ totus utrimque porrigitur ultra Eclipticam D A G versùs Polos X, Z. Poſtquam verò Limites in Q, & S Æquatorem tranſiere, jam neceſſariò illi incipiunt, adeoque & Lunæ Eccentricus, eſſe inter Eclipticam D A G, & Æquatorem B A C, ita ut, cùm Boreus Limes pervenerit in P ad initium ♑, & Auſtrinus in I ad initium ♋, ſitus Eccentrici Lunæ ſit P A I. Id tamen nihil impedit quò minus Boreus Limes ſemper declinet ab Eclipticâ D A G versùs Boream, & Auſtrinus versùs Auſtrum, cùm Boreus (etiam in P) ſemper ſit inter Eclipticam

D G,

DG, & Polum Boreum X, Auſtrinus ſemper (etiam in I) ſit inter Eclipticam DG, & Polum Auſtralem Z.

13. *Motus Lunæ in Latitudinem* numeratur in conſequentia à Boreo vel Nodo, vel Limite. Non differt à motu Longitudinis quoad rem, ſed penes initium numerationis; hic enim numeratur ab ♈, ille à Limite Boreo, vel à Nodo Boreo.

14. *Reſtitui* dicitur *Latitudo Lunæ*, & *motus in Latitudinem Verus vel Medius*, cùm in fine alicujus temporis Lunæ centrum, vel centri locus Medius, eandem habet ab eodem Nodo (A) diſtantiam (AE) quam in principio ejuſdem temporis.

15. *Menſis Latitudinis*, eſt tempus, quo motus Lunæ in Latitudinem ſemel reſtituitur.

## NUMERUS XLIX.

### *Reſtitutionem motus Lunæ in Latitudinem cognoſcere.*

§. 1. COgnoſcitur Reſtitutio motus Lunæ in Latitudinem (primò videlicet, & independenter à tabulis Aſtronomicis, quas nondùm inventas eſſe hìc ſupponitur) præſidio duarum Lunæ Eclipſium ſimilium. Similes autem Lunæ Eclipſes ut ſint, tres conditiones requiruntur. Prima eſt, ut in utrâque æquales Lunæ portiones fuerint obſcuratæ. Secunda, ut Latitudo Lunæ in utrâque Eclipſi ſit vel Borea ejuſdem ſpeciei, vel Auſtrina ejuſdem ſpeciei; *vide defin.* 8. 9. 10. 11. *num. præc.* Tertia, ut in utrâque Eclipſi æquales fuerint diſtantiæ Lunæ à Terrâ: quod continget, cùm in Eclipſi utrâque, vel æquales fuerint Anomaliæ, vel majoris (FOGS) (*vide fig.* 37. *lib.* 1.) complementum (SF) ad totum circulum æquale fuerit Anomaliæ minori (FO). Tunc enim utriuſque ab Apogeo diſtantiæ (FO, FS) æquales erunt, adeoque (cùm, utpote in Syzygijs, Eccentricitates quoque Eccentrici Lunaris æquales ſint) etiam Lunæ à Terræ centro diſtantiæ æquales erunt.

Fig. 1. Si duæ igitur Eclipſes ejuſmodi, tribus jam dictis conditionibus præditæ, reperiantur; centrum Lunæ in utrâque ab eodem Nodo, putà A, æquali intervallo in conſequentia diſtabit; ac proinde æqualis erit in utrâque Lunæ in Latitudinem motus ex. gr. AE.

§. 2. Quod autem ad hoc neceſſaria ſit conditio non ſolùm prima, ſed etiam ſecunda, facilè intelligitur.

Fig. 29. Quod verò etiam tertia requiratur ſic oſtendo. Sectio coni umbroſi Terræ, in loco ubi eum Luna pertranſit in primâ Eclipſi, eſto COGF, ejuſque centrum A, & ſemidiameter AO: ſegmentum Eclipticæ CAG; ſegmentum Eccentrici Lunaris EI: pars Lunaris diametri intra umbram immerſa DO, major ſemidiametro Lunæ DB. Ponamus deinde in Eclipſi ſecundâ, ſalvis conditionibus primâ, & ſecundâ, Lunam minùs fuiſſe à Terræ centro remotam, quàm in primâ. Igitur ſectio coni umbroſi Terræ QSFR, in loco ubi eum Luna pertranſit, jam major erit quàm prior, adeóque & ſemidiameter
Fig. 28. ejus AS major erit ſemidiametro prioris AO. Ex hypotheſi autem pars Lunaris diametri intra umbram immerſa KS, æqualis eſt priori DO. Quare ſi ab æqualibus DO, KS, auferantur æquales ſemidiametri Lunæ DB, KN, remanent BO, NS, æquales. Quare ſi ab inæqualibus AO, AS, auferantur æquales BO, NS, remanent BA, NA inæquales; BA videlicet minor quàm NA. Atqui BA eſt Latitudo Lunæ in primâ Eclipſi, NA in ſecundâ. Minor igitur eſt Latitudo Lunæ in primâ, quàm in ſecundâ. Igitur in *fig.* 1 Latitudo Lunæ Eclipſeos Fig. 1.
primæ eſto EI, ſic ut centrum Lunæ ſit in Eccentrici puncto I. Quoniam in Eclipſi ſecundâ oſtenſum eſt Latitudinem Lunæ fuiſſe majorem, quàm EI; neceſſe eſt Lunæ centrum longiùs abfuiſſe à Nodo A, putà in F: ſic enim major eſſe poterit Latitudo FN. Ergo etiam motus Lunæ in Latitudinem AF, in ſecundâ Eclipſi major fuit, motu AE in primâ. Ergo licet duæ primæ conditiones adfuerint, ſi deſit tertia, nempè æqualis Lunæ diſtantia à Terrâ, concludi non poteſt reſtitutio motus Lunæ in Latitudinem ab Eclipſi primâ in ſecundam.

Quod ſi tres conditiones illæ ſimul omnes concurrant, manifeſtum eſt æquales eſſe in utrâque Eclipſi Lunæ motus in Latitudinem, ac proinde reſtitutum fuiſſe motum Lunæ in Latitudinem ab Eclipſi primâ ad ſecundam.

§. 3. Reliquum eſt ut oſtendam, quomodo diſcerni poſſint utrùm adſint conditiones prædictæ.

Quod ad primam attinet, modus obſervandi quantitatem diametri obſcuratam tradetur independenter ab his *lib.* 4. *num.* 62.

Secunda conditio diſcernetur hunc in modum. Si pars obſcurata Lunæ vergat ad Septemtrionem, Latitudo ejus eſt Auſtrina, ſi pars obſcurata vergat ad Auſtrum, Borea eſt Latitudo. Si in Eclipſi Latitudo Lunæ fuerit Borea, & poſt Eclipſim augeatur manens Borea, tempore Eclipſis fuit Borea Latitudo Aſcendens. Si in Eclipſi fuerit Latitudo Borea, & poſt Eclipſim decreſcat manens Borea, vel primò decreſcat, ac poſtea creſcat, ſed facta jam Auſtrina, tempore Eclipſis fuit Borea Deſcendens. Si Latitudo Lunæ in Eclipſi fuit Auſtrina, & poſt Eclipſim creſcat manens Auſtrina, tempore Eclipſis fuit Latitudo Auſtrina Deſcendens. Si in Eclipſi fuerit Latitudo Auſtrina & poſt Eclipſim decreſcat manens Auſtrina, vel primò decreſcat ac poſtea creſcat, ſed facta jam Borea, tempore Eclipſis fuit Latitudo Auſtrina Aſcendens. Quæ omnia ex inſpectione figuræ 1 facilè intelliges. Ut verò diſcerni poſſit an creſcat, vel decreſcat Latitudo Lunæ, & an Borea tum ſit, an Auſtrina, ſic opportuit procedere. Ad momentum, quo Luna attingit Meridianum proximè poſt
Eclipſim [a] quære locum Lunæ in Zodiaco; eritque [a] *Per nu.*
ſic notum Eclipticæ punctum, quod Lunæ tunc re- 46. *vel* 47.
ſpondet; non quidem exactè, ſatis tamen ad opus
præſens: ſiquidem infrà [o] oſtendam ab eo, quod re- [o] *num.* 65.
ſpondet exactè, non abeſſe Minutis 7. Hujus dein
Eclipticæ puncti declinationem ab Æquatore notam
[b] facito; quam ſi Borealis eſt, adde, ſi Auſtralis, deme
Altitudini Meridianæ Æquatoris, notæ *per num.* 27. [b] *Per nu.*
*lib.* 1: atque ita prodibit Altitudo Meridiana dicti 52. *lib.* 1.
puncti Eclipticæ. Metire deinde ad idem momen-
tum Altitudinem [c] Lunæ ſcilicet Meridianam: quæ ſi [c] *Per nu.*
major ſit Altitudine puncti Eclipticæ, ejus exceſſus 28. *lib.* 1.
indicabit Latitudinem; ſi minor, defectus erit indicium Latitudinis Auſtralis; ſi plures diverſis Diebus ejuſmodi obſervationes inſtituantur, & Latitudines inventæ inter ſe, & cum eâ quæ fuit in Eclipſi, conferantur, an poſt Eclipſim eæ creſcant vel decreſcant, & Boreæ ſint an Auſtrinæ, apparebit.

Tertia conditio diſcernitur *per num.* 37. *lib.* 2.

## NUMERUS L.

### *Quomodo motus Nodorum notitia prima acquiratur.*

NOdos moveri in antecedentia, unamque Periodum abſolvere Annis Ægyptijs pluribus quàm 18, paucioribus quàm 19, cognoſci poteſt vel ex rudiori obſervatione Eclipſium, ut oſtendi *num.* 10. Accuratior verò hujus Periodi notitia obtineri potuit hunc in modum.

Altitudo Meridiana maxima, quam Luna habere poteſt, ea eſt quam habet, cùm eſt & in principio Cancri & in Limite Boreo, ſive cùm tam Luna quàm Boreus Limes ſimul ſunt in principio Cancri. Tunc enim Altitudo Meridiana Lunæ compoſita eſt ex Altitudine Meridiana D O (*vide fig.* 26.) puncti Solſtitialis D Eclipticæ, & ex Borei Limitis F diſtantiâ F D, ab Eclipticà versùs Septentrionalem Polum X. Debuit igitur obſervari, quo Die Altitudo Lunæ Meridiana eſſet omnium maxima, tunc enim conſtabat Limitem Boreum in principio Cancri exiſtere. Sed quia Nodorum revolutio nonniſi poſt Annos Æg. 18 abſolvitur, ac proinde Limes Boreus 18 Annorum ſpatio tantùm ſemel in prin. Cancri reperitur, etiam Altitudo Meridiana omnium maxima intra annos 18 erit unica tantùm. Quare opus fuit, ut qui primi hunc motum ſerutati ſunt, ex varijs conjecturis utcumque collegerint, quo ferè tempore Limes Boreus in princ. Cancri futurus eſſet. Nunc verò, cùm tabulæ cæleſtium motuum jam ſunt confectæ, licebit illud tempus ex tabulis cognoſcere, non ut tabulis fides habeatur, cùm propoſitum nobis ſit notitiam hujus motus primam, à quâ tabularum ipſarum conſtructio pendet, acquirere; ſed eo tantùm fine, ut tempus obſervationi opportunum exploremus. Eo autem, ſive per tabulas, ſive per alias conjecturas utcumque explorato, per plures Dies ante, & poſt ipſum Lunæ Altitudines Meridianæ *a* capiantur, & Dies illa quâ ea fuerit omnium maxima, notetur. Quod ſi eadem obſervatio poſt Annos Æg. 18 repetatur Dieſque ſimiliter in quem maxima Altitudo Meridiana Lunæ inciderit, inveniatur, tempus inter utramque maximam Altitudinem intercedens, eſt Periodus unius Revolutionis integræ Nodorum. Neque officit huic operi parallaxis neglectio, cùm ea in utrâque obſervatione æqualis, utramque eodem modo afficiat.

*a per num. 28. lib. 1.*

*Verùm, quòd difficultatibus non modicis hæc methodus obnoxia ſit, idem ſequenti Num. aliâ viâ tentabitur.*

## NUMERUS LI.

### *Aliâ viâ Motus Nodorum, ejuſque Periodi notitiam primam acquirere: eâdemque operâ ad Epocham, ſeu momentum alicujus Eclipſis diſtantiam Veram & Mediam Lunæ à Nodo, & Locum Nodi in Zodiaco reperire.*

§. 1. ELigantur duæ Eclipſes Lunares, in quarum utrâque æquales Lunæ portiones, & versùs eumdem Polum obſcurentur; & quarum una contingat circa Nodum Boreum, altera circa Auſtrinum: quod ſi etiam Anomalia Lunæ in utraque æqualis ſit, opus erit omni ex parte exquiſitum: quamvis tamen hoc deeſſet, ſufficiens accuratio pro primâ notitiâ poterit obtineri. Utrùm autem Eclipſes hiſce conditionibus ſint affectæ, innoteſcet per ea quæ *num.* 49. §. 3. diſſeruimus.

Zodiacus eſto X T S V, ejuſque centrum A: Eccentricus Lunæ D C E Y, ejuſque centrum B: linea Apogei T C B A Y V: Nodus Boreus D, Auſtrinus E: Eccentrici ſemicirculus Borealis D C E, Auſtralis E Y D. Quoniam Lunæ pars deficiens in utrâque *a* Eclipſi eumdem Polum, putà Auſtralem, ſpectat, continget utraque in Boreali ſemicirculo D C E, una circa Nodum *b* Boreum in F, altera circa Auſtrinum in G. Et quoniam Lunæ portiones in utrâque æquales obſcurantur, diſtantiæ centri Lunæ à Nodis F D, G E, in utrâque, vel omninò æquales erunt, vel quàm proximè; præſertim ſi *o* Anomalia Lunæ aliqualiter ſaltem æqualis in utrâque extiterit. Perindè eſt autem quo ab invicem temporis intervallo Eclipſes illæ diſtent. Unde faciliùs eæ reperientur, quàm ſi intervallum ingens requireretur. Per F & G ducantur A F I, A G P; item B F, B G, & his parallelæ A K, A Q. Erunt Eclipſium tempore Lunæ loca Vera I, P; loca Media K, Q. Ducantur inſuper rectæ A D M, A E R, & A N A S, parallelæ ad B D, B E; erunt Nodorum loca Vera M, R, loca Media N, S. Principium ♈ eſto in X; & Signorum ordo ab X versùs N, T.

*Fig. 30.* — *a Hyp.* — *b per Hyp.* — *o Vide dicta num. 49.*

§. 2. Ad momentum Ecliptici Plenilunij facti in F, notus fiat *n* motus Lunæ Medius X K, & ad momentum Ecliptici Plenilunij facti in G, notus fiat motus Lunæ Medius X T Q. Auferatur minor à majore, & notus fiet arcus K T Q. Quia ob parallelas A K, B F, & A Q, B G, anguli G B F, Q A K æquales *m* ſunt, erit arcus G C F ſimilis *p* arcui Q T K. Quare cùm notus ſit Q T K, etiam G C F notus erit: quo ablato à ſemicirculo E C D, ſumma reſiduorum G E, F D, erit nota. Ergo cum *per* §. 1. G E, F D æquales ſint, etiam F D diſtantia centri Lunæ à Nodo in Eccentrico, ad momentum Ecliptici ☍ in F innoteſcet.

*n per num. 37.* — *m per 27. 1.* — *p per cor. 2. p. 33. 6.*

§. 3. Deinde ad idem momentum Ecliptici Plenilunij celebrati in F, nota fiat *q* Anomalia Lunæ C G Y F: quâ ablatâ à toto circulo, notus erit arcus C F. Huic adde notum jam arcum D F, & notus erit arcus C D. Sed quia ob parallelas B D, A N, æquantur *r* anguli C B D, T A N, arcus C D, T N ſimiles *ſ* ſunt. Ergo etiam arcus T N notus eſt. Rurſum, quia arcus C D jam notus fuit, etiam reliquus ad circulum totum C G Z D, Nodi nempè D, Anomalia eſt nota. Ergo ejus Proſthaphæreſis B D A, ſeu M N *t* etiam nota fiet. Hanc aufer à noto jam arcu T N, & notus erit arcus T M. Inquiratur demum X T diſtantia *u* Apogei Lunæ ab initio ♈. Quia igitur noti ſunt arcus T X, & T M; notus quoque relinquitur arcus M X diſtantia loci Veri in Zodiaco Nodi D ab initio ♈. Quare ad momentum Ecliptici Plenilunij facti in D, notus eſt Verus locus in Zodiaco Nodi D.

*q per num. 37.* — *r per 27 1.* — *ſ per cor. 2. p. 33. 6.* — *t per num. 39.* — *u per num. 37.*

*Stevinius ut locum Nodi in Zodiaco aſſignet, jubet à loco Vero Lunæ I numerari in præcedentia, nempe versùs X, Gradus arcus F D, jam inventi §. 2. Verùm ita non exhibetur Nodi Verus locus M; quia arcus M I diſtantia loci Veri ipſius Nodi D, ab I loco Vero Lunæ, ex vi eorum quæ hîc dantur, non eſt ſimilis arcui F D.*

§. 4. Ut innoteſcat diſtantia tam Veri, quàm Medij loci Lunæ à loco Vero Nodi, inveniatur *x* motus Lunæ Verus X I ad momentum Ecliptici ☍ facti in F: à quo ſi aufers notum jam §. 3. arcum M X, reſtabit arcus I M diſtantia loci Veri Lunæ, à

*x per num. 40.*

Vero

Vero loco Nodi. Inquire deinde *per num.* 39. Æquationem K I debitam Anomaliæ C G Y F jam §. 3. notæ, eamque aufer à noto arcu I M, remanebit nota K M diſtantia loci Medij Lunæ à loco Nodi.

§. 5. Quemadmodam §. 3. ad momentum Ecliptici ☋ facti in F, inventus eſt Nodi Borei D, locus M in Zodiaco, ita per duas alias Eclipſes iiſdem conditionibus affectas, reperiatur ad momentum unius è ſecundis hiſce Eclipticis Plenilunijs ejuſdem Nodi locus in Zodiaco. Convenit autem Ecliptica Plenilunia, ad quæ Nodi loca ſunt inventa Annis 8, vel 9, vel etiam 10 diſtare. Ex Nodi porrò duobus locis in Zodiaco notis, ſcies quantùm ab uno Ecliptico ☋ ad aliud, nempè Annis ex. gr. 9, Nodus in Zodiaco ſit progreſſus. Tum ita ratiocinabere: ſi Nodus confecit in Zodiaco Gradus..... Annis 9: Gradus 360 quot Annis abſolvet? Per Regulam prop. prodibit tempus unius Revolutionis integræ Nodorum.

§. 6. Hoc igitur vel ſimili artificio Periodus Nodorum fuit reperta. Copernico ea eſt Annorum Æg. 18. Dierum 228. Hor. 3. 49′. circiter, ſive Dierum 6798. Hor. 3. 49′. Kepplerus vix uno Minuto diſſentit: Magino eſt Annorum Æg. 18. D. 223. H. 6. 12′, ſive Dierum 6793. Hor. 6. 12′.

§. 7. Ex Periodo Nodorum jam notâ, motum Diurnum eorumdem ita reperies. Cùm Diebus 6798. H. 3. 49′. Nodi abſolvant Grad. 360: Die uno quantum abſolvent? Per Reg. prop. reperies abſolvere in præcedentia Grad. o. 3′. 10″. 38‴. 21⁗. 21. 35. 58, ita Copernicus. Ricciolo eſt. Grad. o. 3′. 10″. 38‴. 9⁗. 44.

## *Scholium.*

*Vt nodi locus in Zodiaco ſecundus reperiatur, non eſt opus duabus novis Eclipſibus: ſufficit enim ſi una reperiatur nova, ſimilis prioribus, cui è prioribus ea adjungatur, quæ ad Nodum diverſum accidit.*

*Potuit etiam obtineri quæſitum per duas Eclipſes ſimiles, ab eodem Nodo D, utrimque æqualiter (puta in F, & Z) diſtantes, eademque fuiſſet tota deductio, ut patet rem expendenti.*

## NUMERUS LII.

### *Motus Medius Lunæ in Latitudinem invenire.*

Motum Medium Lunæ in Latitudinem quoad rem non differre à motu Medio Longitudinis, ſeu Periodico, ſed tantùm penes initium numerandi, quod in motu Periodico ſtabile eſt, in motu Latitudinis mobile, patet ex *def.* 13. *num.* 48.

Fig. 27. §. 1. Zodiacus eſto G K P N, ejuſque centrum A: Eccentricus Lunæ C I D M; ejuſque centrum B: Nodi C, D: locus Nodi C Verus in Zodiaco, ſit O. Statuamus Lunæ locum Medium etiam eſſe in O, atque inde unius Diei naturalis ſpatio in conſequentia moveri uſque in E. Erit O E motus Medius Lunæ Diurnus in Zodiaco, quem *num.* 34. §. 5. reperimus eſſe Grad. 13. 10′. 35″. 1‴. 18⁗. 16. Jam eodem tempore, quo locus Lunæ Medius in conſequentia fertur ex O in E, Nodus in præcedentia retrocedit ex O in F. Unde motus Diurnus Medius Lunæ à Nodo eſt F E, notum Medium O E excedens motu Diurno Nodi O F. Quare ſi ad motum Medium Lunæ Diurnum in Zodiaco Grad. 13. 10′. 35″. 1‴. 18⁗. 16 adjiciatur motus Nodi Diurnus, qui *num. præced.* §. 7. repertus eſt. Grad. o. 3′. 10″. 38‴. 21⁗. 21. 35. 58, proveniet motus Medius Diurnus Lunæ a Nodo. Grad. 13. 13′. 45″. 39‴. 39⁗. 37. 35. 58.

Ex motu Medio Latitudinis Diurno reperientur Medij motus Latitudinis, unius Horæ, Minut: &c. unius Menſis, Anni &c. *vide dicta num.* 34. §. 5. *&* *alibi ſæpius.*

§. 2. Quantitas autem Menſis Latitudinis Medij ita reperietur. Statuamus rurſum locum Lunæ Medium, & locum Verum Nodi in eodem puncto Zodiaci O. Eo tempore quo Lunæ locus Medius in conſequentia Zodiacum totum percurrit ex O per K P N in O, etiam Nodus retrocedit ex O in præcedentia ex. gr. uſque in G; ita ut quo tempore locus Medius Lunæ percurrit totum Zodiacum, Nodus percurrat arcum O G. Ergo locus Lunæ Medius; cum Nodo conjunctus in O, ad eumdem redit in G. Atqui tempus quo Lunæ locus Medius percurrit Zodiacum O K P N O, eſt *a* Menſis Medius Periodicus; tempus autem quo percurrit arcum O K P N G, quo nimirum à Nodo recedens in O, ad eumdem redit in G, eſt *b* Menſis Medius Latitudinis. Ergo Menſis Medius Periodicus excedit Menſem Medium Latitudinis eâ temporis quantitate, quâ Luna motu Medio percurrit arcum G O, quem Menſis Periodici ſpatio Nodus percurrit. Quare ut innoteſcat Menſis Latitudinis, notus reddi debet arcus G O, quod ita fiet.

*a Def.* 10. *num.* 10. *b Def.* 14. 15. *nu.* 48.

Motus Nodi Diurnus *num.* 51. §. 8. repertus eſt Grad. o. 3′. 10″. &c. Cùm ergo Nodus Die uno abſolvat Grad. o. 3′. 10″. &c. igitur uno Menſe Periodico, hoc eſt (ut oſtendi *num.* 34. §. 4) Diebus 27. H. 7. 43′. 4″. 58‴. 59⁗. 45, Nodus quantùm abſolvet? Per Reg. prop. prodibunt Minuta, quæ uno Menſe Periodico Medio Nodus percurrit, & tantus erit arcus G O.

Quare ſi Minuta noti jam arcus G O *c* convertantur in tempus, idque auferatur à Menſe Medio Periodico Dierum 27. H. 7. 43′. 4″. 58‴. 59⁗. 45. remanebit Menſis Medius Latitudinis D. 27. H. 5. 5′. &c.

*c per num.* 58. *lib.* 1.

§. 3. Invento jam Latitudinis Menſe Medio, ſcire poterimus, (id quod ſcitu neceſſarium eſt ad limam ultimam hiſce motibus *num.* 44. adhibendam) quot Latitudinis Menſes in dato temporis intervallo, etiam magno, abſolvantur; ſi nimirum per Latitudinis Menſem hic inventum, datum intervallum temporis dividatur.

Licebit etiam uti Regulâ quam tradit Hipparchus. Is cùm Menſem Medium Latitudinis, ſive artificio tam explicato, ſive alio, notum reddidiſſet, comperit Annis Æg. 441. D. 213. H. 23. 23′, ſive Diebus 161, 188. H. 23. 23′. compleri exactè Latitudinis Menſes 5923. Dato igitur quovis annorum intervallo ex. gr. 2000, quot Latitudinis Orbes complectantur, ita cognoſces. Annis Æg. 441. D. 213. H. 23. 23′ complentur Latitudinis Orbes 5923: igitur Annis 2000 quot? Per Reg. prop. quæſitum dabitur.

## *Scholium.*

*Motus Latitudinis hoc Numero inventi, quamvis extremam præciſionem non habeant, uſu tamen, & quidem eximio, non carent; per*

*eos ſiquidem motus abſolutè exactos, Num. 44. reperiemus. Præter alia quippe ad hoc requiſita, duo ſunt, quæ horum motuum rudiorum adminiculo obtinentur. Primum eſt, cùm obſervationes non extant, cognoſcere circa quem Nodum Eclipſis præterita quæcumque acciderit, ut tradam Num. 54. §. 3. Alterum quot Latitudinis Menſes in dato Eclipſium intervallo contineantur, quod per rudiores hoſce motus, §. 3. hic jam repertum eſt.*

## NUMERUS LIII.

### *Ad datam Epocham Radicem Æqualis motus Lunæ in Latitudinem conſtituere.*

§. 1. NUm. 51. §. 4 duarum Eclipſium ſimilium adminiculo jam reperimus diſtantiam Lunæ Mediam à Nodo, ad Epocham, ſeu momentum notum alicujus Ecliptici Plenilunij: quæ eſt Radix Primitiva motus Lunæ in Latitudinem. Inde verò ad aliam Epocham quamcumque ex. gr. Chriſti Epocham, Lunæ diſtantiam Mediam à Nodo, hoc eſt Radicem motus Medij, ſeu Æqualis in Latitudinem, reperiemus eâ methodo, quam tradidi *l. 1. num.* 53. Sed quia ad hoc opus eſt motu Medio Latitudinis, qui *num.* 52. limam ultimam nondum fuerat adeptus, oportebit Radices haſce non Primitivas *num. ſeq.* ad limam quoque revocare.

§. 2. Ad Epocham porrò alicujus Ecliptici ☍ diſtantiam Lunæ Mediam à Nodo, hoc eſt Radicem Primitivam motus in Latitudinem poterimus hoc etiam modo reperire. Certum eſt in eâ Eclipſi, cujus duratio longiſſima eſt in momento ipſius Ecliptici ☍, centrum Lunæ eſſe in Axe coni umbroſi Terræ: qui Axis cùm ſit in plano Eclipticæ, etiam Lunæ centrum tum in Eclipticæ plano erit. Sed Lunæ centrum, uti ſemper, ita etiam tum eſt in plano ſui Eccentrici. Cùm ergo Lunæ centrum tum ſit & in plano Eclipticæ, & in plano ſui Eccentrici, neceſſe eſt ut in communi utriuſque ſectione, in ipſo videlicet Nodo, tum exiſtat. Quare ad datum momentum, ſive Epocham Ecliptici ☍, ſcio Lunæ centrum in ipſo Nodo exiſtere: quæ eſt Radix Primordialis motus Latitudinis. Inſuper, quia tum locus Lunæ in Zodiaco notus eſt, utpote oppoſitus loco Solis, qui per *num. 55. l. 1.* innoteſcit, etiam tum, nimirum in momento Ecliptici hujus ☍, locus Nodi in Zodiaco notus erit: adeoque eâdem operâ habebitur ad Ecliptici ☍ Epocham Radix motus Nodorum.

Quare ſi Eclipſim quampiam nanciſcamur, cujus duratio longiſſima ſit, ad ejus Epocham reperta erit Radix motus Lunæ in Latitudinem, imò & motus Nodorum. Ejuſmodi verò Eclipſim qui ſupputationis artificio hic voluerit inquirere, manifeſtè circulum committet, cùm Eclipſium ſupputatio Epochas motuum Lunarium jam conſtitutas ſupponat. Oportebit igitur Eclipſim ejuſmodi ex obſervatione ſolâ diſcernere. Obſervatum porrò eſt longiſſimas Eclipſium Lunæ durationes eſſe Horarum 4, quàm proximè. Ricciolus & Lansbergius eam aſſerunt eſſe Horarum 3. 57′; ſed alij plerique Horarum 4, & paucorum inſuper Minutorum. Inter hos media eſt duratio Horarum 4. Quare adhibito tubo optico præſtanti, obſervetur momentum, quo incipit obſcuratio Lunæ, & momentum quo finitur. Tempus medium inter utrumque momentum erit Eclipſis duratio: quod ſi 4 Horas adæquet, concludemus eam eſſe longiſſimam, ac proinde (ut demonſtravi *ſupra*) in momento hujus Ecliptici ☍, Lunæ centrum in ipſo Nodo exiſtere. Momenta porrò initij ac finis Eclipſis nota facies per *num. 45. lib. 5.* qui à motu Lunæ non dependet.

Reinholdo Annum inchoanti à mediâ nocte ante primam Ianuarij, Radix motus Medij Latitudinis ad Epocham Chriſti, eſt Regiomonti Graduum 129. 41′. 50″. 37‴. 59⁗. 17′. 3″. à Limite Boreo.

Lansbergio inchoanti Annum à Meridie primæ Ian. eadem Radix ad Epocham Chriſti eſt Goeſæ Grad. 137. 3′. 31″. à Limite Boreo.

Ricciolo Annum inchoanti à Meridie ultimæ Decembris, eadem Radix ad initium Anni 1644 Bononiæ eſt Grad. 192. 52′. 27″, à Nodo Boreo numerando in conſequentia, vel Grad. 192. 34′. 22″.

Eidem Bononiæ diſtantia Nodi Borei ab initio ♈ numerando in conſeq. eſt Grad. 170. 15′. 38″.

## NUMERUS LIV.

### *Motuum Æqualium Lunæ in Latitudinem & Radicis eorumdem determinatio exacta.*

§. 1. UT Menſis Draconitici, ſeu Latitudinis, atque inde Mediorum Latitudinis motuum quantitas reperiatur exacta, opus eſt duabus Eclipſibus ejuſmodi, ut à primâ ad ſecundam motus Latitudinis n reſtituatur. Ita quippe fiet ut utriuſque Ecliptici ☍ intervallum adæquatè in certum numerum Menſium Latitudinis dividi, ſeu reſolvi poſſit. Is verò numerus *per* §. 3. *num.* 52. fiet notus. Quare ſi per eum dividatur Eclipſium intervallum, prodibit quantitas unius Medij Menſis Draconitici.

n *Vide def. 14. nu. 48.*

§. 2. Verùm non reſtituitur Latitudo Lunæ, niſi Eclipſes illæ ſint omninò ſimiles, hoc eſt niſi affectæ ſint tribus illis conditionibus, ex quibus *num.* 49. cognoſci Reſtitutionem Latitudinis Lunæ demonſtravi. Eclipſes autem binæ ejuſmodi ab omnibus antehac Aſtronomis fruſtrà conquiſitæ, obtigerunt Ioanni Baptiſtæ Ricciolo noſtro.

Prima apud Ptolomæum *lib. 4. cap. 6.* à Chaldæis obſervata eſt Babylone Anno 2. Mardocempadi, peractâ Die 15 Phamenoth, hoc eſt ante Chriſtum Anno 720, peractâ Die 1 Sept. defecitque à Septentrione dimidium Lunaris diſci. Ex duratione Eclipſis collegit Ptolemæus medium Eclipſis fuiſſe Alexandriæ H. 7. 40 poſt Merid. Unde Ricciolus colligit Eclipſis medium fuiſſe Bononiæ H. 5. 57′. Sed tempore a Æquato, H. 6. 5′.

a *Vide num. 56. lib. 1.*

Secunda à Ricciolo, multiſque alijs obſervata eſt Bononiæ Anno 1643. Sept. 27, ſed Stylo Veteri Sept. 17. H. 7. 30. 52″, at tempore Æquato, H. 7. 29′. 25″. & tum erat ſummum Eclipſis: defecitque rurſum dimidium Lunaris diſci ad Septentrionem.

§. 3. Quamvis autem hæc à Ricciolo præclariſſimè ſint obſervata, minimè tamen oſtendit quomodo abſque circuli vitio demonſtrari poſſit, tres illas conditiones neceſſarias *num.* 49. recenſitas, binis his Eclipſibus ineſſe; item quot Latitudinis Menſes in dato Eclipſium intervallo contineantur, quâ viâ demonſtretur. Nos autem utriuſque demonſtrandi gratiâ, ea omnia jam præmiſimus, quæ totis *Numeris* 49. 50. 51. 52. 53, ſunt deducta. Ex his igitur, quæ hic deſiderantur colligemus hunc in modum.

Et

Et quidem prima conditio, æqualitas videlicet obſcurationis, ex ipſa obſervatione patet.

Pro notitiâ conditionis ſecundæ, collige temporis intervallum à momento medio Eclipſis Chaldaicæ, uſque ad Epocham motus Latitudinis *num.* 53 conſtitutam, nempè uſque ad initium Anni 1644. Inveni deinde *per num.* 52. §. 1. motum Medium Latitudinis, debitum huic temporis intervallo: quem, quia Epocha poſterior eſt Eclipſi Chaldaicâ datâ *b* aufer ab Epochæ ipſius Radice, videlicet à *c* Gradibus 192. 52'. 27". Prodibit motus *d* Medius Latitudinis, qui major erit Gradibus 180, ſive uno ſemicirculo Latitudinis (AOB), minor verò Gradibus 270, ſeu tribus Latitudinis Quadrantibus (AOBQ): ac proinde momento medio Eclipſeos antiquæ Chaldaicæ, centrum Lunæ fuit inter Nodum Auſtrinum (B), & Limitem Auſtrinum (Q), fuitque Latitudo Lunæ *e* Auſtrina Deſcendens. Quamvis autem Latitudinis motus repertus *num.* 52, ejuſque Radix ad Epocham Anni 1644, reperta *nu.* 53. quibus hic uſus ſum, non ſint uſquequaque exacta; ſunt tamen exacta plus quàm ſatis ad cognoſcendum id, quod modò quærebamus, videlicet inter quem Nodum & quem Limitem momento medio Eclipſis datæ, centrum Lunæ extiterit. Liquet etiam hic non eſſe uſui methodum, quam tradidi *num.* 49. §. 3.. Quæ enim iſthic præſcripſi, præſtanda fuêre ab Antiquis illius Eclipſeos obſervatoribus; quid porrò præſtiterint illi, non extat.

*b Vide nu. 53. lib. 1.*
*c Vide nu. præced. Fig. 1.*
*d patet ex num. 53. lib. 1.*
*e per def. 11. nu. 48.*

Pari modo ſi tempus collegeris à momento medio Eclipſeos Ricciolanæ, uſque ad Epocham *num.* 53 conſtitutam, nempè uſque ad initium Anni 1644, atque huic temporis intervallo debitum invenias motum *o* Medium Latitudinis; eumque, quia Epocha anterior eſt *p* addas Radici Epochæ, Gradibus nempè 192. 52'. 27"; prodibit motus Medius Latitudinis ad momentum medium Eclipſis Ricciolanæ, qui rurſum oſtendet centrum Lunæ tum fuiſſe inter Nodum Auſtrinum (B) & (D) Limitem Auſtrinum, ac proinde Latitudinem Lunæ iterum fuiſſe Meridionalem Deſcendentem. Habent igitur hæ Eclipſes conditionem ſecundam, quæ requirebat, ut in utrâque Latitudo Lunæ eſſet non ſolùm versùs eumdem Polum, ſed etiam circa eumdem Nodum, hoc eſt Latitudo eſſet vel utraque Aſcendens, vel utraque Deſcendens.

*o per §. 1. num. 52.*
*p Vide nu. 53 lib. 1.*

Tertia conditio colligi potuit à Ricciolo ex ijs quæ ipſe præmiſerat; & nos quoque ex ijs quæ præmiſimus, colligemus. Per *num.* 37. *hujus libri*, inquirantur ad momenta media utriuſque Eclipſis, Anomaliæ Lunæ. Eam in primâ reperies Grad. 198. 20, in ſecundâ Grad. 195. 16. priori etiam proximè æqualem. Quare Lunæ diſtantia à Terræ centro in utrâque Eclipſi quoad ſenſum æqualis fuit. Quod ſi ad prædicta 8 Ecliptica inquirantur etiam Anomaliæ Solis, hæ quoque proximè æquales reperientur, in primo quidem Grad. 93. 10'; in ſecundo Grad. 89. 5'. 40".

Liquet igitur binas Eclipſes datas, affectas eſſe tribus illis conditionibus, quas *nu.* 49. demonſtravi neceſſarias eſſe, ut facta ſit Reſtitutio Lunæ in Latitudinem à primâ in ſecundam. Harum itaque Eclipſium adminiculo, quod erat propoſitum, nullo jam negotio obtinebimus.

§. 4. Tempus collige, quod inter utramque Eclipſim intereeſſit. Ricciolus, Plenilunijs Eclipticis Veris ad Media priùs redactis (quod tamen ſuperfluum eſſe patet ex demonſtratis *num.* 25, cùm non ſolùm Anomaliæ Lunæ in utrâque Eclipſi æquales fuerint, ſed etiam Solis) collegit Annos Iulianos 2362. D. 16. H. 6. 42'. 31", ſeu Dies 862736. H. 6. 42'. 31". Modum ſciendi quot Latitudinis Menſes hoc intervallo, & alio quolibet; contineantur, demonſtravi *num.* 52. §. 3. per quem reperies prædicto temporis intervallo ab Eclipſi primâ ad ſecundam, completos fuiſſe Latitudinis Menſes 31704 præcisè. Per quos diviſo Eclipſium intervallo Dierum 862736. H. 6. 42'. 31", prodibit Menſis Medij Latitudinis quantitas exacta Dierum 27, H. 5. 5'. 36". 0‴. 55⁗.

§. 5. Ex quantitate Menſtruâ Latitudinis reperientur Medij Latitudinis motus exacti dato cuivis temporis ſpatio convenientes, ut docui §. 5. *num.* 34, & in Tabulas conjicientur. Motus Medius Latitudinis Diurnus ſic reperitur Grad. 13. 13'. 45". 29‴. 28⁗. Horarius Grad. 0. 33'. 4". 24‴. 7⁗. 55. 40.

§. 6. Ex motu Medio Latitudinis Diurno motum Diurnum Nodorum planè exactum elicies, ſi à Diurno Latitudinis, auferas Diurnum in Zodiaco *num.* 34. §. 5. inventum. Prodibit ille Grad. 0. 3'. 10". 38‴. 9⁗. 44. Quod ſi ab Horario Latitudinis auferas Horarium in Zodiaco, repertum *num.* 34. §. 5. prodibit Horarius Nodorum Grad. 0. 0'. 7". 56‴. 34⁗. 40. Demonſtratio patet ex diſcurſu §. 1. *num.* 52.

Motus medius Lunæ in latitudinem.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Diurnus.* | Grad. | 13. | 13'. | 45". | 29‴. | 28⁗. | | |
| *Horarius.* | Grad. | 0. | 33'. | 4". | 24‴. | 7⁗. | 55. | 40. |

Motus Nodorum.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Diurnus.* | Grad. | 0. | 3'. | 10". | 38‴. | 9⁗. | 44. |
| *Horarius.* | Grad. | 0. | 0'. | 7". | 56‴. | 34⁗. | 40. |

§. 7. Denique pro conſtitutione exactâ Radicis ad Epocham datam, utere Radice Primitivâ ad momentum alicujus Ecliptici 8 repertâ, vel §. 4. *num.* 51, *vel per* §. 2. *num.* 53. Tum adminiculo Radicis Primitivæ, ſed adhibitis motibus Latitudinis hic jam ultimò elimatis, conſtitues Radicem ad Epocham datam, ut docui *num.* 53. *lib.* 1.

## NUMERUS LV.

***Motum Æqualem Lunæ in Latitudinem ad datum quodlibet tempus, ſeu Diſtantiam Lunæ Mediam à Nodo Boreo, Geometricè ſupputare.***

PTolomæus, Copernicus, Reinholdus in Tabulis Prutenicis, Lansbergius in ſuis motum Latitudinis numerant à Limite Boreo: Alphonſini, & Ricciolus à Nodo Boreo. Sequor poſteriores.

Radij

Radicem Epochæ *num.* 53. repertam & *num.* 54. §. 6. limatam reducito ad Meridianum loci deſiderati, ut docui in Sole *lib.* 1. *num.* 60. Collige deinde *a* motum Medium Latitudinis debitum intervallo temporis ab Epochâ ad momentum datum, quem adde vel deme Radici Epochæ, ut docui *lib.* 1. *num.* 54. prodibit motus Latitudinis ad momentum datum.

*a per num. 54 §. 5.*

## NUMERUS LVI.

***Motum Verum Lunæ in Latitudinem, ſive Diſtantiam Lunæ Veram à Nodo Boreo, in Syzygijs, ad datum tempus Geometricè ſupputare.***

*Fig.* 30. AD datum tempus inquire (CG), ſive (TQ) Anomaliam Lunæ per *num.* 37, & competentem illi Proſthaphæreſim (PQ) per *num.* 39. Reperi deinde per *num. præced.* motum Latitudinis Medium (MTQ) ad tempus datum; cui deme Proſthaphæreſim (PQ), ſi Anomalia eſt Gradibus 180 minor: àdde, ſi major. Prodibit motus Lunæ Verus (MTP) à Nodo Boreo ad tempus datum.

## NUMERUS LVII.

***Motum Verum Lunæ in Latitudinem à Nodo Boreo, extra Syzygias, ad datum tempus Geometricè ſupputare.***

*Fig.* 6. 7. QUære ad datum tempus Anomaliam Orbis Veram (IRN), ut docui *num.* 46. *uſque ad* §. 5. Tum Æquationem illi competentem reperi (PN) per *num.* 44. ut tradidi *num.* 46. §. 5. Deinde per *num.* 55, inquire ad tempus datum, motum Latitudinis Medium (VRN) cui juxta communem legem Æquationum, deme Æquationem (PN) ſi (ut in *fig.* 7) Anomalia Orbis Vera (IRN), eſt Grad. 180 minor: adde, ſi (ut in *Fig.* 6.) eſt Grad. 180 major. Prodibit Lunæ in Latitudinem motus Verus (VRP) ad tempus datum extra Syzygias.

### *Aliter.*

Inveni motum Verum Latitudinis ad datum tempus, eo modo *b* ut in Syzygijs. Tum inquire Æquationem ſecundam, ut docui *num.* 47, *uſque ad* §. 6. hæc, motui Vero Latitudinis tanquam in Syzygijs jam reperto, addita vel ſubtracta juxta leges *nu.* 47. §. 6. præſcriptas, dabit motum Latitudinis Verum ad tempus datum extra Syzygias.

*b per num. 56.*

## NUMERUS LVIII.

***Locum Nodi Borei in Zodiaco per motum Latitudinis invenire ad tempus datum.***

*Fig.* 6. 7. PEr *num.* 55. inveni motum Latitudinis Medium (VRN), & per *num.* 37 motum Medium (XKRN) ab initio ♈, utrobique ad tempus datum. Aufer motum Medium Latitudinis (VRN) à motu Medio Lunæ (XKRN). Reſiduum (XKV) erit diſtantia Nodi (V) ab initio ♈. In ſubtractione memento Regulæ tertiæ *num.* 54. *lib.* 1.

## NUMERUS LIX.

***Nodi Borei locum in Zodiaco independenter à Latitudinis motu invenire ad tempus datum.***

NUmero 53 *ſub finem* diſtantia Nodi Borei ab initio ♈ ſecundum ordinem Signorum, reperta eſt Graduum 170. 15′. 38″, ad initium Anni 1644. Inde numera temporis intervallum uſque ad momentum datum, & motum Nodi ei competentem collige per §. 6. *num.* 54, quem Radici Epochæ Grad. 170. 15′. 38″, ſubtrahe, ſi momentum datum Epochâ poſterius eſt; adde, ſi anterius. Prodibit diſtantia Nodi ab initio ♈ ad tempus datum, ſecundùm ordinem Signorum numerata.

Nota. Quia motus Nodorum fit in præcedentia, hîc oportuit ſubtrahere, cùm in alijs Medijs motibus factis in conſequentia, debuiſſet addi; & viciſſim hic addi, cùm ſubtrahi in alijs; Ratio patet ex dictis *num.* 54. *lib.* 1.

## NUMERUS LX.

***Ad datum tempus, ſive in Syzygijs, ſive extra, Verum motum Lunæ in Latitudinem, aliter quàm Num. 56 & 57, invenire.***

AD datum tempus inveni Lunæ diſtantiam Veram (XRP) ab initio ♈ per *num.* 40. 46. 47. Deinde ad idem tempus per *num. præced.* reperi diſtantiam Nodi (XKV) ab initio ♈. Hanc aufer ab illâ, remanebit motus Lunæ Verus in Latitudinem (VRP) ad tempus datum. In ſubtractione memor eſto Regulæ tertiæ *num.* 54. *l.* 1. quæ, ut iſthic monui, in omni ſubtractione ejuſmodi verſari ob oculos debet. *Fig.* 6. 7.

# CAPUT VII.

## Inquiritur Latitudo Lunæ.

## NUMERUS LXI.

***Maximam Lunæ Latitudinem, ſive diſtantiam Limitum ab Eclipticâ, in Syzygijs & Quadraturis invenire.***

LAtitudo maxima Lunæ eſt arcus Maximi circuli per Polos Eclipticæ & Limites tranſeuntis, inter Lunæ Eccentricum & Eclipticam interceptus.

Omiſſis aliorum modis, in quibus videtur erculus committi, dum ijs utuntur, quæ à Latitudine ipsâ dependent, proponam eum, quo uſus eſt Ptolomæus.

§. 1. Inprimis locus obſervationis is eſſe debet, ut Luna aliquando ſit in vertice obſervatoris, aut propè eum: ſic enim parallaxis Altitudinis erit, vel nulla, vel modica. Talis fuit Alexandria, ubi Æquatoris Altitudo ſuprà Horizontem, Ptolomæo teſte, eſt Graduum 59. 2′; cui ſi addes diſtantiam Tropici ab Æquatore Grad. 23. *a* 36, & maximam Latitudinem Lunæ Grad. (ut mox patebit) 5, poterit aliquando Lunæ Altitudo Meridiana eſſe Grad. 87. in quâ Altitudine parallaxis minor eſt 4 Minutis. *a per num. 31. lib.* 1.

Suppoſito igitur loco ad obſervandum idoneo, inquire *Fig.* 26.

inquire quo Meridiano tempore Luna futura ſit, & in principio Cancri, & in Limite Boreo, ſeu diſtans à Nodo Boreo Gradibus 90: tunc enim Altitudo Lunæ maxima erit quæ eſſe poteſt (putà O F), & Latitudo Lunæ etiam erit maxima, & Meridianus tranſibit per Polos Eclipticæ, utrobique nimirum Nodo exiſtente in ipſo margine Horizontis, ac proinde arcus Meridiani F D, maximam Lunæ Latitudinem metietur.

Porrò quando Luna in Meridie futura ſit in principio ♋, ſciri poteſt *ex num.* 40. 46. 47; quando in Limite Boreo, *ex num.* 56. 57. Invento igitur ejuſmodi Meridie in ipſo ejus momento, metire Altitudinem Lunæ (F O): à quâ ſubtrahe Altitudinem Æquatoris (B O) (quæ innoteſcit per *num.* 27. *lib.* 1)
b *Per nu.* 31 *lib.* 1. & (B D) diſtantiam maximam Eclipticæ ab Æquatore, quæ eſt *b* Grad. 23. 30′. Relinquetur (F D) Latitudo Lunæ maxima.

§. 2. Hoc modo Ptolomæus reperit Latitudinem maximam Lunæ Grad. 5 quàm proximè, eamque putavit eſſe ſtabilem; quem Aſtronomi omnes uſque ad Tychonem ſecuti, tam in Syzygijs quàm extra eas, Latitudinem Lunæ maximam 5 Graduum aſſumpsêre, quòd eam adverterent Eclipſium Phœnomenis proximè ſatisfacere.

§. 3. At Tycho *tomo* 1. *Progymn. pag.* 126. & *in Epiſt. pag.* 140 affirmat ex ſuis diligentiſſimis obſervationibus evidenter ſibi conſtare maximam Lunæ Latitudinem, ſive Diſtantiam Limitum ab Eclipticâ in Syzygijs eſſe Grad. 5 quamproximè, videlicet Grad. 4. 58′. 30″: at in Quadris Grad. 5. 17′. 30″: Ex quo conſequens eſt Latitudinem maximam Lunæ à Syzygijs ad Quadraturas continuè augeri, à Quadraturis autem ad Syzygias continuè minui. Tychoni ſubſcribunt Rothmanus, Longomontanus, Maginus, Mulerius, Bullialdus. Lansbergius in Quadris eam ſtatuit Grad. 5. 16′, nullâ peculiari obſervatione id confirmans, qui ideo à Ricciolo reprehenditur. Ricciolus verò ſibi nondum ait rem ſatis liquere, quem vide *pag.* 220. *in Scholijs, num.* 3. Tychoni omnium diligentiſſimo obſervatori, dum ejus obſervationes prodeant, fides adhibenda. Bullialdus ſanè inconſultum cenſet à Tychonicâ Latitudine recedere, quòd eam in applicationibus Lunæ ad Fixas ad amuſſim cum cælo conſentire ſæpiùs ſit expertus.

## NUMERUS LXII.

### *Extra Syzygias, & Quadraturas ad datum tempus diſtantiam Limitum ab Eclipticâ, reperire.*

QUære ad datum tempus Longitudinem Lunæ *a* Veram à Sole: ex quâ cognoſces an Luna
a *Per corol. nu.* 46. tendat à Syzygijs ad Quadraturas, an contra à Quadraturis ad Syzygias. Cùm enim motus Lunæ à Sole eſt minor Grad. 90, Luna tendit à ☌ ad □ primam: cùm eſt major Grad. 90; ſed minor 180, tendit à □ primâ ad ☍: cùm eſt, major Grad. 180, ſed minor 270, tendit à ☍ ad □ ſecundam: cùm eſt major Grad. 270, tendit à □ ſec. ad ☌.

Si ergo Luna tendat à ☌ ad □, ita ratiocinare: cùm Luna diſtat à Sole Grad. 90, ac proinde cùm eſt in □, diſtantia Limitis ab Eclipticâ excedit 5. Gradus, diſtantiam nempè Limitis in ☌ Minutis 17′. 30″: igitur cùm à Sole diſtat ex. gr. Gradibus 30. diſtantia Limitis quot Minutis excedet Gradus 5? Per Reg. proport. exceſſum quæſitum reperies; quem ſi ad Gradus 5 adjeceris, proveniet diſtantia Limitis ab Eclipticâ ad tempus datum. Hunc in modum ad ſingulos Gradus Longitudinis Lunæ à Sole, uſque ad □ primam, diſtantia Limitis reperitur, & in Tabulam conjicitur. Neque opus eſt calculum pro reliquis Quadrantibus iterare. Nam à □ primâ ad ☍ eodem ordine, ſed inverſo, diſtantia Limitis decreſcit, quo ante creverat; & à ☍ ad □ ſec. eodem ordine rurſum creſcit; & à □ ſec. ad ☌ eodem ordine, ſed inverſo, iterum decreſcit.

## NUMERUS LXIII.

### *Ad datum tempus in Syzygijs & Quadris Veram Latitudinem Lunæ Geometricè ſupputare.*

§. 1. AD datum tempus inquire *a* Veram Lunæ a *Per nu.* 56. 57. *vel* 60.
diſtantiam à Nodo Boreo; quæ ſi ſit Grad. 0. vel 180, nulla erit Latitudo Lunæ: ſi Grad. 90 aut 270. Luna erit in Limite alterutro, ac proinde ejus Latitudo eadem, quæ Limitum: unde, quando tunc eſſet ☌ aut ☍, Latitudo Lunæ foret *b* b *Per nu.* 61.
Grad. 5, quandò □ □, Grad. 5. 17′. 16″.

Quod ſi ex cognitâ Lunæ diſtantiâ à Nodo Boreo cognoveris eam eſſe extra Nodos, & Limites, inde pariter cognoſces ejus à Nodo proximo diſtantiam; ut ſi repereris diſtare Lunam à Nodo Boreo Grad. 120, Nodus Lunæ proximus erit Auſtrinus, & ſi à Grad. 180 ſubducas Grad. 120, remanent Grad. 60 pro diſtantiâ Lunæ à Nodo Auſtrino ſibi proximo.

Quadrans igitur Eclipticæ eſto A B. Quadrans *Fig.* 31.
Orbitæ Lunaris A C: A, Nodus alteruter: C, Limes alteruter: Diſtantia Lunæ à Nodo ſibi proximo A, ad datum tempus jam inventa ſit A E: arcus C B, E D partes ſint circulorum Maximorum per Polum Eclipticæ, & Limitem C, ac locum Lunæ E, tranſeuntium. Igitur in triangulo Sphærico angulus E D A *c* rectus eſt: angulus autem A, quia c *Patebit ex nu.* 68.
eum metitur *n* arcus B C diſtantia Limitis C ab n *Patebit ex nu.* 66. *defin.* 4. & *nu.* 70.
Eclipticâ, eſt Grad. *d* 5 in Syzygijs, in Quadris autem Grad. 5. 17′. 30″, & latus A E notum eſt, ex. gr. Grad. 73. Ergo notum fiet *e* latus E D, d *Per n.* 61
quæ eſt Latitudo *o* Lunæ ad datum tempus in Syzygijs, vel Quadris. e *Per trigonom. ſph. prob.* 2. o *Defin.* 7. *num.* 48.

§. 2. Hunc in modum ad ſingulos Gradus diſtantiæ Lunaris à Nodo proximo, uſque ad 90, reperiuntur Latitudines Lunæ, & in Tabulam conferuntur pro Syzygijs: quando nimirum angulus A eſt Grad. 5. Deinde ſimilis conſtruitur Tabella pro Quadris, cùm nempè angulus A eſt Grad. 5, 17′. 30″. Non ſolent tamen Latitudines in Quadraturis deſcribi integræ, ſed tantùm earum exceſſus ſuprà Latitudines in Syzygijs, ob cauſam *num. ſeq.* indicandam.

## NUMERUS LXIV.

### *Ad datum tempus extra Syzygias & Quadraturas, Veram Latitudinem Lunæ Geometricè ſupputare.*

§. 1. PEr *num.* 62 inquire diſtantiam Limitum ab Eclipticâ ad tempus datum, quæ ex. gr. ſit Grad. 5. 10′. Reperi deinde ad idem tempus diſtan-

a *Per nu. 56.57 vel 60.* diſtantiam *a* Lunæ Veram à Nodo Boreo: ex quâ ſi cognoveris Lunam verſari in Limite alterutro, ejus Latitudo eadem erit, quæ Limitum, ex. gr. Grad. 5. 10′. Quod ſi Luna extra Limites exiſtat, cognoſces, ut *num. præced.* ejus diſtantiam à Nodo proximo.

*Fig. 31.* Eſto igitur Quadrans Eclipticæ AB; Quadrans Orbitæ Lunaris AC; diſtantia nota Lunæ à Nodo ſibi proximo AE: Arcus CB diſtantia Limitis ab Eclipticâ inventus ad tempus datum ex. gr. Grad. 5. 10′; arcus ED, diſtantia Lunæ ab Eclipticâ, ſeu Latitudo Lunæ.

Quoniam in triangulo ſphærico ADE rectangulo *n* ad D, notus eſt angulus A, Grad. 5, 10′, quia

n *Ut patebit ex nu. 68.* eum metitur *o* arcus CB Grad. 5. 10′: & Latus AE notum eſt, diſtantia nempè Lunæ à Nodo A, etiam

o *Patebit ex defin. 4. nu. 66, & ex nu. 70.* latus *b* ED innoteſcet, Latitudo Lunæ quæſita ad datum tempus. Atque hunc in modum Latitudines Lunæ ad ſingulos Gradus diſtantiæ Lunaris à Nodo

b *Per trigon. ſph. probl. 2.* uſque ad 90 reperientur.

§. 2. At ſi Tabulas Latitudinum Lunæ extra Syzygias & Quadraturas volueris condere, niſi compendio utaris, infiniti laboris negotium ſuſcipies. Cùm enim (ut dictum §. 3. *num.* 61) CB diſtantia Limitis ab Eclipticâ, adeoque & angulus ſphæricus A, per Quadrantem integrum à Syzygijs ad Quadras, & contra aſſiduè varietur, 90 Latitudinum Tabulæ eſſent conficiendæ. Sed hunc laborem effugies, ſi unam conſtruxeris Latitudinum Tabulam pro Syzygijs, & Latitudinibus ſingulis hiſce Syzygialibus adſcripſeris exceſſus Latitudinum in Quadris, ut *num. præc.* §. 2 docui: ſic enim Latitudinem Lunæ ad datum tempus, nullâ aliâ Tabulâ conſtructâ, reperies hunc in modum.

*Fig. 32.* Inquire ad datum tempus per *num.* 63, Latitudinem Lunæ (QD), ac ſi tum eſſent Syzygiæ, quæ ſit ex. gr. Grad. 3. 8′. Ad idem tempus inquire Latitudinem Lunæ (OD) ac ſi tum eſſet in □, quæ ſit ex. gr. Grad. 3. 15′. Aufer priorem à poſteriori, ut habeas exceſſum (OQ) nempè Min. 7. de quo ſume partem competentem (EQ) Scrupulis proportionalibus, debitis tempori dato, eamque adde Latitudini Syzygiali (QD). Inquirendo autem Latitudinem Lunæ, ac ſi tum eſſent Syzygiæ, ipſa etiam proportionalia Scrupula reperies. Ut enim per *num.* 63 reperias Latitudinem Lunæ Syzygialem ad datum tempus, opus eſt reperire diſtantiam Lunæ Veram *c* à Nodo; ad quod rurſum

c *Per nu. 56.57.* opus eſt diſtantiâ Lunæ *d* Verâ ab initio ♈: ad hanc

d *Quæ nota fit per n. 46* demum requiritur, ut nota *i* fiat Eccentricitas (omnia ad tempus datum); cum quâ reperiuntur Scrupula

i *Per num. 43.* proportionalia quæſita, ut tradidi *num.* 45. Ea porrò ſint ex. gr. 40. Horum adminiculo pars competens de exceſſu accipietur; ſi fiat, ut 60 Scrupula ad Scrup. 40, ita exceſſus (OQ) Minutorum (7) ſuprà inventus ad Aliud: provenient quippe Grad. 0. 4′. 40″. ex. gr. quæ addita Latitudini Syzygiali (QD Grad. 3. 8, ſuprà inventæ) dabunt Latitudinem quæſitam (ED) ad tempus datum extra Syzygias & Quadraturas (Grad. 3. 12′. 40″.)

Aliter ſumetur pars competens de exceſſu hunc

*Fig. 32.* in modum: Si ad datum tempus Latitudo Lunæ (OD) in □ □, hoc eſt diſtantis à Sole Grad. 90, Latitudinem (QD) in ☌ vel ☍ excedat arcu OQ ex. gr. Minut. 7: igitur Latitudo Lunæ extra □□ & ☌ ☍, diſtantis à Sole ex. gr. Gradibus 40, Latitudinem eandem QD in ☌ vel ☍, quot Minutis excedet? per Reg. proport. fiat ut diſtantia à Sole Grad. 90 ad diſtantiam à Sole Grad. 40, ita exceſſus OQ, Num. 7, ad Aliud: prodibunt pro EQ, minuta 3⅑, quæ addita Latitudini Lunæ QD in ☌ aut ☍, dabit Latitudinem Lunæ ED extra ☌ ☍ & □□, ad tempus datum.

## NUMERUS LXV.

### *Reductio Lunæ ad Eclipticam.*

QUadrans Eclipticæ eſto AB. Intelligitur circulus Maximus per Polos Eclipticæ, & B ductus, cujus pars ſit arcus CB inter Eclipticam, & Lunæ Orbitam AC interceptus. Erit etiam arcus Eccentrici, ſeu Orbitæ Lunaris AC, Quadrans circuli, & angulus ad B *a* rectus erit: arcus autem BA erit Lunæ à Nodo A diſtantia in Eclipticâ; quæ, ſi Luna exiſtat in Limite C, æqualis eſt ipſi CA diſtantiæ Lunæ à Nodo A in ſuâ Orbitâ, ac proinde nullâ Reductione eſt opus. *Fig. 31.* a *Vide nu. 68.*

Exiſtat deinde Luna extra Limites, putà in E. Per Polos Eclipticæ, & per E ducatur circulus Maximus, cujus pars ſit arcus ED. Erit *b* angulus EDA rectus, & DA eſt diſtantia Lunæ à Nodo in Eclipticâ, eaque jam inæqualis eſt arcui EA diſtantiæ Lunæ à Nodo in ſuo Eccentrico. Invenire igitur arcum DA, eſt Lunam reducere ad Eclipticam. Invenitur autem ſic. Per *num.* 61. & 62 nota fit ad tempus, quo Luna eſt in E, diſtantia Limitis C ab Eclipticâ, arcus nempè CB; & per *num.* 56. *vel* 57, nota fit EA diſtantia Lunæ à Nodo A. Jam quia arcus AB eſt Grad. 90. & rectus ad CB erit Nodus A *d* Polus Maximi circuli, cujus BC pars eſt; ac proinde *m* arcus BC metitur angulum A. Cùm ergo notus ſit arcus BC, etiam angulus A notus erit. Quoniam igitur in triangulo rectangulo ſphærico EDA, notus eſt angulus A, & latus EA, etiam *o* DA innoteſcet; quod petebatur. b *Ibidem.* d *Per nu. 70.* m *Per defin 4. n. 66.* o *Per trigonom. ſphær. probl. 14.*

Porrò quia jam ſcitur quantùm D locus Lunæ in Eclipticâ diſtet à Nodo A, ſi per *num.* 58. *vel* 59, nota fiat diſtantia Nodi ab initio ♈, etiam diſtantia loci reducti Lunæ D, ab initio ♈, nota erit.

Hunc in modum fiunt Tabulæ Reductionis Lunæ ad Eclipticam. Sed quoniam angulus A (ut *numero* 61. §. 3 expoſuimus) continuè variatur, extruendæ eſſent ad ſingulas mutationes anguli Tabulæ ſingulæ. Verùm tanto labore non eſt opus: ſufficiet enim unica ad hujus anguli quantitatem Mediam, videlicet Grad. 5. 8′; cùm maxima ſit Grad. 5. 17′. 16″, minima Grad. 5. Ejuſmodi Tabulam exhibuit Tycho *tomo* 1. *Progym. pag.* 118: quâ utendo nunquam committes errorem dimidio Minutò majorem.

Maxima porrò Reductio Lunæ ad Eclipticam eſt ferè 7 Minutorum.

# CAPUT VIII.

## De inventione Lunæ in Gradu Eclipticæ Nonageſimo, atque eâ occaſione rudimenta quædam doctrinæ Sphæricæ.

## NUMERUS LXVI.

### *Definitiones Sphæricorum Triangulorum.*

QUando frequens deinceps futurus eſt Sphæricorum Triangulorum uſus, imò ſub finem capitis præcedentis jam eſſe cœpit, eorum prima quædam rudi-

rudimenta; ne aliundè peti debeant, quàm breviſſimè recenſebo.

1. *Angulus Sphæricus* eſt, quem in Sphæræ ſuperficie efficiunt duo arcus circulorum Maximorum ſeſe mutuò ſecantes.

Fig. 33. 2. *Angulus Sphæricus rectus* eſt quem in ſuperficie Sphæræ efficiunt duo arcus, duorum Maximorum circulorum (ABGC, ADGE) ſe mutuò perpendiculariter interſecantium. Tales ſunt anguli BGD, BGE, item CGD, CGE.

3. *Triangulum Sphæricum* eſt quod tribus arcubus circulorum Maximorum in Sphæræ ſuperficie continetur.

4. *Arcus Maximi circuli Sphæricum angulum metiens*, ille eſt qui ex anguli vertice tanquam Polo inter crura anguli deſcribitur.

*Quid ſit Polus circuli, expoſitum eſt deſin. 3. num. 1. lib. 1.*

Angulus eſto Sphæricus DBG, ex cujus vertice ut polo deſcriptus ſit arcus DG. Arcus DG metitur angulum DBG.

## NUMERUS LXVII.

*Maximi in Sphæra circuli ADGE polus eſto B, centrum A. Recta BA à polo ad centrum ducta, circulo ADGE perpendicularis eſt.*

Fig. 33. DUcantur BD, BG, BE. Triangula DBA,
a Per def. EBA ſibi mutuo æquilatera ſunt: nam AD,
3. l. 1. nu. 1. AE æquales ſunt, quia ex A centro; BD, *a* BE,
b Per 8. 1. quia ex polo B ad circumferentiam DGE; AB vec Per def. rò communis. Ergo anguli BAD, BAE *b* æquales
4. 1. ſunt. Ergo *c* recti. Pari modo oſtendam æquari angulos BAE, BAG. Quare cùm BAE oſtenſus ſit rectus, etiam BAG rectus erit. Ergo cùm BA ad rectas AG, AE, ſeſe in plano circuli ADGE
d per 4. 11. ſecantes, perpendicularis ſit, etiam circulo ipſi *d* ADGE perpendicularis erit.

## NUMERUS LXVIII.

Fig. 33. *Maximus in Sphæra circulus ſit ADGE, per cujus polum B alius tranſeat Maximus circulus ABGC. Hic ad illum perpendicularis eſt, & angulus BGD rectus.*

EX polo B ad A Sphæræ centrum ducatur recta BA. Hæc ad circulum ADGE perpendicularis eſt per *præced.* Circulus autem ABGC ex hyp. tranſit per B, &, quia Maximus etiam per centrum A: adeoque per rectam BA: quæ quia perpendicularis eſt ad circulum ADGE, etiam circulus
d per 18. 11. ABGC *d* circulo ADGE perpendicularis eſt, adeoque per *deſin.* 3. angulus BGD rectus eſt.

## NUMERUS LXIX.

*Angulum Sphæricum Rectum metitur Quadrans circuli.*

Fig. 34. DUo Maximi Sphæræ circuli ABDC, ABGC ſe mutuò perpendiculariter ſecent, conſtituentes angulum rectum Sphæricum DBG. Deinde ex B anguli vertice, tanquam polo, deſcribatur
a per deſin. circulus Maximus ADGE. Arcus igitur DG *a*
4. num. 66. metitur Sphæricum angulum rectum DBG. Dico arcum DG eſſe Quadrantem. Ducatur enim
l per num. ex B polo circuli ADGE ad centrum A, recta
67. BA. Hæc ad *l* circulum ADGE perpendicularis
m per 18. eſt. Quare etiam circulus ADBEC per eam tran
11. ſiens ad *m* ADGE circulum, rectus eſt, & è convern per 19. ſo ADGE ad ADBEC perpendicularis, ſeu
11. rectus eſt. Sed ex hyp. etiam ACGB ad eundem
o per def. 3. ADBEC rectus eſt. Ergo etiam GA communis
11. ſectio circulorum ADGE, ACGB, ad *n* circulum ADBEC recta eſt. Ergo etiam GA ad *o* rectam AD in circulo ADBEC ductam, recta, ſeu perpendicularis eſt, & angulus DAG rectus. Arcus igitur DG metiens angulum Sphæricum rectum DBG, eſt Grad. 90. ſeu Quadrans circuli.

## NUMERUS LXX.

*Circuli Maximi ADGEK, AGBKC, ad invicem recti, per mutuos tranſeunt polos.*

Fig. 34. NAm ab interſectione G numerentur in B Gradus 90. Dico B eſſe polum circuli ADGEK. Rurſum ex G in E numerentur Gradus 90: dico E eſſe polum circuli AGBKC.

Ex Sphæræ centro A in circulo ADGEK, ducatur quævis AF, itemque AB, AE; junganturque BF, BE, Quoniam AB ex centro A biſecat ſea Conſtr. micirculum GBC (eſt enim *a* GB Grad. 90); liquet AB eſſe rectam diametro GAK, quæ eſt circulorum AGBKC, AGDKE ſectio communis. Quia ergo BA eſt in plano AGBKC ad AGDKE
b per hyp. *b* recto, & ſimul recta eſt ad communem eorum
c ex deſin. ſectionem GAK, liquet BA eſſe *c* rectam plano
4. 11. AGDKE. Ergo BA recta *d* eſt ad lineas AF,
d per deſin. AE, & anguli BAF, BAE recti, adeoque æ
3. 11. quales ſunt. Quare cùm etiam AF, AB, æquales
i per 4. 1. ſint AE, AB; etiam BF, BE *i* æquales erunt. Eoq per deſin. dem modo quævis rectæ ex B ad peripheriam
3. lib. 1. DGEK ductæ, oſtenduntur æquales. Ergo B polus eſt *q* circuli AGDNE.

Non aliter demonſtrabitur E polus eſſe circuli AGBKC. Liquet ergo propoſitum.

## NUMERUS LXXI.

*Circulo Sphæræ Maximo AFKEI, inſiſtat medietas alterius circuli Maximi AFDE. Polus circuli AFKEI ſit B; Polus circuli AFDE, ſit C. Dico circulum Maximum AGDI; qui tranſit per polos priorum, B, & C, ſecare biſariam in D ſemicirculum FDE.*

Fig. 35. AD A centrum ducantur rectæ CA, BA, DA. Secent autem circuli AFDE, AGBI, circulum AFKGEI ſecundùm diametros FE, GI. Quia B eſt polus circuli AFKGEI, erit
a per num. BA recta ad circulum *a* AFKGEI, ac proinde
67. etiam *b* ad lineam in eo poſitam FA. Similiter, quia
b per deſin. C eſt polus circuli AFDE, erit CA *o* recta ad cir
3. 11. culum AFDE, adeoque, & ad lineam in eo duo per num. ctam FA. Quoniam igitur FA ad duas BA, CA,
67. ſe ſecantes in A, recta eſt, etiam ad circulum
e per 4. 11. AGDI recta *e* erit. Ergo per *deſin.* 3. 11. FA etiam ad DA recta eſt. Quoniam igitur DA, in centrum A rectò, ſeu perpendiculariter incidit, liquet ſemiperipheriam FDE ſecari biſariam in D. Quod erat demonſtr.

### *Corollarium.*

*Hinc patet* 1. *ſi* K G E I *ſit Horizon* , B *Zenith* , F D E *ſemicirculus Ecliptica dato momento ſupra Horizontem exiſtens*, C *Polus Ecliptica : ſemicirculum Eclipticæ* F D E *ſecari biſariam in* D *a Verticali* G C B I, *per* C *Polum Ecliptica tranſeunti.*

*Nam cùm Zenith* B, *ſit Polus Horizontis* K G E I, *Verticalis* G C B I, *hic tranſit per Polos* B, *&* C, *utriuſq; circuli* K G E I, *&* G D E.

*Patet* 2. *Semicirculum Ecliptica numquam biſecari à Meridiano, niſi cùm Polus Ecliptica in Meridiano exiſtit, quod ſingulis diebus bis accidit.*

*Patet* 3. *Æquatoris ſemicirculum à Meridiano ſemper biſecari , quia Meridianus tranſit ſemper per Polum Æquatoris, & per Polum Horizontis, nempè per Zenith.*

## NUMERUS LXXII.

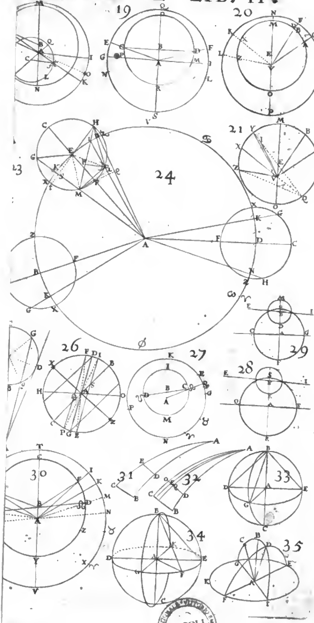
### *Tempus , quo Luna in Zodiaci Gradu ab Horizonte Nonageſimo exiſtet , invenire.*

OBſervatio inſtituenda eſt cùm Luna eſt cornuta , vel ſaltem biſecta , aut gibboſa. Cùm enim Sol ſemper ſit in Eclipticâ , & portio Lunæ à Sole illuſtrata , ſemper directè Solem ſpectet , liquet cornua Lunæ , quando etiam ipſa eſt in Eclipticâ , terminari exactè in circulo per Eclipticæ Polos tranſeunte. Quod ſi Luna extra Eclipticam vagetur, quoniam nunquam ab eâ recedit ultra a Gradus 5. 17'. 30'' , cornua ejus terminantur in dicto circulo quàm proximè, citra errorem vide[illegible] ſenſu perceptibilem. *a per* § 3. *num* 61.

Hoc poſito , ſuſpende filum perpendiculare, & obſerva quando extremitates utriuſque cornu, oculo poſt filum poſito, exactè ipſi filo reſpondeant : eo quippè momento Luna in Gradu Eclipticæ Nonageſimo exiſtit.

Cùm enim filum ſit in plano tui Verticalis , patet etiam extremitates cornuum, filo exactè reſpondentes, adeóque & Lunæ centrum, eſſe in ejuſdem Verticalis plano. Sed , per ea quæ jam præmiſi, extremitates cornuum ſemper ſunt in plano circuli , per Polos Eclipticæ tranſeuntis. Ergo eo momento Verticalis tuus, in quo tunc ſunt extremitates cornuum , tranſit per Polos Eclipticæ. Atqui per *Coroll.* 1. *num.* 71. Verticalis tranſiens per Polum Eclipticæ , ejus ſemicirculum conſpicuum biſecat, hoc eſt tranſit per Gradum ejus ab Horizonte Nonageſimum. Ergo extremitates cornuum, adeóque & centrum Lunæ, eo momento etiam ſunt in Eclipticæ Gradu Nonageſimo.

## FINIS LIBRI SECUNDI.




NAPOLI

# ASTRONOMIÆ

## LIBER TERTIUS

# DE SOLIS ET LUNÆ

## PARALLAXI, REFRACTIONE, DIAMETRO

## *APPARENTE, DISTANTIA, MAGNITUDINE.*

## CAPUT PRIMUM.

## Dimenſio Temporum Vibrationibus Perpendiculi.

CUm in rebus Aſtronomicis maximi momenti ſit accurata temporis dimenſio, ejuſque uſus ſub ipſum ſtatim hujus libri exordium in determinandâ Parallaxium quantitate futurus ſit, de eâ breviter hoc Capite agendum erit. Menſuræ porrò temporis variæ ſunt exeogitatæ, ſed una omnium tutiſſima exactiſſimaque ea eſt, quæ per vibrationes Perpendiculi obtinetur.

### NUMERUS PRIMUS.

### *Perpendiculi ad menſuram temporis accommodati forma, & definitiones eò pertinentes.*

AD regulam *a* ſeu trabeculam ferream FT. affixæ ſint duæ laminæ ferreæ FG, HK, mutuò parallelæ, quibus cylindrus CI, axe utrimque prominente inſertus ſit, regulæ ferreæ FT æquidiſtans, ſic ut circumagi expeditè & æquabiliter poſſit, quod quidem præcipuâ curâ & induſtriâ curandum eſt. Fiat deinde ſphærula metallica, quæ à catenulâ ex minutis annulis (quos ſchema non benè exprimit) confectâ, ſuſpendatur ex O. Sphærula non excedat duas libras, ne axis cylindri nimium atteratur, & catenula tres ſaltem pedes ſit longa, aliàs nimis citò motus ceſſabit. His ita præparatis, tota machina trabi alicui cochleis vel aliter affigatur, ſic ut laminæ FG, HK ſint ad Horizontem rectæ, adeóque cylindrus CI ad eumdem parallelus. Sphærula deinde, tensâ ſemper catenulâ, in plano Verticalis per OA ad laminas FG, HK parallelè ducti, attollatur ex A in L. Ubi eam ſibi permiſeris, ultrà citráque perpendicularem OA, per circuli arcum movebitur ex L in M, ex M in N, ex N in P, ex P in Q, ex Q in R donec extincto motu in OA conquieſcat.

*Perpendiculum* vocabimus, totam machinulam jam expoſitam: quam deſumpſi ex Riccioli *Almag. lib. 2. cap. 20.*

*Vibratio Perpendiculi* eſt motus ejus ex L in M, vel ex M in N, & ſic deinceps.

*Vibratio compoſita*, eſt motus ex L in M, & ex M in N.

*Altitudo Perpendiculi*, eſt AO, diſtantia centri ſphærulæ ab axe cylindri CI.

### NUMERUS II.

### *Ejuſdem Perpendiculi vibrationes æquè multæ, æqualibus temporibus abſolvuntur.*

UT ſi primò numeres 1000 vibrationes, ac deinde mille alias; mille primæ abſolventur eodem tempore, quo mille ſecundæ. Illuſtrem hanc motus proprietatem primus deprehendit Galilæus, poſt quem multi ſuis eam ſcriptis illuſtrarunt.

Probatio rudior fit Clepſidris & Horologijs; ſed longè accuratiſſima ea eſt, quam tradit Ricciolus *lib. 2. Almag. cap. 22. prop. 1*, & eſt hujuſmodi.

Inventâ lineâ *a* Meridianâ CB, ſuſpende filare Perpendiculum DA, Meridianam tangens in A. Tum ex eodem puncto D, tende filum DC uſque ad Meridianam in C. Triangulum filare ADC, exhibebit planum Meridiani. Oculo deinde poſito poſt filum DA, expecta donec centrum alicujus ſtellæ ab utroque filo tegatur; eo enim momento ſtella in Meridiano *o* exiſtet. Tum ſocius illicò Perpendiculum moveat, & numerare vibrationes incipiat, donec alia ſtella eodem modo fuerit obſervata Meridianum attigiſſe. Quod ſi nocte ſequenti inter tranſitus ſtellarum earumdem per Meridianum, vibrationes ejuſdem Perpendiculi numerentur, idem erit vibrationum numerus, qui nocte præcedenti, aut certè differentia contemptibilis erit. Atqui tempus à tranſitu unius ſtellæ uſque ad tranſitum alterius, utrâque nocte, imò aliâ quacumque, eſt exactiſſimè æquale. Ergo vibrationes ejuſdem Perpendiculi æquè multæ, æquali tempore fuerunt abſolutæ.

*Fig. 2.*

*a per num. 26. lib. 1.*

*o Mechanicen accuratam hujus filaris trianguli vide apud Ricciolum l. 5. c. 15. Prob. 8.*

Ita Ricciolus tribus noctibus facto experimento, à tranſitu Spicæ, ad tranſitum Arcturi cum duobus exercitatiſſimis ſocijs, bis numeravit vibrationes 3212, & ſemel 3214, calculis poſt tricenas quaſque vibrationes in vas injectis.

*Curandum porrò eſt diligenter, I. ut Perpendiculi motus ſemper maneat in eodem Verticali; II. ut ſi languidior evaſerit motus, & brevi videatur extinguendus, Sphærula ex. gr. deſcendens ex R, ubi ferè Perpendicularem attigerit, trahatur in L, & ſtatim dimittatur: ita vibrationes per multas Horas poterunt continuari. III. Ut arcus AL, per quem Sphærula attollitur, numquam excedat Gradus 90, imò conſultum eſt non excedat 45.*

### *Corollarium.*

Hinc *patet I. vibrationes ejuſdem Perpendiculi, ſingulas ſingulis æquitemporaneas eſſe.*

*Patet II. tempora vibrationibus proportionalia eſſe, & è converſo: ut ſi tempore, A, peracta ſint vibrationes X, & tempore B, vibrationes Z: Tempus A eſt ad tempus B, ut vibrationes X ad vibrationes Z: & contra.*

| | | |
|---|---|---|
| A. | X. | 3400 |
| B. | Z. | 8702 |

## NUMERUS III.

### *Dati Perpendiculi, quot vibrationes, unâ Horâ, vel aliâ quâvis Diei Naturalis parte notâ abſolvantur, invenire.*

Dicet quiſpiam fortaſſe, qui ſtatum difficultatis non perceperit: numera vibrationes ab alicujus Horæ principio uſque ad finem ejus, & ſcies quot vibrationes uni Horæ conveniant. At quomodo numerabis vibrationes Horæ ſpatio peractas, niſi priùs exhibere tempus noveris, quod eſſe Horam, hoc eſt vigeſimamquartam Diei Naturalis partem certò ſcias. Id quidem adhuc latet, atque independenter à vibrationibus Perpendiculi debet innoteſcere.

Quæſitum igitur hoc artificio obtinebitur. Eligantur duæ ſtellæ in Æquatore poſitæ. Ejuſmodi ſunt, ea quæ eſt in pectore Antinoi, & ea, quæ in flexu manus dextræ Aquarij. Prima eſt in Æquatore præciſè; altera limbulo ſuo Æquatorem tangit, quæ differentia nullius in hoc negotio momenti eſt. Has porrò ſtellas eſſe in Æquatore comperies, ſi Altitudines *a* earum Meridianas inquiras: has enim comperies cum Altitudine Æquatoris (quæ per *Num.* 27. *l.* 1. innoteſcit) convenire. Æquator jam eſto ABC, Horizon XZ, Meridianus ZDX. Ope Filaris Trianguli obſerva (ut docui *Num. præced.*) quo momento centrum primæ ſtellæ A, attingit Meridianum ZDX, eodemque incipe vibrationes Perpendiculi numerare, uſque dum centrum ſtellæ ſecundæ B eumdem Meridianum attingat. Ita ſcies quot vibrationes ſint factæ eo temporis ſpatio, quo arcus Æquatoris AB, Meridianum pertranſijt. Tempus verò illud ſic fiet notum. Metire quàm accuratiſſimè utriuſque ſtellæ diſtantiam, quæ eſt ipſe Æquatoris arcus ab ijs interceptus AB: is porrò eſt Grad. 36. 25'. ferè. Poterit eum Lector, cùm voluerit, accuratiùs explorare. Ego eam quantitatem exempli gratiâ aſſumo. Æquatoris autem Gradus 36. 25'. Meridianum *b* pertranſeunt Horis 2. 23'. 53". 57"'. 30"". Cùm ergo ſciam quot vibrationes ſint peractæ interim dum arcus AB Meridianum pertranſijt, etiam ſcio totidem peractas eſſe Horis 2. 23'. 53". 57"' 30"": ſit autem ex. gr. vibrationum ille numerus 7500.

*a per num. 51. lib. 1. Fig. 4.*

*b per num. 51. lib. 1.*

Hunc in modum poſtquam ſemel reperimus, quot vibrationes aliquâ Diei Naturalis parte abſolvantur, inde quot cuivis alteri vibrationes conveniant, nullo jam negotio reperiemus. Velim ſcire quot ejuſdem Perpendiculi vibrationes debeantur uni Horæ. Per *corol.* 2. *præc. Num.* ut Horæ 2. 23'. 53". 57"'. 30"". ad Horam. 1, ita vibrationes ex. gr. 7500 debitæ (ut jam inventum eſt) Horis 2. 23' &c. ſunt ad vibrationes debitas Horæ 1. Quare per Reg. Prop. quot vibrationes uni Horæ conveniant, innoteſcet.

### *Scholium.*

*I. Ricciolus uſus eſt duabus ſtellis ex. gr. F, G, extra Æquatorem poſitis. Ut ergo notum faceret tempus à tranſitu ſtellæ G per Meridianum, ad tranſitum alterius F per eundem, reperire debuit earum Aſcenſiones Rectas, O A, O B, ut ex Aſcenſionum differentiâ notus evaderet arcus Æquatoris, A B. Verùm Aſcenſionibus Rectis inveniendis ſe Parallaxis & Refractio immiſcent, quas hîc declinare conſultum eſt.*

*II. Erit fortaſſe cui videbitur nimis quàm operoſum Perpendiculi vibrationes per duas Horas, & ampliùs numerare. Sed is profectò non intelligit, quanta non modò peritia, ſed etiam patientia & labor in Aſtronomicis obſervationibus requiratur. Ricciolus ſanè, ut ipſe refert* lib. 2. Alm. cap. 20. prop. 11. *Socijs qui ſibi mutuò ſuccederent, novem adhibitis, numerationem vibrationum ab uno Meridie in alium per Horas 24 continuavit. Rurſum à tranſitu Caudæ Leonis per Meridianum uſque alterum tranſitum, ejuſdem numerationem per alias 24 Horas produxit. Atque his nondum acquieſcens, duas ſtellas, ut hîc paulò ante commemoravi, adhibuit.*

*III. Præter eas ſtellas quas aſſumpſi ſuprà, apta ſunt ad eumdem finem etiam ſequentes quatuor, Æquatorem proximè ſtringentes.*

*In nodo Hydræ Occidentalior, ad gradum Æquatoris 138. 20'. ferè.*

*Ibidem alia Orientalior, ad grad. Æq. 140. ferè.*

*In alâ ſiniſtra ♍ ad grad. Æq. 186. ferè.*

*Informis magn. 6. ad grad. Æq. 204. ferè.*

## NUMERUS IV.

### *Datum quodvis temporis ſpatium notum facere.*

Hoc eſt, quanta Diei Naturalis pars ſit, nimirum quot contineat Horas, Minuta &c. invenire.

Tempus datum ſit ex. gr. duratio alicujus Eclipſis. Numera quot vibrationes Perpendiculi dato tempore abſolvantur, quæ ſint ex. gr. 9000. Deinde per *Num. præc.* inveni, quot ejuſdem Perpendiculi vibrationes unâ Horâ peragantur; quæ ſint ex. gr. 3000. Cùm ergo 3000 vibrationum efficiant Horam unam: 9000 vibrationum quot Horas efficient? per Reg. Prop. proveniunt Horæ 3, quibus datum tempus, quod erat ignotum, æquale eſt.

*Demonſtratio* patet ex *Coroll.* 2. *Num.* 2.

## NUMERUS V.

### *Exhibere tempus æquale uni Horæ, vel cuivis parti Diei Naturalis.*

Numera tot vibrationes Perpendiculi, quot per *Num.* 3. comperiſti unâ Horâ abſolvi, tempus

pus quo numerus ille vibrationum peractus eſt, uni Horæ æquatur.

Si tempus deſideras ex. gr. æquale Horis 2. 25′; fiat ut Hora 1. ad Horas 2. 25′, ita numerus vibrationum unius Horæ, qui notus eſt per *Num.* 3. ad quartum prop. Erit hoc numerus vibrationum conveniens Horis 2. 25′, per *Cor.* 2. *Num.* 2. Numera igitur tot vibrationes Perpendiculi quot compereris Horis 2. 25′. convenire. Tempus quo ille vibrationum numerus fuerit peractus, erit Horis 2. 25′ æquale.

### NUMERUS VI.

*Temporis momentum exactiſſimè notum facere.*

NOtum ſit momentum, ſeu Inſtans temporis, quando ſcitur, inter ipſum & Meridiem quot Horæ, Minuta Prima, Secunda &c. intercedant. Inſtans porrò Meridiei innoteſcit per *Num.* 26. *l.* 1.

Numera vibrationes Perpendiculi à puncto Meridiei præcedentis, ſi ea eſt momento quæſito vicinior, uſque ad momentum quæſitum; vel à momento quæſito, uſque ad punctum Meridiei ſequentis, ſi ea momento quæſito vicinior eſt. Deinde ſit ut numerus vibrationum unius Horæ notus per *Num.* 3, ad numerum vibrationum hìc inventum; ſic Hora una ad quartum proportionale: prodibunt Horæ, Minuta prima, Secunda &c. quibus momentum quæſitum diſtat à Meridie ſibi proximâ.

*Demonſtratio* patet ex *Coroll.* 2. *Num.* 2.

## CAPUT II.

## Modus inveniendi Parallaxim Lunæ in circulo Altitudinis, & ex eâ diſtantiam Lunæ à centro Terræ.

### NUMERUS VII.

*De triplici loco Solis & Lunæ.*

HActenus duplicem Solis & Lunæ locum, videlicet Medium & Verum, cognovimus: deinceps etiam, cum Parallaxes attingemus, tertius ſeſe offeret Apparens nempè, ſeu Viſus. Luminarium igitur locus eſt triplex, Medius, Verus, Apparens ſeu Viſus; atque inde triplex Luminarium tam Longitudo, quàm Latitudo conſurgit, Media, Vera, Apparens, ſeu Viſa. Res ex ſchemate lucem accipiet.

Zodiacus eſto G H O, ejuſque & Terræ centrum A; Terra A B Q; Zenith H; linea Verticalis H A; centrum Eccentrici in D; Eccentricus R N C S; in cujus puncto C, exiſtat centrum Lunæ vel Solis: per C tranſeat Verticalis, ſeu circulus Altitudinis A P C K M. Ex D centro Eccentrici per C centrum Luminaris ducatur D C, eique parallela A G, ex centro Terræ uſque ad Zodiacum: ducantur item ab Oculo in B, & Terræ centro A, per Luminaris centrum C, rectæ B C F, A C L, occurrentes Zodiaco in F, & L.

Locus Medius Luminaris eſt G; Verus L; Apparens, ſeu Viſus F: & ſi principium Arietis ſit in X, Longitudo Media eſt X G; Vera X L; Apparens, ſeu Viſa X F. Æquatio, ſeu Proſthaphæreſis eſt D C A, Parallaxis Altitudinis B C A.

*Cæterum ut faciliùs intelligantur ſequentia, recolenda ſunt quæ de Parallaxi Altitudinis expoſui l. 2. num. 18 & 19.*

### Scholium.

*Aſtronomi extra negotium Parallaxis, motum Verum & Apparentem promiſcuè accipiunt, quod à nobis etiam in præcedentibus ſubinde factum.*

### NUMERUS VIII.

*Lunæ Declinationem Veram ab Æquatore ad datum tempus invenire.*

COlurus Solſtitiorum ſit C A G; Æquator C E, ejuſque Polus A; Ecliptica F G, ejuſque Polus B; principia ♋ & ♑ in F, & G; princ. ♈ in D. Igitur D F eſt primus Quadrans Eclipticæ. Locus Lunæ Verus eſto in O, per quem à Polo Eclipticæ B ducatur circulus Maximus B O P, Eclipticæ occurrens in P. Erit O P Latitudo Vera Lunæ, & P locus Verus Lunæ ad Eclipticam *a* reductus. Præterea per O, ex A Polo Æquatoris ducatur circulus Maximus A O N, occurrens Æquatori in N, erit O N Declinatio Lunæ, quam oportet invenire.

*Fig.* 5.

*a Vide num.* 65. *lib.* 2.

Inveni *c* ad tempus datum locum Lunæ Verum, eumque reduc *d* ad Eclipticam: ita nota erit Lunæ ab initio ♈ diſtantia D P in Eclipticâ, quæ primò ſit minor 90 Gradibus, ſeu Quadrante primo D F. Hanc igitur ſi demas à Grad. 90, remanent Gradus arcus F P, qui quòd ejus Polus ſit ipſe anguli vertex B, metietur angulum *e* F B P, ſeu A B O, qui proinde notus eſt. Reperi deinde ad datum tempus Latitudinem *o* Lunæ, nempè O P: quâ detractâ ex Quadrante B O P, notus remanet arcus O B. Eſt verò etiam notus arcus *p* A B diſtantia Polorum, nempè Grad. 23. 36. In triangulo igitur Sphærico A B O, quia nota ſunt duo latera A B, O B, & angulus ad B, etiam latus reliquum *r* A O innoteſcet. Hoc ſi demas ex Quadrante A O N, nota remanebit O N, Lunæ Declinatio Vera ad tempus datum.

*c per num.* 46. 47. *lib.* 2.
*d per num.* 65 *lib.* 2.
*e per def.* 4 *num.* 66. *lib.* 2.
*o per num.* 63. *vel* 64. *lib.* 2.
*p per corol. nu.* 31. *l.* 1.
*r Trig. ſph. Prob.* 16.

Si Longitudo Lunæ ſit major Grad. 90, adeoque pertineat ad Quadrantem ſecundum, tunc angulum ad B, metitur exceſſus Longitudinis Lunæ ſuprà Grad. 90. Ex quibus etiam patet qui idem angulus in Quadrante 3 & 4 innoteſcat.

Hunc in modum conſtruuntur Tabulæ Declinationum Lunæ ad ſingulos Longitudinis & Latitudinis Gradus, quas vide apud Maginum, & Regiomontanum.

### NUMERUS IX.

*Parallaxeos Lunæ in Altitudinis circulo prima ſuveſtigatio.*

*Fig.* 6. 7.

ALtitudinem Lunæ Meridianam (F B) quàm accuratiſſimè *a* obſerva ſed liberam à Refractione, cùm ea nempè non eſt minor Gradibus 38, aut 40; & momentum temporis quo Lunæ centrum Meridianum pertranſijt, fac notum, numerando vibrationes Perpendiculi, ut docui *num.* 6. vel adhibendo praxes, quæ tradentur *num.* 36 *hujus l. ejuſque corollario, aut num.* 45. *l.* 5, à Lunâ penitus independentes. Ad hoc deinde temporis momentum prius converſum ex Apparenti in Æquale, ſeu Medium per *num.* 58. §. 1. *l.* 1. inveni *b* Declinationem Lunæ Veram C D. Tum metire Altitudinem Æquatoris D B: quæ dimenſio quomodo independenter ab omni

*a per num.* 28. *lib.* 1.
*b per ñum.* 8.

omni Parallaxi & Refractione peragatur, patet ex *num.* 27. *l.* 1. Altitudini Æquatoris D B ſi addas vel demas Declinationem Lunæ Veram C D, prodibit Vera Altitudo Meridiana Lunæ C B; quæ ſemper major *c* eſt Altitudine Apparenti, ſeu Viſâ. Quare ſi Altitudinem Viſam F B obſervatione cognitam ſubduxeris à Verâ C B, nota fiet utriuſque differentia C F, quæ eſt *d* ipſa Lunæ Parallaxis quæſita.

c *per theor.* 8. *num.* 19. *lib.* 1.
d *per theor.* 2 *num.* 19. *lib.* 1.

*Hunc in modum abſque ullo vitioſo circulo, in quo à magnis etiam Aſtronomis vehementer eſt laboratum, Parallaxium inveſtigatio* o *prima peragitur. Summi ea momenti eſt, neque poteſt expediri, niſi Solis & Lunæ motibus jam conſtitutis, id quod totis primo & ſecundo libro independenter à Parallaxi & Refractione præſtitimus.*

o *Patebit hoc clarius ex nu.* 20.

## NUMERUS X.

### *Lunæ Apogea & Perigea in □ & ☍ tum diſtantia à centro Terræ, tum Parallaxis Horizontalis ſtatuitur.*

§. 1. INquire tempus, quo Luna ſit Perigæa vel Apogea, & ſimul Quadrata vel Plena. Primum colliges ex *num.* 37. *l.* 2. ſi nimirum Anomaliam reperias vel nullam, vel Graduum 180. Secundum ex 46, vel 47. *l.* 2. Tum eadem agendo omnia quæ *num. præced.* ad momentum illud Parallaxim Lunæ reperies, ex quâ deinde diſtantiam Lunæ à centro Terræ, & Parallaxim Horizontalem elices hunc in modum.

*Fig.* 8. Verticalis, ſeu Altitudinis circulus eſto A G F E; Semidiameter Terræ A B, centrum A; linea Verticalis F B A; Horizon Verus A E, Viſus B D. Parallaxis Lunæ, ſeu Apogeæ, ſeu Perigeæ, in □ vel ☍ jam inventa ſit per *Num. præc.* adeoque angulus B C A; Parallaxis Horizontalis illi reſpondens A D B. Oporteat diſtantiam Lunæ A C, ſeu A D, & Hor. Parallaxim A D B invenire. Quoniam ad inveniendam Parallaxim C, nota priùs reddi debuit *a* Altitudo Lunæ Vera C E, etiam C F diſtantia Vera Lunæ à vertice, adeoque & angulus F A C innoteſcet. Quia igitur in triangulo A C B, noti ſunt anguli C & B A C, etiam proportio laterum A C, A B, nota *b* fiet; ſcieturque proinde, quot Semidiametros Terræ A B, diſtantia C A Lunæ Apogeæ vel Perigeæ, in □ vel ☍, contineat.

a *Patet ex num. præc.*
b *per prob.* 7. *cap.* 3. *Geom. prat.*

Deinde, quia in triangulo rectangulo D B A nota eſt ratio laterum A B, A D, (eſt enim A D diſtantia Lunæ à centro jam inventa), etiam angulus *c* D, ipſa nimirum Parallaxis Horizon. quæſita innoteſcet.

c *per probl.* 4. *cap.* 3. *Geo. Pract.*

§. 2. Hæc inventionis theoria eſt. Nunc quantitates ipſas, prout *b* à Ricciolo pluribus obſervationibus ſunt inventæ, ſubjicio. Quem unum ex omnibus, ob inſignem ejus in obſervando peritiam hic viſum eſt adhibere.

b *Alm. l.* 4. *pag.* 225.

I. In ☍ propè Apogeum, cùm nempè eſſet Anomalia Lunæ Æquata Grad. 4. 24′. 6″, inventa eſt diſtantia Lunæ à Terræ centro, Semidiametrorum Terræ, 64. 13′. /. 64$\frac{11}{20}$: Parallaxis Horizontalis Min. 53. 44″.

II. In ☍, propè Apogeum, cùm Anomalia Æquata eſſet Signorum 11. Grad. 25. 14′. 27″, inventa eſt diſtantia à centro, Semid. 64. 20′: Parallaxis Horiz. Min. 53. 35′. Sed in ipſo Apogeo diſtantia fuit Semid. 64. 15′: Parallaxis Hor. Min. 53. 30″.

III. In ☍, propè Perigeum, cùm Anomalia Æquata eſſet Sign. 5. Grad. 24. 40′, inventa eſt diſtantia Semid. 54. Parallaxis Horiz. Min. 63. 43′. Sed in ipſo Perigeo diſtantia fuit Semid. 53. 45′: Parallaxis Hor. Min. 63′. 55″.

IV. In □, proximè ad Apogeum, cùm nempè Anomalia Æquata eſſet Grad. 1. 45′. 3″, inventa eſt Lunæ à centro Terræ diſtantia Semid. Terræ 66. 40.

V. In □, propè Apogeum, cùm Anomalia Æquata eſſet Sign. 11. Grad. 23. 16′. 30″, inventa eſt diſtantia Lunæ, Semid. Terræ 66. 42′: Parall. Horiz. Min. 51′. 32″.

VI. In □, propè Perigeum, cùm Anomalia Æquata eſſet Sign. 5. Grad. 26. 56, inventa eſt diſtantia Lunæ à centro. Semid. Terræ 51. 36.

§. 3. Ex his aliiſque obſervationibus prædictas diſtantias & Parallaxes Horizontales definit Ricciolus, ut ſequitur.

In □ □

LUNÆ APOG. { *Diſtantia, Semid. Terr.* 66. 42′. *vel*, 46.
*Parallaxis Horiz. Min.* 51′. 32″. }

LUNÆ PERIG. { *Diſtantia, Semid. Terr.* 51. 26.
*Parallaxis Horiz. Min.* 66′. 56″. }

In ☌ ☍

LUNÆ APOG. { *Diſtantia Semid. Terr.* 64. 15′.
*Parallaxis Horiz. Min.* 53′. 30″. }

LUNÆ PERIG. { *Diſtantia, Semid. Terr.* 53. 45′.
*Parallaxis Horiz. Min.* 63′. 55″. }

Ricciolum ſequor donec ipſe, vel alius certiora protulerit.

*Corollarium.*

1. Lunæ Apogeæ in □ diſtantia à centro Terræ eſt omnium abſolutè maxima; Perigeæ autem in □, abſolutè minima.

Nam ſi ejus Parallaxes quovis tempore artificio jam explicato inquiras, ſemper majores invenies, quàm in caſu primo; & ſemper minores, quàm in caſu ſecundo. Ergo o &c.

2. Errarunt igitur Ptolomeus, Albategnius, Alfraganus, qui maximam Lunæ diſtantiam ſtatuerunt in ☌ ☍, minimam in □ □. Erravit etiam Keplerus, qui maximam & minimam ſtatuit in ☌ ☍. Quare Ptolomæi, & Kepleri hypotheſes cælo diſſentiunt, ac proinde rejiciendæ. Illæ autem, quas *num.* 13, & 16. *lib.* 2 expoſui, hinc egregiè confirmantur.

o *Vide theo.* 6. *nu.* 19. *lib.* 1.

## NUMERUS XI.

### *Certum eſt Lunæ, & Solis à Terrâ diſtantiam variari.*

DUplex aſſertionis demonſtratio eſt:

Prima ex evidenti inæqualitate Parallaxium. Parallaxis enim Lunæ in □ uno tempore inventa, excedit Parallaxim in □ alio tempore inventam multis Minutis, ut patet ex §. 3. *num. præced.* & ex *Tabellâ num. ſeq.* quæ tanta inæqualitas tantâ obſervationum conſtantiâ, & ſubtilitate deprehenſa, neque in errorem inſtrumentorum, neque in aliam cauſam ullam refundi poteſt, quàm variam Lunæ diſtantiam à Terrâ.

Secunda ex evidenter ſenſibili inæqualitate Diametrorum Apparentium, etiam tum, cùm Luna extra Refractionis aleam eſt. In □ enim Diameter Lunæ Apparens (ut oſtendam *num.* 33) modò eſt Minutorum 27′, modò 39′. 6″.

Itaque

Itaque variam Lunæ à Terrâ diſtantiam eſſe, verum eſt non ſolùm hypotheticè, eo nimirum ſenſu, quod eâ poſitâ ſatisfiat Phœnomenis, ſed etiam abſolutè. Diſtantiam Solis variari hypotheticè quidem verum eſt, eâ enim poſitâ, Phœnomena ſalvantur; abſolutè tamen non perinde ex cauſis jam dictis conſtat, quia Parallaxis Solis non admodum ſenſibilis eſt; & varietas Diametri Apparentis non eſt tanta, quin à pertinaciter adverſante poſſit in Refractionem utcunque refundi.

Nihilominus diſtantiam Solis à Terrâ verè immutari etiam certum eſt ex alio capite, nimirum ex ratione opticâ, quam adfert Scheinerus; qui in Roſâ Urſinâ affirmat, ad maculas Solares diſtinctè repræſentandas, teleſcopium in Solſtitio Hyberno debere palmo ferè uno longiùs deduci, quàm in Æſtivo. Ex quo conſequens neceſſariò eſt Solem diſtare longiùs à Terrâ, Æſtate, quàm Hyeme.

## NUMERUS XII.

### *Diſtantia Lunæ à centro Terræ numquam minor eſt Terræ Semidiametris 50, numquam major Semidiametris Terræ 72.*

EX *theoremate 6 num. 19. lib. 1.* conſtat diſtantiam Aſtri à Terrâ eò majorem eſſe quò Parallaxis eſt minor; eò minorem, quò Parallaxis major eſt. Nullus autem è poſterioribus Aſtronomis (nam veterum hoc in negotio errores ex manifeſtâ cum phœnomenis diſſonantiâ omnibus ſunt manifeſti) Parallaxim Lunæ Horizontalem unquam obſervavit tantam, ut Minuta 68 æquaret, neque tam exilem unquam, ut Minuta 48, non excederet, uti ex Tabellâ ſubjectâ apparet:

| *Authores* | *Maxima Paral. Horiz.* | *Minima Paral. Horiz.* |
|---|---|---|
| Alphonſus | 63'. 17". | 53'. 19' |
| Copernicus | 65. 48. | 50. 19 |
| Tycho | 65. 36. | 56. 44 |
| Longomontanus | 66. 9 | 57. 15 |
| Lansbergius | 67. 6 | 51. 12 |
| Bullialdus | 63. 43 | 53. 30 |
| Kepplerus | 63. 41 | 55. 26 |
| Argolus | 65. 36 | 56. 45 |
| Vendelinus | 61. 18 | 53. 46 |
| Ricciolus. | 66. 56 | 51. 32 |

*Fig. 8.* Eſto jam Terræ centrum A; Oculus in ſuperficie Terræ in B, Verticalis A G F E; linea Verticalis F B A; Horizon Verus A E, Viſus B D; Lunæ centrum in D; Parallaxis Horizontalis A D B, quæ ponatur eſſe Min. 68', ſeu Grad. 1. 8', major videlicet quàm ſit ab illuſtribus Aſtronomis unquam obſervata. In triangulo rectangulo A B D, recta A B eſt Sinus anguli D Grad. 1. 8', adeoque ex Sinuum Canone A B eſt 1977, quarum A D Sinus Totus eſt 100000. Sed 1977 continetur in 100000: plus quàm vicibus 50. Ergo A D diſtantia Lunæ à centro Terræ continet Semidiametros Terræ A B plus quàm 50. Atqui hæc diſtantia deducta eſt ex Parallaxi Grad. 1. 8', quæ (ut oſtendi ſuprà) major eſt, quàm fuerit unquam ab Aſtronomis illuſtrioribus obſervata. Ergo diſtantia Lunæ nunquam 50 Semidiametris Terræ eſt minor.

Sit deinde Parallaxis D Minutorum 48. Igitur in triangulo rectangulo A B D, latus A B, utpote Sinus anguli D Grad. 0. 48', eſt 1396, quarum A D Sinus Totus eſt 100000. Diviſione factâ continebit A D, plus quàm 71, ſed minùs quàm 72 A B. Quæ diſtantia cùm ſit deducta ex Parallaxi Grad. 0. 48', minore quàm ab Aſtronomis poſterioribus unquam ſit obſervata, conſtat Lunæ diſtantiam 72 Terræ Semidiametris nunquam eſſe majorem.

## NUMERUS XIII.

### *Diſtantiam Lunæ à Terræ centro ad datum tempus invenire.*

DIſtantiæ Lunares à Terrâ aſſiduè variantur duplici ex capite, ex motu Anomaliæ, & ex mutatione Eccentricitatis. Sit Lunæ Eccentricus, ſive Anomaliæ circulus B E G D F, ejuſque centrum B; centrum Terræ A; linea Apogei D B A E. Manifeſtum eſt ex 7. 3. *elem.* diſtantias D A, C A, G A, I A, &c. inæquales eſſe omnes inter ſe, & maximam quidem eſſe D A, minimam E A, reliquarum verò eam eſſe majorem, quæ maximæ vicinior eſt. Quare motus Anomaliæ per integrum ſemicirculum aſſiduè mutat diſtantiam Lunæ à centro Terræ A. Deinde quia (ut dictum eſt in Lunæ Hypotheſi *num. 13 & 16*) etiam mutatur aſſiduè Eccentricitas A B, fit ut ad quemlibet Anomaliæ Gradum toties mutari poſſit diſtantia Lunæ, quot ſunt Eccentricitates diverſæ, hoc eſt vicibus 180; ac proinde, vel ſolâ integrorum Graduum habitâ ratione, variari poterit diſtantia Lunæ vicibus 32400. His explicatis *Fig. 12.*

Oporteat ad datum tempus Lunæ diſtantiam invenire, quæ ex. gr. ſit A C, terminata ad Gradum Anomaliæ D C, quem dato tempore Luna obtinet. Inquire ad datum tempus Anomaliam Centri, ut docui *lib. 2. num. 46. §. 1, vel num. 47. §. 1. & 2.* Tum ad repertum Anomaliæ Centri Gradum reperi Eccentricitatem A B ei competentem, ut docui *l. 2 nu. 43, vel num. 47. §. 4.* ita Eccentricitas A B, ad tempus

datum, nota erit in partibus, quarum Radius Eccentrici B D eſt 100000. Sit deinde Eccentricitas minima A X, & pro eâ ſitus Eccentrici ſit X O L E M; & Apogeum in O. Per *num.* 38. *lib.* 2. A X eſt 8745, quarum X O Radius Eccentrici eſt 100000. Quare tota A O eſt 108745, quarum X O eſt 100000. Atqui A O diſtantia eſt Lunæ Apogeæ in Syzygijs (in his enim Eccentricitas eſt minima), eaque per *num.* 10. eſt Semidiametrorum Terræ $64\frac{11}{18}$. Ergo, ſi fiat ut A O prout eſt 108745, ad X O Radium prout eſt 100000; ita A O prout eſt Semid. Terræ $64\frac{11}{18}$, ad Quartum prodibit Radius Eccentrici XO in Semidiametris Terræ 59. Rurſum quia Eccentricitas A B ad datum tempus, ſuprà jam innotuit in partibus ex. gr. 9483, quarum Radius Eccentrici X O, ſeu B D eſt 100000; ſi fiat ut Radius B O prout eſt 100000, ad Eccentricitatem Temporaneam A B prout eſt 9483; ita Radius B D prout jam notus eſt in Semidiametris Terræ, ad Quartum; prodibit Eccentricitas A B in Semidiametris Terræ. De-
*o per num. 46. lib. 2.* nique ad tempus datum inquire *o* Anomaliam Orbis Lunæ Veram D C: ſic enim innoteſcet angulus C B D, adeoque etiam C B A. In triangulo igitur A C B notus eſt angulus C B A, & nota ſunt in Semidiametris Terræ duo latera, B C Radius, & A B
*p per probl. 11. cap 3. Geo. Pract.* Eccentricitas; ex quibus *p* etiam latus A C, Lunæ à centro diſtantia ad datum tempus innoteſcet. Quod erat quæſitum.

In Syzygijs operatio eſt brevior, ut patet ex diſcurſu toto.

### *Corollarium.*

I. Radius Lunaris Eccentrici, ſive diſtantia mediocris Lunæ à centro Terræ, eſt Semid. Terr. 59. Patet ex diſcurſu præced.

II. Parallaxis Horiz. Lunæ mediocriter diſtantis, nimirum 59 Semid. Terr. eſt Grad. 0. 58′. 16″.

*Fig. 5. l. 1.* III. Eccentricitas Lunæ Minima eſt Semid. Terr. 5. 15′, Maxima Semid. Terr. 7. 40. Nam ſi à diſtantiâ Lunæ Apogeæ in □ A E, quæ per *num.* 10. eſt Semid. 66. 40, demas Radium Eccentrici C E, qui eſt Semid. 59, remanent pro Eccentricitate Maximâ A C, Semid. 7. 40. Rurſum ſi ab A G diſtantiâ Lunæ Perigeæ in ☌ ☍, quæ per *num.* 10 eſt Semid. Terr. 64. 15′. ſubducat Radium B G Semid. 59; remanent pro A B Eccentricitate Minimâ Semidiametri 5. 15′.

## NUMERUS XIV.

### *Datâ Altitudine Lunæ, ſive Verâ, ſive Viſâ, Lunæ Parallaxim in Altitudinem ad datum tempus invenire.*

*Fig. 8.* Circulus Altitudinis, ſeu Verticalis, eſto A G F E; Horizon Rationalis, ſeu Verus A E, Viſus B D; Oculus in B; Lunæ centrum in C.

Detur primùm Lunæ Altitudo Vera E C. Datur ergo etiam diſtantia ejus Vera à vertice F C, adeoque
*a per num. præc.* angulus F A C notus eſt. Reperi *a* diſtantiam Lunæ à centro Terræ, dato tempori convenientem, ſic enim notum erit latus A C in Semidiametris Terræ A B. Quoniam igitur in triangulo A C B nota ſunt duo latera A C, A B, & angulus B A C, ex his repe-
*b per probl. 10. c. 3. Geo. Pract.* rietur *b* Parallaxis A C B ad tempus datum.

Parallaxim Horizontalem ad tempus datum dabit analyſis trianguli rectanguli A B D. In eo enim datur latus A B, & per *num. præc.* latus A D diſtantia Lunæ. Ergo per *probl.* 4. *cap.* 3. *Geom. Pract.* datur angulus D Parallaxis Horiz. quæſita.

Detur deinde Altitudo Lunæ Viſa, angulus nempè C B D Datur ergo etiam diſtantia Viſa à Vertice, angulus nempè F B C, adeoque & C B A. Tum *c* re- *c per num. præc.*
pertâ, ut prius, A C diſtantiâ Lunæ ad datum tempus, in Semidiametris Terræ A B, nota erunt duo latera A C, A B, & angulus C B A: ex quibus *d* innoteſcet Parallaxis C. *d per probl. 11. cap. 3. Geo. Pract.*

Ex his colligitur modus conſtruendi Tabulas Parallaxium Lunæ. Varias earum formas vide in Tabulis Aſtronomorum paſſim editis.

## NUMERUS XV.

### *Altitudinem Lunæ Veram convertere in Viſam, & Viſam in Veram.*

Data ſit altitudo Vera Lunæ E C, ſeu C A E. Petitur Viſa C B D. *Fig. 8.*

Per *num. præc.* inquire Parallaxim C, debitam Veræ Altitudini C A E. Parallaxis C dempta Altitudini Veræ C A E, dabit Viſam C B D. Parallaxis enim C eſt exceſſus *e* Altitudinis Veræ C A E ſuprà Viſam C B D. *e per Theor. 2. num. 19. lib. 1.*

Detur deinde Altitudo Viſa C B D. Petitur Vera C A E.

Per *num. præc.* inquire Parallaxim C, debitam Altitudini Viſæ C B D. Parallaxis C addita Altitudini Viſæ C B D, dabit Veram C A E.

### *Scholium.*

*In conſtituendis Lunæ Parallaxibus* num. 9. 10. 14. 15. *Suppoſitum fuit Lunam in Altitudine Graduum* 45. *vel etiam* 40 *ſenſibilem Parallaxim non ſubire: quod ſciri poſſe negat Ricciolus refractione adhuc ignotâ. Quare Almag. lib.* 10. *pag.* 637. *theor.* 3. neque Parallaxis, *inquit*, ſine præcognitione refractionis aut diſtantiæ à Terrâ; neque refractio ſine præcognitione Parallaxeos aut diſtantiæ à Terrâ, ſive in Lunâ, ſive in alio quovis ſidere, poteſt exactè atque evidenter ſciri per ullas obſervationes naturales. *Vide hac illum loco citato, itemque pag.* 634, *probl.* 73 *multis probantem, ubi etiam affirmat, qui hanc difficultatem ſolverit, eum de Aſtronomiâ benè meriturum, ſeque illum, ſi fuerit ſuperſtes, libentiſſimè auditurum. Atqui ego iſtud puto oſtendi poſſe argumento neque difficili & ſatis certo, ut ex* Corollario 4. num. 28 *fiet manifeſtum.*

## CAPUT III.

### Inquiritur diſtantia Solis à Terrâ, & ex eâ Parallaxis.

Parallaxis Lunæ ex Motibus, ut *cap. præced.* vidimus, determinatur, & ex Parallaxi diſtantia. At Solis Parallaxis adeò parva eſt, ut ea ex Motibus diſcerni certò non poſſit. Imò necdum omnino conſtat utrùm Solis Parallaxis ſit ulla. Priùs igitur indaganda diſtantia Solis à Terrâ, atque ex eâ deinde, ſiqua eſt

Pa-

Digitized by Google

Parallaxis, eruenda. Modi porrò ſunt duo, quibus diſtantia Solis à Terrâ ab Aſtronomis inveſtigatur, per Eclipſes, & per Lunæ Dichotomiam. Prior notæ requirit Diametros Apparentes Solis & Umbræ in loco tranſitus Lunæ, & Parallaxim Lunæ Horizontalem.

*Fig.* 4.l.4. Radij tangentes Solem, & Terram, qui Terræ Umbram determinant, ſint G K X, C D X: axis per Solis & Terræ centra B, A, tranſiens, ſit B A X: Semidiameter Umbræ in loco tranſitus Lunæ, eſto E Q; ducanturque rectæ C A F, E A, B C, A D. Quoniam C D X tangit Terram in D, patet C D X eſſe Horizontem Viſum Oculi exiſtentis in D; ac proinde liquet *a* angulum A C D eſſe Parallaxim Horizontalem Solis, & A E D Lunæ. His utriſque *b* æquatur externus F A E: qui, quia componitur ex angulis F A Q, ſeu B A C, & Q A E metientibus Diametros Apparentes Solis B C, & Umbræ Q E, ex hypotheſi notus eſt. Ergo etiam nota eſt ſumma Parallaxium Horiz. A C D Solis, & A E D Lunæ. Ab hac ſummâ aufer Parallaxim Lunæ A E D ex hyp. notam. Prodibit Solis Parall. Horiz. A C D: cum quâ, & Semidiametro Terræ A D, reperietur in triangulo ad D *c* rectangulo latus A C diſtantia Solis à Terræ centro A.

*a Ex def. 12. nu. 18. lib. 1.*
*b per 32. 1.*
*c per 18. 3.*

Quoniam igitur Solis Parallaxis hic colligitur ſubtrahendo Parallaxim Horiz. Lunæ à ſummâ Semidiametrorum Appar. Umbræ Q A E, & Solis F A E, quot Minutis aberraveris in his tribus independenter à Solis Parallaxi, & diſtantiâ reperiendis, totidem planè Minutis reſidua inde Solis Parallaxis à verâ abſudet. Unde, cùm in tribus datis illis conſtituendis caveri vix poſſit error trium Minutorum, fieri poterit ut ſalvis utrobique Eclipſium phœnomenis, hâc viâ deducatur Parallaxis Horiz. Solis modò trium Minutorum, modò ne unius quidem Minuti dimidij. Quare meritò Keplerus, Vendelinus, Riciolus, hanc viam, licet à Ptolomæo, & pleriſque poſt hunc Aſtronomis uſurpatam, tanquam incertam, & tantæ ſubtilitatis negotio inidoneam repudiant. Modus alter qui Lunæ Dichotomiâ utitur, & certiſſimus eſt, & unicus, quo ad diſquiſitionem tam arduam eniti humana induſtria poſſit. Illum Ariſtarcho Samio debemus: excoluêre poſt illum Kepplerus, Vendelinus, Langrenus, & diligentiſſimè omnium Ricciolus.

## NUMERUS XVI.

### *Modus inveſtigandi diſtantiam Solis à Terrâ per Dichotomiam Lunæ.*

AD clariorem Problematis deductionem quædam Lemmata, ſeu Poriſmata præmitto.

## PORISMATA.

1. QUia Sol Lunâ eſt major, pars Lunæ per Solem illuminata ſemper eſt major dimidiâ: exceſſus tamen, ob immanem Solis à Lunâ diſtantiam adeò parvus eſt, ut appareat dimidia. Utrumque ſatis per ſe clarum eſt, & demonſtratur in Opticâ.

2. Pars viſa Lunæ ſemper eſt minor dimidiâ; ſed ob ingentem Lunæ ab oculo diſtantiam apparet dimidia. Utrumque demonſtratur in Opticâ, & per ſe patet ſatis.

3. Quamvis Solis ac Lunæ ſuperficies ſint Sphæricæ, tamen ob diſtantiam ab oculo ingentem, apparent inſtar circuli, planæ. Demonſtratur in Opticâ & ſatis per ſe patet.



4. Cùm Luna apparet biſecta, ſeu Dichotoma, hoc eſt, dimidiâ ſui parte illuminata, planum ſeparans partem illuminatam C Q D ab obſcurâ C B D, tranſit per Lunæ centrum O, & per Oculum A, utrumque ſatis eſt manifeſtum. *Fig.* 9. 10.

5. Cùm Luna apparet biſecta, recta E O, Solis ac Lunæ centra connectens, perpendicularis eſt plano lucidam partem ab obſcurâ ſeparanti. Patet, quia pars illuſtrata C Q D, adeóque & baſis ejus, ipſum nempè planum ſeparans, directè Soli ſemper obvertitur.

6. Cùm planum ſeparans partem obſcuram à lucida tranſit per Oculum A, ſed non per Terræ centrum Z, tria centra Lunæ, Solis, & Oculi rectis lineis connexa, conſtituunt rurſus triangulum Dichotomicum A O E, rectangulum ad O centrum Lunæ. *Fig.* 10.

Nam recta E O per *Poriſ.* 5, perpendicularis eſt ad planum, ſeparans partem lucidam C Q D ab obſcurâ C B D; ac proinde *c* etiam ad rectam A O in eo ductam. Angulus igitur A O E rectus eſt. Recta porrò A O, eſt in plano ſeparanti, quia planum *d* tranſit per O centrum, Lunæ, & A centrum Oculi.

*c per defin. 3. 11.*
*d per Poriſ. 4.*

7. Cùm planum ſeparans partem obſcuram à lucidâ tranſit non ſolùm per A centrum Oculi, ſed etiam per Z centrum Terræ, tria centra Lunæ O, Solis E, Terræ Z, rectis lineis connexa, iterum conſtituunt triangulum Dichotomicum, rectangulum Z O E. *Fig.* 9.

Nam quia planum ſeparans tranſit per O *a* centrum Lunæ, & per Z *b* centrum Terræ, patet rectam Z O eſſe in plano ſeparante; ad quod cùm *o* E O ſit recta, etiam *p* E O ad Z O, in plano dicto exiſtentem recta erit. Angulus igitur Z O E rectus eſt.

*a per Poriſ. 4.*
*b per hyp.*
*o per Poriſ. 5.*
*p per defin. 3. 11.*

8. Quò Sol fuerit à Terrâ remotior, eò magis à Lunâ diſtat; & contrà. Quantacumque tamen ponatur Solis remotio à Terrâ, diſtabit à Lunâ minùs ſemper, quàm Gradibus 90. ſed quando, triangulum Dichotomicum terminatur ad Oculum A, ut in *fig.* 10 aſſertionem intellige de Solis à Lunâ diſtantiâ Viſâ; cùm terminatur ad Terræ centrum Z, ut in *fig.* 9, intellige de diſtantiâ Verâ.

Sit primò Sol in E, ducaturque A E, ſit deinde in F, ducaturque A F. Patet angulum O A E, ſeu O Z E, qui metitur diſtantiam à Lunâ Solis altioris, majorem eſſe angulo O A F, ſeu O Z F, qui metitur diſtantiam à Lunâ Solis humilioris. Quia tamen angulus ad O rectus eſt, fit ut angulus diſtantiæ O A E, ſeu O Z E, quantumcumque à Terrâ Solem removeris, ſemper minor *q* recto permaneat. *Fig.* 9. 10.

*q Patet ex 32. 1.*

9. *Temporis momentum, quo Luna apparet Dichotoma, invenire.*

Luna apparet biſecta, quando nec cornuta, nec gibboſa apparet; id quod tubo optico accuratè poteſt diſcerni.

Primò tempus Dichotomiæ, ne ejus obſervatio fruſtra tentetur, utcumque præноſci debet, quod facile eſt. ex Lunæ Motibus jam *libro* 2 conſtitutis. Deinde adhibendus eſt tubus opticus quàm optimus, & prægrandis, qui totum Lunæ diſcum, & omnes in eo maculas diſtinctè uno intuitu exhibeat, quod non obtinebitur, niſi tubo duobus vitris convexis inſtructo. Ejuſmodi tubo igitur in Lunam directo obſerva, quando dimidius Lunæ diſcus illuminatus appareat, atque illud momentum fac notum *i* vibrationibus Perpendiculi. Hoc verò quia plerumque non ſtatim poteſt diſcerni, eò quòd per aliquod temporis ſpatium Luna biſecta appareat, elige duo momenta ex-

*i per nu. 6.*



Digitized by Google

trema; primum, quo dubium eſſe incipit, an Luna(ſi eſt primæ Quadraturæ) adhuc appareat cornuta; alterum quo dubitare cœperis, an jam gibboſa appareat, & utrumque momentum illud vibrationibus Perpendiculi ſac notum; ſic enim nota erit temporis quantitas inter ea momenta intercedens, quæ nunquam aut vix unquam mediam Horam æquabit. Hoc deinde ſpatio temporis ſecto bifariam, ipſum Dichotomiæ momentum innoteſcet.

Qui nudo oculo Dichotomiam obſervare voluerit, ne ille nimis in obſervando ſit craſſus: videbitur enim illi Luna adhuc cava, non rarò Horâ integrâ poſt vel ante Dichotomiam tubo obſervatam.

### *Modus primus.*

Fig. 9.

Obſerva Lunæ Dichotomiam, quando eſt in Gradu Eclipticæ ab Horizonte Nonageſimo, & (ſi fieri poteſt) cùm nullam aut modicam Latitudinem habet: tunc enim (ut patet ex dictis *num. 72. lib.2.*) planum ſeparans partem obſcuram à lucidâ, eſt circulus Maximus per Eclipticæ Polos tranſiens, ac proinde tunc planum ſeparans tranſit non ſolùm per Oculi centrum A, ſed etiam per Terræ centrum Z. Oportet autem, ut etiam Luna tunc ſit expedita à Refractione, adeóque alta Gradibus ſaltem 40. Obſervatio Dichotomiæ habetur per *Poriſma 9*, inventio Lunæ in Nonageſimo per *num. 72. lib. 2.* Tribus igitur centris Terræ Z, Lunæ O, Solis E, per tres lineas connexis, conſtituitur triangulum Dichotomicum Z O E, quod per *Poriſma 7* ad O rectangulum eſt; cujus angulus O Z E in Terræ centro terminatus, Veram Lunæ à Sole diſtantiam metietur. Igitur ad momentum Dichotomiæ, quod per *Poriſ. 9.* eſt notum, inquire *a* motum Solis Verum, & motum *b* Verum Lunæ; ab hoc ſi ſubtrahas motum Solis, vel contra; diſtantia Vera Lunæ à Sole, hoc eſt angulus O Z E, innoteſcet. Jam quia angulus Z O E rectus eſt, & notus eſt acutus O Z E, etiam reliquus E notus erit. Quare per *probl. 1. cap. 3. Geom. Pract.* nota fiet ratio laterum Z E, Z O, ac proinde quoties Z E diſtantia Solis à Terræ centro contineat Z O diſtantiam Lunæ ab eodem, innoteſcet. Quare ſi per *num. 13.* inveniatur ad momentum Dichotomiæ, diſtantia Lunæ Z O in Semidiametris Terræ, etiam Z E diſtantia Solis ad idem momentum Dichotomiæ, in Terræ Semidiametris nota erit. Quod erat faciendum.

*a per num. 55. lib. 1.*
*b per num. 46. vel 47. lib. 2.*

Verùm, quia rarò Dichotomia reperitur in Nonageſimo, modum alterum, & tertium adjungo.

### *Modus ſecundus, immediatus, & ab omni motu Solis ac Lunæ independens.*

Fig. 10.

Obſerva Dichotomiam Lunæ, ut *Poriſ. 9.* eſt traditum, quando Luna eſt extra aleam Refractionis. Centris Oculi A, Lunæ O, Solis E per rectas lineas connexis, triangulum conſtituetur Dichotomicum, quod per *Poriſ. 6.* rectangulum eſt. Quare angulus O A E (ſeclusâ refractione Solis) metitur diſtantiam Lunæ à Sole, non Veram, ſed Viſam. Itaque ſi inſtrumentum præſto ſit exactum & grande, in quo etiam Secunda ſint notata, & Sol ſuprà Horizontem extet, metire diſtantiam Lunæ à Sole: ſic enim notus fiet angulus O A E. Inquiratur deinde Refractio Simplex Altitudinis Solis, ipſius Viſæ Altitudini congruens. Modus ab his independens tradetur *num. 26. & 27.* Ex Refractione autem Altitudinis eliciatur Refractio Longitudinis, ut tradam infrà independenter *o* ab his *num. 45. Coroll. 2*: quam adde angulo O A E ſuprà invento (Refractio quippe Solem juſtò altiùs attollendo, hunc angulum effecerat vero minorem) ut habeatur exactè angulus diſtantiæ Viſæ Lunæ à Sole: quo noto, reperitur, ut ſuprà, proportio diſtantiæ Solaris A E ad Lunarem A O.

*o Vide Schol. n. 45.*

### *Modus tertius.*

Quòd ſi Sol conſpicuus non ſit, aut ejuſmodi inſtrumento careas, vel uti nolueris, ad momentum Dichotomiæ, quod per *Poriſ. 9.* fit notum, inquire motum, ſeu Longitudinem Veram tam *c* Solis, quàm *d* Lunæ. Ad momentum idem metire Altitudinem Lunæ, Refractionis expertem, ad eamque Parallaxim Altitudinis Dichotomiæ momento congruentem *f* reperi; atque ex hac, (ut independenter ab his oſtendam *num. 45.*) elice Parallaxim Longitudinis: quæ, ſi Luna declinat à Nonageſimo versùs Occaſum, Longitudini Veræ demenda eſt, ut habeatur *o* Longitudo Viſa; addenda vero, ſi Luna à Nonageſimo vergit in Ortum. Longitudinem Solis Veram aufer à Longitudine Viſâ Lunæ jam inventâ, vel contra. Prodibit diſtantia Viſa Lunæ à Sole aliquantò adhuc major minórve juſtâ, eò quòd Longitudinem Veram Solis non expediverim à Parallaxi, quæ proinde Solem versùs Horizontem retrahit, longiuſque à Lunâ abducit, vel adducit. Ut igitur exactè habeatur diſtantia Viſa Lunæ à Sole, diſtantiæ jam inventæ addenda vel ſubtrahenda erit Parallaxis Solis in Longitudine. Hic enim verò apparet Parallaxim ſolis tantam, quanta fuit à pleriſque aſſumpta, ſeipſam perimere. Quò namque eam voluerint majorem eſſe, eò circà □ primam diſtantia Viſa Lunæ Dichotomæ à Sole, angulus nempè O A E, fiet major, adeóque & diſtantia Solis à Terrâ *a* eò major, & Parallaxis *b* eò minor evadet. Ipſi igitur ſtatuant, quantùm nos ad diſtantiam priùs inventam, ut ſit completa; ſi velint adjicere; evertent ſe quidquid ſtatuerint. Nam ſi tenere voluerint Parallaxim Horizontalem Tychonis trium Minutorum, & deductam inde Longitudinis Parallaxim angulo O A E priùs invento, ut ſit completus; adjecerint: colligetur inde diſtantia Solis à Terrâ planè enormis, & Parallaxis propè nulla. Nos interim, ut à fortiori, quod ajunt, ratiocinatio noſtra procedat, diſtantiæ angulum O A E priùs repertum, complebimus additamento quàm minimo, Secundorum videlicet 30, aut 20, aut 15, qui nihilominus vel tantillo auctus, reperietur non minor Gradibus 89. 28′. Hunc igitur in modum angulus O A E in rectangulo triangulo A O E innoteſcet. Quo noto, reperitur quoties A E diſtantia Solis ab Oculo, contineat A O diſtantiam Lunæ ab eodem. Quare ſi ad momentum Dichotomiæ nota fiat in Semidiametris Terræ A O, diſtantia Lunæ ab Oculo, etiam A E diſtantia Solis in Terræ Semidiametris nota erit: quod erat faciendum.

*c per num. 55. lib. 1.*
*d per num. 46. aut 47. lib. 2.*
*f per n. 34.*
*o Oſtendam infrà.*
*a per Poriſ. 8.*
*b per Theo. 8. num. 19. lib. 1.*

Hunc in modum reperietur diſtantia Solis (ut oſtendam *num. 19*) nunquam minor 7000 Semidiametrorum Terræ, & Parallaxis Solis Horiz. nunquam major 30 Secundis.

*Ricciolus alium modum tradit ſed valdè operoſum, quo tempus Dichotomiæ Viſæ in ſuperficie Terræ revocat ad tempus, quo apparet Dichotomia in Terræ centro. Ipſum conſule, ſi voles, Almag. pag. 732. 733. 734.*

## NUMERUS XVII.

*Omnino certum eſt diſtantiam Solis à Terra continere diſtantiam Lunæ plus quàm decies novies, hoc eſt plus quàm Terræ Semidiametros 950, adeoq; plus quàm 3101750 milliar. Italic. Bonon. Imò ex recentioribus obſervationibus Dichotomiæ certum eſt diſtantiam Solis excedere diſtantiam Lunæ quinquagies ſepties, hoc eſt Semidiametros Terræ 2850; ſeu milliaria Italica Bonon. 9315250.*

Fig. 9. 10. EX omnibus Dichotomiæ obſervationibus, tam antiquis quàm novis, in momento Dichotomiæ angulus diſtantiæ Lunaris à Sole tam Viſæ quàm Veræ, palpabiliter & evidentiſſimè major eſt Gradibus 87, ac proinde angulus E in centro Solis minor Gradibus tribus. Poſito autem angulo E Grad. 3. ejus Sinus ZO in *fig.* 10, ſeu AO in *fig.* 11, eſt 5233, quarum ZE, vel AE, eſt 100000, nempè Sinus Totus. Diviſis autem 100000 per 5233, reperies ZE continere ZO in *fig.* 9, ſeu AE continere AO in *fig.* 10, plus quàm 19 vicibus: quibus per certò minimam Lunæ diſtantiam, quæ *a* eſt Semid. Terræ
a *per num.* 12. 50, multiplicatis, fit ZE, ſeu AE diſtantia Solis Semidiam. Terræ 950. His rurſum ductis in Semidiametrum Terræ minimam, quæ eſt milliariorum Bonon. 3265, diſtantia Solis evadit milliar. Bonon. 3101750. Atqui hæc diſtantia deducta eſt ex angulo OZE, vel OAE evidentiſſimè, ut dixi ſuprà, nimis parvo, adeoque ex angulo E nimis magno. Ergo *b* prorſus eſt evidens diſtantiam Solis à Terrâ ex-
b *per Por.* 8. *num.* 16. cedere &c.

At prope injuriam cælo faciat, qui Lunæ Dichotomæ diſtantiam à Sole ultra Gradus 87 non extendat. Ex obſervationibus Vendelini & inprimis Riccioli permultis & accuratiſſimis, ſatis conſtat, ut *num.* 19. oſtendam, Lunam Dichotomam à Sole diſtare non minùs quàm Grad. 89. 30′. ac proinde meritò opinabimur diſtare ſaltem Grad. 89: ex quâ diſtantiâ elicitur, ut ſuprà, Solis à Terrâ diſtantia vicibus 57 major diſtantiâ Lunari à Terrâ, hoc eſt major Semidiametris Terræ 2850, hoc eſt milliarijs Bonon. 9315250.

## NUMERUS XVIII.

*Datâ aliquâ Solis diſtantiâ cum Gradu Anomaliæ, ejuſdem diſtantiam ad quemvis Anomaliæ Gradum invenire.*

§. 1. DAta ſit primò diſtantia Solis Apogea, ex. gr. Semidiametrorum Terræ 8000. Ex eâ diſtantiam mediocrem, ſeu Radium Eccentrici, diſtantiam Perigeam, & alias ad Gradus ſingulos Anomaliæ reperiemus hunc in modum.

Fig. 11. Eccentricus Solis eſto BCEDF, ejus centrum B, Terræ A; linea Apogei CBAD; Eccentricitas AB. Per *num.* 38. *lib.* 1. AB eſt 3460, quarum Radius BC eſt 100000. Ergo AC eſt 103460. Quare ſi fiat ut AC prout eſt 100000, ad AB prout eſt 3460, ita AC prout eſt Semidiametri Terræ 8000, ad Quartum; provenient pro Eccentricitate AB Semid. Terræ 267 $\frac{56180}{103460}$. His ſubtractis ab AC 8000 Semid. remanent pro Radio BC Semidiametri 7732 $\frac{47280}{103460}$, quæ eſt diſtantia Solis media.

A Radio ſic invento aufer rurſum BA, Semidiametros nempe 267 $\frac{56180}{103460}$: remanent Semidiametri 7464 $\frac{94560}{103460}$ pro AD diſtantiâ Solis Perigeâ.

Sit jam Sol in quovis Anomaliæ puncto noto E, & oporteat invenire ejus à Terrâ diſtantiam AE. Duc Radium BE. Quoniam datur Anomaliæ arcus CE, adeoque & angulus CBE, etiam EBA datur. In triangulo igitur AEB, nota ſunt angulus EBA, & in Semidiametris Terræ duo latera AB, BE: ex quibus reperietur *o* in Terræ Semidiametris latus o *per probl.* 10. *cap.* 3.
AE, diſtantia Solis quæſita. *Geo. pract.*

§. 2. Detur ſecundo in Semid. Terræ diſtantia Solis quæcumque AE, cum Anomaliâ CE. Ex hac reliquas diſtantias omnes hunc in modum elicies. Quoniam nota eſt Anomalia CE, adeoque & angulus CBE, etiam ABE notus erit. Sunt verò & latera BA, BE nota, nam *i* BA eſt 3460, quarum i *per num.*
BE eſt 100000. Ergo etiam *p* AE in iiſdem par- 38. *lib.* 1.
tibus fret nota, eritque ex. gr. 90025, quarum BE p *per probl.* 10. *cap* 3.
eſt 100000. Igitur ſi fiat ut AE prout 90025 ad *Geo. pract.*
BE prout eſt 100000, ita AE prout eſt certus numerus Semidiametrorum Terræ, ad Quartum: prodibunt Semidiametri Terræ pro Eccentrici Radio BE. Et rurſum ſi fiat ut BE prout eſt 100000, ad BA prout eſt 3460, ita BE prout eſt certus numerus jam inventus Semidiametrorum Terræ, ad Quartum: prodibunt Semidiametri quæ debentur Eccentricitati AB: quibus adjectis ad Semidiametros Terreſtres Radij BE, ſeu BC, provenient Semidiametri Terreſtres diſtantiæ Solis Apogeæ AC. Demum Semidiametris ipſius BA ſubductis ex Semidiametris Radij BD, prodibunt Semidiametri diſtantiæ Solis Perigeæ AD.

• Ex Radio BE, & Eccentricitate AB in Semidiametris Terræ jam notis, diſtantiæ reliquæ ad ſingulos Anomaliæ gradus reperiuntur, ut *ſupra ſub finem* §. 1.

## NUMERUS XIX.

*Diſtantia Solis à Terrâ numquam minor quàm 7000 Semidiametrorum Terræ, hoc eſt milliariorum Bonon. 22. millionibus, 855 millibus, & Parallaxis Solis Horizontalis numquam major Minuto dimidio.*

NObiliſſimum Aſtronomiæ Theorema hoc eſt, ad cujus inveſtigationem Kepplerus omnes Europæ Aſtronomos invitavit. Ejus veritas quibus nitatur fundamentis, ex ijs quæ ſubjiciam, apparebit.

Anno 1651. Apr. 27. Hor. 7. 38′ poſt Meridiem Ricciolus Bononiæ obſervavit teleſcopio maximo Lunam Dichotomam, ſeu biſectam. Luna tunc erat alta Grad. 65, & paucis Gradibus tranſgreſſa Nonageſimum. Ex his datis procedendo juxta modum tertium *Numeri* 16, in triangulo *a* rectangulo Dicho- a *per Poriſ.* 6 *n.* 16.
tomico AOE, reperitur angulus OAE diſtantiæ
Viſæ Lunæ à Sole, Grad. 89. 34. 50′ quàm proxi- *Fig.* 19.
mè: & tantum reperit in centro Terræ per modum ſuum Ricciolus in *fig.* 9. angulum OZE. Ex quo ulteriùs juxta modum tertium operando elicitur ad momentum Dichotomiæ diſtantia Solis à Terrâ par Semidiametris Terræ 8333. Sol autem tunc erat in ♉ Grad. 7. 16′, longè videlicet ab Apogeo quod eſt
*b* in ♋ Grad. 7. 26′. Quare diſtantia Solis Apogea b *per num.*
major eſt Semidiametris 8333. Sed ponamus tantum 38. *lib.* 1.

 eſſe

eſſe Semid. 8000. Ex hac diſtantiâ Solis Apogeâ, per *num. prac.* §. 1, reperitur diſtantia Perigea, ſeu minima Semidiametrorum Terreſtrium 7464.

Neque verò diſtantia Solis major 7000 Semid. Terræ ex hac unâ Dichotomiæ obſervatione quamvis accuratiſſimâ, deducta eſt à Ricciolo, ſed ex alijs multis; ut refert ipſe *Almag. pag.* 734. Et ſuffragantur obſervationes Dichotomicæ Vendelini in *Tabulis Atlanticis*, qui longè adhuc altiùs Solem evehit. Ait enim Lunæ Dichotomæ diſtantiam à Sole collectam à ſe eſſe Grad. 89. 45′; ex quâ provenit diſtantia Solis à Terrâ Semidiametrorum Terreſtrium 13740. Poſthæc alijs inſuper conſiderationibus adductus, concludit Solis mediocrem à Terrâ diſtantiam Semid. Terr. 14656.

Maneat igitur diſtantiam Solis à Terrâ numquam minorem eſſe 7000 Semid. Terr. hoc eſt (aſſumptâ o minimâ Terræ Semidiametro) milliariorum Bonon. 22855000.

o *Vide Geometr. Pract. cap. 6. ante probl. 5.*

Atque hinc manifeſta jam eſt pars altera Theorematis. In ſchemate 8. Parallaxim Horizontalem Solis referat angulus A D B, & ſit A D diſtantia Solis à Terræ centro A, Semid. Terr. 7000. In triangulo rectangulo A B D, quia nota ſunt latera A D, A B, cùm A D ſit 7000, quarum A B eſt, 1; ex his per *probl. 4. cap. 3. Geom. prac.* reperies angulum D minorem Minuto dimidio, ſeu 30 Secundis. Quò autem A D ponitur minor, eò Parallaxis D, proveniet major; & contra. Cùm ergo A D diſtantia Solis à Terrâ numquam minor ſit 7000 Semid. Terræ, liquet Parallaxim Solis Horizontalem numquam eſſe majorem Minuto dimidio. Suffragatur rurſum Vendelinus, ex cujus diſtantiâ Solari Semidiametrorum Terræ 14656 Parallaxis Horizontalis elicitur Secundorum 14. *Fig. 8.*

Ricciolus ex pluribus Dichotomiæ obſervationibus factâ electione, Solis diſtantias ſtatuit eas, quæ tabellâ ſequenti exhibentur.

| | Diſtantia Solis | | | Different. Max. & minimæ | Eccentricitas. |
|---|---|---|---|---|---|
| | Max. | Med. | Min. | | |
| In Semid. Terræ. | 7580 | 7327 | 7074 | 506 | 253 |
| In milliar. Bonon. | 24(748.700 | 23.(922.655 | 23 (096.610 | 1(652.090 | 826.045 |

Aſſumpſi Semidiametrum Terræ minimam, quæ eſt milliariorum Bononienſium 3265. vide *Geom. prac. cap. 6. ante Probl. 5.*

## NUMERUS XX.

***Deducuntur Corollaria, ex quibus liquet Luminarium motus & Parallaxes à nobis ritè hactenus fuiſſe deducta.***

I. Cum tantilla ſit Parallaxis Solis in Horizonte ipſo, ad Gradum Altitudinis 60, aut 70, ea jam propè evaneſcat neceſſe eſt.

II. Vix operæ pretium erit Parallaxim Solis in Longitudinem & Latitudinem inquirere, cum eæ adhuc minores ſint a Parallaxi Altitudinis. Laboris hoc erit compendium non minimum in ſupputandis Eclipſibus.

a *Oſtendam num. 39. affect. 8.*

III. Liquet motus Solis ac Lunæ ritè conſtitutos fuiſſe, tametſi Parallaxis Solaris fuiſſet neglecta. Nos tamen in motu Solis ejus neglectum evitavimus ubique, præterquam *lib.* 1. *num.* 33. ubi parvi ea momenti eſt, & *num.* 37, ubi ejus neglectus prorſus inſenſibilis eſt, ut paret conſideranti. In motu verò Lunæ neglecta ſolum fuit *num.* 41. *lib.* 2. Parallaxis Longitudinis Solis, quæ cùm adhuc minor ſit Parallaxi Altitudinis, non potuit inde error ſenſibilis in Lunæ Eccentricitatem maximam iſthic conſtitutam derivari.

IV. Ex his objectio ſolvitur, quæ formari poſſet contra motus, & Parallaxes Solis & Lunæ hactenus conſtitutas: quæ eſt hujuſmodi. Parallaxis Solis in Longitudinem neglecta fuit in ſtatuendâ Eccentricitate maximâ Lunæ *lib.* 2. *num.* 41: Eccentricitas porrò maxima influit in motus Lunæ tam Longitudinis, quàm Latitudinis: hi verò influunt in Lunæ Latitudinem; hæc unà cum motu in Longitudinem & Latitudinem influit in Declinationem Lunæ, illa in Parallaxim Lunæ; hæc rurſum in Parallaxim Solis, cum determinari nequeat quot Solis diſtantia contineat Semidiametros Terræ, niſi priùs conſtiterit, quot Semid. Terr. contineat diſtantia Lunæ.

Manifeſta inquam eſt hujus objectionis ſolutio. Cùm enim ex neglectâ Parallaxi Longitudinis Solis, in Eccentricitatem Lunæ maximam error nonniſi inſenſibilis profluxerit, etiam motus Lunæ in Longitudinem & Latitudinem, atque inde Latitudo Lunæ, adeóque & Declinatio ejus, non niſi inſenſibiliter potuerunt alterari. Unde liquet Parallaxim Lunæ, quæ adeò ſenſibilis eſt, non potuiſſe hinc errorem notabilem contrahere. Quod ſi Parallaxis Lunæ ritè fuit conſtituta, manifeſtum jam erit etiam Solis ex eâ deductam, errore ſenſibili carere. In ſummâ, ut jam dicta paucis complectar: Error parvus in Motibus, longè adhuc minorem cauſat in Parallaxi Lunæ; Error verò in Lunæ Parallaxi, ſiquis fuiſſet commiſſus, adhuc multò minorem in Parallaxim Solis inducet: ut ſi error in Motibus fuiſſet unius Minuti, inde Parallaxis Lunæ vix errorem unius Secundi, Solis autem vix unius Tertij contraxerit. Hæc vera an ſint, ſi experiri calculum volueris, ita explorabis. Ad datum tempus reperi Longitudinem Lunæ, & ex eâ diſtantiam à ☊ tum ex utrâque Latitudinem Lunæ; ex his Declinationem, ac tandem Parallaxes tum Lunæ tum Solis, quas ſerva. Deinde longitudinem Lunæ auge vel minue Minuto uno, duobus aut tribus, atque ex eâ ſic minutâ vel auctâ, collige eodem ordine, quo ſuprà Parallaxes Luminarium. Ita cernes quantillo intervallo hæ à prioribus diſſideant. Simili modo ſolvitur objectio, quæ formari poſſet contra motum Solis.

Atque

Atque ita favente Deo, ex multiplici Solarium Lunariumque Motuum labirintho abſque ullo vitioſo circulo tandem emerſimus, ſi Refractiones excipias, quas mox aggrediar, oſtendamque neque ex o illis circuli vitium in Motus Luminarium *l.* 1. & 2. conſtitutos, inferri.

*o Vide Scholia nu. 26. & 27. & nu. 46.*

## NUMERUS XXI.

### *Parallaxim Solis in circulo Altitudinis ad datum tempus invenire.*

EX *num. præc.* jam conſtat diſtantiam Solis Perigeam, ſeu minimam, eſſe ſaltem 7000 Semidiam. Terr. Quære igitur a Anomaliam Veram Solis ad datum tempus; cum quâ, & diſtantiâ 7000 Semid. Terr. per *num.* 18. reperies diſtantiam Solis à Terrâ ad tempus datum. Cum hac deinde reperies ad ſingulos Altitudinis Gradus Parallaxes Solis, ut tradidi in Lunâ *num.* 14. ſit enim Altitudinis circulus (*in fig.* 8.) G F E, ejuſque centrum A, Oculus verò in Terræ ſuperficie eſto in B; Sol in C, altus ex. gr. Grad. 70, & diſtantia Solis ad datum tempus jam inventa, ſit A C. Quoniam datur arcus E C Grad. 70, etiam F C, adeoque angulus F A C datur. In triangulo igitur A B C, quia nota ſunt angulus B A C, & in Semidiametris Terræ duo latera A C, A B, ex his quoque angulus o A C B, Parallaxis quæſita ad tempus datum, innoteſcet.

*a per num. 46. lib. 2.*

*Fig. 8.*

*o Per probl. 10. cap. 3. Geo. pract.*

Verùm cùm tanta ſit Parallaxis Solaris exilitas, non eſt opus tantâ præciſione. Sufficiet igitur ad datum tempus notam habere Altitudinem Solis; atque ad hanc cum diſtantiâ 7000 Semid. Terr. modo jam dicto Parallaxim inquirere.

Quod ſi Tabulam Parallacticam deſideras, cum eâdem illâ 7000 Semid. diſtantiâ ad ſingulos Altitudinis Gradus Parallaxes inquire. Eas citra diſcrimen ullum erroris ſenſibilis ad quemvis Aſtronomicum uſum adhibebis, qualiſcumque ad tempus datum Solis à Terrâ diſtantia fuerit.

# CAPUT IV.

## Modus inveſtigandi Refractiones Solis & Lunæ.

## NUMERUS XXII.

### *Definitiones nonnulla ad ſequentia.*

*Fig. 13.*

1. L*Ocus Refractus Solis vel Luna*, eſt punctum in quo per Refractionem Sol vel Luna apparet: & *diſtantia Apparens Refracta à Vertice*, eſt arcus à Vertice uſque ad locum Refractum: *Altitudo autem Apparens Refracta*, eſt arcus Verticalis à loco Refracto ad Horizontem Viſum.

Verticalis ſive Altitudinis circulus eſto M N; Vertex M; Horizon Verus F K, Viſus L E; locus Verus Luminaris, quem linea à Terræ centro per Luminaris centrum ducta, oſtendit, ſit I; locus Apparens, ſeu Viſus, ad quem per Parallaxim Luminare deprimitur, ſit O; locus in quo per Refractionem apparet, C. Hunc voco *locum Apparentem Refractum*, M C *Diſtantiam à Vertice Apparentem Refractam*, & C B *Altitudinem Apparentem Refractam*: ad diſtinctionem à loco Viſo O, & diſtantiâ Viſâ à Vertice M O, & Altitudine Viſâ O B, de quibus actum *num.* 7.

2. *Refractio Horizontalis* eſt, quâ Luminare infrà Horizontem Viſum exiſtens, apparet in margine Horizontis.

Horizon Verus eſto F K, Viſus L E, Verticalis M N, Verus locus Luminaris in A, ſed Refractus in B, Arcus A B eſt Refractio Horizontalis.

*Porrò Solis Refractio plerumque major eſt Parallaxi, ſubinde minor, nonnumquam etiam æqualis. Cùm major eſt, dividitur in Simplicem & Compoſitam.*

3. *Refractio Simplex*, eſt arcus Verticalis, quo Sol ſuprà locum Verum attollitur. *Refractio Compoſita, ſeu Tota*, eſt arcus Verticalis ex Parallaxi, & Refractione Simplici compoſitus.

Locus Verus Solis ſit in I; Viſus, ſeu Parallacticus in O, Refractus in C. Arcus C I eſt Refractio Simplex; Compoſita verò, ſeu Tota eſt O C: nam ſi nulla eſſet Refractio, Sol verè exiſtens in I, vi Parallaxeos appareret in O. Cùm ergo vi Refractionis appareat in C, liquet totum Refractionis effectum eſſe arcum O C.

4. *Refractio Simplex Horizontalis* eſt arcus Verticalis A D, quo Sol à loco Vero A attollitur ad Horizontem Verum F K. *Horizontalis Compoſita*, ſive *Tota*, eſt arcus A B, quo Sol attollitur à loco Vero A, ad Horizontem Viſum L E: ſive eſt arcus Verticalis ex Horizontali Simplice A D, & Parallaxi Horizontali compoſita.

Nam Horizontis Veri ac Viſi diſtantia B D, Parallaxim Horizontalem metitur, ut patet in *fig.* 8. Cùm enim Horizontes Verus A E, ac Viſus B D, ſint paralleli, erit Parallaxis Horiz. A D B, æqualis alterno a ſibi angulo D A E, quem metitur arcus D E, diſtantia Horizontium.

*a Per 27. 1.*

5. *Diſtantia Æquatoria Syderis V à Meridiano F M R*, eſt arcus Æquatoris (Q S) inter Meridianum, & circulum Declinationis à Mundi Polo (G) per Sydus V deſcriptum interceptus.

*Prima Refractionis Aſtronomica affectiones referuntur l.* 1. *num.* 20, *quem conſule.*

## NUMERUS XXIII.

### *Diſtantiam Solis Æquatoriam à Meridiano & Diei tempus invenire, cùm Sol gradus ſaltem 40 altus eſt.*

HÆc determinatio additur, ut excludatur Refractio, eùm ad ejus inventionem hoc ipſo Problemate uſuri ſimus.

Meridianus ſit A Q D; Horizon A B, Polus Mundi Boreus X; Vertex Q; Æquator C D centrum Solis in G, declinans ad boream, per quod ductus ſit Declinationis Quadrans X G E. Arcus igitur o C E, eſt diſtantia Solis Æquatoria à Meridiano, quam oportet invenire.

*Fig. 14.*

*o Per def. 5. nu. præc.*

Inſtrumento cape Solis diſtantiam à Vertice, cui deme Parallaxim per *num.* 21 inventam. Sic nota erit (Q G) diſtantia Vera Solis à Vertice. Tum notus fiat arcus (Q X) diſtantia Poli à Vertice, quod fiet, ſi (B X) Altitudo Poli inventa per *num.* 27. *l.* 1. ſubducatur à Quadrante (B Q). Reperiatur deinde E G Declinatio Solis; ad quod opus eſt, ut hoc ipſum Diei tempus, quod hic quæritur, aliunde ſit notum præter propter, ut ad illud inquiri poſſit locus b Solis in Eclipticâ, atque ita innoteſcat c ejus Declinatio E G. Fiet verò præter propter notum Horologio Horizontali Sciaterico accuratè constructo. Subductâ jam Declinatione (E G) à Quadrante (E X)

*b per num. 55. lib. 1.*

*c per num. 52. lib. 1.*

(E X) notus erit arcus G X. Quoniam igitur in triangulo G Q X nota ſunt tria latera Q G, Q X, G X, ex his reperietur *n* angulus Q X G, ſeu C X E, adeoque & arcus Æquatoris C E ipſum *p* metiens, ipſa videlicet diſtantia Solis Æquatoria à Meridiano A Q D: quæ converſa *r* in tempus Solare, dabit quæſitum Diei tempus exactè.

n *per trigon. Sph. prob.* 18.
p *per def.* 4. *num.* 66. *lib.* 2.
r *per num.* 51. *lib.* 1.

*Quæret aliquis* qui fieri poſſit, ut ex tempore Diei, hoc eſt diſtantiâ Solis à Meridiano ſolùm præter propter cognitâ, exacta ejuſdem cognitio obtineatur.

*Reſpondeo*: licet error in tempore commiſſus æquaret quadrantem unius Horæ: tamen quia Sol interim vix abſolvit Secunda 2 & 27 Tertia, locus ejus ad falſum tempus quæſitus, non aberrabit à loco debito Tempori Vero vel ad unius Gradus Minutum unum. Quare hinc neque in Declinationem, loco Solis ita reperto debitam, neque in diſtantiam Solis Meridianam ex illâ repertam, poterit error ſenſibilis derivari.

Si Sol ſit in Æquatore, putà in E, quod in Æquinoctijs contingit, utere triangulo E Q X; in quo datur Quadrans Declinationis E X, & Q E diſtantia Vera à Vertice nota ſit, ut ſuprà. Si Sol ſit in O, declinans ad Auſtrum, utere triangulo O Q X, in quo latus O X componitur ex Declinatione O F, & Quadrante F X: reliqua latera nota fiunt, ut ſuprà.

### *Corollarium.*

Ubi Refractiones fuerint inventæ, univerſalis erit Problematis ſolutio jam tradita qualiſcumque fuerit Altitudo Solis, ſi diſtantiæ à Vertice per inſtrumentum captæ, addatur Refractio, & dematur Parallaxis; ſic enim nota *a* erit diſtantia Vera à Vertice Q G: quâ inventâ reliqua operatio eadem erit, quæ ſuprà.

a *num.* 19. & 20. *l.* 1.

## NUMERUS XXIV.

### *Diſtantiam Solis Æquatoriam à Meridiano, & tempus Diei, licet Sol infrà Horizontem, aut ei vicinus ſit, incognitâ adhuc Refractione, invenire.*

OBſerva tempus quo Sol non abſit longiùs ab Horiz. quàm 40 Gradibus, & ad illud inquire per *num. præc.* diſtantiam illius momenti ab Horâ 12 præcedenti, ſi obſervatio fiat poſt Meridiem. Metire deinde vibrationibus Perpendiculi (ut docui *nu.* 4), quantum ſit temporis ſpatium, ab eo momento quod jam factum eſt notum, uſque ad momentum quæſitum, quod nempè fieri notum petebatur, & ad quod reperiri debebat diſtantia Solis Æquatoria à Meridiano. Hoc temporis intervallum adde diſtantiæ momenti prioris ab Horâ 12; ita notum fiet totum tempus ab Horâ 12, uſque ad momentum quæſitum: quod *a* converſum in Gradus & Minuta Æquatoris, dabit diſtantiam Æquatoriam Solis à Meridiano ad momentum quæſitum.

a *per num.* 51. *lib.* 1.

Quod ſi obſervatio fiat ante Meridiem, vibrationibus Perpendiculi metire quantum temporis ſpatium ſit à momento quod vis facere notum, & ad quod deſideras diſtantiam Solis Æquatoriam à Meridiano, uſque ad momentum aliquod, quo Sol jam incipit attolli ſuprà Horiz. Gradibus 40, ut Refractio vitetur. Illius verò momenti ſecundi diſtantiam ab Horâ 12 ſequenti notam fac per *num. præc.* quæ addita intervallo priori, dabit totum tempus à momento primo uſque ad 12 ſequentem; atque hoc tempus converſum in partes Æquatoris, exhibebit diſtantiam Solis Æquatoriam à Meridiano ad momentum primum.

### *Corollarium.*

Poſtquam Refractiones fuerint inventæ non requiretur Altitudo Solis par, aut major 40 Grad. tunc enim Problema univerſaliter abſolvetur, juxta *Corol. num. præc.* licebitque captare tempus quo Sol parum ab Horizonte diſtet, atque ita breviùs fiat tempus vibrationibus Perpendiculi numerandum.

## NUMERUS XXV.

### *Diſtantiam Lunæ Æquatoriam à Meridiano invenire.*

MOmentum illud, ad quod deſideras diſtantiam Lunæ Æquatoriam à Meridiano, fac notum, itemque notam fac diſtantiam Solis Æquatoriam à Meridiano ad idem momentum. Utrumque obtinebis vel per *num.* 23, ſi Sol ſit altus ſaltem Grad. 40, vel per *num.* 24, ſi Horizonti ſit propior, aut infrà eum. Inquire deinde ad momentum, quod jam factum eſt notum, Longitudinem Veram tam *c* Solis, quàm *d* Lunæ; ſed Longitudinem Lunæ, ſi Latitudinem tum habeat, ad *f* Eclipticam reducito. Quærantur deinde ad idem momentum jam notum *i* Aſcenſiones Rectæ, (hoc eſt diſtantiæ Æquatoriæ ab initio ♈) tam Lunæ quàm Solis: ſic enim innoteſcet etiam diſtantia Æquatoria Lunæ & Solis, quæ ſit ex. gr. arcus Æquatoris F T. Si jam Sol fuerit in T, remotior videlicet à Meridiano, aufer à T C diſtantiâ Æquatoriâ Solis à Meridiano, quæ ſuprà jam innotuit, diſtantiam Æquatoriam Lunæ & Solis F T etiam notam: reſiduum F C dabit diſtantiam Æquatoriam Lunæ à Meridiano. Quod ſi Sol ſit in F, propior Meridiano, quàm Luna in T, tunc T F diſtantiam Æquatoriam Lunæ à Sole, adde ad F C diſtantiam Æquatoriam Solis à Meridiano: ſic nota erit T C diſtantia Æquatoria Lunæ à Meridiano, quæ petebatur.

c *per num.* 55. *lib.* 1.
d *per num.* 46. *vel* 47. *lib.* 2.
f *per num.* 65. *lib.* 2.
i *per num.* 52. *lib.* 1.
*Fig.* 14.

## NUMERUS XXVI.

### *Refractionem Solis Horizontalem, tam Simplicem, quàm Compoſitam, invenire.*

HOrizon Verus eſto F K, Viſus L F; Zenith M; Verticalis M N, Polus Mundi G; Æquator Q R; Meridianus F M R. Sol ſit in A infrà Horizontem Verum; ſed ejus centrum appareat in B puncto Horizontis Viſi. Oporteat Parallaxim Horizontalem *o* Simplicem A D, & Compoſitam A B reperire.

*Fig.* 13.
o *Def* 4. *num.* 22.

Per Polum G, & A centrum Solis ductus intelligatur arcus circuli Declinationis G A, ſecans Æquatorem in S. Erit S Q diſtantia Æquatoria Luminaris à Meridiano F M R. Si jam obſervare placuerit Refractionem Veſpertinam, vibrationibus Perpendiculi *a* metire tempus à Meridie præcedenti uſque ad momentum, quo Solis centrum apparet in Horizontis Viſi puncto B; ſi Matutinam, tunc eodem modo metire tempus à momento, quo Solis centrum apparet in Horizonte Viſo, uſque ad Meridiem ſequentem.

a *per num.* 4.

Google

quentem. Tempus ſic inventum in partes Æquatoris converſum, dabit diſtantiam Solis Æquatoriam S Q à Meridiano. Et hanc quidem omninò expedit vibrationibus Perpendiculi, ut jam expoſui, notam facere, tum quia is modus omnium certiſſimus eſt, tum quod hic labor ſemel exantlatus, non ſolùm Parallaxi Horizontali inveniendæ, ſed alijs etiam ad ſingulos Altitudinis Gradus reperiendis, inſerviet, ſi vibrationum numerus ad ſingulos Gradus Altitudinis ineatur. Quod ſi laborem iſtum numerandi vibrationes ſubire totum nolueris, utere Problemate *nu.* 24, eoque inveni & tempus quo Luminare Horizontem Viſum apparenter attingit, & ejus diſtantiam tunc Æquatoriam à Meridiano. Utrovis modo inventa diſtantia Æquatoria dabit angulum Q G S, ſeu M G A, quem *b* metitur. Deinde ad notum ſic momentum, quo Solis centrum in Horizonte Viſo apparet, quære *i* Declinationem Veram Solis A S, quæ addita Quadranti S G, dabit arcum A G. Arcus verò G M eſt complementum Altitudinis Poli K G, quæ nota fit per *Num.* 27. *lib.* 1. In triangulo igitur A M G, quia nota ſunt angulus M G A, & latera A G, G M, ex his innoteſcet *m* latus A M, diſtantia Vera Solis à Vertice, quæ ſemper reperietur major Quadrante. Ab hac igitur ſi demas Quadrantem D M, nota erit Parallaxis Horizontalis Simplex A D.

b *per def.* 4. *nu* 66 *l.* 2.
i *per num.* 52. *lib.* 1.
m *per trigon. Sph. prob.* 19.

Arcus autem B D metitur Parallaxim Horizontalem, ut oſtendi ad *def.* 4. *num.* 22. Parallaxis verò Horizontalis Solis inventa eſt *num.* 19. & 21. Quare arcus B D notus. Hunc ergo ſi addideris arcui jam noto A D, tota Solis Refractio Horizontalis A B nota erit.

Solis Refractio Horizontalis Simplex Tychonica eſt Grad. 0. 31′. 6″; Tota ſeu Compoſita Grad. 0. 34′, ſed nimia, quia Parallaxim Horizontalem nimis magnam aſſumit Grad. 0. 2′, 54″. Quantitates à Ricciolo inventæ, multò ſunt accuratiores, quas Tabellâ ſequenti exhibeo.

*Refractio Solis Horizontalis Compoſita.*

| *Æſtiva.* | *Æquinoctialis.* | *Hyberna.* |
|---|---|---|
| Grad. 32′. 25″. | Grad. 0. 33′. 0″. | Grad. 0. 33′. 40″. |

### *Corollarium.*

Refractio Solis Horizontalis eſt major Parallaxi Horiz. ejuſdem. Semper enim, cùm Sol in Horizonte apparet (putà in B) ejus à Vertice diſtantia Vera (putà M A) Quadrante major reperitur.

### *Scholium.*

*Solis Refractio Horizontalis Simplex inventa à nobis eſt independenter ab omni Parallaxi, & Motibus Lunaribus; quod quidem totum ratiocinium noſtrum excutienti manifeſtum erit. Id Viſum eſt hic annotare, ut appareat circulum non fuiſſe commiſſum in maximâ Eccentricitate Lunæ determinandâ* lib. 2. num. 41, *ex quo loco huc, & ad* numerum ſeq. cum ſuo Scholio, *inprimiſque ad* Scholium num. 46. *ubi totum hoc negotium concludetur, Lectores remiſeram.*

## NUMERUS XXVII.

### *Solis ſuprà Horizontem apparentis Refractiones tam Simplices, quàm Compoſitas invenire.*

§. 1. Iſdem poſitis quæ *num. præced.* Inſtrumento cape diſtantiam Solis Apparentem Refractam à Vertice; deinde eo modo, quem *num. præced.* jam tradidi, inquire Solis à Vertice diſtantiam Veram. Ex utriuſque collatione diſtantiæ, Refractiones innoteſcent hunc in modum. *Fig.* 13.

§. 2. Si Solis diſtantiâ à Vertice Apparens Refracta M C minor ſit diſtantiâ verâ M I; Apparens M C ſubtracta Veræ M I, dabit Refractionem Simplicem I C; cui ſi addas Solis Parallaxem *a* I O, dato tempori convenientem, habetur Refractio Tota, ſeu Compoſita O C. Atque in hoc caſu Refractio abſolutè major eſt Parallaxi.

a *Quæ reperitur per num.* 21.

§. 3. Si diſtantia à Vertice Apparens Refracta par eſt diſtantiæ Veræ M I, Refractio Parallaxi æqualis eſt, parallaxis enim iſti momento conveniens ſit I O. Vi Parallaxeos Sol, ſi abeſſet Refractio, appareret in O: cùm ergo appareat in I, liquet Parallaxim I O à Refractione elidi, ac proinde hanc illi æqualem eſſe.

§. 4. Si diſtantia Apparens Refracta M X à Vertice major ſit diſtantiâ Verâ M I, ſed non tanto exceſſu, quanta eſt Parallaxis I O, tunc Refractio eſt O X, minor Parallaxi, quæ ut innoteſcat, aufer à diſtantiâ Apparente Refractâ M X, Veram M I, & reſiduum I X à Parallaxi I O: reliquum dabit Refractionem O X.

§. 5. Si diſtantia Apparens Refracta à Vertice par ſit diſtantiæ Veræ M I, unà cum Parallaxi I O, Refractio eſt nulla, ſeu inſenſibilis. Siqua enim eſſet, attolleret Solem ſuprà locum O, ad quem à Parallaxi deprimitur.

Hunc in modum Refractiones Solis ad ſingulos Altitudinis Apparentis Refractæ Gradus reperiuntur, quarum Tabulam exactiſſimam exhibet Ricciolus *ſub finem tomi* 1. *Almag. Tab.* 9.

### *Corollarium.*

Circa Gradum Altitudinis 45 Refractiones modo jam dicto inventæ evaneſcunt: iſthic enim reperitur diſtantia Apparens à Vertice, æqualis diſtantiæ Veræ unà cum Parallaxi. Ergo per §. 5. &c. *unde Coroll.* 4. *num.* 28.

### *Scholium.*

*Solis Refractiones Simplices hîc repertæ à nobis ſunt independenter à Motibus Lunaribus, & Parallaxi quacumque; uti liquidò patebit totam inventionis ſeriem recolenti; quod hîc moneo ob cauſam præcedenti Scholio indicatam.*

## NUMERUS XXVIII.

### *Refractiones Lunæ, tam in Horizonte, quàm ſuprà Horiz. Apparentis invenire.*

Horizon Verus ſit F K, Viſus L E; Zenith M; Verticalis M N; Polus Mundi G; Meridianus F M R; Æquator Q R. *Fig.* 15.

§. 1. Appareat primò Lunæ centrum in Horizontis Viſi puncto B, ipsâ infrà eum exiſtente. Tum,

ut *num.26.* docui in Sole, inveni diſtantiam Veram Lunæ à Vertice, quæ ſemper reperietur minor Quadrante; adeoque Lunâ Apparente in Horizonte Viſo in B, locus ejus Verus inter Horizontem Verum F K, & Viſum L E, exiſtet, ex. gr. in A, Veraque ejus diſtantia à Vertice erit A M, minor Altitudinis Quadrante D M. Quia porrò ad reperiendam Lunæ diſtantiam Veram à Vertice, opus eſt, ut patet *ex num.* 26, diſtantiâ Lunæ Æquatoriâ à Meridiano S Q, eam reperies aut ſolis Perpendiculi vibrationibus, ut *num.* 26. jam tradidi, vel per modum *numeri* 25. Inventam igitur Lunæ diſtantiam Veram à Vertice M A, auſer à Quadrante M D, & reſiduum D A auſer ab arcu D B, qui eſt b Parallaxis Lunæ Horiz. ac proinde notus fit per *num.* 14. Poſtremum reſiduum A B dabit Refractionem Lunæ Horizontalem.

b *Oſtendi ad def. 4. n.* 22.

§. 2. Appareat deinde Luna ſuprà Horizontem Viſum: ſit autem Lunæ locus Verus in I; locus Viſus, ſeu Parallacticus O; adeoque Parallaxis iſti momento conveniens I O. Inveni diſtantiam Veram Lunæ à Vertice M I, ut docui *num.* 26; ſed quando iſthic pro Sole adhibetur *numerus* 24, hìc utere *numero* 25. Capiatur deinde inſtrumento Lunæ diſtantia à Vertice Apparens Refracta M X, quæ ſemper reperietur major diſtantiâ Verâ M I, & minor diſtantiâ Viſâ, ſeu Parallacticâ M O, adeoque Lunæ locus Apparens Refractus inter Verum I, & Viſum, ſeu Parallacticum O, intercedet. Auſer tandem diſtantiam à Vertice Veram M I, à diſtantiâ Apparente Refractâ M X, & reſiduum I X auſer à Parallaxi I O, quæ nota fit per *num.* 14. Poſtremum reſiduum O X, dabit Refractionem Lunæ quæſitam ad Altitudinem Lunæ Apparentem Refractam B X.

Hunc in modum inveniuntur Refractiones Lunares ad Gradus ſingulos Altitudinis Refractæ Apparentis.

*Refractiones Lunæ Horizontales à Ricciolo inventæ ſunt hæ:*

| *Æſtiva* | *Æquinoctialis* | *Hyberna* |
|---|---|---|
| Gr.0.33′.0″. | Gr.0.33′.40″. | Gr.0.34′.20″. |

## *Corollarium.*

1. Refractio Lunæ Horizontalis ſemper minor eſt Parallaxi ejuſdem Horizontali. Cùm enim Luna apparet in Horizonte Viſo in B, ipſa verè exiſtit inter Horizontes Verum F K & Viſum L E (ut dixi §.1.) putà in A. Ergo A B Refractio Horizontalis Lunæ minor eſt arcu D B, qui eſt Parallaxis Lunæ Horizontalis, ut oſtendi *ad defin.4. num.* 22.

2. Etiam Refractiones Lunæ ſuprà Horizontem apparentis ſunt Parallaxibus, quæ ijs reſpondent, minores. Quia Lunæ locus Apparens Refractus (X) ſemper Medius eſt inter Verum (I), & Viſum ſeu Parallacticum (O), ut dixi §. 2. Ergo Refractio (O X) rurſum minor eſt Parallaxi (O I).

3. Quemadmodum Solis, ita & Lunæ, Refractiones modo jam tradito inventæ; ad Gradum 45 Altitudinis evaneſcunt. Ad hunc diſtantia Apparens Refracta à Vertice invenitur ad omnes deinceps Gradus uſque ad 90, æqualis diſtantiæ Viſæ, ſeu Parallacticæ M I O.

4. Abſolutè verum eſt Refractiones Lunæ, Solis, Fixarum à Gradu Altitudinis 45 evaneſcere; ac proinde tam Parallaxes quàm Refractiones jam inde à *Cap.* 2. huc uſque hoc ſuppoſito deductæ, rectè ſe habent. Nam per *præc. Coroll.* diſtantia Parallactica Lunæ à Vertice, & ejuſdem diſtantia Refracta à Vertice à Gradu 45 per omnes ſequentes uſque ad 90, ſemper æquales reperiuntur, ſic ut locus Lunæ Refractus cum Parallactico ſemper conveniat. Atqui æqualitas, & conſenſus adeò conſtans haberi non poſſet, ſi Hypotheſis de Refractione ad Grad. 45 evaneſcente, ex quâ Parallaxes, & Refractiones hactenus deduxi, fuiſſet falſa; ſi enim poſt Grad. 45 adhuc verè Refractio ſe immiſceret, locus Refractus in tanto Graduum numero à loco Parallactico aliquando diſſideret. Quamvis enim fieri poſſet, ut aliquoties coinciderent; ut tamen coincidant ſemper, id prorsùs commentitium eſſe, nemo (opinor) inficias ibit. Ergo &c. Quoniam verò Sol, & Fixæ, utpote altiores, minùs a refringuntur quàm Luna, ſi hujus Refractio ad Grad. 45 evaneſcat, evaneſcet à fortiori etiam illorum, & Fixarum quidem ad Gradum Altitudinis 20, ut dicetur *num. 6, lib.*5.

a *per propr. 6. num. 20. lib.* 1.

## NUMERUS XXIX.

### *Notæ ad Refractiones.*

§. 1. REfractio Veſpertina cæteris paribus aliquanto minor eſt Matutinâ, quia veſpertinus aër calore Diurno magis excoctus, adeoque purior eſt.

§. 2. Ob eamdem cauſam Refractiones Æſtivæ minores ſunt Æquinoctialibus, & hæ Hybernis.

§. 3. In Refractiones Solis Compoſitas magnus error inducitur, ſi Parallaxis Solis nimis magna ſtatuitur. In quo graviter Tycho, & alij eum ſecuti hallucinantur: dum enim Parallaxim Solis Verâ majorem Refractioni Simplici addunt, Refractionem Totam, ſive Compoſitam neceſſariò efficiunt longè verâ majorem. Atque hinc factum opinor, ut Solis Refractio Horizontalis Tychonica (quemadmodum patet ex *tom. 1. Progymn. pag. 79, & 124.*) evaſerit major Lunari, quòd obſervationibus repugnat.

§. 4. Refractiones Horizontales objectorum inæqualiter à Terræ centro diſtantium, ut Solis, Lunæ, apicis altiſſimi montis cujuſpiam, omnes æquales ſunt, ſi eadem reſpectu omnium fuerit Atmoſphæræ, ſeu Refractivi aëris denſitas & Altitudo. Quod quidem hactenus non videtur ab Aſtronomis & Opticis animadverſum.

Probatio eſt manifeſta. *In ſchemate 32. l.* 1, Terra ſit A O D, Atmoſphæra D O L C F, Horizon Verus A K, Viſus O B, Oculus in contactu O. Refractio Horizontalis objecti E ad Oculum O ea eſt, quæ fit per radium Refractum O C tangentem, & in ipſo Horizontis Viſi plano exiſtentem. Ille verò tantùm eſt unicus, is nempè qui Terram (ut jam dixi) tangit in O, ubi Oculus ponitur. Ergo etiam radius incidens Refracto illi unico C O reſpondens, tantùm eſt unicus. Quare cùm in omni Refractione Horizontali, idem ſit radius incidens E C, atque idem radius Refractus C O, etiam Refractionis angulus O C I ſemper erit idem.

*Fig. 32. l.* 1.

Neque hæc pugnant cum ijs quæ dixi *Propr. 6. num.* 20. *l.* 1, nempè ſiderum eandem Altitudinem, ſive diſtantiam à Vertice habentium, illud refringi magis, quod Terræ vicinius eſt. Sint enim duo ſidera, E remotius à Terrâ, P vicinius. Horum (ut jam oſtendi) Horizontalis Refractio unâ eâdemque peragitur viâ E C O, P C O: Sed eorum diſtantiæ à Vertice N E, Q P, manifeſtò inæquales ſunt.

§. 5. Quo pacto igitur fieri poteſt, ut (quod obſervationes Tychonis, & aliorum requirunt) Refractio

ctio Horizontalis Lunæ ſuperet Horizontalem Solis, hæc autem excedat Horizontalem Fixarum?

Jam ſanè liquet id non contingere (quod putavit Ricciolus *l.* 10. *Almag. pag.* 653. *Probl.* 25) quia Luna ſit Terræ vicinor, quàm Sol, cùm §. 4. oſtenſum ſit Refractionem Aſtrorum Horizontalem, quantumvis inæqualiter diſtantium à Terrâ, peragi unâ ſemper eâdemque viâ E P G O. Videntur igitur Obſervationes intelligi debere non de Refractione Horizontali præciſè, ſed de ijs quæ contingunt, quando Aſtra ſunt Horizonti Viſo quàm proxima: ſi enim vel tantillam habuerint Altitudinem, poterunt ea quæ magis diſtant à Terrâ, refringi minùs, quàm ea quæ minorem à Terrâ diſtantiam habent, ut patet ex *propr.* 6. *num.* 20. *l.* 1. cùm demonſtratio hic allata ſolùm valeat, quando Aſtra apparent in Horizonte Viſo præciſè.

# CAPUT V.

## Inquiruntur Apparentes Diametri Solis & Lunæ.

### NUMERUS XXX.

### *Diametrum Solis Apparentem obſervare.*

*Fig.* 19. SEctus ſit Sol plano per B centrum ſuum, & A centrum Oculi producente in ipſo circulum Maximum F R E L; quem tangant radij Viſuales A C, A D, in C & D. Arcus C L D ſolus ſpectatur ab Oculo A, & eſt minor ſemicirculo F L E, ſed inſenſibiliter.

Recta igitur C D ſubtendens arcum Solis Viſum F L D, eſt Diameter Solis Apparens.

Eodem modo Apparens Diameter cujuſvis Aſtri definitur.

Cùm autem petitur Apparens Diameter, petitur quantitas anguli C A D, ſub quo ea ſpectatur, ſive Scrupula arcus C P D centro A deſcripti, à quo C D inſenſibiliter differt. Hunc igitur angulum, ſive arcum, hic oportebit inquirere. Quæ quidem diſquiſitio quantum Aſtronomis negotium faceſſat, ex ſingulorum conatibus apparet.

### *Modus primus.*

Deſigna planum Meridiani duobus filis tenuiſſimis, ſuprà lineam Meridianam perpendiculariter ſuſpenſis. Tum, capite tranſverſæ cuipiam trabeculæ innixo, contemplare Solem per tubum vitris coloratis inſtructum, & immobilem, donec collimando per duo fila, conſpicias Solis limbum Occidentalem attingere planum per duo fila ductum; hoc eſt ipſum planum Meridiani; eodemque momento jube numerari vibrationes Perpendiculi, uſque dum limbus Solis Orientalis idem planum attingat; hoc eſt uſque dum totus Solis diſcus Meridiani planum pertranſeat.

*a per nu.* 4. Ita notum *a* fiet temporis ſpatium, quo Solis Diameter Meridianum pertranſit. Hoc tempus, ſi Sol tum ſit in punctis Æquinoctialibus, in partes Æquatoris *b* converſum, dabit Minuta, quæ Diameter Solis Apparens ſubtendit. Si verò ſit extra Æquatorem, tunc de Æquatoris arcu ſumenda eſt pars proportionalis, ut jam dicturus ſum.

*b per num.* 51. *lib.* 1.

*Fig.* 16. Axis Mundi ſit A B; Meridianus A C B D; Æquator C D; Parallelus, in quo Sol tum eſt, E G F; Arcus Paralleli Diametrum Solis ſubtendens E G. Per G ducatur circulus Declinationis A G K B. Tempus quo arcus E G, à Solis Diametro ſubtenſus, adeoque & arcus C K, Meridianum pertranſierunt in partes Æquatoris converſum, notificavit non arcum E G, ſed arcum C K, illo majorem tantò, quantò Æquator C D major eſt Parallelo E F. Quare ſi fiat ut Æquator C D, ad Parallelum E F, ita Minuta arcus jam noti C K ad Quartum: prodibunt Minuta Æquatoris, quibus arcus E G, hoc eſt Solis Diameter, æqualis eſt. Ratio autem peripheriarum C D, E F ſic fiet nota. Inquire ad momentum datum *c* Solis Declinationem E C, ſeu G K; quâ demptâ à Quadrante C A, notus erit arcus A E, ejuſque Sinus E M. Peripheriæ *d* C D, E F ſunt inter ſe, ut Radij ipſarum N C, M E. Sed N C, M E ratio nota eſt, cùm N C ſit Sinus Totus, & M E Sinus noti arcus A E. Ergo peripheriarum C D, E F ratio nota eſt.

*c per num.* 37. *vel nu.* 52 *lib.* 1.
*d In ſelectis ex Archim. pag.* 7.

Idem obtineri poteſt in ſpecie Solis per foramen exiguum tranſmiſſâ, numerando vibrationes Perpendiculi, dum tota ſpecies ſectionem Meridiani, in Tabellâ candidâ deſignatam, pertranſeat.

Hunc modum Ricciolus egregiè excoluit, uſus Perpendiculo *i*, cujus una ſimplex vibratio erat unius dimidij Secundi: eoque affirmat ſe omnibus penſitatis Diametrum Solis Apogei adeptum eſſe Min. 30'. 30", Perigei Min. 33'. Fatetur tamen de unius dimidij Minuti exceſſu defectùve ſemper ſe dubium manſiſſe, eò quòd duo circiter Secunda temporis numerentur, antequam certus ſis marginem Solis planum filare ſub initium, & finem obſervationis attingere. Interim vel ex hac ipſâ dubitatione apparet, quantam in obſervando vir ille ſubtilitatem adhibeat.

*i Conſtructionem ejus tradit. lib.* 3. *Almag. c.* 20.

### *Modus ſecundus.*

*Fig.* 18. Trabeculæ ligneæ M G perpendiculariter affixa ſit lamina metallica L N, rotundo foramine pertuſa in B, cujus Diameter non excedat duas uncias Pedis Romani. Huic æquidiſtet altera tabella candida G K, intervallo 10 Pedum, aut plurium. Nota autem eſſe debet Diameter foraminis in minimis particulis, putà in centeſimis unius unciæ, & in iiſdem particulis nota etiam ſit oportet tabellarum diſtantia Q P. Deinde in cubiculo totaliter obſcurato, ſub Meridiem, intromitte Solis ſpeciem per foramen lamellæ B, in tabellam candidam G K, ſic ut coni lucidi axis B I, ſit ad tabellam rectus, & puncturâ acus deſigna ſpeciei Solaris Diametrum O C. Id verò debet celeriter expediri, ne interim imago Solis moveatur, vel potiùs à duobus utraque punctio in O, & C, eodem momento abſolvenda. Tum circino acutiſſimo acceptam Diametrum O C notam fac in partibus diſtantiæ tabellarum Q P, ſeu B I. Sic enim in triangulo rectangulo B I C, nota erunt latera C I, I B: ex quibus *a* reperietur angulus C B I, qui eſt ſemiſſis anguli C B O; ac proinde C B O, adeoque & ipſi ad verticem æqualis D B E ſub quo Solis Diameter apparet, notus fiet.

*a per Prob.* 5. *cap.* 3. *Geo. Pract.*

Porrò ut exacta ſit obſervatio, præter jam dicta, ſequentes adhibeantur cautelæ.

1. In determinandâ ſpeciei Solaris Diametro O C etiam penumbra, ſeu umbrago includatur, excluſâ tantùm merâ ac ſimplici umbrâ.

2. A Diametro ſpeciei Solaris O C, ſubducatur Diameter foraminis B, aliàs Diameter O C colligetur nimis magna, ob cauſam à Keplero indica-

*Tacquet Aſtronomia.* N 2 tam,

*a Mors Authoris, Dioptricam ipſius intercepit.* tam, quam etiam nos, favente Deo, in *a* Dioptricâ exponemus. Hoc quia Scheinerus, diligenter alias in hoc ſcrutinio verſatus, omiſit, Diametrum Solis Viſualem ſemper juſtâ majorem collegit. Ipſum conſule, *Roſæ Vrſinæ lib.* 4.

3. Plura expedit adhibere foramina, ut peritè monet Ricciolus, qui ſe ait plerumque iteratâ obſervatione duo foramina adhibuiſſe, quorum alterum altero duplo eſſet majus, ut ſibi conſtaret, an utriuſvis ſubtractâ Diametro, æqualis(quod oportet)remaneret ſolaris imaginis Diameter O C.

Hoc modo uſi ſunt Tycho, Keplerus, Cyſſatus, Ricciolus; eſtque omnium haud dubiè optimus, ſi cautelæ jam dictæ adhibeantur. Nihilominus quia confinia lucis, & umbræ non ſunt prorſus evidentia, & dum oculus ſatagit dubium eximere, inquit Ricciolus, baſis lucida movetur: remanet ſemper dubium de exceſſu dimidij circiter Minuti in Diametro Solis inde deductâ.

### *Modus tertius.*

Hunc tradit Gaſſendus in *lib. de Magn. Solis humilis & ſublimis.* Trabeculæ, cujus longitudo erat 22 Ped. Pariſienſium, normaliter affixit duas tabellas ad capita æquales, & parallelas, quarum latitudines erant 796, qualium diſtantia ipſarum fuit 38308, hoc eſt Pedum, ut jam dixi, Pariſinorum 22. Deinde rectà obverſis ad Solem tabellis dimenſus eſt umbræ latitudinem à primâ tabellâ projectam in ſecundam. Ex quâ demum collegit angulum Viſualem Solis. Praxis verò ſe habet, ut ſequitur.

*Fig.* 17. Tabellæ prioris latitudo ſit A B, per cujus extremitates A, B tranſeuntes Solis radij K A N, P B N, in tabellâ poſteriori determinent C D latitudinem umbræ ipſius A B. Concurrant autem radij in N. Quia tabellæ ſunt parallelæ, erit umbra C D, parallela ad A B; ideoque ſi ex N ad C D perpendicularis ducatur N E, ea producta in F, etiam erit perpendicularis ad A B. Et quia tabellæ ſunt Soli obverſæ æquidiſtanter, liquet radios A N, B N, & angulos N A F, N B F æquales eſſe. Cùm igitur in triangulis N F A, N F B anguli ad F ſint æquales, utpote recti, itemque ad A, & B, & æqualia ſint latera A N, A B, etiam anguli ad N æquales erunt, itemque A F, B F æquales. Eâdem de causâ etiam, C E, D E æquales erunt. Ducatur jam D G parallela ad E F; quia etiam C D, A B, parallelæ ſunt, erit E E G F parallelogrammum; ideoque F G æqualis D E.

His poſitis, acutiſſimo circino cape umbram C D, ſed umbram puram, penumbrâ excluſâ, eamque fac notam in partibus diſtantiæ tabellarum, atque in iiſdem eodem modo fac notam A B, ita notæ erunt D E, F B, quas jam oſtendi earum eſſe ſemiſſes. Quia verò D E jam nota, æqualis oſtenſa eſt F G, etiam F G erit nota. Quare ſi F G notam auferas à notâ F B, remanebit B G nota. In triangulo igitur rectangulo D G B, cùm nota ſint duo latera B G, & D G, ſeu E F tabellarum diſtantia, ex his reperietur angulus G D B, hoc eſt (quia D G, N F ſunt parallelæ) F N B. Quare cùm oſtenderim ſuprà F N B, eſſe ſemiſſem totius K N P, etiam K N P, ſubtenſus à Solis Diametro Apparente, notus erit. Quod erat quæſitum.

Quemadmodum modus ſecundus plerumque exceſſu aliquantillo peccat, ita poſtremus ille defectu: Proclive eſt ſiquidem ob incerta umbræ, ac lucis confinia, ut cùm umbræ C D quantitatem accipis, aliquid penumbræ, ſeu lucis dubiæ includatur, adeoque umbra C D capiatur juſtâ major; ex quâ deinde angulus N colligatur juſto minor: nam quò C D, adeoque & E D, ſeu F G, fuerit aſſumpta major, eò reliqua G B, adeoque & angulus G D B, hoc eſt, F N B, erit minor. Quæ cùm ita ſint, ſi utroque modo utaris, atque inter collectas ex utroque Diametros, mediam eligas, proximè ad veram accedes.

Præter hoſce tres modos jam explicatos, alij ſunt plures ab Aſtronomis uſurpati; ſed minùs certi, quos hic propterea omiſi.

## NUMERUS XXXI.

### *Solis Apogei Diameter Apparens eſt Min. 30'. 30". Perigei Min. 33'. 8": Medij Min. 31'. 56".*

### *Et certum eſt Diametrum Solis Perigei Apparentem non eſſe minorem 30 Minutis.*

Veritas tam partis primæ quàm ſecundæ comperietur ex accurato exercitio modi triplicis *Num. præc.* Ricciolus ſanè, qui videtur præ alijs omnibus in hoc negotium accuratiùs incubuiſſe, has quantitates omnibus penſitatis amplexus eſt.

Quod verò ſeorſim ad partem ſecundam attinet, ea inſuper ex omnium Aſtronomorum obſervatione conſtat, quorum nullus Diametrum Solis Apparentem Minutis 30 reperit minorem.

## NUMERUS XXXII.

### *Diametrum Lunæ Apparentem obſervare.*

### *Modus primus.*

Idem erit cum eo, qui fuit *Num.* 30 primus pro Sole. Secundus iſthic & tertius Lunæ minùs conveniunt.

### *Modus ſecundus.*

Obſerva quàm accuratiſſimè initium alicujus Eclipſeos Lunæ Totalis, adhibitis cautelis exponendis infrà *l.* 4, *a* atque ab eo momento vibrationibus Per- *a num.* 63.
pendiculi metire *b* tempus uſque ad momentum il- *b per num.* 4.
lud, quo Luna præciſè tota obſcuratur; quod ſit ex. gr. Horâ 1. 6'. Inquire deinde motum Horarium Lunæ à Sole; quod quidem fiet hoc modo.

Inveni motum *c* Lunæ Verum ad momentum 12 Horis tempus obſervationis præcedens, & rurſum ad momentum 12 Horis ſubſequens. *c per num. 46, vel 47. lib.* 2. Verorum motuum ſic inventorum differentiam divide per 24; quotiens dabit motum Horarium Lunæ Verum Eclipſis tempori convenientem, ut patet. Eodem modo reperies motum Verum Horarium Solis. Aufer deinde motum Horarium Solis à motu Horario Lunæ, Reſiduum dabit motum Horarium Verum Lunæ à Sole, Eclipſeos tempori convenientem. Sit is ex. gr. Grad. 0. 26'. 48". Alios modos *vide infrà l. 4. num.* 2.

Cùm igitur Luna moveatur à Sole ſpatio Horæ 1. ex. gr. Gradibus 0. 26'. 48": igitur Horâ 1. 6', à Sole quot Minutis removebitur? Per Regulam prop. Minuta quæſita innoteſcent: & tantam eſſe Apparentem Lunæ Diametrum concludes. Cùm enim poſitum fuerit ab initio obſcurationis uſque ad obſcu-

obſcurationem totalem fluxiſſe Horam 1. 6′, manifeſtum eſt tot Minuta explere Apparentem Lunæ Diametrum, quot Minutis ſpatio Horæ 1. 6′, Luna à Sole receſſit.

## NUMERUS XXXIII.

***Diameter Apparens Lunæ Apogeæ in ☌ & ☍ eſt Gr. 0. 28′; in □ □ Gr. 0. 27. Lunæ Perigeæ in ☌ & ☍ Grad. 0. 33′. 30″. in □ □ Grad. 0. 35′. 6″. In diſtantiâ Mediâ Grad. 0. 30′. 30″.***

APparentis Diametri Lunæ quantitas, ut habeatur exacta, pluribus ea modis inquirenda eſt, & ex inventis media quædam eligenda. Adhæc conciliari ea debet cum obſervationibus Eclipſium, quarum quantitas à Solis, & Lunæ Diametris Apparentibus dependet. Incredibili labore, & ſolertiâ hoc in negotio Ricciolus noſter verſatus eſt, qui tandem hiſce omnibus, pluribuſque alijs expenſis, quantitates ſuprà recenſitas amplectitur. Ipſum conſule *Almag. l. 4. cap. 16. præſertim pag.* 231. 232, ubi luculentiſſimè oſtendit, quàm egregiè cùm Eclipſium phœnomenis, Diametri à ſe conſtitutæ, conſentiant.

## NUMERUS XXXIV.

***Veram Solis ac Lunæ Diametrum invenire.***

Fig. 19. TAngentes ab Oculo ductæ A C, A D, determinent Apparentem Luminaris Diametrum C D, atque ex B centro ducantur B A, B C, B D. Referat autem A B diſtantiam Luminaris Perigeam, quæ nota eſt per *num.* 19: vel per *num.* 10: proinde C A D metietur Diametrum Apparentem Luminaris Perigei, qui notus eſt *per num.* 31, vel *per num.* 33. Quoniam triangula C B A, D B A ſibi mutuò æquilatera ſunt (Nam A C, A D, utpote tangentes, æquantur *per Corol.* 2. 36. 3; & B C, BD ſunt radij, & B A communis eſt) erunt *per* 8. 1. anguli B A C, B A D æquales. Quoniam ergò notus eſt C A D, etiam ejus dimidius B A C notus erit. Angulus verò B C A in contactu C, *per* 18. 3. rectus eſt. Quoniam igitur in triangulo rectangulo A C B, nota ſunt latus A B, o diſtantia Lunaris Perigei, & acutus B A C, ex his a reperietur B C Semidiameter Vera Luminaris.

o *per num.* 12. & 19. a *per Prob.* 2. *cap.* 3. *Geo. Pract.*

### *Corollarium.*

Eodem modo reperitur Diameter Vera cujuſvis Aſtri, datis Apparente ejus Diametro, & diſtantiâ à Terrâ.

## NUMERUS XXXV.

***Ad datum quodvis tempus Diametrum Apparentem Solis, vel Lunæ invenire.***

Fig. 19. CUm Luminarium diſtantiæ à Terrâ aſſiduè varientur, neceſſe eſt etiam Apparentem Luminarium magnitudinem aſſiduè variari.

Oporteat igitur eam ad datum tempus, adeóque ad quamlibet à Terrâ Luminaris diſtantiam invenire. Reſumatur *in figurâ* 19 triangulum rectangulum A C B, in quo diſtantia Luminaris eſt A B, & Semidiameter Vera B C, angulus verò Diametri Apparentis eſt CAD. Inveni ad datum tempus diſtantiam Luminaris A B; Lunæ quidem *per num.* 13; Solis verò *per num.* 10. & 18: tum d utriuſlibet reperi Semidiametrum Veram B C. Ex his b angulus C A B innoteſcet: qui cùm ſit æqualis o angulo B A D, notus erit Apparentis Diametri angulus totus C A D ad tempus datum.

d *per num. præc.* b *per Probl.* 4. *cap.* 3. *Geo. Pract.* o *Oſtendi num. præc.*

*Hunc in modum fiunt Diametrorum Apparentium Tabulæ.*

# CAPUT VI.

## De magnitudine Solis, & Lunæ.

## NUMERUS XXXVI.

***Sol major eſt Terrâ plus quàm millies ſeptingenties. Imo noviſſimæ atque accuratiſſimæ Lunaris Dichotomiæ obſervationes, Solem exhibent plus quàm vicies, & ſepties millies Terrâ majorem.***

N*Umero* 17 oſtenſum eſt diſtantiam Solis à Terrâ excedere Semidiametros Terræ 2850; & *Numero* 31 Diametrum Solis Apparentem nunquam minorem eſſe 30 Minutis. Ex hac Diametro Apparente, & diſtantiâ Semidiametrorum Terr. 2850, quæ utraque veris minora ſunt, reperitur per *Num.* 34. Vera Solis Diameter major Semidiametris Terr. $12\frac{40600}{100000}$; quæ minor eſt verâ, utpote deducta ex Diametro Apparente, & diſtantiâ nimis parvis. Sed demus eam eſſe tantùm Semid. 12, ac proinde ſit Diameter Terræ ad Diametrum Solis ut 1 ad 12. Si hæc ratio per quatuor terminos continuetur, 1. 12. 144. 1728, erit ut primus terminus, nempè 1, ad quartum 1728; ita a Terra ad Solem. Atqui hæc Solis quantitas elicita eſt ex Diametro Verâ, nimis parvâ. Ergo Sol eſt Terrâ major pluſquam vicibus 1728.

a *per* 18. 12.

Verùm longè altiùs ſolem evehunt obſervationes Lunæ Dichotomæ, ſummâ diligentiâ atque ſolertiâ à Vendelino, ac inprimis Ricciolo noſtro inſtitutæ: ex quibus, (ut *num.* 19. oſtenſum eſt) colligitur diſtantia Solis à Terrâ nunquam minor 7000 Semid. Terr. Ex hac diſtantiâ, & Apparente Diametro 30 Min. (quæ verâ b minor eſt) elicitur Vera c Solis Diameter Semidiametrorum Terreſtrium $30\frac{12000}{100000}$; pro quâ aſſumo tantùm Semid. 30, ut Diameter Terræ, ſit ad Solis Diametrum, ſicut 1 ad 30. ſi ea proportio continuetur per 4 terminos, 1. 30. 900. 27000, erit ut 1, primus terminus, ad 27000 terminum quartum, ita o Terra ad Solem. Quæ ipſa Solis quantitas quia deducta eſt ex verâ Diametro, adhuc nimis parvâ, erit Sol Terrâ major plus quàm vicibus 27000.

b *per n.* 13. c *per n.* 34. o *per* 18. 12.

## NUMERUS XXXVII.

***Luna eſt ad Terram, ut 1 ad 55.***

EX diſtantijs Lunæ Apogeæ, & Perigeæ in ☌, a *num.* 10, repertis; ac præſertim ex mediocri repertâ *num.* 13. *Coroll.* 1, & ex Diametris Apparentibus *num.* 33. conſtitutis, colligitur per *num.* 34, vera Lunæ Diameter eſſe ad Diametrum Terræ, ut $26\frac{2}{7}$ ad 100. Quare ſi hæc proportio per quatuor terminos continuetur, erit ut d primus, nempè $26\frac{2}{7}$ ad quartum, ita Luna ad Terram. Ea vera proportio poſt abſolutum calculum reperietur, quæ eſt 1 ad 55.

d *per* 18. 12.

# CAPUT VII.

## Modus inveniendi Parallaxes Longitudinis & Latitudinis.

### NUMERUS XXXVIII.

***Definiuntur Parallaxes Longitudinis, & Latitudinis, item Parallaxes Aſcenſionis Rectæ, Declinationis, Diſtantiæ.***

SUppoſitis ijs quæ definita ſunt *lib. 1. num. 18, & lib. 3. num. 7.* circa Parallaxim Altitudinis, ab hac demum ad reliquas Parallaxium ſpecies progrediemur. Species autem ſunt iſtæ, *Parallaxis Altitudinis, Latitudinis, Longitudinis, Aſcenſionis Rectæ, Declinationis, Diſtantiæ*, ad quarum intelligentiam clariorem, duplex ſchema adhibeo, in quo

Meridianus ſit QZP, Polus Boreus A; Polus Zodiaci B; Zenith Z; Horizon Verus QP; Verticalis ZX; Ecliptica LH. Per B Polum Eclipticæ, & Zenith Z, ducatur circulus Maximus BZN; erit hic unus ex circulis Latitudinis; ſemicirculum verò Eclipticæ, qui ſuprà Horizontem extat, ſecabit [a] bifariam in O, in duos Quadrantes; quorum unus ad Orientem pertineat, alter ad Occidentem. Quadrans Orientalis exhibetur in *fig. 23.* eſtque HO: Occidentalem repræſentat *figura 24*, deſignaturque ijſdem litteris HO. His præmiſſis ſit

*Fig. 23. & 24.*

*a per Coroll. 1. nu. 71. lib. 2.*

DEFIN. 1. Sidus quodcumque dicitur eſſe in *Nonageſimo Gradu Eclipticæ* (nimirum ab Horizonte computato) cùm attingit circulum Latitudinis, ſeu Longitudinis, Verticalem BZON. Hic enim, (ut dixi) ſemicirculum Eclipticæ conſpicuum biſecat in O.

Sit deinde in circulo Verticali Verus aſtri locus in R, Viſus ſeu Apparens in F, adeoque Parallaxis Altitudinis ſit RF. Ab Eclipticæ Polo B, ducantur per locum Verum R, & Viſum F, Latitudinum circuli BRK, BFI, ſecantes Eclipticam in K, & I. In K terminatur Longitudo Vera ſideris, in I Viſa: ac proinde Longitudinis Veræ, & Viſæ differentia eſt KI. Latitudo autem Vera eſt RK, Latitudo Viſa FI.

2. *Parallaxis Longitudinis*, eſt differentia (KI) Longitudinis Veræ & Viſæ.

3. *Parallaxis Latitudinis*, eſt differentia Latitudinis Veræ RK, & Viſæ FI.

4. *Triangulum Parallacticum Solis aut Lunæ*; eſt quod tres Parallaxes, Altitudinis, Longitudinis & Latitudinis conſtituunt.

Locus Verus ſit R vel C, Viſus F vel D. Per F vel C ducatur arcus FS, vel CM, inter Latitudinum circulos BRK, BFI, vel BC, BMD, parallelus Eclipticæ LH; qui quoad ſenſum non differt ab arcu circuli Maximi, & æquali ipſi KI, ſeu GE, Longitudinum differentiæ, eò quòd in Lunâ & Sole dictus arcus FS, vel CM, non niſi modicè ab Eclipticâ diſtet. Triangulum igitur Parallacticum eſt RFS, ſeu CDM, cujus unum latus eſt RF, ſeu CD, Altitudinis Parallaxis; alterum FS (hoc eſt KI) vel CM (hoc eſt GE) Parallaxis Longitudinis; tertium RS, ſeu MD, Parallaxis Latitudinis, differentia videlicet Latitudinis Veræ KR & Viſæ IF, ſive Veræ ED & Viſæ GC, arcus enim IF, KS; item GC, EM ob parvitatem & propinquitatem cenſentur eſſe paralleli.

5. *Parallaxis Aſcenſionis Rectæ*, eſt differentia Aſcenſionis Veræ & Viſæ.

6. *Parallaxis Declinationis*, eſt differentia Declinationis Veræ & Viſæ.

Pro 5. & 6 def. explicatione, Horizon eſto QP; Zenith Z; Polus Boreus A; Æquator MN; Verticalis ZX; Syderis locus Verus R, Viſus F; Parallaxis Altitudinis RF; Sectio Verna O. Ex Polo A, per Verum locum R & Viſum F, tranſeant Declinationum circuli ARK, AFI. Igitur [a] Aſcenſio Vera eſt OK, Aſcenſio Viſa OI; & KI ipſarum differentia: hæc eſt Parallaxis Aſcenſionis Rectæ. Similiter [b] Declinatio Vera eſt RK, Declinatio Viſa eſt FI, ductoque arcu parallelo FS, ipſarum differentia eſt RS; hæc eſt Parallaxis Declinationis.

*Fig. 20.*

a *Def. 39. nu. 1. lib. 1.*
b *Def. 18. ibid.*

7. *Parallaxis Diſtantiæ*, eſt diſtantiæ Veræ Viſæque differentia.

Horizon ſit QP; Zenith Z; duo Sydera, C, & D; Verticales per ea ducti ZCM, ZDB; Syderum loca Viſa ſint M, N; Diſtantia Vera arcus DC, Diſtantia Viſa arcus MN, circuli uterque Maximi. Igitur diſtantiæ Veræ DC & Viſæ MN differentia eſt Parallaxis Diſtantiæ.

*Fig. 21.*

*Ex his facilè jam erit exponere ſpecies Refractionis, quæ totidem ſunt quot Parallaxium.*

### NUMERUS XXXIX.

***Affectiones primæ Parallaxium Longitudinis & Latitudinis, ac cæterarum.***

1. IN gradu Eclipticæ Nonageſimo Parallaxis Longitudinis evaneſcit.

Ecliptica ſit LH; Horizon QP; Polus Eclipticæ B; Zenith Z. A Polò Eclipticæ B, per Verticem Z ducatur circulus Longitudinis BZN. Hic biſecat [a] ſemicirculum Eclipticæ conſpicuum in O. Quoniam igitur Sydus ponitur eſſe in Nonageſimo Eclipticæ, erit in O, vel certè in [b] circulo Longitudinis Verticali BZN, putà in V. Sit ergo Verus ejus locus in V. Quoniam verò BZN eſt circulus & [m] Longitudinis & Altitudinis, in eo continget Parallaxis Altitudinis, putà VY, adeoque locus Verus V, & Viſus Y in uno Longitudinis circulo exiſtunt. Ergo nulla hoc caſu eſt Parallaxis Longitudinis, ad quam requiruntur duo Longitudinum circuli, quorum unus tranſeat per locum Verum, alter per Viſum.

*Fig. 23. 24.*

a *per Cor. 2. nu. 71. lib. 2.*
b *per def. 1.*
m *Def. 31. nu. 1. lib. 1.*

2. In gradu Eclipticæ Nonageſimo, una eademque eſt Altitudinis & Latitudinis Parallaxis.

Nam poſitis ijſdem quæ affectione 1, cùm circulus BZN ſit Altitudinis circulus, liquet VY eſſe Parallaxim Altitudinis; & cùm idem BZN etiam ſit [i] circulus Latitudinis, liquet VY eſſe differentiam Latitudinis veræ VO, & Viſæ YO, ac proinde VY etiam eſſe Parallaxim Latitudinis.

i *per def. 31. nu. 1. l. 1.*

3. In Nonageſimo gradu Æquatoris, ſive in Meridiano, nulla eſt Parallaxis Aſcenſionis Rectæ, & Parallaxis Declinationis eadem eſt quæ Altitudinis.

*In fig. 20* Meridianus ſit QZAN; Polus Boreus A; Æquator MN; Sectio Verna O; locus Syderis Verus V, Viſus Y. Quoniam Meridianus QAN eſt hic circulus non ſolùm Altitudinis, ſed etiam [o] Declinationis, liquet loci tam Viſi Y quàm Veri V, eamdem eſſe [d] Aſcenſionem Rectam OM; & VY eſſe Parallaxim Altitudinis ſimul & Declinationis ab Æquatore MN.

*Fig. 20.*

o *per def. 18. num. 1. lib. 1.*
d *per def. 39 num. 1. lib. 1.*

4. Cùm duo Sydera D, & N, ſunt in eodem Verticali ZB, Parallaxis diſtantiæ eadem eſt, quæ Altitudinis. Patet.

*Fig. 21.*

5. Syderis extra Nonageſimum Eclipticæ gradum poſiti, in Quadrante Orientali Longitudo Vera minor eſt Viſâ, ac proinde Parallaxis auget Longitudinem. At in Quadrante Occidentali Longitudo Vera major eſt Viſâ, adeoque Parallaxis Longitudinem minuit.

Fig. 23. 24. a Def. 31. nu. 1. lib. 1. b per Cor. 1. num. 71. lib. 2.

In *fig.* 23 & 24 ſit Horizon Q P; Vertex Z; Verticalis Z X; Ecliptica L H; Polus ejus B; circulus *a* Longitudinis per Verticem tranſiens, & Eclipticam *b* biſecans in O, ſit B Z O N, locus Verus Syderis in R; Viſus in F. Per R & F ducantur Longitudinum circuli B R K, B F I. Longitudo igitur Vera terminatur in K, Viſa in I: quæ puncta primò ſint in Quadrante Eclipticæ Orientali H O, *in fig.* 23. Quoniam igitur Longitudo numeratur ſecundùm ordinem Signorum ab Occaſu in Ortum, manifeſtum eſt Longitudinem (*in fig.* 23) numerari per L versùs O, ac proinde Longitudinem Veram terminatam in K, minorem eſſe Longitudine Viſâ terminatâ in I.

Sint deinde puncta K, & I in Quadrante Occidentali H O, *in fig.* 24. Rurſum igitur quia Longitudo numeratur ab Occaſu in Ortum, hoc eſt per H versùs O, liquet Longitudinem Veram terminatam in K, majorem eſſe Viſâ terminatâ in I.

6. Manentibus iiſdem: in Regionibus citra Tropicum Cancri, Parallaxis Latitudinis R S, minuit Latitudinem Veram Borealem R K: tunc enim Latitudo Viſa eſt S K.

Quod ſi Parallaxis Lat. æqualis eſt Latitudini Veræ Boreali, ita ut loco Vero exiſtente R. Viſus ſit T in ipsâ Eclipticâ, tunc Parallaxis Latitudinem perimit; ſi excedit, ita ut Vero loco exiſtente R, Viſus ſit ultra Eclipticam, putà in Ç, tunc Parallaxis tollit Borealem Latitudinem Veram R K, eamque mutat in Auſtralem Viſam C G.

Denique ſi Latitudo Vera fuerit Auſtralis ex. gr. C T, eam Parallaxis Lat. ſemper auget: Vero enim loco exiſtente in C, ultra Eclipticam versùs Auſtrum, locus Viſus, qui ſemper Vero humilior eſt, neceſſariò longiùs ab Eclipticâ versùs Auſtrum elongatur, putà in D; Inde Latitudo Viſa D T, ſemper excedet Veram C T, adeoque Parallaxis Lat. C D, Latitudinem Veram C T ſemper augebit.

7. Univerſim, ſi Parallaxis Altitudinis, & Latitudo Aſtri ad Polos oppoſitos tendant, Parallaxis Altitudinem vel minuet, vel tollet, vel transferet: ſi tendant ad Polum eumdem, Parallaxis Latitudinem ſemper augebit.

8. Parallaxis Altitudinis ſemper major eſt tam Parallaxi Longitudinis, quàm Parallaxi Latitudinis, cùm ab eâ differt.

o per num. 68. lib. 2.

Triangulum enim Parallacticum F S R ad S rectangulum *o* eſt, in eoque latus recto angulo oppoſitum eſt R F Parallaxis Altitudinis, Parallaxes autem Longitudinis S F, & Latitudinis R S opponuntur acutis. Ergo per 11 Clavij *de Tri. Sph.* R F Parallaxis Altitudinis cæteris major eſt.

## NUMERUS XL.

a Quid ea ſit vide l. 1. n. 1. def. 40.

### *Aſcenſionem a Rectam Medij Cæli ad datum tempus invenire.*

n vel ut tradam lib. 5. 45. independenter ab his. b Def. 39. nu. 1. lib. 1.

INveni tempus Diei, ſive diſtantiam Solis Æquatoriam à Meridiano *per num. 23 aut 24, eorumque Corollaria.* *n* Reperi deinde Aſcenſionem Rectam Solis, ſive diſtantiam *b* Solis Æquatoriam à Sectione Vernâ per *num.* 52. *lib.* 1. Huic deme diſtantiam Solis Æquatoriam à Meridiano, ſi Sol Matutinus eſt; adde verò, ſi Sol eſt Pomeridianus: prodibit Aſcenſio Recta Medij Cæli quæſita.

*Demonſtratio* patet ex definitionibus citatis.

## NUMERUS XLI.

### *Punctum Eclipticæ Culminans ad datum tempus invenire: hoc eſt, puncti Eclipticæ per Meridianum tranſeuntis Longitudinem, ſeu diſtantiam à principio ♈ ejuſque Altitudinem Meridianam invenire.*

Fig. 22.

MEridianus eſto F A E; Horizon M R; Vertex Z; Æquator F G, ejuſque Polus Boreus A, Ecliptica D E, ſecta à Meridiano in D. Igitur punctum Eclipticæ Culminans eſt D. Oporteat hujus diſtantiam ab initio ♈, ejuſque Altitudinem Meridianam D M invenire.

d Def. 5. num. 22. g per def. 4. n. 66. l. 2. i per nu. 52. lib. 1. f Ibid.

Sol eo tempore exiſtat in O, & à Polo A per O ducatur Declinationis Quadrans A P, erit F P diſtantia *d* Solis Æquatoria à Meridiano, quam notam fac per *num.* 23. *vel* 24 *eorumq; Corollaria*: vel, ut independenter ab his tradam *lib.* 5, *num.* 45. Sit verò F P primò minor Gradibus 90. Quoniam A Polus eſt Æquatoris F G, arcus F P *g* metitur angulum F A P. Cùm ergo F P notus ſit, etiam angulus F A P, ſeu D A O notus erit. Inquire deinde Declinationem *i* Solis ad tempus datum, quæ ſi eſt Borea, ut hic O P, eam aufer a Quadrante A P, & notum fiet latus A O. Præterea notus fiat *f* angulus D O A quem cum Eclipticâ D E facit Declinationis circulus A O P. Quoniam igitur in triangulo D A O nota ſunt latus A O, & duo anguli D A O, D O A, ex *x* his reperietur tam arcus D A, quàm arcus D O Eclipticæ à Sole O, ad punctum Eclipticæ Culminans D. Quare ſi nota *m* fiat Longitudo, ſeu diſtantia Solis ab initio ♈ ad datum tempus, etiam puncti Eclipticæ Culminantis D diſtantia ab initio ♈ nota erit, addendo videlicet arcum D O Longitudini Solis, ſi is Occidentalis eſt; vel demendo, ſi Orientalis. Tandem A Z complementum Altitudinis Poli A R, notæ per *nu.* 27. *l.* 1. aufer à noto jam arcu D A, & reſiduum Z D aufer à Quadrante Z M; remanebit D M Altitudo Meridiana puncti Culminantis D.

x per trigon. Sph. prob. 20. m per nu. 55. lib. 1.

n per def. n. 66 l. 2. o per ſch. n. 52. lib. 1. p per trig. Sph. probl. 20.

Sit deinde diſtantia Solis Æquatoria à Meridiano major Gradibus 90, arcus ex. gr. F N, Sole exiſtente in S, ductoque Declinationis arcu A N S. Tum verò utere triangulo S A E, quod ita reſolves. Arcus F N notus fiet, ut *ſupra* F P. Aufer F N à ſemicirculo F G: reſtabit N G notus: qui quia metitur angulum *n* N A G, ſeu S A E, etiam is notus erit. Angulus porrò Q S N notus fiet *o* ut *ſupra* D O A. Quare Q S N ablato à duobus rectis, ſeu Gradibus 180, notus erit reliquus N S E, ſeu A S E. Arcus autem A S, fit notus Declinatione Solis S N additâ Quadranti A N. Quoniam ergo in triangulo S A E, nota ſunt latus A S, & duo anguli S A E, A S E, ex *p* his reperietur tam arcus E A, quàm arcus Eclipticæ S E, à Sole S uſque ad imum Eclipticæ punctum E, tranſiens videlicet per imum Meridiani ſemicirculum. Quare cùm nota etiam ſit diſtantia Solis ab initio ♈, latere non poterit imi Eclipticæ puncti E diſtantia ab initio ♈, ac proinde nec puncti D Culminantis, utpotè diſtantis ab imo, Gradibus 180. Aufer tandem Poli Altitudinem A R, à noto jam arcu A E, remanebit R E depreſſio Meridiana imi Ecl. puncti E.

NU-

## NUMERUS XLII.

### *Punctum Eclipticæ ad datum tempus oriens & occidens, unà cum angulo Eclipticæ ac Horizontis invenire.*

*Fig. 22. a per num. præc. b per 68. lib. 2. c per 52. lib. 1. o Trigon. Sph. prob. 5. & 12.*

IIſdem poſitis, quæ *num præced.* reperi *a* puncti Eclipticæ Culminantis D diſtantiam ab ♈ initio, ejuſque Altitudinem Meridianam D M. Quia Meridianus MZE tranſit per Verticem Z, hoc eſt Polum Horizontis MR, angulus DMQ *b* rectus eſt in triangulo MDQ: in quo quia inſuper notum eſt latus MD, & angulus *c* MDQ, Meridiani cum Eclipticâ DE ex his *o* reperientur angulus DQM Eclipticæ & Horizontis, itemque arcus DQ: quem ſi addas diſtantiæ puncti Culminantis D ab initio ♈, prodibit punctum Eclipticæ oriens; ſi demas, occidens.

## NUMERUS XLIII.

### *Gradum Eclipticæ Nonageſimum, ejuſque ſitum reſpectu Meridiani invenire ad tempus datum.*

*Fig. 24. m per num. præc.*

MEridianus eſto PZQ, Horizon PQ; Vertex Z; Ecliptica L H, ejuſque Polus B. Inveniatur *m* puncti Eclipticæ H dato tempore occidentis diſtantia ab ♈ initio. Huic ſi addideris Gradus 90, habebis Nonageſimi O diſtantiam ab initio ♈.

*Fig. 23.*

Vel *in fig.* 23 inquire puncti Eclipticæ orientis H diſtantiam ab initio ♈, eique auſer Grad. 90: prodibit diſtantia Nonageſimi ab ♈ initio.

Inquiratur deinde ad tempus datum puncti Culminantis L Eclipticæ Longitudo, ſeu diſtantia ab ♈ initio. Si ea eſt æqualis Longitudini Gradus Eclipticæ Nonageſimi *ſuprà* inventi erit Nonageſimus in Meridiano; ſi major, Nonageſimus à Meridiano declinat in Occaſum; ſi minor, in Ortum.

## NUMERUS XLIV.

### *Altitudinem Nonageſimi, & diſtantiam à Vertice invenire ad tempus datum.*

*Fig. 24. vel 23. n per Cor. 1. n. 71. l. 2.*

SIt meridianus PZQ; Horizon PQ; Vertex Z; Ecliptica HL, ejuſque Polus B; Verticalis per B Polum Eclipticæ tranſiens BZN, qui cùm ſemicirculum Eclipticæ conſpicuum *n* biſecet in O, erit Nonageſimus Eclipticæ Gradus ab Horizonte in O, adeoque HO eſt Quadrans Eclipticæ. Oporteat igitur Nonageſimi Altitudinem NO, & à Vertice diſtantiam OZ invenire.

*a per n. 68. lib. 2. b per n. 42. p per trig. Sph. prob. 2.*

Quoniam Vertex Z eſt Polus Horizontis PQ, perque eum tranſit circulus Maximus Verticalis nempè ZN, angulus ZNH, ſive ONH, rectus *a* eſt. Inveni deinde *b* OHN angulum Eclipticæ & Horizontis. Cùm igitur in triangulo rectangulo HNO, nota ſint angulus OHN, & baſis HO, quæ ex hyp. eſt Grad. 90, ex his reperietur *p* NO Altitudo Nonageſimi; eâque demptâ à Quadrante NZ, remanebit OZ diſtantia Nonageſimi à Vertice.

## NUMERUS XLV.

### *Ad datum tempus reperire 1. Luminarium diſtantiam Veram à Vertice: 2. angulum in ipſorum centro, factum à Verticali & Eclipticâ: 3. angulum factum in Lunæ centro à Verticali & circulo Latitudinis.*

*Fig. 25.*

ESto Meridianus QZP; Horizon QP; Ecliptica LH; ejus Polus B; Polus Mundi Boreus A; Vertex Z; Verticalis per B Polum Eclipticæ tranſiens BZN, determinans *a* Eclipticæ Nonageſimum in O.

*a per Cor. 1. num. 71. lib. 2.*

§. 1. Sit primò Luminare (id eſt Sol vel Luna) extra Nonageſimum in Eclipticâ in C. Ducatur arcus Latitudinis, ſeu Longitudinis BC, & Verticalis ZCG. Nota fiat Longitudo *b* Nonageſimi O, & Longitudo Luminaris *c* C: ita nota erit Longitudinum differentia OC. Inveniatur item *n* OZ diſtantia Nonageſimi à Vertice. Triangulum porrò *o* ZOC ad O rectangulum eſt: in quo quia nota ſunt latera CO, OZ, ex his reperietur *d* CZ diſtantia Luminaris à Vertice, & angulus *o* OCZ Verticalis & Eclipticæ; quo dempto ab angulo OCB, qui *i* rectus eſt, remanet ZCB angulus Verticalis & circuli Latitudinis notus.

*b per n. 43. c per n. 55. lib. 1. vel per nu. 46, aut 47. l. 2. n per n. 44. o per n. 68. lib. 2. d per trig. Sph. prob. 7. o Ibid. probl. 11. i per cor. 1. n. 71. lib 2. k per num. 65. lib. 2.*

§. 2. Sit deinde Luna in D, extra Nonageſimum cum Latitudine Boreâ: ducanturque arcus Latitudinis BDC; & Verticalis ZDK. Ex D loco Lunæ in Zodiaco, noto per *nu.* 46, *vel* 47. *l.* 2, notus *k* fiat C Lunæ locus in Eclipticâ, ſive Longitudo puncti C: ſic enim ut priùs §. 1. in triangulo OZC, reperientur latus CZ, & angulus OCZ, ejuſque complementum ZCB, ſeu ZCD. Quoniam ergo in triangulo CZD, nota ſunt latus CZ, & latus CD, Latitudo Lunæ (quæ innoteſcit per *num.* 63. *vel* 64. *l.* 2.) unà cum angulo ZCD, ex his *r* reperietur DZ diſtantia Lunæ à Vertice, & angulus ZDC: quo ſublato à duobus rectis, notus fiet ZDB, ſive CDK angulus Verticalis ZD & circuli Latitudinis BC.

*r per trig. Sph. probl. 19.*

§. 3. Quod ſi Luna ſit in E, cum Latitudine Auſtrali, ducantur arcus ZEF, ZCG Verticales, & BCE Latitudinis. Latus CZ, & angulus ZCB nota fient, ut §. 2. Tum angulo ZCB dempto à duobus rectis, notus erit ECZ: Cùm igitur in triangulo EZC nota ſint latera CZ, & EC, latitudo Lunæ, cum angulo ECZ, ex his *ſ* reperies EZ diſtantiam Lunæ à Vertice, & angulum ZEC factum à Verticali ZE, & Latitudinis circulo DE.

*ſ per trig. Sph. probl. 19.*

§. 4. Tandem, ſi Luna ſit in Nonageſimo cum Latitudine Boreâ OR, vel Auſtrinâ OM, nota fiat *t* OZ diſtantia Nonageſimi à Vertice; cui deme Latitudinem Boream, & prodibit RZ, vel adde Latitudinem Auſtrinam, & prodibit MZ diſtantia Lunæ à vertice. Quod ſi Luminare ſit in ipſo Nonageſimo O, abſque ullâ Latitudine, tunc Nonageſimi & Luminaris eadem erit à Vertice diſtantia OZ.

*t per n. 44.*

### *Corollarium.*

Tria illa quæ hoc Numero inventa ſunt in Lunâ & Sole, reperientur eodem modo in quovis Sydere, cujus nota ſit Longitudo & Latitudo ad tempus datum.

## NUMERUS XLVI.

### *Ad datum Luminarium Parallaxes Longitudinis & Latitudinis invenire.*

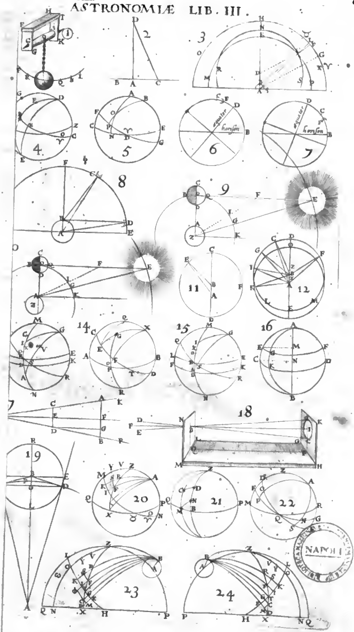
*Fig. 23. vel 24.*

CAſus 1. Iiſdem poſitis quæ *n.* 38. exiſtat Luna in Verticalis ZX puncto R, ſed appareat in F. Ex B Polo Eclipticæ ducantur circuli Longitudinis, ſeu Latitudinis BRK, BFI, & ab F loco Viſo, ſit arcus FS, parallelus Eclipticæ LH, qui ob modicam Lunæ diſtantiam ab Eclipticâ cenſetur æqualis & ſimilis eſſe arcui IK. Triangulum *o* igitur Parallacticum eſt RSF rectangulum ad S (nam angulus *a* BKI, adeoque & RSF, rectus eſt), cujus baſis RF, eſt Parallaxis Altitudinis, latus alterum SF, ſeu KI, Parallaxis Longitudinis, tertium RS Parallaxis Latitudinis. Vide *def.* 2. 3. 4. *num.* 38.

*o Def. 4. num. 38. a per n. 68. lib. 2.*

Ana-

Digitized by Google




NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

Analyſim porrò hujus trianguli ſic inſtitue. Inquire *b* R Z diſtantiam Veram Lunæ à Vertice unà cum angulo Z R B, ſeu S R F, à Verticali Z X, & circulo Latitudinis B R K in centro Lunæ conſtituto. Reperi deinde *c* Parallaxim Altitudinis R F, Verticali diſtantiæ R Z congruentem. Quoniam igitur in triangulo rectangulo F S R, nota ſunt latus R F, & angulus S R F, & his innoteſcent *d* S F, ſeu K I Parallaxis Longitudinis, & R S Parallaxis Latitudinis.

*b per n.45.*
*c per n. 14.*
*d per probl. 2. cap. 3. Geom. prac vel trigon Sph. prob. 2. & 14.*

Quia verò Solis & Lunæ Parallactica triangula ſunt valdè parva, non erit opus recurrere ad Trigonometriam Sphæricam, ſed ſatis erit ea reſolvere ut rectilinea.

*Ex hoc caſu ſolutio reliquorum vel ſolâ inſpectione figuræ, nullo negotio colligitur.* Nam

*Caſ.* 2. ſi Lunæ locus Verus eſt in C, ultrà Eclipticam ad Polum alterum, ſed Viſus in D, Parallacticum triangulum erit C M D, rectangulum ad M, ſolveturque ut caſ. 1.

*Caſ.* 3. ſi Lunæ locus Verus ſit in F, ſed Viſus in T, in ipſâ Eclipticâ Parallacticum triangulum erit F I T, rectangulum ad I, ſolveturque ut caſu 1.

*Caſ.* 4. Si Verus Lunæ locus ad unam ſit Eclipticæ partem in F, Viſus ad alteram in C, tunc ducto arcu parallelo C $\phi$ & more ſolito arcubus Latitudinis B F I $\phi$, B G C, triangulum Parallacticum erit F $\phi$ C, rectangulum ad $\phi$: quo, ut caſ. 1. docui, reſoluto, innoteſcet $\phi$ C, ſeu I G Parallaxis Longitudinis, & latus F $\phi$; à quo ſi demas F I Latitudinem Lunæ, quæ nota ſit per *num.* 63, *vel* 64. *l.* 2. nota erit I $\phi$, ſeu G C Parallaxis Latitudinis.

*Caſ.* 5. Poſtremò ſi Luna vel Sol ſit in ipſâ Eclipticâ, putà in T, ſed locus Viſus in C, tum triangulum Parallacticum erit T G C, rectangulum ad G, in quo *x* quærendus eſt non angulus T C G, ſed C T G, ſeu Z T O, factus à Verticali, & Eclipticâ; tum reliqua analyſis ut caſu 1.

*x per n.45.*

*Aliter.*

*Fig.* 26.
*i per n.45.*
*k per n.14.*
*m per nu. 68. lib. 2.*
*n per n.63, & 64. l.2*
*e per probl. 3. c. 3. Geo. prac. vel trig. Sph. pro. 9. 12. 5.*
*o per n. 68. lib. 2.*
*f per prob. 2. cap. 3. Geom. prac. vel trig. Sph. prob. 14. & 2.*

Iiſdem poſitis

*Caſ.* 1. Lunæ Verus locus ſit in Verticalis puncto R, Viſus in F: ducanturque Latitudinis arcus B R K, B F I.

Inquire *i* angulum Z R B, ſeu K R T Verticalis, & circuli Latitudinis unà cum R Z diſtantiâ Lunæ à vertice, cum quâ reperi Parallaxim *k* Altitudinis R F. Quoniam igitur in trigono R K T, quod ad *m* K rectangulum eſt, nota ſunt angulus K R T, & latus R K Vera Latitudo *n* Lunæ, ex his *e* reperientur K T, R T, cum angulo K T R. Aufer Longitudinis Parallaxim R F jam notam, à noto arcu R T: & notus erit arcus F T. Cùm ergo in trigono F I T rectangulo *o* ad I, nota ſint latus F T, & angulus K T R, ſeu I T F, ex his *f* reperies I T & F I. Quare ſi I T auferas à K T jam noto, prodibit K I Parallaxis Longitudinis; & ſi F I Latitudinem Viſam jam notam demas ab R K Latitudine Verâ etiam notâ, prodibit Parallaxis Latitudinis.

*Caſ.* 2. Si Verus Lunæ locus ſit in C, ad partem alteram Eclipticæ, Viſus autem in D; ducantur Latitudinis arcus B G C, B E D, & procedatur ut in caſu 1.

*Caſ.* 3. Idem eſt qui in modo primo, eodemque modo ſolvitur.

*y Vide aſſect. 6. n. 39*
*p per n. 68. lib. 2.*
*q per n. 63. & 64. l. 2.*
*r per n.45.*

*Caſ.* 4. Sit Verus Lunæ locus in F, ad unam partem Eclipticæ, Viſus in C, ad alteram. Ductis arcubus Latitudinis B F I, B G C, Parallaxis Longitudinis erit I G, Latitudinis *y* C G.

In trigonò F I T, rectangulo *p* ad I, nota eſt *q* Latitudo Lunæ Vera F I, & angulus *r* Z F B, ſeu I F T: ex quibus *a* innoteſcent I T & F T, cum angulo I T F, ſeu G T C. Aufer F T à Parallaxi Altitudinis F C (quæ ad diſtantiam à Vertice F Z notam per *num.* 45. reperietur per *num.* 14); eritque arcus T C notus. In triangulo igitur T G C, rectangulo *ſ* ad G, quia nota ſunt latus T C, & angulus G T C, ex his *b* reperietur C G Parallaxis Latitudinis, & arcus G T; qui additus arcui I T jam noto *ſupra*, dabit I G Parallaxim Longitudinis.

*a per prob. 3. c. 3 Geo. prac. vel trig. Sph. prob. 10. 3. 6.*
*ſ per n 68. lib. 2.*
*b per prob. 2. c. 3. Geo. pract. vel trig. Sph. prob. 2. & l. 14.*

*Caſ.* 5. idem eſt qui in Modo primo, & eodem modo ſolvitur.



*Corollarium.*

1. Per hunc modum reperientur Parallaxes in Longitudinem & Latitudinem cujuſvis Syderis, quantumvis ab Eclipticâ remoti, ſi ejus Longitudo & Latitudo ſint notæ. Unde modus hic poſterior priore univerſalior eſt. Ratio eſt, quia non utitur arcubus parvis Eclipticæ parallelis, qui non ſunt arcus Maximorum circulorum, ac proinde pro talibus aſſumi non debent, niſi modicè ab Eclipticâ diſtent.

2. Quemadmodum ex Parallaxi Longitudinis per ea, quæ hoc capite tradidimus, deductæ ſunt Parallaxes Longitudinis, & Latitudinis; ita ex Refractione Altitudinis inventâ *c.* 4 eàdem planè methodo atque ordine, Refractiones tam Solis quàm Lunæ in Longitudinem & Latitudinem reperientur.

*Scholium.*

*Refractio Solis tam Longitudinis quàm Latitudinis, Simplex, ſive pura (ſeclusâ videlicet Parallaxi) modo jam indicato inventa, eſt independens ab omni motu Lunæ. Ad eam quippe reperiendã concurrunt primum Refractio Solis Simplex in Altitudinis circulo, quæ independenter ab omni motu Lunæ reperta fuit* nu. 26 & 27, *ut ibidem* in Scholijs *annotavimus; deinde ea quæ hoc* c. 7. *deducta ſunt; quæ ipſa quoq́, quantum ad Solem pertinent à Lunæ Motibus unſquam dependent. Viſum id eſt hoc etiam loco annotare, ut appareat, cùm in conſtituendis Lunæ Motibus, Solis Refractione Simplici in Longitudinem o uſi fuimus, nequaquã vitioſum circulum, quod in ratiocinijs Aſtronomicis nimis eſt quam proclive, commiſſum fuiſſe.* o *Num.* 41. *l.* 2.

## NUMERUS XLVII.

*Parallaxim Longitudinis Lunæ à Sole in ☌ invenire ad tempus datum.*

PArallaxis Lunæ in ☌ ſemper major eſt Parallaxi Solis. Quare ſi per ea quæ jam tradidimus, reperiantur Parallaxes tam Solis quàm Lunæ, & à Lunari auferatur Solaris, prodibit Parallaxis Lunæ à Sole. Res clarior fiet ex ſchemate.

Iiſdẽ poſitis, quæ *nu. præcedenti*, tempore ☌ ſit Verus Lunæ locus in R, per quem tranſeat circulus Latitudinis, ſeu Longitudinis B R K, ſecans Eclipticam L H, in K. Quoniam ex hyp. eſt ☌, adeoq; loca Vera Solis & Lunæ Longitudine conveniunt, liquet Verum Solis locum eſſe in K: per quẽ ducatur Verticalis Z K N, in quo Parallaxis Solis in Altitudinem ſit K N, adeoq; Viſus Solis locus ſit in N. Per N ducatur Longitudinis circulus B N, ſecans Eclipticam in O, Arcus igitur K O, eſt Parallaxis Solis in Longitudinem. Parallaxis Lunæ in circulo Altitudinis ſit R F, adeoq; Viſus ejus locus ſit F: per quem ducatur circulus Longitudinis B F, occurrens Eclipticæ in I. Arcus igitur K I eſt Parallaxis Lunæ in Longitudinem, quæ ſemper major eſt Parallaxi Solari Longitudinis K O. Utriuſque differentia O I, eſt Parallaxis Longitudinis Lunæ à Sole: quæ proinde nota erit, ſi Parallaxes Longitudinis Lunæ K I, & Solis K O, fuerint inventæ. *Fig.* 26.

*FINIS LIBRI TERTII.*

# ASTRONOMIÆ
## LIBER QUARTUS.
# DE LUNÆ ET SOLIS ECLIPSI.

OPus Aſtronomiæ præcipuum eſt Defectuum Solis ac Lunæ prædictio; ex quo ſua potiſſimùm huic ſcientiæ apud homines conſtat admiratio, & fides. Subtile negotium, & obſcurum: ſed evaneſcet obſcuritas, ſi ordo legitimus ſcientiæ teneatur. Fundamenta jam ſtrata libris prioribus. Per hæc volentem diſcere Lectorem, ad arcani pulcherrimi cognitionem, ordinis ubique memor & brevitatis, Deo juvante, deducam.

## CAPUT PRIMUM.

### Quo artificio Vera Novilunia, & Plenilunia, tam præterita quàm futura inveniantur.

QUæ ad definitiones pertinent, jam ferè præmiſimus *lib.* 2. *num.* 20. Eorum hîc renovanda memoria eſt, ut pede inoffenſo progredi porrò liceat.

### NUMERUS PRIMUS.

*Medium ☌, & ☍ dato tempori proximum, & ex eo omnia tam antecedentia, quàm conſequentia invenire.*

*Fig. 6.* *o Per nu. 58. l. 1.* *a Per nu. 37. l. 2.* INveni ad tempus (ſed *o* æquatum) motum *a* Medium Lunæ à Sole: Si is eſt Grad. 360, ad datum tempus erit ☌ Medium, ſive Synodus Media: Si minor eſt Gradibus 360, arcus ex. gr. G R I 154. Grad. eum aufer à Grad. 360; ita notus erit arcus reſiduus I S G Grad. 206, qui à momento dato percurrendus Lunæ reſtat, ut Solem aſſequatur. Tum ita ratiocinare: Luna motu Medio à Sole percurrit *b* Grad. 12. 11'. 26''. 41'''. 26''''. 29'''''. 40'''''', Die uno: igitur Gradus 206, quot Diebus abſolvet? Per Reg. prop. prodibit tempus, quod additum tempori dato, exhibebit tempus ☌ Medij proximè datum tempus ſubſequentis. *b Per nu. 34. l. 2.*

Deinde Menſis Medij Synodici, qui eſt *c* D. 29. H. 12. 44'. 3''. 10''', accipe ſemiſſem, quam adde tempori jam inventi ☌ Medij: prodibit tempus ☍ Medij proximè ſubſequentis. Quod ſi eandem ſemiſſem addideris ad tempus hujus ☍ Medij jam inventi; alterum prodibit ☌ Medium proximè ſubſequens. Atque ita continuâ ſemiſſeos Medij Synodici Menſis additione omnia Media ☌, & ☍ futura reperies. Quod ſi eadem ſemiſſis à tempore noto unius Medij ☌ perpetuò ſubtrahas, prodibunt omnia ☌ & ☍ Media præterita. *c Per nu. 34. l. 2.*

*Corollarium.*

Non aliter ad tempus datum reperiemus tempus Quadraturæ Mediæ, aut alterius cujuſcumque phaſeos Mediæ.

### NUMERUS II.

*Ad datum tempus motum Verum Horarium tam Lunæ quàm Solis, & motum Verum Horarium Lunæ à Sole invenire.*

UNum jam modum tradidi ſuprà *num.* 32. *lib.* 3. cùm de Apparente Diametro Lunæ agerem.

Modus alter ſic habet. Inveni ad tempus datum Luminaris motum *a* Verum. Deinde ad momentum, unâ Horâ momentum datum antecedens vel ſubſequens, iterum reperi Luminaris motum Verum. Horum motuum differentia, erit motus Horarius Verus Luminaris exactè. *a Solis, per num. 55. l. 1. Lunæ, per nu. 46. vel 47. l. 2. extra Syzyg. ſed per num 40. in Syzyg.*

Tertius modus, qui ad Tabulas motus Horarij conficiendas cæteris expeditior, eſt talis. Ecliptica vel Zodiacus eſto D Q F, ejuſque centrum A: Eccentricus Luminaris C R G S, ejuſque centrum B: linea Apogei D C B A G F: Anomalia Luminaris ad datum tempus, C O: linea motus Veri A O K: linea motus Anomaliæ B O: linea motus Medij A Q: Æquatio K Q: Anomalia uno gradu à priori differens, C N: linea motus Veri A N E: linea motus Anomaliæ B N: linea motus Medij A P: Æquatio *Fig. 1.*

EP.

E P. Puncta demùm, ad quæ maximæ Æquationes contingunt, ſint R. S. His ita conſtitutis

Inquire ad tempus datum Luminaris Anomaliam C O, Solis quidem per *num.* 55. *l.* 1, Lunæ verò in Syzygijs per *num.* 27. *l.* 2, extra Syzygias per *num.* 46, *vel* 47. *l.* 2. Tum Anomaliæ C O convenientem reperi Æquationem K Q, Solis per *num.* 40. *l.* 1, Lunæ in Syzygijs per *num.* 39. *l.* 2, extra Syzygias per *num.* 46, *vel* 47. *l.* 2. Similiter Anomaliæ C N uno Gradu differenti debitam inveni Æquationem E P. Fiat deinde, ut Luminaris motus Medius O N Gradus unius, hoc eſt ut 60 Min. ad differentiam Æquationum K Q, E P; ita Luminaris motus Medius Horarius (qui notus eſt per *num.* 36. *l.* 1, *&* per *num.* 34. *l.* 2.) ad Quartum. Hoc additum vel demptum motui Medio Horario, dabit motum Horarium Verum ad tempus datum. Demi porrò debet, ſi Anomaliæ C O, C N, ſint minores Anomaliâ C R, aut majores Anomaliâ C R S; addi verò, ſi Anomaliæ C *n*, C *o* ſint majores Anomaliâ C R, & minores Anomaliâ

*a per corol. n.* 40. *l.* 1. *b per corol. n.* 39. *l.* 2. *c per corol. n.* 41. *l.* 2.

C R S. Anomalia porrò C R in Sole eſt *a* Grad. 91. 59′, C R S Grad. 268. 1′. In Lunâ tempore Syzyg. C R eſt *b* Grad. 95. 1′, C R S Grad. 264. 59′; tempore Quadr. C R *c* eſt Grad. 97. 30′, C R S Grad. 262. 30′.

Hanc verò conſtructionem ita demonſtro. Cùm A O K, A N E ſint lineæ Veri motus ex centro Zodiaci A ductæ, manifeſtum eſt E K eſſe motum Verum, motui Medio N O Gradus unius ad datum tempus reſpondentem. Ut autem N O motus Medius unius Gradus, ſive 60 Minutorum ſe habet ad E K motum Verum ſibi dato tempore reſpondentem, ita Medius motus Horarius, ex. gr. Lunæ Grad. 0.32′.56″.27‴. &c. ſe habet ad motum Horarium Verum ſibi dato tempore reſpondentem. Ergo etiam ut motus Medius O N 60 Min. ad ſuam differentiam à motu Vero E K, ita Medius motus Horarius ex. gr. Grad. 0.32′.56″.27‴. &c. eſt ad differentiam ſuam à motu Vero Horario, Quare ſi nota fiat differentia motus Medij N O, & Veri O K, etiam per prop. Reg. nota erit differentia motus Horarij Medij, & Veri ad tempus datum. Differentia porrò ipſorum N O, E K, eadem eſt quæ Æquationum K Q, E P; quòd ſic oſtendo. Arcus C O, D Q ſimiles *d* ſunt, itemque C N, D P. Ergo etiam reliqui N O, P Q ſunt ſimiles. Ergo etiam arcus Q P, eſt motus Medius O N unius Gradus, ſeu 60 Min. Atqui differentia arcuum Q P, E K, eadem eſt quæ Æquationum Q K, E P. Ergo etiam ipſorum O N, E K, eadem eſt differentia, quæ Æquationum Q K, E P. Sive igitur faciam (quod in conſtructione præſcribitur) ut eſt O N motus Medius 60 Minutorum ad Æquationum K Q, E P, differentiam, ita motum Medium Horarium ex. grat. Grad. 0.32′.56″. &c. ad Quartum: ſive faciam, ut eſt O N motus Medius 60 Min. ad differentiam ſuam à motu Vero E K ſibi reſpondente, ita motum Medium Horarium ex. grat. Grad. 0.32′.56″. &c ad Quartum: utrumlibet fecero, idem Quartum prodibit. Atqui faciendo poſterius, oſtendi *ſuprà* provenire differentiam motus Horarij Medij à Vero. Ergo etiam faciendo prius, quod nempè in conſtr. fuerat præſcriptum, proveniet differentia Horarij motus Medij à Vero. Reliquum eſt, ut inventæ differentiæ additio, & ſubtractio præſcripta demonſtretur. Cùm Anomaliæ C O, C N minores ſint, quàm C R, Æquatio Q K major *o* eſt Æquatione E P. Ergo dempto communi P K, etiam Q R, major eſt quàm E K. Atqui (ut jam oſtendi) Q P eſt motus Medius 60 Min. Ergo etiam motus Medius 60 Min. eſt major motu Vero E K, ſibi reſpondente. Sed ut Q K, ſeu O N, Medius motus 60 Min. eſt ad K E motum Verum ſibi reſpondentem, ita eſt motus Horarius Medius ad Horarium Verum ſibi reſpondentem. Ergo etiam motus Horarius Medius, major eſt motu Horario Vero, quando nempè Anomaliæ C O, C N ſunt minores, quàm C R, aut majores quàm C R S. Ergo tum motus Horarij Medij, & Veri differentia, à Medio auferenda eſt ut habeatur Horarius Verus. Contra ſi Anomaliæ C *n*, C *o* ſint majores quàm C R, & minores quàm C R S, tunc Æquatio *q k*, minor *p* eſt Æquatione *e p*, demptoque *k p* communi etiam *q p*, ſeu *o n* motus Medius, minor eſt *e k* motu Vero: unde etiam motus Hor. Medius minor eſt Hor. Vero. Ergo tunc differentia Horarij Medij, & Veri addenda eſt Medio, ut Hor. Verus proveniat. Ita omnes conſtructionis partes ſunt demonſtratæ, quod erat deſideratum.

*d per prop.* 2. *num.* 25. *lib.* 1. *o per prop.* 9. *num.* 25. *lib.* 1. *p per eand.*



Invento hunc in modum Horario motu Verò Lunæ, & Solis ad tempus datum, etiam

***Motus Verus Horarius Lunæ à Sole***

ad idem tempus obtinebitur, ſi Horarius Solis ab Horario Lunæ auferatur.

MOTUS VERUS HORARIUS SOLIS

| | | Apogei | | Perigei | |
|---|---|---|---|---|---|
| eſt | *Tychoni* | 2′. | 23″. | 2′. | 33″. |
| | *Ricciolo* | 2. | 23. | 2. | 24. |

VERUS MOTUS HORARIUS LUNÆ IN ☌ ET ☍,

| | | *Lu. Ap.* | | *Lu. Per.* | | *Lu. Ap. à Sole.* | | *Lu. Per. à Sole.* | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | ′ | ″ | ′ | ″ | ′ | ″ | ′ | ″ |
| eſt | *Tych.* | 30. | 11. | 35. | 52. | 27. | 38. | 33. | 29. |
| | *Ricc.* | 29. | 20. | 35. | 30. | 26. | 46. | 33. | 7. |

*Sex Numeris ſequentibus exponuntur Regulæ ſex, ex quibus cognoſcitur an & quantùm Vera Syzygia Mediam ſequatur vel præcedat.*

## NUMERUS III.

***Si tempore Mediæ Syzygiæ Luminarium ambæ Æquationes ſint Ablativæ, & Lunæ major quàm Solis; Syzygia Vera ſequitur Mediam, & Æquationum differentia eſt Vera diſtantia Luminarium.***

§. 1. PRo ☌ inſpice *Fig.* 5. in qua Zodiacus eſto R G S, ejuſque centrum A; Eccentricus Solis M D N, ejuſque centrum B, & linea Apogei M N; Eccentricus Lunæ P F Q, ejuſque centrum C, & Apogei linea P Q. *Fig.* 5.

Quia ex hyp. Luminarium ambæ Proſthaphæreſes ſunt Ablativæ tempore Medij ☌ dati, utraque erunt *a* in primis Anomaliarum ſuarum Semicirculis M D N, P F Q, Sol in D ex. gr. Luna in F. Ducantur lineæ Anomaliſticæ C F, B D. Quia ſupponitur eſſe tempus ☌ Medij, tunc autem Media Longitudo Solis, & Lunæ eſt una, ex. gr. S V G, & unus utriuſque locus Medius G, ut patet ex *defin.* 12, *&* 14. *num.* 20. *l.* 2, liquet A G lineam motus Medij, neceſſariò jam eſſe Soli ac Lunæ communem; & quia per *defin.* 13. *num.* 24. *l.* 1. linea motus Medij, & linea Anomaliſtica æquidiſtant, liquet ambas C F, B D ipſi A G, adeoque & inter ſe eſſe parallelas. Demùm lineæ motus

*a Propr.* 6. *nu.* 25. *l.* 1.

tus Veri ſint A D E, A F K, determinantes Longitudinem Veram Solis quidem S V E, Lunæ verò SVK, locaque Vera Solis E, Lunæ K. Igitur Æquatio Solis eſt E G, Lunæ K C, major ex hyp. quàm Solis, & Æquationum differentia eſt K E, ipſa nempè Luminarium diſtantia Vera in Zodiaco. Ordo autem Signorum ſit ab S per V.

His ita conſtitutis, manifeſtum eſt Longitudinem Lunæ Veram S V K, minorem eſſe Longitudine Verâ Solis S V E, quo tempore ☌ Medium jam contingit in G; ac proinde Lunam E loco ſuo Vero K nondum aſſecutam eſſe locum Solis Verum E, quando loca utriuſque Media jam ſunt unita in G; ſed reſtare adhuc Lunæ percurrendam motu Vero Æquationum differentiam K E, ut Soli quoad locum Verum uniatur. Hoc igitur caſu ☌ Verum fit poſt ☌ Medium, & Luminarium diſtantia eſt Æquationum differentia.

Fig. 6. §. 2. Pro ☍ inſpice *Fig.* 6, in quâ, ut priùs, eſto Zodiacus R G S, ejuſque centrum A: Eccentricus Solis M D N, ejuſque centrum B, & Apogei linea M N: Eccentricus Lunæ P F Q, ejuſque centrum C, & Apogei linea P Q. Et quia ſupponitur Æquationes Luminarium eſſe Ablativas, utraque erunt *a* rurſum in Anomaliæ ſuæ primo ſemicirculo: Sol in D, Luna in F. Ducantur lineæ Anomaliſticæ B D, C F, & lineæ motus Medij A G, A I, quæ, quòd ſupponatur eſſe tempus ☍ Medij, ſibi mutuò erunt *b* indirectum, aut certè in eodem plano Longitudinis circuli, ac proinde I eſt locus Oppoſitionis Mediæ. G igitur eſt locus Medius Solis; I locus Medius Lunæ; S V G Longitudo Media Solis; S V G I Longitudo Media Lunæ, Opppoſitio Media in I, ductiſque lineis motus Veri A D E, A F K, Longitudo Solis Vera eſt S V E; Longitudo Lunæ Vera S V K. Demùm lineâ E D A Veri motus Solis productâ in O, punctum Oppoſitionis Veræ erit in O; Æquatio autem Solis eſt E G, ſive O I; Æquatio Lunæ K I ex hyp. major quàm Solis; Æquationum differentia K O, ipſa videlicet diſtantia Veri loci Lunæ à puncto O Oppoſitionis Veræ. Ordo autem Signorum porrigatur ab S versùs V.

*a Propr.6. nu.25.l.2.*

*b per defin. 13,& 14.*

His ita conſtitutis, liquet Longitudinem Lunæ Veram S V K, minorem eſſe Longitudine S V O puncti Oppoſitionis Veræ. Quare quando, juxta hypotheſim, locus Lunæ Medius punctum Mediæ Oppoſitionis attigit in I, tunc Luna F loco ſuo Vero K nondum pervenit ad Veræ Oppoſitionis punctum O; ſed ab eo adhuc diſtat Æquationum differentia K O.

## NUMERUS IV.

***Si tempore Media Syzygia Luminarium amba Proſthaphareſes ſint Ablativa, ſed Luna minor quàm Solis, Vera Syzygia pracedit Mediam, & Luminarium diſtantia eſt differentia Proſthaphareſium.***

Fig. 5. PRo ☌ inſpice *Fig.* 5. in quâ Medium ☌ fit in G, congruentibus ibidem locis Medijs Lunæ ac Solis: locus autem Solis Verus ſit in E; Æquatio Solis E G. Si jam Æquatio Lunæ ſit minor quàm Solis, ex. gr. G X, & Ablativa utraque, erit Longitudo Lunæ Vera S V X major Solis Longitudine Verâ S V E. Quare, cùm ☌ Medium celebratur in G unitis ibidem locis Medijs Solis, & Lunæ, locus Lunæ Verus X jam prætervectus eſt locum Solis Verum E, Æquationum differentiâ E X.

Pro ☍ inſpice *Fig.* 6. in quâ punctum Oppoſitionis Veræ eſt O, Mediæ I, æquatio Solis E G, ſive O I Ablativa. Si ergo, quo tempore ☍ Medium celebratur in I, convenientibus ibidem loco Lunæ Medio, & puncto Oppoſitionis Mediæ, Æquatio Lunæ etiam ſit Ablativa, & minor quàm Solis ex. gr. I X, liquet Longitudinem Lunæ Veram fore S V X majorem Longitudine S V O puncti O Veræ Oppoſitionis. Ergo, cùm ☌ Medium celebratur in I, Vera Oppoſitio, ſeu ☍ Verum jam præceſſit, loco Lunæ Vero X jam promoto ultrà O punctum Oppoſitionis Veræ, totâ Æquationum differentiâ O X.

## NUMERUS V.

***Si tempore Media Syzygia Luminarium Æquationes amba ſint Additiva, & Luna major quàm Solis, Syzygia Vera fit ante Mediam, & Luminarium diſtantia eſt differentia Æquationum.***

PRo ☌ inſpice *Fig.* 13. *lib.* 2. In quâ conſtruantur, & ponantur eadem omnia, quæ *ſupra num.* 3. §. 1, hoc uno dempto, quod propter Æquationes Additivas, Luminaria *a* jam ſint in ſecundo Anomaliæ ſemicirculo. Quoniam igitur Æquatio Lunæ G K major eſt Æquatione Solis G E, quo tempore ☌ Medium fit in G, convenientibus ibidem locis Medijs Lunæ ac Solis, patet Longitudinem Lunæ Veram S V K majorem eſſe Longitudine Verâ Solis S V E, ac proinde jam præceſſiſſe ☌ ſeu Synodum Veram, loco Lunæ Vero K jam prætervecto locum Verum Solis E, differentiâ Æquationum E K.

*Fig. 13. Lib. 2.*

*a Propr.6. nu.25.l.2.*

Pro ☍ inſpice *Fig.* 14. *lib.* 2. in quâ conſtruantur eadem quæ *num.* 3. §.2, hoc dempto quod ob Æquationes Adjectivas, Luminaria jam *q* ſint in ſecundo Anomaliæ ſemicirculo. Punctum Oppoſitionis Veræ eſt O, Mediæ I, Æquatio Solis E G, ſeu O I, Lunæ K I major quàm Solis. Igitur Longitudo Vera Lunæ S V K, major eſt Longitudine S V O puncti Veræ Oppoſitionis O. Ergo, quo tempore fit ☍, ſeu Oppoſitio Media in I, unito ibidem loco Lunæ Medio cum puncto Oppoſitionis Mediæ, Luna F loco ſuo Vero K jam prætervecta eſt Oppoſitionis Veræ punctum O, intervallo O K, quod eſt Proſthaphæreſium differentia.

*Fig. 14. Lib. 2.*

*q Ibid.*

## NUMERUS VI.

***Si tempore Syzygia Media Luminarium Æquationes amba ſint Additiva, ſed Luna minor quàm Solis, Vera Syzygia ſit poſt Mediam, & Luminarium diſtantia eſt Proſthaphareſium differentia.***

PRo ☌ inſpice *Fig.* 13. *l.* 2. in quâ ☌ Medium fit in G, locus Verus Solis in E, Æquatio Solis E G. Si jam Æquatio Lunæ ſit minor quàm Solis, putà G X, atque utraque Additiva, erit Vera Longitudo Lunæ S V X minor Verâ Solis Longitudine S V E. Igitur quo tempore Solis ac Lunæ Media loca uniuntur in G, locus Lunæ Verus X nondum eſt aſſecutus Verum Solis locum E; ſed ab eo adhuc diſtat Æquationum differentiâ X E.

*Fig. 13. Lib. 2.*

Pro ☍ utere *Fig.* 14. *l.* 2. in quâ Oppoſitionis punctum eſt O, Mediæ I, Æquatio Solis E G, ſeu O I. Quoniam Æquatio Lunæ eſt minor quàm Solis, putà

*Fig. 14. Lib. 2.*

IX, & Additiva utraque, erit Vera Longitudo Lunæ S V X minor quàm S V O Longitudo puncti Oppoſitionis Veræ O. Igitur quo tempore fit ☍ Medium, hoc eſt locus Lunæ Medius attingit punctum Mediæ Oppoſitionis I, locus Lunæ Verus X nondum attigit punctum O Oppoſitionis Veræ, ſed ab eo adhuc diſtat differentiâ Æquationum X O.

## NUMERUS VII.

***Si tempore Media Syzygia Luminarium amba Proſthaphareſes ſint heterogenea, Luna autem Ablativa, Syzygia Vera ſequitur Mediam, & Luminarium diſtantia eſt ſumma Proſthaphareſium.***

[Fig. 7.] §. 1. PRo ☌ inſpice *Fig.* 7. & conſtruantur ac ponantur eadem, quæ *num.* 3. §.1, referendo omnia (conveniunt enim litteræ) ad *Figuram* 7, dempto quòd propter heterogeneas Proſthaphæreſes Luminaria jam ſint in diverſis Anomaliæ ſemicirculis, Luna quidem F in primo *a* ob Proſthaphæreſim Ablativam, Sol D in ſecundo ob Adjectivam; unde etiam fit, ut Vera Luminarium diſtantia K E jam conſletur ex ſummâ Proſthaphæreſium Lunæ K G, & Solis E G. His ita exiſtentibus, quo tempore ☌ Medium celebratur in G, patet Longitudinem Veram Lunæ S V K, minorem eſſe Longitudine Verâ Solis S V E, adeoque locum Lunæ Verum K nondum attigiſſe locum Solis Verum E, ſed ab eo adhuc diſtare Æquationum ſummâ, K E.

[*a Propr. 5. nu. 25. l. 1.*]

[Fig. 8.] §. 2. Pro ☍ inſpice *Fig.* 8. atque eadem pone, & conſtrue, quæ *num.* 3, §. 2, referendo omnia (conveniunt enim litteræ) ad *Figuram* 8, hoc excepto quod Luna F jam ſit in Anomaliæ primo ſemicirculo ob Æquationem Ablativam, Sol D in ſecundo propter Æquationem Adjectivam. Liquet igitur quo tempore fit ☍ Medium, ſeu Oppoſitio Media in I, Longitudinem Lunæ Veram S V K, minorem eſſe quàm S V O Longitudinem puncti Veræ Oppoſitionis O, ac proinde locum Lunæ Verum nondum attigiſſe Veræ Oppoſitionis punctum O, ſed ab illo adhuc abeſſe totâ ſummâ Æquationum, Lunæ K I, & Solis O I, ſeu E G.

## NUMERUS VIII.

***Si tempore Syzygia Media Luminarium Æquationes ſint heterogenea, Luna autem Adjectiva, Syzygia Vera Mediam pracedit, & diſtantia Luminarium eſt ſumma Æquationum.***

[Fig. 10.] PRo ☌ inſpice *Fig.* 10, atque eadem conſtrue & pone, quæ *num. prac.* §. 1, *num.* 3. §. 1, referendo omnia (conveniunt enim litteræ) ad *Fig.* 10, hoc ſolùm excepto, quòd Luna F jam ſit in ſecundo Anomaliæ ſemicirculo ob Æquationem Adjectivam, Sol D ob Ablativam in primo. Igitur quo tempore ☌ Medium contingit in G, Longitudo Vera Lunæ S V K, major eſt Longitudine Verâ Solis S V E, adeoque tum Verus Lunæ locus K jam prætervectus eſt Verum locum Solis E intervallo E K, quod ex Æquatione Solis E G, & Lunæ K G componitur.

[Fig. 9.] Pro ☍ inſpice *Fig.* 9, & ponantur ac conſtruantur eadem, quæ *nu. prac.* §. 2, & *n.* 3. §. 2. referendo omnia (conveniunt enim litteræ) ad *Fig.* 9. hoc dempto, quod Luna F ob Æquationem Adjectivam jam ſit in Anomaliæ ſemicirculo ſecundo, Sol D in primo ob Ablativam. Igitur quo tempore ☍, ſeu Oppoſitio Media, fit in I, Longitudo Lunæ Vera S V K, major eſt quàm S V O Longitudo puncti Veræ Oppoſitionis O, adeoque locus Lunæ Verus K jam prætervectus eſt punctum O Oppoſitionis Veræ, intervallo O K, ex Æquationibus O I, ſive E G Solis, & Lunæ K I compoſito.

### *Scholium.*

*De diſtantiâ Medij, & Veri ☍, egi etiam, ſed obiter,* lib. 2. num. 25, & in 4. Figuris *iſthic exhibui Æquationes Luminarium tempore Veri ☍, quòd id tum eſſet propoſito accommodatius.*

## NUMERUS IX.

***Summa Regularum ſex Numeris pracedentibus traditarum.***

***Syzygia Vera ſequitur Mediam.***

I. SI Luminarium ambæ Æquationes ſint Ablativæ, ſed Lunæ major quàm Solis *num.* 3.

II. Si ambæ Adjectivæ ſed Lunæ minor *num.* 6.

III. Si Solis Æquatio ſit Additiva, Lunæ Ablativa *num.* 7.

***Syzygia Vera pracedit Mediam,***

I. Si Luminarium Æquationes ambæ ſint Ablativæ, ſed Lunæ minor, quàm Solis *num.* 4.

II. Si ambæ Adjectivæ, ſed Lunæ major *num.* 5.

III. Si Solis Æquatio ſit Ablativa, ſed Lunæ Adjectiva *num.* 8.

***Diſtantia Luminarium eſt***

Differentia Æquationum, cùm eæ ſunt homogeneæ. Summa Æquationum, cùm heterogeneæ.

### *Corollarium.*

Iiſdem legibus Quadratura Media, & quælibet alia Lunæ phaſis Media præcedit, vel ſequitur Veram.

## NUMERUS X.

***Omnia Vera Novilunia, & Plenilunia tam praterita, quàm futura invenire.***

INquire *a* tempus Mediæ Syzygiæ, hoc eſt, Medij ☌ vel ☍, ad Anni dati Menſem datum. Tum ad tempus inventum ☌ aut ☍ reperi Æquationes *b* Solis, & *c* Lunæ; & ex earum qualitate cognoſce *d* an Media Syzygia præcedat Veram, an ſequatur; item quæ tum ſit Luminarium Vera diſtantia, utrùm videlicet ea ſit Æquationum differentia, vel ſumma. Deinde Æquationum ſummam vel differentiam divide per Verum motum Horarium Lunæ à Sole repertum *nu.* 2. Ex eâ diviſione proveniet tempus (numerus nempè Horarum, & Minutorum), quod ſi Vera Syzygia Mediam ſequitur, adde tempori Syzygiæ Mediæ; ſi Vera Syzygia Mediam præcedit, deme. Ita prodibit Syzygiæ Veræ tempus Æquale, quod in Apparens per *num.* 57. *lib.* 1. *o* converte.

[a *per nu.* 1. b *per num.* 55. *l.* 1. c *per n.* 40. & 39. *l.* 2. d *per nu* 9.]

[o *Cur ſeri id debeat dixi num.* 59. *l.* 1.]

Demonſtratio habetur ex *quæſtione 5. cap. 6. lib. 5. Arithmeticæ noſtræ Practicæ*, ad quam lectorem remitto, Motus enim Verus Horarius Lunæ à Sole nihil aliud eſt quàm ſpatiorum, quæ in Zodiaco Horâ unâ Sol & Luna conficiunt, differentia: quo notato applicatio demonſtrationis iſthic allatæ manifeſta erit.

Tempus Veri ☌ aut ☍ ſic inventum prorſus eſſet exactum, ſi motus Veri Luminarium eſſent æquales, ſeu æquabiles. At quia ſunt inæquales, aliquid plerumque deerit ad præciſionem abſolutam. Quare ſi tempus Veri ☌ aut ☍ accuratiùs deſideras, quære ad tempus illud jam inventum, motum ſeu

*o Per nu. 40. l. 2.*
Longitudinem *o* Veram Lunæ, item Longitudinem

*p Per nu. 55. l. 1. quære locum Solis, cui adde Grad. 180.*
Veram *p* puncti, quod Soli opponitur. Si motus, ſeu Longitudines illæ conveniant, ſcito ☌ aut ☍ Veri tempus rectè inventum fuiſſe: ſi non conveniant, differentiam earum divide per motum Horarium Verum Lunæ à Sole; & quotientem, ſi Longitudo Vera Lunæ minor eſt, adde tempori Veræ Syzygiæ priùs invento; deme, ſi major. Ita proveniet Veræ Syzygiæ tempus exactum, ſed Æquale: unde illud, ut *ſuprà*, oportebit in Apparens convertere.

### *Corollarium.*

Eodem modo, ſed per *Corollaria nu. 1. & 9.* ad tempus quodcumque, ſive præteritum ſive futurum, reperiemus tempus Quadraturæ Veræ, & alterius cujuſcumque Veræ phaſeos Lunaris.

## NUMERUS XI.

### *Maxima temporis differentia inter Mediam, & Veram Syzygiam, eſt Horarum circiter 14, ſed inter Quadraturam Veram, & Mediam Horarum circiter 18.*

*Fig. 7.*
QUando enim ſub Mediæ Syzygiæ tempus Luminarium Æquationes ſunt heterogeneæ, per *num. 7. & 8*, ipſa Æquationum ſumma eſt diſtantia Luminarium. Quare ſi tunc etiam Luminaria (quod Figura quoad Lunam non ſatis exhibet) ſint in punctis tranſituum Mediorum F, D, in quibus nempè *a* maximæ Æquationes exiſtunt, Solis quidem E G *b* Grad. 1. 59′, aut Graduum 2; Lunæ autem (in Syzygijs) K G *c* Grad. 5: erit Luminarium diſtantia K E Grad. 7. ſub tempus Mediæ Syzygiæ. Motus autem Verus Horarius Lunæ à Sole per *num. 2*, circa Medios tranſitus reperitur eſſe Min. 30 quàm proximè. Quare ſi diſtantia K E Grad. 7, dividatur per Min. 30, ſeu per Gradum dimidium, provenient Horæ 14, pro diſtantiâ maximâ Syzygiæ Mediæ ac Veræ.

*a Propr. 7. nu. 25. l. 1.*
*b Per nu. 40. l. 1.*
*c Per nu. 39. l. 2.*

Quia verò in Quadraturis Æquatio maxima Lunæ *d* eſt Grad. 7. 30, ſi huic addas maximam Solis Grad. 2, fit diſtantia maxima □ Veræ, & Mediæ Grad. 9. 30; quâ diviſâ per motum Lunæ Horarium Verum, Min. 30, ſeu Gradum dimidium, proveniunt Horæ 18, & paulò ampliùs pro maximâ diſtantiâ □ Veræ & Mediæ.

## NUMERUS XII.

### *Invenire tempus quo Sol, vel Luna in dato Zodiaci loco erit.*

*Fig. 7. Lib. 2.*
*a Solis, per nu. 54. l. 1. Lunæ verò per nu. 37. lib. 2.*

VElim ſcire quando Sol futurus ſit ex. grat. in N Grad. 10 Scorpij. Inquire ad tempus præſens *a* locum Medium Luminaris, qui ſit ex. gr. in K Gradu 10 Cancri. Igitur notum eſt intervallum K N loci inventi, & quæſiti. Reperi ſpatium *b* temporis quo Luminare dictum K N intervallum Medio motu percurrit. Hoc ſi addas tempori præſenti, quo Luminaris locus Medius eſt in K, prodibit tempus, quo locus ejuſdem Medius futurus ſit in N. Ad hoc igitur tempus (quod vocemus X) jam notum, quære *c* Anomaliam Luminaris E O, ſive I N, & Proſthaphæreſim *d* A O Q, ſeu N P illi congruentem. Hanc ſi diviſeris per motum Horarium Luminaris *num. 2.* inventum, prodibit tempus *u*, quod additum, vel demptum tempori *a*, quo Luminaris locus Medius erit in N, dabit tempus quæſitum, quo ejuſdem locus Verus erit in N. Addi porrò debet tempus *u* in primo Anomaliæ ſemicirculo, tunc enim motus Medius citiùs pervenit in N locum datum, quàm motus Verus; demi verò in ſemicirculo ſecundo, quia tunc motus Medius ſeriùs locum datum attingit, quàm Medius.

*b Per nu. 36. l. 1. & nu. 34. l. 2.*
*c Solis per nu. 55. l. 1. Lunæ per n. 37. l. 2.*
*d Solis per nu. 40. l. 1. Lunæ per nu. 39. l. 2.*

*Demonſtratur ut num. 10.*

*Quæ hoc capite expoſita ſunt, ad Solis & Lunæ defectus communiter ſpectant. De ſingulis deinceps ſeorſim tractabimus.*

# CAPUT II.

## Umbræ Lunam obſcurantis dimenſio.

## NUMERUS XIII.

### *Exponitur & definitur Eclipſis Lunæ cum Umbrâ Terræ & Atmoſphæræ.*

TErram repræſentet circulus A O T H, vapores Terram ambientes, ſive Atmoſphæram annulus peripherijs R K V F, O T H comprehenſus. Radij tangentes Solem in X & Z, Terram in B & Y, ſed irrefracti, ſint X B N, Z Y N, coeuntes in N. Hi radij circa rectam A N S per centra Solis & Terræ ductam in orbem revoluti, efficerent conum Umbræ Terreſtris, ſi vapores Terram non ambirent. Nunc quia radij prædicti, in punctis Q, E, vapores ingreſſi non pergunt indirectum ex Q & E in N; ſed refringuntur ex Q in *a*, & ex E in *u*, verſùs perpendiculares A Q, A E, ac proinde Terram non tangunt, non erit conus B N Y Umbra Terræ Vera, ut veteres putabant, ſed Ficta. Quare radij Umbram Terræ Veram determinantes, ab extremo Solis margine X, Z incidunt in vapores ultra Q, & E, cujuſmodi ſunt ex. gr. radij X D, Z G. Hi enim in vaporum ingreſſu refracti verſùs perpendiculares ex D & G in R & P, Terram poterunt contingere in O & H: in egreſſu autem ad R, P, iterum refracti coibunt in M, atque ita efficient Veram Terræ Umbram O R M P H. His poſitis

*Fig. 2.*

1. *Umbra Terræ Ficta*, ſive *Conus Terræ Fictus* eſt (B N Y) qui radijs (X B N, Z Y N) Solem & Terram tangentibus, ſed irrefractis, continetur.

2. *Umbra Terræ Vera*, eſt (O R M P H) quæ radijs (X D O R M, Z G H P M) Solem & Terram tangentibus, ſed refractis, comprehenditur.

3. *Umbra, ſeu Conus Atmoſphæræ*, eſt (K S F) qui radijs (X K S, Z F S) Solem, & Atmoſphæram tangentibus continetur.

4. Solet etiam *Penumbra* appellari, quia portio illa, quæ remanet dempto Terræ cono R M P, & ſola

propriè

propriè eſt Umbra Atmoſphæræ, non deſtituitur penitus omni luce, cùm nihil ipſa ſit aliud, quàm lux Solis per Atmoſphæram tranſmiſſa, ac proinde refracta & valdè diluta. Radij porrò Atmoſphæræ conum efficientes ſunt irrefracti, cùm in contactu refractio evaneſcat.

b Def. 4. nu. 20. l. 2.

Axis Umbræ tam Atmoſphæræ, quàm Terræ, non differt à lineâ b Veræ Syzygiæ, ſive Synodicâ, cùm utraque tranſeat per centra Solis ac Terræ.

5. *Sectio Vmbræ* eſt circulus, qui naſcitur ex Cono Umbroſo ſecto per planum Axi A S rectum.

Cæterùm obſcurari Lunam à Cono Umbroſo Terræ, ſeu potiùs (ut oſtendam *infrà*) Atmoſphæræ, manifeſtius eſt, quàm ut multis probari debeat. Cùm enim Terra per *num.* 2. *l.* 1. ſphærica ſit, & per *num.* 36. *l.* 3. minor Sole, liquet Umbram ejus conicam eſſe, cujus mucro Soli præcisè oppoſitus exiſtat. Quia verò Conus ille Umbroſus longior multò eſt diſtantiâ Lunæ à Terrâ, ut patebit ex *num. ſeq.* in hunc Luna Soli oppoſita neceſſariò incurrit, ab eodemque obſcuratur.

## NUMERUS XIV.

### *Ad datum tempus Angulum & Axem tam Coni Atmoſphæræ, quàm Coni Terreſtris Ficti, invenire.*

Fig. 4. a Def. 1.

§. 1. Solis centrum eſto B; Terræ A; radij Solem ac Terram tangentes G K X, C D X, & irrefracti, determinent Umbram, ſeu Conum Terræ a Fictum K X D. Oporteat ejus angulum ad D, & Axem A X invenire.

a per 18. 3. b per n. 34. lib. 3.

Ex centris A, B, ducantur ad contactus rectæ A K, B G, & A I parallela ad K G. Cùm anguli ad K & G a ſint recti, liquet A K G I eſſe rectangulum parallelogrammum, ideoque A K æqualem eſſe G I. Atqui b G B Solis Semidiameter nota eſt in Terræ Semidiametris. Ergo ſi A K, ſeu G I Semidiameter Terræ auferatur à G B Semidiametro Solis, reſiduum B I in Terræ Semid. notum erit. Quoniam igitur in triangulo B I A rectangulo ad I, nota ſunt latus B I (ut jam oſtendi) & latus c B A diſtantia Solis ad tempus datum, ambo in Semid. Terræ, ex his d angulus I A B, hoc eſt e (quia G X, I A ſunt parallelæ) G X B, innoteſcet ad datum tempus. Noto autem angulo G X B, ſeu K X A, etiam K X D ipſius duplus erit notus.

c per n. 18. & 19. l. 3. d per Prob. 4. cap. 3. Geom. pract. e per 27. 1. o per 18. 3. p per Prob. 1. cap. 3. Geom. pract.

Deinde in trigono A K X rectangulo o ad K, quia notus jam eſt acutus K X A, etiam ratio p A K ad A X fiet nota: ac proinde A X Axis Coni Ficti, in Terræ Semidiametris A K ad tempus datum notus erit.

Ricciolus hunc in modum ex Semidiametro Solis partium 34, quarum Semidiameter Terræ ſit 1, & ex diſtantiâ Solis Perigæâ 7000 Semid. Terræ elicit ſemiangulum Coni Terræ Ficti Min. 16'. 8'', Axem verò 213 Semid. Terræ. At ex diſtantiâ Solis Apogæâ 7680 Semid. Terræ collegit Angulum Coni Ficti Min. 14'. 50''; Axem verò Semidiametrorum Terr. 231. Quod ſi data illa mutentur, alius colligetur tam Angulus, quàm Axis. Nullus tamen Aſtronomus collegit Angulum Coni Terræ Ficti majorem Minutis 16'. 8''; aut minorem Minutis 12'. 10''; neque Axem majorem 282 Semid. Terræ, aut minorem 213.

§. 2. Angulus & Axis Coni Atmoſphæræ reperitur eodem prorsùs modo, quo Coni Ficti; verùm Axis ſic innoteſcit in Semidiametris non Terræ, ſed Atmoſphæræ.

§. 3. Porrò Angulus Coni Atmoſphæræ minor eſt Angulo Coni Ficti Terræ, at inſenſibiliter.

Nam quia Semidiameter Atmoſphæræ, aliquantò major eſt Semidiametro Terræ, ubi illam ſubtraxeris à Solis radio B G, erit reſiduum B I jam paulò minus quàm dum ſola Terræ Semidiameter ſubtrahebatur. Quare cùm B A diſtantia Solis eadem maneat, angulus I A B, hoc eſt K X A, adeoque totus K X D Coni Atmoſphærici Angulus, aliquantò minor evadit Angulo Ficti Coni Terr. Si Atmoſphæræ Semidiameter excedat Semidiametrum Terræ ad ſummum 25 Milliarijs Bonon. operando formâ jam traditâ, reperies Angulum Coni Atmoſphærici ab Angulo Coni Ficti ne uno quidem Secundo ſuperari. At demus, quod nemo dixerit, Semidiametrum Atmoſphæræ duplam eſſe Semidiametri Terræ, ac proinde Atmoſphæræ Altitudinem æquare Milliaria Bonon. 4139: nihilominus, colligetur Angulus Atmoſphærici Coni minor Angulo Coni Ficti Secundis tantùm 26, quæ differentia exigui adhuc momenti eſt.

§. 4. Quod attinet ad Axem Coni Atmoſphærici, is abſque ſenſibili differentiâ continet tot Semidiametros Atmoſphæræ quot Semidiametros Terræ Conus Terræ Fictus, nimirum 213 Sole Perigeo, 231 Sole Apogeo.

Quamvis enim K X A Angulus Atmoſphærici Semiconij aliquantò minor ſit, adeoque ratio A X ad A K aliquantò major, quàm in Cono Terræ Ficto, tamen quia exceſſus ille Anguli ne unius quidem Secundi eſt, etiam ratio X A, ad A K creſcit inſenſibiliter; ac proinde Axis Coni Atmoſphærici tot abſque errore ſenſibili continet Semidiametros Atmoſphæræ, quot conus Terræ Fictus Semidiametros Terræ.

§. 5. Axem Coni Atmoſphærici in Terræ Semidiametris (hactenus enim tantùm in Atmoſphæræ Semidiametris innotuit) ſic invenies. Semidiameter Atmoſphæræ ex mente Riccioli excedit Semidiametrum Terræ ad ſummum Milliarijs Italicis Bon. 25. Axis autem Atmoſphæræ continet Semidiametros Atmoſphæræ a 213 Sole Perigeo, at 231 Sole Apogeo. Quare ſi 25 multiplices per 213 vel 231, prodibunt Milliaria 4899, vel 5775, quibus Semidiametri Atmoſphæræ 213, vel 231 (hoc eſt Axis Coni Atmoſphærici) excedunt Terræ Semidiametros 213, vel 231, hoc eſt Axem Coni Ficti Terreſtris. Cùm igitur una Terræ Semidiameter contineat b Milliaria Bonon. 4139, Coni Atmoſphærici Axis excedet Axem Coni Ficti Terr. unâ Semidiametro Terræ & adhuc Milliarijs 760 Sole Perigeo, 876 Apogeo. Si autem major ſit altitudo Atmoſphæræ quàm Milliariorum 25, etiam Axis Atmoſphæræ major colligetur.

a Per §. præc. b Prob. 4. c. 6. Geom. pract.

### *Scholium.*

*Semiangulus Vmbræ Fictæ (A X C) ſemper minor eſt Semidiametro Apparente Solis B A C, ut patet ex 32. 1. In quo Lansbergius convicit erroris Tychonem, & Longomontanum, ex quorum poſitionibus colligitur Semiangulus Vmbræ major Semidiametro Solis ab ipſis aſſertâ. A quo abſurdo immunis eſt Semiangulus §. 1. determinatus, uti patet ſi cum Semidiametro Apparente Solis* lib. 3. num. 31. *aſſertâ, conferatur.*

## NUMERUS XV.

*Reperire Semiangulum Coni, ſeu Umbræ Terreſtris Veræ. Is autem componitur ex Semiangulo Umbræ Fictæ, & Solis Refractione Horizontali bis ſumptâ.*

Fig. 2. RAdij refracti Solem & Terram tangentes, qui Fictam Terræ Umbram definiunt, ſint XQBN, ZEYN: radij autem refracti Solem & Terram tangentes, qui Veram Terræ Umbram efficiunt, ſint XDORM, ZGHPM. Angulus Veræ Umbræ M, Fictæ N.

Quoniam radius XD per refractionem procedens ex D in R, Terram tangit in O, ipſe radius refractus DR utrimque protractus in λ, & θ erit Horizon Viſus Oculi exiſtentis in O; ac proinde radio XD producto in φ, angulus φDI, ſive XDλ, eſt refractio Solis Horizontalis. Jam quia radij XDφ, XQN, Solem ambo tangunt, ac proinde ex eodem quoad ſenſum puncto Solis procedunt, erunt quoad ſenſum paralleli. Quare radius refractus DR, eos interſecans
a per 27.1. facit angulum *a* NIθ æqualem angulo φDI, refractioni nempè Solis Horizontali.

Hoc oſtenſo, externus IθA *b* æquabitur duobus
b per 32.1. internis oppoſitis NIθ refractioni (ut jam oſtenſum) Solis Horizontali, & INθ Semiangulo Umbræ Fictæ. Deinde, quia radius DR rectâ procedit in θ, refractè in M, erit θRM angulus refractionis in egreſſu Atmoſphæræ, & par refractionis angulo φDI ſub ingreſſum. Quare IθA, ſeu RθA, unà cum θRM, æquatur Umbræ Fictæ Semiangulo INA, & refractioni Solis Horizontali bis ſumptæ. Sed RθA cum
d per 32.1. θRM *d* æquatur externo RMA. Igitur RMA Semiangulus Umbræ Terreſtris Veræ æquatur Semiangulo Umbræ Fictæ & refractioni Horizontali Solis bis ſumptæ. Quod erat demonſtrandum.

Semiangulus Umbræ Fictæ Sole Apogeo erat *num. præc.* §. 1. Grad. 0. 14′. 50″: cui ſi addatur Horiz. Re-
q per n. 26. l. 3. fractio Æſtiva Solis Apogei *q* Grad. 0. 32′. 25″, bis ſumpta, fit Semiangulus Umbræ Veræ Æſtivæ RMA, Grad. 1. 19′. 40″: additâ verò bis Refractione Tychonicâ Grad. 0. 34′, fit Semiangulus Umbræ Grad. 1. 22′. 50″.

## NUMERUS XVI.

Fig. 2. *Umbræ Terreſtris Veræ Axem (AM) inveſtigare altitudine qualibet Atmoſphæræ datâ.*

IIſdem poſitis, quæ *num. præc.* ducatur recta AR. Quoniam triangulum AOR ad contactum O
a per 18.3. *a* rectangulum eſt, in eoque notæ ſunt AO, AR (nam δR Altitudo Atmoſphæræ ex hypotheſi datur
b Prob. 4. c. 6 Geom. pract. in Milliaribus, quorum AO, ſeu Aδ, continet *b* 4139), ex his reperietur *c* angulus ORA. Producantur MR in ψ, & DR in θ. Refractionis angulus
c per Prob. 4 cap. 3. Geom. pract. MRθ in Atmoſphæræ egreſſu æqualis eſt angulo Refractionis φDR ad ingreſſum. At φDR eſt Solis refractio Horizontalis (ut oſtenſum *num. præced.*) quæ
d per n. 26. lib. 3. *d* eſt Min. 32. 25′ in Æſtate. Ergo etiam MRθ, ſeu ψRO eſt Min. 32. 25′. Quare ſi hunc addas jam no-
e per Prob. 9. cap. 3. Geom. pract. to ORA, totus ψRA adeoque & MRA notus eſt. Angulus autem AMR, nempè Semiangulus Umbræ Terreſtris, per *num. præced.* eſt Grad. 1. 19′. 40″. In triangulo igitur MAR datur AR Radius Atmoſphæræ, & noti ſunt anguli AMR, MRA; ex quibus *e* reperietur AM longitudo Umbræ Terreſtris.

Quamcumque porrò Atmoſphæræ altitudinem dederis ab uno Milliari uſque ad 100 & ultra, ſi formâ jam præſcriptâ opereris, Atmoſphæræ Axem AM ſemper deprehendes Semidiametrorum Terreſtrium circiter 43. Hoc neque Keplerus, qui primus Umbram Terræ curioſiùs eſt contemplatus, neque ipſius inſiſtens veſtigijs Ricciolus, videntur advertiſſe. Atqui tamen ex iſtâ obſervatione Quæſtionis *ſeq. num.* proponendæ deciſio pendet. Et ſanè dignum obſervatione eſt, quod ex incertâ altitudine Atmoſphæræ, longitudo certa Umbræ Terreſtris eliciatur. Tria ſubjicio calculi exempla.

| *Ex altitudine Atmoſph. Milliariorum Bonon.* | *Collegi Axem Umbræ AM Semidiametrorum Terr. proximè.* |
|---|---|
| 2 | 43 |
| 26 | 23 |
| 100 | 42 |
| 1000 | |

## NUMERUS XVII.

*Luna eclipſatur ab Umbrâ non Terræ, ſed Atmoſphæræ.*

DEmonſtratio ex *præcedenti Numero* manifeſta eſt. Quamcumque enim Atmoſphæræ altitudi- Fig. 2.
nem dederis, Umbræ Terreſtris longitudo AM colligitur Semidiametrorum Terreſtrium circiter 43, aut 42. Atqui Lunæ à Terræ centro diſtantia numquam *a* minor eſt Semidiametris Terræ 50. Ergò Umbra Terræ numquam pertingit ad Lunam. Qua- a per n. 12. lib. 3. vide etiam nu. 10.
re Luna à Terræ Umbrâ numquam poteſt obſcurari.

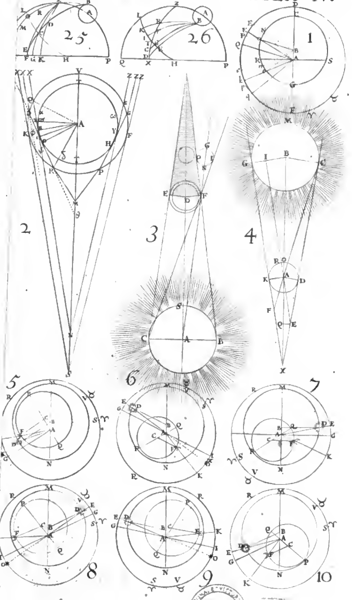
Obſcuratur autem ab Umbrâ Atmoſphæræ ſic oſtendo. Umbræ Terreſtris Fictæ BNY longitudo AN, numquam minor *b* eſt Semidiametris Terr. 213. Ergo Umbræ Atmoſphæræ KSF longitudo AS ſem- b per n. 14. §. 1.
per excedit Semidiametros Terr. 213. Atqui Lunæ c per n. 12. lib. 3.
diſtantia à centro Terræ numquam *c* major eſt Semidiametris Terr. 72. Ergo Luna Soli oppoſita ab Atmoſphæræ Umbrâ neceſſariò obſcuratur.

Lunam non Eclipſari ab Umbrâ Terræ, primus aſſeruit Keplerus in *Aſtron. Optica pag.* 268, & poſt eum Ricciolus *lib. 5. Almag. pag.* 305. ſed quia neuter advertit ea quæ *Num. præced.* obſervavimus, etiam neuter ſatis idoneam ejus rei demonſtrationem attulit.

## *Scholium.*

*Altitudinem Atmoſphæræ ad refractionem idoneæ Keplerus ſentit duo Milliaria Italica non excedere, nullâ ſufficienti ratione nixus. Ricciolus* lib. 5. Almag. pag. 660. Probl. 51. & 50, & pag. 596. Probl. 36 *ſubtiliter & ingenioſè ex montis Caucaſi altitudine probat altitudinem aëris refractivi circa Caucaſum non minorem eſſe* 18 *Milliarijs Bonon. Numquam tamen aut nuſpiam excedere Milliaria* 50, *id quidem ille* Problemate 51 jam citato *etiam affirmat, ſed nuſquam probat. Neque enim, quod fatetur etiam ipſe* Probl. jam cit.

ſatis




NAPOLI

*ſatis conſtet utrùm vertex Caucaſi ſit refractioni obnoxius. Si autem obnoxius non ſit, ſuprà ipſum utique Atmoſphæra porrigitur, eâ altitudine, ad quam explorandam nihil poſſit Caucaſus conferre. Quare incertum eſt non ſolùm an Atmoſphæra ad Milliaria 50 non aſcendat, ſed etiam an non 100, vel ultra. Vnde liquet, quod* Num. 16. *obſervavimus, de longitudine Terreſtris Vmbræ nihil poſſe certum concludi, niſi eam ex altitudine quâlibet Atmoſphæræ ad Milliaria* 100 *& ultra, quàm proximè ſemper eamdem aut certè minorem minimâ altitudine Lunari derivari.*

## NUMERUS XVIII.

### *Quantum Terræ Sol ultra hemiſpherium illuminet.*

. 2. ISdem poſitis, quæ *num.* 15: Pars Terræ illuminata eſt O T H, quam versùs Solem includunt radij refracti tangentes D O R, G H P, ductâque A ᴂ perpendiculari ad Umbræ Axem A M S, portio Terræ ultra hemiſphærium illuminata, eſt arcus ᴂ O; quæratur quantus hic ſit.

. 269. . Opt. Dico cum Keplero *a* æqualem eſſe Umbræ Fictæ Semiangulo B N A, unà cum refractione Solis Horizontali.

Producatur enim A ᴂ donec in 2 occurrat radio tangenti irrefracto X Q B N, atque ad contactus B, O, ducantur Semidiametri A B, A O, item ad punctum I quo ſe interſecant radij X Q B N, D R, ſemidiameter A I. Quia recta 2 ᴂ A perpendicularis *b* eſt ad A N, trigonum 2 A N rectangulum eſt ad A: in quo quia A B eſt *c* perpendicularis ad 2 N, angulus 2 A B, ſeu ᴂ A B ſubtenſus ab arcu ᴂ B, æquatur ᴂ angulo 2 N A, ſeu B N A, qui eſt Semiangulus Umbræ Fictæ. Deinde in quadrilatero I B A O, qui anguli A B I, A O I, ad contactus ſunt duo *d* recti, etiam reliqui B I O, B A O ſimul ſumpti, duos *e* efficiunt rectos. Atqui etiam B I O, cum N I O duos *m* facit rectos. Ergo B A O, & N I O æquales ſunt. Atqui N I O, ſive N I ϑ, æqualis eſt *n* refractioni Horizontali Solis, ut oſtenſum *num.* 15. Ergo etiam B A O, Refractioni Horiz. Solis eſt æqualis. Quare ſi huic addas ᴂ A B, quem oſtendi *ſuprà* æqualem eſſe Angulo Umbræ Fictæ B N A, erit totus angulus ᴂ A O, quem ſubtendit arcus ᴂ O, æqualis Semiangulo Umbræ Fictæ, & Solis Refractioni Horizontali. Quod erat demonſt.

*b* .r conſt. *c* .r 18.3. .r 8.6. .r 18.3. .r theor. .ho. poſt. 1. *d* .r 13.1. *e* .r 15.1.

Semiangulus Umbræ Fictæ Sole Apogeo erat *o* Min. 14'. 50": Horizontalis autem Refractio Æſtiva Solis Apogei Min. *p* 32'. 25". qui ſimul juncti efficiunt Minuta 47'. 15"; & tantus eſt arcus ᴂ O ultra hemiſphærium à Sole Apogeo illuminatus in Æſtate.

o *per num.* 14. §. 1. p *per num.* 26. *lib.* 3.

## NUMERUS XIX.

### *Vmbræ Terreſtris Atmoſphærica, in loco tranſitus Lunæ, Diametrum, tam Veram, quàm Apparentem ad tempus datum invenire.*

EX pluribus modis quibus hoc negotium Aſtronomi abſolvunt, duos ſeligam cæteris meliores, quorum primus Riccioli eſt, alter Kepleri. Fig. 4.

#### *Modus prior.*

Radij G K X, C D X Solem ac Terram tangentes, determinent Umbram Terræ Fictam K X D: quam hic licebit aſſumere pro Umbrâ Atmoſphæricâ, quia utriuſque anguli inſenſibiliter differunt, ut oſtenſum §. 3. *num.* 14, Axes autem, quamvis (ut ex §. 4. *num.* 14 patet) ſenſibiliter differant; non ſic tamen, ut ſenſibiliter inde Umbræ Semidiameter immutetur. Axis Umbræ ſit B A X; tranſitus Lunæ in Q E. Quæritur ad datum tempus, quanta ſit Q E Umbræ Semidiameter Vera (hoc eſt quæ ſit ratio ipſius Q E ad A D Semidiametrum Terræ) & Apparens (hoc eſt angulus Q A E, ſub quo ex Terræ centro ſpectaretur.)

Per *num.* 14. ad tempus datum notus eſt A X Axis Umbræ, in Semid. Terr. & *num.* 10. §. 3. vel per *num.* 13. *lib.* 3, nota eſt A Q diſtantia Lunæ, etiam in Semid. Terr. Ergo etiam Q X in Terræ Semid. nota eſt. Quoniam igitur in Trigono X Q E rectangulo ad Q, nota ſunt latus X Q, & Umbræ Semiangulus *a* Q X E, ex his *b* reperietur Q E in partibus ipſius X Q. Quare cùm X Q nota ſit in Semid. Terræ, etiam ratio Q E ad Semidiametrum Terræ nota erit; quod erat primum. Deinde in trigono A Q E rectangulo ad Q, quia nota jam ſunt latera A Q, Q E, ex his *c* reperietur angulus Q A E; quod erat alterum.

a *per num.* 14. §. 1. b *per Prob.* 3. *cap.* 3. *Geo. Pract.* c *per Prob.* 5. *cap.* 3. *Geo. Pract.*

Hunc in modum Umbræ Semidiameter Vera, & Apparens, dum Luminaria ſunt in lineâ Augium, in loco tranſitus Lunæ tales reperiuntur, quales exhibet Tabella ſequens,

| | *Sole Apogeo* | | *Sole Perigeo* | |
|---|---|---|---|---|
| | ☾ *Apogeâ* | ☾ *Perigeâ* | ☾ *Apogeâ* | ☾ *Perigeâ* |
| *Vmbra Semid. Vera qualium Semid. Ter. eſt* 100000 | 72085 | 76610 | 69764 | 74688 |
| *umbra Semid. Apparens ex modo* 1. | 38'. 32" | 49'. 2" | 37'. 30" | 47'. 45" |
| *umbra Semid. Apparens ex modo* 2. | 38'. 32" | 48'. 57" | 37'. 26" | 47'. 51" |

### *Modus alter.*

Omnium ſimpliciſſimus hic eſt, & unico præcepto continetur. A ſummâ Parallaxium Horizontalium Solis & Lunæ aufer Semidiametrum Apparentem Solis. Relinquetur Umbræ Semidiameter Apparens.

Ducantur enim rectæ C A F, A E, & ad contactum D ſemidiameter A D. Quoniam A D per-
d *per* 18.3. pendicularis d eſt ad tangentem C D E, manifeſtum eſt A C D, eſſe Parallaxim Horizontalem Solis, quæ nota eſt per *num.* 19. *lib.* 3, & A E D eſſe Parallaxim Horiz. Lunæ, quæ nota eſt per *num.* 10. §. 3.
o *per* 32.1. *lib.* 3. quibus utriſque æqualis eſt o externus angulus F A E. Ab hoc ſi demas F A Q, hoc eſt B A C (qui metitur Semidiametrum Solis Apparentem, & notus eſt per *num.* 31. *lib.* 3) notus relinquetur angulus Q A E, qui Diametrum Apparentem Lunæ metitur.

Hunc in modum, aſſumptâ Parallaxi Horiz. Solis tam Apogei quàm Perigei (inſenſibilis enim differentia eſt) Secundorum 30, Parallaxibus verò Horiz. Lunæ & Semidiametro Solis Apparenti, prout *Numeris citatis* ſunt inventæ, Umbræ Semidiametri Vera, & Apparens tales proveniunt, quales exhibentur in *Tabella præcedentis ordine tertio*, & differunt ab inventis per modum primum aliquot Secundis tantùm.

Cæterùm Semidiameter, ſive primo, ſive ſecundo ſic inventa, eſt non Umbræ Atmoſphæricæ, quæ
p *per n.* 17. Lunam p ſola obſcurat, ſed Umbræ Fictæ. Verùm, ut dixi *ſuprà*, nullius momenti differentia eſt: Umbræ enim Fictæ Apparens Semidiameter jam inventa, ab Apparente Semidiametro Umbræ Atmoſphæ-
a *Vendelinus in idea tab. Atlant. pag.* 5. ricæ non exceditur a Secundis 17: quæ differentia in definiendis Eclipſibus tutò contemnitur. Atque hinc apparet qui factum ſit, ut Aſtronomi antiquiores licet Umbram Atmoſphæræ neſciverint, in prædicendis tamen Eclipſibus non aberraverint. Et viciſſim, cùm Antiqui Atmoſphæram ignorantes in prædicendis Eclipſibus ſatisfecerint, colligitur Atmoſphæræ altitudinem non eſſe tantam, ut eâ neglectâ errorem poſſit in hoc negotio ſenſibilem cauſare.

### *Scholium.*

*Cùm ſumma Parallaxium Horizontalium Solis & Lunæ, æqualis ſit ſummæ Apparentium Semidiametrorum Solis & Vmbræ, ita cohærere inter ſe hæc debent, ut ſi alterum ex altero educatur, nulla contradictio aut inconcinnitas ageometrica oriatur. Imò neceſſe eſt uno nexu devincta ſint hæc ſeptem; Luminarium diſtantia à Terrâ, Semidiametri Veræ & Apparentes, Vmbræ Axis, Angulus, Semidiameter Apparens. Quod quidem in quantitatibus à nobis hactenus determinatis, niſi fallor, obſervatum eſt.*

## CAPUT III.

### Eclipſes Lunæ tam præteritas, quàm futuras invenire.

### NUMERUS XX.

### *Terminos Eclipticos tam Poſſibiles, quàm Neceſſarios invenire.*

T*Erminus Eclipticus Poſſibilis*, eſt talis Lunæ Latitudo in momento Veri ☍, aut ea diſtantia Lunæ à Nodo propiore, intra quam Eclipſis poteſt contingere, & extra quam non poteſt. *Terminus Eclipticus Neceſſarius*, eſt ea Latitudo Lunæ in momento Veri ☍, vel ea diſtantia Lunæ à propiore Nodo, intra quam Eclipſis neceſſariò accidit.

§. 1. Hos Terminos ita reperies. Sectio Umbræ *Fig.* 11.
in loco tranſitus Lunæ eſto circulus A B C E D, cujus centrum A: Ecliptica C D: Lunæ Semita F H: ſegmentum circuli Maximi per Eclipticæ Polos, & centrum Solis ducti, (qui per *defin.* 5. *nu.* 20. *l.* 2, eſt ipſum planum Syzygiæ Veræ), vel potiùs ſectio ejus cum plano Umbræ A B C E D, ſit O A E. Ad hanc ubi appulerit Lunæ centrum, putà in G, liquet contingere ☍, & Lunæ Latitudinem tunc eſſe G A; quæ licet non ſit recta ad viam Lunæ F H (cùm per *nu.* 68. *l.* 2. ſit recta ad Eclipticam C D) ac proinde non ſit minima diſtantia centri Lunæ à centro Umbræ A: tamen, quia ab hac vix ſenſibiliter differt, poterit illa (nempe G A) pro hac (nempè diſtantiâ minimâ) in Terminis Eclipticis ſtatuendis aſſumi.

His ita conſtitutis, manifeſtum eſt ☍ non poſſe Eclipticum eſſe, ſi Latitudo Lunæ G A ad momentum ☍, eſt æqualis ſummæ Apparentium Semidiametrorum Umbræ A O, & Lunæ G B, aut eâ major. Cùm enim æqualis eſt, Luna tangit Umbram in O: unde cùm quoad ſenſum (ut dixi *ſupra*) centrum Lunæ in G minimè diſtet à centro Umbræ, liquet eam tam ante quàm poſt contactum, ad Umbram non pertingere. Quod ſi Latitudo Lunæ G A minor eſt ſummâ Semidiametrorum Appar. Umbræ A O, & Lunæ
G B, patet aliquam Lunæ partem Umbræ immergi, *Fig.* 12.
adeoque ☍ eſſe Eclipticum. 13. 14.

Quare ſi accipiamus maximam Semidiametrum
Appar. Umbræ in loco tranſitus Lunæ, quæ eſt a Min. a *per nu. præced.*
49′. 2″, & maximam Lunæ Semidiametrum App. in b *per num.*
Syzygiis, quæ b eſt Min. 16′ 45″; harum ſumma Grad. 33 *lib.* 3.
1. 5′. 47″, ſive Grad. 1. 6′, dabit Latitudinem Lunæ, quâ ſi in momento Veri ☍, Luna habeat majorem vel æqualem, impoſſibilis ſit Eclipſis; poſſibilis autem, ſi minorem.

Quòd ſi minima ſumatur Umbræ Appar. Semidiameter, quæ eſt c Min. 37′. 30″, & minima Semid.
App. Lunæ in ☌ ☍, quæ eſt Min. 14′; harum ſumma c *per num. præced.*
Min. 51′. 30″, vel Min. 52′. efficiet Latitudinem, quâ d *per num.*
ſi in momento Veri ☍ Luna habeat non majorem, ne- 33 *lib.* 3.
ceſſariò eclipſabitur.

§. 2. Eoſdem Terminos per diſtantiam à Nodo *Fig.* 31.
ſic reperiemus. Arcus Eclipticæ ſit A B; arcus ſe- *lib.* 2.
mitæ Lunaris A C; Nodus propior A; Latitudo Lunæ in ☍ C B Grad. 1. 6′, Terminus videlicet Eclipticus Poſſibilis quoad Latitudinem. Quoniam trian- e *per num.* 68. *l.* 2.
gulum A B C ad B e Rectangulum eſt, in eoque no- f *per num.* 61. *lib.* 2.
ta ſunt angulus f A, Grad. 5, & latus C B Grad. 1. 6′,
ex his i invenietur C A diſtantia Lunæ à Nodo pro- i *per trig.*
piore *ſph. prob.* 3.

piore A, intra quam fieri poterit, & extra quam non poterit Lunæ Eclipſis. Quod ſi CB ponatur Min, 52, Terminus nempè Neceſſarius quoad Latitudinem, prodibit CB diſtantia Lunæ à Nodo, intra quam Eclipſis neceſſaria eſt.

§. 3. Hæc inventionis theoria. Quales porrò ab Authoribus ſubjectis ſint inventi, patebit ex Tabellâ ſequenti.

| TERMINI ECLIPSIS LUNÆ. | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | POSSIBILES | | | | | | NECESSARII | | | | | |
| | Latitudo Vera ☾ | | | Diſtantia à Nodo | | | Latitudo Vera ☾ | | | Diſtantia à Nodo | | |
| AUTHORES | Gr. | ′ | ″ | Gr. | ′ | ″ | Gr. | ′ | ″ | Gr. | ′ | ″ |
| Ptolomæus | 1 | 8 | 43 | 12 | 12 | 0 | 0 | 55 | 38 | 10 | 50 | 0 |
| Tycho | 1 | 5 | 0 | 12 | 36 | 0 | 0 | 58 | 4 | 11 | 12 | 0 |
| Lansbergius | 1 | 4 | 8 | 12 | 3 | 0 | 0 | 53 | 2 | 10 | 11 | 18 |
| Vendelinus | 1 | 3 | 0 | 12 | 8 | 13 | 0 | 53 | 3 | 10 | 11 | 20 |
| Ricciolus | 1 | 6 | 0 | 12 | 50 | 0 | 0 | 52 | 6 | 10 | 0 | 0 |

Nota: ſecundùm rigorem Geometricum procedendo aſſumenda fuit ad Limites Eclipticos conſtituendos, non Latitudo Lunæ tempore ☍, ſed perpendicularis à centro Umbræ ad Viam Lunæ; de quâ vide dicenda *num.* 23. Hic tamen tanta præciſione opus non eſt, ut ſupra monui.

## NUMERUS XXI.

### *An Plenilunium ſit Eclipticum, cognoſcere.*

*Fig.* 11. *& ſequ.* o *Per nu.* 63. *lib.* 2. i *Per num.* 20. m *Per eund.* a *Per nu.* 19. b *Per nu.* 35. *lib.* 3. d *num.* 20. e *Ibid.*

PEr *num.* 10. notum fiet Veri ☍ momentum; ad quod inquire o Latitudinem Veram Lunæ. Hæc ſi æqualis, vel minor ſit Termino Ecliptico Neceſſario, nempè Minutis 52′. 6″, ☍ erit i Eclipticum: ſi æqualis, vel major Termino Poſſibili Grad. 1. 6′, non m erit; ſi verò inter Terminos Eclipticos media ſit, minor nempè Grad. 1. 6. major Min. 52′. 6″: ☍, fortè Eclipticum erit. Utrùm verò ſit, ita cognoſces.

Ad momentum ☍ inquire Semidiametros Apparentes a Umbræ & b Lunæ, & in unam conjice ſummam: Si hâc ſummâ Latitudo Lunæ tum ſit minor, ☍ erit d Eclipticum; ſi æqualis vel major, non e erit. Idem cognoſces per diſtantiam à Nodo.

## NUMERUS XXII.

### *Quantitatem Eclipſeos Lunæ invenire.*

*Fig.* 12. d *per num.* 63. *lib.* 2. e *per n.* 19.

§. 1. INveniatur Latitudo Vera d Lunæ AG ad momentum Ecliptici ☍ noti *per num.* 10. & Umbræ e Semidiameter AO Apparens: quam ſi minor eſt Latitudine Lunæ, ab hac ſubducito, & reſiduum OG aufer ab Apparente Semidiametro Lunæ GB, quæ nota fit per *num.* 33. *vel* 35. *l.* 3: relinquetur BO pars obſcurata Diametri (ſive, ut alij vocant, Scrupula deficientia Umbræ) penes quam Eclipſis quantitas æſtimatur.

*Fig.* 13. §. 2. Si Umbræ Semidiameter App. AO ſit par Latitudini Lunæ AG, dimidia pars Diametri obſcurabitur.

*Fig.* 14. 15. 16. Si Umbræ Appar. Semidiameter AO ſit Latitudine Lunæ AG major, hanc (AG) aufer à Semidiametro Umbræ AO, & reſiduum GO adde Apparenti Semidiametro Lunæ GB: prodibit BO obſcurationis quantitas (ſive, ut alij appellant, Scrupula Umbræ Deficientia) quæ numeratur à margine Lunari B, quæ prima Umbræ immerſa fuit, uſque ad O extimum Umbræ limbum.

Quod ſi obſcurationis quantitas BO fuerit minor Diametro App. Lunæ BI, Eclipſis nondum erit Totalis. *Fig.* 14.

Si æqualis fuerit, Eclipſis erit Totalis ſine morâ: tunc enim Luna ſic tota erit Umbræ immerſa, ut eam tangat; ac proinde ſimul immerſa fuerit, ſtatim rurſus incipiet emergere. *Fig.* 15.

Si major, fiet Eclipſis Totalis cum morâ, Lunâ videlicet intra Umbram ad tempus aliquod totaliter immerſâ. *Fig.* 16. 17.

§. 3. Denique, ſi Latitudo Lunæ fuerit nulla, Eclipſis ſpectabitur omnium maxima, quæ Centralis dicitur, eò quòd Lunæ centrum G incidat in centrum A ſectionis Umbræ. Quantitas obſcurationis BO æqualis tunc eſt ſummæ Semidiametrorum Umbræ AO, & Lunæ GB. *Fig.* 17.

§. 4. Solent Aſtronomi quantitates Eclipſium æſtimare uncijs, hoc eſt particulis duodecimis Lunaris Diametri, ad quas Scrupula Deficientia Diametri Umbræ, ſive quantitatem obſcurationis §. 1. & 2 repertam, reduces hunc in modum: fiat ut Lunæ Diameter prout eſt Scrup. ex. grat. 30, ad Umbræ Scrupula Deficientia ex. grat. 32, ita Diameter Lunæ prout eſt 12, ad Quartum: dabit hoc Scrupula Deficientia reducta ad uncias Lunaris Diametri.

Hæ porrò Lunaris Diametri partes duodecimæ, Digiti Ecliptici ſolent appellari, penes quos eclipſium magnitudo ſic æſtimatur. Si deficiant Digiti Ecliptici 6, Lunæ pars media obſcuratur; ſi 12, tota, ſed abſque morâ; ſi plures quàm 12, deficit tota & aliquamdiu manet Umbræ totaliter immerſa.

*Nota: Accuratiùs quantitas Eclipſis determinabitur, ſi pro Latitudine Lunæ ad momentum ☍ aſſumatur Diſtantia minima centri Umbræ à viâ Lunæ, de quâ num. ſeq.*

## NUMERUS XXIII.

*Lunaris Eclipſis momentum medium, ſeu maxima obſcurationis, ejuſque diſtantiam à momento Ecliptici ☍, item diſtantiam minimam centri Lunæ à centro Vmbræ invenire.*

*Fig. 19.*

§. 1. SEctio Umbræ ſit AEDOC; Ecliptica QCD; ad hanc per centrum A perpendicularis OAE repræſentet ſegmentum plani Veri Syzygiæ, hoc *o* eſt circuli Maximi per Polos Eclipticæ, & centrum Solis ducti; via Lunæ eſto FXQ; Nodus propior Q.

*o Defin. 5. n. 20. lib. 2.*

His ita conſtitutis, cùm angulus QAX ſit rectus, oportet QXA recto eſſe minorem. Unde arcus AX non eſt perpendicularis ad QF viam Lunæ ſed alius AB, viam Lunæ ſecans in puncto B, à Nodo Q minùs diſtante. Punctum igitur viæ Lunaris FQ Umbræ centro A viciniſſimum eſt non X, ſed B. Atqui Luna maximè obſcuratur, cùm ejus centrum eſt proximum centro Umbræ. Ergo maximæ obſcurationis momentum illud eſt, quo Lunæ centrum eſt in B. Quare cùm ☍ fiat centro Lunæ attingente Veræ Syzygiæ planum in X, liquet maximæ obſcurationis momentum à ☍ momento eſſe diverſum.

§. 2. Oporteat igitur hoc momentum & cætera quæ propoſui, invenire. Inquire *a* motum Verum Latitudinis Lunæ ad momentum Veri ☍ Ecliptici inventum *num.* 21, hoc *b* eſt ad momentum, quo Lunæ Eclipſandæ centrum eſt in puncto X, in Veræ Syzygiæ plano. Inde ſcies uter Nodorum ſit propinquior Lunæ. & quanta ſit ejuſdem à Lunâ diſtantia QX. Quoniam igitur in triangulo XAQ rectangulo ad A, nota ſunt baſis QX, & angulus Q *c* Grad. 5; ex his reperietur *d* arcus QA. Rurſum quia in trigono ABQ rectangulo ad B, nota jam ſunt baſis AQ, & angulus Q, ex his reperientur & arcus *o* BA, diſtantia minima centri Umbræ à viâ Lunæ (quod erat è quæſitis unum) & arcus *t* QB: quo ſublato ab arcu jam noto QX, relinquitur arcus BX. Nunc tempus inveniendum reſtat quo motus Verus Lunæ à Sole abſolvit arcum jam notum XB: quod ita fiet. Inveni *m* ad Ecliptici ☍ tempus motum Horarium Verum Lunæ à Sole. Deinde fiat, ut Scrupula Veri motus Hor. Lunæ à Sole ad Scrupula noti arcus XB, ita 1 Hora ad Quartum (quod fiet ſi Scrupula arcus XB dividantur per Scrupula motus Hor. Lunæ). Hoc erit tempus quo motus Verus Lunæ à Sole percurrit arcum XB, ac proinde quo momentum maximæ obſcurationis diſtat à momento Ecliptici ☍, quod erat alterum quæſitorum. Poſtremò ſi Luna (ut *in præſenti ſchemate*) tendit ad Nodum, hoc tempus adde tempori Ecliptici ☍ per *num.* 21 noto; deme autem, ſi à Nodo recedit. Prodibit obſcurationis maximæ momentum quæſitum.

*a Per nu. 56. l. 2.*
*b Per def. 7. n. 20. l. 2.*
*c Per nu. 61. l. 2.*
*d Per trig. Sph. prob. 14.*
*o Ibid. prob. 2.*
*t Ibid. prob. 14.*
*m Per nu. 2. l. 4.*

### *Scholium.*

*Diſtantia maxima obſcurationis à momento ☍ permodica eſt. Quam Ptolemæus & Regiomontanus, quamvis turpe cenſerent hanc differentiam ab Aſtronomo ignorari, in praxi tamen negligendam judicarunt. Quod etiam à nobis factum alibi ſuprà abſque præjudicio ullo earum rerum, quæ ibi quærebantur. Nihilominus Aſtronomi recentiores, in conſignando Eclipſium tempore rationem ejus habendam putaverunt. Si horum diligentia placeat, ex dictis modum jam habes, quem ſequaris.*

## NUMERUS XXIV.

*Lunaris Eclipſeos non Centralis initium, finem, durationem, atque omnes durationis partes invenire.*

*Fig. 19. 18.*

§. 1. IIſdem poſitis, quæ *num. præced.* §. 1. Luna tangat ſectionem Umbræ in P, & centrum ejus ſit in F. Tunc igitur principium Eclipſi datur. A centro Umbræ ad centrum Lunæ ducatur recta AF. Tranſibit ea *a* per contactum P, ac proinde AF par eſt Semidiametris Umbræ & Lunæ. In triangulo rectangulo ABF nota ſunt arcus *b* AB diſtantia minima centri Umbræ à viâ Lunæ, & *o* AF ſumma Semidiametrorum Appar. Umbræ & Lunæ.

*a Per 12. 3.*
*b Per nu. præced.*
*o Per nu. 19. lib. hujus & per nu. 33. ac 35. l. 3.*
*t Trig. Sph. prob. 8.*

Ex his ergo innoteſcent *t* Scrupula arcus FB, quæ ab Eclipſis initio uſque ad maximæ obſcurationis momentum motus Verus Lunæ à Sole percurrit. Hæc deinde Scrupula arcus FB in tempus converte hoc modo: ut Scrupula motus Horarij Lunæ à Sole convenientis ☍ dato, per *num.* 2. invenienda, ſunt ad Scrupula arcus FB, ſic fiat 1 Hora ad Quartum (quod fiet arcum FB dividendo per motum Hor. Lunæ) hoc erit tempus, quo Luna motu Vero à Sole percurret arcum FB. Quare ſi tempus illud demas à tempore obſcurationis maximæ, invento per *num. præced.* remanebit tempus initij Eclipſeos.

§. 2. Ad finem Eclipſeos Luna tangat Umbram in S, & centrum ejus ſit in H, ducaturque AH, quæ quia tranſibit *c* per contactum S, erit par Semidiametris Umbræ ac Lunæ. Igitur AH & AF æquales ſunt, ideoque *d* anguli AHF, AFH ſunt æquales. Quare in triangulis ABH, ABF, latera *e* FB, HB æqualia erunt. Igitur arcum BH tempore æquali percurret motus Lunæ Verus à Sole, quo FB. Hoc tempus ergo duplicatum dabit Eclipſeos durationem totam; additum verò tempori maximæ obſcurationis in B, noto per *num. præcedentem*, dabit momentum, quo Eclipſis finitur in H. Ex quibus etiam patet momentum maximæ obſcurationis, eſſe medium Eclipticæ durationis.

*c per 12. 3.*
*d per 5. 1.*
*e per 26. 1.*

*Fig. 19.*

§. 3. In Eclipſi Totali cum morâ, moram ipſam ejuſque initium, ac finem ſic invenies. Tangat Luna Umbram interiùs primò in M, centro exiſtente in I; deinde in N, centro exiſtente in K. Patet Lunam obſcurari totam, eo tempore toto & ſolo, quo ejus centrum motu Vero à Sole percurrit arcum IK. Ducantur AK, AI. Hæ protractæ tranſibunt per contactus N, M. Quare ſi MI, NK Semidiametros Lunæ *m* notas demamus à Semidiametris Umbræ AM, AN etiam *n* notis, remanebunt Scrupula, ſeu Minuta Laterum AI, AK. Cùm igitur in triangulo ABI rectangulo ad B, notum jam ſit latus AI, & per *num. præced.* notum quoque ſit latus AB minima centri Umbræ diſtantia ab FQ viâ Lunæ; ex his reperietur *o* IB; quot nempè Minuta, ſeu Scrupula contineat: quibus in tempus (ut *ſuprà*) converſis, prodibit tempus moræ dimidiatæ in Umbrâ; cui æqualis eſt moræ pars altera, eò quòd IB, BK per 5. & 26. *l.* 1. *elem.* ſint æquales. Hoc ſi demas à tempore obſcurationis maximæ in B, prodibit momentum primum obſcurationis Totalis in I; ſi addas,

*m per nu. 33. l. 3.*
*n Per nu. 19.*
*o Trig. Sph. probl. 8.*

prodibit

prodibit obſcurationis Totalis in K momentum ultimum.

Rurſum hoc moræ dimidiatæ tempus, ſi auſers à duratione Eclipſis dimidiâ §. 1. inventâ, prodibit tempus quo centrum Lunæ motu Vero à Sole percurrit arcum F I, hoc eſt tempus ab initio Eclipſis uſque ad initium obſcurationis Totalis; cui ob æquales arcus F I, K H, tempus à fine Totalis obſcurationis in K, uſque ad finem Eclipſeos in H, æquale eſt.

*Triangula hic reſoluta cùm ſint ſpharica, etiam per Trigonometriam ſphæricam reſolvenda fuêre. Non multum tamen à Vero aberraveris, ſi ut rectilinea accipias, & ſolvas per cap. 3. Geom. Practica.*

## *Scholium.*

***In Eclipſi Partiali & Totali ſine morâ arcum F B ( vide Fig. 18. ) paſſim vocant Scrupula Incidentiæ; arcum B H, Scrupula Emerſionis, ſeu Repletionis. In Eclipſi Totali cum morâ arcum F I ( vide Fig. 19. ) appellant Scrupula Incidentiæ; arcum I B, Scrupula moræ dimidiæ prioris; arcum B K Scrupula moræ dimidiæ poſterioris; arcum K H, Scrupula Emerſionis, ſeu Repletionis.***

## NUMERUS XXV.

### *Lunaris Eclipſeos Centralis initium, finem, durationem ejuſque partes invenire. Et quanta ſit Lunarium Eclipſium maxima duratio.*

Fig. 20. Cum in Ecliptico ☍ Centrali Lunæ centrum ſit & in Nodorum alterutro (utpote carens omni Latitudine) & in centro Umbræ A, liquet tunc etiam Nodorum alterutrum in A Umbræ centrum incidere; ac proinde viam Lunæ F H ſecare Eclipticam C D, in A. Igitur ſub Eclipſis initium Lunæ centrum ſit in F, & Umbram tangat exteriùs in P: in fine Eclipſis tangat in S, & centrum ejus ſit in H: ad initium & finem immerſionis Totalis tangat interiùs Umbram in P & S, centro exiſtente priùs in I, dein in K, Manifeſtum eſt durationem Eclipſis eſſe tempus, quo motu Vero à Sole Luna percurrit arcum F H, & moram in Umbrâ eſſe tempus, quo ſimili motu abſolvit arcum I K. Arcus autem F H eſt ſumma Apparentium Diametrorum Umbræ & Lunæ: arcus autem I K eſt differentia eorumdem.

§. 1. Igitur ſumma Diametrorum Appar. Umbræ & Lunæ converſa in tempus, hoc eſt diviſa per motum Verum Horarium Lunæ à Sole, dabit durationem totam Eclipſeos Centralis: & I K differentia Diametrorum Appar. Umbræ & Lunæ converſa in tempus, dabit moram in Umbrâ: & dimidium totius durationis demptum momento ☍ (quod hìc à momento maximæ obſcurationis non differt) Eclipſis initium exhibebit; addituum verò, finem.

§. 2. Duratio ejus Eclipſeos omnium longiſſima eſt, quæ Centralis eſt, utroque Luminari exiſtente Apogeo. Id eſſe verum comperies, ſi modo jam tradito durationes Eclipſium inventas inter ſe comparaveris. Quamvis enim circulus Umbræ, quem Luna Perigea pertranſit, major ſit eo, quem Apogea: tamen celeritas Lunæ Perigeæ majori proportione excedit celeritatem Lunæ Apogeæ, quàm circulus Umbræ, ſeu craſſitudo tranſitus Perigei excedat craſſitudinem tranſitus Apogei. Unde fit, ut Luna Apogea tardiùs percurrat minorem Umbræ circulum, quàm Perigea majorem. Requiritur porrò Sol in Apogeo, quia quò Sol à Terrà longiùs diſtat, eò Umbra Terræ fit craſſior.

*Maxima Eclipſium Lun. duratio.*

| Ex datis a | eſt Hor. | ′ | ″ |
|---|---|---|---|
| Ptolomæo | 4 | 6 | 42 |
| Tychone | 4 | 17 | 37 |
| Lansbergio | 3 | 57 | 40 |
| Vendelino | 4 | 13 | 0 |
| Ricciolo | 3 | 57 | 6 |

## NUMERUS XXVI.

### *Vtrùm in loco dato Lunæ Eclipſis videnda ſit, invenire.*

AD momentum initiale Eclipſeos (quod notum ſit per *num.* 24. & 25.) nota fac *a* Eclipticæ Puncta, Culminans, Oriens & Occidens: inde enim ſcies quis tum Eclipticæ ſemicirculus ſuprà dati loci Horizontem exiſtat. Quare ſi ad idem initiale momentum Eclipſeos inquiras locum Lunæ in Zodiaco, cognoſces an Eclipſeos initium in loco dato conſpiciendum ſit. Quod ſi eadem omnia fiant ad momentum ultimum Eclipſeos, inde pariter intelliges, an etiam finis Eclipſeos, adeoque an Eclipſis tota in loco dato ſpectanda ſit.

*a per n. 41. & 42. l. 3.*

## NUMERUS XXVII.

### *Quibus in Terris Lunæ Eclipſis ſpectanda ſit invenire.*

AD quæſiti conſecutionem ſubſerviet Poriſma ſequens.

#### *Poriſma.*

Invenire punctum Terræ, cui ad momentum datum Ecliptici temporis verticale eſt centrum Lunæ.

Fig. 36. Æquator eſto B N C; Lunæ orbita D E, Meridianus loci, in quo es, A C X; centrum Lunæ in O; Declinationis circulus per illud tranſiens A N O X. Ad momentum datum inquire Declinationem *a* Lunæ O N: tanta quoque erit Declinatio, ſeu Latitudo *b* Geographica puncti Terræ, cui O centrum Lunæ tum verticale eſt. Quod ſi Latitudo Lunæ ſit valde exigua, aſſumi poterit O pro puncto Eclipticæ, ejuſque Declinatio reperiri, per *num.* 52. *l.* 1.

*a per n. 8. lib. 3.*
*b Vide def. 30. n. 1. l. 1.*

Ut reperiatur dicti Terræ puncti Longitudo *c* Geographica, aſſumatur O locus Lunæ in ſuâ orbitâ, tamquam punctum Eclipticæ, & D E pro Eclipticâ: diverſitas enim inde oritura in hoc negotio parvi erit momenti. Reperi igitur ad momentum datum Aſcenſionem Rectam ♈ N *d* puncti O; item Aſcenſionem Rectam *i* ♈ C Medij Cæli, ſive tui Meridiani A C X: ſic notus erit arcus Æquatoris N C. Et quia notum eſt Eclipticæ punctum O, utpote locus Lunæ, ſi etiam fiat *o* notum punctum E, quod eo momento Meridianum A C X pertranſit, ſcies pariter ſitne O reſpectu tui Meridiani A C X Occidentale, an Orientale; ac proinde cùm notus jam ſit arcus N C, ſcies quantùm O, adeoque & ſuppoſitum illi Terræ punctum à tuo Meridiano in Ortum vel Occaſum

*c Def. 29. nu. 1. l. 1.*
*d per n. 52. lib. 1.*
*i per n. 40. lib. 3.*
*o per n. 41. lib. 3.*

 diſtet;

diſtet; atque ita nota erit dicti Terræ puncti Longitudo Geographica. Cùm ergo *ſupra* etiam reperta fuerit ejuſdem Geographica Latitudo, poſitio ejus in ſuperficie Terræ *m* nota erit.

m *Vide dicta ad def.* 30. *n.* 1. *l.* 1.

### *Hoc præmiſſo.*

Fig. 32. p *per poriſ.*

Ad initium, medium, finem Eclipſis (quæ nota ſunt per *num.* 23. 24. 25.) reperi *p* Terræ puncta C, A, B, quibus centrum Lunæ eſt verticale. Cùm igitur Eclipſis Lunæ eodem momento ſpectetur à toto Hemiſphærio cujus centrum eſt illud Terræ punctum, cui tum Luna eſt verticalis, manifeſtum eſt initium Eclipſis ſpectari ab integro Hemiſphærio, cujus centrum ſit notum Terræ punctum C, finem verò ab eo Hemiſphærio cujus centrum ſit notum Terræ punctum B. Ex quo facilè cognoſces quibus in Terris Eclipſis data ſit apparitura.

# CAPUT IV.

## Via ſternitur ad Eclipſim Solis.

### NUMERUS XXVIII.

### *Defectum Solis cauſat Luna inter Solem & noſtrum viſum interpoſita.*

ARgumentis id evidentibus planè conſtat 1, quia Sol numquam deficit, niſi cùm Luminaria conjunguntur; quando ſcilicet Luna, quam *lib.* 3. *nu.* 12. & 19. oſtendi Sole eſſe demiſſiorem, poteſt inter oculum noſtrum & Solem interponi. 2. Quia in ijs tantùm ☌ Sol deficit, in quibus Latitudo Lunæ Apparens minor eſt ſummâ Semidiametrorum Appar. Solis & Lunæ. 3. Quia dum Sol deficit in unâ Orbis parte, alibi eodem tempore lucet clariſſimè. 4. Quia defectus incipit ad limbum Solis Occiduum, prout nempè motus Lunæ ab Occaſu in Ortum Solem aſſequentis, requirit. 5. Quia Sol partialiter deficiens, corniculatus apparet, quemadmodum Lunæ rotunditas ipſum tegentis poſtulat. Plura omitto, quòd hæc ſufficiant.

### NUMERUS XXIX.

### *Luminarium Synodus Viſa, ſeu Apparens, quæ ſit.*

QUoniam Solis Defectus præcipuè pendet à Luminarium Synodo Viſâ, ſeu Apparente, ut meliùs, quid ea ſit, intelligatur, recolendæ ſunt *Definitiones num.* 20. *l.* 2. præſertim *Def.* 6. 8. 12. 14. de Luminarium Synodo Mediâ, & Verâ; item ea quæ expoſui *l.* 3. *num.* 71 de triplici loco Solis & Lunæ: ac demùm ea, quæ *l.* 3. *num.* 38. & 39 dicta ſunt circa Parallaxes Longitudinis & Latitudinis. Quibus ſuppoſitis,

*Synodus Luminarium Viſa*, ſeu *Apparens*, eſt cùm loca Viſa utriuſque conveniunt Longitudine; ac proinde ſunt in eodem plano circuli Longitudinis, per Zodiaci Polos deſcripti.

*Synodus Viſa Centralis*, eſt cùm loca Viſa Solis & Lunæ in unum idemque punctum coincidunt: *non Centralis*, cùm loca Viſa Solis & Lunæ ſunt diverſa quidem ob Lunæ Latitudinem, ſeu receſſum ab Eclipticâ, ſed Longitudine conveniunt.

Igitur in Viſâ Conjunctione Centrali tria centra Oculi, Lunæ, Solis ſunt in unâ rectâ; in non Centrali hæc tria centra non ſunt in unâ rectâ, ſed in uno plano Longitudinis circuli.

Synodus Viſa Centralis ſemper eſt Ecliptica, & tunc quidem Sol ſemper deficit vel totus vel ita certè, ut annulus tantùm lucidus relinquatur. Synodus Viſa non Centralis quando Ecliptica ſit, quando non ſit, dicetur infrà.

### NUMERUS XXX.

### *Exponitur Umbra & Penumbra Lunæ: ex qua ſpecies variæ Defectuum Solarium.*

§. 1. UMbra Lunæ, eſt conus mucrone ad Terram directo (D X F) quem efficiunt radij Solem & Lunam tangentes (H D X, G F X). Fig. 22.

*Penumbra Lunæ* (D O P F) eſt pars coni mucronem V habentis ſurſum, comprehenſi à radijs (H F P, G D O) Solem & Lunam tranſverſim tangentibus, Quare (D R Q S F) Umbra eſt pars Penumbræ (D O Z P F).

*Penumbra mera*, eſt id quod demptâ Umbrâ ex Penumbrâ relinquitur.

Umbræ & Penumbræ unus eſt Axis, linea nempè recta per Solis & Lunæ centra (E, I) incedens.

Superficiei Terreſtris portio (R Q S) quam Umbra, & portio (O Z P) quam Penumbra inumbrant, brevitatis causâ ijſdem *Umbræ & Penumbræ* nominibus vocabuntur; Et quia illæ ex longinquo ex. gr. ex Lunâ ſpectatæ planæ apparerent, eas circulorum concentricorum loco habebimus, quorum commune centrum ſit punctum (T) in quo communis Axis (EIA) Terreſtri ſuperficiei occurrit.

§. 2. Superficiei Terreſtri (R T Q S) intra Umbram exiſtenti, Sol deficit totus: & exiſtenti (in T) ubi Umbræ & Penumbræ Axis (E I A) Terræ occurrit, Luminarium Conjunctio Apparens, eſt Centralis, adeoque & Solis defectus Centralis & maximus ibidem ſpectatur. Fig. 22.

§. 3. In merâ Penumbrâ exiſtentibus (in Terreſtris nempè ſuperficiei portione O Z P S Q R) Sol deficit, ſed non totus. Sumatur enim punctum in eâ quodvis N, à quo ducatur N M tangens Lunam. Quia hæc media eſt inter tangentes Lunam Solemque O D G, R D H, liquet eam Soli occurrere, putà in M. Quoniam igitur radius M N Lunam tangit, manifeſtum eſt Oculo poſito in N, apparere Solis portionem M H; occultari verò portionem M G.

§. 4. Si mucro Umbræ Terræ ſuperficiem contingit, (ex. gr. in P) in eo Terræ puncto Defectus Solis continget Centralis Totalis ſine morâ, hoc eſt totalis obſcuratio Solis nonniſi momentanea erit. Propter Penumbram tamen (ut §. 3. jam expoſui) Defectus Solis Partialis aliquamdiu durabit. Fig. 24.

§. 5. Si mucro Umbræ finiatur (in Q) ſic ut ad Terram non pertingat, Eclipſis continget Annularis: qualis nimirum in *ſchemate citato* repræſentatur. Ductis enim à puncto (P) ubi Axis Umbræ (id enim ſupponitur) occurrit Terræ, tangentibus Solem (P B, P D) & tangentibus Lunam (P I, P O) manifeſtum eſt obſcurari totam eam Solis portionem, quæ radijs Lunam tangentibus (P I, P O) continetur, quæ nobis in Terrâ poſitis nigri inſtar circuli apparet; reliquam verò partem non occultari, quæ viſa ex Terris inſtar annuli luminoſi ſpectabitur. Fig. 25.

§. 6. Poſtremò ſi vertex Umbræ ultra Terræ ſuperficiem porrigatur, contingent ea quæ §. 2. & 3 jam expoſui: nimirum, intra Umbram Eclipſis erit Totalis cum morâ, & in merâ Penumbrâ Partialis. Fig. 22.

NU-

## NUMERUS XXXI.

### *Eclipſis Terræ Viſa ex Lunâ, ejuſque connexio cum Eclipſi Solis.*

SOlis Eclipſim ſemper comitatur Eclipſis Terræ. Luna enim inter Solem & Terram conſtituta non modò Solem viſui noſtro ſubducit, ſed etiam Telluris partem aliquam privat luce Solari, eam videlicet in quam Umbra vel Penumbra incidit. Unde ſicut Luna obſcuratur cùm inter ipſam & Solem Terra interponitur, ſic & Terra, cùm inter ipſam Solemque Luna media eſt, obſcurabitur: cum hac tamen differentiâ, quod Terræ diſcus à Sole illuminatus, quia is (ut *a* oſtendam *infra*) Penumbrâ major eſt, numquam totus Eclipſetur.

*a num. 35.*

Porrò Terræ Eclipſis conſideratur propter Eclipſim Solis, ut ex ſequentibus clariùs apparebit. Eam primus expendit Keplerus: Bullialdus deinde, & ex eo Ricciolus excoluêre. Nos etiam hos ſecuti eamdem ſed aliter, viâ nimirum demonſtrativâ, contemplabimur. In primis ſequentes Regulas propono, cætera ſuis locis expoſiturus.

*Regula prima.* Si aliqua eſt Eclipſis Terræ, aliqua erit & Solis. Nam ſi aliqua eſt Eclipſis Terræ, Penumbra Lunæ vel tota vel pars Penumbræ incidit in diſcum Terræ. Ergo aliqui exiſtunt intra Penumbram. Exiſtentibus autem intra Penumbram *b* Sol occulitur vel totus vel ex parte. Ergo ſi aliqua eſt Eclipſis Terræ, aliqua erit & Solis.

*b per §. 2. & 3. num. præced.*

*Secunda.* Si nulla eſt Eclipſis Terræ, nulla erit & Solis. Si enim nulla eſt Terræ Eclipſis, Penumbra Lunæ tota extra Terram cadet. Ergo nullus in Terrâ erit intra Penumbram. Ergo Sol nulli occultabitur. Ergo nulla Solis erit Eclipſis.

*Tertia.* Si Umbra tota Lunaris, vel pars ejus incidat in diſcum Terræ, eo loco, quem occupat, cernetur Solis Defectus Totalis; ſi tota cadat extra Terræ diſcum, nuſquam Defectus Totalis apparebit. Patet ex §. 2. & 3. *num. præced.*

*Fig. 27.*

*Quarta.* Si Lunaris Umbræ & Penumbræ centrum commune (K) in diſcum Terræ incidat, ibidem Solis Totalis & Centralis Defectus ſpectabitur: ſi cadat extra Terræ diſcum, nuſquam Defectus Totalis Centralis apparebit. Patet ex §. 2. & 3. *num. præced.*

*Quinta.* Quamdiu Penumbra aliquam diſci Terreni partem infuſcat (hoc eſt quamdiu durat Eclipſis Terræ) tam diu apparet alicubi *c* Eclipſis Solis. Alicubi inquam, quia cùm Eclipſis Solis in uno loco finita eſt, adhuc durat in altero. Patet ex §. 3. *nu. præc.*

*c Patet ex reg. 1. & 2.*

*Sexta.* Quamdiu Umbræ ac Penumbræ centrum, Terræ diſcum perambulat, tamdiu apparet Solis Defectus Centralis, ſucceſſivè videlicet per eum arcum Terræ, quem percurrit Penumbræ centrum. Patet ex §. 2. *num. præced.*

# CAPUT V.

## Lunaris Umbræ & Penumbræ dimenſio.

## NUMERUS XXXII.

### *Angulum & Axem Umbræ Lunaris ad tempus datum invenire.*

*Fig. 26.*

CEntrum Solis eſto E, Lunæ I: Solem verò & Lunam tangant radij M P X, G F X, determinantes Conum Umbræ Lunaris P X F, cujus Axis ſit E I X. Ad contactus M, P, ducantur è centris rectæ E M, I P. Erunt *a* anguli ad P & M recti. Quare ſi ducatur I N parallela ad P M, erit I P M N parallelogrammum rectangulum, ideoque M N æqualis Veræ Semidiametro Lunæ P I, quæ nota *b* eſt. Hæc ablata à Semidiametro Verâ Solis E M etiam *c* notâ, notam relinquet E N. Deinde ad Synodi t. d. notæ fiant diſtantiæ à centro Terræ Solis *c* E A, & Lunæ *d* I A. Si hanc illi ſubducas, nota remanebit I E Lunæ à Sole diſtantia ad Synodi t. d. Quoniam igitur in trigono I N E, rectangulo (ut oſtendi *ſupra*) ad N, nota ſunt latera N E, E I; ex his *o* reperietur angulus N I E: cui cùm ob parallelas M X, N I æqualis ſit angulus *r* M X I, ſive P X I, etiam hic, adeoque & totus P X F Umbræ Lunaris Angulus notus erit ad Synodi tempus datum.

*a per 18.3. b per n. 34. lib. 3. c Ibidem. c per n. 19. & 18. l. 3. d per n. 13. lib. 3. o per prob 4. c. 3. pract. Geom. r per 27. 1. n per 18. 3.*

Umbræ Axem I X ſic invenies. Quia I P ducta eſt centro ad contactum, trigonum X P I ad P, rectangulum *n* eſt: in quo, quia notum eſt latus I P, *m* Semidiameter Vera Lunæ, unà cum invento jam Umbræ Semiangulo P X I; ex his *q* reperietur I X Axis Umbræ Lunaris.

*m per nu. 34. lib. 3. q per probl. 3. c. 3. Geo. pract.*

### *Ricciolus ex datis ſequentibus:*

Diſtantiâ Solis Apogei, 7600.<br>Perigei 7000 } Semid. Terr.

Solis Verâ Diametro 34, quarum Terræ Semid. eſt 5.

Diſtantiâ Lunæ Apogeæ. 64. 15′,<br>Perigeæ 53. 45′. } Semid. Terr.

Lunæ Verâ Diametro 31 ⅗, quarum Terræ Semid. eſt 100,

### *Collegit,*

| | |
|---|---|
| Sole Apogeo & Lunâ Perigeâ *a* | Sole Perigeo & Lunâ Apogeâ *b* |
| Axem Umbræ IX. 60. 40′ Semid. Terreſtr. | Axem Umbræ 52 $\frac{15}{18}$ Semid. Terreſtr. |
| Semiangulum Umbræ P X I. Min. 15′. 18″. | Semiangulum Umbræ Min. 16′. 39′. |

*a Cum nempè Umbræ Axis maximus eſt & Angulus minimus. b Quando nimirum Umbræ Axis minimus eſt, Angulus vero maximus.*

## NUMERUS XXXIII.

### *In Ecliptico d inquirere an Umbra Lunæ ad Terram pertingat; an ultra porrigatur.*

EXpendam hoc Problema & ſequentia duo pro eo caſu, quo Axis Coni Umbroſi Lunæ tranſit per centrum Terræ, quando nimirum Luna caret Latitudine, eſtque Synodus Centralis Vera. Differentia enim quæ extra hunc caſum oritur, parvi momenti eſt.

Inquire ad datum tempus d tam Umbræ *e* Axem, quàm diſtantiam *d* Lunæ à Terræ centro. Utraque inter ſe comparata dabunt quæſitum.

*e per n. 32. d per n. 13. lib. 3.*

## NUMERUS XXXIV.

### *In Eclipſi Solis Totali cum morâ magnitudinem Umbræ Lunaris in Terræ ſuperficiem projectæ, metiri.*

*Fig. 21.*

CEntrum Lunæ eſto I, Terræ A: Umbræ Lunaris Conus D X F, ultra Terræ centrum extenſus, Axis coni I T A X tranſiens per centrum Terræ (quando non tranſit per centrum Terræ, differentiola

inde

inde orta curam Aſtronomi non meretur): Umbra Lunæ in Terram projecta T Q R S, cujus centrum T, arcus autem R T S quaſi Diameter ejuſdem. Hujus Oporteat magnitudinem invenire.

Ad d. t. inquire Axem *a* Umbræ I X, & A I diſtantiam Lunæ *b* à centro Terræ. Hanc illi ſi demas, nota remanebit A X. Ducatur ex A centro Semidiameter A S, & inquire ad d. t. Umbræ *c* Semiangulum A X S. Quoniam igitur in triangulo X A S, nota ſunt latera A X, A S cum angulo A X S, ex his innoteſcet *d* angulus X A S, adeoque & *e* S A T. Quare ad d. t. arcus T S Umbræ R Q S quaſi Semidiameter, notus erit.

*a per n.* 32. *b per n.* 13. *lib.* 3. *c per n.* 32. *d per probl.* 11. *c.* 3. *Geo. pract.* *e per* 13. 1.

Hunc in modum Ricciolus Diametrum Umbræ Lunaris cùm maxima eſt, nimirum Sole Apogeo & Lunâ Perigeâ, collegit Graduum Terreſtrium 3. 31'. 30", hoc eſt Milliariorum Bonon. 254. $\frac{1}{1}$ ſive Horariorum ferè 85, ex datis ſequentibus quæ etiam nos amplexi ſumus; nempè ex angulo I A F. Scrup. 15'. 18"; Axe I X Semid. Terr. 60. 40'; I A diſtantiâ Lunæ Perigeæ Semid. Terr. 53. 45'.

### *Corollarium.*

Ex his & ex §. 2. *num.* 30, patet quantæ portioni Terræ eodem temporis momento Solis Defectus Totalis poſſit apparere, quando nimirum tota Umbra incidit in diſcum Terræ.

## NUMERUS XXXV.

### *In Solis Defectu magnitudinem Penumbræ Terram infuſcantis, invenire.*

*Fig.* 22. Centrum Solis eſto E, Lunæ I, Terræ A, radij Solem & Lunam tranſverſim tangentes H F P, G D O determinent Penumbræ Conum V D O P F, cujus Axis V I T tranſeat per A centrum Terræ. Quamvis autem non tranſiret, nulla inde notabilis differentia in Penumbræ Terram infuſcantis T O Z P, quantitatem redundaret. Centrum Penumbræ ſit T, ejuſque quaſi Semidiameter T P. Hanc invenire oporteat.

Ex A Terræ centro ducatur A P: & Conus Umbræ Lunaris ſit D X F, ſive is terminetur in centro A, ſive non. Quoniam reſpectu trianguli X H V angulus H V E eſt externus, hic æqualis *a* erit internis duobus H X V, ſeu H X E, & X H V, ſeu D H P. Primus H X E Semiangulus eſt Umbræ Lunaris, qui ad t. d. notus ſit per *num.* 32: alter D H P eſt is, ſub quo ſpectatur Luna ex Sole, notuſque fiet *infra*. Quia igitur H V E duobus illis æqualis eſt, etiam ipſe, adeoque & ipſi ad verticem exiſtens F V I, notus erit ad t. d. Ducatur jam recta I F ex I centro Lunæ ad punctum F, quo radius H P Lunam tangit; eritque per 18. 3. angulus I F V rectus. Quia igitur in trigono rectangulo V I F ad d. t. notus eſt angulus F V I, & per *num.* 34. *lib.* 3, notum ſit latus I F Vera Lunæ Semidiameter, ex his *l* reperietur I V. Quare ſi inquiratur ad t. d. Lunæ à Terræ centro diſtantia *m* I A, tota A V nota erit. Quoniam igitur in triangulo A V P, nota ſunt latera A V, A P, & angulus F V I, ſeu P V A, ex his *n* reperietur angulus V A P, ſeu T A P, quem metitur arcus T P Semidiameter Penumbræ quæſita.

*a per* 32. 1. *l per probl.* 3. *cap.* 3. *Geo. pract.* *m per nu.* 13. *l.* 3. *n per probl.* 11. *cap.* 3. *Geo. pract.*

*Fig.* 24. Porrò angulus D H F ſub quo ſpectatur Luna, ex Sole ſic innoteſcet. In *Fig.* 24 angulus ſub quo apparet ex Sole Semidiameter Lunæ, eſto K G M. Inquire ad t. d. à centro Terræ diſtantiam Solis *o* G A, & Lunæ *p* K A. Hanc ab illâ aufer: remanebit G K diſtantia Lunæ à Sole. Cùm igitur in trigono rectangulo G K M nota ſint latera G K, & per *nu.* 34. *lib.* 3, M K, Vera Semidiameter Lunæ; ex his innoteſcet angulus M G K, ſub quo in Sole appareret Lunæ Semidiameter.

*o per n.* 19. & 18. *l.* 3. *p per num.* 13. *lib.* 3.

Diameter Penumbræ maximæ (videlicet Lunâ Apogeâ, & Sole Perigeo) eſt circiter Grad. 71: minimæ (videlicet Lunâ Perigeâ, & Sole Apogeo) eſt Grad. 57.

### *Corollarium.*

Ex his, & ex §. 3. *num.* 30, intelligitur in quantâ Telluris portione Solis Defectus eodem momento ſpectari poſſit: neque ullum poſſe Solis Defectum ab uno integro Hemiſphærio eodem tempore conſpici.

## NUMERUS XXXVI.

### *Terra ex Lunâ viſa Apparens Semidiameter eſt Lunæ Parallaxis Horizontalis.*

Centrum Terræ ſit A, Lunæ K: ex quo Terram tangat radius K N, ducantur K A, A N. Angulus A N K per 18. 3. rectus eſt. Liquet igitur ex *defin.* 12. *num.* 18. *lib.* 1. angulum N K A eſſe Parallaxem Horizontalem Lunæ, ſub eoque ex Lunæ Centro K, ſpectari Terræ Semidiametrum. *Fig.* 25.

Parallaxis Horiz. Lunæ inventa eſt *lib.* 3. *num.* 10, & 14. & quoniam in Syzygijs maxima Parallaxis Lunæ Horizontalis eſt Min. 63'. 55", minima Min. 53'. 30". tanta quoque in Syzygijs erit Terræ ex Lunâ viſæ Apparens Semidiameter maxima, & minima.

## NUMERUS XXXVII.

### *Umbra Lunaris in Terram illapſa ex Lunâ ſpectata Apparens Semidiameter habetur quàm proximè, ſi Semiangulus Coni Lunaris Apparenti Semidiametro Lunæ ſubducatur.*

Supponitur Lunaris Umbræ Semiangulus minor eſſe Semidiametro App. Lunæ, ad quod requiritur, ut Conus Umbræ Lunaris ultra Terræ centrum porrigatur.

Eſto igitur Conus Lunæ P X F, extenſus ultra Terræ centrum A, determinatus à radijs Solem & Lunam tangentibus G F X, M P X. Et quia Terra viſa ex Lunâ apparet plana inſtar diſci circularis, ſit ille A V Z C, cujus centrum ſit A, quoad apparentiam à Vero Terræ centro non diverſum. Umbræ Lunaris in Terræ diſcum projectæ Semidiameter ſit A B; ductâque ad I centrum Lunæ rectâ B I, angulus A I B is erit, ſub quo Semidiameter Umbræ A B Spectatori in Lunæ Centro I apparet. Angulus autem I B F aſſumi poteſt pro metiente Semidiametrum Apparentem Lunæ. Hic porrò I B F *q* æqualis eſt duobus internis I X B Semiangulo Umbræ, & A I B. Quare ſi I X B ad d. t. fiat *r* notus, & auferatur ab I B F, qui ad d. t. innoteſcet per *num.* 35, *lib.* 3, notus relinquetur A I B, ſub quo ſpectatur è Lunâ, Semidiameter Lunaris Umbræ A B. *Fig.* 26. *q per* 32. 1. *r per num.* 32.

Hunc in modum reperietur Apparens Semid. Umbræ ex Lunâ viſæ non excedere Minutum. 1'. 30".

NU-

## NUMERUS XXXVIII.

### *Lunaris Penumbræ ex Lunâ viſa Semidiameter Apparens, æqualis eſt Summa Semidiametrorum Apparentium Solis & Lunæ, cum ſemiſſe circiter Parallaxeos Solis Horizontalis.*

Fig. 23.

QUoniam Terra viſa ex Lunâ apparet plana, diſcus ejus eſto A N L K, cujus centrum A, à Vero Terræ centro, quoad apparentiam, non diverſum. Radij Solem & Lunam tranſverſim tangentes H F C, G D B, efficiant Penumbræ Conum B V C, cujus axis V I A tranſeat per centrum Terræ (ſi non tranſiret, nulla inde in Theoremate alicujus momenti differentia oriretur): Penumbra ipſa in Terram projecta, ſit B R C, ejuſque Semidiameter A B; ductâque è Lunæ centro I B, angulus Apparentem Penumbræ Semidiametrum è Lunâ viſam metiens, ſit B I A. Demonſtrandum hunc proximè æqualem eſſe Summæ App. Semidiametrorum Solis & Lunæ.

Ducatur E B, & E M Terram ex E Solis centro tangat in M. Angulus M E A *s* erit Parallaxis Horiz. Solis, includens arcum T M Quadrante T N inſenſibiliter minorem. Quare cùm Umbræ Semidiameter quando maxima eſt, non excedat *t* Gradus $35\frac{1}{2}$, liquet B E cadere inter Axem A E, & M E, adeoque angulum B E A minorem eſſe Solis Parallaxi Horiz. MEA, & ferè ejus dimidium. Jam angulus BIA æquatur *a* duobus I B V, I V B: ſed I V B *b* æquatur duobus E B V, B E V. Ergo B I A æquatur tribus I B V, ſeu I B D, & E B V, ſeu E B G, & B E V ſeu B E A. Horum trium primus I B D metitur Semidiametrum Appar. Lunæ, ſecundus E B G metitur Semidiametrum Appar. Solis, tertius B E A cùm multò minor ſit oſtenſus Parallaxi Horiz. Solis, quæ nunquam *n* major eſt Minuto dimidio, ferè contemni poteſt. Ergo angulus B I A, ſub quo ex Luna ſpectatur Penumbræ Semidiameter A B, proximè æqualis eſt Summæ Semidiametrorum Apparentium Solis ac Lunæ: cui ſi addamus circiter 15 Secunda pro B E A, ipſe B I A prodibit exactior.

s per defin. 12. num. 18. l. 1.
t per num. 35.
a per 32. 1.
b per eamd.
n per num. 19. lib. 3.

Ex calculo Riccioli Semidiameter Apparens Penumbræ ex Lunâ viſæ, cùm maxima eſt, nempè Lunâ, & Sole Perigeis, prodit Min. 33'.30"; cum minima nimirùm Sole & Lunâ Apogeis, Min. 29'.27".

# CAPUT VI.

## An, & qualis, & quantæ Durationis futura ſit Eclipſis Solis, independenter à Parallaxi invenitur.

## NUMERUS XXXIX.

### *Terminos Ecliptica Synodi tam Poſſibiles quàm Neceſſarios invenire.*

INſigni & compendioſo artificio per Eclipſim Terræ è Lunâ viſam Terminos Eclipticos, inter quos videlicet Solis Defectus continentur, ducibus Bullialdo ac Ricciolo, Aſtronomus jam reperiet, quos priores per Latitudinis Parallaxes, & operosè nec univerſaliter conſtituebant. Ut clarè res tota intelligatur, ſequentes notas præmitto, quas quia Buſſialdus, & Ricciolus non attulêre, ex ipſis rei demonſtratio non facilè intelligitur.



NOTA 1. *Diſcum Terræ* hic voco portionem à Sole illuminatam, quæ quoad ſenſum eſt par Hemiſphærio, cum id excedat *o* Minutis ſolùm 47.15'. Hæc portio eſt alia continuò atque alia, cum Solem ab Ortu in Occaſum neceſſariò ſequatur. *Centrum ejus*, eſt punctum illud, cui Sol Verticalis eſt.

o per num. 18.

2. *Baſis diſci*, eſt *a* circulus quoad ſenſum Maximus, centrum habens A cum Terrà commune. In eâ concipiendum eſt veſtigium, ſive ſectio plani Eclipticæ D A C, cum Polis ſuis, O, G; & ſectio *x* plani Synodici, ſeu Veræ Syzygiæ O A G, nec non via centri Penumbræ F K H, quæ (ut *Nota ſeq.* oſtendam) quoad ſenſum tanto intervallo diſtat à veſtigio Eclipticæ D A C, quanto via centri Lunæ ab Eclipticâ diſtat in cælo. Ex quo ſequitur, ſi via centri Penumbræ ultra Terræ diſcum producta, intelligatur occurrere plano Eclipticæ in Q, ſectionem Q, tanto intervallo diſtare à centro A, & plano Synodico, quanto Lunæ Nodus propior ab eodem plano Synodico diſtat in cælo, ideoque ſectionem Q appellabimus *Nodum Centri Penumbræ*.

a Inſpice fig. quæ media eſt inter 22. & 23. & numero caret, utpote reliquis jam delineatis inſerta
x Defin. 5. n. 20. l. 2.

3. Centri Penumbræ Latitudo, ſeu ab Eclipticæ veſtigio Q A C diſtantia, in baſi ipsâ diſci Terreſtris, ad momentum Veræ Synodi Eclipticæ ſpectatur ex Lunà ſub tanto quoad ſenſum angulo, quanta eſt Latitudo Lunæ Vera, hoc eſt, viſa ex centro Terræ: quod ſic oſtendo.

Solis centrum eſto in E, quod cum Terræ ac baſis diſci centro communi A jungat recta E A, & per hanc, ac Polos Eclipticæ ducatur planum Veræ Syzygiæ, efficiens in baſi diſci ſectionem O A G. Cùm ergo *per hyp.* ſit momentum veræ ☌, axis Coni Lunæ A C K incidet in rectam O G, putà in K, atque ibi tunc erit Centrum Penumbræ. Ex Lunæ Centro C ad rectam E A, quæ eſt in plano Eclipticæ, recta ducatur C P parallela ad O A G. Ea Latitudinem Lunæ repræſentabit. Si jam ex C ducatur C *q* parallela ad E A, æquales erunt A *q*, C P, adeoque angulus A C *q* ſub quo ex Lunâ C ſpectatur A *q*, par eſt angulo C A P ſub quo ex Terræ centro A ſpectatur Vera Latitudo Lunæ C P. Deinde quia C *q* parallela ad E A, erit angulus K C Q, par *o* angulo K E A, ac proinde minor quàm O E A, qui eſt Parallaxis Horizontalis Solis; quæ cum non excedat Minutum dimidium, etiam K C *q* minor eſt *b* Minuto dimidio; ac proinde totus A C K ſub quo videtur ex Lunâ C Latitudo Centri Penumbræ K A, excedit A C *q*, hoc eſt C A P, ſub quo ex Terræ centro apparet Latitudo Vera Lunæ C P, minùs quàm Minuto dimidio, quæ differentia contemni poteſt. Ergo K A Latitudo Centri Penumbræ tanta ſpectatur ex Lunâ, quanta eſt Latitudo Vera Lunæ, viſa ex centro Terræ.

o per 27. 1.
b per n. 19. lib. 3.

Quod ſi Centrum Penumbræ incidat in diſci marginem in O, exceſſus ille erit par Parallaxi Horizontali Solis; ſi parùm ultra, aliquanto major. Quare ſi tunc habenda ejus ratio videatur, ad Latitudinem Lunæ Veram 30 circiter Secunda, aut paulò amplius adjicies, ut Penumbræ Latitudo exactior habeatur. Quod ſi Centrum Penumbræ cadat extra Terræ diſcum plus quàm Minutis 33'. 30", quanta *i* eſt maxima Semidiameter Apparens Penumbræ ex Lunâ viſæ, tunc ejus conſideratio ad Terminos Eclipticos indagandos non pertinet.

i per num. 35.

4. Non ſolùm ad momentum Veræ ☌, quando Penumbræ Centrum eſt in rectâ O A ſectione plani Syzygialis, ſed etiam toto tempore Eclipſi Terræ,

quando Penumbræ Centrum eſt extra ſectionem plani Syzygialis, ut in *Fig.* 27, nihilominus Latitudo Penumbræ ex Lunâ tanta proximè ſpectatur, quanta eſt Lunæ Latitudo Vera. Eò tamen differentiola fit major quò Centrum Penumbræ abſuerit longiùs à ſectione plani Syzygialis O A. Hæc patent conſideranti jam dicta.

5. In, & prope Eclipticam ☌ diſtantia Centri Penumbræ à Nodo ſuo propiore Q, æqualis eſt quoad ſenſum diſtantiæ Veræ Centri Lunæ à Nodo ſuo. Facilè colligetur ex dictis *Nota* 3.

*His præmiſſis*,

Terminos Eclipticos reperiemus hunc in modum.
*Fig.* 27. 28. In *Fig.* 27. & 28, in baſi Terreſtris diſci ſectio plani Eclipticæ ſit D A C, plani Syzygialis O A E. Ad momentum Veræ ☌ (quod innoteſcit per *num.* 10) inquire Latitudinem Veram Lunæ; ſic notam habebis Latitudinem Apparentem *a* A X Centri Penumbræ ex Lunâ viſæ, cùm ea per *b* *Notam* 3 æqualis ſit Veræ Latitudini Lunæ. Accipiantur deinde diſci Terreſtris ex Lunâ viſi maxima Apparens Semidiameter (A O), quæ eſt Min. 63′. 55″, & Penumbræ etiam ex Lunâ viſæ Semidiameter Apparens maxima (X O) quæ eſt Min. 33′. 30″. Harum ſumma eſt Grad. 1. 37′. 25″, & quidem maxima. Quare ſi A X Apparens Latitudo Centri Penumbræ ex Lunâ viſæ ad momentum Veræ ☌, eſt æqualis, aut major Grad. 1. 37′. 25″, videlicet ſummâ maximâ Semidiametrorum Apparentium diſci A O, & Penumbræ X O ex Lunâ viſarum, impoſſibilis erit Eclipſis Terræ, ac proinde *i* & Solis; ſi minor, erit Poſſibilis. Quemadmodum enim quantitates illæ Apparentes ex eodem intervallo, putà ex Lunâ, viſæ ſe habent penes æqualitatem, exceſſum, defectum; ita ſe habent & Veræ.

*a Fig.* 28.

*i per reg.* 2. *nu.* 31.

Accipiantur deinde Semidiametri Apparentes minimæ, tam diſci Terræ Minutorum 53′, 30″; quàm Penumbræ Minutorum 29′. 27″, quarum ſumma eſt Grad. 1. 22′. 57″. & quidem minima quæ eſſe poteſt. Si Apparens Latitudo Penumbræ ſuperiùs reperta, ſit par vel minor hâc ſummâ minimâ, liquet neceſſariò futuram Eclipſim Terræ, ac proinde *o* & Solis.

*o per reg.* 1. *num.* 31.

Eoſdem Limites per diſtantiam Centri Penumbræ à propiore Nodo Q in plano diſci exiſtente, eo modo quem tradidi *num.* 20. §. 2, reperies adminiculo Terminorum Poſſibilis ac Neceſſarij, ſecundùm Latitudinem, jam inventorum.

*Termini univerſales Synodi Ecliptica.*

| | *Poſſibiles* | *Neceſſarij* |
|---|---|---|
| Latitudo Penumbræ & Lunæ. | Grad. 1, 37′. 25″ | Grad. 1. 22′. 57″ |
| Diſtantia à Nodo propiore. | Grad. 18. 49′. | Grad. 15. 58′. |

## NUMERUS XL.

### *An fuerit, vel futura ſit Eclipſis Solis, & cujus ſpeciei, inquirere.*

*Fig.* 28.
*a per. num.* 63. *lib.* 2.
*b per not.* 3. *nu. præc.*

§. 1. PEr *num.* 10 reperi momentum Veri ☌ cujuſcumque. Ad hoc momentum *a* inquire Latitudinem Veram Lunæ; cui cùm par *b* ſit Latitudo Apparens Penumbræ ex Lunâ viſæ, etiam hæc nota erit. Si Latitudo Centri Penumbræ viſæ ex Lunâ ſit par vel minor Grad. 1. 22′. 57″, Termino Ecliptico Neceſſario, erit Eclipſis; ſi par vel major Gr. 1. 37′. 25″, Termino nempè Poſſibili, non erit: ſi media eſt inter Terminos, videlicet minor Grad. 1. 37′. 25″, major Grad. 1. 22′. 57″, deficiet Sol fortaſſe. Utrùm ergo deficiet nec ne, ita cognoſces.

Inquire ad momentum Ecliptici ☌ Veri Parallaxim Lunæ *o* Horizontalem, hoc eſt *c* Semidiametrum Apparentem A O diſci Terræ ex Lunâ viſæ. Ad idem momentum inquire *d* Semidiametros Apparentes Solis & Lunæ; quarum ſumma aucta Secundis circiter 15 dabit *i* Semidiametrum Apparentem X O Penumbræ viſæ ex Lunâ. Confer deinde in unam ſummam Semidiametros Apparentes diſci Terræ, & Penumbræ.

*o per num.* 10. *l.* 2.
*c per num.* 36.
*d per num.* 35. *lib.* 3.
*i per num.* 38.

Si Latitudo Apparens Centri Penumbræ (ſuperiùs inventa) ſit par, vel major ſummâ Semidiametrorum Apparentium A O, X O diſci & Penumbræ; nulla erit Eclipſis Terræ, adeóque nec Solis; erit autem, ſi minor. Patet ex *Reg.* 1. & 2. *num.* 31, quia tota Penumbra in caſu primo tunc cadit extra diſcum Terræ, in caſu ſecundo autem, vel pars Penumbræ, vel Penumbra tota diſcó Terræ excipitur.

Si Latitudo Apparens Centri Penumbræ, major eſt Diametro Apparente diſci A O, nuſquam continget Solis Defectus Centralis. Patet ex *Reg.* 4. *num.* 31; tunc enim Centrum commune Umbræ & Penumbræ cadit extra diſcum Terræ.

Si Latitudo Apparens Centri Penumbræ Apparentem diſci Semidiametrum A O exceedat Minuto 1. 30′, non ſolùm non Centralis, ſed neque Totalis continget uſpiam Solis Defectus. Patet ex *Reg.* 3. *nu.* 31; tunc enim Umbra tota, cujus Semidiameter apparens Oculo in Lunâ non excedit *r* Min. 1. 30′ cadit extra diſcum Terræ. *r per n.* 37.

Si Latitudo Centri Penumbræ Apparens ſit æqualis vel minor Semidiametro Apparente diſci A O, ſpectabitur Eclipſis Centralis in uno loco. Totalis verò non Centralis in alijs. Patet ex *Reg.* 3. *num.* 31. tunc enim, & centrum Umbræ & pars Umbræ vel Umbra tota incidit in diſcum Terræ.

Utrùm verò Defectus Centralis, ſit futurus Centralis *t* Annularis, an Centralis Totalis, ita ſcies. Inquire per *num.* 33 an mucro Coni Lunæ ad Terram pertingat. Si non pertingat, Defectus erit Annularis, ut patet ex §. 5. *num.* 30.

*t Vide* §. 5. *num.* 30.

Utrùm Eclipſis Totalis (ſive ea Centralis ſit, ſive non) futura ſit Totalis cum morâ, vel ſine morâ, ſic cognoſces. Inquire per *num.* 33. an mucro Coni Lunæ ultra Terram porrigatur, vel an Terram contingat Si primum, erit Totalis cum morâ; ſi ſecundum, erit Totalis ſine morâ. Patet ex *num.* 30, §. 6. & 4.

## NUMERUS XLI.

### *Durationem Eclipſis Terræ ex Lunâ viſa, & durationis partes, atque inde durationem integram Eclipſis Solaris invenire.*

NOTA 1. PEr integram durationem Solaris Eclipſis intelligo non tempus, quo ea durat in uno loco; ſed totum illud tempus, quo uſpiam Terrarum ſucceſſivè ſpectatur, licet in uno loco jam ſpectari deſierit. Atque hoc ſenſu duratio tota Solaris Eclipſeos æqualis eſt durationi Eclipſis Terræ.

2. Eclipſis Terræ incipit cùm Lunæ Penumbra diſci

Digitized by Google

diſci Terreni limbum primò tangit, putà in P totâ Penumbrâ adhuc exiſtente in aëre extra Terram; finitur cùm Penumbra Terræ diſcum tangit ultimò, ſic ut tota jam rurſum exiſtat in aëre: ejuſque duratio eſt tempus quo Luna, ſeu Penumbra motu Vero à Sole percurrit arcum F B H.

3. Centrum Penumbræ ab Occaſu in Ortum durationis Eclipticæ viam F H in diſco Terræ perambulat celeritate non ſimili, ſeu proportionali, ſed æquali ei, quà centrum Lunæ in cælo motu Vero à Sole fertur: planè quemadmodum hominis in Sole deambulantis umbra, eâdem, quâ homo ipſe, celeritate movetur. Quare motus hic Penumbræ in Terrâ, & motus Lunæ Verus à Sole in cælo, unus idemque motus eſt, & cauſa unica Terræ Soliſque Eclipſim efficiens.

4. Quo tempore Penumbra Lunæ motu jam dicto ab Occaſu in Ortum ſuperficiem Terræ perambulans, cauſat Eclipſim Terræ & Solis, eodem tam Sol quàm Luna, & Penumbra Lunæ feruntur diurno motu ab Ortu in Occaſum. Quô fit, ut diſcus Terræ illuminatus Solem perpetuò comitans, mutetur aſſiduè cum Sole ab Ortu in Occaſum procedens. Verùm hoc non impedit, quò minùs quantitas arcus H F durationem Eclipſis juxta *Notationem* 2. definiat, circulo videlicet *o* Diſci A C E D O, diſci non individuum, ſed quantitatem repræſentante. Has notas quia Bullialdus & Ricciolus prætermittunt, ex ipſis rei Theoriam non facilè Tyrones aſſequentur.

*o Vide nu. 6. num. 39.*

5. Sectio plani Veræ Syzygiæ in diſco Terræ ſit O A E, occurrens viæ Centri Penumbræ in X: ſectio autem plani Eclipticæ in eodem diſco ſit Q D A C. Quoniam ſectio Syzygialis, utpote tranſiens per Polos Eclipticæ, recta eſt ad Q D A C ſectionem Eclipticæ, eadem obliqua erit ad viam Centri Penumbræ Q H, ac proinde angulus A X Q eſt acutus. Quare linea, ſive arcus, qui per A tranſiens rectus ſit ad F X H, cadet inter X, & F, putà in B. Unde arcus F H ſecatur bifariam non in X, ſed in B, ac proinde momentum medium durationis Terrenæ Eclipſis illud eſt, quo Penumbræ Centrum eſt in B. Diſtantia hujus momenti à momento Veræ Synodi permodica eſt, vixque ſenſibilis. Quare ut eam ab Aſtronomo ignorari turpe, ita curari, nil magnoperè neceſſarium.

*His præmiſſis*,

Momentum medium Eclipſis Terræ, arcus, ſeu Scrupula Incidentiæ F B, & Emerſionis B H, arcus ſeu Scrupula K B dimidiæ moræ Totalis Penumbræ ſuprà Terram, arcus ſeu Scrupula ϕ B moræ dimidiæ Centri ſuprà Terram, duratio demum tota Eclipſis Terræ, & durationis partes, eodem prorſus modo reperiuntur, quo in Eclipſi Lunæ *Numeris* 23, 24, 25, ſi pro Semidiametris Apparentibus Umbræ & Lunæ aſſumantur Apparentes Semidiametri diſci Terreſtris, & Penumbræ, quæ per *num.* 36, & 38, ſunt notæ. Adhibenda porrò eſt *Fig.* 27, & ubi illa deficit, inſpiciantur *Fig.* 19. 20. 18, in quibus circulus D O C E hic repræſentabit diſcum Terræ, minores circuli Penumbram, quamvis proportio Penumbræ ad diſcum major ſit quàm in iſtis Figuris exprimatur.

Ex Calculo Riccioli duratio maxima Eclipſis Terræ, Sole nimirum & Lunâ Perigeis, eſt Horarum 5. 52′.

# CAPUT VII.

## Quibus in Terris Solis Defectus ſit videndus, independenter à Parallaxi, definitur.

### NUMERUS XLII.

*Invenire ſitum puncti in ſuperficie Terræ, cujus ad certum temporis momentum innotuerint diſtantia ab Ecliptica, & Longitudo, ſeu locus in Ecliptica.* Fig. 29. 30.

IN Globo Terræ, in quo omnes ſequentes circuli concipiendi ſunt, eſto Æquator R S; Meridianus loci G in quo es, I M; ſitus Eclipticæ (mutatur enim in Terrâ aſſiduè ob motum Primi Mobilis) reſpectu Meridiani I M pro certo temporis momento C D, ejuſque tunc Polus in O; Polus Æquatoris I; Punctum quodvis in Terræ ſuperficie, B; per quod ex Eclipticæ Polo O deſcriptus ſit arcus Maximi circuli O B A N, occurrens Eclipticæ in A, & Æquatori in N. Igitur pro dicto temporis momento diſtantia puncti B ab Eclipticâ eſt arcus B A *ex hypot.* nota, & locus ejuſdem pro tunc in Eclipticâ eſt punctum A, etiam notum *ex hyp.* His datis, oporteat ſitum puncti B in Globo Terræ, hoc eſt Geographicam *a* ejus Longitudinem, & Latitudinem reperire. *a Defin 29. & 30. nn. 1. lib. 1.*

Per A & B ducantur Declinationum arcus I A P, I B Q. Quia notum eſt Eclipticæ punctum A, ejus ab Æquatore Declinatio A P nota fiet per *num.* 52. *lib.* 1. quâ demptâ, vel additâ Quadranti P I, notus fiet arcus A I: arcus autem A O eſt Quadrans, & O I diſtantia Polorum *b* nota eſt Grad. 23. 30′. Igitur in triangulo A I O ex tribus lateribus notis reperietur *c* angulus I O A, ſeu I O B, cum I A O, ſeu N A P. Jam quia datur *d* A B, hoc dempto vel addito Quadranti A O, notus fit arcus B O. Igitur in trigono B I O ex notis lateribus B O, I O cum angulo I O B reperietur *i* I B O; ſeu N B Q unà cum B I. Deinde in triangulo N P A rectus eſt *m* angulus A P N, ſeu I P R, & nota jam ſunt latus A P, anguluſque N A P: ex his ergo innoteſcet *o* N A; cui ſi addas, vel demas notum *per hyp.* arcum A B, innoteſcet arcus B N. Tandem, quia in trigono Q N B, rectus *t* eſt N Q B, & notus jam eſt arcus N B cum angulo N B Q, ex his reperietur *u* B Q diſtantia puncti B ab Æquatore, hoc eſt, Latitudo ejus Geographica. Ut ergo ſciatur poſitio puncti B in Globo Terræ, ſupereſt indaganda ejuſdem Longitudo Geographica, quod aſſequemur hunc in modum.

| *Quantitates inventæ* | |
|---|---|
| AP | NBQ |
| AI, IO | BI |
| IOB | NA |
| IAO, ſeu NAP | NB |
| BO | BQ |

*b per corol. nn 31. l. 1.*
*c Trig. ſph. probl 18.*
*d Hyp.*
*i Trig. ſph. probl. 19.*
*m per nu. 68. lib. 2.*
*o Trig. ſph. probl. 12.*
*t Per num. 68 lib. 2.*
*u Trig ſph. probl. 14.*

In triangulo A B I, ex tribus lateribus notis (nam A I, B I inventa ſunt *ſuprà*, & A B *ex hyp.* notum eſt) reperietur A I B, ſeu P I Q, quem quia metitur *x* arcus P Q, etiam hic erit notus. Inquiratur *z* deinde noti *per hyp.* Eclipticæ puncti A Aſcenſio Recta, ſeu Longitudo Æquatoria ab initio ♈, cujus terminus eſt in P. Inquire item *a* Aſcenſionem Rectam Medij Cæli (hoc eſt tui Meridiani I G M) quæ terminatur in M. Atque ita innoteſcet rectarum Aſcenſionum differentia P M: cui ſi demas vel addas notum jam arcum P Q, prodibit Q M diſtantia Æquato-

*x Defin. 4. nn. 66. l. 2.*
*z Per nn. 52. lib. 1.*
*a Per nn. 40. lib. 3.*

ria puncti B à tuo Meridiano I M : unde nota ſit Longitudo Geographica puncti B, ſi nota ſit Longitudo Meridiani tui.

Ut verò ſcias diſtantia inventa Q M reſpectu Meridiani tui I M, ſitne Orientalis an Occidentalis, ſic procede. Ad momentum illud, ad quod Terræ punctum B habebat ab Eclipticâ ſituatâ pro tunc in C D, determinatam diſtantiam B A, inquire quodnam *b* Eclipticæ punctum tranſeat per Meridianum tuum I M. Cùm igitur notum quoque ſit *ex hyp.* Eclipticæ punctum A, locus nempè Eclipticus pro eo momento puncti B, perſpicuum erit utrùm locus B, adeoque & diſtantia Æquatoria Q M, reſpectu Meridiani I M ſit Occidentalis, an Orientalis.

b *per num.* 41 *lib.* 3.

## NUMERUS XLIII.

### *Invenire punctum Terræ, in quo tempore Veræ Synodi incidit Centrum Penumbræ.*

Fig. 27. DIſcus Terræ illuminatus eſto A D O C E, in eoque ſectio plani Eclipticæ C A D, ſecti plani Synodici, ſeu Veræ Syzygiæ O A E, via Centri Penumbræ F X H, occurrens ſectioni Synodicæ O A E in X. Liquet Centrum Penumbræ quod eſt in unâ rectâ cùm centris Lunæ ac Solis, in momento Veræ ☌ eſſe in X. Oporteat notum reddere ſitum puncti X in Globo Terræ.

Cùm A centrum diſci illuminatum ſit perpendiculariter ſuppoſitum centro Solis, ſi notus fiat ad momentum Veræ ☌ locus Solis *a* in Eclipticâ, etiam notum erit punctum A in Eclipticâ Terreſtri. Inquiratur deinde ad idem momentum Veræ ☌ Vera *b* Latitudo Lunæ : ita innoteſcet in diſco Terræ Apparens Latitudo Penumbræ A X viſæ ex Lunâ, cùm ea Veræ Latitudini Lunæ *c* ſit æqualis. Tum reducatur Latitudo Apparens Penumbræ X A, quæ ſit ex gr. Scrup. 16, ad Gradus Maximi Terræ circuli hoc modo. Reperi ad momentum Veræ ☌ *d* Parallaxim Horizontalem Lunæ; ea dabit *o* Diametrum Apparentem diſci A O viſi ex Lunâ, quæ ſit ex. gr. Scrup. 63. Ut Scr. 63, ad Scr. 16, ita Gr. 90 fiant ad aliud; hoc dabit Gradus Maximi Terræ circuli, quibus æqualis eſt X A diſtantia Centri Penumbræ ab Eclipticâ Terreſtri D A C. Quoniam igitur in ſuperficie Terræ ad momentum Veræ ☌ nota ſunt diſtantia X A puncti X ab Eclipticâ, ejuſque in Eclipticâ locus A, ex his per *num. præced.* notus fiet in ſuperficie Terræ ſitus puncti A, qui petebatur.

a *per num.* 55. *lib.* 1.
b *per num.* 63. *lib.* 2.
c *per not.* 3. *num.* 39.
d *per num.* 14. *l.* 3.
o *per num.* 36.

## *Scholium.*

*In eo Terræ puncto, in quo momento Veræ ☌ Eclipticæ incidit Centrum Umbræ & Penumbræ, ☌ Vera & Viſa coincidunt in idem momentum, ac proinde iſthic Solis Defectus Centralis continget in* o *Nonageſimo. Et ☌ quidem Vera ibi tunc eſt* ex hypoteſi, *eſt verò tunc ibidem, & ☌ Viſa, quia ibi tunc eſt Centrum Umbræ ac Penumbræ; ubicumque autem illud fuerit, ibi eſt Synodus Viſa.*

o *Patebit ex nu.* 53.

## NUMERUS XLIV.

### *Invenire punctum Terræ, in quo momento medio Eclipſis Terreſtris ex Luna viſæ, incidit Centrum Penumbræ.*

IIſdem poſitis quæ *num. præced.* manifeſtum eſt ex *Notâ* 5. *num.* 41. momentum medium durationis Eclipſeos Terreſtris eſſe illud quo Penumbræ Centrum attingit punctum B deſignatum à perpendiculari A B, cadente (ut oſtendi *Notâ jam citatâ*) inter X & B. Oportet igitur puncti B ſitum in Globo Terræ notum efficere. Fig. 27.

Per Centrum Lunæ, ac B Centrum Penumbræ & Polos Eclipticæ ducatur circulus Maximus Latitudinis, producens in diſco Terræ ſectionem B ♆, quæ erit perpendicularis *c* ad Eclipticam Terreſtrem D A C, ac proinde ipſa eſt Latitudo Centri Penumbræ, & punctum ♆ eſt locus Centri Penumbræ B in Eclipticâ Terreſtri, idem cum loco Lunæ in Eclipticâ cæleſti. Quare ſi per *num.* 41. notum fiat momentum medium Eclipſis Terræ, quo Centrum Penumbræ (ut dixi) eſt in B, atque ad illud per *num.* 46, (*vel* 47) & 65. *lib.* 2. reperiatur locus Lunæ in Eclipticâ Cæleſti, etiam notum erit punctum ♆ locus Centri B Penumbræ in Eclipticâ terreſtri. Quod ſi deinde ad momentum idem nota fiat Latitudo Vera Lunæ, etiam nota *d* erit B ♆ Latitudo Apparens Centri Penumbræ ex Lunâ viſæ. Reducatur deinde B ♆ ſic nota, ad Gradus Maximi Terræ circuli, ut factum *num. præc.* Quoniam igitur ad momentum dictum in ſuperficie Terræ nota ſunt puncti B diſtantia B ♆ ab Eclipticâ D A C. ejuſque in Eclipticâ locus ♆, ex his reperietur *e* puncti B ſitus in Globo Terræ.

c *per n.* 68. *lib.* 2.
d *per not.* 3. *nu.* 39.
e *per n.* 42.

## NUMERUS XLV.

### *Invenire punctum Terræ (P) in quo Penumbra Terram primò continget, & punctum (S) in quo ultimò.*

Fig. 27.

INveni *a* momentum medium Eclipſis Terræ & durationem ejus dimidiam, quam ſi auferas à momento medio prodibit momentum, quo Penumbra Terram primò continget in P; ſi addas, prodibit momentum, quo ultimò in S. Ad momentum, quo Terram primò contigit in P, inquire *i* Latitudinem Lunæ Veram; ſic nota erit *b* (F L) Latitudo Penumbræ viſæ ex Lunâ, quæ (F L) ad Eclipticæ veſtigium (Q D A C) perpendicularis *m* eſt. Ex P ad Q D A C perpendicularis etiam ſit P V, quaſi æquidiſtans ipſi F L; eritque P V Latitudo, ſeu diſtantia puncti P ab Eclipticâ Terreſtri, V verò locus ipſius P in Terreſtri Eclipticâ, idem qui Lunæ in Eclipticâ Cæleſti pro dicto momento. Quare ſi ad illud per *num.* 46 *vel* 47 & per *num.* 65. *lib.* 2. reperiatur locus Lunæ in Eclipticâ Cæleſti, etiam notum erit punctum V in in Eclipticâ Terreſtri. Ad idem momentum reperi A φ Apparentem Semidiametrum *o* diſci & F P *p* Semidiametrum Appar. Penumbræ. Tum fiat ut ſumma F P A Semidiametrorum Apparentium diſci & Penumbræ, ad P A Semidiametrum Appar. diſci, ita F L Latitudo Penumbræ Apparens ſuperiùs inventa, ad Quartum, dabit hoc P V in Scrupulis, ſecundùm quæ nota fuit F L: cùm enim P V, F L quaſi æquidiſtent, erit ut F A ad P A, ſic F L ad P V. Poſtremò P V jam nota in partibus ipſius F L reducatur

a *per n.* 41.
i *per n.* 64. *lib.* 2.
b *per not.* 3. *num.* 39.
m *per nu.* 68. *lib.* 2.
o *per n.* 36.
p *per n.* 68.

catur ad Gradus Maximi Terræ circuli. Quoniam igitur ad momentum quo Penumbra Terram primò contingit in P, nota eſt in ſuperficie Terræ puncti P diſtantia P V ab Eclipticâ, ejuſque locus in
r per n. 42. Eclipticâ, ex his reperietur r ſitus puncti P in Globo Terræ.

Quod ſi ad momentum ſuprà inventum, quo Penumbra Terram ultimò tangit in S inquiratur, ut ſuprà Latitudo Penumbræ H ᵯ, reperies eodem modo S θ, & punctum Eclipticæ θ, atque ex his ſitum puncti S in Terrâ.

## NUMERUS XLVI.

Fig. 27. *Invenire punctum Terræ (φ), quod à Penumbræ Centro primum inſidebitur, & punctum (ω) quod ultimò.*

a per n. 41. INveni a momentum medium Eclipſis Terræ, & moram dimidiatam Centri Penumbræ ſuprà Terram; hanc ſi demas momento medio, prodibit momentum quo Penumbræ Centrum primò Terram inſidebit in φ; ſi addas, prodibit momentum, quo Terram deſeret in ω. Ad hæc momenta inquire b Latitudines Lunæ Veras & loca c Lunæ in Eclipticâ. Sic notæ evadent diſtantiæ d punctorum φ, ω ab Eclipticâ Terreſtri D A C, & loca eorumdem in Eclipticâ Terreſtri: ex quibus per num. 42 innoteſcet eorum ſitus in Globo Terræ.

b per n. 64. lib. 2. c per n. 46. (vel 47) & 65. l. 2. d per not. 3. num. 39.

## NUMERUS XLVII.

*Quibus in Terris Solis Eclipſis apparitura ſit, invenire.*

Fig. 32. a per n. 45. b per n. 43. c per n. 44. INveni a punctum Terræ (B) in quo Terram Penumbra primò tanget; & punctum (C) in quo ultimò. Deinde reperi (A) punctum Terræ, quod b in momento ☌ Veræ, vel punctum, quod in momento c medio Eclipſis Terræ, Centrum Penumbræ inſidebit. Per hæc tria puncta jam nota intelligatur in ſuperficie Terræ deſcribi Arcus, ſeu ſpira (B A C). Quoniam igitur nota ſunt puncta B A C, hoc eſt Geographica eorum tum Longitudo, tum Latitudo, etiam notæ erunt Terræ per quas incedit arcus B A C.

Omnes qui degunt in arcu B A C, videbunt Eclipſim Solis. Orientaliores quàm B, vel Occidentaliores quàm C, non videbunt: & qui in B, ſpectabunt omnium primi; & qui in C, omnium ultimi.

Horum omnium demonſtratio patet *ex conſtructione & regulis* 3 *ac* 5. *num.* 31. Quod Solis Eclipſis Occidentalioribus appareat priùs, oſtendam *num.* 50.

Quoniam verò Penumbræ Centro perambulante arcum B A C, Penumbra ad utramque partem arcus B A C Terram ſimiliter peragrando infuſcat, fit ut non ij ſoli qui degunt in arcum B A C, Eclipſim Solis conſpiciant, ſed illi etiam quos ad utramque partem arcus B A C Penumbra pertranſit. Porrò Diameter Penumbræ nota fit per *num.* 35, & quando maxima eſt, adæquat Gradus circiter 71.

## NUMERUS XLVIII.

*Quibus in Terris Solis Defectus Centralis appariturus ſit, invenire.*

REperi l Terræ punctum (I) quod primum à Penumbræ Centro inſidebitur, & punctum (K) quod ultimò. Inveni deinde punctum Terræ m (A) quod in momento Veræ ☌, vel punctum n quod in momento medio Eclipſis Terrenæ, Centrum Penumbræ inſidebit. Per hæc tria puncta jam nota, arcus, ſive ſpira intelligatur deſcribi (I A K). Fig. 31. l per n. 46. m per nu. 43. n per n. 44.

Qui degunt in arcu I A K, & ſoli, ſpectabunt Defectum Solis Totalem Centralem; primi quidem, qui in I; ultimi, qui in K. Demonſtratio patet *ex conſtructione, & regulis* 4 *ac* 6. *num.* 31.

Quia porrò Umbræ a Meræ circellus ad partem utramque arcus I A K Terram infuſcat ſucceſſivè ad motum Centri ejus, fit ut Eclipſim Totalem (ſed non Centralem) ſpectent etiam ij, quos ad utramque partem arcus I A K Umbræ circellus pertranſit. Diameter Umbræ per *num.* 34. eſt Graduum 3. 31'. 30", hoc eſt Milliariorum Horar. ferè 85. a Quid ſit, vide §. 1. num. 20.

## NUMERUS XLIX.

*Qualis Linea ſit, quam in Terrâ Centrum Lunaris Penumbra deſcribit.*

PEnumbræ Centrum per ſuperficiem Terræ fertur duobus motibus. Primus, qui ipſam Eclipſim cauſat, fit ab Occaſu in Ortum, ſive in conſequentia, per Eclipticæ planum; eſtque ejuſdem celeritatis (ut dixi *num.* 41. *Not.* 3) vel potiùs idem, cum motu Vero Lunæ à Sole. Alter fit ab Ortu in Occaſum, eſtque idem cum motu diurno; ac proinde fit per Æquatorem, vel Æquatori parallelum. Ex his duobus motibus Penumbræ, tertius ex utroque mixtus componitur, cujus proinde ſemita neque Ecliptica eſt (ea enim eſt ſemita motus primi), neque Æquator aut parallelus, nam is ſemita eſt motus ſecundi, ſeu Diurni; ſed eſt linea quædam ſpiralis, quam de facto Centrum Penumbræ in ſuperficie Terræ percurrit. Atque hæc eſt linea I A K in *Fig.* 31 ſuo ductu determinans loca, in quibus Eclipſis Centralis apparebit. Fig. 31. 32.

## NUMERUS L.

*Penumbra Lunæ abſolutè movetur ab Occaſu in Ortum: unde Occidentaliores priùs vident Solis Defectum, quàm Orientaliores.*

VIæ Lunaris, ſive ſectio Eccentrici Lunæ in diſco Terræ ſit F H. Contingat autem Penumbra Terram primò in P, deinde in S, Centro ejus exiſtente primò in F, deinde in H, Tempus quo Penumbræ Centrum ab Occaſu in Ortum percurrit arcum F H, eſt duratio Eclipſis Terræ. Ea autem cùm maxima eſt, explet a Horas 5. 52'. & tunc Luna in momento ☌ caret Latitudine Viſâ, adeoque arcus F H (ut in *Fig.* 20.) tunc eſt æqualis ſummæ Diametrorum Diſci & Penumbræ. Ergo tunc Horis 5. 52', Centrum Penumbræ abſolvit ab Occaſu in Ortum plus quàm Terræ Semicirculum. At motu Diurno ab Ortu in Occaſum Penumbræ centrum Horis 5. 52', Fig. 27. 20. a per n. 41.

in Terræ itidem ſuperficie percurrit minùs Quadrante. Motus igitur quo Penumbræ Centrum per ſuperficiem Terræ fertur in Ortum, celerior eſt motu, quo idem Centrum per ſuperficiem Terræ movetur in Occaſum. Igitur motus Centri Penumbræ abſolutus, qui ex utroque priori componitur, Simpliciter procedit ab Occaſu in Ortum, ſive in conſequentia, per lineam Spiralem *Num. præc.* expoſitam, ſed tantò tamen tardiùs, quantùm ex ejus celeritate motus Diurnus in Occaſum, detrahit.

### NUMERUS LI.

***Primo Eclipſis Solaris Spectatori, Sol ad Eclipſis initium oritur; Spectatori ultimo occidit ad Eclipſis finem.***

*Fig.* 34. RAdij Conum Penumbræ efficientes, ſint F A, K C; quorum is, qui tangit limbum Solis Occidentalem in F, & Orientalem Lunæ in I, contingat Terram in A. Manifeſtum eſt primum Eclipſis Spectatorem eſſe eum, qui degit in A. Ei autem Sol eodem momento oritur, quia ejus Horizon Viſibilis eſt A F, quem Sol motu Diurno tendens versùs G, tangit in F. Pari modo radius Penumbræ tangens Solis limbum Orientalem in G, & Lunæ Occidentalem in X, Terram contingat in B. Rurſum liquet ultimum Eclipſis Spectatorem eſſe illum qui habitat in B: pariterque clarum eſt illi Solem tunc occidere, cùm ejus Horizon Viſibilis ſit B G, infrà quem Sol jam totus deſcendit.

## CAPUT VIII.

### Quî Tempus, Duratio, Quantitas, Solaris Eclipſis reperiantur in loco dato.

HActenus Parallaxes evitavimus. In ijs, quæ conſequuntur, earum uſus neceſſarius erit. Revocanda igitur huc ſunt, quæ *toto cap. 7. lib. 3.* de Parallaxi Longitudinis & Latitudinis expoſui.

### NUMERUS LII.

***Motum Horarium Apparentem, ſeu Viſum Lunæ à Sole in ☌ invenire.***

AD momentum ☌ Veri inquire *b* Parallaxim Longitudinis Lunæ, & notam habeto Longitudinem Veram Lunæ, quæ tunc eadem eſt quæ Solis, inveniturque proinde per *num.* 55. *lib.* 1. Si tum Luna exiſtat in Zodiaci Quadrante Orientali, Parallaxis Longitudinis addita Longitudini Veræ; Dempta verò, ſi in Occidentali, dabit Longitudinem Lunæ Viſam, ejuſque locum in Eclipticâ Viſum ad Veri ☌ tempus. Adjice deinde ad Veri ☌ tempus, vel ei deme Horam unam, atque ad illud ſic auctum vel minutum inquire *d* Parallaxim Longitudinis Lunæ ejuſque Longitudinem *e* Veram in Eclipticâ Parallaxis Longitudinis, addita, (ut priùs) vel dempta Longitudini Veræ, dabit Longitudinem Viſam Lunæ, adeóque & locum Viſum in Eclipticâ ad Veri ☌ tempus unâ horâ auctum minutúmve. An porrò exiſtat Luna in Quadrante Orientali, an in Occidentali, cognoſces, ſi *per num.* 43. *lib.* 3. reperias quodnam Eclipticæ punctum ſit tunc in Nonageſimo, idque conferas cum Lunæ loco. His peractis, differentia Longitudinis Viſæ ad tempus ☌ Veri, à Longitudine Viſâ ad tempus Veri ☌ unâ horâ auctum, vel minutum, eſt motus Horarius Lunæ Viſus, ſeu Apparens ante vel poſt Synodum immediatè.

b *Per num.* 46. *lib* 3.
c *Patet ex propr.* 5. *n.* 39. *l.* 3.
d *Per num.* 46. *l.* 3.
e *Per num.* 40. & 65. *lib.* 2.

Eodem planè artificio reperietur motus Horarius Apparens Solis. Quare ſi hunc demas à motu Apparente, ſeu Viſo Lunæ, relinquetur motus Horarius Viſus Lunæ à Sole, immediatè ante vel poſt Veram ☌, qui quærebatur.

Motus horarius visus Lunæ a Sole ex calculo Riccioli.

| *Sole & Lunâ Apogæis* | *Sole & Lunâ Perigæis* | *Sole Apogæo & Lunâ Perigæâ.* | *Sole Perigæo & Lunâ Apogæâ.* |
|---|---|---|---|
| Min. 26′. 57″ | 32′. 56″ | 24′. 12″ | 30′. 44′. |

Porrò motus Horarius Viſus Lunæ à Sole ante Veram ☌ provenit demendo Horam unam à tempore Veræ ☌: motus autem Horarius Viſus Lunæ à Sole poſt Veram ☌, reperitur tempus Veræ ☌ augendo Horâ unâ, ut patet *ex dictis*.

### NUMERUS LIII.

***In Quadrante Occidentali Ecliptica Synodus Viſa ſequitur Veram, in Orientali Viſa Veram præcedit. Intervallum porrò utriuſque Synodi eſt tempus, quo Luna motu Viſo à Sole percurrit Parallaxim Longitudinis Lunæ à Sole. In Nonageſimo Synodus Viſa, & Vera coincidunt.***

*Fig.* 33. 35. MEridianus ſit P Z Q; Horizon P Q; Zenith Z; Ecliptica L X, ejuſque Polus B; Polus Mundi A; circulus Longitudinis per Verticem Z tranſiens, B Z S, qui conſpicuum Eclipticæ Semicirculum *a* biſecat in M, & Quadrans Occidentalis *in Fig.* 33. eſt H M, Orientalis *in Fig.* 35. M V. Ad momentum ☌ Veræ exiſtat centrum Lunæ in R: per R ducatur circulus Altitudinis Z R Y, & Longitudinis circulus B R K determinans in Eclipticâ locum Lunæ Verum K. Quoniam igitur ſupponitur tunc eſſe tempus ☌ Veræ, etiam locus Solis Verus *o* erit in eodem Eclipticæ puncto K. Lunæ Parallaxis in Altitudinis circulo ſit R F, adeóque locus Lunæ Viſus ſit F qui ducto per ipſum Longitudinis circulo B F I, reducatur ad Eclipticæ punctum I. Parallaxis Solis in Altitudinis circulo ſit K N, adeóque locus Solis Viſus N, qui ducto per ipſum Longitudinis circulo B N, reducatur ad Eclipticæ punctum O. Igitur locus Viſus in Eclipticâ, Solis quidem eſt O, Lunæ I, utriuſque Verus in K, Parallaxis Longitudinis, Lunæ quidem K I, Solis K O, Lunæ à Sole O I.

a *per corol.* 1. *num.* 71. *l.* 2.
o *per def.* 6. *num.* 20. *lib.* 2.

His, quæ utrique Schemati ſunt communia, hunc in modum conſtitutis, inſpiciatur jam ſolùm ſchema 33; in quo Quadrans Eclipticæ Occidentalis eſt H M, & Signorum ſucceſſio ſecundùm ordinem litterarum X H M L. In hoc Quadrante igitur quo momento loca Vera Solis & Lunæ Longitudine con-

conveniunt in K, hoc eſt quo ☌ Veræ celebratur Lunæ in Eclipticâ locus Viſus I, eſt neceſſariò Occidentalior Solis in Eclipticâ loco Viſo O, ab eoque adhuc diſtat arcu I O, Parallaxi nempè Longitudinis Lunæ à Sole. Quare ut locus Viſus Lunæ I aſſequatur locum Solis Viſum O, adhuc requiritur tantum tempus, quanto opus eſt, ut motus Viſus Lunæ à Sole percurrat I O Parallaxim Longitudinis Lunæ à Sole. Igitur in Quadrante Occidentali Synodus Viſa ſequitur Veram eo temporis intervallo, quo Lunæ motu Viſo à Sole Parallaxim Longitudinis Lunæ à Sole percurrit.

*Fig. 35.* Inſpiciatur deinde ſolum *ſchema* 35; in quo Quadrans Orientalis eſt M V, & ſucceſſio Signorum ſecundùm ſeriem litterarum L M V. Hic patet Lunæ in Eclipticâ locum Viſum I Orientaliorem eſſe loco Viſo in Eclipticâ Solis O, eo momento, quo Vera ☌ contingit in K, hoc eſt quo loca Vera Luminarium conveniunt Longitudine in K. Quare quando Vera ☌ fit in K, locus Lunæ Viſus jam præterivit locum Solis Viſum O, toto arcu O I, Parallaxi nempè Longitudinis Lunæ à Sole. Unde manifeſtum eſt Synodum Viſam in Quadrante Orientali contingere ante Veram eo temporis intervallo, quo Luna motu Viſo à Sole percurrit Parallaxim Longitudinis Lunæ à Sole.

Quando in Nonageſimum Eclipticæ Gradum M incidit Vera ☌, eodem momento etiam Synodus Viſa contingit. Temporis enim diſcrepantia inter utramque Synodum oritur à Parallaxi Longitudinis, quæ in Nonageſimo *b* evaneſcit. [*b per propr. 1 num. 39. lib. 3.*]

NUMERUS LIV.

*Dato tempore Synodi Veræ, tempus Synodi Viſæ invenire.*

[*d per num. 47 lib. 3.* *i per n. 52.*] §. 1. TEmpus ☌ Veræ notum fit per *num.* 10. Ad hoc inquire *d* Parallaxim Longitudinis Lunæ à Sole, quam in tempus converte hoc modo. Inveni motum *i* Horarium Viſum Lunæ à Sole ante Veram Synodum vel poſt; qui ſit ex. gr. Scrupulorum 30. Deinde fiant ut Scrupula motus Horarij Viſi Lunæ à Sole, ad Scrupula Parallaxeos Longitudinis Lunæ à Sole, ſic Hora una, ſive Scrupula 60 ad Quartum. Prodibit tempus, quo Luna motu Viſo à Sole percurrit Parallaxim Longitudinis Lunæ à Sole; hoc eſt, *m* tempus quo ☌ Viſa Veram ſequitur vel præcedit. [*m per nu. 53.*] Quare ſi ☌ Vera incidit in Eclipticæ Quadrantem Occidentalem, tempus jam inventum adde tempori Veræ Synodi, ſi in Orientalem, deme: prodibit tempus Synodi Viſæ, ut patet *ex num. præc.*

Pro inventione temporis, quo ☌ Viſa & Vera diſtant, obſerva, utendum eſſe motu Horario Viſo Lunæ à Sole poſt Veram Synodum, ſi ea incidit in Quadrantem Occidentalem; contra verò ſi in Orientalem, utendum eſſe motu Horario Viſo ante ☌ Veram. Ratio eſt, quia motus Lunæ Viſus mutatur aſſiduè, & multò ampliùs, quàm Verus: unde non licet motum Lunæ Viſum promiſcuè hîc aſſumere.

§. 2. Tempus Viſæ ☌ hoc modo repertum ſi volueris, ſic examina. Ad ipſum illud Viſæ ☌ tempus inquire Parallaxim Longitudinis Lunæ à Sole, & Luminarium Vera loca atque inde Veram eorum diſtantiam in Zodiaco. Si hæc æqualis eſt Parallaxi, tempus ☌ Viſæ exactè inventum fuit. Si diſtantia Luminarium major eſt Parallaxi, differentiam in tempus converſam juxta proportionem Horarij motus Viſi Lunæ a Sole ad tempori Viſæ ☌, in Quadrante Orientali; deme in Occidentali. Si diſtantia Luminarium eſt minor Parallaxi, contrarium facito. Ita ☌ Viſæ tempus exactum prodibit.

Ratio eſt quia in momento Viſæ ☌, diſtantia Vera Luminarium in Zodiaco neceſſariò æqualis eſt Parallaxi Longitudinis Lunæ à Sole: quod ſic oſtendo. [*Fig. 37. 38.*] Meridianus eſto P Z Q; Horizon P Q; Zenith Z; Ecliptica L X; ejus Polus B; Parallaxis Lunæ in circulo Altitudinis ſit R F, ac proinde locus ejus Verus R, Viſus F. Parallaxis Solis in circulo Altitudinis ſit O N, adeoque locus ejus Verus ſit O, Viſus N. Jam quia *per hyp.* eſt ☌ Viſa, loca Viſa Solis N, Lunæ F ſunt in uno plano ejuſdem Longitudinis circuli B F I N, reducunturque ad idem Eclipticæ punctum I, in quo proinde Viſa ☌ celebratur. Ducatur deinde per Lunæ locum Verum R circulus Longitudinis B R M. Igitur in Eclipticâ, locus Verus Lunæ eſt M, locus Verus Solis eſt O, loca Viſa Solis, & Lunæ ſunt in I. Ergo Parallaxis Longitudinis Lunæ eſt M I, Solis O I, Lunæ à Sole M O. Atqui M O etiam eſt diſtantia loci Veri Lunæ M, à loco Vero Solis O. Ergo in Viſâ ☌ Parallaxis Longitudinis Lunæ à Sole æqualis eſt diſtantiæ Veræ Luminarium in Zodiaco.

Maximum intervallum ☌ Viſæ & Veræ eſt Horarum 2 circiter.

NUMERUS LV.

*Ad tempus Viſæ ☌ Latitudinem Viſam Lunæ à Sole invenire.*

IIſdem poſitis & conſtructis quæ §. 2. *nu. præced.* Ad tempus ☌ Viſæ, quod *per num. præced.* jam innotuit, [*Fig. 37. 38.*] inquire Latitudinem Veram *a* Lunæ M R, & Latitudinis *b* Parallaxim. [*a per num. 63. lib 2.*] Si R F Parallaxis Lunæ in circulo Altitudinis, deprimat locum Lunæ versùs unum Polum, putà ex R in F, & Latitudo Vera M R tendat ad Polum alterum B, ut *in Fig.* 37, contingit, aufer Parallaxim Latitudinis à Latudine Verâ M R: [*b per num. 46. lib 3.* *c Def 3. nu. 38. l. 3.*] relinquetur *c* Latitudo Lunæ Viſa I F ad ☌ Viſæ momentum. Si (quod *in Fig.* 38 accidit) Altitudinis Lunæ Parallaxis R F deprimat locum Lunæ versùs eundem Polum, ad quem tendit Latitudo Vera M R, Parallaxim Latitudinis adde Latitudini Veræ M R: ſumma dabit I F Latitudinem Viſam. Poſtremò inquire *d* Solis Parallaxim Latitudinis I N, (quæ ſemper eſt ipſa Solis Latitudo Viſa): quam Viſæ Latitudini Lunæ I F, ſi Borea eſt (ut in *fig.* 37.) adde; ſi Auſtrina, (ut in *Fig.* 38.) deme: prodibit F N Latitudo Viſa Lunæ à Sole ad tempus Viſæ ☌, quæ petebatur. [*d per num. 46. lib. 3.*]

*Eodem modo reperietur Latitudo Viſa Lunæ paulò ante, vel poſt ☌ Viſam.*

NUMERUS LVI.

*Defectus Solaris quantitatem in loco dato invenire.*

SOl eſto C B D E, Luna B I, Ecliptica C D, via Lunæ Apparens, ſeu Viſa F H.

Inquire ad tempus ☌ Viſæ, quod per *num.* 54 jam innotuit, Viſam Latitudinem *f* Lunæ à Sole, & Apparentes Semidiametros *i* Solis & Lunæ. [*f per num. præced.* *i per num. 35. l. 3.*]

§. 1. Si Latitudo Viſa Lunæ à Sole A G eſt æqualis [*Fig. 37.*]

Iis ſummæ Apparentium Semidiametrorum Solis A O, Lunæ G B, Eclipſis erit nulla in loco dato. *Vide dicta num. 20, §. 1.*

*Fig.* 40. 41.42. Si Latitudo Viſa Lunæ à Sole A G, eſt minor ſummâ Appar. Semidiametrorum Solis A O, & Lunæ G B, in dato loco pars Solis obſcurabitur. Sed obſcurationis quantitas innoteſcet hunc in modum.

*Fig.* 40. §. 2. Si Latitudo Viſa Lunæ à Sole A G, eſt minor ſummâ Semidiametrorum Apparentium Solis & Lunæ, ſed major tamen Semidiametro Solis Apparente ſolâ A O; aufer A O Semidiametrum Apparentem Solis à Latitudine Viſâ A G; & reſiduum G O aufer à Semidiametro App. Lunæ G B. Relinquetur O B pars obſcurata Solaris Diametri, hoc eſt relinquentur O B Scrupula Deficientia.

*Fig.* 42. Si Latitudo Viſa Lunæ à Sole A G, eſt minor Semidiametro Apparente Solis A O, aufer A G Latitudinem Viſam à Semid. App. Solis A O, & reſiduum O G adde Semidiametro App. Lunæ G B: ſummâ, dabit O B partem obcuratam Solaris Diametri.

*Fig.* 41. Si Latitudo Viſa Lunæ à Sole A G eſt par Solis App. Semidiametro A O, dimidium Solaris Diametri deficiet.

§. 3. Cùm Luna caret omni Latitudine Viſâ à Sole, Eclipſis erit Centralis in loco dato, & ſi tunc Diametri Appar. Luminarium ſint æquales, Eclipſis in dato loco erit Totalis ſine morâ; ſi verò Solis Appar. Diameter O E ſit minor, Eclipſis erit Totalis cum morâ: ſi demùm Appar. Solis Diameter ſit major, Eclipſis ſpectabitur Annularis.

n *Vide* §.4. *num.*22. *Fig.* 40. 42.41. §. 4. Digitos n Eclipticos ſic invenies: ut Scrupula totius Diametri Solaris Apparentis O E ad Scrupula Deficientia O B. §.2. jam reperta, ita ſac 12 ad Quartum. Prodibunt Digiti Ecliptici, ſive duodecimæ partes Diametri O E, contentæ in obſcuratâ Diametri parte O B.

§. 5. In Eclipſi Centrali Annulari pauciores obſcurantur Digiti quàm 12, quia Diameter App. Lunæ tunc eſt minor Diametro App. Solis. In Eclipſi Centrali Totali ſine morâ, Digiti deficiunt 12, quia tunc Luminarium Appar. Diametri æquales ſunt. In Eclipſi Totali Centrali cum morâ deficere dicuntur. Digiti plures quàm 12, quia cùm Diameter Solis App. tunc minor ſit Diametro Apparenti Lunæ, etiamſi Solis App. Diameter augeretur, & fieret æqualis Lunari, adhuc tota poſſet à Lunâ tegi. Pro caſu primo, & tertio Digitos Eclipticos invenies, ſi Diametrorum Apparentium Solis ac Lunæ differentiam convertas o in partes duodecimas Solaris Diametri, eaſque Digitis 12 in caſu primo demas, in ſecundo addas.

o *Ut* §. 4.

## NUMERUS LVII.

*Defectus Solaris medium, initium, finem, durationem, & durationis partes in loco dato invenire.*

*Fig.* 44. §. 1. MOmentum medium Eclipſis, ſive Obſcurationis maximæ, quamvis modica differentia ſit, non eſt idem cum momento Synodi Viſæ, quando nempè centrum Lunæ attingit A X O planum ☌ Viſæ, quod ad Eclipticam C D rectum eſt; medium quippe momentum illud eſt, quo centrum Lunæ attingit arcum A B, qui rectus eſt ad viam Lunæ Viſam F H, ubi videlicet minimam habet centrum Lunæ diſtantiam Viſam; à Solis centro A. Quod eodem modo hic oſtenditur, quo in Defectu Lunari id oſtenſum *num.*23.§.1, & in Eclipſi Terræ *num.*41.§.5. Arcus porrò A B diſtantiæ minimæ, & momentum ipſum medium Eclipſeos reperietur, ut *num.* 23.§.2.

§. 2. Tangat Luna Solem in P, & eorum centra F, A, connectat linea A F, quæ per contactum P tranſibit. In triangulo A B F, quod ad B rectangulum eſt, nota ſunt latus a A F ſumma Semidiametrorum Apparentium Solis & Lunæ, & latus b A B diſtantia minima centri Lunæ à centro Solis: ex quibus proinde innoteſcet linea F B, hoc eſt Scrupula Incidentiæ. Hæc juxta proportionem motus Viſi Horarij Lunæ à Sole (ut factum *num.* 54. §. 1.) in tempus converſa, dabunt durationem dimidiam defectus Solis: quam ſi demas Eclipſis tempori medio, initium prodibit Eclipſeos. Deinde quia c B H Scrupula Emerſionis æquantur B F Scrupulis Incidentiæ, cùm nota jam ſint B F, etiam B H nota erunt. Igitur B H in tempus converſa dabunt partem alteram durationis Eclipticæ: quæ addita momento medio Eclipſis, dabit finem Eclipſeos. Verumtamen hic obſerva, ut F B Scrupula Incidentiæ vertantur in tempus, opus eſſe motu Viſo Hor. Lunæ à Sole, ante ☌ Viſam; ut verò Scrupula Emerſionis B H in tempus convertas, opus eſſe motu Viſo Horario poſt ☌ Viſam.

a *per num.* 35. §.3. b *per num.* 23. §. 2. c *Vide* §.2. *num.*24.

§. 3. In Solis Eclipſi Centrali via tota durationis Eclipticæ, quæ conſtat Scrupulis Incidentiæ F A, & Scrupulis Emerſionis A H, æqualis eſt ſummæ Appar. Diametrorum Solis, & Lunæ, quæ juxta proportionem motus Hor. Viſi Lunæ à Sole in tempus converſa, exhibet durationem totam Eclipſeos. Si eſt Eclipſis Totalis cum morâ, exceſſus Lunaris Diametri App. ſuprà Diametrum Appar. Solis in tempus converſus, dabit moram obſcurationis Totalis.

§. 4. Solaris Eclipſeos duratio maxima reperitur Sole Apogeo, & Lunâ Perigeâ eſtque

| | Hor. | ′. |
|---|---|---|
| *Ptolomæo* | 3. | 8. |
| *Tychoni* | 2. | 56. |
| *Copernico* | 3. | 18. |
| *Lansbergio* | 3. | 18. |
| *Vendelino* | 3. | 0. |
| *Ricciolo* | 3. | 8. |

§. 5. Mora longiſſima totius Solis in tenebris eſt circiter Minutorum 9′. 30″, Sole itidem Apogæo, & Lunâ Perigeâ.

*Lineæ hoc Numero aſſumptæ, quamvis ſint arcus circulorum, poſſunt tamen abſque notabili errore pro rectis aſſumi, & triangula iis contenta, reſolvi ut rectilinea.*

## *Scholia.*

I. Ut reperiri poſſint initium, finis, duratio Eclipſis Solaris, aſſumi debet vel A X Latitudo Lunæ Viſa ad tempus ☌ Viſæ, more Antiquorum; vel cum Keplero & Ricciolo, arcus diſtantiæ minimæ A B. Utrumvis aſſumatur, aliquid in quæſiti accuratione deſiderabitur. Ut enim notus fiat arcus A B eo modo, quem expoſui *num.*23. §.2, pro viâ Lunæ Verâ aſſumi debet via Lunæ Apparens, ſeu Viſa F H, & ſupponi angulum viæ Apparentis cum Eclipticâ non ſenſibiliter differre ab angulo viæ Lunaris Veræ cum eâdem Eclipticâ, qui i in ☌ & ☍ eſt Grad.5. Id verò ſæpe falſum eſt. Cùm enim Eclipſes ſunt parvæ, aut via *Fig.* 44. i *per num.* 61. *lib.* 2.

via Viſa Lunæ eſt valdè obliqua Eclipticæ, oſtendit o Keplerus angulum Eclipticæ & viæ Viſæ Lunaris, evadere interdum duplo, triplo, aut etiam quadruplo majorem. Nec evitabis, ſed augebis potiùs errorem, ſi tum volueris uti Latitudine Viſâ AX: Tunc enim inſuper ob magnitudinem anguli jam dicti, etiam angulus AXF erit ſenſibiliter recto minor, ac proindè non poterit is ſine errore aliquo aſſumi pro recto, nec triangulum AXF (quod tamen eſt neceſſarium) pro rectangulo. Accedit quòd via durationis Eclipticæ FH aſſumatur ut arcus, vel linea recta, in uno Maximi circuli plano exiſtens; cùm tamen (ut Keplerus etiam obſervat) ob varietatem continuam Parallaxeos ſit flexuoſa, ac proinde nequaquam unâ planâ ſuperficie comprehenſa. Nihilominus idem Keplerus affirmat differentiam inde natam non videri ſenſibilem, niſi circa Nonageſimum, & Meridianum. Ex his manifeſtum fit, ſi methodo ordinariâ utamur, principium, finem, durationem Solaris Eclipſis minùs exactè reperiri, quàm reperiantur eadem in Eclipſi Lunari.

o *Aſtron. opt cap. 11. probl. 30.*

Imò ne ipſum quidem momentum medium Solaris Eclipſis prorſus exactum eſt. Quamvis enim ſpatia FB, BH æqualia ſunt, tempora tamen quibus ea motus Viſus Lunæ à Sole percurrit, ob variationem ejus aſſiduam, & inæqualem, non ſunt exactè æqualia.

Enimverò poteſt, quemadmodum in alijs quàm plurimis, etiam in hoc negotio major præciſio obtineri. Sed pluribus opus eſſet, quàm ut paucis expediri res poſſet. Quare cum Ptolomæo, Ricciolo alijſque labore non admodum fructuoſo ſuperſedebimus.

II. *Cur in Solis Defectibus nihil immutet Refractio.*

Quemadmodum ex Parallaxi Altitudinis emanant Parallaxes Longitudinis & Latitudinis, ita ex Refractione Altitudinis, Refractio in Longitudinem quoque & Latitudinem enaſcitur. Cùm igitur difficultas præcipua Eclipſium Solis efficiatur à Parallaxi, ſuſpicari eam poſſit novitius quiſpiam Aſtronomus, à Refractione augeri, ac proinde cùm Refractionis ratio habita ſit nulla, Eclipticum negotium, hactenùs non ritè conſtitutum fuiſſe. At

Certum eſt Refractionem in Solis Defectibus nihil immutare. Ratio eſt quòd Refractiones Solis, & Lu-
a *per n. 26, & 28 l. 3.* næ a ſint quoad ſenſum æquales. Quod ſi Luminarium Parallaxes etiam æquales eſſent, neque illæ quidpiam in Ecliptico negotio immutarent. Utrumque erit Refractionis ac Parallaxis naturam, & effectus conſideranti manifeſtum.

# CAPUT IX.

## Reliqua ad Solis & Lunæ Eclipſes pertinentia.

### NUMERUS LVIII.

*Typum Eclipſis Lunæ deſcribere.*

*Fig. 46.* EX calculo Eclipſis Lunæ, jam notæ ſupponuntur Semidiametri Apparentes Umbræ ac Lunæ; item Latitudo Vera Lunæ ad initium, medium, ac finem Eclipſis.

Præſidio Scalæ in chartâ deſcribe Semidiametros Appar. Umbræ AO, & Lunæ OQ, & centro A per O, & Q deſcribe circulos. Erit AOCED ſectio Umbræ in loco tranſitus Lunæ, in quâ deſignet Eclipticam DC perpendicularis ad AQ. Rurſum Scalæ adminiculo in rectâ AQ deſigna Latitudines Veras Lunæ AP ad initium Eclipſis, AN ad finem, AG ad medium; ducanturque PF, NH parallelæ ad Eclipticam CD, ſecantes extimam peripheriam in F, & H. Linea per puncta F, G, H incedens, deſignat viam Lunæ. Deniùm centris G, F, H, intervallo Lunaris Semidiametri Appar. ex Scalâ acceptæ ter Lunæ diſcum deſcribe. Ita typum habebis Lunaris Eclipſeos.

### NUMERUS LIX.

*Typum Solaris Eclipſis deſcribere.*

EX calculo Eclipſis Solaris notas habeto Semidiametros Apparentes Solis ac Lunæ; nec non Latitudinem Viſam Lunæ ad initium Eclipſis, medium, ac finem. *Fig. 47.*

Adminiculo Scalæ in chartâ deſcribe Semidiametros Apparentes, Solis AO, Lunæ OB, & centro A per O, & B deſcribe circulos, quorum interior AOPNQ Solem repræſentet. Recta autem GAI ad AB perpendicularis deſignet Eclipticam. Tum rurſus adminiculo Scalæ in rectam AB tranſcribe Latitudines Lunæ Viſas, AD ad Eclipſis initium, AC ad finem, AS ad medium. Deinde à punctis D, & C ducantur DE, CF ad IG parallelæ, occurrentes peripheriæ extimæ in E, & F. Linea incedens per E, S, F, eſt via Lunæ Apparens. Denique centris S, E, F, intervallo Lunaris Semidiametri Appar. ex Scalâ acceptæ ter Lunæ diſcum deſcribito. Ita typum effinxeris Defectus Solaris, methodo omnibus Aſtronomis uſitatâ. In quâ nihilominus quid deſideretur juxta Kepleri obſervationes, collige *ex Scholio præcedenti.* Verùm tantâ præciſione hic non eſt opus: ſatis erit typum vero affinem exhiberi.

### NUMERUS LX.

*De numero Eclipſium Solis & Lunæ.*

1. TAm Sol, quàm Luna in 6 Menſibus Lunaribus poſſunt bis Eclipſim pati.

2. Poſſunt Sol & Luna in 5 Menſibus Lunaribus bis ſubire Eclipſim, ſed parvam, & raram, præſertim Luna, cujus binæ Eclipſes in 5 Menſibus, vix uno ſæculo bis recurrunt.

3. Non poteſt in 7 Menſibus Lunaribus bis Eclipſari Luna, poteſt autem Sol, ſed versùs eundem Polum.

4. Poſſunt in unum Menſem Lunarem tres Eclipſes incidere, duæ Solis, ſed ad Polos oppoſitos, neque admodum magnæ, & una Lunæ; quæ tunc neceſſaria eſt & plerumque Totalis.

5. Poſſunt ſpatio Semeſtri Lunari fieri duæ Eclipſes Solis Centrales, aut quaſi Centrales; & tunc toto Anno Lunares ſunt nullæ.

6. Nullo Anno aut pauciores fiunt Eclipſes, quàm duæ, aut plures quàm octo.

7. Uno Anno poſſunt accidere vel tantùm duæ Solis abſque ullâ Lunæ; vel duæ Lunæ cum unicâ Solis.

8. In eodem Anno Solari non plures Lunæ Eclipſes poſſunt accidere quàm tres, Solis non plures quàm 5.

9. Uno Anno plerumque 4 Eclipſes contingunt.

10. In eodem loco plures fiunt Eclipſes Lunæ quàm Solis; in locis diverſis plures Solis quàm Lunæ.

11. Totales Solis plures ſunt, quàm Totales Lunæ.

Horum omnium ratio ex duobus elementis pendet, nimirum ex quantitate motus Menſtrui Lunæ in Latitudinem, & ex quantitate Terminorum Eclipticorum. Rem omnem ex Ptolomæo, Regiomontano, Keplero fusè deduxit Ricciolus *Almag. lib.5. cap. 14.* quem conſule, ſi voles.

## NUMERUS LXI.

### *Antitheſes Eclipſium Solis & Lunæ.*

APtè has collegit Ricciolus, ex quo ferè, ut apud eum jacent, deſcribo.

| Eclipsis Lunæ. | Eclipsis Solis. |
|---|---|
| 1. Eſt Vera obſcuratio, ſeu Defectus Lunæ. | *1. Eſt Vera obſcuratio, ſeu Defectus non Solis, ſed Terræ.* |
| 2. Eſt ab Umbrâ aut Penumbrâ Terræ, inter Lunam, & Solem interpoſitæ. | *2. Eſt ab Vmbrâ aut Penumbrâ Lunæ inter Solem, & Terram interpoſitæ.* |
| 3. Noctu tantùm, aut in extremis Noctis videri poteſt. | *3. Interdiu tantùm, aut in confinio Diei Noctiſq; conſpicitur.* |
| 4. Fit tantùm in Vero ☍. | *4. Fit tantùm in Viſo ☌.* |
| 5. Apparet in toto Nocturno hemiſphærio, ejuſdem ubique magnitudinis, & durationis. | *5. Non apparet in toto Diurno hemiſphærio, & aliquibus major ac diuturnior, aliquibus minor ac brevior apparet: alijs Totalis conſpicitur, vel Annularis, alijs Corniculata, alijs nulla.* |
| 6. Incipit in margine Orientali Lunæ, deſinit in Occidentali. | *6. Incipit in margine Occidentali Solis, deſinit in Orientali.* |
| 7. Si Latitudo Vera Lunæ Borea eſt; in medio Eclipſis pars obſcurata Lunæ vergit ad Auſtrum, ſi Latitudo Auſtrina, in Boream. | *7. Si Latitudo Viſa Borea eſt, pars Solis obſcurata in medio Eclipſis, vergit in Boream; ſi Auſtralis, in Auſtrum.* |
| 8. Ejus duratio maxima eſt Sole & Lunâ Apogæis, Horarum circiter 4. | *8. Ejus duratio maxima eſt Sole Apogæo, & Lunâ Perigæâ, Horarum circiter 3 in uno loco, Horarum circiter 5 in diverſis.* |
| 9. Contingit ſæpius, quàm Solaris in eodem loco. | *9. Contingit ſæpiùs, quàm Lunaris in locis diverſis.* |
| 10. In eodem Anno Solari non poteſt ſæpiùs contingere quàm ter. | *10. In eodem Anno Solari non poteſt ſæpiùs contingere quam quinies.* |

*Horum omnium rationes ſuis quaque locis ſunt expoſitæ.*

# CAPUT X.

## De Modo obſervandi Eclipſes tam Solis quàm Lunæ.

ENumerantur à Ricciolo, *lib.5.cap.15*, accidentia 15, quæ circa Eclipſes obſervari poſſunt. Præcipua ſunt, Quantitas, Initium, Medium, Finis; quæ, omiſſis cæteris minùs neceſſarijs, breviter, nec enim multis opus, expediam.

## NUMERUS LXII.

### *Magnitudinem Eclipſis Partialis obſervare.*

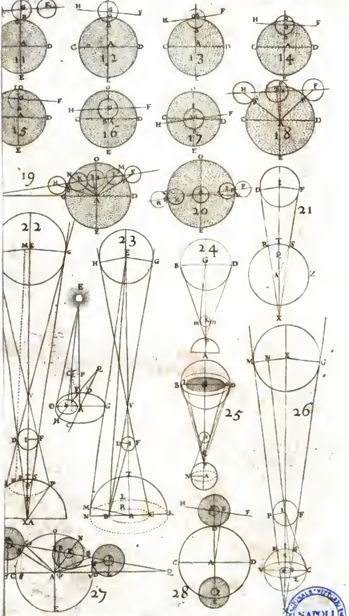
Fig. 45. NOtum habe momentum medium Eclipſis, Lunaris quidem *per num. 10. vel 23*, Solaris *per num. 44. vel 57. §. 1*, atque illo, excipe in tabellâ candidâ (ut docui *lib.3.num.30*) ſpeciem Luminaris, quæ ſit CSFR, in cujus ambitu ſigna tria puncta S, C, R, in confinijs item lucis, & Umbræ alia imprime tria puncta S, P, R. Finitâ deinde Eclipſi, per S, C, R, deſcribe circulum Luminaris; per S, P, R, verò alium circulum deſcribe (cujus ſegmentum ſit KSPRQ) qui in Eclipſi Lunari ſectionem Umbræ in loco tranſitus Lunæ, in Eclipſi Solari diſcum Lunæ repræſentabit. Per centrum utriuſque circuli ducatur recta CFG.

Si jam ſpecies Luminaris tranſmiſſa fuit per foramen armatum vitro convexo aut cavo (utrumlibet enim adhiberi poteſt) aut etiam Teleſcopio, ſegmentum SPRF, erit pars Luminaris deficiens, & SFR arcus obſcuratus, recta autem PF erit pars Diametri obſcurata; cujus quantitas nota fiet ſi tam ipſa FP, quàm tota Diameter FC Scalæ in minutiſſimas particulas diviſæ, applicentur. Reductio autem partis obſcuratæ PF ad duodecimas diametri, ſeu Digitos Eclipticos, ita fiet. Reperta ſit ex. gr. PF 40, quarum CF eſt 100: ut 100 ad 40, ita 12 fiat ad Quartum: hic erit numerus Digitorum Eclipticorum in FP.

Quod ſi ſpecies Luminaris tranſmiſſa fuerit per foramen nudum, ſpeciei Diameter, ut ex Keplero monui *num.30.lib.3*, erit juſtâ major quantitate Diametri foraminis: unde fit, ut neque ſegmentum SPRF, neque arcus SFR, neque recta PF, juſtam proportionem habeant. Quare adhibenda erit correctio ejuſmodi. A Semidiametro ſpeciei AF, auſer foraminis Semidiametrum DF, & centro A per D deſcribe circulum AIMDN: hic erit ſpecies juſta Luminaris. Deinde eandem foraminis Semidiametrum tranſcribe ex P in O, & centro G per O deſcribe arcum MON. His peractis, ſegmentum Deficiens erit MOND, arcus Deficiens MDN, pars diametri Deficiens OD, quæ nota fiet, ut *ſuprà*.

Hic modus plurimis Aſtronomis uſitatus, nihil placet præ alijs, quos Ricciolus recenſet *lib. 5. cap. 15. prob. 1.* Solari tamen Eclipſi, quàm Lunari accommodatior eſt.

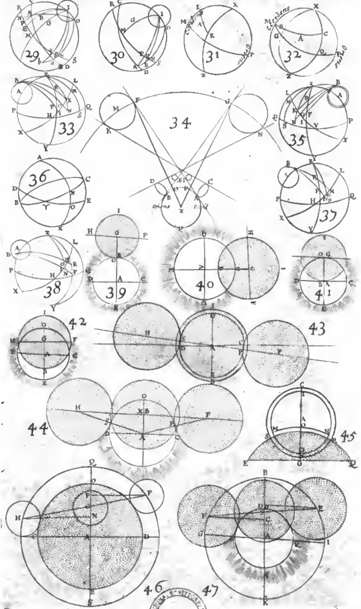
NU-




NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google




NAPOLI

## NUMERUS LXIII.

*Initium & Finem Eclipſis obſervare.*

EX calculo, cujus modum toto hoc Libro 4 jam tradidimus, aut ex Ephimeride aliquâ, notum habeto tempus ſaltem utcumque quo Eclipſis inchoabitur, ut tempeſtivè omnia ad opus requiſita diſponi queant. Tum vel in ſpecie Luminaris in tabellam candidam projectâ, vel teleſcopio vitris coloratis inſtructo in Luminare ipſum directo, obſerva quando incipiat margo Luminaris nigreſcere, ac deinde ſub finem, quando deſinat. Si ſpecie uteris, tabella quæ ſpeciem excipit, moveri debet ad motum Luminaris, atque ipſi ita ſemper obverti, ut ſpecies ſit non Ecliptica, ſed circularis. Ubi etiam hoc obſerva, quod ſummi in hoc negotio momenti eſt, longè puriora magiſque diſtincta fore lucis, & umbræ confinia, ſi ſpecies Luminaris per foramen vitro convexo, vel cavo obductum, tranſmittatur, quàm ſi per foramen nudum. Si verò placuerit Teleſcopium adhibere, illud non qualecumque ſit oportet, ſed eximium, & ejuſmodi quod luminare totum intuitu uno exhibeat: qualia ſunt quæ duobus vitris convexis ſunt inſtructa.

Fig. 3. Cavenda porrò hic fallacia quædam eſt, quâ imperiti obſervatores decepti, in obſervando Eclipſi Lunaris initio ac fine ad quadrantem Horæ integrum excedunt, adeoque durationem totam faciunt ultra Semihoram juſtà majorem. In *Schemate* 3. Luna ſit in GOIN, Terra in EDF. Manifeſtum eſt, priuſquam Luna Umbræ Terreſtri immergitur, dum ei proxima eſt, (*in Fig.* contactus exhibetur) portionem ejus GIN à toto Solis Hemiſphærio CSB illuſtrari, portionem verò alteram quæ Orientalis eſt, GON ſolùm à Quadrante ASB, privari autem omnibus radijs profluentibus à Quadrante ASC. Unde fit, ut portio GON videatur pallore, & quaſi fumo ſuffundi, ac proinde imperiti putent Eclipſim tunc inchoari, cùm Luna Terræ umbram nondum attigit. Cæterum hujus fallaciæ non ignari, facilè ſpuriam hanc umbram diſtinguunt à verâ, quæ non pallida, ſed prorſus nigra eſt, atque ungulæ inſtar limbum Lunæ Orientalem incipit delibare.

## NUMERUS LXIV.

*Tempus initij ac finis, & durationem Eclipſis, ejuſque partes obſervare.*

AD momentum illud, quo *per num. præc.* obſervaſti Eclipſim inchoari, inſtrumento nota fiat *a* Altitudo Solis, ſi Eclipſis eſt Solis, Altitudo alicujus Stellæ, ſi Lunæ; habitâ utrobique ratione Refractionis, ſi adſit (quæ nota fit *per num.* 27. *lib.* 3) & in Sole etiam Parallaxis *b*. Notâ porrò Altitudine Solis vel Stellæ, notum fiet & tempus, ut tradam *lib.* 5. *nu.* 45. Idipſum obtinebitur Horologio Horizontali Diurno, vel Nocturno, ſed prior modus longè exactior eſt.

a *Per num.* 28 *lib.* 1

b *Quæ nota fit per nu.* 21. *lib.* 3.

Duratio Eclipſis, & durationis partes nimirum tempus Incidentiæ, tempus Emerſionis, & mora obſcurationis Totalis, accuratiſſimè menſurantur vibrationibus Perpendiculi, ut tradidi *num.* 4. *lib.* 3.

### *Scholium.*

*Finis obſervationis Eclipſium præcipuus eſt, ut ad eas Tabularum Aſtronomicarum fides exploretur. Si enim obſervatio ritè fuit peracta, & Eclipſis quantitas, initium, finis, duratio, ex calculo deducta cum obſervatione conveniant, meritò Tabulas, & quibus ea nituntur, Hypotheſes, legitimas eſſe concludes. Et ſanè non alia vel illuſtrior vel evidentior veritatis Aſtronomicæ comprobatio, quàm ex Lunæ ac Solis Eclipſibus haberi poteſt: quâ quidem hoc Aſtronomi ſunt aſſecuti, ut omnem illam Hypotheſium varietatem, & calculi ambages, & tot Geometrica ratiocinia, quatuor hiſce libris jam explicata, quando ex his Solis ac Lunæ defectus in plura etiam Secula certiſſimè prænunciantur, ea ritè fuiſſe conſtituta etiam Aſtronomiæ imperiti intelligant.*

## FINIS LIBRI QUARTI.

# ASTRONOMIÆ

## LIBER QUINTUS

# DE STELLIS FIXIS.

A Sole & Lunâ ad Stellas Fixas, ſeu Inerrantes, dilatis interim Planetis minoribus, gradum facio. Ita doctrinæ ordo poſtulat, quòd Planetarum motus & loca, Fixarum adminiculo conſtituantur. Ita porrò ſunt appellatæ, non quia immobiles ſint; ſed quòd ita moveantur, ut eamdem ſemper diſtantiam tum inter ſe, tum ab Eclipticâ retineant, quemadmodum ex omnium Sæculorum obſervationibus conſtat. Nam quo ſitu atque ordine, Hipparchi, ac deinde Ptolomæi ævo fuêre diſpoſitæ, eodem poſt tot Sæcula à Tychone aliiſque Aſtronomis ſunt repertæ. Unde Empedocles & Anaximenes apud Plutarchum Inerrantes Stellas clavorum inſtar cryſtallo (hoc eſt Firmamento) infixas & illigatas eſſe cenſuerunt: & Sacer Textus *Iud. 5. c. De cælo* (inquit) *dimicatum eſt contra eos, Stellæ manentes in ordine & curſu ſuo, contra Siſaram pugnaverunt.*

## CAPUT PRIMUM.

### De Locis & Motu Fixarum.

*a Def. 32. nu. 1. l. 1.* *b Def. 33. ibid.* *c Def. 39. ibid.* *d Def. 18. ibid.*

HAbetur locus cujuſcumque Aſtri, cùm ſciuntur ejus *a* Longitudo & *b* Latitudo, vel ejus *c* Aſcenſio Recta & *d* Declinatio. Sed Aſtronomi ſolent ex Longitudine potiſſimùm & Latitudine Aſtrorum loca æſtimare, quòd motus propius Aſtrorum omnium ex Polis Eclipticæ peragatur; & Latitudo (ut oſtendam *num.* 12,) ſemper invariata permaneat.

### NUMERUS PRIMUS.

*Stellæ Fixæ non ſunt obnoxiæ Parallaxi ſenſibili.*

*Fig. 41. lib. 1.*

ITa omnes Aſtronomi: quorum nullus indicium ullum Parallaxeos in Stellis Fixis deprehendit. Ex varijs modis, quibus Fixarum Parallaxis, ſi eſſet ulla ſenſibilis, obſervari poſſet, unum reliquis faciliorem propono. Meridianus eſto A K H N; Polus Mundi B; Horizon K N. Ex Stellis numquam occumbentibus eligitur una, cujus Altitudo Meridiana minima K C ſit extra refractionis aleam, putà non minor *a* Gradibus 40. Nocte aliquâ Hyemali, 12 nempè Horis longiori, Quadrante magno & exquiſito obſervetur ejus *b* Altitudo Meridiana maxima K D & minima K C. Inquiratur item quàm accuratiſſimè Altitudo Poli K B: & ſic notæ erunt B D, B C differentiæ Altitudinum maximæ ac minimæ ab Altitudine Poli K B; quas ſemper æquales eſſe reperies. Atqui deberet B C colligi major quàm B D, ſi Parallaxi ſenſibili Stella eſſet obnoxia. Cùm enim veræ diſtantiæ D B, C B ipſius Stellæ à Polo æquales ſint; & Parallaxis in D deprimat Stellam à loco Vero D versùs Horizontem K, adeoque versùs Polum K; Parallaxis autem in C eamdem à Vero loco C deprimat Horizontem versùs, ac proinde à Polo B longiùs removeat, manifeſtum eſt differentias, ſeu diſtantias Apparentes Stellæ à Polo per obſervationem collectas, inæquales evadere, illam videlicet majorem, quæ in Altitudine Meridianâ minimâ K C colligitur. Nullam igitur Parallaxim ſenſibilem ea Stella admittit, ac proinde nec reliquæ.

*a Vide l. 3. n. 28. Coroll 4.* *b per num. 28. lib. 1.*

*Corollarium.*

Hinc patet radium Terræ reſpectu radij Firmamenti inſenſibilem eſſe.

### NUMERUS II.

*Declinationes o Stellarum, ſive diſtantias earum ab Æquatore invenire.* *o Def. 18. nu. 1. lib. 1.*

MEridianus eſto A S B T; Horizon A B; Æquator C D; Poli Æquatoris X, Z; Zenith, S. *Fig. 1.*

Obſervetur appulſus Fixæ, cujus Declinatio quæritur, ad Meridianum, ut tradidi *lib. 3. num. 2*; ac tum captetur inſtrumento *a* ſaltem decades Secundorum continente ejus Altitudo meridiana; à quâ refractio, ſi quæ fuerit, ſubducatur; quod quomodo abſque circuli vitio fieri poſſit, oſtendam *b* *infrà*. Inveniantur præterea *c* Altitudo Poli A X, & Altitudo *d* Æquatoris D B.

*a per num. 28. lib. 1.* *b num. 6. in Schol.* *c per n. 27. lib. 1.* *d Ibid.*

Itaque

Itaque ſi Fixæ Altitudo fuerit æqualis Altitudini Æquatoris D B, ejus Declinatio eſt nulla: ſi par Altitudini Verticis S B, à Quadrante S B auſer Altitudinem Æquatoris D B, relinquetur Fixæ Declinatio S D: ſi par Altitudini Poli X A, Declinatio Fixæ eſt Quadrans X D.

Si Altitudo Stellæ eſt B F minor, vel B I major (citra tamen Verticem S) Altitudine Æquatoris B D, ipſarum differentia D F, vel D I, eſt Declinatio quæſita.

Si Altitudo Stellæ eſt A G minor quidem Quadrante, ſed major Altitudine Poli A X, Altitudinum differentia X G dempta Quadranti X D, dabit Declinationem G D. Si verò Altitudo Stellæ A O minor eſt Altitudine Poli A X, Altitudinum differentia O X addita Quadranti X D dabit Declinationem Stellæ quæſitam O D.

Quia Fixæ moventur ſenſim ab Occaſu in Ortum ſuper Polis Eclipticæ, ut dicetur *num. 11 & 12*, neceſſe eſt earum Declinationes ſenſim mutari, quæ quomodo ad aliquod tempus hic inventæ, accommodari poſſint tempori cuicumque, dicam *infrà num. 17.*

## NUMERUS III.

a *Def. 18. nu. 1. lib. 1.* b *Def. 39. ibid.*

### *Solis* [a] *Declinationem & Aſcenſionem* [b] *Rectam invenire.*

Utrumque jam præſtitimus *num. 52. lib. 1.* Sed locus invitat, ut aliam hic praxim adjiciamus.

*Fig. 2.* Meridianus eſto A X B; Horizon A B; Æquator I D; ejus Polus X; Ecliptica F G. Obſerva [a] appulſum centri Solis ad Meridianum, capiaturque tunc ejus [b] Altitudo F B; quam (ſi opus fuerit) corrige addita [c] Parallaxi, & Refractione [d] ſubducta. Notam fac deinde [i] Altitudinem Æquatoris B D. Altitudinum Solis B F, & Æquatoris B D differentia F D, exhibet Declinationem Solis: quod erat primum.

Deinde in triangulo C D F, rectangulo [m] ad D quia nota ſunt latus F D, & angulus obliquitatis Eclipticæ F C D [n] Grad. 23. 30; ex his innoteſcit [o] arcus C D; ex quo Solis Aſcenſio Recta innoteſcet. Caſus omnes expoſui *num. 52. lib. 1.* quos ſolves eo modo qui iſthic traditur, ſi notum feceris locum Solis per *num. 55. lib. 1.*

a *per n. 26. lib. 1.* b *per num. 28. lib. 1.* c *Vide nu. 21. lib. 3.* d *Vide nu. 27. l. 3.* i *per num. 27. l. 1.* m *per nu. 68. l. 2.* n *per n. 31. lib. 1.* o *per trigonum Sph. prob. 10.*

## NUMERUS IV.

a *Def. 39. nu. 1. l. 1.*

### *Aſcenſionem* [a] *Rectam, ſive diſtantiam Æquatoriam Fixarum ab initio* ♈, *invenire.*

*Fig. 3, & 4.* Meridianus eſto A X B Z; Horizon A B; Æquator N D; ejus Poli X, Z.

Obſerva Stellæ, cujus Aſcenſio Recta quæritur, appulſum ad Meridianum, uti docui *num. 2. lib. 3.* Ut operatio, mox præſcribenda reddatur facilior, tempus capta, quo Stella Meridianum tranſit paulò ante Ortum Solis vel paulò poſt Occaſum.

*Fig. 3.* Si Stella Meridianum tranſit ante Solis Ortum, à momento appulſus [a] metire tempus numerando vibrationes Perpendiculi, uſque dum Sol altitudinem aliquam nactus, ſit ſuprà Horizontem ex. gr. Gradus unius, vel 1. 30; ſic ut totum tempus ſit unius Horæ aut paulò amplius, ne nimius numerandi ſit labor; tum verò Solis Aſcenſio Recta ſit ♈ D S. Quoniam igitur ad initium numerationis Stella fuit in Meridiano, puta in I, atque interim progreſſa fuit verſus Occaſum, ſtatuamus eam ſub finem numerationis, quando Solis Altitudo erat ex. gr. Gradus 1. 30′, motu Diurno proceſſiſſe ex I in P; ducaturque per P Declinationis circulus X P C Z, ſecans Æquatorem in C. Quoniam igitur ex vibrationibus Perpendiculi notum eſt tempus quo Stella mota eſt ex I in P, cùm motus iſtius menſura ſit Æquator, ſi tempus dictum convertatur [b] in partes Æquatoris, notus fiet arcus D C, diſtantia nimirum Æquatoria Stellæ à Meridiano ad momentum illud, quo Stella erat in P. Continuando deinde ab hoc momento vibrationes Perpendiculi uſque ad Meridiem ſequentem per *num. 6. lib. 3.* ſcies quot Horæ & Minuta ab eo momento fuit ad Meridiem, adeoque momentum ipſum erit notum; & ſi Horæ illæ ac Minuta [d] convertantur in Gradus Æquatoris, notus erit Æquatoris arcus S D, diſtantia Solis Æquatoria à Meridiano X D Z: quâ additâ ad inventum *ſuprà* arcum C D, notus fiet arcus S D C diſtantia Æquatoria Solis ac Stellæ P. Poſtremò ad notum jam momentum, quo Stella in P, reperi per *num. præced. vel per num. 52. lib. 1.* Aſcenſionem Solis Rectam M C D S; cui ſi demas diſtantiam Æquatoriam S D C Solis ac Stellæ, nota relinquetur M C Aſcenſio Recta Stellæ P, quæ petebatur.

a *per num. 6. lib. 3.* b *per num. 51. lib. 1.* d *Ibid.*

*Fig. 4.* Quòd ſi Stella Meridianum pertranſeat in R paulò poſt Solis Occaſum, tunc à Meridie præcedenti uſque ad momentum quo Sol fit propè Horizontem, numerandæ ſunt vibrationes Perpendiculi, ſic enim per *num. 6. lib. 3.* notæ fient Horæ & Minuta à præcedenti Meridie uſque ad momentum quo Sol eſt propè Horizontem, adeoque momentum illud notum erit; & ſi Horæ illæ ac Minuta vertantur in partes Æquatoris, nota erit diſtantia Solis Æquatoria à Meridiano X D Z quæ ſit D Y. Ad momentum porrò quo Sol adhuc erat ſuprà Horizontem, Stella *ex hyp.* nondum attigerat Meridianum, ſed erat ex. gr. in Q, per quam ibidem ductus intelligatur Declinationis circulus X Q O Z. Tum à momento jam noto, quo Stella erat in Q & Sol propè Occaſum, continuatis Perpendiculi vibrationibus notum fiat tempus uſque dum Stella Meridianum attingat in R. Hoc tempus converſum in partes Æquatoris dabit arcum O D; qui additus invento prius arcui D Y, dabit arcum O D Y diſtantiam Æquatoriam Stellæ à Sole. Quare ſi ad notum momentum, quo Stella eſt in Q, reperiatur Solis Aſcenſio recta ♈ Y, eique addatur arcus jam notus O D Y, nota fiet Stellæ Aſcenſio Recta ♈ Y D quæ petebatur.

## NUMERUS V.

### *Ex notâ unius Fixæ Aſcenſione Rectâ, invenire Aſcenſiones Rectas aliarum.*

*Fig. 5.* Æquator eſto C F; ejus Poli X, Y; Stella Fixa notam habens Aſcenſionem Rectam A; alia quævis Fixa B, vel I, vel D, cujus Aſcenſio Recta latet.

Per Stellas A & B tranſeant Declinationum circuli X A Y, X B Y, determinantes Æquatoriam Stellarum diſtantiam, ſive Aſcenſionum Rectarum differentiam C I.

Si ambæ declinent versùs eundem Polum, ut A & B, earum diſtantiam A B inſtrumento metire, & per *num. 2.* inveni utriuſque Declinationes A C, & B I, quibus ſingillatim ſubductis à Grad. 90, arcus A X, B X noti erunt. Cùm igitur in triangulo A X B tria latera ſint nota, ex his reperietur [a] angulus A X B, ſeu C X I, adeoque & arcus C I angu-

a *trig. Sph. prob. 18.*



lum

*h per dif. 4 num. 66. lib. 2.* lum *b* metiens innoteſcit; qui additus vel ſubtractus notæ Aſcenſioni Rectæ Stellæ A, dabit Aſcenſionem Rectam Stellæ B. Addi debet, ſi B ſequitur A (hoc eſt ſi B longiùs diſtat ab initio ♈ quam A); debet ſubtrahi, ſi B præcedit.

Si una ſit in Æquatore, putà in I, reſolve triangulum A X I: Si una declinet ad Polum alterum, putà in D, ſolve triangulum A X D, in quo nota fiunt, *ut ſupra*, latera A X, A D: latus autem X D componitur ex Quadrante X I, & D I Declinatione Stellæ D.

## *Scholium.*

*Ex hoc Numero & præcedenti omnium Fixarum Aſcenſiones Rectæ inveniuntur pro certo tempore. Sed quia Fixæ ſuper Polis Ecliptica (ut oſtendam* Num. 12.*) moventur ſenſim ab Occaſu in Ortum, neceſſe eſt earum tam Declinationes ab Æquatore, quàm Aſcenſiones Rectas ſenſim immutari. Quomodo igitur illæ ſemel ad aliquot tempus jam inventæ, cuivis tempori poſſint accommodari, tradetur* infrà num. 17.

## NUMERUS VI.

### *Refractiones Fixarum invenire.*

*Fig. 6.* MEridianus eſto A X B Z; Horizon Verus A B; ejus Poli X, Z, Æquator F Q; ejus Polus N. Eligitur Fixa, cujus Meridiana Altitudo ſit non minor Gradibus 40. Quoniam igitur Sol in Altitudine Graduum 40 à Refractione *c* immunis eſt, & Fixæ (utpote Sole altiores) minùs refringuntur quàm Sol, etiam Fixa aſſumpta Altitudinem Meridianam habens 40 Gradibus non minorem, in Meridiano exiſtens, à Refractione immunis erit. Quare tum ejus Declinatio per *num.* 2, Refractione nuſquam ſe immiſcente, reperietur. Sit ergo talis Fixa, infrà Horizontem Verum in G, ſed per Refractionem appareat in Horizonte ipſo in P. Igitur Verticalis circuli X P G Z arcus G P eſt quantitas Refractionis. Nulla porrò in Fixis eſt diſtinctio Horizontis Veri & Viſi, cùm Fixæ omni careant *o* Parallaxi, ac proinde etiam Horizontali, quæ *d* Viſi & Veri Horizontis intervallo æqualis eſt. Per Verum Stellæ locum G ducatur Declinationis circulus N G, ſecans Æquatorem in D. Arcus D F. erit diſtantia Æquatoria Fixæ G, à Meridiano. Inquiratur jam Aſcenſio *i* Recta Stellæ, ſeu diſtantia Æquatoria O D ab initio ♈. Inveni quoque ad momentum idem O F Aſcenſionem Rectam *q* Medii Cæli, hoc eſt diſtantiam Æquatoriam Meridiani A F X ab initio ♈. Utriuſque igitur diſtantiæ O D. O F differentia D F, nota erit. Quare cùm arcus D F metiatur *m* angulum D N F, ſeu G N X, etiam hic notus erit. Reperi deinde per *nu.* 2. Declinationem Stellæ G D; quod evitatâ Refractione fieri poſſe *ſuprà* oſtendi. Arcus verò N X eſt complementum Altitudinis Poli B N. Unde ſi hæc nota fiat per *num.* 27. *lib.* 1, etiam arcus N X notus erit. Arcus autem N G, quia conſtat Quadrante N D, & jam inventâ Declinatione G D, etiam notus eſt. Cùm igitur in triangulo N X G, nota ſint latera N X, N G, & angulus G N X, ex his *n* reperietur X G diſtantia Vera Stellæ G à Vertice X, quæ ſemper invenietur major Quadrante. Quare ſi ab X G dematur Quadrans X P; relinquetur G P, quantitas Refractionis Horizontalis quæſita.

*c per Coroll. 4. nu. 28. lib. 3.*
*o per nu. 1.*
*d Oſtenſum ad defin. 4. n. 22. lib. 3.*
*i per nu. 4.*
*q per num. 40. l. 3.*
*m per def. 4 n. 66. l. 2.*
*n trig. Sph. prob. 19.*

Eodem modo reperiuntur Refractiones Fixarum ad Gradus ſingulos Altitudinis Viſæ ſuprà Horizontem. Appareat Stella ſuprà Horizontem in P, verè tamen exiſtens infrà P in G, ſive G ſit ſuprà Horizontem, ſive infrà. In triangulo X N G, latus N X, & angulus G N X innoteſcunt, *ut ſupra in caſu* 1. Ut innoteſcat latus N G, Declinatio Stellæ G D, ſi (*ut in hoc ſchemate*) eſt Auſtrina, debet addi Quadranti N D; demi verò, ſi Borea. Ita rurſum ex duobus lateribus N X, N G, & angulo G N X innoteſcet X G diſtantia Vera Stellæ à Vertice. Quare ſi inſtrumento menſuretur Apparens à Vertice diſtantia X P, hæc ſubtracta diſtantiæ Veræ X G, dabit Refractionem G P, ad Viſam Stellæ Altitudinem P M. *Fig. 7.*

FIXARUM REFRACTIO HORIZONTALIS.

| *Æſtiva* | *Æquinoctialis* | *Hyberna* |
|---|---|---|
| *Min.* 29′. 50″ | *Min.* 30′. 10″ | *Min.* 30′. 30″ |

*Ad Gradum Altitudinis 20, Fixarum nulla differentia Altitudinis Veræ, & Viſæ percipitur, ac proinde Refractio evaneſcit.*

## *Scholium.*

*Inventio Declinationis Fixarum* Num. 2. *tradita notam requirit Altitudinem Meridianam Stellæ datæ; cui, ſi ea minor eſt Grad.* 20, *ſubducenda eſt Refractio, ut exacta fiat: non poteſt autem ſubduci Refractio, niſi ea ſit nota; ad notitiam porrò ejus, requiritur (ut* hoc Num. *jam vidimus) ejuſdem Stellæ declinatio. Videtur ergo circulus committi. At circuli vitium jam evitavimus hunc in modum. Quantitatem Refractionis notam* hoc Num. *fecimus per Fixas, quarum Altitudo Meridiana, adeoque & Declinationis inventio, à Refractione immunis eſt. Quare Refractio independenter à Refractione innotuit. Hâc porrò ſemel notâ, Declinatio Fixarum etiam* 20 *Gradibus minorem Altitudinem Meridianam, adeoque Refractioni obnoxiam habentium, abſque ullo circuli periculo,* per Num. 2. *reperietur.*

## NUMERUS VII.

### *Fixarum o Longitudinem & p Latitudinem invenire.*

*o Def. 32. n. 1. lib. 1.*
*p Def. 33. nu. 1. l. 1.*

HOc Problema, quod præcipuum in hac materiâ eſt, caſus habet 26. Nihil tamen aut parùm multitudo iſta faceſſet negotii, ſi methodo utamur, quam hîc ſubjungo.

Aſſumuntur ut nota, 1. obliquitas *a* Eclipticæ, ſive Declinatio ejus maxima, & diſtantia Polorum Æquatoris ac Eclipticæ, quæ ejuſdem obliquitati ſemper *o* æqualis eſt. 2. Declinatio *b* Stellæ. 3. Aſcenſio *c* Recta.

*a per nu. 31. l. 1.*
*o per cor. n. 31. l. 1.*
*b per nu. 2.*
*c per n. 4.*

§. 1. Colurus Solſtitiorum eſto B X C Z; Æquator B C; ejus Poli X, Z; Ecliptica D E; ejus Poli S, Y. Si Stellæ Fixæ, cujus Longitudo & Latitudo quæritur, Aſcenſio Recta per *num.* 4, inventa, ſit Grad. 90, Stella erit in Coluri Semicirculo X B Z *Fig. 8.*

per

per ♋ initium tranſeunte: & quia Colurus Solſtitiorum tranſit non ſolùm per Polos Æquatoris, ſed etiam per Polos Eclipticæ, is ſimul eſt & Declinationis & Latitudinis circulus, ac proinde Stellæ & Declinationem, & Latitudinem metietur. Tunc igitur

Si Declinatio Stellæ eſt nulla, adeoque Stella ſit in B, ejus Longitudo erit ♈ D Grad. 90; Latitudo autem erit B D, ipſa Eclipticæ Declinatio maxima,
*d per n.31. lib. 1.* nempè *d* Grad. 23. 30′.

Si Stellæ Declinatio ſit B O Borea, ſed minor quàm B D Grad. 23. 30′, aufer B O à B D, relinquetur O D Latitudo Stellæ.

Si Declinatio Stellæ Borea ſit æqualis B D, nempè Grad. 23. 30′, Stella eſt in Eclipticâ, adeoque caret Latitudine.

Si Declinatio Stellæ Borea ſit B F, major quàm B D, à B F aufer B D; relinquetur Latitudo Stellæ F D.

Si Declinatio Stellæ ſit B G Auſtrina, hæc addita ad B D, dabit G D Latitudinem Stellæ quæſitam.

His quinque caſibus alij totidem oriuntur ſimiles cùm Stellæ Aſcenſio Recta eſt ♈ D ♎ E Graduum 270, ſive trium Quadrantium, tunc enim ſtella eſt in altero Coluri ſemicirculo X C Z Longitudinem habens ♈ B ♎ C Graduum 270. Atque ita 10 primi Caſus ſunt expediti.

*Pro reliquis Caſibus nota in Figuris 9. 10. 11. 12. lineas D E, B C integros circulos repraſentare. Itaque ♈ B eſt Æquatoris Quadrans primus, B ♎ ſecundus, ♎ C tertius, C ♈ quartus; pari modo ♈ D eſt Quadrans primus Ecliptica, D ♎ ſecundus, ♎ E tertius, E ♈ quartus. Si Stella igitur ſit extra Colurum Solſtitiorum, 4 caſus exiſtunt. Vel enim Stella erit in Æquatore ipſo in P (& hic eſt Caſus primus) vel extra eum in F; & tunc vel eſt in Ecliptica D E (ut in Fig. 10 & 12), vel (ut in Fig. 9. & 11.) extra Eclipticam cum Latitudine Boreâ, vel extra Eclipticam cum Latitudine Auſtrinâ, atque ita habentur tres Caſus reliqui, qui juncti primo, efficiunt quatuor. Iam quia Aſcenſio Recta Stella terminari poteſt in Quadrante quolibet Æquatoris, ſit ut in Quadrantibus ſingulis 4 Caſus ſupradicti cum novâ in ſingulis varietate reperiantur, ac proinde Caſus exiſtant 16: quos ſi 10 prioribus adjungamus, univerſim orientur Problematis Caſus 26. Reſtat igitur ut Caſus 4 ſupradictos in ſingulis Quadrantibus expediamus.*

*Fig. 10. 12.* §. 2. Sit ergo Stella P in Æquatoris Quadrante quovis, ducaturque Latitudinis arcus S P occurrens
*Fig. 10.* Eclipticæ in M.

Si Stella P eſt in Quadrante primo ♈ B, ſolve
*l per n.68. lib. 2.* triangulum ♈ M P *l* rectangulum ad M; in quo notum eſt latus ♈ P, Aſcenſio Recta, & angulus M ♈ P
*k per num. 31. lib. 1.* obliquitas *k* Eclipticæ Grad. 23. 30′: ex quibus
*m per trig. Sph. prob. 2. & 14.* reperientur Stellæ *m* Latitudo M P, & Longitudo ♈ M.

*Fig. 12.* Si Stella P ſit in Quadrante ſecudo B ♎, ſolve trigonum rectangulum ♎ M P; in quo latus ♎ P notum ſit, ſi Aſcenſio Recta ♈ B P dematur ſemicirculo ♈ B ♎. Sic ergo ex latere ♎ P & angulo M ♎ P Grad. 23. 30′ elicientur Latitudo Stellæ M P, & latus ♎ M; quod ſubtractum Semicirculo ♈ D ♎ dabit ♈ D M Longitudinem Stellæ.

Si Stella P exiſtat in Quadrante tertio ♎ C, ab Aſcenſione Rectâ ♈ B ♎ P aufer ſemicirculum ♈ B ♎: ita notum erit latus ♎ P; ex quo & angulo M ♎ P reperientur M P Latitudo Stellæ, & latus ♎ M, quo addito ad ſemicirculum ♈ D ♎ prodibit Stellæ Longitudo ♈ D ♎ M.

*Fig. 12.* Si Stella P ſit in Quadrante quarto C ♈, Aſcenſio Recta ♈ B ♎ C P ſubtracta toti circulo ♈ B ♎ C ♈ relinquet latus ♈ P: cum quo & angulo M ♈ P reperientur Stellæ Latitudo M P, & latus ♈ M; quod ſubtractum toti circulo ♈ D ♎ E ♈ relinquet Stellæ Longitudinem ♈ D ♎ E M.

Atque ita primus Caſus è quatuor in Quadrantibus ſingulis ſolutus eſt.

§. 3. Tres Caſus reliquos, quando Stella declinat ab Æquatore in F, ſive exiſtat in Eclipticâ ipſâ ut *in Fig. 10. & 12*, ſive extra eam cum Latitudine Boreâ vel Auſtrinâ, ut *in Fig. 9. & 11*, ſolvemus hunc in modum. *In Fig. 9. 11. 10. 12.* ducantur per Stellam F arcus Latitudinis S F occurrens Eclipticæ in V, & Declinationis arcus X F, occurrens Æquatori in P, in quo proinde puncto terminabitur Aſcenſio Recta Stellæ F.

Incidat primò Aſcenſionis Rectæ terminus P in *Fig. 9. 10.*
Quadrantem primum ♈ B. Aſcenſio Recta ♈ P ad- *n per def. 4.*
dita Quadranti dabit arcum P C, adeoque *n* & angu- *n. 66. l. 2.*
lum P X C, ſeu F X S. Quod ſi Stella F ab Æquatore B C declinat ad Boream, Declinatio P F dempta Quadranti P X, dabit arcum F X; ſi ad Auſtrum, Declinatio F P addita Quadranti dabit arcum F X.
Arcus verò X S diſtantia Polorum *o* eſt Grad. 23. *o per Cor.*
30′. In triangulo igitur F S X ex lateribus F X, X S *n. 31. l. 1.*
& angulo F X S reperientur *q* angulus X S F, ſeu *p per def. 4. n. 66. l. 2.*
D S V (adeoque & arcus ipſum *p* metiens D V) & *q trig. Sph.*
latus S F; quod, ſi fuerit Quadrante minus, demp- *prob. 19.*
tum Quadranti S V relinquet Stellæ Latitudinem F V; ſi verò S F repereris Quadrante majus, Quadrans illi ſubtractus relinquet Latitudinem Stellæ quæſitam F V. Aufer deinde inventum *ſuprà* arcum D V ex Quadrante ♈ D; relinquetur ♈ V Longitudo Stellæ.

Incidat deinde Aſcenſionis Rectæ terminus P in *Fig. 9. 10.*
Quadrantem ſecundum B ♎. Igitur Aſcenſionem Rectam ♈ B P, aufer à tribus Quadrantibus ♈ B P ♎ C; ita notus erit arcus P C anguluſque P X C, ſeu F X S. Quare ſoluto, ut priùs, triangulo F S X, reperientur F V Latitudo Stellæ, & arcus D V, qui additus Quadranti ♈ D dabit Stellæ F Longitudinem ♈ D V.

Incidat tertiò Aſcenſionis Rectæ terminus P in Qua- *Fig. 11.*
drantem tertium ♎ C. Tum verò Aſcenſio Recta *12.*
♈ B ♎ P dempta Quadrantibus tribus ♈ B ♎ P C, notum relinquet arcum P C, adeoque & angulum P X C, ſeu F X S in triangulo F S X; in quo latus F X innoteſcet, ſi Declinationem F P Quadranti D P demas vel addas. Latus autem X S diſtantia Polorum eſt Grad. 23. 30′. Quare ex lateribus F X,
X S & angulo P X S reperientur *r* angulus X S F *r trig. Sph. prob. 19.*
(adeoque *ſ* & arcus D ♎ V) & latus S F; quod, ſi *ſ def. 4.*
eſt Quadrante minus, demptum Quadranti S V re- *n. 66. l. 2.*
linquet Stellæ Latitudinem V F; ſi eſt Quadrante majus, Quadrans illi ſubtractus dabit rurſum Latitudinem Stellæ F V. Addatur deinde arcui *ſuprà* invento D ♎ V Quadrans ♈ D, prodibit ♈ D ♎ V Longitudo Stellæ F quæſita.

Incidat poſtremò P in Quadrantem quartum C ♈. *Fig. 11.*
Igitur Stellæ F Aſcenſio recta erit ♈ B ♎ C P, à quâ *12.*
ſubtractis Quadrantibus tribus ♈ B ♎ C, notus fiet arcus P C, adeoque & angulus P X C, ſeu F X S. Quare ſoluto, ut priùs, trigono F S X, reperientur Stellæ F Latitudo F V, & arcus D ♈ V: quo dempto à ſemicirculo D ♈ E, notus fit arcus V E: cui ſi addantur Quadrantes tres ♈ D ♎ E, proveniet Stellæ F Longitudo ♈ D ♎ E V. Atque ita omnes Caſus Problematis expedivimus.

N U-

## NUMERUS VIII.

### *Longitudinem & Latitudinem Stellæ per duas alias notæ Longitudinis & Latitudinis invenire.*

Fig. 13. ECliptica eſto AB; Poli ejus X, Z: Ducantur tres Latitudinum circuli X A Z, X I Z, X N Z.

§. 1. Stella, cujus Longitudo & Latitudo quæruntur, ſit in C; aliæ duæ Longitudinis & Latitudinis notæ in D, F, quas oportet Gradibus ſaltem 20 ſuprà Horizontem elevatas eſſe, ne eas cogamur à Refractione diſtantiæ, quod operoſum eſt, expedire. Deſcribantur deinde tres Maximorum circulorum arcus C D, C F, D F, qui diſtantias trium Stellarum metiantur, & horum quantitas inſtrumento in quo ſaltem decades Secundorum habeantur, fiat nota. Quoniam I D, N F Latitudines Stellarum D, F ſunt notæ, etiam complementa earum D X, F X nota erunt. Rurſum quia Longitudines Stellarum D, F ſunt *a* notæ, etiam Longitudinum differentia I N, ac proinde angulus I X N, ſeu D X F, quem arcus *b* I N metitur, innoteſcet. In triangulo igitur F X D, quia nota ſunt latera D X, F X cùm angulo D X F, ex his *c* reperietur angulus F D X. In triangulo deinde C D F, cùm inſtrumento nota ſint tria latera, ex his *x* innoteſcet ang. C D F. Quare ſi C D F, cùm F D X auferatur à Grad. 360, notus erit C D X: cum quo & notis lateribus D C, D X reperies *o* C X complementum quæſitæ Latitudinis C A Stellæ C, & angulum C X D, ſeu A X I, adeoque *d* & arcum A I, qui eſt differentia Longitudinum Stellæ A, & Stellæ D. Differentiam A I notæ Longitudini Stellæ D, adde, ſi C Orientalior eſt quàm D; deme, ſi Occidentalior: prodibit Longitudo quæſita Stellæ C.

a per hyp.
b def. 4. n. 66. l. 2.
c per trig. Sph. prob. 19.
x trig. Sph. prob. 18.
o trig. Sph. prob. 19.
d def. 4. n. 66. l. 2.

§. 2. Sit deinde Stella, de quâ quæritur, in D, & duæ aliæ notæ Latitudinis ac Longitudinis in C & F. In triangulo C X F cùm nota ſint tria latera (nam C F notum fit inſtrumento, & C X, F X ſunt complementa notarum Latitudinum C A, F N) ex his *r* reperies angulum C F X. Similiter quia in triangulo C D F nota ſint 3 latera, ex his reperies *ſ* C F D, Aufer C F D à C F X: notus relinquetur D F X: cum quo & notis lateribus D F, F X reperies *t* D X complementum quæſitæ Altitudinis I D Stellæ D, nec non angulum D X F, ſeu I X N, adeoque & arcum I N, differentiam Longitudinum Stellarum D, F: quæ addita vel dempta notæ Longitudini Stellæ F, dabit Longitudinem quæſitam Stellæ D.

r trig. Sph. prob. 18.
ſ Ibid.
t trig. Sph. prob. 19.

§. 3. Si Stella, de quâ quæritur, ſit in C, aliarum verò una in D cum Latitudine Boreâ D I, altera in K cum Latitudine Auſtrinâ K N; ducantur arcus diſtantiæ C K, D K, C D. In trigono C K D ex tribus per inſtrumentum notis diſtantijs inveni *u* angulum C D K. Tum in trigono D X K ex tribus notis lateribus D X complemento Latitudinis notæ, D K, K X (conſtat K X ex Latitudine notâ K N, & Quadrante N X) reperi ang. K D X; quem junge jam noto C D K, & ſummam aufer à Grad. 360: ita notus fiet C D X: cum quo & notis lateribus C D, D X reperies *a* C X complementum quæſitæ Latitudinis A C, Stellæ C, nec non angulum C X D, ſeu A X I, adeoque & arcum A I, differentiam quæſitæ Longitudinis Stellæ, C, & notæ Longitudinis Stellæ D.

u trig. Sph. probl. 18.
a trig. Sph. prob. 19.

§. 4. Quod ſi Stella, de quâ quæritur, ſit in D, aliarum verò una ad Boream in C, altera ad Auſtrum K, ſic procede. Quia Longitudinum notarum differentia eſt arcus A N, etiam is, adeoque & angulus N Z A, ſive K Z C, notus eſt: ex quo & notis lateribus K Z, C Z (nam K Z eſt compl. Latitudinis datæ N K, C Z verò conſtat datâ Latitudine C A, & Quadrante A Z) reperietur *b* ang. K C Z. Deinde in trigono C K D, ex tribus per inſtrumentum notis diſtantijs inveni *c* K C D: quem junge jam noto K C Z, & ſummam aufer à Grad. 180: ita notus fiet X C D: ex quo & notis C X, C D innoteſcet X D, complementum Latitudinis quæſitæ D I, nec non angulus C X D, ſive A X I, adeoque & arcus A I, differentia notæ Longitudinis Stellæ C, & quæſitæ Longitudinis Stellæ D.

b trig. Sph. prob. 19.
c Ibid. prob. 18.

§. 5. Poſtremò, ſi Stella de quâ quæritur, ſit in C; aliarum verò una ſit in F ad Boream, altera ad Auſtrum in K, ſed ejuſdem Longitudinis cum priori F, ſic procede. In trigono C K F ex tribus lateribus notis (nam C K, C F, ſunt notæ inſtrumento, F K verò eſt ſumma datarum Latitudinum F N, K N) inveni *d* C F K: quo dempto à Grad. 180, notus fit C F X: ex quo & notis C F, F X, reperietur *e* C X compl. quæſitæ Latitudinis A C, nec non angulus C X F, ſive A X N, adeoque & arcus A N, differentia quæſitæ Longitudinis Stellæ C, & datæ Longitudinis Stellarum F, K.

d Ibid. prob. 18.
e Ibid. prob. 19.

Hi ſunt Caſus præcipui, ex quibus reliqui facilè conſtruentur.

### *Scholium.*

*Ex hoc Numero & præcedenti, omnium Fixarum Longitudines & Latitudines ad certum tempus reperiuntur. Quo in negotio cæterorum Aſtronomorum induſtriam Tycho Braheus ſuperavit, qui adhibitis exquiſitiſſimis organis ampliùs mille Fixarum Longitudines & Latitudines ad Annum Chriſti 1600, à ſe conſtitutas, poſteritati tranſmiſit. Verùm quia Fixæ ( ut oſtendam* num. ſeq.) *lento motu ſuper Polis Eclipticæ in conſequentia, ſive ab Occaſu in Ortum moventur, neceſſe eſt earum Longitudines, hoc eſt diſtantias ab initio* ♈ *Primi Mobilis, ſenſim immutari. Oportebit igitur Longitudines Fixarum ſemel inventas ad aliquod tempus, certâ quantitate augere vel minuere, ut tempori cuicumque futuro vel præterito conveniant. Modus tradetur* infrà num. 16.

*Latitudines, quia ( ut oſtendam* num. 12.) *non immutantur, ſemel ad aliquod tempus inventæ inſerviunt omni.*

## NUMERUS IX.

### *Invenire Longitudinem & Aſcenſionem Rectam Stellæ ad datum tempus præteritum, ad quod nota ſit Declinatio Stellæ, & Quadrans ad quem pertinet.*

USui erit hoc Problema in conſtituendo motu Fixarum Annuo *num.* 14. Fig. 9.

Ecliptica ſit D E, ejus Polus S; Æquator B C, ejus

ejus Polus X: Stella in F, pertinens ad Quadrantes
primos ♈ D, ♈ B. Ducatur Declinationis Quadrans
X P, & Latitudinis Quadrans S V. Per *num. præced.*
nota fiat Latitudo Stellæ V F, (ea ſiquidem ſemper
eadem perſeverat, ut oſtendam *nu.* 12.), quâ demp-
tâ à Grad. 90, notus erit arcus F S. Deinde P F De-
clinatio Stellæ *per hyp.* nota, dematur à Grad. 90; ita
notus erit arcus F X. Arcus autem X S, diſtantia
*a per Cor. n. 31. l. 1.* Polorum *a* eſt Grad. 23. 30′, utpotè æqualis obliqui-
*o trig. Sph.* tati Eclipticæ. Igitur in trigono S F X ex tribus la-
*prob.* 18. teribus notis, reperientur anguli *o* F X S, F S X. An-
*b per defin.* gulum F S X metitur *b* arcus D V, qui proinde &
*4. nu. 66. lib. 2.* ipſe notus erit. Aufer D V à Quadrante ♈ D, re-
*c per eamd.* linquetur Longitudo Stellæ ♈ V ad datum tempus
præteritum. Deinde F X S aufer à Grad. 180: ita
notus erit B X P, & ex eo arcus ipſum *c* metiens
B P; quo dempto à Quadrante ♈ B, relinquitur
♈ P Aſcenſio Recta Stellæ ad tempus præteritum
datum.

Ex his & diſcurſu *num.* 7. facilè reliquorum Caſuum conſtructio colligetur.

## NUMERUS X.

### *Invenire Declinationem & Aſcenſionem Rectam Stellæ ad tempus datum, ad quod nota ſit ejus Longitudo.*

*Fig.* 9. Iſdem poſitis, ſit Stella in F, ejuſque Longitudo
ad datum tempus nota ſit ♈ V, ad primum Qua-
*o per def. 4. n. 66. l. 1.* drantem pertinens: hæc ablata à Grad. 90 ♈ D, da-
bit arcum V D, adeoque & angulum *o* D S V, ſive
*m oſtendam n.* 12. X S F. Latitudo Stellæ V F, quæ ſemper *m* eadem
eſt, nota ſit per *num.* 7. *&* 8, quâ demptâ vel additâ
Grad. 90 V S, notus erit arcus F S. Arcus autem
X S, diſtantia Polorum notus eſt per *Corol. num.* 31.
*x trig. Sph.* *lib.* 1. Igitur in triangulo F X S, ex notis lateribus
*prob.* 19. F S, X S, cùm angulo X S E, innoteſcet *x* X F com-
plementum Declinationis quæſitæ FP ad datum tem-
pus, nec non angulus F X S: quo dempto à Grad.
*r per def. 4 n. 66. l. 1.* 180, notus erit B X P, & arcus ipſum *r* metiens B P,
eoque dempto à Grad. 90 ♈ B, nota fiet Aſcenſio
Recta ♈ P ad tempus datum.

Ex his & diſcurſu *num.* 7, facilè reliquorum Caſuum conſtructio colligitur.

## NUMERUS XI.

### *Stellæ Fixæ ſenſim moventur ab Occaſu in Ortum.*

Hunc motum Aſtronomi ex Longitudinibus Fixarum ſenſim auctis deprehenderunt. Modum autem Fixarum Longitudines reperiendi *num.* 7. *&* 8. jam expoſui. Timochares Annis ante Chriſtum 294 invenit *Spicam* in Gradu ♍ 22. Hipparchus Annis ante Chriſtum 128 in ♍ Grad. 24: Tycho in ♎ Grad. 18. *Regulum* invenit Hipparchus in ♋ Gradu 29: Tycho in ♌ Grad. 24. *Lucida Pleiadum* reperta eſt à Timocharide in ♈ Grad, 29; à Tychone in ♉ Grad. 24. Similia Longitudinis incrementa in alijs etiam Stellis ſunt deprehenſa. Quare, cùm Stellæ eamdem inter ſe perpetuò diſtantiam retineant manifeſtum eſt ſimul omnes ab occaſu in Ortum, hoc eſt ſecundùm ordinem Signorum ſenſim promoveri. Atque id quidem extra omnem controverſiam eſt. At ſuper quibus Polis hic motus fiat, æqualiſne ſit an inæqualis, quanto tempore abſolvatur, & quæ illius ſit quantitas Annua, non perinde manifeſtum. Hæc igitur deinceps erunt diſquirenda.



## NUMERUS XII.

### *Fixæ moventur ſuprà Polos Eclipticæ, ac proinde Latitudines earum non mutantur.*

Fixarum Latitudines, ſive diſtantias ab Eclipticâ eaſdem eſſe perpetuò, ac proinde earum motum ab Occaſu in Ortum fieri per circulos Eclipticæ parallelos, adeoque ſuper Polos Eclipticæ, ex omnium temporum obſervationibus Aſtronomi ferè omnes jam inde ab Hipparcho cenſuêre. Oppoſitum tenuerunt Thebit, Regiomontanus, Gauricus, Tycho, Longomontanus, Lansbergius. E quibus primi tres à cæteris abeunt longiùs; tres verò poſteriores non aliam agnoſcunt mutationem Latitudinis Fixarum, quàm eam, quæ à mutatione maximæ obliquitatis Eclipticæ efficiatur. Et Tycho quidem operosè deducit fundamenta opinionis ſuæ *Tomo* 1. *Progymn.* quæ nihilominus à Ricciolo ſubvertuntur *Cap.* 15. *lib.* 6. *Almag.* Adverſantur Tychoni præcipuè iſta.

1. Multò probabilius eſt obliquitatem Eclipticæ non mutari, ut oſtenſum eſt *lib.* 1. *num.* 32. Labante igitur mutabili obliquitate Eclipticæ, etiam mutabiles Fixarum Latitudines illâ nixæ collabaſcunt.

2. Etiamſi ſupponamus obliquitatem Eclipticæ mutabilem eſſe, eamque olim tempore Hipparchi & Ptolomæi fuiſſe circiter 22 Min. majorem, quàm modò ſit, jam nihilominus multarum Stellarum quàm proximè eadem reperitur Latitudo, quæ fuit olim. Latitudo *Capellæ* Hipparchi tempore fuit Grad. 22. 50′: nunc eſt Grad. 22. 50′. 30″. Latitudo *Aldebaræ* ſub Hipparcho erat Grad. 5. 33′: jam Grad. 5. 31′. Lat. *Reguli* ſub Timocharide fuit Grad. 0. 23′: nunc eſt Grad. 0. 26′. Idem in alijs Stellis quàm plurimis reperitur. Sed, ſi Latitudo Stellarum Fixarum eamdem mutationem ſubiret, quam obliquitas Eclipticæ, oportebat Fixarum omnium Latitudinem olim fuiſſe 22 Min. majorem quàm modò ſit. Falſum eſt igitur Fixarum Latitudines eamdem mutationem ſubire, quam obliquitas Eclipticæ. Vide plura apud Ricciolum *loco citato.*

Tycho Fixarum Latitudines jam dictas, quæ à Ptolomæo ad nos ſunt tranſmiſſæ, ſibi fatetur adverſari: ſed conatur ſuſpectas reddere vel ex imperfectione veterum obſervationum, vel ex numerorum vitioſâ tranſcriptione. Verùm eodem jure nobis ſuſpectæ erunt illæ, quas ex eodem Ptolomæo ſibi faventes adducit.

Sentio igitur cum Aſtronomis pleriſque, Fixarum Latitudines probabiliùs non immutari.

## NUMERUS XIII.

### *Fixarum motus Æqualis eſt.*

Inæqualitas hujus motus jam confutata eſt *lib.* 1. *num.* 46. quem conſule, atque iſthic deductis hæc adjunge.

Aſſertores inæqualitatis ſunt Copernicus, Maginus, Longomontanus, Lansbergius. Nituntur obſervationibus veterum; quæ, ſi, prout extant, accipiantur, videntur Fixæ unum Gradum abſolviſſe Annis 100, vel pluribus tempore Ptolomæi, at tem-

pore Albategnij Annis 66; nunc autem (ut patebit *num. ſeq.*) abſolvunt Annis 72, aut 70. Sed fallaciam hujus fundamenti paucis aperio.

Certum eſt, quamvis Fixarum Longitudines ſenſim creſcant, Longitudinum differentias ſemper eaſdem permanere, eò quòd ſitus Fixarum inter ſe perpetuò idem perſeveret; unde etiam nomen Fixarum profluxit. Quare quæ hoc ævo differentia Longitudinum duarum quarumlibet Stellarum reperitur, eadem fuit & olim. Stellarum porrò ad hoc ævum Longitudines, adeoque & Longitudinum differentias conſtat à Tychone præſertim & Ricciolo eſſe accuratè conſtitutas. Quare ſi Longitudinum, quibus uſi ſunt Veteres, differentiæ à noſtris notabiliter differant, certum erit Fixarum Longitudines, quibus Veteres utebantur, fallaces extitiſſe. Atqui tales ſunt Longitudines *Spicæ*, *Reguli*, *Pleiadis*, & *Boreæ frontis Scorpij*, ex quibus collegit unum Gradum à Fixâ pertranſiri Ptolomæus Annis 100, Albategnius Annis 66: earum quippe differentiæ plurimùm diſcrepant ab ijs, quæ hoc tempore ſunt inventæ, quaſque (ut dixi) conſtat eſſe exactas. Vitioſè ergo colligitur Stellas Fixas Ptolomæi ævo percurriſſe Gradum unum Annis 100, Annis verò 66 tempore Albategnij. Corruit igitur baſis præcipua opinionis contrariæ.

Deinde ex pluribus, & certioribus obſervationibus *a* ab Hipparcho ad Ptolomæum, & ab his atque ab Albategnio ad nos, colligitur motus Fixarum Annuus ſemper 50, aut 51 Secundorum quàm proximè. Longè igitur eſt veroſimilius Fixarum motum eſſe æqualem. Dixi, *certioribus*, quia ſunt vel recentiores, Tychonicæ nimirum & Ricciolanæ, vel antiquæ, ſed correctæ.

*a Ut patebit ex nu. ſeq.*

Vide de his plura apud Ricciolum *l. 6. cap. 17.*

## NUMERUS XIV.

### *Annuus Fixarum motus eſt Secundorum 50, vel 51, quàm proximè.*

SEcunda 51 Annuo motui Fixarum adſcribit Tycho, Ricciolus 50 Utriuſque rationes, quarum alteræ alteras in diſcrimine tantillo confirmant, ſummarim complectar.

Tycho igitur *t. 1. pag.* 253 ex Copernico *l. 3. cap.* 3. aſſumit Declinationem *Spicæ* Anno 1515, obſervatam Fruenburgi, Grad. 8. 36′. Tum ex eâ juxta veriorem Poli Altitudinem correctâ, per modum *Num.* 9. traditum colligit ad Annum 1515 Longitudinem *Spicæ* in ♎ Grad. 17. 3′. 30″. Ipſe verò eam reperit Anno 1585 in ♎ Grad. 18. 3′. Ergo Annis 70 proceſſit Gradu 1, minùs 30 Secundis. Igitur Anno 1, promota eſt Secundis 51″.

Hipparchus apud Ptolomæum *l. 7. cap. 3.* Anno ante Chriſtum 128, ex ejus tunc Declinatione Boreâ Grad. 9. 45′, invenit Regulum in ♋ Grad. 29. 50′. Eundem Tycho Anno poſt Chriſtum 1585, reperit in ♌ Grad. 25. 5′. Annis igitur 1713 proceſſit Gradus 24, 15′, ac proinde Anno uno, Secunda 50″. 59‴. 47⁗.

Venio ad Ricciolum, ex quo delibo comparationes 4 ſequentes.

Hipparchus apud Ptolomæum *l. 7. cap. 2.* *Regulum*, ſeu *Cor Leonis*, Anno ante Chriſtum 128, invenit in ♋ Grad. 29. 50′. ſed quia Veteres obſervabant plerumque Stellarum loca per diſtantiam Æquatoriam Lunæ à Sole Occiduo, & diſtantiam Æquatoriam Stellæ à Lunâ nocte ſequenti; Solem porrò vicinum Occidenti Refractio, quam Veteres ignorarunt, facit 30 circiter Minutis juſto altiorem & Orientaliorem, factum eſt inde, ut diſtantia Æquatoria Lunæ à Sole, adeoque & Longitudo Lunæ ac Stellæ, juſtà minor ad Minuta totidem evaderet. Quare ad Hipparchæam Longitudinem *Reguli* adjicienda erunt Min. 30. quæ proinde fuit in ♌ Grad. 0. 20′: Ricciolus autem Anno poſt Chriſtum 1644 completo, nactus eſt *Regulum* in ♌ Grad. 24. 55′. 20″. Annis igitur 1772 proceſſit Grad. 24. 35′. 20″: quibus per Annos 1772 diviſis, proveniunt Secunda $49''\frac{1679}{1772}$, ſive 50″ proximè.

Albategnius *cap.* 51 refert inventum à ſe *Regulum* Anno Chriſti 879, in ♌ Grad. 14; quibus adde Min. 30 ob rationem jam datam. Ricciolus verò Anno 1644 completo in ♌ Grad. 24. 55′ 20″. Igitur Annis 766 proceſſit Grad. 1c. 25′. 20″: quibus diviſis per Annos 766, fit motus Annuus 49″ Secundorum. Quòd ſi locus Albategnianus aſſumatur, quem ponit Copernicus Grad. ♌ 14. 5′, Annis 766 proceſſit Grad. 10. 50′. 20″, quibus per 766 diviſis, proveniunt Secunda 51″ pro motu Annuo. Quare medium tenendo, erit Sec. 50.

Ptolomæus *l. 7. Almag. cap.* 3, refert obſervatam à ſe Declinationem Boream *Aldebaræ*, ſeu *Oculi Tauri* Anno Chriſti 137 Grad. 11: Ex quâ, & Latitudine ejuſdem Auſtrali Grad. 5. 30′, reperitur *per num.* 9. tunc Longitudo Aldebaræ in ♉ Grad. 14. 2′. At Ricciolus Anno 1644 *Aldebaram* deprehendit in ♊ Grad. 4. 48. Ergo Annis 1506 proceſſit Grad. 20. 46: quibus per Annos 1506 diviſis, fit motus Annuus Secundorum 49″. 40‴.

Ptolomæus Anno Chriſti 137 *Aldebaram* ex ejus tunc Declinatione Grad. 11, invenit in ♉ Grad. 14. 2′. Tycho autem Anno 1586, obſervavit Declinationem *Aldebaræ* Boream Grad. 15. 37′: ex quâ & Latit. Auſtr. Grad. 5. 30′. per *num.* 9. elicitur tunc Longitudo *Aldebaræ* in ♊ Grad. 4. 2′. Annis igitur 1449 abſolvit Grad. 20. Igitur Anno uno abſolvit Secunda 49″. 40‴.

Cùm igitur ex his, & quatuor alijs, quas omiſi, comparationibus deducatur ſemper motus Annuus ſecundorum 50 proximè, non immeritò Ricciolus in hac annuâ quantitate acquieſcit. Fatetur tamen æquè ferè probabilem eſſe Tychonicam Secundorum 51, ut ferè perinde ſit, utrâ utaris. Tychoni conſentiunt Keplerus, & Bullialdus, & ferè Gaſſendus ac Vendelinus; Ricciolo Petavius, & ferè Copernicus, Reinholdus, Mæſtlinus. Expenſis omnibus ſatis exploratum eſſe arbitror Annuum motum Fixarum quàm proximè Secundorum eſſe 50, vel 51.

Ex motu Annuo per *Reg. prop.* elicitur Periodus tota. Tychoni igitur Fixæ abſolvunt Gradum unum Annis Iulianis $70\frac{1}{7}$ totum verò Zodiacum Annis Iulianis 25806: Ricciolo autem, Annis Iulianis 72 Gradum unum, Annis Iulianis 25920 Zodiacum totum.

## NUMERUS XV.

### *Quantitas Anni Siderei.*

ANnus Sidereus eſt tempus, quo Sol ab aliquâ Stellâ Fixâ ad eandem revolvitur. Quare cùm Annus Solaris ſit tempus, quo Sol ab aliquo puncto Eclipticæ revolvitur ad idem punctum, atque interim Fixæ prorepant in Ortum Secunda 51, vel

50,

50, manifeſtum eſt Solarem Annum à Sidereo excedi eâ temporis quantitate, quâ Sol motu Medio percurrit Secunda 51, vel 50, ut Stellam, cui fuerat conjunctus, denuò aſſequatur.

Ricciolo Zodiacum Sol percurrit Diebus 365. Horis 5. 48′. 40″, ac proinde Secunda 50 abſolvit Minutis Horarijs 20′. 17″. 25‴. Quare illius Annus Sydereus eſt D.365. H. 6. 8′. 57″. 25‴. Solarem excedens Min. Hor. 20′ 17″. 25‴.

Tychoni verò Sol abſolvit Zodiacum D.365. H. 5. 48′. 45″, ac proinde Secunda 51 percurrit Min. Hor. 20′. 41″. 43‴. Quare illi Annus Sydereus eſt D. 365. H. 6. 9′. 26″. 43‴. 30⁗. excedens Solarem Min. Hor. 20′. 41″. 43‴. 30⁗.

## NUMERUS XVI.

***Fixarum Longitudines ad Aliquod tempus trigonometricè per num. 7. & 8. inventas, cuivis tempori accommodare.***

SI Stellæ Fixæ non moverentur ab Occaſu in Ortum, earum Longitudines non mutarentur; quæ proinde ſemel inventæ ad aliquod tempus, omni tempori convenirent. Quia verò motui jam dicto ſunt obnoxiæ, oportebit Longitudini ad tempus certum, ex. gr. ad Annum 1644 repertæ, motum Annuum, qui per *num.* 14, eſt Sec. 50, vel 51, toties addere vel demere, quot Annis tempus datum ſequitur, vel præcedit Annum 1644.

Exemplum ſtatuamus in *Regulo*. Anno 1644 *Regulus* erat in ♌ Grad. 24. 55′. 20″. Oporteat ejus locum reperire pro Anno 1654. Tempus hoc poſterius eſt Annis 10. Secunda 50, quæ debentur motui unius Anni, duc in 10: proveniunt Sec. 500″, id eſt: 8′. 20″, debita Annis 10. hæc igitur adde loco Anni 1644: proveniet locus *Reguli* in ♌ Grad. 25. 3′. 40″, pro Anno 1654.

Quæratur deinde locus pro Anno 1634. Hic Annus quia præcedit Annum 1644, Annis 10, Min. 8′. 20″ debita Annis 10, deme loco *Reguli* ad 1644: proveniet locus *Reguli* pro Anno 1634 in ♌ Grad. 24. 47′.

Pro calculi compendio utere Tabellâ ſequenti.

MOTUS FIXARUM IN LONGITUDINEM.

| *Anni* | Grad. | ′. | ″. | *Anni* | Grad. | ′. | ″. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 50 | 200 | 2 | 46 | 40 |
| 5 | 0 | 4 | 10 | 300 | 4 | 10 | 0 |
| 10 | 0 | 8 | 20 | 400 | 5 | 33 | 20 |
| 20 | 0 | 16 | 40 | 500 | 6 | 56 | 40 |
| 30 | 0 | 25 | 0 | 600 | 8 | 20 | 0 |
| 40 | 0 | 33 | 20 | 700 | 9 | 43 | 20 |
| 50 | 0 | 41 | 50 | 800 | 11 | 6 | 40 |
| 70 | 0 | 58 | 20 | 900 | 12 | 30 | 0 |
| 90 | 1 | 15 | 0 | 1000 | 13 | 53 | 20 |
| 100 | 1 | 23 | 20 | 2000 | 27 | 46 | 40 |

### *Corollaria.*

I. Ex *hoc Num.* 16, unà cum *Num.* 7 & 8, Stellarum omnium loca in Longum & Latum reperiuntur ad tempus quodcumque.

II. Prima Stella ♈, fuit Anno Chriſti 1600, juxta Keplerum *in Rudolph.* in Grad. 27. 37′. ♈ Primi Mobilis: ergo fuit in initio ♈ Primi Mobilis Anno ante Chriſtum 388 Riccioliçè; Anno 349 Tychonicè.

## NUMERUS XVII.

***Declinationes Fixarum per Num. 2, & Aſcenſiones Rectas per Num. 4. & 5, ad aliquod tempus conſtitutas, ad alia tempora ante vel poſt, intra unum circiter Sæculum extendere.***

QUia Fixæ ab Occaſu in Ortum moventur ſuprà Polos diverſos à Polis Æquatoris, neceſſe eſt earum Declinationes ab Æquatore, & Aſcenſiones Rectas ſenſim immutari.

Inventæ ſint igitur ex. gr. ad Epocham Anni 1600 Declinatio, & Aſcenſio Recta *Aldebara*, & oporteat eas ad quævis tempora intra Annum 1700 extendere. Per *Num. præced.* inveni Longitudinem *Aldebara* ad Annum 1700. Ex hac notâ jam Longitudine, ad eundem Annum 1700 reperies [a] Declinationem, & Aſcenſionem Rectam ejuſdem Stellæ: quam conferendo cum Declinatione, & Aſcenſione Rectâ Anni 1600, utrarumque differentiæ innoteſcent. Tum ita ratiocinare. Petatur ex. gr. Declinatio *Aldebara* ad Annum 1620. Cùm Anni 100 Declinationum differentiam efficiant tantam......, Anni 20 quantam dabunt? per *Regulam prop.* differentia quæſita exhibebitur: quæ Declinationi Anni 1600 addita, ſi Declinatio creſcit; dempta, ſi decreſcit; dabit Declinationem Anno 1620 convenientem. Porrò Fixarum Declinatio (*vide Fig.* 14) à ♑ per ♈ ad ♋ Borea creſcit, Auſtrina decreſcit: ab ♋ per ♎ ad ♑, Auſtrina creſcit, Borea decreſcit.

[a] *per num.* 10.

Pari modo cùm Anni 100 dent Aſcenſionum Rectarum differentiam tantam...., 20 Anni quantam dabunt? Rurſus *prop. Regula* exhibebit differentiam quæſitam. Quid verò eâ faciendum? utrùm addi ſemper debet Aſcenſioni Rectæ præcedentis Epochæ, an etiam aliquando demi? Certum eſt, [a] ſi creſcente Longitudine Stellæ, ſemper etiam creſcat Aſcenſio Recta, differentiam proportionalem ſemper eſſe addendam Aſcenſioni Rectæ præcedentis Epochæ:

[a] *decidetur num.* 19.

ehæ: Si verò creſcente Longitudine Aſcenſio Recta aliquando decreſceret, tunc differentiam proport. Aſcenſioni Rectæ præcedentis Epochæ oportêre ſubduci. Atqui creſcente Longitudine Syderis, ſemper etiam creſcere Aſcenſionem Rectam putaſſe hactenùs Aſtronomi videntur. Cæteris perſpicacior Ricciolus hîc fuit, qui primus advertit, Stellarum intra Polares circulos exiſtentium, hoc eſt quarum complementum Latitudinis minus eſt diſtantiâ Polorum, Aſcenſiones Rectas non ſemper creſcere, quamvis Longitudo creſcat. Res digna eſt quæ accuratiùs atque diſtinctiùs exponatur.

## NUMERUS XVIII.

### *Fixarum intra Polares circulos exiſtentium Aſcenſiones Rectæ aliquando creſcunt, aliquando decreſcunt, quamvis Longitudo ſemper creſcat.*

Fig. 14. 15.16.17. COlurus Solſtitiorum eſto A D X C; Ecliptica C D; Æquator F G; Polus Eclipticæ A; Polus Æquatoris B, qui ambo ſunt in Coluro. Sit deinde Stella P, per quam ducto Latitudinis Quadrante A V, ſit Latitudinis Stellæ complementum P A minus diſtantiâ Polorum A B; deſcriptoque ex Eclipticæ Polo A ſemicirculo E P K, Eclipticæ C D parallelo, ducatur ex B Polo Æquatoris, Declinationis Quadrans B R, circellum tangens in Q in *Schemate* 14 & 16, in Z verò in *Schemate* 15. & 17. Denique per contactus Q & Z, ducantur Latitudinis Quadrantes A Q N, A Z N.

Fig. 14. §. 1. Stellâ Boreali motu ſuo in Longitudinem percurrente arcum K Q, (cui in Eclipticâ reſpondet D N) ab ♑ per ♈ & ultra Aſcenſio Recta perpetuò creſcit: percurrente verò eâdem Stellâ arcum Q E à contactu uſque ad ♋, Aſcenſio Recta decreſcit, quamvis (ut ſemper) creſcat Longitudo. Maxima autem eſt Stellæ Aſcenſio Recta, cùm exiſtit in contactu Q.

Sit enim primò Stella in K. Erit tunc ejus Recta Aſcenſio ♈ F ♎ G, trium nempè Quadrantium. Sit deinde in P, perque eam tranſeat Declinationis Quadrans B P S. Manifeſtum eſt hunc Æquatori occurrere inter G, & R. Ergo Stellæ exiſtentis in P Aſcenſio recta eſt ♈ F ♎ G S major priori ♈ F ♎ G. Creſcit igitur Aſcenſio Recta ex K in P, & ſic deinceps uſque ad contactum Q, in quo Stellæ Aſcenſio Recta ♈ F ♎ G R maxima eſt, quæ haberi poteſt.

Sit jam Stella in arcus Q E puncto quovis O: per quod tranſeat Declinationis Quadrans B O S. Hic neceſſariò ſecabit etiam arcum K Q, ac proinde Æquatori occurret inter R & G, in S. Quare Aſcenſio Recta ♈ F ♎ G S jam minor eſt maximâ ♈ F ♎ G R, ac proinde decreſcit. Eodem modo Aſcenſiones Rectæ per totum arcum Q E continuè decreſcunt eodem ordine, quo antè creverant in arcu K Q, donec Stella poſita in E initio ♋ rurſum Aſcenſionem Rectam habeat ♈ F ♎ G.

Fig. 15. §. 2. Boreali Stellâ percurrente arcum E Z, ſive C N, ab ♋ uſque ad contactum alterum Z, Aſcenſio Recta pergit decreſcere, donec minima fiat in contactu Z: Stellâ verò percurrente arcum Z K, à contactu ſecundo per ♎ ad ♑ rurſum creſcit uſque in K, atque inde (ut §. 1. jam oſtendi) pergit creſcere, donec maxima evadat in contactu Q.

Sit enim Stella primò in E; tunc ejus Aſcenſio erit ♈ F ♎ G. Sit deinde in O, & ſit Declinationis Quadrans B O S: erit tunc ejus Aſcenſio recta ♈ F ♎ S minor priore, adeoque decreſcit; & ſic deinceps uſque ad contactum Z, in quo Stellæ Aſcenſio recta ♈ F ♎ R, eſt omnium minima.

Sit jam Stella in arcus Z K puncto quovis P, ducaturque Declinationis Quadrans B P S. Erit tunc ejus Aſcenſio Recta ♈ F ♎ S, major priori ♈ F ♎ R, quàm habebat in Z. Igitur Aſcenſio Recta crevit ex Z in P.

§. 3. Per arcum E Q, (cui reſpondet Eclipticæ arcus D N) ab ♑ versùs ♈ uſque ad contactum Q, Stellæ Auſtralis Aſcenſio Recta decreſcit, donec minima fiat in contactu Q. Nam ejus Aſcenſio Recta in E eſt ♈ F, in O eſt ♈ S priore minor, in Q eſt ♈ R minima. Fig. 16.

Per arcum verò Q K (cui in Eclipticâ reſpondet N C) à contactu Q per ♈ ad ♋ ejuſdem Stellæ Aſcenſio Recta creſcit. Nam ejus Aſcenſio Recta, in Q eſt ♈ R, in P eſt ♈ S, in K eſt denuò ♈ F.

§. 4. Per arcum K Z (cui reſpondet in Eclipticâ, C N) à ♋ per ♈ ad contactum alterum Z, Stellæ Auſtralis Aſcenſio Recta pergit creſcere, donec maxima fiat in Z. Nam ejus Aſcenſio Recta, in K eſt ♈ F, in P eſt ♈ F S major priore, in Z eſt ♈ F R maxima. Fig. 17.

Per arcum verò Z E, ſive N D, à contactu Z ad ♑, ejuſdem Stellæ Aſcenſio Recta decreſcit. Nam ejus Aſcenſio Recta, in Z eſt ♈ F R, in O eſt ♈ F S, in E eſt rurſum ♈ F.

§. 5. Stellæ Borealis maxima Aſcenſio Recta ♈ F ♎ G R (*Fig.* 14.) finitur in Quadrante Æquatoris quarto G ♈; minima ♈ F ♎ R (*Fig.* 15), in Quadrante tertio ♎ G. Fig. 14. & 15.

Cùm enim tangant ſe duo circuli B R, K P E in Q vel Z, & per A Polum unius ſimul & per contactum Q vel Z, tranſeat circulus Maximus A Q N, vel A Z N, tranſibit *n* hic etiam per Polos alterius circuli B R. Ergo A Q N, ſeu A Z N ad P R *o* rectus eſt; ac proinde in triangulo A Q B, ſeu A Z B, angulus ad Q, vel Z, rectus eſt, & omnia latera ſunt Quadrante minora. Ergo *p* anguli ad B, & A, ſunt acuti in dicto triangulo. Quare cùm arcus G R metiatur angulum ad B, erit is minor Quadrante. Ex quo patet in *Fig.* 14, maximam Aſcenſionem Rectam ♈ F ♎ G R finiri in Quadrante quarto G ♈, minimam ♈ F ♎ R (vide *Fig.* 15) in tertio ♎ G.

*n per 15. l. 2. Theodoſ.*
*o per num. 68. lib. 2.*
*p per 28. Clavij. trian. Sph.*

§. 6. Si Stella eſt propè Polum Auſtralem (ut in *Fig.* 16. 17. in quibus A, B jam referunt Polos Auſtrales), minima ejus Aſcenſio Recta ♈ R (vide *Fig.* 16) finitur in ♈ F Quadrante primo, maxima ♈ F R (vide *Fig.* 17.) in ſecundo F ♎. Fig. 16, 17.

*Demonſtratio* ſimilis præcedenti.

§. 7. Cùm Stellæ Borealis Aſcenſio Recta eſt maxima in Q (vide *Fig.* 14), ejus Longitudo ♈ N finitur in Eclipticæ Quadrante primo ♈ C: cùm minima eſt in Z (vide *Fig.* 15), ejus Longitudo ♈ C N finitur in Quadrante ſecundo C ♎. Fig. 14. 15.

Jam enim §. 5, oſtendi angulum Q A B, ſeu Z A B, eſſe acutum. Arcus igitur ipſum metiens C N eſt minor Quadrante. Ex quo patet Longitudinis ♈ N terminum N *in Fig.* 14, incidere in Quadrantem primum ♈ C, *in Fig.* verò 15 terminum N Longitudinis ♈ C N incidere in Quadrantem ſecundum C ♎.

§. 8. Cùm Stellæ Auſtralis (*vide Fig.* 17.) procedentis ſecundùm ordinem Signorum ex K per Z, Aſcenſio Recta juxta §. 4. eſt maxima in Z, Longitudo ejus ♈ C ♎ N finitur in Eclipticæ Quadrante tertio ♎ D: quando (*vide Fig.* 16.) juxta

§. 3.

§. 3. eſt minima in Q, ejus Longitudo ♈ C ♎ D N finitur in Quadrante quarto. D ♈.

*Demonſtratio* ſimilis præcedenti.

§. 9. Fixarum intra Arcticum circulum exiſtentium Aſcenſiones Rectæ per totum Eclipticæ ſemicirculum Auſtralem & partem Borealis aſſiduè creſcunt, per reliquam Eclipticæ partem decreſcunt, etiamſi Longitudo creſcat. Fixarum verò intra circulum Antarcticum poſitarum Rectæ Aſcenſiones per totum Eclipticæ ſemicirculum Borealem, & partem Auſtralis aſſiduè creſcunt, per reliquam Eclipticæ partem decreſcunt, licet creſcat Longitudo.

Primum patet ex §. 1. 2. 7: ſecundum ex §. 3. 4. 8.

§. 10. Stellarum, quarum creſcente licet Longitudine, Aſcenſiones Rectæ ſecundùm determinationes jam expoſitas decreſcunt, ſunt ad Boream 59, ad Auſtrum 35.

## NUMERUS XIX.

### *Stellarum intra Polares circulos exiſtentium Aſcenſiones maximam, & minimam invenire. Item reperire tempus, quo creſcente licet Longitudine, Aſcenſiones earum Rectæ incipient, vel inceperint decreſcere.*

*Fig.* 14. §. 1. Iiſdem poſitis, conſtructis ac demonſtratis quæ *Num. præcedenti* in triangulo A Q B, quod *Num. prec.* §. 5. oſtendi eſſe rectangulum ad Q, notum eſt latus *a* A B diſtantia Polorum, & latus A Q complementum Latitudinis notæ *b* Q N. Ex quibus reperietur *c* angulus A B Q, adeoque & Æquatoris arcus ipſum *d* metiens G R: quem ſi addas tribus Quadrantibus ♈ F ♎ G, proveniet ♈ F ♎ G R Aſcenſio maxima Stellæ exiſtentis in Q. Pari modo in *Fig.* 15. in triangulo A Z B innoteſcet angulus A B Z, ex eoque arcus G R; quo ſubducto à tribus Quadrantibus ♈ F ♎ G, remanebit ♈ F ♎ R, Aſcenſio minima ejuſdem Stellæ poſitæ in Z.

*a per cor. n.* 31. *l.* 1. *b per nu.* 7. 8. 12. *c trig. ſph. probl.* 1. *Fig.* 15. *d per def.* 4. *n.* 66. *l.* 2.

In Stellis Auſtralibus eodem modo innoteſcet *o* F R quo G R *r* in Borealibus. Arcum igitur F R in *Fig.* 16. deme Quadranti ♈ F, remanebit ♈ R Recta Aſcenſio minima Stellæ: *in Fig.* 17. arcum F R adde Quadranti ♈ F; prodibit ♈ F R Aſcenſio maxima ejuſdem Stellæ.

*o Fig.* 16. 17. *r Fig.* 14. 15.

*Fig.* 14. §. 2. In triangulo rectangulo A Q B, quod §. 1. ſolvimus, ex notis lateribus A B, A Q innoteſcit angulus *m* Q A B; ex eoque arcus Eclipticæ ipſum metiens N C: quo ſubducto à Quadrante ♈ C, relinquetur ♈ N Longitudo Stellæ quando poſita in Q Aſcenſionem Rectam incipit minuere. Atqui etiam nota *o* eſt Longitudo Stellæ, quam habet hoc præſenti momento, ergo nota eſt utriuſque Longitudinis differentia. Hanc *p* converte in tempus; quod tempori præſenti ſi addas vel demas, prodibit tempus, quo Stella Borealis incipiet, vel incepit creſcente Longitudine Aſcenſionem Rectam diminuere.

*m per trig. ſph. probl.* 13. *o per num.* 7. 8. 16. *Fig.* 17. *p per n.* 14. *& tabulam num.* 16.

Ad Auſtrum, ſoluto triangulo A Z B, notus fiet angulus Z A B, ex eoque arcus Eclipticæ N D: quo addito ad ſemicirculum ♈ C ♎, prodibit ♈ D ♎ N Longitudo Stellæ quando exiſtens in Z incipit diminuere Aſcenſionem Rectam. Reliqua operatio eadem erit, quæ ad Septemtrionem.

### *Corollarium.*

Ex his patet quomodo Aſcenſionalis differentia *Num.* 17. modò addenda ſit, modò ſubtrahenda, ut habeatur Stellæ intra Polares circulos conſtitutæ Aſcenſio Recta ad tempus datum.

### *Scholium.*

*Aſcenſio Recta* Lucidæ in humero Urſæ Minoris *ab initio Mundi perpetuò decrevit, & decreſcet uſque ad Annum Domini* 2137. *Quod Tycho, ejuſque Calculones ( ut benè notat Ricciolus) videntur ignoraſſe, ac propterea Stellam tam inſignem, utpota ſecundæ magnitudinis, in Catalogo Aſcenſionum Rectarum prætermiſiſſe.*

## NUMERUS XX.

### *De acceſſu Stellarum ad Polos Mundi, & de Stellâ Polari.*

Cum Stellæ non moveantur ſuprà Polos Mundi, ſed Eclipticæ; manifeſtum eſt eas ad Polos Mundi modò accedere, modò recedere. *Fig.* 18.

§. 1. Stellarum Borealium diſtantia à Polo Mundi Boreo maxima eſt in principio ♑, inde per ♈ uſque ad principium ♋ ſemper minuitur, donec minima fiat in principio ♋; hinc verò per ♎ uſque ad initium ♑ perpetuò creſcit donec rurſum maxima fiat in principio ♑.

Colurus Solſtitiorum eſto C A D X; Ecliptica C D; Æquator F G; Polus Eclipticæ Boreus A; Polus Æquatoris, & Mundi Boreus B. Sit Stella quæpiam habens Borealem Latitudinem M D quamcumque. Hæc motu ſuo in Longitudinem deſcribit circulum M N Eclipticæ D C parallelum. Cùm ea eſt in M principio ♑, ejus à Mundi Polo B diſtantia eſt M B, maxima quam habere poteſt. Inde procedens ſecundùm ordinem Signorum in P, diſtantiam habet à Polo P B minorem priore. Ducatur enim ex A Polo Eclipticæ ejuſque paralleli M N, arcus A P. Per *Num.* 68. *lib.* 2, anguli A M P, A P M, ſunt recti, adeoque B P M major recto. Ergo in triangulo M B P, arcus M B oppoſitus obtuſo angulo, major *o* eſt arcu P B qui opponitur recto. Decrevit ergo Stellæ a Polo Mundi B diſtantia ex M in P; decreſcetque eodem modo uſque ad N principium ♋, ubi ejus à Polo B diſtantia B N erit omnium minima. Conferatur enim cum aliâ quâcumque B P. Quia jam oſtendi angulum B P M eſſe obtuſum, erit B P N, acutus. At B N P rectus *a* eſt. Ergo in triangulo P B N, arcus B N oppoſitus acuto B P N minor eſt *n* arcu B P qui opponitur recto B N P. Atque ex his perſpicuum jam erit Stellæ à principio ♋ N, per ♎, diſtantiam à Polo rurſum creſcere donec maxima iterum fiat in M principio ♑.

*o Clavij prop.* 11. *triang. Sph.* *a per num.* 68. *l.* 2. *n per prop.* 11. *Clavij de triang. Sph.*

§. 2. Stellarum Auſtralium à Polo Mundi Auſtrino diſtantia maxima eſt in principio ♋: inde per ♎ decreſcit aſſiduè, donec in principio ♑ fiat minima. Hinc per ♈ rurſum creſcit, donec iterum maxima evadat in principio ♋. Oſtenditur eodem modo, quo in §. 1.

§. 3. Stella, cujus Latitudo par eſſet B C complemento diſtantiæ Polorum A B, aliquando per Mundi Polum B tranſibit; tum videlicet, cùm erit in principio ♋, ſi Borealis eſt; vel cum in principio ♑, ſi eſt Auſtralis. Quarum verò Latitudo dicto complemento eſt major minórve, earum nulla unquam

tranſibit per Polum Mundi. Utrumque eſt manifeſtum.

§. 4. *Poſtrema in caudâ Urſæ Minoris* inter omnes jam Stellas Polo Mundi Boreo eſt proxima. Ex obſervationibus Tychonis diſtabat à Polo.

| | Anno | Gr. | ′. | ″. |
|---|---|---|---|---|
| | 1577 | 2 | 58 | 51 |
| | 1581 | 2 | 57 | 30 |
| | 1586 | 2 | 56 | 10 |
| | 1589 | 2 | 54 | 50 |

Ex obſervatione Riccioli

| | Anno | Gr. | ′. | ″. |
|---|---|---|---|---|
| compl. | 1641 | 2 | 37 | 30 |
| 26. Decem. | 1643 | 2 | 36 | 50 |

Ex quibus utriuſque obſervationibus miro conſenſu Annuus hàc ætate *Polaris* Stellæ ad Polum acceſſus colligitur Secundorum 20.

Et hoc quidem, quo hæc ſcribimus, Anno 1658, illa eſt in Grad. 26. ♊, putà in O. Anno autem 2103 principium ♋ attinget; adeoque tum minimam *p* habebit diſtantiam I B à Polo; quæ ex mente Riccioli erit Min. 7. Poſt annum 2103 à Polo iterum recedet; &, ſi Mundus tam diu duraturus eſt, aliquando deſinet eſſe Polaris, Poſt Annos 12960 (tanto enim tempore ſemicirculum abſolvit) erit in Q principio ♑, ubi maximam habebit à Polo B diſtantiam Graduum circiter 46. Quando interim Stellæ aliæ fient Polo viciniores: inter quas omnium proximè accedet *Præcedens duarum in Cygno versùs Lyram.*

*p per §. 1.*

§. 5. Quæ modò eſt Stella Polaris, neque erit ſemper, ut jam dictum eſt, neque ſemper fuit. Ævo quippe Hipparchi, quæ jam polo proxima eſt, à polo diſtabat Grad. 12. 24′. Tunc autem *Humerus urſæ Minoris* à Polo aberat Grad. 8. 7′, eratque inter omnes Fixas notabiles viciniſſima Polo, ac proinde illa tum Polaris cenſebatur.

# CAPUT II.

## De Fixarum magnitudine, diſtantiâ, lumine, numero, ſpeciebus, formis.

### NUMERUS XXI.

### *Diſtantia Fixarum à centro Terræ excedit 70000, imò 100000 Semidiametrorum Terræ.*

PRoinde (aſſumptâ Terræ minimâ *a* Semidiametro 3265 milliariorum Bonon.) diſtantia Fixarum excedit 228550000 milliariorum Bonon. hoc eſt 228 milliones, 550 millia: imò excedit milliar. Bon. 326500000, hoc eſt 326 milliones, 500 millia.

*a Vide Geo. prac. cap. 6. ante probl. 5.*

Conſentiunt omnes Aſtronomi, ut oſtendam *lib. 7. num. 27.* independenter ab his, diſtantiam Saturni à Terrâ ferè decuplam eſſe diſtantiæ Solis à Terrâ. Quare cùm *lib. 3. num. 19.* oſtenſum ſit diſtantiam Solis numquam eſſe minorem 7000 Semidiametrorum Terræ, ſive 22855000 milliariorum Bonon. his per 10 multiplicatis, diſtantia Saturni à Terrâ erit non minor 70000 Semid. Terr. ſive 228550000 milliar. Bonon. Atqui Fixæ ſunt altiores Saturno, cùm ab eo Eclipſentur. Ergo Fixæ diſtant à Terrâ plus quàm 70000 Semid. Terr. ſive 228550000 milliar. Bonon.

Deinde *num. 1.* oſtendi nullam potuiſſe umquam Parallaxim Fixarum obſervari: quæ ſi eſſet ſaltem 2 Secundorum, in triangulo rectangulo A B D colligeretur diſtantia 100000 Semidiametrorum Terræ. Igitur Fixarum diſtantia 100000 Semid. Terr. major eſt. Neque videtur illis poſſe minor aſſignari.

*Fig. 8. lib. 3.*

Notus eſt igitur (quod ipſum quidem monumentum Aſtronomiæ eximium eſt) diſtantiæ terminus, infrà quem Fixas non deprimi certum ſit. Terminus verò diſtantiæ alter ſuprà quem non aſcendant, explorari humano ingenio non poteſt. Fortaſſis Stellæ Fixæ tantùm à Saturno diſtant, quantùm ille à nobis. Credibile eſt etiam alias eſſe alijs altiores; quæ & forſan eſt cauſa, cur inæquales nobis appareant.

### NUMERUS XXII.

### *Velocitas Fixarum quanta.*

NUmero præcedenti oſtenſum eſt diſtantiam Fixarum à centro Terræ, hoc eſt, Semidiametrum Firmamenti excedere 7000 Semidiametrorum Terreſtrium. Quare Firmamenti Diameter major eſt 14000 Semid. Terr. Aſſumptâ igitur proportione diametri circuli ad circumferentiam, quæ eſt *a* 113 ad 355, Firmamenti ambitus *b* reperitur major 439823 Semidiam. Terr. Tantum igitur ſpatium eſt ad minimum, quod Stella in Æquatore poſita 24 Horis abſolvit. Quod ſi 439823 dividantur per 24, provenient 18325 Semid. Terr. quas ſaltem Fixa in Æquatore exiſtens unâ horâ percurrit: & 18325 rurſum diviſis per 60, proveniunt Semid. Terr. 3053, quas ſaltem percurrit Minuto uno. Quod ſi radius Firmamenti aſſumatur 100000, Semidiam. Terræ ſpatia jam dicta multò adhuc majora evadent.

*a Vide cap. 12. probl. 1. Geo. prac.*
*b per probl. 3. cap. 12. Geo. prac.*

### NUMERUS XXIII.

### *Fixarum Diametros Apparentes inquirere.*

DIfficillima hæc inquiſitio eſt tum propter Stellarum parvitatem, tum propter radios adventitios & ſpurios, quibus Stellæ quaſi quodam capilitio cinctæ apparent. Utrique incommodo præ alijs organis quibuſcumque teleſcopium medetur: nec ſine illo quidquam ſperari poteſt hoc in negotio exactum. Quare Aſtronomi priores, nondum invento Teleſcopio, nihil ſolidi de Syderum Diametro Apparenti, & magnitudine conſtituere potuerunt.

Modos varios tum aliorum, tum ſuos Ricciolus *lib. 6. cap. 9.* recenſet; è quibus unus ille placet, in quo tandem etiam ipſe acquieſcit *lib. 7. Sect. 6. cap. 11.* Comparantur Fixæ Stellæ cum Iove vel Saturno, quorum Apparens Diameter nota fit ad tempus aliquod eo artificio, quod exponam *lib. 7. num. 39*, atque inde quanta illa ſit ſub ipſum comparationis tempus innoteſcit eo modo, quem tradam *loco jam citato*. Deinde ex collatione Apparentis Diametri ♄ vel ♃ cum Fixarum Diametris, earum quantitas Apparens decernitur. Comparatio porrò illa ſic inſtituitur.

Primò opus eſt Teleſcopio grandiori, cujus vitrum ab oculo remotius tegendum eſt lamellâ, quæ in medio foramen habeat, cujus diameter æquet quartam circiter partem unius pedis Romani. Sic enim Stella exactè rotunda, atque omnibus adſcititijs radijs exuta apparebit. P. Grimaldus tubo ſic inſtructo, atque 11 pedes Rom. longo, conſpexit Iovem,

(ut

(ut teſtatur Ricciolus *Almag. lib. 6. pag. 710. col. 2.*
Fig. 19. *num. 3.*) nitidiſſimè rotundum, & denudatum ab omni capillamento ſpuriorum radiorum, & longè majorem circello A. Ejuſmodi igitur tubo in Jovem directo, ejuſque apparenti magnitudine æſtimatâ, ea confeſtim in papyro exprimenda: quæ utrùm juſta ſit, oculo ſæpiùs per tubum directo in Planetam, ſtatimque relato ad circellum, dijudicabitur. Expediet autem plures ejuſmodi circellos modicè differentes deſcribere, pluresque adhibere Socios obſervandi peritos. Si namque plurium æſtimatio in unum aliquem circellum conſentiat, indicio id erit, hunc Planetæ Apparenti magnitudini æqualem eſſe. Circelli ſic electi (hoc eſt ipſius Jovis) diameter in minutiſſimas dividatur æquales particulas, ex. gr. ducentas; eodemque artificio, quo in Jove uſi jam fuimus, Fixæ datæ Apparentem magnitudinem in chartâ exprime, electo, ut *ſuprà*, ex pluribus circellis eo, qui tuo Sociorumque judicio omnium æqualiſſimus judicabitur. Tum hujus diametrum acutiſſimo circino acceptam, applica diametro Joviali in 200 particulas *ſuprà* diviſæ. Ita demùm proportio diametri Apparentis Stellæ. Fixæ ad Apparentem Jovis diametrum innoteſcet. Quare cùm diameter Apparens Jovis ad id tempus ſupponatur nota artificio exponendo *infrà l. 7. num. 39.* etiam nota erit Apparens diameter Fixæ datæ; ſi nimirum per *Reg. prop.* ut particulæ 200 diametri Jovis ſunt ad particulas diametri Fixæ, ita Minuta Secunda diametri Jovis, fiant ad Quartum.

Ricciolus & Grimaldus ſub finem Anni 1649, & principium 1650 repererunt Diametrum Jovis Secundorum 44″, Saturni Sec. 34″. 30‴. Adhibito deinde ingenti Teleſcopio tam utriuſque Planetæ quàm Fixarum, quas venabantur, Apparentes magnitudines, ex ſuâ & plurium Sociorum æſtimatione in eoſdem circellos conſpirante, in chartâ deſcripſerunt. Tum Jovis diametro ſectâ in partes 200, Saturni in 160, applicatiſque ad eas Fixarum diametris, circino acutiſſimo eas repererunt quæ ſequenti Tabellâ exhibentur.

| STELLÆ | *Qualium diam.* ♄ 160. ♃. 200. | ″ | ‴ | *Ordo magnitudinis.* |
|---|---|---|---|---|
| *Sirius* | 82 | 18 | 0 | 1 |
| *Lyra lucida* | 79 | 17 | 24 | 1 |
| *Arcturus* | 76 | 16 | 42 | 1 |
| *Capella* | 73 | 16 | 8 | 1 |
| *Aldebaran* | 70 | 15 | 24 | 1 |
| *Spica* | 68 | 15 | 5 | 1 |
| *Regulus* | 64 | 14 | 5 | 1 |
| *Regel* | 62 | 13 | 40 | 1 |
| *Formahant* | 61 | 13 | 25 | 1 |
| *Antares* | 60 | 13 | 12 | 1 |
| *Hydra* | 58 | 12 | 45 | 1 |
| *Cauda* ♌ | 57 | 12 | 30 | 1 |
| *Procyon* | 56 | 12 | 20 | 2 |
| *Aquila* | 50 | 11 | 0 | 2 |
| *Cing. Orionis* | 40 | 8 | 50 | 2 |
| *Corona lucida* | 38 | 8 | 21 | 2 |
| *Polaris* | 36 | 7 | 54 | 2 |
| *Caput Med.* | 32 | 7 | 3 | 3 |
| *Propus* | 28 | 6 | 10 | 4 |
| *Pletas lucidior* | 24 | 5 | 16 | 5 |
| *Alcor* | 20 | 4 | 24 | 6 |

Hæc Grimaldicæ & Ricciolanæ deductionis ſumma: quæ licet aliorum in hoc genere conatus antecellat, quia tamen æſtimatione oculari tandem nititur, ſcrupulum ſemper aliquem incertitudinis relinquit. Verùm quando non videtur ultrà poſſe humanâ induſtriâ contendi, etiam iſta nos, non ut omninò certa, ſed tamquam cæteris meliora, amplectimur.

## NUMERUS XXIV.

### *Magnitudinem Fixarum inquirere.*

OPorteat ex. gr. inquirere magnitudinem *Sirij*. Hujus Apparens diameter per *num. præced.*
a per 2.21. eſt Sec. 18. Diſtat autem à Terrâ *a* non minùs 100000 Semid. Terr. Ex his, ut docui *num. 34. lib. 3,* reperietur Vera *Sirij* diameter eſſe ad diametrum Terræ, ut $8\frac{7}{16}$ ad 1. Quare ſi ratio 1. ad $8\frac{7}{16}$ per 4 terminos continuetur, erit *b* Terra ad *Si-* b per 18.
*rium* ut 1. ad Quartum, qui eſt 815. Sirius igitur 12.
Terram continet vicibus ſaltem 815.

Hunc in modum ex diametris Apparentibus *num. præced.* & diſtantiâ 100000 calculatæ ſunt à Ricciolo Fixarum aliquot magnitudines, quas hic ſubjicio:

Ex-

*Excedit Terram.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | *Sirius* | 815 | |
| 1 | *Arcturus* | 512 | |
| 1 | *Aldebaran* | 402 | |
| 1 | *Spica* | 374 | |
| 1 | *Regulus* | 249 | |
| 1 | *Regel* | 220 | |
| 2 | *Procyon* | 216 | *Vicibus* |
| 2 | *Aquila* | 137 | |
| 2 | *Polaris* | 62 | |
| 3 | *Algol* | 34 | |
| 4 | *Propus* | 26 | |
| 5 | *Pleias* | 18 | |
| 6 | *Alcor* | 9 | |

Itaque non tantùm Solis, ut *lib.* 3. *num.* 19. & 36 oſtenſum eſt, ſed etiam Fixarum & diſtantia & moles longè major eſt, quàm hactenus plerique Aſtronomi exiſtimaverint.

## NUMERUS XXV.

### *Magnitudo Firmamenti.*

b *per n.* 21. DIameter Firmamenti eſt ad diametrum Terræ *b* ſaltem ut 100000 ad 1. Quare invertendo ſi hæc ratio per 4 terminos continuetur.

1.——100,000——10,000 (000000——1000 (000000 (000000, erit Terra ad Firmamentum, ut *c* 1. primus terminus ad quartum 1000 (000000 (000000. Quare Firmamentum eſt Terrâ majus ſaltèm millies millioneſies millioneſies.

c *per* 18. 12. & *def.* 10. 5.

Terra igitur Firmamento collata inſtar puncti eſt. Quod ipſum colligitur etiam evidenter ex *nu.* 1. Cùm enim nulla umquam obſervari potuerit Fixarum Parallaxis, manifeſtum eſt ſemidiametrum Terræ ad ſemidiametrum Firmamenti nullam habere proportionem ſenſibilem; quandoquidem Parallaxis à Terræ ſemidiametro oriatur.

Quod ſi tanta Mundi hujus aſpectabilis amplitudo eſt, quanta demùm erit illa regio Beatorum, quam cælum Empyrium Theologi appellant, in quâ ſedem regni & gloriæ ſuæ domicilium Deus conſtituit. *O Iſraël quam magna eſt domus Dei, & ingens locus habitationis ejus! magnus eſt, & non habet finem excelſus & immenſus.* Aſt illam mortalium oculis veſtriſque, ô Aſtronomi, obſervationibus ſubduxit Deus, voluitque eam vos non ſpeculando, ſed piè ſanctèque vivendo promereri.

## NUMERUS XXVI.

### *In Hypotheſi Terræ Motæ, Orbis Magnus, ſive Sphæra cujus ſemidiameter eſt diſtantia oculi noſtri vel centri Terræ à Sole, ad Firmamentum inſtar puncti eſt.*

a *per n.* 1. CUm enim *a* in Stellis Fixis numquam ulla Parallaxis fuerit deprehenſa, Parallaxis autem illa ſi qua eſſet, oriri deberet ab oculi noſtri diſtantia à centro Firmamenti; perſpicuum eſt diſtantiam illam ad diſtantiam Fixarum eſſe inſenſibilem. Atqui in Hypotheſi Terræ Motæ, (hoc eſt, ſi Terrâ Eclipticam percurrente, Sol in Firmamenti centro quieſcat) diſtantia oculi noſtri à centro Firmamenti, eſt ipſa diſtantia oculi à Sole, hoc eſt Orbis Magni ſemidiameter. Ergo in Hypotheſi Terræ Motæ ſemidiameter Orbis Magni ad diſtantiam Fixarum, ſive Firmamenti ſemidiametrum, inſenſibilis eſt. Quare cùm ſphærarum proportio *c* triplicata ſit proportionis diametrorum, ipſe Orbis Magnus ad Firmamentum à fortiori (ut loquuntur Philoſophi) inſenſibilis erit. c *per* 18. 12. & *def.* 10. 5.

### *Corollarium.*

*Hinc ſequitur Orbem Magnum eſſe ad Firmamentum Copernicanum, hoc eſt debitum Hypotheſi Terræ Motæ; ut Terra eſt ad Firmamentum commune; hoc eſt, debitum Hypotheſi Terræ Stantis.*

Porrò inſenſibilitas Orbis Magni ad Firmamentum alio adhuc modo demonſtrabitur. Neque enim ea ſola Parallaxis, quam efficit ſemidiameter Orbis Magni, ſed etiam illa, quam diameter tota, in Terræ Motæ Hypotheſi evaneſcit. Sit Orbis Magnus *Fig.* 20. BFD, Firmamentum CIG; ejuſque centrum A, in quo Sol immobilis hæreat, Terrâ motu Annuo Orbem Magnum percurrente. Eligatur Stella quæpiam cujus Altitudo Meridiana ſit major 20 Grad. ac proinde refractioni *g* non obnoxia; & quando g *Vide n.* 6. Terra ex. gr. eſt in D, obſervato Stellæ appulſu ad Meridianum, ut docui *l.* 3. *num.* 2, capiatur ejus à Vertice diſtantia, angulus nempè CDI. Deinde poſt 6 menſes, cùm Terra emenſo ſemicirculo eſt in B, notato rurſum appulſu ejuſdem Stellæ ad Meridianum, inquiratur, ut priùs, diſtantia ejus à vertice CBI. Reperietur hæc æqualis ſemper priori. Atqui revera eſt major, cùm angulus externus CBI internum CDI excedat *i* angulo I, qui proinde utriuſ- i *per* 32. 1. que differentia eſt, diciturque Parallaxis Orbis Annui, cauſata à totâ Orbis Magni diametro BD. Angulus igitur I inſenſibilis eſt: ac proinde etiam BD Orbis Magni diameter ipſum ſubtendens, ad Firmamenti diſtantiam nullam habet proportionem ſenſibilem.

## NUMERUS XXVII.

### *In Hypotheſi Terræ Motæ, Stella Fixa eam habent proportionem ad Orbem Magnum, quam habent in Terræ Stantis Hypotheſi ad Terram.*

CUm Diameter Apparens cujuſvis Fixæ, hoc eſt angulus ſub quo Fixa videtur ex Terrâ, reperiatur præſcindendo ab utrâlibet Hypotheſi Telluris Motæ vel Stantis, ut patet ex *num.* 23, liquet Fixam, ex. gr. *Spicam*, in utrâque Hypotheſi æquè multa ſui Firmamenti Minuta ſubtendere; tot nimirum, quot obſervatio exhibet. Igitur *Spica* Copernicæa eſt ad Firmamentum Copernicæum, ut *Spica* communis eſt ad Firmamentum commune. Atqui *m* Firmamentum m *per Corol. præc.* Copernicæum eſt ad Orbem Magnum, ut Firmamentum commune ad Terram. Ex æquo igitur Spica Copernicæa eſt ad Orbem Magnum, ut *Spica* communis ad Terram.

## NUMERUS XXVIII.

### *Enormis Fixarum Stellarum magnitudo in Terræ Motæ Hypotheſi.*

IN Hypotheſi Terræ Motæ, Stellæ Fixæ ſunt orbe magno majores. Ex omnium quippe Aſtronomorum ſententiâ pleræque Fixæ molem Terræ excedunt vel adæquant. Cùm igitur per *num. præced.* ita

ſe

ſe habeant Fixæ ad Orbem Magnum in Hypotheſi Terræ Motæ, ut eædem ſunt ad Terram in Hypotheſi Terræ Stantis; manifeſtum eſt in Terræ Motæ Hypotheſi pleraſque Fixas Orbem Magnum excedere vel æquare.

Nos autem cum Ricciolo oſtendimus *num.* 24. *Sirium* eſſe majorem Terrâ vicibus ſaltem 815; *Alcor* verò unam è minimis, ſaltem novies. Igitur in Hypotheſi Terræ Motæ *Sirius* 1. magn. ſaltem 815^es, *Alcor* mag. 6. ſaltem novies toto Orbe Magno major eſt.

Galilæus in ſuo Mundi Syſtemate immanem iſtam Fixarum magnitudinem nequidquam conatur eludere à *pag.* 350 *uſque ad* 383 diſcurſu longiſſimo, ſed nihil eorum, quæ *num.* 26, 27, 28, jam demonſtravimus, infirmante.

## NUMERUS XXIX.

### *Vnde lux & ſcintillatio Stellarum.*

Stellas omnes lumen à Sole mutuari ſenſêre Metrodorus, Albategnius, Vitellio, Reinholdus, Blancanus, Scheinerus. Oppoſitum tenuêre Macrobius, Jordanus, Brunus, Galilæus, Carteſius, Ricciolus. Quamvis nihil certi conſtitui de hac re poſſit, exiſtimo tamen probabilius eſſe Fixas lucere à ſeipſis: id enim fulgor earum maximè vividus, & multò, quàm ille Planetarum, rutilantior perſuadet.

Major eſt controverſia de cauſâ ſcintillationis Stellarum: ad cujus deciſionem hæc ex obſervationibus prænotanda. 1. Non ſolas Fixas ſcintillare, ſed etiam Planetas, maximè quidem *Venerem* & *Mercurium*, *Martem* obſcurè; *Iovem* autem & *Saturnum* minimè. 2. Stellas non eodem omnes modo ſcintillare; majora enim ſydera & clariora magis ſcintillant quàm minora. Deinde *Sirius* ſcintillat prolixiùs, *Arcturus* acutiùs, *Cor Scorpij* celeriùs quàm *Oculus Tauri*; *Venus* autem etiam cælo ſereno & aurâ perfrigidâ concitatiſſimè. 3. Stellas magis ſcintillare propè Horizontem, & flantibus ventis, aut humente aurâ. His Suppoſitis,

1. Ariſtoteles & Peripatetici, Cardanus, alijque ſcintillationis cauſam in viſum noſtrum rejiciunt ad longinqua trementem ac titubantem. At ſi hæc ſcintillationis tota cauſa eſt, deberent, *Mars*, *Iupiter*, *Saturnus* magis ſcintillare, quàm *Mercurius* & *Venus*, contra 1. ſuppoſitum.

2. Vitellio, Benedictus, Scheinerus, Blancanus, Bettinus alijque cauſam referunt in Vapores motos continuè celerrimeque, quos quia radij Fixarum ob nimiam diſtantiam vincere ac penetrare non ſatis poſſunt, eas ſemper & maximè ſcintillare ac tremere: Planetas autem, quorum utpotè viciniorum, validiores ſunt radij, minùs, quàm Fixas, & non ſemper, ſed tum ſolùm, quando vapores craſſiores & aquatici interveniunt: ſic enim cauſa datur, cur Stellæ magis tremant circa Horizontem, & quando aura eſt ventoſa ac humida. Ita lapilli in fundo ſalebroſo amnis, per aquam ſuperfluentem & variè agitatam viſi, videntur tremere. Ita ſpecies Solis in tabellâ excepta, per fumum aut excitatum pulverem pertranſiens, aut reflexa à globis turrium inauratis, ſed rore madentibus, tremula apparet. Hæc Vitellio, Blancanus, Scheiner; qui poſtremus cauſam ſcintillationis, ut quidem ipſe putat, totam complexus, Stellarum ſcintillatio, inquit, eſt unica & ſola ſpecierum in oculum delapſarum interciſio, facta ab irrequietâ vaporum variè affectorum intercurſatione. Vaporibus adjungit Ricciolus innumeros pulviſculos ac fibras per aërem motu aſſiduo varioque agitatum volitantes, quod inſigni experimento confirmat: *a* obſervavit enim in templo S. Petronij Bononiæ, dum ſpeciem Solis in tabulâ excipiebat per foramen à tabulâ diſtans plus quàm pedibus 170, ſpeciem illam tremore ingenti ac manifeſto fluctuare, ob irrequietam intercurſationem atomorum, in Solis radio evidenter miris vorticibus ebullientium. *a Almag. l. 6. P. 379.*

Verùm, quamvis his omnibus egregiè probetur à Vaporibus & pulviſculis intercurſantibus ſcintillationem ſyderum adjuvari: nequaquam tamen hanc eſſe unam & totam ſcintillationis cauſam concluditur: aliàs *Mars*, *Iupiter*, *Saturnus* deberent contra 1. ſuppoſitum magis ſcintillare, quàm *Fixa*, & quàm *Venus*, cùm lux *Sirij* & *Arcturi* ſit rutilantior, adeoque ſuperandis vaporibus aptior; *Venus* autem non ſolùm lucis claritate, ſed etiam apparenti magnitudine illos ſuperet. Deinde per ſolos vapores ſalvari nequit ſecundum ſuppoſitum.

3. Jordanus Brunus *lib.* 4. de Maximo & Immenſo, ſcintillationem ſyderum cenſet oriri à circumvolutione eorum circa ſuos axes, quam pulchrè exponit Keplerus ſimilitudine adamantis, qui circa ſuum centrum celeriter converſus, diverſas facies atque angulos explicans, fulguraret. Credibile eſt enim Stellas, quod tubis longiſſimis videtur comprobari, non eſſe exactè Sphæricas ſed anguloſas, & fortè etiam diverſis coloribus & maculis aſperſas. Ubi rectè notat Ricciolus non opus eſſe integrâ converſione, ſufficere enim motum, ſeu mutationem ſuper axe reciprocam. Converſioni ſuprà axem Tycho adjungit vapores, Keplerus inſuper alterationem internam tamquam paroxiſmum & reciprocam productionem luminis per corpus diaphanum Stellæ, quaſi à corde ejus micante.

4. Vero ſimillimum videtur ſcintillationis cauſam ex omnibus jam relatis componi, nimirum ex agitatione vaporum, & atomorum, ex converſione Syderis ſuper axe, ex motu reciproco luminis in Sydere. Sic enim datur ratio eorum omnium, quæ circa ſcintillationes ſtellarum obſervata prænotavimus.

## NUMERUS XXX.

### *Stellarum numerus, ſpecies, Figura, ſeu Conſtellationes. Via lactea.*

§. 1. Stellarum quædam nudo oculo ſunt aſpectabiles, quædam ſolo teleſcopio. Earum quæ nudo oculo videri poſſunt, plurium Aſtronomorum catalogi extant, è quibus duos ſeligo Ptolomæi, & Kepleri. Catalogi Kepleriani prima pars continet Stellas mille ex ſcedis Tychonicis accuratiores; ſecunda nonnullas Tychonicas minùs accuratas, & Ptolomaicas à Tychone omiſſas, & ex Græco potiùs codice, quàm ex Arabico correctas; Tertia ſtellas exhibet auſtrales in noſtrâ Zonâ inobſervabiles. Solent autem ſtellas nudo oculo obſervabiles Aſtronomi in ſex magnitudinum claſſes dividere; quibus obſcuræ, ſeu Nebuloſæ ſeptimam quaſi claſſem conſtituentes accedunt. Sunt porrò Nebuloſæ, quas tanquam nebulas ſubalbidas nudus oculus æſtimat nihil aliud, quàm ſtellularum congeries, ut teleſcopij præſidio jam innotuit.

| *Numerus Stellarum.* | | |
|---|---|---|
| Magn. | Ptolomæo. | Keplero. |
| 1 | 15 | 15 |
| 2 | 45 | 58 |
| 3 | 208 | 218 |
| 4 | 474 | 494 |
| 5 | 217 | 354 |
| 6 | 49 | 240 |
| Nebul. | 14 | 13 |
| Summa. | 1022 | 1392. |

Non conveniunt in ſtellarum numero Aſtronomi, 1. quia non omnes parem in obſervando diligentiam, & induſtriam adhibuerunt. 2. ob majus minuſve oculi acumen: quàm multi enim ſunt, inquit Ricciolus, qui neque *Alcor* in *caudâ minoris Urſæ*, neque *ſeptimam Pleiadum*, neque alias ejuſmodi ſtellulas valent diſcernere, & Keplerus in diſſertatione cum Galilæi nuncio Syderio, ait Mæſtlinum numeraſſe in *Pleiadibus* 14 ſtellas abſque ullo tubo, quæ ab alijs vix 6 aut 7 numerantur; & notum ſibi eſſe virum Religioſum, qui in *Orionis clypeo* plures, quàm 40 numerarit, in quo alij vix 11 aut 12 obſervant. 3. Quia veteres ignorarunt ſtellas Auſtrales, à recentibus Orbis circumnavigatoribus detectas.

§. 2. Primæ magnitudinis ſtellæ ſunt apud omnes minimùm 15, quamvis non eædem omnibus. Extra controverſiam ſunt 13 ſequentes.

*Alcarnar*, in Extremo *Eridani.*
*Aldebaran*: ſeu *oculus Tauri. Pallicium*
*Arcturus*, ſeu *bulla fimbria Bootis.*
*Canopus*, in temone *Argonavis*
*Capra*, *Capella*, ſeu *Hircus* in humero *Auriga.*
*Centauri* ſumma in *pede dextro*
*Fidicula Lyra.*
*Fomahaut*, extrema in effuſione *Aquarij*,
*Leonis Cauda*
*Leonis cor*, ſive *Regulus*
*Rigel* in pede *Orionis.*
*Sirius*, ſeu *Alhabor* in ore *Canis.*
*Spica Virginis.*

Controverſæ ſunt.

*Cor Scorpij*, ſeu *Antares* Ptolomæo ejuſque ſectatoribus, eſt 1. magn. alijs 2.
*Centauri lucida* in coxâ poſteriori, Tychoni, & Bayero eſt 1, alijs 2. magn.
*Cor Hydra* Ptolomæo eſt 2; Tychoni alijſque eſt 1.
*Orionis Humerus dexter*, ſeu *ſequens*, Ptolomæo, & Bayero eſt 1, alijs 2.
*Procyon Canis minor* Tychoni, Ricciolo, alijſque eſt 2, Ptolomæo, & Bayero 1.

§. 3. Conſtellationes, ſive aſteriſmi (alij Aſtra appellant) ſunt imagines quædam, ſeu formæ, ad quas ſtellæ à priſcis Aſtronomis ſunt redactæ, ut tanta earum multitudo per partes diſcerneretur. Pleræque ſunt ex fabulis Ethnicorum deſumptæ; quas ſanè expediret aboleri, & ad formam Chriſtianam revocari, niſi obſtaret confuſionis, & perturbationis periculum, quando obſervationes antiquæ cum recentioribus, quod ad conſtituenda Fixarum loca omnino eſt neceſſarium, comparantur.

Conſtellationes ſunt 62; nimirum antiquæ 50, & novæ 12. Solent in tres claſſes diſtingui. Prima continet eas quæ circa Zodiacum reperiuntur, ſecunda Boreales extra Zodiacum, tertia extra Zodiacum Auſtrales. Quæ ſingularum ſint nomina, & quot ſingulæ ſtellis conſtent, juxta Ptolomæum, Keplerum & Bullialdum, ſequens tabella exhibet.

| | *Conſtellationum nomina & ordo.* | *Numerus ſtellar.* Ptolomæo | Keplero & Bullialdo |
|---|---|---|---|
| *Zodiaci Boreal.* | Aries | 18 | 23 |
| | Taurus | 44 | 52 |
| | Gemini | 25 | 30 |
| | Cancer | 13 | 17 |
| | Leo | 35 | 40 |
| | Virgo | 32 | 41 |
| *Zodiaci Auſtr.* | Libra | 17 | 20 |
| | Scorpius | 24 | 27 |
| | Sagittarius | 31 | 31 |
| | Capricornus | 28 | 28 |
| | Aquarius | 45 | 45 |
| | Piſces | 34 | 42 |
| *extra Zodiacum Boreales* | Urſa minor, Cynoſura, , Plauſtrum minus | 7 | 20 |
| | Urſa major, Helice, Plauſtrum majus. | 35 | 56 |
| | Draco | 31 | 23 |
| | Cepheus | 13 | 12 |
| | Bootes | 23 | 29 |
| | Corona | 8 | 8 |
| | Hercules | 28 | 31 |
| | Lyra. vultur. cad. | 10 | 11 |
| | Cygnus | 19 | 38 |
| | Caſſiopæa | 13 | 45 |
| | Perſeus | 29 | 34 |
| | Auriga, Erichton. | 14 | 27 |
| | Serpentarius Ophiucus. | 29 | 56 |
| | Serpens | 18 | 26 |
| | Sagitta | 5 | 8 |
| | Aquila, vultur volans. | 15 | 12 |
| | Antinous | 0 | 7 |
| | Delphin | 10 | 10 |
| | Equiculus | 4 | 4 |
| | Pegaſus | 20 | 24 |
| | Andromeda | 23 | 26 |
| | Triangulum | 4 | 4 |
| | Coma Berenices | 0 | 15 |
| *Extra Zodiacum Auſtrales antiqua* | Cetus | 22 | 25 |
| | Orion | 38 | 62 |
| | Eridanus | 34 | 39 |
| | Lepus | 12 | 13 |
| | Canis major | 29 | 29 |
| | Canis minor, Procyon | 2 | 5 |
| | Argonavis | 45 | 53 |
| | Centaurus | 37 | 37 |
| | Lupus | 19 | 19 |
| | Hydra | 27 | 33 |
| | Crater | 7 | 8 |
| | Corvus | 7 | 7 |

Ara.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | *RESIDVVM TABVLÆ PRÆCEDENTIS.* | | |
| | Ara. Thuribulum | 7 | 7 |
| | Corona Auſtralis | 13 | 13 |
| | Piſcis Auſt. | 18 | 17 |
| *Extra Zod. Auſtrales novæ.* | Grus | | 13 |
| | Phœnix | | 15 |
| | Indus | | 12 |
| | Pavo | | 23 |
| | Apus. Avis Indica | | 11 |
| | Apis. Muſca | | 4 |
| | Camæleon | | 10 |
| | Triangulum auſtr. | | 5 |
| | Piſcis volans. | | 7 |
| | Dorado. Piſcis Xiphias. | | 7 |
| | Toucan. Anſer Americ. | | 8 |
| | Hydrus | | 21 |

Singularum Fixarum nomina nimis longum eſt recenſere. Extant (ut dixi) plures earum Catalogi, nimirum apud Prolomæum, Copernicum, Tychonem, Clavium, Reinholdum, Grimbergerum, Longomontanum, Lansbergium, Bayerum, Keplerum, Bullialdum. Conſtellationes porrò ſingulas & ſtellas, in ijs præcipuas, cum fabulis, & veterum Scriptorum ac Poëtarum locis accuratè, & eruditè deſcribit Ricciolus, *Almag. lib. 6. cap. 3.4.5.*

§. 4. Stellarum multitudo abſoluta eſt innumerabilis.

Id maximè patuit præſidio teleſcopij. Hoc inſtructus Galilæus, ut ipſe refert in *Nuncio Syderio*, detexit in *nebuloſâ Orionis*, ſtellas 21, in *Pleïadibus* plures quàm 40; intra ſpatium *Cinguli* & *Enſis Orionis* ſaltem 80; in *Orione* intra ſpatium unius alteriùſve Gradus plures quàm 500, ut deterritus fuerit ab integrâ Conſtellatione *Orionis* obſervandâ. *Galaxiam* autem, ſeu Lacteum circulum ait eſſe innumerabilium ſtellarum congeriem; in quamcumque illius partem teleſcopium dirigas, mox ingentem numerum ſtellarum occurrere, quarum complures ſatis magnæ ac lucidæ ſint, ſed exiguarum multitudinem prorſus inexplorabilem eſſe. Similia etiam ab alijs obſervata fuêre.

Porrò ſtellas eſſe innumerabiles, Scriptura non uno loco docet. Gen. 12. *Suſpice in cælum & numera ſtellas, ſi potes*, & cap. 22. *multiplicabo ſemen tuum ſicut ſtellas cæli, & velut arenam, quæ eſt in littore maris*, & Jerem. 33. *Sicut enumerari non poſſunt ſtellæ cæli, & metiri arena maris, ſic multiplicabo ſemen David ſervi mei.*

Malè tamen ex his alijſve concluſit Jordanus Brunus ſtellas eſſe infinitas. Quamvis enim earum numerus explorari nequeat ab homine, is tamen eſt determinatus ac certus Angelis utique notus, & Deo,
Pſal. 146. *qui numerat multitudinem ſtellarum, & omnibus eis nomina vocat.*

§. 5. *Viam Lacteam* eſſe congeriem innumerabilium ſtellularum (ut dixi) jam conſtat. Idem veteres non pauci, ſed tantùm per conjecturam, deſtituti ſcilicet præſidio teleſcopij, cenſuerunt, Democritus apud Plutarchum *de placitis Phil. lib. 3. cap.* 1, Ptolomæus *l. 8. cap. 2*, Albertus Magnus *cap.* 5; Manilius *de via Lacteâ* ita cecinit:

*An major denſâ ſtellarum luce corona*
*Contexit flammas, & craſſo lumine candet,*
*Et fulgore nitet collato clarior orbis?*

Situm *Galaxiæ* in cælo inſpectione Globi cæleſtis faciliùs, quàm ex longâ deſcriptione, addiſces. Eſt porrò notatu dignum, quod oculatus teſtis refert Ioſephus à Coſta *l. 1. hiſtor. de novo Orbe cap. 2. Viam Lacteam* circa Polum Auſtralem mirè ſplendeſcere, & alicubi maculis ferrugineis, Lunæ Deficientis rubori ſimilibus, rutilare; cujus utique hæc eſt cauſa, quod ea pars ſtellulis conſtet coloris ſubrufi, *Martis* lumen imitantibus. Poſtremò quæ hactenùs apparuerunt Stellæ novæ, omnes in *Via Lacteâ* ſunt viſæ, ſed de his plura *libro 8. cap. 3.*

## CAPUT III.

### De ortu & occaſu Stellarum.

### NUMERUS XXXI.

#### *Quotuplex ſit ortus & occaſus Stellarum.*

GEneralis diviſio eſt in Abſolutum, qui Aſtronomicus dicitur, & Relativum ad Solem, quem vulgò Poëticum appellant, non quia ad Aſtronomos non pertinet (pertinet enim ut qui maximè), ſed quòd Poëtæ, dum Faſtos, & tempeſtates agriculturæ idoneas deſcribunt, ſuis illum carminibus celebraverint. Prior explicatione non indiget, cùm nihil ſit aliud, quàm Stellæ aſcenſus ſuprà, vel deſcenſus infrà Horizontem. Poſterioris ſpecies 12 recenſet Ricciolus, plerique cæteri tantùm ſex, vel potiùs tres, ſingulas nempè tam ad occaſum quàm ad ortum referendo. Et quando hæ ferè ſolæ uſum habent præ cæteris, eas tantùm, omiſſis alijs, & eo, quo contingunt, ordine, hîc attingam.

Primus eſt *ortus Matutinus* (quem appellant *Coſmicum*) quando Stella oritur cum Sole. Sed tunc ſub radijs Solis deliteſcit.

Secundus eſt *prima emerſio Matutina orientis Stellæ è Solis radijs*, qui vocari ſolet *ortus Heliacus.*

Tertius eſt *occaſus Matutinus*, quando ſtella occidit Sole oriente, vocatur paſſim *occaſus Coſmicus.*

Quartus eſt *ortus veſpertinus*, quando Stella oritur Sole occidente. Appellatur vulgò *ortus Acronycus.*

Quintus eſt *prima occultatio veſpertina occidentis Stellæ ſub radijs Solis.* Vocari ſolet *occaſus Heliacus.*

Sextus eſt *occaſus ſtellæ Veſpertinus*, quando occidit cum Sole. Vocatur paſſim *occaſus Acronycus.*

De ortu & occaſu Planetarum *vide lib. 7. num. 41 & 42.*

### NUMERUS XXXII.

#### *Reſpectu Horizontis dati, quæ Stellæ dato Sæculo ſemper appareant, quæ ſemper lateant, quæ quotidiè oriantur & occidant, invenire.*

HOrizon eſto CD; Meridianus CADB; Æquator EF; ejus Poli A, & B. Notæ *a* habeantur Declinationes Stellarum; quibus demptis à *Fig. 21. 22. & 17.*
Grad. 90, Declinationum complementa nota erunt. His poſitis:

§. 1. Si Declinationis Boreæ XE complementum XA fuerit minus, vel æquale Altitudini Poli conſpicui CA, Stella ſemper apparebit, & numquam

occidet. Illius namque Parallelus X Z, quem diurno motu percurrit, totus ſuprà C D Horizontem extat.

§. 2. Si Declinationis Auſtrinæ V F complementum V B ſit minus Altitudine Poli Borei C A, ſeu depreſſione Auſtrini D B, Stella ſemper latebit. Tunc enim Stellæ Parallelus V P totus infrà Horizontem deprimitur.

Si tamen declinationis complementum à Poli inconſpicui depreſſione D B deficeret minùs quàm
b *Num.6.* 30 Minutis, quanta nimirum ferè eſt *b* Refractio Stellarum Horizontalis, poſſet Stella Meridianum attingens vi Refractionis uſque ad Horizontem in D, vel ſuprà D attolli, ac proinde oriri & occidere.

§. 3. Si Declinationis Boreæ I E, ſeu K F, complementum I A, K A ſit majus Altitudine Poli Borei C A, Stella quotidie orietur & occidet. Tunc enim pars una Paralleli I K, quem Stella motu diurno percurrit, ſuprà Horizontem C D extat, pars altera infrà Horizontem deprimitur. Quare Stellam quotidie oriri, & occidere eſt manifeſtum.

Si tamen Declinationis Boreæ complementum excederet Altitudinem Poli minùs quàm 30 Minutis, poſſet Stella, ubi Meridiani inferiorem ſemicirculum A C B attigerit, vi Refractionis attolli uſque ad Horizontem in C, vel ſuprà C, ac proinde ſemper apparere.

§. 4. Si Declinationis Auſtrinæ M E, N F complementum M B, N B ſit majus depreſſione Poli Auſtrini D B, vel ei æquale, Stella rurſum orietur & occidet. Nam quando majus eſt, pars una Paralleli N M, quem motu diurno Stella percurrit, ſuprà Horizontem extat, ut priùs, altera verò infrà Horizon. deprimitur: quando autem æquale eſt, tunc Stella Meridiani ſuperiorem ſemicirculum A D B attingens, verè quidem eſt in D margine Horizontis; at vi Refractionis ſuprà eum attollitur, ac proinde oritur occiditque, ut *ſuprà*.

*Quia porrò Declinationes Stellarum ſenſim immutantur, perſpicuum eſt non eaſdem ſemper Stellas aut fuiſſe, aut fore, ſive perpetuò apparentes, ſive perpetuò latentes, ſive orientes & occidentes.*

Nota. Inter data repoſui etiam Sæculum; non quia intra unum ſæculum nulla fiat mutatio: ſed quia modica. Aliàs ſi exactè velimus procedere, ſolvendum erit Problema ad dati Sæculi luſtrum, vel decadem datam. Quod in *ſequentibus* etiam *Numeris* obſerva.

## NUMERUS XXXIII.

### *Sæculo dato, Ecliptica punctum cum datâ Stellâ culminans, invenire.*

Fig. 49. lib. 1. ÆQuator eſto N M; Ecliptica M ♋ N ♑. Inveni Stellæ Aſcenſionem *a* rectam, quæ ſit
a *per num. 5.17.* M F, terminata in Æquatoris primo Quadrante M Q. Declinationis circuli per Stellam datam tranſ-
b *per num. 68 lib.2.* euntis ſegmentum ſit A F, qui ad Æquatorem *b* rectus eſt. In trigono igitur rectangulo A M F quia
c *per num. 31.lib.1.* nota ſunt latus F M, & angulus *c* obliquitatis Eclip-
i *per trig. Sph.prob. 12.* ticæ F M A, ex *i* his reperietur baſis ♈ A, Longitudo puncti Eclipticæ A. Atqui punctum A, & Stella *ex conſtr.* ſunt in eodem Declinationis circulo, ac proinde ſimul culminabunt, hoc eſt ſimul Meridianum attingent. Ergò nota eſt Longitudo puncti Eclipticæ cum Stellâ datâ culminantis.

Conſtructio reliquorum caſuum, quando ſcilicet Aſcenſio Recta Stellæ terminatur in Quadrante Æquatoris ſecundo, tertio, quarto, facilè colligitur tum ex his, tum ex *num. 52. lib. 1.*

## NUMERUS XXXIV.

### *Tempus, quo Stella data cum Sole culminat, invenire in Sæculo dato.*

PEr *num. præced.* inveni punctum Eclipticæ culminans cum Stellâ datâ. Tum per *num.12. l. 4.* vel ex Ephimeride tempus inquire quo Sol punctum illud Eclipticæ attingit. Hoc erit tempus quo Sol cum datâ Stellâ culminat.

## NUMERUS XXXV.

### *Aſcenſionem & Deſcenſionem obliquam Stellæ aut dati in cælo puncti invenire in Sæculo dato.*

COnvenit etiam Problema Soli pro die dato. Fig. 22. 23.
Meridianus eſto F A N; Horizon F G; Æquator M B N O; ordo Signorum ex N ♈ per O, M, B; Polus Boreus A.

Si Stella declinat Auſtraliter, & oriatur in C, ducatur per eam Declinationis arcus A P C. Stellæ C Aſcenſio recta eſt ♈ O M P, nota per *num.* 4. 5. 17. Aſcenſio obliqua ♈ O M B, Aſcenſionalis differentia P B, quæ addita Aſcenſioni rectæ obliquam exhibet ♈ O M B. Fig. 22.

Si Stella declinans Borealiter oriatur in I, ducto Declinationis arcu A I Q, Aſcenſio* recta eſt ♈ O M Q, Aſcenſio obliqua ♈ O M B, Aſcenſionalis differentia Q B, quæ proinde dempta Rectæ exhibet Obliquam ♈ O M B.

Si Stella Auſtralirer declinans occidat in K, ducto Declinationis arcu A S K, ejus Deſcenſio recta eſt ♈ O S, Deſcenſio obliqua ♈ O, Deſcenſionalis differentia S O: quæ proinde Deſcenſioni rectæ ſubtracta dabit Obliquam ♈ O. Fig. 23.

Si Stella Borealiter declinans occumbat in R, ducto Declinationis arcu A R V, Deſcenſio recta Stellæ eſt ♈ V, Deſcenſio obliqua ♈ V O, differentia V O: quæ addita Deſçenſioni rectæ dabit Obliquam ♈ V O.

Quoniam igitur Aſcenſiones rectæ Stellarum notæ ſunt per *num.* 4. 5. 17. ut habeantur Obliquæ, ſolæ reſtant differentiæ inveniendæ. Has porrò ita
reperies. In Trigono C P B, quod per *num.68.l.2.* Fig. 22.
rectangulum eſt ad P, notum *a* eſt latus C P Declina- a *per num. 2. & 17.*
tio Stellæ, cum angulo C B P, ſeu F B M, quem o *def. 4. l.2.n 66.*
metitur *o* arcus F M Altitudo Æquatoris nota per r *trig. Sph. prob.10.*
*num.* 27. *l.* 1. Quare non *r* latebit latus B P, Aſcenſionalis differentia. Eodem modo reperitur Aſc. differentia B I, & differentiæ Deſcenſionales OR, OK.

Inde Sole nota ſit oportet præter propter Hora ortus & occaſus ut ad eam inquiri poſſit ejuſdem Aſcenſio recta per *num.52.l.1* vel per *num.* 3. *l. hujus.* Cætera omnia, ut in Stellâ.

## NUMERUS XXXVI.

### *Stellæ, aut dati in cælo puncti Amplitudinem Ortivam invenire in Sæculo dato.*

MEridianus eſto F A L; Horizon F G; Æquator M B N; Polus Boreus A; Stella oriens Fig. 24.

in C cum Declinatione Auſtrali, vel oriens in I cum Declinatione Boreali. His poſitis,

*b def.36. lib. 1.* *c per num. 2. & 17.* *o def. 4. l. 2. n. 66.* *r trig. Sph. prob. 3.*

*Amplitudo Ortiva b* eſt C B, vel I B, quæ ſic reperitur. Ducto Declinationis arcu A P C, in triangulo C P B, quod per *num. 68. lib. 2.* rectangulum eſt ad P, notum *c* eſt latus C P Declinatio Stellæ, cum angulo C B P, ſive F B M, quem *o* metitur arcus F M Altitudo Æquatoris nota per *num. 27. l. 1.* Ex his igitur *r* innoteſcet C B Ortiva Amplitudo quæſita. Eodem modo reperitur I B, ducto Declinationis arcu A I Q.

## NUMERUS XXXVII.

***Arcum Diurnum vel Nocturnum Stellæ, aut dati in cælo puncti, atque inde ſpatium temporis quo Stella ſuprà & infrà Horizontem eſt, invenire in dato Sæculo.***

*Fig. 24.* MEridianus eſto F A L; Horizon F G; Æquator M B N; Polus Boreus A, Stella oriens in C cum Declinatione Auſtrali, vel oriens in I cum Declinatione Boreali. His poſitis,

Ducantur per Stellam orientem in C vel I, circuli ad Æquatorem paralleli K C L, D I E. Manifeſtum eſt arcum ſemidiurnum Syderis eſſe C K, vel I D, ab Horizonte videlicet uſque ad Meridianum, arcum verò ſeminocturnum eſſe C L, vel I E: quos hunc in modum reperies. Quoniam arcus Æquatoris B M ab Horizonte ad Meridianum eſt 90 Graduum, ſi ab hoc auferatur Aſcenſionalis differentia P B nota per *num.* 35. arcus reſiduus P M notus fiet: Quare cùm huic ſimilis ſit Paralleli arcus C K, etiam hic notus erit. Pari modo ſi Quadranti Æquatoris B M addatur Aſcenſionalis differentia B Q, notus erit arcus Q M, ac proinde etiam I D, ſimilis ipſi Q M. Porrò Semidiurni arcus C K, I D duplicati, dabunt Diurnos integros. Hi verò ſubtracti à Grad. 360, exhibebunt Nocturnos. Demùm ſingulis in *o* tempus converſis, tempus prodibit, quo Sydus ſuprà vel infrà Horizontem moratur.

*o per num. 58. lib. 1.*

*Convenit etiam problema Soli pro die dato.*

### *Scholium.*

*Aſtrorum Diurni arcus non ſemper iidem perſeverant, quia propter motum per Zodiacum Declinationes eorum ab Æquatore mutantur aſſiduè, ac proinde etiam arcus Diurni. Quare quò celeriùs Aſtrum in Zodiaco movetur, eò celeriùs Diurni arcus quantitas variatur. Hinc Diurni arcus immutatio, in Lunâ contingit omnium celerrimè; in Sole & Planetis tardiùs; tardiſſimè autem in Stellis Fixis, quæ non niſi intra longum tempus ſenſibilem mutationem incurrunt.*

## NUMERUS XXXVIII.

***Punctum Eclipticæ cum quo Stella dato ſæculo oritur & punctum cum quo occidit, invenire.***

HOrizon eſto A B, Æquator C P D, Ecliptica I O F.

*Fig. 25.* *a per n. 35.* §. 1. Inquiratur *a* Stellæ orientis ex. gr. in Q Aſcenſio obliqua, quæ ſit primò minor Gradibus 180, arcus videlicet O P, ac proinde initium ♈ ſit in O. In triangulo O F P obliquangulo nota ſunt angulus P O F *n* obliquitatis Eclipticæ, & O P F complementum ad duos rectos Altitudinis Æquatoris C P A notæ per *num. 27. l. 1*, & latus O P. Quare non *p* latebit arcus O F diſtantia Eclipticæ puncti F orientis cum Stellâ Q ab ♈ initio O. *n per n 31. lib. 1.* *p trig. Sph. prob. 20.*

Quod ſi Stellæ Aſcenſio obliqua ſit major Grad. 180, ac proinde punctum O repræſentet initium ♎, ſitusque Eclipticæ ſit *i* O *f*, tunc Aſcenſioni obliquæ Syderis deme Grad. 180, & reſiduum dabit arcum O P, cum quo & notis *ſuprà* angulis P O *f* & O P *f*, qui jam eſt ipſa Æquatoris Altitudo, reperies arcum O *f*; cui ſi addas Grad. 180 habebis diſtantiam Eclipticæ puncti *f* orientis cum Stellâ Q ab initio ♈.

Poſtremò ſi Stellæ Aſcenſio obliqua eſt Grad. 180, punctum Eclipticæ ipſi cooriens eſt principium ♎.

§. 2. Iiſdem poſitis, ut invenias Eclipticæ punctum F cum quo occidit Stella Q, ſic operare. Inquiratur Stellæ occidentis in Q Deſcenſio obliqua, quæ primò ſit minor 180 Gradibus; arcus videlicet O P, ac proinde initium ♈ ſit in O. Pari modo proceſſum reliquum §. 1. applica, pro Aſcenſione accipiendo Deſcenſionem, & occaſum pro ortu, atque ita quæſitum obtinebis. *Fig. 26.*

## NUMERUS XXXIX.

***Horam, quâ Sol Die datâ oritur & occidit, invenire.***

PEr *num.* 37 reperi arcum Solis Semidiurnum, quem *a* in tempus, hoc eſt in Horas Solares & Horarum Scrupula, converte: habebis diſtantiam ortus & occaſus Solis à Meridie, ſive à fine Horæ duodecimæ Diurnæ. Sit ex. gr. arcus Semidiurnus Horarum 7. 15′. Igitur Sol eo Die occumbit poſt Horam 7. veſpertinam Minuto 15. oritur poſt Horam 4. matutinam Minuto 45. *a per n. 51. lib. 1.*

## NUMERUS XL.

***Horam, quâ Die dato Stella in dato Sæculo oritur, culminat, occidit, invenire.***

§. 1. INquire *b* Aſcenſionem obliquam tam Stellæ quam Solis. Sed pro Sole nota eſſe debet præter propter hora ortus, ut ad eam quæri poſſit obliqua Aſcenſio. Aſcenſionum differentia in tempus Solare, *c* converſa, dabit differentiam temporis inter ortus Stellæ ac Solis. Inquire igitur Horam ortus Solis *d* exactè; &, ſi Sol oritur ante Stellam, differentiam temporis prædictam adde temporí ortus Solaris; deme autem ſi Sol oritur poſt Stellam: prodibit tempus poſt Medinoctium quo Stella oritur die dato. *b per num. 35.* *c per n. 51. lib. 1.* *d per n. 39.*

Oriatur ex. gr. Sol Horis 5, poſt mediam noctem; differentia autem temporis inter Solis & Stellæ ortus, ſint Horæ 2. 10′. Si Solis ortus præcedit, Horæ 2, 10′ additæ ad Horas 5 dabunt Horas 7. 10′, ac proinde Stella eo die oritur Horis 7. 10′ poſt mediam noctem. Si verò Solis ortus ſequitur, Horæ 2. 10′ demptæ Horis 5 relinquunt Horas 2. 50′, ac proinde oritur Stella eo die poſt Medinoctium Horis 2. 50′.

§. 2. Inquiratur deinde *e* obliqua Deſcenſio, tam Solis, quàm Stellæ ut *ſupra*, nec non tempus *i* quo *e per n. 35.* *i per n. 39.*

Sol occumbit. Differentia Aſcenſionum obliquarum in tempus Solare converſa addita tempori occaſus Solis, ſi is occidit ante Stellam; dempta verò, ſi poſt Stellam, dabit tempus poſt meridiem, quo Stella occidit.

Oriatur ex. gr. Sol Horis 6 poſt Meridiem, & differentia Deſcenſionum ſit hora 1. 20′. ſi Sol ante Stellam occumbit, horis 6 adde horam 1. 20′. fiunt Horæ 7. 20′; ac proinde Stella eo die occidit horis 7. 20′ poſt meridiem. Si Sol occidit poſt Stellam, horis 6 deme horam 1. 20′ : relinquuntur horæ 4. 40′. Stella igitur eo die occidit poſt meridiem horis 4. 40′.

*m per nu. 37.* §. 3. Reperi arcum Semidiurnum *m* Stellæ, & in Solare tempus converte. Hoc additum tempori quo Stella oritur, dabit tempus, quo Stella culminat, ſeu Meridianum attingit.

## NUMERUS XLI.

### *Tempus culminationis, ortus, & occaſus Stellarum quotidiè anticipat, ſeu retrocedit versùs initia Horarum Solarium.*

SI Stella quæpiam hodie culminet cum Sole, hoc eſt Meridianum tranſeat Horâ 12, cras Meridianum tranſibit paulò ante 12, & poſt dies aliquot Horâ 11, & ſic deinceps. Ratio eſt, quia Sol motu proprio ab Occaſu in Ortum celeriùs fertur quàm Stel-
*a Vide nu. 14* la, cujus motus *a* tardiſſimus eſt, ac proinde Sol ab eâ quotidie Ortum versùs digreditur tanto ferè ſpatio, quantum uno die in Zodiaco ſecundum motum
*b per n. 36. lib. 1.* Medium percurrit, videlicet *b* Grad. 0. 59′. 8″. 19‴. Quo fit ut Stellâ poſtridie ad Meridianum reversâ, Sol eò nondum redierit, ac proinde nondum ſit Meridies, ſeu Hora 12. Manifeſtum eſt igitur Stellam, quæ pridie cum Sole, hoc eſt Horâ 12 Meridianum tranſivit, poſtridie Meridianum ante Solem, hoc eſt ante 12 pertranſire. Quantùm verò in dies ſingulos anticipat culminatio Stellæ, tantumdem etiam quotidie ortus occaſuſque anticipent neceſſe eſt.

Porrò Stellarum culminatio, ortus occaſuſque quotidie anticipat Solaris temporis H. 0. 3′. 56″. 32‴. circiter; menſibus verò tribus circiter Horas 6, menſibus 6 Horas 12, menſibus 9 Horas circiter 18; menſibus 12, Horas 24. Quare, ſi culminatio Stellæ hodie fiat Horâ 12 meridianâ, poſtridie fiet ante 12, Horis 0. 3′. 56″. 32‴; poſt menſes tres, Horâ 6 matutinâ ferè; poſt ſex, Horâ 12 nocturnâ; poſt novem, Horâ ferè 6 pomeridianâ; poſt 12, Horâ rurſum 12 meridianâ; eâdem videlicet Horâ Solari quâ ante Annum. Ratio horum eſt, quia Sol (ut dixi) quotidie motu Medio recedit à Stellâ in conſequentia, Grad. 0. 59′. 8″. 19‴ circiter, cum quibus motu Diurno ab Ortu in Occaſum pertranſeunt Meridianum Grad. 0. 59′. 8″. 20‴ proximè; quæ in tempus Solare *c* con-
*c per n. 51. lib. 1.* verſa, efficiunt Horas 0. 3′. 56″. 32‴ proximè : & tanta ferè eſt unius diei anticipatio. Menſibus autem 3 Sol à Stellâ recedit in conſequentia Grad. 90, cum quibus Æquatorem Diurno motu pertranſeunt, non quidem exactè 90, ſed circiter, qui proinde in tempus converſi, efficiunt circiter Horas 6 : & tanta ferè eſt 4 Menſium anticipatio. Atque ita deinceps.

Quod ſi momentum quo Stella culminat die Anni dato, comparetur cum momento, quo culminat Anni die eodem, aſt Sæculi alterius ſubſequentis, culminationis momentum prorepit versùs Horarum fines : quia Stellæ ſenſim in conſequentia moventur. Eadem de ortu & occaſu intellige.

## NUMERUS XLII.

### *Tempus quo Stella Anno dato Coſmicè oritur, occiditve, item tempus quo oritur vel occidit Acronicè, invenire.*

§. 1. INveni *a* Eclipticæ punctum, cum quo Stella oritur. Tum ex Ephimeride vel per *nu.* 12. *a per n. 38.*
*l.* 4. inquire diem, quo Sol in illo puncto exiſtit. Is erit dies quo Stella cum Sole, hoc eſt Coſmicè, oritur.

§. 2. Inveni *b* punctum Eclipticæ cum quo Stella occidit. Deinde diem inquire quo Sol eſt in Eclipticæ puncto, iſti jam invento diametraliter oppoſito: Hic eſt dies, quo Stella occidit oriente Sole, ſive Coſmicè. *b per n. 38.*

§. 3. Inveni Eclipticæ punctum, cum quo Stella oritur. Tum diem inquire, quo Sol eſt in puncto iſti invento diametraliter oppoſito. Hic dies erit, quo Stella Acronicè oritur, hoc eſt Sole occidente.

§. 4. Inveni Eclipticæ punctum cum quo Stella occidit, deinde diem, quo Sol in eo puncto exiſtit. Hic erit dies, quo Stella Acronicè occidit, hoc eſt unà cum Sole.

*Quia porro Stellæ ſenſim moventur in conſequentia, etiam ortus & occaſus Stellarum tam Coſmici, quam Acronici, ſenſim prorepunt in conſequentia, ſeu versùs fines Menſium : ut ſi Stella jam oriatur Coſmicè 1. Martij, poſt plures annos Coſmicè oritur ex. gr. 4. Martij, & ſic deinceps.*

## NUMERUS XLIII.

### *Tempus, quo Stella Anno dato Heliacè oritur vel occidit, invenire.*

MEridianus eſto B N E; Horizon B C; Ecliptica D A E, ejus polus M; Stella oriens vel occidens in I; Latitudinis arcus per Stellam tranſiens M I G. Sol autem exiſtat in Eclipticæ puncto F infrà Horizontem, ducaturque Verticalis N O F, cujus arcus O F metitur depreſſionem Solis infrà Horizontem, quæ tanta ſit, quantâ præcisè opus eſt, ne Stellam orientem vel occidentem in I, Sol extinguat; ita ut ſi ejus depreſſio eſſet minor, Stella non appareret. Hunc arcum Aſtronomi *Viſionis arcum* appellant. *Fig. 27. 28.*

Oportet igitur invenire Eclipticæ punctum F: quando enim Sol in eo puncto exiſtit (quod ſciri ex Ephimeride vel *num.* 12. *l.* 4. poteſt) Stella Heliacè orietur vel occidet. Punctum verò F hunc in modum reperies.

Inveni *a* Longitudinem Stellæ, quæ terminatur
in G, & Longitudinem *b* Eclipticæ puncti A, cum *a per nu. 7. & 16.*
Stellâ I orientis vel occidentis. Sic notus fiet arcus *b per n. 38.*
A G. Reperi deinde *c* Latitudinem Stellæ, quæ eſt *c per nu. 7.*
arcus I G. Quoniam igitur in trigono A G I, quod *vel 8.*
rectangulum *d* eſt ad G, nota ſunt latera A G, I G, *d per n. 68.*
ex his reperietur *i* angulus G A I, ſeu F A O. In *lib. 2.*
triangulo deinde F O A, quod ad O *m* rectangulum *i trig. Sph.*
eſt, notum eſt ex obſervatione (ut patebit ex Tabellâ *prob. 31.*
ſubjectâ) latus O F, arcus nempe Viſionis, & jam *m per n. 68*
inventus eſt angulus F A O. Ex quibus reperietur *lib. 2.*
*n* arcus A F, qui à noto jam puncto Eclipticæ A *u* *n trig. Sph.*
numeratus in conſequenia, dabit quæſitum Eclipti- *probl. 3.*
cæ punctum F, ad quod ubi Sol pervenerit, Stella *u in Fig. 27*
I orietur Heliacè : numeratus *x* verò in antecedentia dabit Eclipticæ punctum, quod cùm Sol attinget, Stella Heliacè occidet. *x in Fig 28*

Arcus

Arcus Viſionis (O F) ex communiter obſervatis, ad mentem Ptolomæi, *l.8.cap. 6, & l.13.cap.7.* ſequenti Tabellâ exhibetur, qui quamvis ſit pro Climate 4. poterit tamen etiam alijs abſque notabili errore inſervire.

| *Pro Fixis magn.* | *Grad.* | *Pro Planetis* | *Grad.* |
|---|---|---|---|
| primæ | 12 | ♄ | 11 |
| ſecundæ | 13 | ♃ | 10 |
| tertiæ | 14 | ♂ | 11. 30′ |
| quartæ | 15 | ♀ | 5 |
| quintæ | 16 | ☿ | 10 |
| ſextæ | 17 | | |
| minimæ | 18 | | |

## NUMERUS XLIV.

### *Attinguntur quædam de effectis Stellarum.*

QUamvis de naturâ & viribus Stellarum hîc agere, minimè propoſitum mihi ſit qui Aſtronomi partes non Aſtrologi tuendas ſuſcepi: viſum eſt tamen circa aëris mutationes pauca attingere, quæ Veterum ſcriptis, & verſibus Poëtarum, atque in ipſis Divinis Eloquijs celebrantur.

Stellæ æſtuoſæ ſunt *Leonis anteriores*, & *Canes major. minorque*: pluvioſæ, *Hyades*, & *Pleiades*, ventoſæ *Hædi* & *Capella*: tempeſtuoſæ, *Arcturus*, *Hyades*, *Orion*, *Hædi*. Amos *cap.5.* potentiam Dei in tempeſtatibus ciendis ita laudat: *facientem Arcturum & Orionem, & convertentem in manè tenebras, & diem in noctem mutantem, qui vocat aquas maris, & effundit eas ſuper faciem Terræ: Dominus nomen eſt ejus.* Iobus verò *cap. 9.* ita loquitur: *qui præcipit Soli & non oritur, qui claudit Stellas quaſi ſub ſignaculo, qui facit Arcturum, & Oriona, & Hyadas & interiora auſtri:* Idem *cap. 37. ab interioribus egredietur tempeſtas, & ab Arcturo frigus.* & *cap.* 38. Deus ipſe Jobum ſic alloquitur: *Numquid conjungere valebis micantes Stellas Pleïadas, aut gyrum Arcturi valebis diſſipare.* Nunc pauca de ſingulis.

*Orion* aſtrum procelloſum præter eas, quæ teleſcopio detectæ ſunt, Stellas complectitur 62; inter quas duæ magnitudinis primæ, una in *humero dextro*, Arabicè *Betalgenze* (quam tamen aliqui volunt eſſe magn.2.), altera in *extremo pede ſiniſtro*; dicta *Rigel*, ſeu *Regel*; & quatuor ſecundæ, quarum una eſt in *humero ſiniſtro*, dicta *Bellatrix*, & tres in *cingulo*, ſive *baltheo*. *Orion* oriens Coſmicè, ſeu cum Sole, excitat tempeſtates, pluvias, fulmina, tonitrua. Virgilius de *Orione* ita canit,

*Cùm ſubito inſurgens fluctu nimboſus Orion.*

Arcturus eſt Stella 1. magn. pendens à *cingulo Bootis inter genua*. Plinius ſydus horridum appellat. Oriens Acronicè, ſeu veſperi tempeſtates ciet; oriens Coſmicè, id eſt cum Sole, adducit ſimiliter tempeſtates ac imbres, & (ut Plinius) non fermè ſine procelloſâ grandine emergit.

*Hyades*, quæ etiam *Succulæ* dicuntur, ſunt ſeptem Stellæ in *capite Tauri*, quarum una eſt ipſe *Tauri oculus ſiniſter*, Arabicè *Aldebaran*, 1. magnitudinis. Hæc oriens Coſmicè producit ventos, pluvias, fulmina. *Hyades* omnes Coſmicè tam orientes quàm occidentes ventos & pluvias concitant. De his Ovid. *faſt.* 5.

*Ora micant Tauri ſeptem radiantia flammis,*
*Navita quas Hyadas græcus ab imbre vocat.*

Et Faſtorum 6.

*Poſtera lux Hyadas Taurinæ cornua frontis*
*evocat, & multâ terra madeſcit aquâ.*

*Pleiades*, quæ etiam *Vergiliæ* olim dicebantur, quòd extremo tum Vere orirentur, ſunt Stellæ ſeptem in *dorſo Tauri*, inter quas una, *Lucida Pleiadum* dicta, eſt 3. magn. Stellæ ſunt pluvioſæ: excitant enim pluvias occidentes Achronicè, ſeu veſperi. Inter *Pleiades* una difficilè ab alijs diſcernitur. Hinc illud Ovidij *Faſt.* 3.

*Quæ ſeptem dici, ſex tamen eſſe ſolent.*

*Capella*, ſive *Capra* eſt ſydus 1. magnitudinis *in ſiniſtro humero Aurigæ*: de quâ Ovidius *Faſt.*5. *Naſcitur Olenia ſydus pluviale Capellæ.* *Hædi Capellæ* ſunt duæ Stellæ magnitudinis 4. De his Horatius,

*Nec ſævus Arcturi cadentis*
*impetus, aut orientis Hædi.*

Sed nulla inter Fixas celebrior eſt *Caniculâ*: à quâ dies Caniculares ſunt dicti. At cùm duo ſint *Canes* in cælo, ob ortuum vicinitatem & effectus penè pares, dubium eſt uter è duobus nomine *Canicula* intelligi debeat. *Canis minor*, *Procyon* dictus Anno ante Chriſtum 45 Romæ ex calculo Petavij oriebatur Coſmicè 6 Iulij; *Canus major*, ſive *Sirius*, Iulij 18. Verùm Anno Chriſti 1644, Bononiæ ex calculo Riccioli oriebantur Coſmicè *Procyon* quidem 15 Iulij, *Sirius* 23 Iulij: ſtylo veteri uterque. Ex quo patet Dies Caniculares ſeriùs nunc incipere, quàm olim. Cauſam indicavi *nu.* 42. Eſt porrò *Sirius* Stella 1. magnitudinis in *ore Canis majoris*, omnium toto cælo fulgentiſſima maximaque: *Procyon* verò eſt magn. 2. in *femore Canis minoris*. Effectus Dierum Canicularium notiſſimi ſunt omnibus. *Canicula exortu* (inquit Plinius) *accendi Solis vapores quis ignorat? cujus ſyderis effectus ampliſſimi in terrâ ſentiuntur: fervent maria exoriente eo, fluctuant in cellis vina, moventur ſtagna. Canes quidem toto eo tempore maximè in rabiem agi non eſt dubium.* Accinit Ovidius *Faſt.* 5.

*Eſt Canis, Icarium dicunt, quo ſydere moto*
*Toſta ſitit tellus, præripiturq; ſeges.*

Et Horatius,

*Te flagrantis atrox hora Caniculæ.*

Adventu Solis ad *Regulum* (is ferè caret latitudine) *Caniculæ* ardores augentur. Eſt porrò *Regulus*, ſive *Cor Leonis* 1. magn. Stella, & Coſmicè oritur aliquot diebus poſt *Sirium*. Sed de his jam ſatis.

# CAPUT IV.

## Problemata nonnulla circa Stellas.

## NUMERUS XLV.

### *Temporis momentum per Stellas cognoſcere.*

HOc Problema utiliſſimum eſt, & in nocturnis obſervationibus ab Aſtronomis maximè uſitatum.

Meridianus eſto C B F; Horizon E F; Zenith B, Æquator C I D Q, ejus Polus A. Elige Stellam quampiam P: per quam ducti intelligantur Quadrans Altitudinis B P M, & Quadrans Declinationis A P G. Cape inſtrumento *a* Altitudinem Stellæ P M, quam convenit eſſe non minorem Gradibus 20, ut evitetur Refractio; & per *num.* 2 *ac* 17, inveni Declinationem Stellæ P G. Altitudinem P M & Declinationem P G ſi demas à Quadrantibus, ſive à Grad. 90, noti fient arcus B P, A P. Pari modo ſi Altitudo Poli E A nota per *num.* 27. *l.* 1. ſubducatur à Quadrante B E notus erit arcus A B. In triangulo

*Fig. 29.*

*a n.28.l.1.*

o *trig. ſph. prob.* 18. b *per def.* 4. *n.* 66. *l.* 2. c *per n.* 4. *ſ.* 17.

gulo igitur A B P, ex tribus lateribus notis o reperietur angulus P A B, ſeu G A D, adeoque & arcus Æquatoris G D diſtantia Stellæ Æquatoria à Meridiano, metiens b angulum G A D. Inquiratur c deinde Stellæ Aſcenſio recta Q C G: cui adde arcum jam notum G D, ſi Stella (ut in *hac Fig.*) eſt Occidentalis; deme verò ſi Orientalis: ita prodibit ad momentum quæſitum Aſcenſio recta Medij Cæli Q C D. Exiſtat deinde Sol infrà Horizontem & nota ſit præter propter Hora diei: ad quam reperi d Aſcenſionem Solis rectam quæ ſit Q C O: quam aufer ab Aſcenſione rectâ Medij Cæli Q C D jam inventâ: relinquetur diſtantia Solis Æquatoria à Meridiano O D: quæ i converſa in tempus dabit exactè Horas quæ fluxerunt à meridie præcedentis diei uſque ad momentum quæſitum.

d *per n.* 52. *l.* 1, *vel per num.* 3. *hujus lib.* 5. i *per n.* 51. *lib.* 1.

### *Corollarium.*

o *def.* 37. *l.* 1. *nu.* 1. n *per def.* 4. *n.* 66. *l.* 2.

Eâdem operâ reperitur dati Syderis o Azimuthum. Nam in triangulo P A B ex tribus lateribus notis innoteſcet angulus A B P, adeoque etiam Stellæ P Azimuthum M E, metiens n dictum angulum.

## NUMERUS XLVI.

### *Lineam Meridianam invenire per Stellas.*

*Fig.* 30.

OPe filaris trianguli A B C, de quo *num.* 1. *lib.* 2, vel Quadrantis ad Horizontem perpendiculariter erecti, deſigna planum Verticale alicujus Stellæ, cujus baſis, ſive ſectio in Horizontali plano ſit recta A Z: eodemque momento captâ per alium Altitudine ejuſdem Stellæ, quam convenit majorem eſſe Grad. 20, ut evitetur Refractio, per *Num. præced. ejuſque Corollar.* inveni Azimuthum Stellæ. Sumpto deinde centro in rectâ A Z, deſcribe in Horizontali plano circulum: in quo incipiens à rectâ A D Z, numera Gradus & Minuta inventi jam Azimuthi, versùs Ortum ſi tibi Septemtrionem ſpectanti Stella Occidentalis eſt, versùs Occaſum autem, ſi Orientalis. Per terminum numerationis O ducta ex A centro recta A O erit Meridiana, ut ex b Azimuthi definitione patet.

b *def.* 37. *l.* 1. *n.* 1.

*Ea praxis, quam tradidi num. 26. lib. 1, ab omni aliâ Aſtronomicâ operatione independens eſt: & talis iſthic neceſſaria fuit, cùm ab inventione lineæ Meridianæ Aſtronomiæ totius conſtituendæ principium ducatur.*

## NUMERUS XLVII.

### *Altitudinem Poli per duas Stellas (quarum nota ſint Declinationes & Aſcenſiones rectæ) ſimul orientes, invenire.*

MEridianus ſit B A E, Horizon B D; Æquator C E; ejus Polus A; Stellæ ſimul orientes O, P; per quas ducantur Declinationum Quadrantes A O M, A P N. Arcus a M N eſt Aſcenſionum rectarum Stellis O, P competentium differentia. Quare cùm Aſcenſiones rectæ ſint notæ, etiam arcus M N, adeoque quem metitur, angulus O A P notus erit. Deinde quia notæ ſunt Declinationes M O, N P, etiam earum complementa O A, P A, erunt nota. Igitur in triangulo O A P ex noto angulo ad A & binis notis lateribus O A, P A innoteſcet angulus A O D. Deinde in trigono A D O rectangulo a ad D, ex notis latere O A, & angulo A O D b reperietur A D Altitudo Poli quæſita.

*Fig.* 31. a *vide dicta nu.* 43. a *per n.* 68. *lib.* 2. b *per trig. ſph. prob.* 19.

*Praxis ea, quam num. 27. lib. 1. ad conſtituenda Aſtronomiæ principia adhibuimus, ab omni aliâ operatione Aſtronomicâ fuit independens, ut circulus vitioſus evitaretur. Hac autem quod binas eâdem nocte obſervationes non requirat, Aſtronomiâ jam conſtitutâ videri ſubinde poſſit illâ commodior.*

## NUMERUS XLVIII.

### *Altitudinem Stellæ abſque inſtrumento invenire, ſi alia Stella in eodem Verticali appareat.*

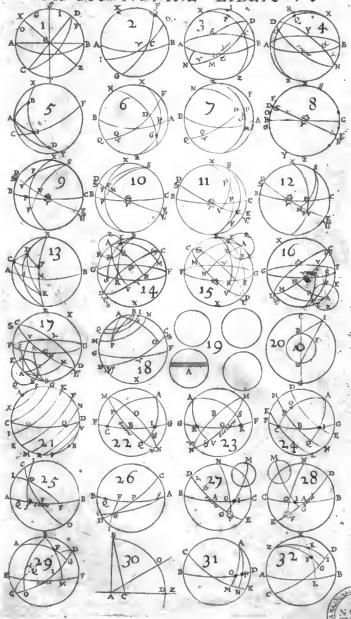
MEridianus ſit C X B; Horizon A B; Æquator C D, ejus Polus Z; Zenith X; Stella, cujus Altitudo quæritur, in F; verticalis per eam X L. Ope filaris trianguli, de quo *num.* 2. *lib.* 3, obſerva, an alia Stella in eodem Verticali exiſtat, putà in E, & per utramque ſint Declinationum Quadrantes Z G, Z I. Inquire b utriuſque Stellæ Declinationes F G, E I: quibus ſubductis à Grad. 90, nota erunt complementa Z F, Z E. Inveni deinde c utriuſque Stellæ Aſcenſiones rectas: ita notus erit arcus G I, qui eſt d Aſcenſionum differentia. Quia verò arcus G I metitur i angulum G Z I, ſeu F Z E, etiam is erit notus. In triangulo igitur F E Z ex notis lateribus Z F, Z E, & angulo F Z E m innoteſcet angulus Z F X. Deinde in triangulo F X Z cùm nota jam ſint latus Z F & angulus Z F X, latus autem Z X ſit complementum Altitudinis Poli A Z notæ per *num.* 27. *lib.* 1, ex his reperietur o latus F X diſtantia Stellæ F à Vertice, cujus complementum eſt F L Altitudo Stellæ quæſita.

*Fig.* 32. b *per n.* 2. & 17. c *per n.* 4. *ſ.* 17. d *vide dicta n.* 43. i *per def.* 4. *n.* 66. *l.* 2. m *trig. ſph. prob.* 19. o *ibid. prob.* 22.

# FINIS LIBRI QUINTI.



Digitized by Google



NAPOLI

Digitized by Google



# ASTRONOMIÆ
## LIBER SEXTUS
## DE MOTU
# PLANETARUM MINORUM IN LONGITUDINEM.
## CAPUT PRIMUM.
### Præambula &. Phœnomena.

NUMERUS PRIMUS.

*Planetarum Numerus, Nomina, Characteres.*

PLanetæ, quos Græcì πλανῆται hoc eſt Errones appellant, ſunt ſeptem, nimirum *Sol, Luna, Mercurius, Venus, Mars, Iupiter, Saturnus.* Ex his Sol & Luna ab Aſtronomis paſſim *Luminaria* vocantur Scripturæ phraſi: reliqui autem quinque *Planetæ Minores* dicuntur, quorum motus flexuſque admirabiles, Deo juvante, breviter hoc libro exponemus. Characteres ſingulorum hi ſunt.

| | | |
|---|---|---|
| *Mercurius* | ☿ | Caduceus, ſeu virga duobus ſerpentibus circumplicata |
| *Venus* | ♀ | Speculum cum manubrio |
| *Mars* | ♂ | Sagitta cum clypeo |
| *Iupiter* | ♃ | prima littera Græci nominis interſecta |
| *Saturnus* | ♄ | quaſi falx. |

Plura de his qui volet, Rieciolum legat *Almag. lib. 7. ſect. 1. cap. 1.*

Signum Conjunctionis eſt ☌; Oppoſitioni: ,☍.

NUMERUS II.

*Modus obſervandi loca Planetarum.*

INveni Declinationem Planetæ eo modo quem tradidi *lib. 5. num. 2.* Deinde per ſtellam, cujus *a* nota ſit Aſcenſio recta, inquire Aſcenſionem rectam Planetæ eâ methodo, quam expoſui *num. 5. lib. 5.* Tum ex Planetæ Declinatione & Aſcenſione rectâ jam notis reperies Planetæ Longitudinem ac Latitudinem eo artificio, quod tradidi *lib. 5. num. 7.*

*a per lib. 5. num. 4. vel 5, & 17.*

Aliter idem obtinebitur per duas ſtellas notæ Longirudinis & Latitudinis, methodo explicatâ *num. 8. lib. 5.*

*Itaque per ſtellas Fixas primus aditus ad ſcrutandos Planetarum motus aperitur. Verùm utrolibet utaris modo, captandum eſt tempus, ſi fieri poteſt, quo Planeta Altitudo non ſit obnoxia Refractioni: quod ipſum in ſtellis ad hoc opus deligendis obſerva. Inſuper in modo ſecundo vitabis ſtellas, quæ cum Planetâ triangulum nimis acutum efficiunt.*

Tacquet Aſtronomia.

NUMERUS III.

*Quæ circa motum in Longitudinem quinque Minorum Planetarum, ſint hactenus obſervata.*

PRæter motum Diurnum Horarum 24 ab Ortu in Occaſum omnibus Aſtris communem, habent Planetæ omnes motum ſibi proprium ab Occaſu in Ortum ſub Zodiaco. Compertum eſt enim Planetas à ſtellis Fixis, quibus ante erant conjuncti, ſenſim versùs Ortum recedere. Atque hic eſt motus Planetæ in Longitudinem: in quo duplex inæqualitas obſervata eſt, quam primam & ſecundam dixêre. In ♄. ♃. ♂. inæqualitas prima nullum habet reſpectum ad Solem, quæ propterea *Soluta* dicitur: ſecunda eſt reſpectiva ad Solem quoad motum Epicycli per quem ſalvatur, ut patebit ex *num. 5. §. 5. & num. 10. §. 4. & 5.* In ♀ & ☿ contrarium evenit, in his ſiquidem prima inæqualitas eſt alligata Soli, ſecunda abſoluta, ut dicetur *num. 29. §. 2.*

*Prima inæqualitas.*

§. 1. Primò igitur comparatis revolutionibus Superiorum Planetarum tum ad eandem ſtellam Fixam, tum ad idem punctum Zodiaci Primi Mobilis, per modum traditum *num. præcedenti*, compertum eſt eas eſſe, in eodem licet plano, inæquales, hoc eſt non æquali dierum ac horarum numero abſolvi. Sed medijs inter maximas, & minimas electis, obſervatum eſt redire ad idem punctum Zodiaci.

*Martem* Anno Ægyptio 1, Diebus circiter 321. id eſt, D. 686.

*Iovem* Annis Ægyp. 11. Diebus ferè 315.

*Saturnum* Annis Ægyp. 29. Diebus ferè 161.

*Venerem* & *Mercurium* unà cum Sole.

§. 2. Neque verò tantùm integræ revolutiones ejuſmodi, ſed etiam ejuſdem revolutionis partes ſunt inæquales. Obſervando quippe ſæpiùs Planetarum loca artificio jam tradito *num. præc.* vel ſimili alio, compertum eſt Planetam æqualibus temporibus inæqualia in Zodiaco ſpatia percurrere, & ſpatia æqualia temporibus inæqualibus; etiamſi Planeta eſſet in pari utrobique diſtantiâ à Sole, per quod inæqualitas prima ſeparatur, & diſcernitur à ſecundâ quæ non variatâ Planetæ diſtantiâ à Sole per ſe non variatur, ut dicetur *infrà*.

§. 3. Et ſemel quidem intra tempus unius revolutionis integræ motus Planetæ tardiſſimus cernitur, ſemel velociſſimus, ſic ut inter utrumque hunc terminum, dimidium unius revolutionis tempus intercedat, & Zodiaci loca in quibus contingunt, diametraliter ſint oppoſita.

§. 4. Atque hæc eſt Planetarum prima inæqualitas, quæ in unâ revolutione per Zodiacum bis evaneſcit. Diſtinguitur à ſecundâ mox exponendâ tum indicio jam paulò ante allato, tum etiam quòd in ☌ & ☍ Planetæ cum Sole manifeſtò hæc appareat, quando illa (ut dicam §. 10) eſt nulla.

Notandum porrò hìc eſt inæqualitatem revolutionum ad idem punctum Zodiaci pertinere, potiùs ad inæqualitatem ſecundam quàm primam, quia dicta revolutionum inæqualitas maximè cernitur extra ☌ & ☍ Planetæ cum Sole, quod tempus eſt proprium inæqualitati ſecundæ.

### *Secunda inæqualitas.*

§. 5. Comparatis deinde inter ſe revolutionibus Solis ad Planetam, ſeu Planetæ ad Solem, compertum eſt etiam has inæquali tempore abſolvi. Sed medijs inter longiſſimas, & breviſſimas electis, patuit Solem redire ad ♄ Diebus 378, ad ♃ Diebus 399, ad ♂ Diebus 780, vel 783: ♀ ab unâ Conjunctione cum Sole ad aliam ejuſdem ſpeciei (ſunt enim duæ, ut dicam *infra*) revertitur Diebus circiter 584; ☿ autem Diebus ferè 116. Sed inter tres Superiores ♄. ♃. ♂, & duos Inferiores ♀. ☿, ea hìc differentia eſt, quod ♄. ♃. ♂. ad perfectam cùm Sole Oppoſitionem perveniant, ſed ♀ & ☿ non niſi ad certos limites à Sole digrediantur; ♀ nempè non ultra 50. Gradus, neque ☿ ultra 30. unde fit, ut (quemadmodum ſuo loco exponetur) bis Soli conjungantur in ſingulis ſecundæ inæqualitatis revolutionibus, ſemel nempè in Apogeo Epicycli, & ſemel in Perigeo. Quibus autem vijs hæc omnia ſint comperta, ſuis locis tradetur.

§. 6. At Secunda inæqualitas in hoc potiſſimùm conſiſtit, quòd Planetæ admirabili ad Solem harmoniâ motum ſuum per Zodiacum ſic attemperent, ut circa Conjunctionem cum Sole (in ♀ & ☿ intellige ☌ Apogeam) velociſſimè per Zodiacum procedant; circa Oppoſitionem verò (pro quâ in ♀ & ☿ intellige ☌ Perigeam) in Zodiaco retrocedant; temporibus intermedijs bis fiant Stationarij, quaſi in eodem hærentes Zodiaci loco. Atque hæc anomalia in ♄ ♃ ♂ cum reditu Solis ad Planetam reſtituitur. Itaque intra unam revolutionem integram, ante & poſt ☌ cum Sole (intellige ☌ Apogeam in ☿ & ♀) Planeta in Zodiaco velociſſimè progreditur, diciturque Directus: ante & poſt ☍ cum Sole (pro quâ in ♀ & ☿ intellige ☌ Perigeam) retrocedit, diciturque Retrogradus: temporibus inter Aſpectus dictos intermedijs, quod bis omninò accidit, nec progreditur nec regreditur, ac Stationarius appellatur.

Ut verò hæc inæqualitas rite à primâ ſecernatur, notandum eſt tum velociſſimam illam Planetæ progreſſionem per Zodiacum, quàm retrogradationem ejuſdem in Zodiaco obſervari etiam in eodem Zodiaci loco. Ex quo liquet eas non oriri ab inæqualitate primâ, cujus effectus ob tardiſſimum Apogei motum intra longiſſimum tempus ſenſibiliter non variatur. Et deniquè evidenter apparet ſecunda inæqualitas cùm prima evaneſcit; quando nempè (ut dicam *infra*) centrum Epic. tenet Apogeum vel Perigeum Ecc.

Prætereà circa dictum Planetæ progreſſum, & retrogreſſum hæc ſunt ab Aſtronomis obſervata.

§. 7. Planeta celeriùs progreditur, quàm regreditur. *Mars* enim ex. gr. Diebus Conjunctioni hinc inde proximis procedit quotidie Min. 47: diebus autem Oppoſitioni proximis quotidie regreditur tantùm Min. 24.

§. 8. Si progreſſio Directa unius revolutionis comparetur cum progreſſione Directâ revolutionis alterius, & Statio unius cum Statione alterius, & Regreſſio unius cum Regreſſione alterius; altera alteri reperitur inæqualis (quamquam hic effectus potius ſit inæqualitatis primæ, quàm ſecundæ) non ſolùm quoad ſpatium in Zodiaco confectum, ſed etiam quoad tempus quo ſingulæ durant. Et hæc inæqualitas in *Marte* major eſt quàm *Iove & Satur.*

§. 9. Sed medio inter has inæqualitates electo,

Directa Progreſſio ♄. eſt Dierum ferè 244. ♃ 284. ♂ 705. ♀ 542. ☿ 93.

Statio ♄ eſt Dierum ferè 8. ♃ 4. ♂ 2. ♀ 1. ☿ ½.

Regreſſio ♄ eſt Dierum ferè 136. ♃ 119. ♂ 75. ♀ 42. ☿ 22.

Stationarij fiunt
- ♄ inter Aſpectum cum Sole □ & △
- ♃ in Aſpectu △ præciſè
- ♂ inter octavas & duas quintas diſtantiæ à Sole.

§. 10. Atque hæc eſt Planetarum ſecunda inæqualitas, quæ in Conjunctionibus cum Sole, & Oppoſitionibus evaneſcit; cùm in ijs §. 6. recenſita accidentia nunquam fuerint deprehenſa. Nam ſi ad momentum ☌ vel ☍ Planetæ cum Sole, ſupputetur locus Medius Planetæ, is per Simplicem Æquationem Eccentrici (ut tradam *infra*) exæquatus, concordat cum loco ejuſdem obſervato. Ex quo patet in ☌ & ☍ ſolam reperiri inæqualitatem eam, quæ per Eccentricum ſalvatur, ut dicetur *num. 6.* ac proinde tunc locum Planetæ Verum, & Medium non differre â loco Vero & Medio centri Epicycli.

### *Motus in Altitudinem.*

§. 11. Superiores Planetæ propè Conjunctionem cum Sole inſigne patiuntur luminis, & Apparentis magnitudinis decrementum: oppoſiti verò Soli & maximi apparent & lucidiſſimi. Unde colligitur eos in Conjunctione, à Terrâ remotiſſimos eſſe, in Oppoſitione viciniſſimos.

Comparatis deinde inter ſeſe diſtantijs à Terra tam maximis, quàm minimis, compertum eſt unam maximam eſſe majorem aliâ maximâ, & minimam unam aliâ minimâ minorem.

### *Motus Apogei inæqualitatis primæ.*

§. 12. Inæqualitas prima, ut mox videbitur, exponetur

ponetur per Eccentricum; cujus Apogeum æquali motu, ſed tardiſſimo, in conſequentia deferri inde compertum eſt, quod ex longiſſimi temporis obſervationibus tandem patuit ſummam tarditatem primi motus in Longitudinem, quæ tum habetur, cùm Planeta Apogeum Eccentrici attingit, non contingere ſub eodem loco Zodiaci, ſed ſub locis magis ſenſim magiſque Occidentalibus. Hic verò motus Apogeorum Planetariorum adeò lentus eſt, ut Aſtronomi uſque ad Copernicum putaverint æqualem eſſe motui Fixarum. De hoc plura ſuis locis.

# CAPUT II.

## Proponitur & exponitur Hypotheſis antiqua, ſeu Ptolemaica ♄. ♃. ♂. in Longitudinem.

### NUMERUS IV.

### *Definitiones Hypotheſeos antiquæ, ſeu Ptolemaicæ pro ♄. ♃. ♂.*

ECliptica ſit ♈ L ♎ V; ejus ac Mundi centrum A; diameter L A V. In hac ſuprà A accepto intervallo A B, deſcribe centro B Eccentricum B D φ R ω; ſumptoque alio intervallo B C æquali primo A B, deſcribe centro C alium Eccentricum priori æqualem C G O β δ. Accepta deinde in peripheriâ D φ R ω centro I deſcribe Epicyclum I N X ϖ. His poſitis,

1. *Eccentricus*, ſive *Deferens*, eſt circulus BDφRω, per cujus circumferentiam volvitur in conſequentia Epicycli centrum, ut dicam *infra*. Atque ea eſt cauſa cur hic circulus ſimpliciter vocetur *Eccentricus Planetæ*, etiamſi Æquans etiam ſit eccentricus.

2. *Æquans*, eſt circulus C G O β δ Deferenti æqualis, cujus centrum C tantùm diſtat à B centro Deferentis, quantùm hoc à Mundi centro A. Ab æquandi munere ita dictus, ut exponetur *infrà*.

3. *Apogeum Eccentrici*, ſeu *Deferentis*, eſt D; *Perigeum* R.

4. *Apogeum Æquantis* eſt G; *Perigeum* β.

*Horum apogæorum, & perigæorum loca in Eclipticâ ſunt* L, V.

5. *Linea Apogæi*, ſive *Apſidum*, eſt ipſa diameter L V.

6. *Apogeum Verum Epicycli* eſt punctum N, quod in peripheriâ Epicycli deſignatur à rectâ A I N, à Mundi centro per Epicycli centrum emiſsâ; quæ idcircò vocatur *Linea Apogæi Veri centri Epicycli*.

7. *Apogæum Medium Epicycli* eſt punctum P in Epicycli peripheriâ deſignatum à rectâ C I P, ex centro Æquantis per Epicycli centrum emiſsâ; quæ idcircò vocatur *Linea Apogæi Medij centri Epicycli*.

*Quando centrum Epicycli eſt in lineâ Apſidum Deferentis L V, Apogea Verum, & Medium centri Epicycli coincidunt in Q. Extra lineam Medium modò præcedit Verum, modò ſequitur, ut exponetur infrà.*

8. *Perigea Verum & Medium centri Epicycli* ſunt Z, K, puncta Epicycli oppoſita Apogeis Vero ac Medio.

9. *Linea Medij motus centri Epicycli*, eſt recta A M ex Mundi centro ad Zodiacum ducta, parallela rectæ C I O, quæ ex Æquantis centro C, per Epicycli centrum I emittitur.

10. *Linea Veri loci, ſeu motus centri Epicycli*, eſt recta A I F, ex Mundi centro A per centrum Epicycli extenſa.

*Tacquet Aſtronomia.*

11. Punctum F, quod in Zodiaco linea Veri loci deſignat, eſt *Verus locus centri Epicycli* ſive *locus Centricus Planetæ*.

12. *Anomalia Media Eccentrici vel centri Epicycli*, ſive *Anomalia Centrica Planetæ in Æquante*, eſt arcus Æquantis G O in conſequentia computatus ab Æquantis Apogeo G uſque ad lineam C I O, ab Æquantis centro B per Epicycli centrum ductam.

13. *Anomalia Media Eccentrici vel centri Epicycli*, ſive *Anomalia Centrica Planetæ in Zodiaco*, eſt arcus Zodiaci L M in conſequentia computatus a lineâ Apſidum L A, uſque ad A M lineam Medij motus centri Epicycli.

*Quia porrò M A, C I O ſunt parallelæ, anguli ad centra L A M, L C O ſunt per 27. 1. æquales, ac proinde Anomaliæ in Zodiaco L M, & in Æquante G O per Corol. 2. pag. 33. lib. 6. elem. ſunt arcus ſimiles.*

14. *Anomalia vera, ſeu coæquata Eccentrici, vel centri Epicycli*, eſt arcus Zodiaci L F computatus in conſequentia à lineâ Apſidum L A uſque ad rectam A I F, ex Mundi centro per centrum Epicycli ad Zodiacum emiſſam.

15. *Longitudo Media*, ſive *motus Medius Eccentrici, vel centri Epicycli* (quæ dicitur etiam *Longitudo Media Planetæ*), eſt arcus Zodiaci ♈ L M, computatus in conſequentia ab initio ♈ uſque ad A M lineam Medij motus centri Epicycli.

16. *Longitudo Vera*, ſive *motus Verus centri Epicycli, ſeu Longitudo centri coæquata*, eſt arcus Zodiaci ♈ L F, computatus in conſequentia ab initio ♈ uſque ad lineam A I F ex centro Mundi per centrum Epicycli ad Zodiacum eductam.

17. *Æquatio Eccentrici*, ſive *centri Epicycli*, eſt angulus A I C, ſeu N I P (quem metitur arcus N P) comprehenſus à rectis A I N, C I P ex centris Mundi, & Æquantis per Epicycli centrum emiſſis.

Sive, eſt arcus Zodiaci M F, quo differunt Anomaliæ centri Epicycli Media L M, & Vera L F; item quo differunt centri Epicycli motus Medius ♈ L M, & Verus ♈ L F.

*Ratio hujus identitatis eſt, quod ob parallelas A M, C I O, angulus M A F, quem metitur arcus M F, ſit æqualis alterno ſibi angulo C I A.*

*Æquatio centri Epi. (adeoq; & prima inæqualitas) evaneſcit, cùm centrum Epicycli eſt in lineâ Apſidum LV. Dividitur porrò in duas partes Phyſicam & Opticam.*

18. *Æquatio Phyſica centri Epic.* eſt angulus B I C comprehenſus à rectis ex centris Deferentis B, & Æquantis C ad Epic. centrum emiſſis.

19. *Æquatio Optica centri Epic.* eſt angulus A I B comprehenſus à lineis ex centris Mundi A, & Deferentis B ad Epic. centrum eductis.

*Cur ita vocentur patebit ex num. 5. §. 1.*

20. *Anomalia Orbis* (hoc eſt *Epicycli*) *Media*, ſive *Argumentum Medium*, ſive *motus Medius Planetæ in Epicyclo*, eſt arcus P X computatus in conſequentia ab Apogeo Medio Epicycli P uſq; ad centrũ Planetæ X.

21. *Anomalia Vera Orbis*, hoc eſt *Epicycli*, ſive *Argumentum Verum*, ſive *Planetæ motus Verus in Epicyclo*, eſt arcus N X computatus in conſequentia ab Epicycli Apogeo Vero N, uſque ad centrum Planetæ X.

22. *Longitudo Vera, ſeu motus Verus Planetæ*, eſt arcus Zodiaci ♈ L S computatus in conſequentia à principio ♈ uſque ad lineam A X S ex Mundi centro per Planetæ centrum eductam: quæ propterea dicitur *Linea Veri motus Planetæ*.

23. *Æquatio Anomaliæ Orbis*, ſive *Argumenti* (quæ

etiam *Æquatio Epicycli* dicitur) eſt arcus F S, differentia Longitudinis Veræ centri Epicycli ♈ L F, & Longitudinis Veræ Planetæ ♈ L S, ejus menſura eſt angulus F A S.

*Hæc æquatio ( ac proinde & ſecunda inæqualitas ) evaneſcit, cùm Planeta eſt in Epicycli Apogeo Vero N, aut Perigeo Vero Z : Maxima eſt, cùm linea ex mundi centro per Planeta centrum ducta, Epicyclum tangit.*

24. *Longitudo Apogei Eccentrici,* ſive *motus Apogei* eccentrici, eſt arcus ♈ L computatus in conſequentia ab initio ♈ uſque ad lineam Apogei.

25. *Longitudines Mediæ Eccentrici* puncta φ, ω, quæ in Deferente determinat recta φ B ω, per ejus centrum lineæ Apſidum perpendicularis. *Longitudines Mediæ Epicycli* ſunt puncta E, H, quæ deſignat diameter E D H ad diametrum Apſidum Q ↓ recta.

26. Signum *Conjunctionis* eſt ☌, *Oppoſitionis* ☍.

## NUMERUS V.

### *Exponitur Hypotheſis Ptolemaica* ♄. ♃. ♂.

IN exponendâ Superiorum Planetarum Hypotheſi erratum eſt ab Aſtronomis non paucis. Et univerſim, in toto negotio Hypotheſium, ſtudioſis Aſtronomiæ authores pleriqueque non ſatisfaciunt, quod non declarent, qui per Hypotheſes Phœnomena per obſervationem cognita ſalventur. Quare quod in Sole & Lunâ *libro* 1. & 2. jam præſtiti, etiam hic conabor efficere, ne meam operam ſtudioſi hac in parte deſiderent.

Hypotheſis Ptolemaica tribus conſtat motibus præcipuis, videlicet, motu centri Epicycli, motu Apogeorum, & motu Planetæ in Epicyclo.

### *Motus centri Epicycli.*

Fig. 1. §. 1. Primò igitur, ſuppoſitis circulis, & lineis deſcriptis ac definitis *num.* 3. Epicycli centrum Deferentem D φ R ω ſecundùm ordinem Signorum Zodiaci ex D versùs I percurrit, tanto ferè temporis ſpatio, quanto Superiores Planetæ ſinguli *nu.* 3. §. 1, ſunt obſervati Zodiacum abſolvere. Hic autem motus ſic peragitur, ut recta linea C I O ex Æquantis G O β ϑ centro C per Epicycli centrum I ad Æquantis peripheriam educta, æqualibus temporibus æquales arcus in Æquante conficiat. Ex quo neceſſariò conſequitur, ut Epicycli centrum ipſum I æqualibus temporibus arcus abſolvat *a* inæquales non ſolùm reſpectu Zodiaci, ſed etiam in Deferente ſuo D φ R ω. Unde fit, ut motus centri Epic. inæqualis ſit in proprio circulo, ac proinde ſecundùm ſe inæqualis verè & propriè, cùm æqualitatem aliam non habeat quàm extrinſecam, prout nempè ad alienum circulum, in quo verè non eſt, modo jam dicto refertur. Quæ quidem motus phyſica & realis inæqualitas, quamvis Aſtronomis nonnullis recentioribus diſpliceat, ingenioſè tamen, ut ex ſequentibus patebit, ad explicandas Planetarum apparentes inæqualitates adhibetur. Menſura porrò, ſive Æquatio hujus inæqualitatis realis, quæ proinde dicitur Æquatio phyſica, eſt angulus B I C : quod ſic oſtendo. In *Fig.* 5. ſit A M parallela ad C I, & A T parallela ad B I. Per dicta ad *defin.* 13, arcus L M ſimilis eſt arcui G O, eodemque modo arcus L T ſimilis eſt arcui D I. Sed M T, ſive angulus M A T, eſt differentia arcuum L M, L T. Ergo etiam angulus M A T eſt differentia arcuum G O, D I. Jam ob parallelas A M, C I, totus ang. M A F æqualis eſt toti C I A, & ob parallelas A T, B I, ang. T A F æqualis eſt B I A. Ergo reliquus M A T æqualis eſt reliquo B I C. Quare cùm M A T ſit differentia arcuum G O, D I, etiam erit B I C differentia eorumdem.

*a per Poriſ. n. 27. lib. 2.*

*Fig. 5.*

Inæqualitatis autem quam reſpectu Zodiaci, & centri Mundi habet motus centri Epicycli æqualis in Æquante, Æquatio ſive menſura eſt totus angulus A I C, ſive (ut patet *ex dictis ad defin.* 17) arcus M F. Is enim eſt differentia Anomaliæ Mediæ centri Epic. G O, vel L M, & Veræ L F, itemque eſt differentia (*repete Fig.* 1) Medij motus centri Epic. ♈ L M, & Veri ♈ L F. Hæc verò totalis Æquatio, ſeu differentia A I C, componitur ex Reali ſeu Phyſica B I C ſuprà expoſitâ, & ex alterâ A I B, quæ dicitur Apparens, ſeu Optica, quòd oriatur à ſolo viſu Epicycli centrum I, obſervante ex A. Si enim Epic. centrum moveretur æqualiter in Deferente D I R, differentia motus Æqualis D I, & Veri L F eſſet ſolus angulus A I B, ſive arcus T F.

Cur verò Ptolomæus motum centri ſic ordinaverit, totamque Eccentricitatem A C biſecuerit, ejuſque tantùm ſemiſſem A B Deferenti aſſignaverit, dicam *num.* 8.

### *Motus Apogeorum Epicycli.*

Quoniam angulus A I C, ſeu N I P, qui Æquatio centri Epicycli appellatur, ad motum centri I aſſiduè augetur vel diminuitur, neceſſe eſt Apogea Medium P, & Verum N, quæ à lineis dictum angulum continentibus determinantur, aſſiduè modò accedere ad invicem, modò recedere. Et quando hujus motus non injucunda theoria eſt, in eàque exponendâ plerique erraverunt, erit illa paulò accuratiùs hic explicanda. Agam primò de motu Apogeî Medij qui hic præcipuè attenditur, de motu deinde Apogei Veri, poſtremò de utriuſque motu ad invicem relato. *Fig. 2.*

§. 2. Ducatur recta B I O ex Deferentis centro B per Epicycli centrum I uſque ad ſummam Epicycli pheripheriam in O. Punctum O ab hac lineâ deſignatum inter duo Apogea N, P, dicitur Punctum concavitatis; quod in Epicycli peripheriâ manet ſemper immotum, quamvis Epicyclus cum ſuo centro per Deferentem moveatur, ac proinde ab illo, tanquam immobili termino, utriuſque Apogei motus ſpectatur. Ducatur item non per B centrum Deferentis (quod factum ab alijs, at malè, ut mox patebit) verùm per C centrum Æquantis recta S C F perpendicularis ad lineam Apſidum Deferentis L V, dividens Deferentem ipſum in quatuot arcus D S, S R, R F, F D. Quando igitur centrum Epicycli eſt in D in lineâ Apſidum concurrunt in Q punctum concavitatis & duo Apogea. Centro moto ex D versùs I, S, Z, hæc tria puncta ab invicem ſeparantur. & Apogeum Medium à puncto concavitatis O recedit in P, ſec. ord. Sig. Quia verò angulus B I C, ſive O I P (qui eſt Æquatio Phyſica) à D uſque in S perpetuò creſcit donec maximus fiat in S, inde fit, ut Apogeum Medium P, quamdiu centrum Epicycli percurrit arcum primum D S, magis magiſque à puncto O recedat. S. O, Sign. ſive in conſequentia, versùs X, donec centro exiſtente in S, maximam habeat diſtantiam à puncto O, quam habere poteſt. Porrò Signorum ordo hic attenditur in Epicyclo diſ-

poſitus

poſitus ſecundùm ſeriem litterarum G O X K. Jam quia angulus B I C, ſive O I P ab S verſùs R perpetuò decreſcit, donec evaneſcat in R, etiam Apogeum Medium P centro Epicycli percurrente ſecundum arcum S R denuò accedit punctum O donec cum eo concurrat in T, qui acceſſus neceſſariò fit C, O. Sig. ſive in præcedentia verſùs G. Rurſum quia angulus B I C, ſeu O I P ab R Verſùs F continuè creſcit, donec iterum maximus fiat in F, Apogeum Medium P, centro Epic. percurrente tertium arcum S R, elongatur denuò ab O, & centro exiſtente in F maximam rurſus diſtantiam habet ab O, quam habere poteſt: elongatio autem illa, ſive receſſus neceſſariò etiam ab O verſùs G, fit in præcedentia. Poſtremo quia dictus angulus ab F verſùs D aſſiduè decreſcit donec evaneſcat in D, Apogeum Medium P, centro Epic. percurrente arcum quartum F D, rurſum iucipit accedere ad punctum O, uſque dum cum eo concurrat in Q; qui acceſſus neceſſariò fit ab O verſùs X, in conſequentia, ſive S. O. Sig. Itaque, ut omnia jam dicta complectamur, centro Epicycli percurrente ſuperiorem Deferentis portionem F D S ex arcu primo D S, & quarto F D compoſitam, Apogeum Medium P movetur in conſequentia, nempè à G verſùs X, at centro Epic. percurrente partem Deferentis inferiorem S R F ex arcu ſecundo S R, & tertio R F compoſitam, Medium Apogeum P movetur in præcedentia, hoc eſt ab X verſùs G. Porrò quantitas librationis hujus ultra citraque concavitatis punctum O, eſt angulus maximus B S C, ſive O S P bis ſumptus.

Atque ex his manifeſtus fit error, in quem omnes, quos legi, Aſtronomi, & cum his doctiſſimus etiam Ricciolus noſter inciderunt. Ducunt illi per B centrum Deferentis rectam φ B ω lineæ Apſidum L V perpendicularem, aſſeruntque Apogeum Medium moveri in conſequentia per totum ſemicirculum ω D φ, in præcedentia verò per ſemicirculum φ R ω, quod (ut ex diſcurſu jam facto patet) verum eſſe non poteſt, niſi angulus B I C, ſeu O I P maximus fiat in φ & ω. Atqui hoc falſum eſſe liquet ex *theor. 4. num. 19. lib.* 1. Iſthic enim demonſtratum eſt, ſi in circuli (D φ R ω) diametro (D R) extra centrum (B) ſumatur punctum (C), à quo & centro (B) ad circumferentiam inflectantur duæ rectæ, angulum ab ijs ad circumferentiam tunc fieri maximum, quando recta (C S), per (B) centrum non tranſiens, eſt perpendicularis ad diametrum. Quare maximus ad circumferentiam angulus ex baſi B C non fit ad φ & ω, ſed ad S, & F: ac proinde Apogeum Medium P movetur in conſequentia, non per ſemicirculum ω D φ, ſed ſolummodò per arcum F D S; in præcedentia verò non per ſemicirculum φ R ω, ſed per arcum eo majorem S R F.

§. 3. Intellecto motu Apogei Medij, facilè Apogei Veri motus intelligetur. Theoriam habet non abſimilem, quæ pendet à mutatione anguli B I A, ſive O I N, qui Æquatio Optica appellatur. Per A Mundi centrum ducatur Z A Y perpendicularis ad lineam Apſidum L V. Angulus B I A, ſive O I N à D (ubi nullus eſt) perpetuò creſcit uſque ad Z, ubi *s* maximus eſt; à Z decreſcit uſque ad R, ubi rurſum nullus eſt; ab R iterum creſcit uſque ad Y, ubi denuò fit maximus, ab Y rurſum decreſcit uſque ad D, ubi iterum evaneſcit. Ex quo dicti anguli incremento decrementoque fit, ut Apogeum verum N in arcu primo D Z, & tertio R Y recedat à puncto O, in arcu ſecundo Z R, & quarto Y D ad punctum O accedat. Ex quo patet Apogeum Verum N per totum arcum Y D Z moveri in præcedentia ab X verſùs G, per arcum verò S R Y in conſequentia à G verſùs X, contra planè quàm fiat in Apogeo Medio. Quantitas librationis totius ultra citraque O, eſt angulus maximus B Z A bis ſumptus; ac proinde æqualis quantitati librationis Apogei Medij, cùm anguli B Z A, B S C æquales ſint.

*s per theor. 4. num. 19. lib. 1.*

§. 4. Supereſt motus Apogeorum Veri ac Medij reſpectu invicem. Is verò pendet ex incremento ac decremento totius Æquationis centri Epic. A I C. Per B Deferentis centrum ducatur φ B ω ad lineam Apſidum L D R V perpendicularis: ita ſectus erit Deferens in quadrantes quatuor. Oſtendam Æquationem centri A I C, ſeu N I P maximam eſſe ad φ & ω.

Per C centrum Æquantis, A centrum Mundi, & φ deſcribe circulum φ O A C. Quoniam C B, A B ſunt *i* æquales, & φ B *ex hyp.* eſt perpendicularis ad C A, erit *m* centrum circuli φ O A C in rectà φ B: in quâ, cùm etiam ſit B centrum Deferentis circuli D φ R ω, patet *n* hos circulos ſe mutuò contingere in φ. Sit jam quivis angulus C K A diverſus ab angulo C φ A. Latus A K neceſſariò ſecatur à circulo tangente φ O A C, putà in O. Ducatur ergo ad ſectionem recta C O. Angulus C φ A æquatur *o* angulo C O A. Sed C O A major *p* eſt quàm C K A. Ergo etiam C φ A major eſt quàm C K A: qui cùm ſit aſſumptus quicumque, erit C φ A omnium maximus.

*Fig. 3.*

*i per defin. 2. num. 4.*
*m per corol. p. 1. l. 3. elem.*
*n ex 11. 3. elem.*
*o per 21. 3. elem.*
*p per 32. 1. elem.*

Quoniam igitur angulus A I C, ſive N I P, maximus eſt in φ & ω, nullus in D, & R, liquet eum in Quadrante primo D φ continuè creſcere, ideoque Apogea Verum N, & Medium P ab invicem elongari, donec maximè diſtent in φ. In Quadrante ſecundo quia angulus A I C, ſeu N I P decreſcit donec evaneſcat in R, etiam Apogea N, P, ad invicem accedunt donec jungantur in T. In Quadrante tertio R ω, quia angulus A I C, ſeu N I P denuò creſcit uſque dum maximus fiat in ω, Apogea N, P divaricantur, donec maximè diſtent in ω. In Quadrante quarto ω Q, quia angulus iterum decreſcit evaneſcitque in D, etiam Apogea N, P, ad ſe mutuo accedunt, donec iterum jungantur in Q.

*Fig. 2.*

Poſtremò notatu dignum hoc eſt: cùm Æquatio tota centri Epicycli A I C maxima ſit in φ, & ω, ejus partes Phyſicam B I C, & Opticam B I A, in φ non eſſe maximas: rurſum cùm Phyſica B I C maxima ſit in S, Optica B I A in Z; totam nihilominus neque in S, neque in Z maximam eſſe.

*Apogeum Deferentis D, in hac Hypotheſi motu æquali, ſed tardiſſimo, defertur in conſequentia ſemper, unà cum Deferente & Æquante ſuprà Mundi centrum A.*

### *Motus Planetæ in Epicyclo.*

§. 5. Peragitur ſecundùm ordinem Signorum in Epicyclo fictum ab Q verſùs E: ac proinde in ſuperiori parte Epicycli H Q E Planeta movetur ſecundùm ordinem Signorum Zodiaci; at in parte inferiori E ♁ H, fertur contra ordinem Signorum Zodiaci. Hic motus tres habet proprietates inſignes.

*Fig. 1.*

*Prima Proprietas.* In omni Conjunctione Mediâ *a* Planetæ, & Solis, Planeta eſt in Apogeo Vero N ſui Epicycli, in Oppoſitione verò Mediâ, exiſtit in Z Epicycli Perigeo Vero. Temporibus intermedijs tantus eſt Planetæ in Epicyclo motus Verus, ſive tantùm ab

*a in hoc tamen corrigetur Ptolomeus nu. 9. §. 2.*

ab Epicycli Apogeo Vero N Planeta elongatur, quantùm Sol à Conjunctione Mediâ cum Planetâ eodem tempore in Zodiaco receſſit: hoc eſt, ſi Planeta ſit in X, & linea Medij motus Solis in Zodiaco ſit A Y, tantus eſt arcus Epicycli N X ab Apogeo Vero N uſque ad Planetæ centrum X, quantus eſt Zodiaci arcus F Y, à linea A I F Veri motus centri Epicycli uſque ad A Y Medij motus Solis lineam; ac proinde linea I X ab Epicycli centro ad Planetam,
u per 33.6. & 32.1. elem. & linea Medij motus Solis A Y *u* æquidiſtant. Planeta igitur Epicyclum abſolvit tempore tanto, quantum eſt ab unâ ejus Conjunctione Mediâ cum Sole ad aliam.

Quæ mirabilis ſanè, & pulchra Planetæ ſuum Epicyclum percurrentis cum motu Solis harmonia, ut ritè intelligatur, notandum eſt in Hypotheſi Ptolemaicâ Conjunctionem Mediam Planetæ & Solis tunc accidere, quando linea Medij motus Solis tranſit per centrum Planetæ: tunc verò fieri Oppoſitionem Mediam, quando linea Medij motus Solis ex. gr. A 6, ultra Mundi centrum versùs Planetam protracta, tranſit per Planetæ centrum. Quare cùm in Mediâ Conjunctione Planetæ centrum ſit in Epicycli Apogeo Vero N, at in Oppoſitione Mediâ occupet Perigeum Verum Epicycli Z, fit manifeſtum centrum Planetæ cum Parallelâ Medij motus Solis conjungi in ipsâ lineâ Veri motus centri Epicycli A Z I N F.

*Corollarium.* Ex hac *primâ Propr.* ſequitur, ſi à motu Solis Medio ♈ L Y auferatur motus Verus ♈ L F centri Epicycli, relinqui N X Argumentum Verum, ſive motum Verum Planetæ in Epicyclo. Arcus enim F X quo Sol receſſit à Conjunctione Mediâ cum Planetâ, quæ fit in rectâ A I F, ſimilis eſt arcui N X.

Egregiè notatur hìc à Ricciolo error Purbachij, Urſtiſij, & aliorum multorum, qui Planetam malè ſtatuunt tempore ☌ Mediæ in Epicycli Apogeo Medio P; tempore ☍ Mediæ in Perigeo Medio K. Sic enim, quod toti Aſtronomiæ veteri repugnat, in ☌ & ☍ Mediâ non evaneſceret inæqualitas Secunda, cujus menſura eſt Argumenti Æquatio S A F: quæ evaneſcere non poteſt, niſi Planeta exiſtat in Apogeo Vero N, vel Perigeo Vero Z, in rectâ videlicet A I F.

Fig. 1. §. 6. *Secunda propr.* Planeta æqualibus temporibus per æquales arcus ab Epicycli Apogeo Medio P elongatur. Sequitur ex *Proprietate primâ*: quod ſic demonſtro. Sit Planeta in X, linea Medij motus Solis A Y, linea Medij motus centri Epic. A M, æquidiſtans ſcilicet lineæ C I O. Quia per *Propr.* 1. ſimiles ſunt arcus N X, F Y, & ex oſtenſis ad *defin.* 17. ſimiles ſunt arcus N P, F M, etiam reliqui P X, M Y ſimiles erunt. Itaque tantùm elongatur Planeta ab Apogeo Medio P, quantum A Y linea Medij motus Solis eodem tempore recedit ab A M lineâ Medij motus centri Epicycli. Atqui A Y ab A M æqualibus temporibus per æquales arcus Zodiaci recedit, ambæ ſiquidem moventur æqualiter *ex hyp.* Ergo etiam Planeta X in Epicyclo ab Apogeo Medio P æqualibus temporibus per æquales arcus elongatur.

Hìc verò lapſus eſt errore vel potiùs memoriâ P. Ricciolus, cùm *Almag. lib. 7. pag. 509. num. 9*, ita ſcripſit: *Tantus eſt motus Medius Planetæ in ſuo Epicyclo, quanta eſt elongatio Solis ſecundùm ſui motum Medium à mediâ Conjunctione cum Planetâ.* Quod falſum eſſe ex jam demonſtratis liquet: oſtendi enim motum Medium P X Planetæ in Epic. æqualem ſeu ſimilem eſſe arcui M Y, ac proinde inæqualem arcui F Y, quo Sol ſecundùm motum Medium elongatur à ☌ Mediâ cum Planetâ.

*Corollar.* Ex *Proprietate ſecundâ* ſequitur, ſi à motu Solis Medio ♈ L Y auferatur motus Medius ♈ L M centri Epicycli, relinqui Argumentum Medium P X. Relinquitur enim arcus M Y, quem oſtendi ſimilem eſſe ipſi P X.

*Quæres* an Planeta ab Epicycli Apogeo Vero N, etiam recedat æqualibus temporibus per arcus æquales.

*Reſpondeo* nequaquam. Nam per §. 5. tantùm Planeta X elongatur ab Apogeo Vero N, quantùm A Y linea Medij motus Solis recedit eodem tempore à lineâ A I F Veri motus centri Epicycli, in quâ fit Media ☌ Solis cum Planetâ. Atqui A Y ab A I F recedit æqualibus temporibus per arcus non æquales, cùm A I F (ut ex §. 1. patet) per Zodiacum inæqualiter moveatur, A Y verò æqualiter. Ergo etiam Planeta X in Epicyclo recedit ab Apogeo Vero P per arcus non æquales.

§. 7. *Tertia Propr.* Planeta celeriùs movetur in Epicyclo, eumque citiùs abſolvit, quando & quamdiu Fig. 2.
Epicycli centrum I eſt in ſuperiori Deferentis portione F D S, quam determinat recta S F non per B centrum Deferentis (in quo rurſum errant plerique) ſed per Æquantis centrum C ad lineam Apſidum L V perpendicularis: movetur verò tardiùs Planeta in Epicyclo, quando & quamdiu Epicycli centrum eſt in portione Deferentis inferiori S R F. Sequitur ex *Proprietate ſecundâ* & ex *dictis* §. 2. *de motu Apogei Medij*: quod ſic demonſtro. Ordo Signorum in Epicyclo fingatur ſecundùm ſeriem litterarum G O X K, quem ſolùm hìc attendemus. Planeta X movetur in Epicyclo S. O. Sign. G O X K; & Apogeum Medium P libratur ultra citraque concavitatis
punctum O, modò. S. O. Sign. G O X K *i* accedendo ad Planetam X, modò. C. O. Sign. à Planetâ re- i per §. 2.
cedendo. Quare, cùm *m* Planeta æqualibus tempo- m per propr. 2. § 6.
ribus per æquales arcus ab Apogeo Medio P elongetur, neceſſe eſt Planetam in Epicyclo ferri celeriùs, cùm Apogeum Medium P motum. S. O. Sign. ad Planetam X accedit, tardiùs verò cùm Medium Apogeum P motum. C. O. Sign. à Planetâ recedit. Atqui Apogeum Medium P movetur. S. O. Sign. G O X K. centro Epicycli percurrente arcum Deferentis F D S, & Apogeum Medium fertur. C. O. Sign. adeoque abit à Planetâ, centro Epicycli percurrente arcum S R F. Ergo Planeta percurrit Epicyclum celeriùs, centro Epic. permeante arcum F D S, tardiùs verò centro Epic. percurrente arcum S R F. Univerſim autem inæqualitas motus Planetæ in Epicyclo breviter ſic oſtenditur. Motus æqualis à termino non fixo, ſed moto inæqualiter, abſolutè eſt inæqualis. Sed talis eſt Planetæ motus in Epicyclo: recedit enim ſemper æqualiter ab Apogeo Medio, cujus libratio ultra citraque O inæqualis eſt. Ergo motus Planetæ in Epicyclo abſolutè inæqualis eſt.

Hactenus Ptolomæi Hypotheſim expoſuimus. Deinceps quomodo Phœnomenis *num.* 3, recenſitis ſatisfaciat, videamus.

## NUMERUS VI.

### *Per hanc Hypotheſim quomodo Phænomenis ſatisfiat.*

#### *Salvatur prima inæqualitas.*

Fig. 1. §. 1. QUæ ad primam inæqualitatem ſpectant recenſita *num.* 3. §. 2. 3. 4, ſalvantur per motum centri Epicycli I, (in quo tunc concipitur eſſe centrum Planctæ) irregularem quidem in Deferente DIR ω, ſed regularem in Æquante GOβδ, ac proinde irregularem in Zodiaco & reſpectu centri Mundi A, ut *num.* 5. §. 1. expoſui, ex tali quippe motu planetæ per Deferentem contingit, ut in centro Mundi A, appareat Æqualibus temporibus arcus inæquales in Zodiaco abſolvere, quod obſervatio requirebat 2. §. & ut circa Apogeum Deferentis D motus Planetæ in Zodiaco videatur tardiſſimus, circa Perigeum verò R celerrimus, quo ſatisfit §. tertio; & ut bis intra unius revolutionis tempus, nimirum in Apogeo Deferentis & Perigeo, evaneſcat omnis inter motum Verum ac Medium differentia, ſive Æquatio, quo ſatisfit quarto §. Quæ omnia demonſtrantur eodem modo, ut in Sole *lib.* 1. *num.* 23, & *ibidem num.* 25. *Propr.* 1. 11. 7. Vide etiam *Poriſma num.* 27. *lib.* 2. ubi Apparentis in Zodiaco inæqualitatis geometrica demonſtratio exhibetur.

Inæqualitas, ſive inæqualis duratio revolutionum Planetæ ab uno puncto Zodiaci ad idem (de quâ *num.* 3. §. 1.) prout ad primam inæqualitatem ſpectat (magis quippe ad ſecundam pertinere quàm ad primam monui *num.* 3. §. 4.) non differt ab eâ. quam inter ſe habent revolutiones centri Epicycli ab uno Zodiaci puncto ad idem; quandoquidem hic centrum Planctæ in ipſo Epicycli centro, ſive in lineâ AIF Veri motus centri Epic. ſtatuatur. Ea verò exponitur ac demonſtratur per motum illum tardiſſimum Apogei Deferentis D in conſequentia, prorſus ut in Sole *lib.* 1. *num.* 48, & apparet tunc ſolùm (ſi tamen ipſam ſinat ejus exilitas apparere) cùm revolutiones dictæ in ☌ vel ☍ Planetæ cum Sole & incipiunt & finiunt.

#### *Salvatur inæqualitas ſecunda.*

Fig. 1. §. 2. Pars inæqualitatis ſecundæ præcipua, quam retuli *num.* 3. §. 6, pulcherrimè demonſtratur per motum Planetæ in Epicyclo expoſitum *num.* 5. §. 5. Cùm enim tam a Planeta ſuperiorem Epicycli partem HQE, quàm centrum b Epicycli Eccentricum percurrens moveantur ſecundùm O. S. Zodiaci; liquet motum Planetæ per ſuperiorem Epicycli partem in quâ eſt Apogeum Q, favere motui centri D ſub Zodiaco: ac proindè Planetam tunc procedere per Zodiacum motu duplicato, uno videlicet ſibi proprio in Epicyclo, altero ipſius centri D, quo ipſe unà cum Epicyclo defertur. Atqui Planeta ante & poſt ☌ cum Sole percurrit ſuperiorem Epicycli partem, in ipſâ enim ☌ eſt in Vero Apogeo c Epic. Q. Patet igitur cur ante & poſt ☌ cum Sole celerrimè per Zodiacum videatur moveri. Rurſum, quia motus Planetæ per Epicycli partem inferiorem fit C. O. Sign. Zod. ex E per ↓ versùs H, is tunc adverſatur motui centri D, quo Planeta unà cum Epicyclo per Zodiacum defertur S. O. Signorum. Atqui Planeta decurrit inferiorem partem Epic. ante & poſt ☍ cum Sole, cùm in ☍ ipſâ ſit in d Perigeo Vero ↓. Liquet igitur cur ante & poſt ☍ cum Sole progreſſio Planetæ per Zodiacum tantopere retardetur. Inde tamen nondum apparet cur Planeta fiat Retrogradus. Ad hoc enim requiritur non ſolùm ut Planeta in Epicyclo feratur C. O. Sign. Zod. ſed inſuper ut D ↓ radius Epic. ad ↓ A diſtantiam d Perigei Epic. à centro Mundi majorem habeat rationem, quam velocitas centri Epic. ad velocitatem Planetæ in Epicyclo. Ineſſe porrò hanc conditionem Planetis quinque minoribus, adhæc in quibus punctis Epic. incipiant Stationes, & in quo puncto Retrogradatio, ac proinde quanti ſint arcus progreſſionis Directæ, Stationum, & Retrogradationis, demonſtrabitur *lib.* 7.

a per §. 5. num. 5.
b per §. 1. num. 5.
d *Ibid.*
d *oſtendam n.* 20. *l.* 7.

§. 3. Interim ex modò dictis facilè apparet cur (quod *num.* 3. §. 7. fuerat obſervatum) Planetæ progreſſio Directa in Zodiaco ſit Retrogradatione velocior; quia nempè ad Progreſſionem Directam concurrunt & motus centri Epic. & motus Planetæ in Epic. S. O. Sign. Zod. Retrogradationem verò cauſat ſolus Planetæ per Epic. motus C. O. Sign. Zodiaci (adjunctâ tamen conditione ſuperiùs indicatâ) motum centri Epic. elidens & ſuperans.

§. 4. Quod autem (ut *num.* 3. §. 8. retulimus obſervatum) comparando progreſſionem Directam Planetæ unam cum alterâ, & Retrogradationem unam cum alterâ (in diverſis nempè revolutionibus Solis ad Planetam) eæ non ejuſdem ſemper velocitatis vel tarditatis reperiantur, oritur partim ex inæquali velocitate Planetæ in Epicyclo, de quâ vide §. 7. *num.* 5. partim ex inæquali motu centri Epicycli per Zodiacum, ſalvante inæqualitatem primam, ut expoſui §. 1.

Cur longiori tempore duret una progreſſio Directa quàm altera, & una Retrogradatio, quàm altera, tum ex jam dictis, tum ex iis quæ *lib.* 7. dicturi ſumus, intelliges.

§. 5. Quòd verò etiam revolutiones integræ Solis ad Planetam ut *num.* 3. §. 5. eſt obſervatum, tempore non æquali abſolvantur, rurſum fit partim ex motu inæquali centri Epicycli per Zodiacum, oſtenſo *num.* 5. §. 1, partim ex diverſâ velocitate Planetæ in Epicyclo probatâ *num.* 5. §. 7. quod ſic oſtendo. Conjunctio Media Solis cum Planetâ fit in lineâ AIF Veri motus centri Epicycli, quando nimirum centrum Planetæ & linea Medij motus Solis coincidunt in rectâ jam dictâ AIF, ut patet ex dictis *num.* 5. §. 5. Atqui ob inæqualem progreſſum centri Epicycli I per Zodiacum linea AM Medij motus Solis digrediens à lineâ AIF, modò tardiùs ad eandem redit, modò citiùs; & Planeta ſimiliter ob diverſam in Epicyclo velocitatem etiam ipſe à rectâ AIF digrediens, modò citiùs ad eamdem revertitur, modò tardiùs. Ergo ex duplici illâ cauſâ revolutio Solis ad Planetam jam minori tempore abſolvitur, jam majori. Fig. 1.

§. 6. Inæqualitas revolutionum Planetæ ab uno puncto Zodiaci ad idem, prout ad ſecundam inæqualitatem pertinet, & multò major eſt eâ, quam expoſui ſub finem. §. 1, in hac Hypotheſi ſic oſtenditur. Sub initium revolutionis ſit Planeta in Q Apogeo Vero Epicycli, ac proinde & centri Epicycli D, & Planetæ unus ſit idemque in Zodiaco locus L. Quoniam revolutiones Planetæ per Zodiacum, & Epicyclum non ſunt æquales, ut patet ex *num.* 3. §. 1. & 5, manifeſtum eſt ſub finem revolutionis per Zodiacum Planetam poſſe exiſtere in alijs atque alijs Epicycli punctis. Fig. 1.

punctis. Exiſtat ergo ſub revolutionis finem in puncto 2, ſitquè tum locus Planetæ in Zodiaco punctum 5. Incipiant ergo tam centrum Epicycli quàm centrum Planetæ ſimul recedere à lineâ ADQL in conſequentia versùs S. Quando igitur D centrum Epic. Zodiaco peragrato redierit in L, Planeta jam tranſilierit punctum L, eritque in 5. Quare tempus revolutionis Planetæ per Zodiacum minus eſt tempore revolutionis centri Epicycli per Zod. eâ temporis quantitate, quâ percurritur arcus L 5. Quòd ſi Planeta ſub revolutionis finem ſit in Epicycli puncto 3, tempus revolutionis Planetæ per Zod. excedet tempus revolutionis centri D, eo tempore quo percurritur arcus 4 L. Quare ſi revolutio Planetæ prior comparetur cum poſteriore, tempus poſterioris excedet tempus prioris eo tempore, quo percurritur arcus totus 4 L 5.

§. 7. Poſtremò liquet in hac Hypotheſi, quomodo in ☌ & ☍ Planetæ cùm Sole ſecunda inæqualitas evaneſcat; quod *num.* 3. §. 10. obſervabatur. Planeta enim per §. 5. *num.* 5. in ☌ & ☍ cum Sole eſt in lineâ AZINF Veri Apogei ac Perigei Epicycli: quare tunc linea AXS Veri motus Planetæ eadem eſt cum AZINF, ac proinde SAF Æquatio Anomaliæ Orbis, ſeu Argumenti, qui eſt menſura inæqualitatis ſecundæ, neceſſariò evaneſcit. Nulla igitur differentia tum eſt inter motum Verum Planetæ, & motum Verum centri Epicycli, quem determinat recta AZINF, adeoque ſecunda inæqualitas etiam nulla eſt.

*Salvatur Planetarum incrementum ac decrementum Apparens.*

*Fig.* 1.
m *per* §. 5. *num.* 5.

De quo §. 11. *num.* 3. Ratio hujus Phœnomeni in promptu eſt. Planeta enim *m* Soli conjunctus eſt in N Apogeo Epicycli, Soli oppoſitus in Z Perigeo. Quare in ☌ maximè diſtat à Mundi centro A, in ☍ minimè. Quod autem hæ ipſæ diſtantiæ maximæ inter ſe collatæ ſint inæquales, ſint item inæquales & minimæ, inde fit, quia centro Epicycli accedente ad Deferentis Apogeum D, ac proinde longiùs à Mundi centro A recedente, neceſſe eſt etiam Epicycli Apogeum N, longiùs à Mundi centro removeri. Quare ſi Planeta exiſtat in Q Apogeo Epicycli, quando centrum Epicycli attingit D Apogeum Deferentis, Planeta erit ἀπογειότατος, ſeu maximè Apogeus, hoc eſt remotiſſimus à Terrâ. Contra verò Epicycli centro accedente ad Perigeum Deferentis, tam ipſum, quàm Perigeum Epicycli fit Mundi centro vicinius: ac proinde ſi Planeta ſit in Epicycli Perigeo θ, cùm centrum Epic. eſt in R Perigeo Deferentis, Planeta erit περιγειότατος, ſeu maximè Perigeus, hoc eſt Terræ viciniſſimus.

NUMERUS VII.

*Modus Geometricè ſupputandi ad datum tempus Vera loca ♄ ♃ ♂ in hac Hypotheſi.*

*Fig.* 1.

CUm ſolum hîc intendamus formam calculi exponere, ſupponuntur jam data, quæ poſtea reperientur, nimirum motus Æqualis Apogei Deferentis ♈ L, motus Æqualis, ſeu Medius centri Epicycli ♈ LM ad datum tempus uterque; radius Deferentis BI, Eccentricitas AC, ejuſque ſemiſſes AB, BC, radius Epicycli IX. In ſchemate autem ſupponuntur circuli & lineæ Hypotheſeos deſcriptæ ac definitæ *num.* 4. His ergo datis, invenire oporteat Planetæ Verum motum ♈ LS ad tempus datum.

§. 1. Apogei motum ♈ L aufer à Medio motu ♈ LM centri Epic. ita notus erit arcus LM, ſive GO Anomalia Media Eccentrici (vide *def.* 12. & 13. *num.* 4.) adeoque angulus DCO, ſeu DCI etiam notus erit. Aufer DCI à Grad. 180, fietque notus ICB. In triangulo igitur BCI cùm dentur angulus ICB, & duo latera, BI radius Eccentrici, BC ſemiſſis Eccentricitatis AC, ex his reperietur *o* BIC Æquatio Phyſica, quam ſerva. Deinde, quia IBA externus *d* æquatur duobus internis jam notis BIC, & ICB, etiam ipſe notus erit. In triangulo igitur ABI cùm dentur IBA & latera BI radius Deferentis, AB ſemiſſis altera Eccentricitatis, non latebit *m* AI diſtantia centri Epic. à Mundi centro, & AIB Æquatio Optica; quæ juncta Phyſicæ BIC, dabit angulum AIC, hoc eſt arcum *n* FM, Æquationem totam centri Epicycli. Hæc in priori Anomaliæ ſemicirculo DIR (ut in hoc ſchemate contingit) dempta motui Medio centri Epic. ♈ LM, addita verò in poſteriori Rω, D dabit motum Verum centri Epic. ♈ LF ad tempus datum.

o *per probl.* 11. *cap.* 3. *Geo. pract.*
d *per* 32. 1. *elem.*
m *per prob.* 10. *cap.* 3. *Geo. pract.*
n *vide def.* 17. *n.* 4.

§. 2. Inquire ad t. d. Medium *o* Solis motum ♈ LY: à quo aufer motum Verum centri Epic. ♈ LF: ita notus fiet arcus FY, hoc eſt *i* NX Argumentum Verum: quo dempto à Grad. 180, notus erit arcus XZ, adeoque & angulus XIA. In trigono igitur AIX cùm dentur angulus XIA, & latera duo, AI diſtantia centri Epic. à centro Mundi, IX radius Epicycli; ex his *p* innoteſcet AX diſtantia Planetæ à centro Mundi ad t. d. & angulus XAI, ſive arcus FS Æquatio Argumenti, ſeu Anomaliæ Orbis: quæ in priore Anomaliæ Orbis ſemicirculo NXZ (ut in hoc ſchemate) addita motui Vero centri Epic. ♈ LF, dempta verò in poſteriori ZπN, dabit motum Planetæ Verum ♈ LS ad tempus datum in ſuâ orbitâ.

o *per n.* 54. *lib.* 1.
i *per Corol.* §. 5 *n.* 5.
p *per prob.* 10. *cap* 3. *Geo. pract.*

NUMERUS VIII.

*Quare Ptolomæus introducto Æquante Eccentricitatem biſecuerit.*

*Fig.* 1.

PTolomæus, ut *num.* 4. *in definitionibus, & num.* 5. §. 1. expoſuimus Eccentricitatem AC, quæ baſis eſt Æquationis AIC debitæ inæqualitati primæ, biſecuit, & ſemiſſem ejus AB ſolùm attribuit Deferenti Epicyclum BDIRω: totam verò aſſignavit Æquanti CGOβδ, quem voluit eſſe menſuram & vehiculum æqualis motus I centri Epicycli (ipſiuſque adeo Planetæ) quamvis illud non in Æquante, ſed in Deferente ſtatueret: unde conſequens neceſſariò fuit, ut centrum I in proprio ſuo circulo inæqualiter moveretur. Mirum iſtud tyronibus Aſtronomiæ videri poſſit; & meritò ſanè, quando ejus rei cauſam etiam magni Aſtronomi ignoraverunt. Keplerus ſiquidem in *Myſterio coſmog. cap.* 22. & Mæſtlinius *ibidem* in appendice, arbitrati ſunt Ptolomæum id cæcâ conjecturâ ductum præſtitiſſe. In quo quidem illi vehementer errant, ut egregiè oſtendit Ricciolus *Almag. lib.* 7. *ſect.* 2. *cap.* 1. *ſch.* 1. & *cap.* 6. *prop.* 5. à quo iſthic dicta clariùs adjecto ſchemate exponam.

Videtur igitur advertiſſe Ptolomæus ſi tota ſemper

per & eadem Eccentricitas A C primæ inæqualitati debita, tribuatur Deferenti, ſic ut is ſit circulus G O β δ centrum habens in C, Æquationes centri Epicycli crebrò injuſtas prodire, & circa Perigeum β juſtò majores. Id porrò deprehenderit locum Planetæ ex ſupputatione juxta methodum *num. præc.* collectum, conferendo cum Planetæ loco per *num.* 1. obſervato. Quare ut Æquationes centri hoc vitio liberaret, retinuit quidem Eccentricitatem totam A C, tamquam baſim Æquationis deſideratæ, ſed ejus tantùm ſemiſſem A B Deferenti aſſignavit, ſic ut Deferens centri Epic. eſſet D φ R ω, ejuſque centrum in B. Quo artificio eſt aſſecutus ut Æquationes centri circa Perigeum juſto aut ferè juſto decremento minuerentur, augerentur verò circa Apogeum. Res ex ſchemate fiet manifeſta. Eſto primùm
Fig. 4. Deferens G O β δ, centrum habens in C, & Epicycli centrum ſit propè Perigeum β in P; ductiſque rectis C P, A P, Æquatio centri Epic. eſto C P A, quam, ut dixi, deprehendit eſſe juſto majorem. Statuatur deinde Deferens in D φ R ω centrum habens in B puncto medio Eccentricitatis totius A C; ſumptoque arcu R I æquali ipſi β P, ſit Epicycli centrum in I. Manifeſtum eſt ductis rectis C I, A I Æquationem centri Epic. C I A, in pari diſtantiâ à Perigeo minorem jam eſſe priori C P A; ac proinde vitioſum ejus exceſſum ſic reſecari: quod erat intentum.

Fig. 1. & 4. Secundò animadvertit Ptolomæus ſi Deferenti tota Eccentricitas A C tribuatur, ſic ut ipſe ſit in G O β δ, centrumque ejus in C, diſtantias centri Epicycli propè Apogeum G eſſe nimis magnas, circa Perigeum β nimis parvas; ac proinde ſi eadem ſemper Epicycli Semidiameter retineatur, Æquationes Argumenti etiam injuſtas provenire, & longè evidentiùs circa Perigeum majores quàm ferant Planetarum loca obſervata. Hunc exceſſum eâdem illâ Eccentricitatis biſectione temperavit. Sit enim primò (ut
Fig. 4. *ſupra*) Deferens in G O β δ ejuſque centrum in C; Epicycli centrum in P propè Perigeum β; Planeta in X; ductiſque è Mundi centro A rectis A P, A X, Æquatio Argumenti ſit X A P. Hanc, ut dixi, Ptolomæus invenit juſtà majorem. Detur deinde Deferenti Eccentricitatis tantum ſemiſſis A B, ſic ut ipſe ſit in D φ R ω, ejuſque centrum in B; ſumptoque rurſum arcu R I æquali ipſi β P, centrum Epicycli jam ſit in I, Planeta verò in X, eandem habens Anomaliam Orbis N X, quam in ſitu priori P. Manifeſtum eſt Æquationem Argumenti X A I jam eſſe minorem priore X A P; adeoque ſic reſecari exceſſum obſervationibus repugnantem, quod erat propoſitum. Quare non caſu, aut cæcâ conjecturâ, ſed magno conſilio atque ingenio Ptolomæus Æquantem circulum biſectionemque Eccentricitatis adhibuit.

Fatendum eſt nihilominus diſcrepantiam prædictam loci Planetæ obtenti per calculum, ab obſervato, à Ptolomæo emendatam eſſe quidem, ſed non penitus ſublatam. Multò id ſanè exactiùs obtinebitur, ſi Æquante & Eccentricitatis biſectione omiſſis, aut Eccentricitas, aut Epicycli ſemidiameter, aut ſimul utraque varientur, ut oſtendam *infra num.* 10.

## NUMERUS IX.

### *Quæ in Hypotheſi antiquâ Ptolomaicâ ♄, ♃, ♂ videantur deſiderari.*

§. 1. IN primis Copernico, Tychoni, Longomontano diſplicet Eccentricitatis biſectio, quòd hæc efficiat, ut a Planeta, ſive Epicycli centrum mo- a *Vide* §. 2. *num.* 5.
tu realiter inæquali moveatur, æqualitatem obtinens nonniſi fictitiam in Æquante. At non diſplicuit Keplero, non Bullialdo, qui Planetas omnes per Ellipſeos perimetrum circumducunt, atque Eccentricitatem biſectam conatu ſummo, quamvis Ellipſis (ut apparet) amore potiſſimùm ducti, tuentur. Cur verò id haberi debeat abſurdum, ego quidem prorſus non video, cùm nobis minimè conſtet utrùm Planetæ pluribus de facto motibus agantur, an ſpiralem lineam ex pluribus motibus compoſitam, motu unico immediatè percurrant. Quod poſtremum ſi verum eſt, erit Planetæ motus verè & ſimpliciter irregularis. Quid igitur peccat Ptolomæus, ſi motum Planetæ faciat inæqualem in Hypotheſi, qui fortè talis eſt realiter & abſolutè? Præſertim cùm æqualitas motus eo maximè conſilio ſit in Hypotheſes introducta, ut calculo facilitas conciliaretur, quam æquè ac illi, Æquante ſuo Ptolomæus eſt aſſecutus.

§. 2. Iſtud magis Ptolomæo obeſt, in quo ipſum Aſtronomi uſque ad Tychonem omnes, Copernicus etiam ipſe & Lansbergius ſunt imitati, quòd ſecundæ inæqualitatis principium (ut dixi §. 5. *num.* 5.) ducat à Conjunctione Solis cum Planetâ non Verâ, ſed Mediâ, & Argumentum, ſeu Anomaliam Orbis, ejuſque Æquationes inveſtiget adhibendo motum Solis Medium, cùm debuiſſet Verum. Quamvis enim propè ♂ & ♀ Planetæ cum Sole, locus adhibito Medio Solis motu ſupputatus non multùm diſſideat à loco obſervato: tamen extra ♂ & ♀ diſſidium valdè ſenſibile deprehenditur; nullum verò aut ſaltem longè minus, ſi Solis Motus Verus adhibeatur. Ex quo patet inæqualitatem ſecundam evaneſcere in ♂ & ♀ Planetæ cum Sole non Medijs, ſed Veris, ejuſque menſuram a Solis motu non Medio, ſed Vero eſſe derivandam.

§. 3. Poſtremò etiamſi ad inveſtigationem Argumenti & Æquationum ejus, Veri Solis motus adhibeantur, nihilominus Planetæ locus juxta leges Ptolomaicæ Hypotheſeos ſupputatus, non ſatis adhuc convenit cum obſervato, præſertim in *Marte*. Ratio eſt, quia licet Deferenti aſſignando tantùm ſemiſſem Eccentricitatis totius calculi & obſervationis diſſidium minuatur, non tamen penitùs tollitur, eò quòd in hac Hypotheſi tam Deferentis Eccentricitas quamvis diminuta, quàm Epicycli Semidiameter, ſemper eædem permaneant, cùm debuiſſent vel utræque, vel ſaltem alterutra certis legibus (ut *num. ſeq.* dicam) variari.

Volui nihilominus hanc Hypotheſim exactè & clarè exponere, quòd ea Ptolomæi ſit, & totius doctrinæ Planetariæ fundamenta contineat.

# CAPUT III.

## Proponitur & exponitur Hypotheſis nova ♄, ♃, ♂ in longitudinem.

E St ea *Ioannis Baptiſtæ Riccioli* Aſtronomi præſtantiſſimi Societatis Jeſu, quam exponit ipſe *Almageſti ſui lib. 7. ſect. 2. cap. 6.* Ego eam paulò aliter concinnatam hic exhibebo.

### NUMERUS X.

### *Nova Hypotheſis ♄, ♃, ♂.*

*Fig. 6.* §. 1. Zodiacus eſto ♈ ♉ H T; ejus ac Mundi centrum A; diameter H A ψ, Eccentricus ſit β V Ł δ X; Apogeum ejus E; Perigeum X, linea Apſidum H E A X ψ, eadem nempè quæ diameter; Eccentricitas minima ſit A B, maxima A D, harum differentiâ B D biſectâ in G, Eccentricitas Media, ſeu mediocris, ſit A G. Deſcribatur autem centro G circa diametrum B D circellus: juvabit is conceptum librationis centri Epicycli mox exponendæ.

§. 2. Centrum Epicycli, quod in primâ inæqualitate eſt idem cum centro Planetæ ab Apogeo E versùs V in conſequentia movetur motu æquali per peripheriam Eccentrici, eamque abſolvit eâ temporis quantitate, quæ ſingulis convenit Planetis, ut dixi *num.* 3. §. 1. Interim verò centrum Eccentrici per circelli diametrum B D deſcendit aſcenditque hunc in modum.

§. 3. Epicycli centro exiſtente in Apogeo E, centrum Eccentrici eſt in D, cujus tum maxima eſt Eccentricitas A D. Cùm Epicycli centrum confecit unum Quadrantem E β, centrum Eccentrici eſt in G circelli centro, haberurque Eccentricitas Media A G. Quando centrum Epicycli eſt in Perigeo X, centrum Eccentrici eſt in B, fitque minima Eccentricitas A B. Percurſis ab Epic. centro Quadrantibus tribus Anomaliæ E β X δ, centrum Eccentrici rurſum eſt in G. Denique Epic. centro reverſo ad Apogeum E, centrum Eccentrici denuò aſcendit in D.

Univerſim centrum Eccentrici per circelli diametrum B D aſcendendo ac deſcendendo, ipſam perpetuò eâ proportione ſecat, quâ V Y ſinus Anomaliæ Medij Eccentrici E V ſecat Eccentrici diametrum E X: ut ſi Epicycli centrum confecerit Anomaliæ arcum E V, cujus ſinus eſt V Y, centrum Eccentrici erit in puncto I, ſic ut D I ſit ad I B, ſicut E Y ad Y X. Cùm centrum Epic. eſt in ſecundo Quadrante in Z, attenditur ſinus Z θ arcus Z X, qui eſt complementum Anomaliæ E Z ad Grad. 180; ſi in tertio in ω, attenditur ſinus ω θ arcus X ω, quo Anomaliæ E Z X ω excedit Grad. 180; ſi in quarto in φ, cape ſinum φ Y arcus φ E, qui eſt Anomaliæ E Z X φ complementum ad Grad. 360. In ſchemate unus exhibetur ſitus Eccentrici, centrum videlicet habentis in I.

Elegit porrò Ricciolus Eccentricitatis variationem hujuſmodi, quia poſt multam ac diuturnam collationem calculi cum obſervatione comperit, hâc aſſumptâ, propè veras ☌ Planetæ cum Sole, & in ipſis veris ☍, cùm (ut oſtendi *num.* 9. §. 2.) ſola prima inæqualitas dominatur, Æquationes centri A V I, ſeu T Q, juſtiores provenire, adeò ut loca Planetæ ſupputata cum obſervatis, ſatis exactè conſentiant. Et quidem omninò decreſcere proportione jam dictâ Eccentricitatem ab Apogeo ad Perigeum, liquidò apparebit ex *num.* 24.

Atque hæc eſt pars prima Hypotheſeos, quâ ſatisfit inæqualitati primæ.

§. 4. Ut ſalvetur ſecunda inæqualitas, Planeta volvitur per Epicyclum, ſic ut in omni ☌ verâ Planetæ cùm Sole (ſic enim oportere oſtendi *num.* 9. §. 2.) Planetæ centrum ſit in M Apogeo Vero Epicycli, & in omni Verâ ☍, in Perigeo Vero L: extra verò hos articulos tantus eſt Planetæ in Epicyclo motus M S ab Apogeo Vero M, quantus eſt Solis motus Verus à Verâ ☌ cum Planetâ, ſive quantus eſt Zodiaci arcus Q 4, quo Sol receſſit à lineâ A V M Q Veri loci centri ac Apogei Epicycli. Ita quidem phœnomenis pleriſque ſatisfit; Æquationes tamen, niſi varietur Epicyclus, non ſatis juſtæ reperiuntur. Vult igitur Ricciolus Epicycli radium ab Eccentrici Apogeo E uſque ad Perigeum X perpetuò decreſcere, ſic ut maximus ſit in Apogeo, minimus in Perigeo. Proportiones autem iſtius decrementi eaſdem conſtituit, quibus ſuprà ab Apogeo ad Perigeum decrevit Eccentricitas: ita enim horum Planetarum loca ſupputata cum obſervatis convenire. Verum, cùm ſtante hoc decremento Epicycli, Ricciolus Planetæ motum in Epicyclo non ſatis declaret, ſuamque Hypotheſim fateatur non habere Geometricam acribiam, eam illi conciliare hic conabimur.

§. 5. Epicyclus maximus pro Apogeo Eccentrici eſto E M S, minimus pro Perigeo E 2 N, interque hos infiniti alij medij concipiantur eodem E centro deſcripti. Centro Epicycli exiſtente in Apogeo E, Planetæ centrum ſit in maximi Epicycli puncto quovis S, ad quod ducatur ex centro Epic. recta E N S, ſitque radij maximi, & minimi differentia N S. Deinde recta E S, ſeu V S ſecum perpetuò deferens Planetæ centrum moveatur per Epicycli maximi omniumque intermediorum peripherias, juxta leges §. 4. præſcriptas, nimirum ut in omni Verâ ☌ & ☍ Planetæ cum Sole, recta E S ſeu V S, ſit in lineâ Apogei Veri Epicycli A E M, ſeu A V M; extra verò hos articulos tantus ſit rectæ V S motus M S ab Apogeo Vero Epic. M, quantus eſt motus Verus Solis à ☌ Verâ cum Planetâ, hoc eſt à lineâ A M Q. Porrò rectæ V S, Planetam Deferentis motum in Epicyclo exhibet non ſolùm arcus M S Epicycli maximi, ſed etiam cujuſlibet Epicycli intermedij arcus ex. gr. 5 C; omnes enim arcus concentrici ſunt, ijſdemque radijs V M, V S intercepti, ac proinde inter ſe, *per Cor. 3. p. 33. lib. 6. elem.* Atque ita obtinetur anologia debita motus Planetæ in Epicyclo cum motu Solis. Supereſt ergo ut decrementum Epicycli cum dictâ anologiâ conjungamus. Id verò præſtabit Planetæ deſcenſus aſcenſuſque per differentiam S N, hoc modo. Cùm Epicycli centrum eſt in E Apogeo Eccentrici, Planeta ſit in rectæ E S ſummitate S. Quo autem tempore centrum Epicycli percurrit primum Anomaliæ ſemicirculum E Z X, Planeta deſcendat per totam differentiam S N; & centro Epicycli percurrente ſemicirculum ſecundum X δ E, Planeta rurſum aſcendat per eandem differentiam totam N S. Hic porrò aſcenſus, & deſcenſus ita peragatur, ut centrum Planetæ differentiam S N, eâ ſemper proportione ſecet, quâ (V Y) Sinus Anomaliæ Mediæ centri Epic. (E V) ſecat diame-

trum

trum Eccentrici E X, planè ut fiebat §. 3. in aſcenſu ac deſcenſu centri Eccentrici per rectam D B.

Itaque cùm Epicycli centrum ab Apogeo E proceſſerit in V, Planeta deſcendit in ſuâ lineâ deferente ab S in C, ſic ut S C ſit ad C N, ut E Y ad Y X. Et Epicycli centro delato in β, Planeta deſcendit in O ſic ut S O ſit ad O N, ut E I, ad I X. Epicycli centro ulteriùs progreſſo in Z, etiam Planeta ulteriùs deſcendit in P, eſtque S P ad P N, ut E θ ad θ X. Demùm ubi centrum Epicycli attigerit Perigeum X, Planeta, percursâ differentiâ totâ S N, ſiſtitur in N. Deinde centro Epicycli peragrante ſecundum Anomaliæ ſemicirculum X δ E, Planeta iiſdem legibus ex N iterum aſcendit versùs S; & Epicycli centro reverſo ad Apogeum E, etiam Planeta redit ad lineæ deferentis ſummitatem S. Interim verò dum Planeta per rectam ſuam deferentem ſic aſcendit, deſcenditque, recta illa ipſa Planetam ſecum deferens, movetur in orbem circa centrum commune Epicyclorum ad leges præſcriptas ſuprà, ac proinde Planetæ motum Soli analogum non ſolùm in Epicyclo maximo, ſed etiam in minimo infinitiſque intermediis deſignat. Quo fit ut ſalvâ acribiâ & concinnitate Geometricâ, per motum circularem & rectum obtineatur, & Soli analogus Planetæ per Epicyclum motus, & decrementum continuum Epicycli ac radii ejus, ab Eccentrici Apogeo ad Perigeum: quod *ſupra* requiri diximus, ut Æquationes Argumenti S A E, C A V, O A β, P A Z, N A X, P A ω &c, quibus ſecunda inæqualitas exæquatur, juſtæ proveniant. Et omninò decreſcere hac proportione Epicycli radium ab Apogeo ad Perigeum, liquebit ex *num.* 26. §. 4.

Definitiones ad hanc Hypotheſim ſpectantes intelliguntur ſatis ex definitionibus Hypotheſeos Ptolemaicæ *num.* 4.

## NUMERUS XI.

### *Forma ſupputationis Geometricæ ad datum tempus locorum in Zodiaco ♄. ♃. ♂. juxta hanc Hypotheſim.*

*Fig.* 6. SUppoſitis lineis, circulis, & punctis hujus Hypotheſeos *præcedenti Numero* deſcriptis expoſitiſque, ad datum tempus Epicycli centrum ſit in V, Planetæ in C. Ex I, quod pro tempore dato eſt centrum Eccentrici, & à centro Mundi duc rectas I V, A V Q, & A T parallelam ad I V, nec non per centrum Planetæ rectam A C R. Erit igitur ad t. d. ♈ Q motus Verus centri Epicycli; ♈ Q T motus ejuſdem Medius; ♈ H motus Apogei Eccentrici; ♈ R motus Verus Planetæ, quem oportet ſupputare.

Quoniam verò hic ſolùm proponitur ſupputationis forma, ſupponemus eſſe data, quæ poſteà invenientur locis in margine annotatis: nimirum motum

r *Vide nu.* 23. r Apogei ♈ H, motum s Medium Planetæ, ſeu centri Epic. ♈ Q T, item Eccentricitatem minimam t

s *vide n.* 21 A B, maximam D, A harum differentiam B D; ra-

t *Vide n.* 24 dium u Epicycli maximum V S, minimum u V N,

u *vide nn.* 26. horum differentiam N S; omnia in partibus radii Eccentrici 100000. His ergo poſitis,

§. 1. Eccentricitatem A I congruentem tempori dato, inquires hoc modo. Apogei motum ♈ H aufer

a *vide def.* 12 & 13. *num.* 4. à motu Medio ♈ H T centri Epicycli; ita notus erit arcus H T, ſive E V a Anomalia Media Eccentrici,

b *in tabulis ſin.* quæ ſi minor ſit Grad. 90, quære b Sinum ejus verſum E Y in partibus Sinus totius E I 100000, qui eſt ipſe radius Eccentrici. Tum fiat ut tota Eccentrici diameter E X nempè 200000, ad E Y Sinum verſum, ita D B circelli diameter, differentia nempè Eccentricitatis maximæ, & minimæ ad Quartum, nempè D I. Cùm ergo ſit c ut E X ad E Y, c *patet ex* §. 3. *nu.* 10.

ita D B, ad D I, & tria prima dentur in partibus radii Ecc. I E, etiam Quartum D I in iiſdem partibus erit notum. Sed etiam A D Eccentricitas maxima in iiſdem partibus datur. Ergo ſi D I auferas ab Eccentricitate maximâ A D, relinquetur A I Eccentricitas quæſita ad t. d. in iiſdem quoque partibus Radii E I nota.

Si anomalia Media Eccentrici ſit E V X φ finita in Quadrante quarto, eam aufer à Grad. 360 ut notus fiat arcus E φ, cujus Sinum verſum E Y quære, & operare ut *ſupra*.

Si Anomalia ſit E Z, finita in Quadrante ſecundo, eam aufer à Grad. 180, ut notus fiat arcus Z X, cujus quære Sinum verſum X θ: ſi Anomalia ſit E V X ω finita in Quadrante tertio, ab ipſâ aufer Grad. 180 ut notus fiat arcus X ω, cujus ſimiliter quære Sinum verſum X θ. Tum in hoc utroque caſu poſtremo fiat ut E X 200000 ad θ X, ita D B ad Quartum: dabit hoc B K (eſt enim ut E X ad X θ, ita D B ad B K, per §. 3. *num.* 10): quo addito ad Eccentricitatem minimam A B, nota fiet Eccentricitas quæſita A K in partibus Radii Eccentrici I E, ſeu I V.

§. 2. Inventa Eccentricitate A I, Æquationem centri A V I, ſeu T Q, adeoque motum Verum centri ♈ H Q inquirẽs hunc in modum. Ex Anomaliâ Mediâ E V jam inventâ, ſi ea eſt minor ſemicirculo, notus eſt angulus F I V: quo dempto à Grad. 180, notus i ſit A I V. In triangulo igitur

i *per* 13. 1. *elem.* V I A cùm dentur latera duo, A I Eccentricitas, &

I V Radius Eccentrici, cum angulo A I V, ex m his

m *per probl.* 10. *cap.* 3. *Geo. Pract.* reperietur A V diſtantia centri Epic. à centro Mundi (quam ſerva), & Æquatio A V I, hoc eſt (ob parallelas I V, A T) angulus n V A T, ſeu Q A T, hoc

n *per* 27. 1. *elem.* eſt arcus Q T: qui in primo Anomaliæ ſemicirculo (ut hic contingit) demptus motui Medio ♈ H T centri Epic. dabit ejuſdem motum Verum ♈ H Q ad t. d.

Si Anomalia Media reperiatur E Z X φ major ſemicirculo, ejus complementum φ E ad circulum, notificat angulum E I φ: quo cognito reperitur A φ, & Æquatio A φ I, ſive 7, 3, ut *ſuprà* eaq; addita motui Medio centri ♈ 3 exhibet ejuſdem motum Verũ ♈ 7.

§. 3. Epicycli radius V C conveniens tempori dato, reperitur eodem modo, quo Eccentricitas A I §. 1. Eâdem p enim proportione is variatur,

p *per* §. 5. *num.* 10. quâ Eccentricitas, eâ videlicet quâ Sinus Anomaliæ diametrum E X Eccentrici ſecat.

Si Anomalia Media Eccentrici ſit E V finita in Quadrante primo, quære ejus Sinum verſum E Y; ſi Anomalia eſt E V X φ finita in Quadrante quarto, quære E Y Sinum verſum ejus ad Grad. 360 complementi φ E. Tum fiat ut diameter Ecc. 200000 ad E Y Sinum verſum, ita S N maximi, & minimi radii Epicycli differentia ad Quartum: dabit hoc S C, cùm o

o *per* §. 5. *num.* 10. ſit ut E X ad E Y, ita S N ad S C. Aufer igitur S C à radio maximo S V, ſeu S φ: eritque notus V C radius Epicycli ad t. d. in partibus radii Eccentrici I V.

Quod ſi Anomalia Media Ecc. ſit E Z finita in Quadrante ſecundo, quære X θ Sinum verſum ejus ad Grad. 180 complementi Z X; ſi verò Anomalia eſt E Z ω finita in Quadrante tertio, quære Sinum Verſum X θ arcus X ω, quo ea Grad. 180 excedit. Tum fiat rurſum ut diameter Ecc. 200000 ad Sinum

verſum X ϑ, ita S N ad Quartum: dabit hoc N P, q per §. 5. num. 10. cùm ſit ut q E X ad X ϑ, ita S N ad N P. Adde igitur N P radio minimo Z N, ſeu ω N: eritque notus Z P, ſeu ω P radius Epicycli ad t. d.

§. 4. Reliquum eſt, ut R Q, vel 6, 7, Æquationem Argumenti, ſeu Anomaliæ Orbis, atque inde tandem Verum Planetæ motum eliciamus ſolvendo triangulum A C V, vel A C Φ. Inquire ad t.d. motum r Solis Verum ♈ Q 4: à quo ſi aufers motum r per num. 55. lib. 1. Verum ♈ Q centri Epicycli §. 2. jam repertum, notus fiet arcus Q 4: cui cùm æqualis, ſeu ſimilis ſit arcus M S, ſeu 5 C Anomalia Orbis, ut patet ex §. 5. num. 10, etiam hæc nota erit. Si jam Anomalia Orbis M S ſit minor ſemicirculo, eam aufer à Grad. 180, fietque notus arcus S L, adeoque & angulus S V L, ſive C V A. In triangulo igitur A C V cùm repertum ſit §. 2. latus A V, & §. 3. latus V C, ex his & noto jam angulo C V A innoteſcet t Æquatio Argumenti, angulus nempè S A V, & arcus R Q; qui additus motui Vero ♈ Q centri Epic. dabit Planetæ motum Verum ♈ Q R. Eâdem operâ etiam notâ ſit A C diſtantia Planetæ à centro Terræ ad tempus datum. t per Prob. 10. cap. 3. Geo. Pract.

Quod ſi Anomalia Orbis ſit M 8 L S major ſemicirculo, eam aufer à Grad. 180: ita notus erit arcus L 8 S, adeoque & angulus L Φ S, ſeu A Φ C: quo cognito, ſolvendo triangulum A C Φ, ut *ſuprà* A C V, nota fiet Æquatio 6, 7, quæ jam demenda eſt motui Vero ♈ 7 centri Epic. ut prodeat Verus Planetæ motus ♈ 6 ad t. d.

Exemplum calculi exhibet Ricciolus in *Marte*; quem Anno 1582 Dec. 26, *Stylo veteri*, Horà poſt Merid. 8. 30′ obſervavit Tycho in ♋ Grad. 17. 40′. 30″. quem calculus ſecundùm hanc Hypotheſim inſtitutus exhibet in ♋ Grad. 17. 45′. 17″, diſcrimine equidem in re tam perplexâ non magno; quod non magis in Hypotheſim debeat quàm in obſervationem conferri.

## *Scholium.*

***Si Sinus verſos ( E T, X ϑ ) in Tabulâ non reperias, expedies adhibere Sinus ſecundos T I, ϑ I. Tum verò, ſi centrum Epic. ſit in Quadrante primo vel quarto, fac ut I E Sinus totus 100000 eſt ad Sinum ſecundum T I, ita Radium circelli D G ad Quartum, nempè I G. Hoc additum Eccentricitati Mediæ A G, dabit quæſitam A I ad t.d. Si verò centrum Epic. ſit in Quadrante ſecundo vel tertio, fiat ut Sinus totus I X 100000 eſt ad Sinum ſecundum ϑ I, ita circelli Radius G B ad K G: hoc demptum Eccentricitati Mediæ A G, dabit quæſitam A K ad t. d. Eodemq́ modo reperies partem proportionalem S C, vel N P iiſdem legibus addendam vel ſubtrahendam radio Epicycli Medio V O, ſeu Z O. Eſt porrò radius Epicycli Medius, qui finitur in puncto O biſecante differentiam S N radij maximi & minimi.***

## NUMERUS XII.

### *Iudicium de hac Hypotheſi.*

PLacet hæc Hypotheſis 1, quia clara eſt & intellectu perfacilis, & prout à nobis *num.* 10. §. 5. ordinata eſt, Geometricâ acribiâ non caret. 2. Quia cùm tota Planetæ inæqualitas dividatur in primam quæ ad Eccentricum pertinet, & in ſecundam quæ ad Epicyclum, æquum fuit, ut ea partim in variatam Eccentricitatem Eccentrici, partim in variatam Epicycli ſemidiametrum diſtribueretur; quod hac Hypotheſi præſtatur. 3. Quia loca Planetæ juxta eam ſupputata, ſatis exactè cum locis obſervatis plerumque conſentiunt. Fatetur tamen Ricciolus aliquando non ſatisfacere ad amuſſim. Verùm cùm ex hactenus inventis id nulla præſtet, ea optima cenſebitur, quæ aberret quàm minimùm.

Quod ad phœnomena attinet *num.* 3 recenſita, ea ſalvat eodem modo, imò expeditius atque ſimpliciùs, quàm Ptolemaica. Relege & applica quæ *num.* 5. ſcripſi paucis §. 6. immutatis. Sed inprimis egregiè ſalvat evidentem illam diverſitatem in *Marte* obſervatam, quam multi hactenus in Solaris Eccentricitatis variationem *lib.* 1. *num.* 41 rejectam, contulerunt. Cùm enim ♂ Zodiacum celeriter percurrat, diebus nempè 686, illo temporis intervallo juxta hanc Hypotheſim totam Epicycli & Eccentrici variationem ſubibit.

Erit fortaſſe cui diſpliceat 1. quòd tam motus Planetæ in Epicyclo quàm libratio ejuſdem in radio Epicycli ſit inæqualis. 2. quod Planeta per viam circularem non incedat. 3. quod pro Æquatione centri reperienda ſit nova ſemper Eccentricitas, & pro Æquatione Argumenti radius Epicycli ſemper novus.

Ad 1. reſpondeo id minimè videri abſurdum, ut *num.* 9. §. 1 oſtendi, ſi calculi facilitatem id non impediat, qui finis Hypotheſium præcipuus eſt. Deinde quoad primam partem id planè eſt neceſſarium; ſi, quod a obſervationes requirunt, velimus ſecundæ inæqualitatis initium, & Æquationes Anomaliæ Orbis ducere à motu Solis, non Medio, ſed Vero. Ad a num. 9. §. 2. 2. Dico in nullâ Hypotheſi motum Planetæ ultimatum, utpote ex pluribus compoſitum, eſſe circularem. Quare ſi hoc vitium cenſetur, omnibus eſt Hypotheſibus commune. Quare ſatis erit ut motus ſinguli, ex quibus ultimus Planetæ motus componitur, circulares exiſtant. Ad 3. Fateor, optanda Hypotheſis eſſet, quæ vel ita variaret Epicyclum, ut cùm ſemper eâdem Eccentricitate, vel ita variaret Eccentricitatem ut cùm Epicyclo non mutato obſervationibus ſatisfaceret. Verùm talis fortè poſſibilis non eſt; certè hactenus nulla talis inventa. Fortaſſe eam aliquando dabit Ricciolus noſter, ubi plures in pluribus Eccentrici locis obſervationes, præſertim Tychonicas, fuerit adeptus.

## NUMERUS XIII.

### *De alijs Hypotheſibus.*

CÆteras aliorum Hypotheſes recenſere, & prolixum eſt & parum utile. Quare paucis hæc habeto.

Triplex forma Copernici innititur Hypotheſi Terræ motæ, quam ut Divinis litteris repugnantem prorſus rejicio. Et quidem ſi formam ipſam ſpectando abſtra-

abſtrahas à correctione numerorum, ſeu menſurarum, Ptolemaicæ æquipollet, ac proinde non magis ſatisfacit obſervationibus, quàm illa. Hoc tamen eam commendat, quòd inæqualitatem ſecundam, non per motum Planetæ in Epicyclo, ſed per ſolam viſus apparentiam ſalvet.

Hypotheſes Tychonis & Longomontani multiplicant circulos: nam præter duos Epicyclos, habent Orbem centro Mundi Eccentricum: ad hæc Planetam per flexus nimis anfractuoſos ſibique contrarios circumducunt.

Lansbergiana à Copernici ſecundâ non differt.

Kepleri & Bullialdi Elliptica, licet magno ingenio excogitata, & ſummo niſu aſſerta, mihi quidem non placet. 1. Ob motum terræ quem ſupponit. 2. Ob Eccentricitatem biſectam quæ vitari debet, ſi aliter poſſit, (ut certè poteſt) obſervationibus ſatisfieri. 3. Ob difficultatem, & ageometriam in calculo: quæ ratio vel ſola mihi ſufficit, ut circulum Ellipſi anteponam; quando Hypotheſium finis potiſſimus eſt, ut ſyderum motus ad numeros revocentur.

## CAPUT IV.

### Inæqualitas utraque trium Superiorum Planetarum inveſtigatur.

HOc eſt, inquiruntur motus Planetæ Medius, locus & motus Apogei, Eccentricitas, quæ ad primam inæqualitatem pertinent; Epicycli ſemidiameter, & alia cum his connexa, quæ ad ſecundam. Inveſtigatio porrò iſta multis magniſque difficultatibus implicatur. Primò enim ut cognoſcatur prima inæqualitas, à quâ dependet cognitio ſecundæ, unum illud tempus idoneum eſt, quo Planeta Soli oppoſitur. Tum ſiquidem & ſpectari poteſt, & exutus inæqualitate ſecundâ, ſoli primæ obnoxius eſt. In Conjunctionibus autem inæqualitate ſecundâ exuitur quidem, ſed ob Solis ſplendorem inobſervabilis eſt. Difficillimum porrò eſt ita tempus captare, quo Planetæ locum in Zodiaco obſerves, ut obſervatio in ipſum incidat ☍ momentum. *Omnes enim obſervationes, quas* (inquit *a* Ricciolus) *nacti ſumus apud alios, aut ipſi inſtituimus, extra ☍ momenta inciderunt*; ad quæ proinde eas oportet reducere; quæ quidem reductio quid requirat operæ, ex *num.* 15. patebit. Deinde ad hoc negotium non paucæ aliquot ☍ obſervationes, ſed multæ requiruntur, & quidem in diverſis Zodiaci locis, imò in ſingulis, ſi fieri poteſt, Signis: ad quas in *Saturno* requiruntur Anni 30, in *Iove* 12, in *Marte* quamvis celeriùs moveatur quàm ♄ & ♃, tamen ob implexum ejus motum Anni 24. Licebit tamen aliorum inſignium Aſtronomorum obſervationibus paucitatem propriarum compenſare. Præterea tarditas revolutionum ♄ & ♃ efficit, ut parvus error in obſervando commiſſus, magnum errorem cauſet in loco, & plurium dierum differentiâ eorum Conjunctiones aliaſque Aſpectus acceleret vel retardet. Ex his & alijs, quos hic omiſi, difficultatibus factum eſt, ut omnium Aſtronomorum calculus in his Planetis ad Tychonem uſque ſæpè enormiter à cælo aberraverit. Nunc tamen recentiorum Aſtronomorum induſtriâ certior de his atque amplior habetur notitia, ad quam Tyrones ordine ſcientifico, quod adhuc fecimus, ubique ſervato, quaſi manu deducam.

*a* Almag. lib. 7. pag. 143.

## NUMERUS XIV.

### *Mediorum motuum ♄. ♃. ♂. prima inveſtigatio.*

§. 1. MOtus Medius Planetæ eſt ipſe motus æqualis centri Epicycli in Æquante Eccentrico juxta Hypotheſim Ptolomæi, in Eccentrico Deferente juxta Hypotheſim alteram, quam hic ſequor. Quare ut motus Planetæ Medius inveſtigetur, captanda ſunt ea temporum momenta, quibus ipſe eodem cietur motu quo Epicycli centrum. Id *a* verò tantùm accidit in Veris ☌ & ☍ cum Sole; tunc enim ſecundâ inæqualitate exuitur, manetque ſolâ involutus primâ, quæ per Eccentricum ſalvatur; adeoque Planetæ motus à motu centri Epicycli non differt. Extra verò Conjunctionum & Oppoſitionum articulos, quia non ſolùm inæqualitate primâ involvitur, ſed etiam ſecundâ, quæ per Planetæ motum in Epicyclo explicatur, manifeſtum eſt tunc Planetæ motum, differre à motu centri Epicycli, ac proinde ſola Verarum ☌ & ☍ cum Sole momenta idonea eſſe, ut motus Planetæ Medius inveſtigetur. Quia porrò *a* Planeta Soli conjunctus ejus fulgore impeditus non apparet, ac proinde inobſervabilis eſt, Oppoſitiones ſolæ poterunt ad hoc negotium adhiberi. His præmiſſis, videamus quo artificio potuerit Mediorum motuum ♄. ♃. ♂. primâ cognitio obtineri.

*a* § 10. n. 3.

*a* per n. 1.

§. 2. Primùm ex comparatione ſimplici horum Planetarum cum Stellis Fixis utcumque innotuit ſingulorum revolutionis periodus, hoc eſt tempus quo Zodiacum abſolvunt. Verùm hæc determinatio nimium rudis, & craſſa eſt ob inæqualitatis præſertim ſecundæ admixtionem, ut patet *ex §. 1. his, & ex §. 6. num. 6.* Neceſſe igitur fuit ad ☍ articulos (ut *ſuprà* dixi) confugere hunc in modum.

§. 3. Quia tempore quocumque notus eſſe poteſt in Zodiaco locus, Planetæ quidem per *num.* 1. *hujus libri*, Solis verò per *num.* 55. *lib.* 1; obſervationibus ſæpè repetitis ſciri potuit tempus præter propter, quo Planeta futurus eſſet Soli oppoſitus. Circa illud igitur tempus iteratis obſervationibus venati ſunt (quantùm licuit) ipſum Oppoſitionis articulum; momentum verò temporis in quod incidebat, innotuit per *num.* 45. *lib.* 5. Expectandum deinde fuit donec Planeta in eodem rurſus Zodiaci loco Soli opponeretur, & temporis momentum (ut prius) per *num.* 45. *lib.* 5, debuit reperiri; ſic enim intervallum ☍ primæ & ſecundæ notum fuit. Quia igitur in Veris ☍, centri Epicycli idem eſt motus qui Planetæ, Planeta verò in utrâque ☍ fuit in eodem puncto Zodiaci, liquet centrum Epicycli ab ☍ primâ ad ſecundam integras periodos abſque fractionibus abſolviſſe. Ex rudiori autem notitiâ *præcedentis* §. ſciri poteſt quot integræ periodi ab ☍ primâ ad ſecundam eſſent abſolutæ. Quare temporis intervallo per numerum periodorum diviſo, prodit tempus, ſive quantitas unius periodi.

§. 4. Verùm, quia difficile eſt reperire duas Veras ☍ Planetæ in eodem puncto Zodiaci, & ſi harum ☍ intervallum valdè magnum ſit, ex §. 2, non poteſt ſufficienter cognoſci revolutionum numerus interea peractarum: eligantur duæ ☍, ſive in diem incidant Zodiaci punctum ſive non; diſtantes quidem magno temporis intervallo, non tamen tanto, quin ex notitiâ hactenus acquiſitâ ſciri poſſit quot interea re-

volutiones integræ citra errorem unius integræ, ſint peractæ. Inciderit igitur prima ☍ in Zodiaci punctum
Fig. 6. H, ☍ ſecunda in T; à primâ autem ad ſecundam peractæ ſint revolutiones 10, & per *num.* 45. *lib.* 5 inventis utriuſque ☍ momentis notum fiat temporis intervallum. A primâ igitur ☍ ad ſecundam Planeta abſolvit integros cir. 10, ſive Gradus 3600, atque inſuper arcum H T, qui notus eſt, eò quod H,
t num. 1. & T ſint loca Planetæ per t obſervationem nota. Quare ſi temporis intervallum dividatur per ſummam Graduum, quam efficiunt 10 circuli cum arcu H T, prodibit tempus, ſive quantitas unius periodi: quæ hunc in modum obtineri poterit ſaltem tam exacta, ut per eam poſſit certò ſciri, quot periodi integræ in magno temporis intervallo abſolvantur.

§. 5. Eligantur demùm Oppoſitiones binæ quàm maximo diſtantes intervallo, quarum una videlicet obſervata ſit ab Antiquis, altera à teipſo, vel à Tychone, alióve Aſtronomo: incidant autem ex. gr. in Zodiaci puncta H, T. Jam ex notitiâ §. 4. acquiſitâ conſtare certò poteſt, quot integras periodos præter arcum H T, ab ☍ primâ ad ſecundam Planeta abſolverit. Quare operando ut *ſupra* §. 4. prodibit quantitas unius revolutionis priore multò accuratior.

Illi tamen adhuc duplex imperfectio adhæret, prima eſt, quòd deducta ſit ex locis Veris Planetæ quæ in Veris ☍ habebat, cùm debuiſſet deduci ex Medijs. Rationem collige ex dictis *num.* 35. *lib.* 1. *in ſcholio.* Altera eſt quod obſervationes vix unquam in ipſa Oppoſitionum momenta incidant. Hæc *num. ſeq.* emendabitur. Prior tantiſper erit diſſimulanda donec motibus horum Planetarum utcumque conſtitutis, poſſimus ex Vero loco dato Medium elicere.

§. 6. Ex quantitate notâ unius revolutionis, motus Medios unius Diei, Horæ &c. unius Menſis, Anni, 2 Annorum &c. elicies per *Reg. proport.* ut tradidi *lib.* 1. *num.* 36. & *lib.* 2. *num.* 34. §. 5.

## NUMERUS XV.

### *Ex obſervatione factâ paulò ante vel poſt Oppoſitionem Veram ♄. ♃. ♂. cum Sole, momentum ipſum Veræ Oppoſitionis, & locum Verum Planetæ, quàm proximè colligere.*

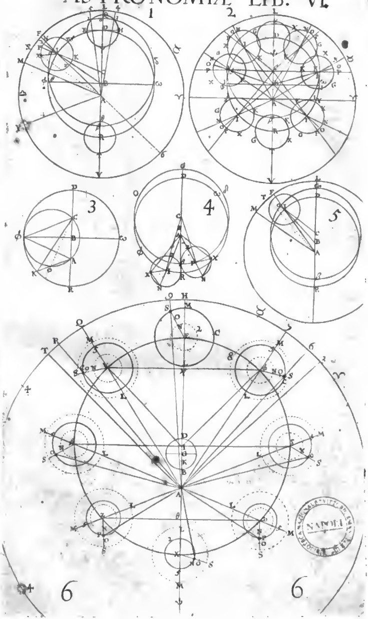
IMperfectio temporis Periodici *num. præcedente* acquiſiti, Mediorumque motuum inde deductorum, hinc potiſſimùm erat profecta, quod obſervationum momenta non in ipſa Verarum ☍ momenta inciderent. Hic defectus emendabitur, ſi ex momento obſervationis, & loco Planetæ, quem tum habet, colligatur momentum ipſum Veræ Oppoſitionis Planetæ, & locus ejus. Id verò hunc in modum obtinebimus.

Fig. 12. §. 1. Zodiacus eſto B K C, ejuſque centrum A: Ordo Signorum ex B per D in M: Planeta in C, per quem diameter tranſeat C A D, quæ cum Planetâ S. O. Sign. moveatur circa centrum A. Ita fit, ut punctum Planetæ oppoſitum D (quod *Oppoſitionis punctum* vocabo) eodem feratur motu quo Planetæ, qui in ♄. ♃. ♂. eſt tardior motu Solis. Obſervatus ſit igitur Planetæ locus in C paulò ante Oppoſitionem Veram cum Sole, nimirum Sole poſito in B, & nondum aſſecuto Oppoſitionis punctum D. Igitur aliquantò poſt obſervationem factam Sol Oppoſitionis punctum aſſequetur; quando ex. gr. Planeta proceſſerit in E, & Oppoſitionis punctum in G. Oporteat hoc temporis momentum, & locum Planetæ E invenire.

Per *num.* 45. *lib.* 5. notum fiat momentum, quo Planetæ locus eſt obſervatus in C. Tum reperi ad hoc momentum locum Solis B per *num.* 55. *lib.* 1. & *per num.* 2. *lib.* 4. Solis notum Verum Horarium, qui ſit ex. gr. Min. 2'. 23". 30"'. Deinde per §. 6. *Numeri præced.* inquire motum Horarium Medium Planetæ, qui licet non ſit planè (ut iſthic docui) exquiſitus, ſufficiet tamen ut per ipſum ad accurationem majorem veniatur. Motum Planetæ Horarium aufer ab Horario motu Solis, & differentiam ſerva. Jam quia notus eſt locus Solis B tempore obſervationis, & per obſervationem ipſam, (quæ fit per *num.* 1. *hujus libri*) notus eſt locus Planetæ C, adeoque etiam locus D puncti Oppoſitionis, nota quoque erit B D diſtantia Solis ab Oppoſitionis puncto, D. Diſtantiam igitur notam B D divide per Horariorum motuum differentiam: prodibit numerus Horarum aut Minutorum, qui additus tempori obſervationis jam noto, (quo Planeta in C, & Sol in B) dabit tempus in cujus momento ultimo Sol aſſequetur Oppoſitionis punctum in G: & ſi ſupradictum numerum Horarum ducas in motum Solis Horarium, proveniet arcus B G, in cujus termino G, Sol Planetæ fiet oppoſitus, quod utrumque demonſtravi. *Arithm. Pract. lib.* 5. *cap.* 6. *quæſt.* 5. Cùm verò notus ſit locus Solis B, itemque arcus B G, hic additus loco Solis B, dabit locum G, adeoque & Planetæ locum in E, quem in ipſo Oppoſitionis momento habiturus eſt.

Sit deinde Planetæ locus obſervatus in F, & punctum ☍, K; Sol autem in obſervationis momento exiſtens in N punctum ☍ jam pertranſierit, ſic ut Oppoſitio Vera contigerit cùm ex. gr. Planeta fuit in I, & punctum ☍ in M. Tum verò operare per omnia ut *ſuprà*; ſed ubi per differentiam motuum Horariorum diviſeris arcum K N, quo Sol in momento obſervationis diſtat ab Oppoſitionis puncto K, numerum Horarum, Min. &c. inde natum aufer à tempore obſervationis: ſic enim relinquetur tempus in cujus termino Sol in M oppoſitus fuit Planetæ exiſtenti in I. Rurſum, ubi numero Horarum & Minutorum ſuprà invento per motum Solis Horarium multiplicato, repereris arcum N M, hunc aufer à Solis loco noto N; relinquetur locus M, quem Sol in ipſo Veræ ☍ momento habuit.

§. 2. Ita quidem ad momentum Veræ ☍ quàm proximè acceſſimus; ipſum tamen nondum exactè prorſus ſumus aſſecuti duplici ex causâ. Prima eſt, quia uſi ſumus Planetæ motu Medio, cùm uti Vero oportuiſſet: altera, quod cùm *ex hypotheſi* obſervatio ſit peracta paulò ante vel poſt Veram, motus Planetæ non fuerit idem qui centri Epicycli, affectus nempè non ſolâ inæqualitate primâ, ſed etiam ſecundâ, ut ex dictis §. 1. *n.* 14. patet. Nihilominus cùm ſupponatur obſervationis momentum à momento ☍ abfuiſſe nonniſi modicè, & tardi ſint horum Planetarum motus; neque motus Planetæ Medius, qui tantillo temporis intervallo debetur, valde ſenſibiliter differt à Vero, neque ipſe motus Planetæ inæqualitatem ſecundam ſenſibiliter participat, adeoque à motu centri Epicycli vix quidquam differt. Quare jam inſtituta Oppoſitionis Veræ determinatio nihil magnoperè vitij habebit, quin per illam liceat ad præciſiorem adhuc Mediorum motuum inventionem pervenire.



NAPOLI

Digitized by Google

§. 3. Poſtremò notandum eſt, cùm Aſtronomi uſque ad Tychonem omnes ſpectarint Oppoſitiones non Veras, ſed Medias, ac proinde uſi ſint loco Solis, non Vero, ſed Medio, etiam hac in parte obſervationis eorum corrigendas eſſe: quod fiet, ſi ex loco Solis Medio, quem tempore obſervationis antiquæ habebat, eliciatur Verus ad idem tempus: & cum eo, ut §. 1. jam docui, procedatur.

*Quod ſi laborem reductionis jam traditæ evitare placuerit, adi Tabulam Scholij poſt num. 19.*

## NUMERUS XVI.

### *Mediorum motuum ♄. ♃. ♂. exactior determinatio.*

ELigantur rurſum duæ Veræ Oppoſitiones eædem quæ *ſuprà* §. 5. *num.*14: ſic enim apparebit quid novo hoc ſcrutinio fuerit profectum: tum ex obſervationibus paulò ante vel poſt Oppoſitiones factis, colligatur, ut docui *num. præc.* §. 1. momentum ipſum Oppoſitionis Veræ, vel utriuſque ſi fieri poteſt, antiquæ videlicet & recentis, vel ſaltem recentis: ſed tum antiqua corrigatur ſaltem ſecundùm dicta §. 3. *num præced.* Cognitis hunc in modum momentis utriuſque Oppoſitionis, ſcietur temporis intervallum quod ab antiquâ effluxit ad novam. Numerus autem revolutionum integrarum inter utramque Oppoſitionem peractarum, certò inibitur, ſi per quantitatem unius revolutionis §. 4. *vel* 5. *num.* 14, acquiſitæ, jam notum temporis intervallum dividatur. Quare peragendo cætera ut *num.* 14. §. 4; prodibit quantitas unius revolutionis Planetæ per Zodiacum priore accuratior. Hinc jam Planetæ motus Medij, qui debentur Diei, Horæ, Minuto &c. per *Regulam Proportionum* reperientur ut *Lib.* 1. *Num.* 36.

Verùm, quia quantitas Periodica (ut monui *ſuprà num.* 14. §. 5.) hactenus inventa, eſt Vera, non Media; etiam motus Medij ex eâ deducti non erunt uſquequaque abſoluti, quamvis differentiâ adeo parvâ, quæ ferè contemnenda videatur. Licebit tamen poſtea regreſſu facto, etiam hunc, ſiquis eſt, defectum corrigere, ut *num.* 14. §. 5. jam fuit inſinuatum.

## NUMERUS XVII.

### *Ex tribus Veris ♄. ♃. ♂. cum Sole Oppoſitionibus, Eccentricitatem, locum Apogei, locum Medium Planetæ, ad ipſa Oppoſitionum momenta, invenire.*

Fig. 7. §. 1. ECcentricus Planetam deferens eſto FKE, Zodiaci ac Mundi centrum A. Eligantur tres Veræ ☍, & nota fiant per *num.* 45. *lib.* 5, momenta temporis quibus accidunt; per obſervationem verò juxta methodum *num.* 1. reperiantur Planetæ loca Vera ad ſingularum ☍ momenta jam nota. Quod ſi obſervatio in momenta ☍ non inciderit, momenta ipſa, & in ijs loca Planetæ Vera per *num.* 15 reperies. Vel utere Tabulâ *Scholij poſt num.* 19, ut laborem iſtum effugias. Ad momentum ☍ primæ Planeta fuerit in Eccentrici puncto C, ad momentum ſecundæ in D, ad momentum tertiæ in E: ducanturque rectæ AC, AD, AE, quæ poſtrema continuetur in F; item rectæ DC, CF; item perpendicularis CP, FI, FN. His ita conſtitutis,

§. 2. Ante omnia notandum eſt, ut Eccentricitas & locus Augis, ſeu Apogei reperiantur, opus eſſe, ut notus exiſtat Planetæ motus Æqualis in Eccentrico, ſive motus Anomaliæ, ut ex diſcurſu toto ſequenti patebit. Reperitur ille ſi à Planetæ motu Medio in Zodiaco *x* auferatur Apogei motus. Quare, cùm inventus quidem jam ſit *Numeris præced.* motus Medius, Apogei verò motus nequaquam, neceſſe eſt motum Anomaliæ adhuc neſciri. Verùm quia ex obſervationibus antiquis & novis ut *num.* 3. §. 12. indicatum eſt, certò conſtat Apogei motum eſſe tardiſſimum ac ferè parem motui Fixarum, conſtabit pariter motum Anomaliæ, à motu Medio in Zodiaco ſenſibiliter non differre, cùm ipſorum differentia ſit lentiſſimus ille Apogei motus. Quare, quod hic omnes Aſtronomi faciunt, ſed Lectore plerumque non præmonito, utemur motu Medio tamquam motu Anomaliæ, & cogitabimus tantiſper Apogeum non moveri, ſed ſub eodem Zodiaci puncto ad tempus hærere. Ita enim ejus in Zodiaco locum, ad tempus datum abſque errore (ex hoc quidem capite) notabili aſſequemur. His præmiſſis,

*x propr.* 5. *n.* 25. *l.* 1.

§. 3. Jam ad indaginem propoſitam aliquando accedemus. Quoniam nota ſunt momenta trium ☍, etiam notum erit tempus à primâ C ad ſecundam D, & tempus à ſecundâ D ad tertiam E. His temporibus qui debeantur motus Medij, ſive arcus Zodiaci, ſcitur ex *num. præced.* ac proinde juxta monitum præmiſſum ſcientur etiam motus Anomaliæ iiſdem temporibus debiti, ac proinde abjectis integris circulis, noti ſunt arcus Eccentrici CD & DE, quos ſerva.

§. 4. Quia ex §. 1. nota ſunt Planetæ loca Vera in ſecundâ ☍ D, in tertiâ E (quæ in Zodiaco determinant rectæ AD, AE ultra D & E ad Zodiacum protractæ) notus erit *o* angulus DAE, ſive FAN. Quare in trigono FNA rectangulo ad N nota erit *a* proportio AF ad FN, & angulus *q* NFA. angulus autem DFE, ſive DFA notus eſt *b* propter arcum DE ex §. 3. notum. Ergo totus DFN notus eſt. Ergo in trigono DNF rectangulo ad N, nota eſt ratio DF, ad FN. Quare cùm nota ſit ratio AF ad FN, & DF ad FN, etiam DF ad FA *f* nota erit.

o *per* 33.6. *elem.*
a *per probl.* 1. *c.* 3. *Geo. prac.*
q *per* 32.1.
b *per* 33.6. *elem.*
f *per lem.* 2. *ante nu.* 41. *lib.* 2.

§. 5. Quia ex §. 1. nota ſunt Planetæ loca Vera in primâ ☍ C, & in tertiâ E, notus erit *c* angulus EAC, eorum diſtantiam in Zodiaco menſurans. Ergo etiam *d* CAF, ſive IAF. Quare in trigono AIF rectangulo ad I, nota fit ratio AF ad FI. Rurſum propter arcum CDE ex §. 3. notum, angulus *e* EFC, ſeu AFC, notus erit. Notum verò jam feci CAF. ergo & tertius *f* FCA, ſive FCI notus erit. Igitur in trigono CIF rectangulo ad I, nota fit ratio *t* CF ad FI. Cùm igitur nota jam ſit ratio AF ad FI, & CF ad FI, etiam AF ad CF, ſive CF ad FA nota erit. Atqui ex §. 4. etiam nota fuit ratio DF ad FA. Ergo etiam ratio CF ad DF nota erit.

c *per* 33.6.
d *per* 13.1.
e *per* 33.6.
f *per* 32.1.
t *per probl.* 1. *cap.* 3. *Geo. pract.*

§. 6. Quia ex §. 3. notus eſt arcus DC, etiam *i* angulus CFD, ſive CFP notus erit. Igitur in trigono CPF rectangulo ad P, nota fit ratio *k* CF ad FP & CP. Sed ex §. 5. nota fuit ratio CF ad totam DF. Ergo etiam ratio CF ad DP erit nota. Atqui jam ſtatim etiam nota erat ratio CF ad CP. Ergo & DP ad CP nota erit. Quare cùm in trigono CPD rectangulo ad P, nota ſit ratio duorum laterum DP, CP, per *prob.* 5. *cap.* 3. *Geom. pract.* notum fiet latus DC in partibus laterum DP, CP, hoc eſt in partibus ipſius CF, ac proinde ratio DC ad CF erit

i *per* 33.6.
k *per probl.* 1. *cap.* 3 *Geo. pract.*

nota.

Digitized by Google

nota. Jam quia ex 3. §. notus eſt arcus C D, ſubtenſa D C etiam m nota erit in partibus Sinus totius, qui eſt radius Eccentrici F D E. Quare cùm nota jam ſit ratio D C ad C F, etiam p C F in partibus Sinus totius nota erit. Igitur arcus n C F non latebit: quo addito ad arcum C D E notum ex §. 3, etiam totus F C D E notus erit: cujus quantitas indicabit utrùm centrum Eccentrici ſit in portione E D F, (quod hic contingit) utrùm in portione alterâ, an in rectâ ipſâ E A F.

*m per lem. ante probl. 1. cap. 2. Geo pract.*
*p per reg. proport.*
*n per prob. 9. cap. 2. Geo. pract.*

§. 7. Sit ergo Eccentrici centrum B, per quod & per A centrum Mundi ducatur Apſidum linea K M. Quia ex §. 5. nota eſt ratio A F ad C F, & jam ſtatim nota fuit C F in partibus Sinus totius, ſeu B K radij Eccentrici, etiam A F in iiſdem erit nota. Rurſum, quia propter notum jam arcum F C D E, etiam notus eſt reſiduus E G F, ejus ſubtenſa E F in partibus radij Eccentrici B K fiet nota. Quare cùm in iiſdem etiam nota jam ſit A F, erit & reliqua A E. Rectangulum igitur E A F, hoc r eſt K A M, notum eſt in quadratis partibus radij B K. Sed aggregatum ex rectangulo K A M & quadrato B A, æquatur quadrato radij u B K. Quare ſi rectang. K A M demas à quadrato radij, remanebit quadratum B A notum, adeoque x & latus ejus B A, nempè Eccentricitas quæſita, in partibus radij Eccentrici nota erit.

*r per 35. 3.*
*u per 5. 2.*
*x per ex tract. rad.*

§. 8. Ex centro Eccentrici B ducatur B O G perpendicularis ad E F, quæ per §. 3. biſecta erit in O. Quia ex §. 7. notæ ſunt A F; E F in partibus radij B K, etiam ſemiſſis O F erit in iiſdem nota: quâ demptâ ex notâ A F, reliqua A O in partibus radij nota erit: in quibus cùm etiam nota ſit Eccentricitas B A, in trigono B O A rectangulo ad O, innoteſcet angulus A B O, & arcus M G. Hunc ſi demas ex arcu noto E G (eſt enim E G ſemiſſis arcus E G F noti ex §. 6.) notus relinquetur arcus M E: qui demptus à ſemicirculo notam relinquet E K Anomaliam Mediam Planetæ in momento tertiæ ☍. Rurſum ab arcu jam noto E K aufer E D ex §. 3. notum; nota remanebit D K Anomalia Media Planetæ ad momentum ☍ ſecundæ: & ſi D K ſubducas ex D C noto per §. 3: notus relinquetur arcus C K, quo dempto à Grad. 360, nota relinquetur K E C, Anomalia Media Planetæ ad momentum ☍ primæ.

*Fig. 8.*

§. 9. Ductis deinde radijs B C, B D, B E, conſtituantur anguli A C B, A D B, A E B. Hi ſunt Æquationes Centricæ, ſeu primæ inæqualitatis, quæ Planetæ in ſingulis ☍ competunt. Quia arcus K C ex §. 8. adeoque & angulus K B C notus eſt, etiam C B A notus erit. Eccentricitas porrò A B in partibus radij B C eſt jam nota ex §. 7. Ex notis igitur binis lateribus A B, B C cum angulo C B A y reperietur Æquatio A C B. Eodem modo ex notis jam arcubus D K, E K, reperiuntur Æquationes A D B, A E B. Æquationes jam inventas locis Veris Planetæ ex §. 1. notis, adde o vel deme: prodibunt loca Media in Zodiaco ad ſingula ☍ momenta.

*y per probl. 10. cap. 3. Geo. pract.*
*o vide propr. 6. num. 25. lib. 2.*
*a per 32. 1.*

§. 10. Poſtremò locum Apogei in Zodiaco ſic invenies. Quia ex §. 8. notus eſt arcus Anomaliſticus D K adeoque angulus D B K, is verò a æqualis eſt ſummæ duorum D A B, A D B, etiam hæc ſumma erit nota: à quâ ſi demas A D B ex §. 9. notum, relinquetur notus D A B, ſeu D A K, metiens diſtantiam loci Veri Planetæ à loco Vero Apogei. Quare cùm ex §. 1. notus ſit locus Verus Planetæ etiam locus Verus Apogei notus erit ad momentum ☍, quo Planeta erat in Eccentrici puncto D. Eodem modo ex notis arcubus C K, E K &c. locum Apogei ad duas ☍ reliquas facilè elicies.

## NUMERUS XVIII.

### *Eadem aliter efficere.*

*Fig. 9.*

PRior modus fuit Ptolomæi, & Regiomontani ex illo: hic verò eſt Herigonij.

§. 1. Eccentricus Planetam deferens eſto F C E; ejus centrum K; Zodiaci ac Mundi centrum B; linea Apogei H K B F. Eligantur tres Veræ ☍, & nota fiant tam momenta temporis quibus accidunt, quàm loca Planetæ in Zodiaco ad ſingula illa ☍ momenta, ut *num. præced.* Sit autem ad momentum primæ ☍ Planetæ centrum in Eccentrici puncto C, ad momentum ſecundæ in D, ad tertiæ in E: ducanturque rectæ K E, K D, K C, B C, B D, B E quæ poſtrema continuetur in G; item E D, D C, C G, D G.

§. 2. Ex differentijs Mediorum motuum intervallis Oppoſitionum temporaneis debitorum, noti ſunt arcus C D, D E, C E, anguliſque C K D, D K E, C K E, juxta dicta *num. præced.* §. 3. & 2. Quia autem nota ſunt ad ☍ ſingulas loca Planetæ Vera, etiam Verorum locorum diſtantiæ, adeoque & anguli C B D, D B E, C B E eas menſurantes, noti erunt. Supponitur verò Apogei H locus in Zodiaco ex obſervatione ex. gr. maximæ tarditatis craſſo ſaltem modo eſſe cognitus, ut ſciri poſſit, inter quas binas ☍ Veras è tribus, ille verſetur, ac proinde inter quæ ex tribus C, D, E Planetæ locis in Eccentrico, Apogeum H conſiſtat. His poſitis, ſolutione 5 triangulorum B D G, B C G, B D C, D K C, B D K quæſita obtinebimus.

§. 3. Ponatur B D eſſe 200000. Quia notus eſt a angulus D B E, erit b & D B G; & quia notus c eſt D K E, etiam nota erit ſemiſſis ejus d D G E. In triangulo igitur B D G ex angulis notis e nota fiet B G in partibus B D.

*a ex §. 2.*
*b per 13. 1.*
*c ex §. 2.*
*d per 20. 3.*
*e per probl. 7. cap. 3. Geo. pract.*

§. 4. Quia notus f eſt C B E, erit & g C B G, & quia notus eſt C K E, erit & i ſemiſſis ejus C G E nota. In triangulo igitur B C G, ex notis angulis & latere noto B G in partibus B D, notum m fiet latus B C in iiſdem.

*f per §. 2.*
*g per 13. 1.*
*i per 20. 3.*
*m per prob. 9. cap. 3. Geo. pract.*

§. 5. In triangulo igitur B D C, nota ſunt duo latera B D, B C (nam ex §. 4. B C nota fuit in partibus ipſius B D) & angulus C B D ex §. 2. notus eſt. Ex his ergo reperies n angulum B D C, & latus D C in partibus B D.

*n per prob. 10 cap. 3. Geo. pract.*

§. 6. In triangulo æquicruri D K C. quia notus o eſt angulus ad K, etiam ſumma p angulorum ad baſim nota erit. Quare cùm r hi ſint æquales, etiam eorum unus K D C notus erit. Ab hoc ſi demas notum s B D C, notus relinquetur B D K. Deinde in eodem æquicruri triangulo ex notis jam angulis, & latere D C a noto in partibus B D, notum fac b latus K D in iiſdem.

*o ex §. 2.*
*p per 32. 1.*
*r per 5. 1.*
*s ex § 5.*
*a ex §. 5.*
*b per probl. 9 cap. 3. Geo. pract.*

§. 7. In triangulo B D K ex t notis lateribus B D, K D, & u angulo B D K, innoteſcet x Eccentricitas B K, in partibus nimirum, quarum B D erat 200000: innoteſcent item angulus B D K qui eſt Æquatio, & K B D, ſive H B D, metiens diſtantiam loci Apogei in Zodiaco à loco, quem Planeta poſitus in Eccentrici puncto D, in Zodiaco obtinebat. Is autem ex obſervatione notus eſt. Ergo etiam locus Apogei ad momentum illius ☍, quo Planeta erat in Eccentrici puncto D, notus erit.

*t per §. 6.*
*u per eund.*
*x per probl. 10. cap. 3. Geo. pract.*

Ut

Ut verò B K Eccentricitas nota fiat in partibus, quarum Eccentrici radius K D eſt 100000, ſic age. Quoniam K D, B K, inventæ ſunt in partibus, quarum B D erat 200000, ſit K D 17256, & B K 3247, Tum fiat ut K D 17256 ad B K 3247, ita K D 100000 ad Quartum 18817: erit Eccentricitas B K 18817 quarum radius K D eſt 100000.

z vide propr. 6. nu. 25. lib. 1.

§. 8. Æquationem B D K §. 7. repertam adde z vel deme loco Planetæ Vero, quem in Zodiaco ſortitur ad momentum ☍, quo ipſe erat in Eccentrici puncto D; prodibit locus ejuſdem in Zodiaco Medius ad momentum idem.

a per 32. 1.

b ex §. 2.

§. 9. Quod ſi etiam deſideras Anomalias Medias H E, H E F C, H E F D, ita procede. Quoniam H K D angulus a æquatur duobus K B D, B D K ex §. 7. jam notis, etiam ipſe, adeoque & arcus H D, notus erit, quo dempto à Grad. 360, nota relinquitur Anomalia H E F D. Deinde quia notus b eſt arcus E D, & pars ejus H D, etiam reliquus, Anomalia nempè E H, notus erit. Poſtremò, quia H D & ex §. 2. D C noti ſunt, erit etiam notus H C: quo dempto à Grad. 360, nota fit Anomalia H E F C.

o per 33. 6.
b per 13. 1.
n per prob. 10. cap. 3. Geo. Pract.

§. 10. Poſtremò, ſi etiam ad duas ☍ reliquas C, E, expetitur locus Apogei & locus Planetæ Medius; ſic age. Quia ex §. 9. notus eſt arcus H C, adeoque & angulus o H K C, etiam b B K C notus erit. Ex §. autem 7. notæ ſunt B K, K C. In triangulo igitur KBC, ex notis B K, K C, B K C, n innoteſcent angulus H B C (metiens diſtantiam loci Veri Apogei tempore ☍ C, à loco Vero Planetæ poſiti in C) & angulus Æquatorius B C K; qui additus vel demptus loco Vero Planetæ, dabit locum Medium Planetæ in Zodiaco tempore ☍ C. Non abſimili modo reperietur locus Apogei Verus, & Planetæ Medius ad ☍ tertiam E.

## NUMERUS XIX.

*Locum Apogei, & Planetæ locum Medium ad alicujus Oppoſitionis momentum exactiùs determinare.*

DUobus Numeris præcedentibus ita proceſſum fuit, ac ſi Eccentrici centrum ad tres ☍ aſſumptas eamdem retinuiſſet diſtantiam à Zodiaci centro A. Atqui ſecundùm Hypotheſim quam ſecuti ſumus, quamque *num.* 10. *ſub finem* §. 3. phœnomenis conſentaneam eſſe inſinuavimus, non ſuit eadem, ſed diverſa ad ſingulas. Unde neque locus Apogei, neque Planetæ loca Media ad dictarum ☍ momenta eam præciſionem habent, quæ ſcopum attingat: Eccentricitas quippe ſic reperta, media quædam eſt inter eas, quæ ſingulis ☍ debetur. Difficillima porrò eſt hujus negotij inveſtigatio, in quâ mirum dictu quantùm ſummi quique Aſtronomi, Ptolomæus, Regiomontanus, Copernicus, Keplerus, Bullialdus alijque laboraverint. Cæteris accuratiores videntur hic fuiſſe Keplerus, & Bullialdus; & ipſi tamen, ut reliqui omnes, non niſi à poſteriori, & quaſi tentando varieque limitando ad quæſitum enituntur, ac tandem aliquid conjecturæ æſtimationique coguntur relinquere. Qui modos eorum deſiderat, ipſos adeat authores. Eos ſanè eorum conatus reperiet, quales dixi; adhæc obſcuros ſatis & explicatu intellectuque non admodum faciles. Via, quam hic ſubjungo, plana eſt & captu facilis, neque minùs, quàm cæteræ, ad quæſitum obtinendum (niſi fallor) idonea.

Eligatur Vera aliqua ☍ Planetæ cum Sole, ad cujus momentum velis locum Apogei & Planetæ locum Medium inquirere; quam ☍ primam appellabimus. Huic alias duas ☍ adjunge, & cum hac ☍ trinitate inquire per *num.* 17. *vel* 18 ad momentum primæ ☍ locum Apogei & Planetæ locum Medium. Muta deinde triadem illam, unam ☍ novam vel duas aſſumendo, primâ retentâ; & cum hac novâ triade locum Apogei & Planetæ locum Medium ad ejuſdem primæ ☍ momentum rurſus inquirito. Hunc in modum ſi triadem Oppoſitionum (retentâ ſemper ☍ primâ) ſæpius variando, ſcrutinium jam dictum identidem iteraveris, acquires ad momentum primæ ☍ plura Apogei loca, inter quæ medium quemdam elige, quem non immeritò judicabis propiùs accedere ad veritatem. Pari modo ex multis ad ejuſdem primæ ☍ momentum acquiſitis locis Medijs æſtimatione factâ, mediocris deligetur. Ita manum tollo de Tabulâ.

Reliquum eſt, ut quo loco Apogeum diverſis temporibus à præcipuis aliquot Aſtronomis repertum fuerit, ſubjectâ Tabellâ indicemus. In quâ videbis ad Annum 1600 Longomontanum & Lansbergium Gradibus integris diſſidere. Multùm quoque ab alijs diſſentit Copernicus. Neque abſimilis eſt inter Keplerum & Bullialdum diſcrepantia in loco Aphelij, quamvis eam prætermiſerim in Tabellâ exprimere. Unde non immeritò *ſupra* dixiſſe mihi videor, eâ, quam iſthic expoſui, viâ haud longiùs profectò nos abituros à vero, quàm ſi aliam quamcumque ab Authoribus illis traditam, tenuerimus.

APOGEI LOCA AD ANNOS CHRISTI COMPLETOS REPERTA.

| | *Plan.* | *Sign.* | *Grad.* | *I.* | *II.* |
|---|---|---|---|---|---|
| | ♄ | ♏ | 23 | 0 | 0 |
| *à Ptolomæo* | ♃ | ♍ | 11 | 0 | 0 |
| *Anno* 136 | ♂ | ♋ | 25 | 30 | 0 |
| *ab Albategnio* | ♄ | ♐ | 14 | 58 | 0 |
| | ♃ | ♍ | 24 | 58 | 0 |
| *Anno* 880 | ♂ | ♌ | 6 | 18 | 0 |
| *à Copernico* | ♄ | ♐ | 27 | 42 | 0 |
| *Anno* | ♃ | ♎ | 6 | 21 | 0 |
| 1525 | ♂ | ♌ | 27 | 0 | 0 |
| *à Longom.* | ♄ | ♐ | 26 | 26 | 57 |
| *An.* 1600 | ♃ | ♎ | 17 | 31 | 58 |
| | ♂ | ♌ | 28 | 41 | 56 |
| *à Lansbergio* | ♄ | ♐ | 25 | 55 | 12 |
| | ♃ | ♎ | 3 | 8 | 55 |
| *An.* 1600 | ♂ | ♌ | 25 | 32 | 6 |
| *à Ricciolo* | ♄ | ♐ | 27 | 13 | 20 |
| *An.* 1644. | ♃ | ♎ | 8 | 36 | 0 |
| | ♂ | ♌ | 29 | 50 | 2 |

### *Scholium.*

*Quando primæ inæqualitatis inveſtigatio ♄, ♃, ♂ omnis ducitur ex Veris eorumdem cum Sole Oppoſitionibus, neque ſemper propriæ obſervationes in promptu ſunt, neceſſarium judicavi ſequentes ex Keplero & Longomontano Tabellas hic apponere.*

Oppositiones Veræ ♄, ♃, ♂, cum Sole ex Longomontano.

| Ordo | *Stylo veteri* Anni | Menſ. | D. | *Haſniæ* H. | l. | *Locus Planetæ obſervatus.* Sig. | grad. | l. | *Locus Planetæ ſupputatus.* Sig. | grad. | l. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | *Pro ♄* | | | | | | |
| 1 | 1582 | Aug. | 21 | 2 | 0 | ♓ | 7 | 26 | ♓ | 7 | $22\frac{1}{3}$ |
| 2 | 1583 | Sept. | 3 | 1 | 0 | ♓ | 19 | 50 | ♓ | 19 | $48\frac{1}{3}$ |
| 3 | 1584 | Sept. | 15 | 6 | 30 | ♈ | 2 | 34 | ♈ | 2 | $35\frac{1}{4}$ |
| 4 | 1585 | Sept. | 28 | 19 | 30 | ♈ | 15 | $39\frac{1}{2}$ | ♈ | 15 | $39\frac{1}{4}$ |
| 5 | 1586 | Octob. | 12 | 11 | 0 | ♈ | 29 | 2 | ♈ | 29 | 4 |
| 6 | 1587 | Octob. | 26 | 9 | 0 | ♉ | 12 | 46 | ♉ | 12 | 46 |
| 7 | 1588 | Nov. | 8 | 10 | 10 | ♉ | 26 | 44 | ♉ | 26 | $44\frac{1}{3}$ |
| 8 | 1589 | Nov. | 22 | 14 | 30 | ♊ | 10 | 53 | ♊ | 10 | $53\frac{1}{5}$ |
| 9 | 1590 | Dec. | 6 | 20 | 30 | ♊ | 25 | 10 | ♊ | 25 | $8\frac{2}{3}$ |
| 10 | 1591 | Dec. | 21 | 1 | 0 | ♋ | 9 | $24\frac{1}{2}$ | ♋ | 9 | 23 |
| 11 | 1595 | Ian. | 30 | 21 | 0 | ♌ | 21 | $15\frac{1}{2}$ | ♌ | 21 | $18\frac{1}{3}$ |
| 12 | 1608 | Iul. | 9 | 3 | 0 | ♑ | 26 | 53 | ♑ | 26 | $57\frac{1}{2}$ |
| 13 | 1609 | Iul. | 21 | 13 | 0 | ♒ | 8 | 31 | ♒ | 8 | $31\frac{1}{5}$ |
| 14 | 1610 | Aug. | 2 | 22 | 30 | ♒ | 20 | 10 | ♒ | 20 | $14\frac{1}{4}$ |
| 15 | 1611 | Aug. | 15 | 16 | 0 | ♓ | 2 | 12 | ♓ | 2 | $13\frac{1}{6}$ |
| | | | | | *Pro ♃* | | | | | | |
| 1 | 1583 | Sept. | 6 | 20 | 10 | ♓ | 23 | 33 | ♓ | 23 | $38\frac{1}{7}$ |
| 2 | 1584 | Octob. | 13 | 7 | 20 | ♉ | 22 | 0 | ♉ | 22 | $0\frac{1}{4}$ |
| 3 | 1591 | Apr. | 23 | 19 | 0 | ♏ | 13 | 10 | ♏ | 13 | 9 |
| 4 | 1595 | Sept. | 12 | 6 | 10 | ♓ | 18 | 56 | ♓ | 18 | $54\frac{1}{3}$ |
| 5 | 1596 | Octob. | 18 | 12 | 0 | ♉ | 5 | 40 | ♉ | 5 | 35 |
| 6 | 1607 | Sept. | 17 | 11 | 10 | ♈ | 4 | 10 | ♈ | 4 | $8\frac{1}{2}$ |
| 7 | 1610 | Dec. | 30 | 14 | 40 | ♋ | 19 | 36 | ♋ | 19 | $38\frac{1}{2}$ |
| 8 | 1613 | Mart. | 1 | 22 | 0 | ♍ | 21 | 45 | ♍ | 21 | $42\frac{1}{4}$ |
| | | | | | *Pro ♂* | | | | | | |
| 1 | 1580 | Nov. | 18 | 1 | 30 | ♊ | 6 | $27\frac{1}{2}$ | ♊ | 6 | $27\frac{1}{2}$ |
| 2 | 1582 | Dec. | 28 | 4 | 0 | ♋ | 16 | $54\frac{1}{2}$ | ♋ | 16 | $55\frac{1}{6}$ |
| 3 | 1585 | Ian. | 30 | 19 | 15 | ♌ | 21 | $35\frac{1}{6}$ | ♌ | 21 | 37 |
| 4 | 1587 | Mar. | 6 | 7 | 20 | ♍ | 25 | 42 | ♍ | 25 | $42\frac{1}{3}$ |
| 5 | 1589 | Apr. | 14 | 6 | 20 | ♏ | 4 | 23 | ♏ | 4 | $26\frac{1}{2}$ |
| 6 | 1591 | Iun. | 8 | 7 | 45 | ♐ | 26 | 42 | ♐ | 26 | $45\frac{1}{3}$ |
| 7 | 1593 | Aug. | 25 | 17 | 30 | ♓ | 12 | 15 | ♓ | 12 | $14\frac{1}{4}$ |
| 8 | 1595 | Octob. | 31 | 0 | 40 | ♉ | 17 | $30\frac{1}{3}$ | ♉ | 17 | $29\frac{1}{6}$ |
| 9 | 1597 | Dec. | 13 | 16 | 0 | ♋ | 2 | 27 | ♋ | 2 | 26 |
| 10 | 1600 | Ian. | 18 | 14 | 0 | ♌ | 8 | 37 | ♌ | 8 | $37\frac{1}{4}$ |
| 11 | 1602 | Febr. | 20 | 14 | 15 | ♍ | 12 | 26 | ♍ | 12 | 24 |
| 12 | 1604 | Mart. | 28 | 16 | 40 | ♎ | 18 | $36\frac{1}{2}$ | ♎ | 18 | $36\frac{1}{6}$ |
| 13 | 1608 | Iul. | 24 | 2 | 0 | ♒ | 11 | 10 | ♒ | 11 | $13\frac{1}{3}$ |
| 14 | 1610 | Octob. | 8 | 16 | 50 | ♈ | 25 | 30 | ♈ | 25 | $26\frac{2}{3}$ |

## NUMERUS XX.

***Motus Medios ♄. ♃. ♂. denuò ad limam revocare atque ultimò tandem determinare.***

Reſumantur binæ ☍ Veræ quàm longiſſimo temporis intervallo diſtantes, eædem quæ fuerant aſſumptæ *num.* 14. §. 5. & *num.* 16. ut appareat quid extremo hoc conatu fuerit profectum. Si obſervatio Veræ ☍ recentis inciderit in ipſum Veræ ☍ momentum, id notum fiat per *num.* 45. lib. 2. ſi non inciderit, momentum ipſum Veræ ☍ & locus Planetæ Verus in eo, colligantur *per num.* 15. Idem perage circa ☍ antiquam, aut, ſi id non licet, corrigatur ea ſaltem juxta dicta §. 3. *num.* 15, ipſiuſque momentum, & locus Planetæ Verus in eo, prout ex fide antiqui Obſervatoris nota ſunt, aſſumantur. Ad momenta igitur nota utriuſque Oppoſitionis Veræ oportet loca Planetæ Vera ad Media reducere hunc in modum.

Per *num.* 17. 18. 19, notus eſt Planetæ motus Medius ad aliquod momentum temporis, quod aſſumo pro Epochâ. Temporis intervallum inter hanc Epocham & momentum Veræ ☍ antiquæ vel novæ datur.

tur. Igitur per *num.* 16 collige motum Medium huic intervallo debitum; quem, ſi Epocha præcedit momentum ☍, adde Medio motui Epochæ; deme ſi ſequitur: prodibit *a* motus & locus Medius Planetæ ad momentum Veræ ☍ antiquæ vel novæ, ut patet ex *num.* 53. *lib.* 1.

*a Vide dicta num. 54. lib. 1.*

Ex locis Planetæ Medijs ad utriuſque ☍ Veræ momenta jam notis quantitas accurata unius revolutionis Mediæ centri Epicycli eficietur. Ad momentum Veræ ☍ antiquæ locus Medius Planetæ, ſeu centri Epicycli (idem quippe tunc eſt utriuſque) ſit in 3. ad momentum Veræ ☍ recentis, eſto in T. Per quantitatem unius revolutionis inventam *num.* 16. divide tempus, ſeu intervallum ☍ antiquæ & recentis. Prodibit numerus integrarum revolutionum, quas eo intervallo centrum Epic. abſolvit citra errorem unius integræ, ad quod certò cognoſcendum, quantitas *num.* 16. inventa plus quàm ſatis exacta eſt.

*Fig. 6.*

Igitur ab ☍ antiquâ ad novam centrum Epic. abſolvit integros circulos ex. gr. 40, atque inſuper arcum 3 T, qui notus eſt, cùm loca Media, 3, T ſint nota. Quare ſi Epicycli centrum 40 circulos, ſive Grad. 14400 cùm arcu 3 T ex. gr. 87 Gr. motu Medio percurrit ab ☍ antiquâ ad novam Annis ex. gr. 1206: igitur unum circulum nempè Grad. 360, quot Annis motu Medio abſolvit? Divide Annos 1206 per Grad. 14400†87, prodibunt anni, quibus motu Medio centrum Epicycli, ſeu Planetæ unum Zodiacum percurrit; hoc eſt prodibit quantitas unius revolutionis Mediæ accuratior ijs, quæ *num.* 14 & 16 ſunt inventæ.

Ex quantitate juſtâ revolutionis Mediæ jam notâ, per Regulam proport. reperientur juſtiores etiam motus Medij unius Horæ, Diei, Anni, &c. plurium Horarum, Dierum, Annorum &c. ut docui *num.* 36. *lib.* 1.

| *Una revolutio Media Copernico eſt.* | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Ann. Ægyp. | D. | H. | /. | //. | ///. |
| ♄ | 29. | 161. | 22. | 28. | 3. | 22. |
| ♃ | 11. | 315. | 15. | 2. | 10. | 30. |
| ♂ | 1. | 321. | 22. | 19. | 49. | 48. |

Ejus motum Medium, ſeu Longitudinis Diurnum, & Annuum vide apud ipſum. Accuratiores ſunt motus Longomontani, Kepleri & Riccioli, quos in Tabulâ ſubjectâ exhibeo.

| | *Motus Medij ex Longomontano.* | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Gr. | /. | //. | ///. | IV. | V. | VI. |
| *Diurnus.* | ♄ | 0 | 2 | 0 | 35 | 24 | 43 | 46 |
| | ♃ | 0 | 4 | 59 | 15 | 54 | 13 | 8 |
| | ♂ | 0 | 31 | 26 | 39 | 28 | 14 | 20 |
| *Annuus.* | ♄ | 12 | 13 | 35 | 23 | 33 | 16 | 50 |
| | ♃ | 30 | 20 | 31 | 44 | 0 | 0 | 0 |
| | ♂ | 191 | 17 | 10 | 6 | 0 | 0 | 0 |

| | *Motus Medij ex Keplero.* | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Gr. | /. | //. | ///. | IV. | V. | VI. |
| *Diurnus.* | ♄ | 0 | 2 | 0 | 35 | 25 | 21 | 19 |
| | ♃ | 0 | 4 | 59 | 15 | 59 | 8 | 42 |
| | ♂ | 0 | 31 | 26 | 39 | 11 | 41 | 11 |
| *Annuus.* | ♄ | 12 | 13 | 35 | 29 | 14 | 39 | 34 |
| | ♃ | 30 | 20 | 32 | 14 | 47 | 54 | 29 |
| | ♂ | 191 | 17 | 8 | 26 | 5 | 31 | 55 |

| | *Motus Medij ex Ricciolo.* | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Gr. | /. | //. | ///. | IV. | V. | VI. |
| *Diurnus.* | ♄ | 0 | 2 | 0 | 35 | 25 | 21 | 19 |
| | ♃ | 0 | 4 | 59 | 15 | 59 | 8 | 42 |
| | ♂ | 0 | 31 | 26 | 39 | 11 | 41 | 11 |
| *Annuus.* | ♄ | 12 | 13 | 35 | 29 | 14 | 39 | 34 |
| | ♃ | 30 | 20 | 32 | 14 | 47 | 54 | 30 |
| | ♂ | 191 | 17 | 8 | 26 | 5 | 31 | 55 |

Si per Annuum motum ſingulorum dividatur totus circulus ſeu Grad. 360, prodibit tempus unius integræ revolutionis Mediæ ſecundùm ſingulos Tabellarum Authores.

## NUMERUS XXI.

*Radicem motus Medij ♄, ♃, ♂ ad datam Epocham ſtatuere : atque inde motum Medium eorumdem ad tempus quodcumque invenire.*

EPocha data ſit initium Annorum Chriſti Dei, ad quam oporteat Radicem Medij motus ſtatuere. Per *num.* 17.18.19. ſed utendo in eâ motibus Medijs *præcedenti Numero* jam ultimò elimatis, reperiatur ad aliquod temporis momentum Planetæ motus Medius, ſeu Longitudo Media. Deinde per *Num.præced.* collige motum Medium debitum intervallo temporis, quo momentum illud diſtat ab Epochâ Chriſti; hoc eſt reperi quot Gradus (abjectis integris circulis) eo temporis intervallo Planetæ, ſive Epicycli centrum, motu Medio præceſſerit in Zodiaco. Hos Gradus, ſi Epocha Chriſti præceſſit momentum temporis, ad quod Longitudo Media Planetæ fuit reperta, deme Longitudini Mediæ repertæ; adde, ſi ſequitur. Prodibit Radix quæſita, nempè. Longitudo Media, ſeu motus Medius Planetæ ad Epocham Chriſti. Ratio patet ex *num.* 54. *lib.* 1.

Motu Medio ad datam Epocham ſic conſtituto, exinde motum Medium ad momentum temporis quodcumque tam ſubſequens Epocham quàm præcedens, eodem prorſus modo reperies, quo is ad ipſam Epocham fuit repertus.

*Demonſtratio* patet ex *num.* 54. *lib.* 1.

RADICES MEDII MOTUS EX LONGOMONTANO AD ANNUM I. CHRISTI INEUNTEM IN MERIDIE DIEI I. IAN. HAFNIÆ.

| | *Sig.* | *Grad.* | *I.* | *II.* |
|---|---|---|---|---|
| ♄ | 2 | 12 | 32 | 51 |
| ♃ | 5 | 29 | 56 | 46 |
| ♂ | 1 | 9 | 39 | 14 |

RADICES MEDII MOTUS EX KEPLERO IN MERIDIE DIEI I. IAN. ANNI I. CHRISTI URANIBURGI.

| | *Sig.* | *Grad.* | *I.* | *II.* |
|---|---|---|---|---|
| ♄ | 2 | 12 | 36 | 23 |
| ♃ | 5 | 29 | 49 | 33 |
| ♂ | 1 | 10 | 32 | 10 |

RADICES MEDII MOTUS EX RICCIOLO AD ANNUM I. CHRISTI INEUNTEM IN ULTIMO MERIDIE DECEMBRIS PRÆCED. SUB MERIDIANO BONONIENSI.

| | *Sig.* | *Grad.* | *I.* | *II.* |
|---|---|---|---|---|
| ♄ | 2 | 12 | 33 | 50 |
| ♃ | 5 | 29 | 45 | 0 |
| ♂ | 1 | 10 | 0 | 50 |

## NUMERUS XXII.

*Motum Apogei ♄. ♃. ♂. Diurnum, Annuum &c. invenire.*

COmparentur duo Apogei loca quàm longiſſimo temporis intervallo diſtantia, vel eo artificio quod expoſui *num.* 17, 18, 19, vel quocumque alio reperta. Quorum utrumque vel alterum ſi tuo marte reperire deſideras, per methodum *num.* 17. & 18. in eâ exequendâ utere Medijs motibus *num.* 20 elimatis. Deinde differentiam Longitudinum inventorum locorum divide per dies vel annos intervalli. Prodibit Apogei motus Diurnus vel Annuus; ut patet ex Regulâ proportionum.

Exemplum ſit in ♄. Ptolomæus Anno Chriſti 136 completo, nactus eſt Apogeum ♄ in ♏ Gradu 23: Ricciolus Anno 1644 completo in ♐ Gradu 27. 13′. 20″. differentia Longitudinum eſt Grad. 30. intervallum temporis ſunt Anni 1508. Quoniam igitur Apogeum ♄ Annis 1508 percurrit in Zodiaco Grad. 30; igitur Anno uno quot Minuta abſolvit? Per Reg. prop. prodibit Apogei ♄ motus Annuus, qui petebatur.

Motum Diurnum vel Annuum aggregando, hoc eſt per datum Dierum vel Annorum multiplicando, procreantur motus Apogei dato Dierum vel Annorum numero congruentes.

Una revolutio Apogei ♄, ♃, ♂ Copernico eſt Annorum Ægyptiorum

♄ 14917
♃ 21237
♂ 16416

| | | MOTUS APOGEI EX LONGOMONTANO. | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | *Gr.* | *I.* | *II.* | *III.* | *IV.* | *V.* | *VI.* |
| *Diurnus.* | ♄ | 0 | 0 | 0 | 13 | 10 | 31 | 17 |
| | ♃ | 0 | 0 | 0 | 9 | 30 | 22 | 10 |
| | ♂ | 0 | 0 | 0 | 12 | 18 | 0 | 7 |
| *Annuus.* | ♄ | 0 | 1 | 20 | 12 | 0 | 0 | 0 |
| | ♃ | 0 | 0 | 57 | 52 | 0 | 0 | 0 |
| | ♂ | 0 | 1 | 14 | 52 | 0 | 0 | 0 |

| | | Motus Apogei ex Keplero. | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Gr. | I. | II. | III. | IV. | V. | VI. |
| Diurnus. | ♄ | 0 | 0 | 0 | 12 | 25 | 53 | 1 |
| | ♃ | 0 | 0 | 0 | 7 | 45 | 2 | 17 |
| | ♂ | 0 | 0 | 0 | 10 | 59 | 50 | 18 |
| Annuus. | ♄ | 0 | 1 | 15 | 36 | 27 | 29 | 4 |
| | ♃ | 0 | 0 | 47 | 8 | 58 | 56 | 27 |
| | ♂ | 0 | 1 | 6 | 54 | 0 | 59 | 30 |

| | | Motus Apogei ex Ricciolo. | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Gr. | I. | II. | III. | IV. | V. | VI. |
| Diurnus. | ♄ | 0 | 0 | 0 | 16 | 26 | 23 | 0 |
| | ♃ | 0 | 0 | 0 | 14 | 50 | 0 | 0 |
| | ♂ | 0 | 0 | 0 | 11 | 30 | 0 | 0 |
| Annuus. | ♄ | 0 | 1 | 40 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | ♃ | 0 | 1 | 30 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | ♂ | 0 | 1 | 10 | 0 | 0 | 0 | 0 |

*Corollarium.*

Motus Anomaliæ Diurnus, Annuus &c. habetur, ſi à motu Medio Diurno, Annuo &c. per *num.* 20 reperto, ſubducatur motus Diurnus, Annuus &c. Apogei. Patet ex *lib.* 1. *num.* 25. *propr.* 5.

## NUMERUS XXIII.

***Radicem motus Apogei ♄. ♃. ♂, atque inde motum Apogei eorumdem ad tempus quodcumque, invenire.***

EPocha detur initium annorum Chriſti Dei, ad quam oporteat motus Apogei Radicem ſtatuere. Per *num.* 17, 18, 19, ſed adhibitis Medijs motibus *num.* 20 elimatis, reperiatur Apogei locus, ſeu Longitudo ad aliquod temporis momentum. Deinde per *num. præced.* reperi motum Apogei debitum temporis intervallo, quo momentum illud diſtat ab Epochâ Chriſti; hoc eſt, reperi quot Gradus eo temporis intervallo Apogeum proceſſerit in Zodiaco. Hos Gradus, ſi Epocha præceſſit momentum ad quod Apogei locus repertus fuit, deme loco reperto; adde, ſi ſequitur. Prodibit Radix quæſita, nempè locus ad Epocham Chriſti.

Apogei loco ad datam Epocham ſic conſtituto, exinde locum ejuſdem ad temporis momentum quodcumque tam ſubſequens Epocham quàm præcedens, eodem prorſus modo reperies, quo is ad ipſam Epocham inventus fuit.

Utriuſque *Demonſtratio* patet ex *num.* 54. *lib.* 1.

Radices motus Apogei ex Longomontano ad Annum Chriſti 1. in meridie Diei 1. Ian. Hafniæ.

| | Sig. | Grad. | I. | II. |
|---|---|---|---|---|
| ♄ | 7 | 20 | 48 | 12 |
| ♃ | 5 | 11 | 48 | 50 |
| ♂ | 3 | 15 | 25 | 20 |

Radices motus Apogei ex Keplero ad Annum 1. Chriſti in meridie Diei 1. Ian. Uraniburgi.

| | Sig. | Grad. | I. | II. |
|---|---|---|---|---|
| ♄ | 7 | 22 | 19 | 36 |
| ♃ | 5 | 15 | 53 | 50 |
| ♂ | 3 | 29 | 14 | 40 |

Radices motus Apogei ex Ricciolo ad Annum Chriſti 1. ineuntem in ultimo meridie Decembris præced. sub meridiano Bononienſi.

| | Sig. | Grad. | I. | II. |
|---|---|---|---|---|
| ♄ | 7 | 11 | 33 | 23 |
| ♃ | 4 | 27 | 30 | 2 |
| ♂ | 3 | 27 | 43 | 22 |

*Corollarium.*

Anomaliam Mediam ♄. ♃. ♂, ad datum tempus ſic reperies. Sit ex. gr. Planeta in V. ad d. t. inquire motum Medium centri Epic. ♈ H T per *num.* 21, & motum Apogei ♈ H per *num.* 23. Hic illi demptus dabit H T, ſive E V Anomaliam Mediam ad t. d. centri Epicycli, ſive Planetæ. Fig. 6.

## NUMERUS XXIV.

***Eccentricitatem maximam, mediam, minimam ♄. ♃. ♂, invenire.***

§. 1. OPorteat invenire primò Eccentricitatem maximam. Obſerva aliquam & Veram Planetæ cum Sole, hoc eſt obſerva locum aliquem Verum Planetæ oppoſitum Vero loco Solis, vel ab alio obſervatum aſſume: ſed eo tempore oportet Planetam eſſe quàm proximum Apogeo E. Utrùm Fig. 10.

 verò

verò ſit proximus, ita cognoſces. Ad momentum obſervationis (*vide Fig. 6.*) inquire *a* motum Planetæ Medium ♈ H T, & motum *b* Apogei ♈ H: quem ſi ab illo demas, remanebit Anomalia Media Eccentrici H T, ſive E V, hoc eſt diſtantia Planetæ V ab Apogeo E. Hanc igitur, ut dixi, oportet eſſe, quàm minimam, qualis eſt (*repete Fig.* 10) V E, vel quàm proximè circulo æqualem, qualis eſt E F X T; quæritur enim Eccentricitas maxima, quæ tum *c* eſt, quando Planeta obtinet Eccentrici Apogeum. Porrò in *Figura* aſſumptæ ſunt diſtantiæ V E, T E, juſto majores, ut triangula A V I, A T I conſpicua evaderent. Igitur ad momenta talis Oppoſitionis Eccentrici centrum eſto in I; ac proinde Eccentricitas tum ſit A I; quam hoc modo efficies notam. Ex A centro Zodiaci, & I centro Eccentrici ducantur rectæ A V, I V, vel A T, IT. Inquire ad momentum ☍, locum *d* Medium Planetæ: locus autem Verus ejuſdem notus eſt per obſervationem. Quare utriuſque differentia, quæ eſt *i* angulus A V I, nota erit. Deinde angulus E I V notus *m* eſt ex Anomaliâ E V jam *ſupra* repertâ, ac proinde per 13. 1. etiam V I A, & per 32. 1. etiam V A I noti erunt. In triangulo igitur A V I ex notis omnibus angulis nota *n* fiet proportio laterum I V, A I. Quare ſi I V radius Eccentrici ſtatuatur 100000, in iiſdem partibus nota erit Eccentricitas A I. At quia Planeta non erat in Eccentrici Apogeo, ſed illi quàm proximus, Eccentricitas jam reperta A I, non erit maxima, ſed propinqua maximæ. Quare illi aliquantillum adjicies ut maximam A D adipiſcare. Quantùm porrò debeas adjicere ex calculi cum obſervationibus convenientiâ, à poſteriori addiſces.

*a Per n. 21.*
*b Per nu. 23.*
*c Per §. 3. num. 10.*
*d Per nu. 21.*
*i Per def. 17. nu. 4. & per §. 10. num. 3.*
*m Per 33. 6.*
*n per probl. 7. c. 3. Geo Pract.*

§. 2. Oporteat deinde reperire Eccentricitatem Mediam, quæ ſit A G: tunc autem Eccentricus ſit in P F N M, ejuſque centrum in G. Ex §. 3. *num.* 10 patet Anomaliam Mediam Planetæ tunc eſſe parem Quadranti uni P F, vel tribus P F N M, ductiſque lineis A F, G F, A M, G M, triangula haberi rectangula A G F, A G M. Obſervetur igitur ☍ Vera, ſive Planetæ Verus locus oppoſitus Vero loco Solis, quando Planeta (in F vel M) diſtat ab Eccentrici Apogeo P Gradibus 90, vel 270. Utrùm verò tantùm diſtet, cognoſces ſi ad obſervationis momentum inquiras, ut *ſupra*, Anomaliam Planetæ Mediam. Jam in trigono rectangulo A G F, notus ſit, ut *ſupra*, angulus A F G; eſt enim ille differentia locorum Planetæ Veri ac Medij ad ☍ momentum; locus autem Verus ex obſervatione notus eſt, & Medius per *nu.* 21. innoteſcit. Quare laterum G F, A G proportio *o* non latebit. Unde ſi G F radius Eccentrici ſtatuatur 100000, in iiſdem partibus nota erit Eccentricitas media A G.

*o per prob. 7. cap. 3. Geo Pract.*

§. 3. Inventâ Eccentricitate maximâ A D, & media A G, habetur & minima A B, ſi mediam A G demas maximæ A D; ſic enim nota relinquitur G D differentia maximæ & mediæ, cui *p* æqualis eſt G B differentia mediæ & minimæ: quæ ſubtracta mediæ A G, dabit minimam A B.

*p Per §. 3. num. 10.*

§. 4. Si nequeas adipiſci ☍ Veram, ſive locum Verum Planetæ oppoſitum loco Vero Solis, quando Planeta eſt proximus Apogeo, venare ☍ aliquam, cùm Planeta eſt proximus Perigeo. Tum verò Eccentricus ſit in Q F Y, ejuſque centrum in K, ducanturque ad Planetam propè Perigeum Y in Z, vel S conſtitutum rectæ K Z, A Z, vel K S, A S. Sic enim ope trianguli A Z K, vel A S K eâ methodo, quam §. 1. jam expoſui, acquires Eccentricitatem A K; cui modicum quid detrahendo, obtinebis minimam A B: eâque demptâ à mediâ, nota fiet B G, adeoque etiam ipſi æqualis G D; quâ ad mediam A G adjectâ, prodibit maxima A D. Porrò arcus Z Y, S Y, qui ad ſolvenda triangula jam dicta, noti eſſe debent, ſunt differentia Anomaliarum Q F Z, Q F S à ſemicirculo Q F Y.

§. 5. Quod ſi obtineri nequeat ☍ Vera, cùm Planeta diſtat ab Apogeo Gradibus 90 aut 270, in F, vel M, tunc per duas ☍ Veras, ad quarum unam Planeta ſit proximus Apogeo, ad alteram proximus Perigeo, reperies per §. 1, & 4. Eccentricitatem maximam A D, & minimam A B, quarum differentiâ B D bifariam diviſâ, prodibit media A G.

§. 6. Poſtremò obſerva ſi methodo jam explicatâ Eccentricitatem inquiras ad alia atque alia Planetæ Soli verè oppoſiti in Eccentrico loca, manifeſtè comperies eam ab Apogeo ad Perigeum decreſcere eâ ferè proportione, quæ *num.* 10. §. 3 exponitur; quod quidem Hypotheſim Ricciolanam egregiè confirmat.

*Ex mente Riccioli, qualium radius Eccentrici eſt 100000 Eccentricitas.*

| | | Maxima | Media | Minima |
|---|---|---|---|---|
| | ♄ | 12200 | 11500 | 10800 |
| *Eſt* | ♃ | 9960 | 9530 | 9100 |
| | ♂ | 20000 | 18635 | 17270 |

## NUMERUS XXV.

### *Locum Verum ♄. ♃. ♂ in Conjunctionibus & Oppoſitionibus Veris cum Sole, quando nimirum primæ ſolùm inæqualitati ſunt obnoxij, Geometricè ſupputare.*

### *Sive, ad datum tempus ſupputare locum Verum centri Epicycli.*

Cum enim hi Planetæ Soli opponuntur, eorum motus & locus non differunt *a* à motu & loco centri Epicycli.

Ad datum tempus reperi, motum *b* Apogei ♈ H, & motum Medium *c* centri Epicycli ♈ H T; item Eccentricitatem *d* maximam A D, ac minimam A B: cum quibus operare ut præſcribitur *num.* 11. §. 1. & 2. Ita reperies motum Verum ♈ H Q centri Epicycli exiſtentis ex. gr. in Eccentrici puncto V.

*Fig. 6.*
*a Per §. 10. num. 3.*
*b Per nu. 23.*
*c Per nu. 21.*
*d Per nu. 24.*

*Atque hunc in modum inveſtigationem primæ inæqualitatis abſolvimus: quæ quantis difficultatibus ſit involuta, ex toto Capitis hujus decurſu patet.* Deinceps *ad ſecundæ inæqualitatis inveſtigationem accingemur, quæ quidem primâ jam cognitâ, nihil admodum difficultatis habebit.*

## NUMERUS XXVI.

### *Radium Epicycli ♄, ♃, ♂, maximum, medium, minimum invenire.*

§. 1. Oporteat primùm radium Epicycli maximum reperire. Inveni (ut docebo *infrà* §. 5) tempus, quo centrum Epicycli futurum eſt in E Apogeo Eccentrici: tunc enim *o* maximus eſt E M, ſeu E S Epicycli radius, & Eccentricitas quoque *x* maxima A D, Eccentrici nempè centro tunc conſtituto in D. Sit tum Planeta in Epicycli puncto quocumque

*Fig. 6.*
*o Per §. 4. & 5. n. 10.*
*x Per §. 3. num. 10.*

cumque S, ad quem ex A centro Zodiaci ducatur AS continuata uſque ad Zodiacum in 9; jungaturque Epicycli radius ES, ut habeatur triangulum ASE. Ad tempus deinde, quo cognoviſti centrum Epicycli futurum in Apogeo E, inquire locum *a* Apogei H, & obſerva locum *b* Planetæ 9. Ex horum locorum differentiâ notus erit arcus 9 H, adeoque & *c* angulus SAE. Ad tempus idem inquire *d* Verum locum Solis, qui ſit ex. gr. in 4. Ita notus erit arcus HT4 diſtantia Veri loci Solis ab H loco Apogei Eccentrici, qui tunc non differt à loco Apogei Epicycli M. Jam, cùm, *e* quanta eſt diſtantia 4 TH Veri loci Solis à lineâ AEMH lineâ Apogei Epicycli, in quâ *e* Sol cum Planetâ conjungitur, tanta ſit SM diſtantia Planetæ ab Epicycli Apogeo M, etiam arcus SM notus erit. (Quod ſi diſtantia Veri loci Solis à lineâ Conjunctionis AEMH, adeoque & diſtantia Planetæ ab Apogeo Epicycli ſit Gr. 180 major, ex. gr. MSLC, Planetâ exiſtente in C, ea ſubtracta ex Grad. 360 dabit arcum MC). Aufer deinde arcum SM ex. Grad. 180, notuſque fiet arcus SL, & per hunc *i* angulus SEA. In triangulo igitur ASE, quia noti ſunt anguli SAE, SEA, adeoque *m* & tertius ESA, non *n* latebit proportio laterum AE, ES. Atqui AE nota eſt in partibus radij Eccentrici taxati ad 100000, componitur enim ex DE radio ipſo, & AD Eccentricitate *r* maximâ, quæ per *num.* 24 nota eſt in partibus radij. Ergo etiam ES, radius Epicycli maximus in partibus radij Eccentrici ad 100000 taxati notus erit.

*a Per nu. 23.* *b Per nu. 1.* *c Per 33.6.* *d Per nu. 55. lib. 1.* *e vid. n. 10. §. 4. & 5.* *i Per 33.6.* *m Per 32. 1.* *n per prob. 7. cap. 3. Geo. Pract.* *r Per §. 3. num. 10.*

§. 2. Oporteat deinde radium Epicycli minimum reperire. Inveni tempus quo centrum Epicycli erit in Eccentrici Perigeo X: tunc enim *p* minimus erit Epicycli radius X5, & minima quoque *q* Eccentricitas AB, Eccentrici nempè centro conſtituto in B, quamvis cum ſitum figura non exprimat. Tum verò Planeta ſit in Epicycli puncto quovis N: ad quem ex Mundi centro A ducatur recta AN ad Zodiacum uſque continuata, jungaturque Epicycli radius XN, ut habeatur triangulum ANX: quod ſolvendo, ut *ſupra* triangulum ASE, notus reddetur minimus Epicycli radius XN in partibus radij Eccentrici.

*p Per §. 4. & 5. n. 10.* *q Per §. 3. num. 10.*

§. 3. Radius tandem Epicycli medius XO, ſeu βO, δO obtinebitur, ſi differentiæ NS minimi à maximo ſemiſſem addas minimo, vel maximo ſubtrahas, uti patet ex §. 4, & 5. *num.* 10.

§. 4. Poſtremò ſi ex loco Planetæ obſervato ad varias diſtantias centri Epicycli ab Eccentrici Apogeo, radius Epicycli eliciatur, reperietur ille ab Apogeo ad Perigeum decreſcere eâdem proportione, quâ Eccentricitas, eâ inquam, quæ exponitur *num.* 10. §. 3. & 5: quo quidem Hypotheſis Ricciolana non parùm ſtabilitur. Modus autem deductionis erit hujuſmodi. Sit Planeta in C, ejuſque Verus in Zodiaco locus R, per obſervationem fiat *a* notus. Ad momentum obſervationis (quod innoteſcet per *nu.* 45. *lib.* 5) reperi per *num.* 25. centri Epicycli V, locum Verum Q (eâdem operâ innoteſcit AV diſtantia centri Epic. à centro Mundi, ut patet ex §. 2. *num.* 11). Sic nota erit utriuſque differentia RQ, adeoque, & angulus CAV. Reperi deinde ad momentum idem Longitudinem Solis *b* Veram ♈Q4, ab eâque aufer Longitudinem Veram ♈Q centri Epicycli *ſuprà* inventam. Ita notus erit arcus Q4, adeoque & æqualis *c* ipſi 5C, ſeu MS diſtantia Planetæ ab Apogeo Epicycli; unde etiam angulus SVL, ſeu CVA notus erit. Cùm igitur in triangulo ACV, notum ſit latus AV cum angulis CAV, CVA, ex his reperietur ad momentum datum Epicycli radius VC in partibus ſecundùm quas nota eſt AV, hoc eſt in partibus radij Eccentrici.

*a Per n. 1.* *b Per nu. 55. lib. 1.* *c Per §. 4. & 5. n. 10.*

§. 5. Reliquum eſt, ut, quod *ſuprà* tanquam factum ſuppoſuimus, tempus inveniatur quo Planeta futurus eſt in Apogeo vel Perigeo Eccentrici. Ad quodvis tempus *o* inveni Anomaliam Mediam centri Epic. ex. gr. EZ Grad. 150; quibus ſubductis à Grad. 360 notus ſit arcus ZXE Grad. 210, quem abſolvere debet centrum Epic. ut redeat ad Apogeum E. Si per motum Diurnum vel Annuum Anomaliæ, qui notus eſt per *Coroll. num.* 22, dividatur arcus ZXE Grad. 210, prodibit tempus, quo Epicycli centrum attinget Apogeum E, ut patet ex Regulâ proportionum.

*o Per corol. nu. 23.*

### *Ex mente Riccioli qualium Eccentrici radius eſt* 100000, *Radius Epicycli.*

| | | *Maximus* | *Medius* | *Minimus* |
|---|---|---|---|---|
| *Eſt* | ♄ | 11300 | 10700 | 10100 |
| | ♃ | 20320 | 19390 | 18460 |
| | ♂ | 70957 | 66057 | 61157 |

### *Corollarium.*

Ex *hoc numero & 24.* facilè colligemus diſtantias maximas & minimas à Terrâ ♄. ♃. ♂, & differentias earum; quæ quidem in ♂ planè enormis reperitur: ejus enim diſtantia maxima excedit minimam plus quàm octies. Id viſum hic eſt breviter oſtendere: alibi *a* pleniùs de Planetarum diſtantijs à Terrâ, & Sole tractaturi.

*a lib. 7. c. 3.*

Eſto igitur centrum Epicycli in Apogeo Eccentrici, ac proinde ſitus Eccentrici ♂ ſit DERZ, maximam habens Eccentricitatem AD. Sit autem ♂ in Epicycli Apogeo M. AD per *num. præc.* eſt 20000, quarum radius DE eſt 100000. Quare, AE eſt 120000: cui ſi addas EM radium Epicycli, qui tunc etiam maximus eſt, nempè 70957; ſit AM diſtantia maxima ♂ 190957.

*Fig. 13.*

Sit deinde Epicycli centrum in Perigeo Eccentrici, adeoque Eccentricus ſit BKYX minimam habens Eccentricitatem BA; ♂ autem ſit in 2 Perigeo Epicycli. BA per *num.* 24 eſt 17270, quarum radius BX eſt 100000, aufer 17270 à 100000: remanet AX 82730. Hinc rurſum deme radium Epicycli minimum X2 qui eſt 61157: relinquitur diſtantia ♂ minima 21573.

Igitur ♂ diſtantia maxima AM eſt ad minimam A2, ut 190957 ad 21573. Unde factâ diviſione maxima excedit minimam plus quàm octies.

## NUMERUS XXVII.

### *Locum Verum ♄. ♃. ♂. ad datum tempus extra ☌ & ☍ cum Sole, quando nempè duplici inæqualitati ſubjacent, Geometricè ſupputare.*

§. 1. Sit ex. gr. centrum Epicycli in V, & Planetæ centrum in C. Ad datum tempus inquire motum *a* Apogei ♈H, & motum Medium *b* centri Epicycli ♈HT. Aſſumatur deinde *c* Eccentricitas maxima AD, & minima AB; item *d* radius Epicycli maximus ES, & minimus EN. Cum his omnibus

*Fig. 6.* *a per n. 23.* *b per n. 21.* *c ex n. 24.* *d ex n. 26.*

nibus operare ut præſcribitur toto *num.* 11. Sic acquires motum Planetæ Verum ♈ H R ad tempus datum.

§. 2. Quod ſi placuerit juxta Hypotheſim Ptolemaicam ſupputare, operare ut præſcribitur *num.* 7: ſed utere motu Apogei *num.* 23, & motu Medio *num.* 21, Eccentricitate verò & radio Epicycli infrà ſcriptis.

| | *Eccentricitas tota* | *Eccent. ſemiſſis* |
|---|---|---|
| ♄ | 11514 | 5757 |
| ♃ | 9621 | 4810 |
| ♂ | 18566 | 9278. |

*Radius Epicycli.*

| | |
|---|---|
| ♄ | 10563 |
| ♃ | 19264 |
| ♂ | 65777 |

Hæ ſiquidem menſuræ ſunt mediæ inter repertas à Copernico, Lansbergio, Longomontano, Keplero, Bullialdo, Riceiolo.

§. 3. Inter hoſce duos ſupputandi modos, medium tenebis, ſi retentâ eâdem ſemper Eccentricitate, mediâ videlicet inter maximam & minimam *num.* 24. repertas, ſed Epicycli ſemidiametro pro tempore variatâ, procedas, ut præſcribitur *Num.* 11. omiſſo primo §: vel ſi non variatâ ſemidiametro Epicycli varietur Eccentricitas, procedaturque ut traditur in Hypotheſi Terræ Motæ.

*Modi ſecundus & tertius ſunt breviores, ſed primus locum Planetæ ſupputatum exhibet ejuſdem loco obſervato magis conſentientem. Quamquam ne hic quidem, vel ipſo fatente Ricciolo, ſemper ad amuſſim ſatisfacit. At cùm nullus id hactenus ſit aſſecutus, optimum eſſe illum dicamus, qui minimis urgetur. Ulteriorem interim hujus negotij limam à magno illo Aſtronomo expectabimus, quam ſpondet ipſe Almageſti lib. 7. pag. 539 hiſce verbis.* Quaprópter magno deſiderio Tychonicarum obſervationum editionem præſtolamur, ut eas examinare profundiùs, & noſtrarum Hypotheſium menſuras ex illis ac Noſtris obſervationibus, quibus adhuc inſiſtimus, ad ultimam limam revocare poſſimus.

*Hic ego inæqualitatis utriuſque ♄. ♃. ♂. inveſtigationem concludo; ſi priùs, quod jam ſæpè inſinuavi, Tyrones monuero, fidem calculi per obſervationes examinari oportere. Comparanda nimirum ſunt Planetarum loca quam plurima in diverſis Eccentrici locis, ſive per teipſum, ſive per alios obſervata, atque ad obſervationum momenta eadem loca per calculum inveſtiganda: quæ ſi cum locis obſervatis conveniant, licebit concludere & Hypotheſes & Hypotheſium menſuras, totumque calculi proceſſum rectè ſe habere.* (o Illa vide in Schol. num. 19.)

## NUMERUS XXVIII.

### *De æquationibus maximis, deq; Tabulis Æquationum conſtruendis.*

§. 1. ÆQuationes Eccentrici ad ſingulos Gradus Anomaliæ Eccentrici reperiuntur per §. 1. & 2. *num.* 11. Neque hic, ut in Lunâ, pluribus Tabulis opus eſt quàm unâ: quamvis enim ad ſingulos Gradus Anomaliæ varietur Eccentricitas, *a* quælibet tamen determinata Eccentricitas determinato Anomaliæ Gradui ſemper eidem reſpondet, ſecùs quàm in Lunâ accidat, cujus unaquæque Eccentricitas poteſt incidere in quemvis Gradum Anomaliæ; quandoquidem Lunaris Eccentricitas varietur *b* pro diſtantiâ Lunæ à Sole, quælibet autem Lunæ à Sole diſtantia in quemvis Anomaliæ Gradum *c* poſſit incidere. In primâ columnâ hujus Tabulæ ſcribantur Gradus Anomaliæ Eccentrici, à 1. ad 180. in ſecundâ columnâ Æquationes Eccentrici ſingulis Gradibus Anomaliæ reſpondentes.

*a per §. 2. & 3. n. 10.*
*b per §. 3. n. 13. l. 2. & per §. 4. n. 16. lib. 2.*
*c vide §. 3. n. 5. lib. 2. & nu. 45. lib. 2.*

§. 2. Quantitas Æquationis maximæ Eccentrici, & Gradus Anomaliæ in cujus termino contingit, ſecundùm Ptolomæum, Longomontanum, Keplerum, Ricciolum, Tabellâ ſequenti exhibentur.

| | | *Æquatio maxima Eccentrici* | | | *Anomalia Eccentrici.* | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | *Grad.* | *I.* | *II.* | *Grad.* | *I.* | *II.* |
| ♄ | *Ptolem.* | 6 | 32 | 0 | 93 | 16 | 0 |
| | *Longom.* | 6 | 38 | 17 | 93 | 19 | 8 |
| | *Kepler.* | 6 | 32 | 0 | 93 | 16 | 0 |
| | *Ricciol.* | 6 | 39 | 24 | 93 | 19 | 12 |
| ♃ | *Ptolem.* | 5 | 16 | 0 | 92 | 38 | 0 |
| | *Longom.* | 5 | 26 | 59 | 93 | 30 | 0 |
| | *Kepler.* | 5 | 31 | 37 | 93 | 45 | 0 |
| | *Ricciol.* | 5 | 28 | 30 | 93 | 40 | 0 |
| ♂ | *Ptolem.* | 11 | 32 | 0 | 95 | 46 | 0 |
| | *Longom.* | 10 | 34 | 20 | 95 | 17 | 10 |
| | *Kepler.* | 10 | 37 | 0 | 95 | 18 | 30 |
| | *Ricciol.* | 10 | 37 | 10 | 95 | 30 | 0 |

*Fig.* 13. Porrò Æquationem maximam Eccentrici contingere in termino Anomaliæ hac Tabellâ expreſſæ, ex ipſo opere inventionis Æquationum conſtat. Quare punctum Anomaliæ, in quo contingit Æquatio maxima, non reperitur (quemadmodum fiebat in Sole & Lunâ, & fiet mox etiam in maximis Æquationibus Orbis, ſeu Epicycli) ſi Quadranti, hoc eſt Gradibus 90, addatur ipſa Æquatio; neque ea accidit in puncto, ubi recta A L, quæ per Mundi centrum ad lineam Apſidum perpendicularis eſt, Eccentricum interſecat, ſed ſuprà illud putà in O; adeoque non colligitur in trigono rectangulo, ſed obliquangulo,

putà A O G. In Hypotheſi Ptolemaicâ (*vide Fig.* 1.)
*o per §. 4. num. 5.* Æquatio maxima *o* contingit in Gradu quidem 90, φ, Deferentis, ſed huic reſpondet Anomalia G 8 (quæ in Æquante numeratur) Gradibus 90 major.

*Fig. 13.* §. 3. Maxima Æquatio Anomaliæ Orbis, ſeu Epicycli, in quovis Anomaliæ Gradu fuerit centrum Epicycli, reperitur hac methodo. Sit primò centrum Epicycli in E Apogeo Eccentrici, & A C ex Mundi centro Epicyclum tangens, definiat Æquationem maximam E A C; ducaturque E C: ſitus autem Eccentrici ſit D E F Z. Igitur tunc per §. 4. & 5. *num.* 10 E C eſt radius Epicycli maximus, qui notus eſt per *num.* 26. Eccentricitas quoque tunc eſt A D omnium *o* maxima, quæ cùm *a* nota ſit in partibus radij D E taxati ad 100000, tota A E nota erit. In triangulo igitur A C E, quod ad *b* C rectangulum eſt, ex binis lateribus E C, A E jam notis reperietur *d* Æquatio Orbis maxima E A C ad Apogeum Eccentrici, quæ eſt inter maximas minima.

*o per §. 3. num. 10.*
*a per n. 24.*
*b per 18. 3.*
*d per prob. 4. cap. 3. Geo pract.*

Sit deinde centrum Epicycli in Perigeo X, Eccentrico tunc exiſtente in B K Y X. Tunc igitur & Epicycli radius X 2 *e* minimus eſt, qui innotuit per *num.* 26. & Eccentricitas A B etiam *f* minima; quæ cùm nota *i* ſit in partibus radij B X 100000, ſi ſubtrahatur à radio B X, etiam A X nota erit. Rurſum ergo in trigono A S X, quod ad *m* S rectangulum eſt, ex binis lateribus notis X S, A S, reperietur *n* Æquatio maxima X A S ad Perigeum Eccentrici, quæ eſt maxima inter maximas.

*e per §. 4. & 5. n. 10.*
*f per §. 3. num. 10.*
*i per n. 24.*
*m per 18. 3.*
*n per prob. 4. cap. 3. Geo. pract.*

Quod ſi Epicycli, centrum fuerit in quovis alio Anomaliæ puncto V, Æquatio maxima V A F reperietur ſolvendo triangulum rectangulum A F V, in quo latera A V, V F fient nota ex §. 2. & 3. *num.* 11. Ad motum porrò centri Epicycli ab Eccentrici Apogeo ad Perigeum, Æquationes Orbis maximæ perpetuò decreſcunt.

Anomalia Orbis, ſeu Epicycli in cujus termino maximæ Orbis Æquationes contingunt, ſic invenitur. In triangulo A C E, quod *p* ad C rectangulum eſt, duo reliqui anguli E A C, A E C, conficiunt unum *q* rectum, ſeu Grad. 90. Quare ſi E A C jam inventum ſubtrahas à Grad. 90, notus ſit A E C, adeoque & *r* arcus *ω* C; quo dempto ex Grad. 180, nota erit M C Anomalia Epicycli, in cujus termino fit maxima Æquatio E A C. Eadem Anomalia reperitur quoque ſi ad Grad. 90 adjicitur ipſa Æquatio.

*p per 18. 3.*
*q per 32. 1.*
*r per 33. 6.*

Quantitates Æquationum maximarum ad Apogeum & Perigeum Eccentrici, & Gradus Anomaliæ Orbis, in cujus termino contingunt, ſecundùm Ptolomæum, Longomontanum, Keplerum, Ricciolum, exhibentur Tabellâ ſequenti.

| | | *Æquatio max. Orbis ad Apog. Eccen.* | | | *Anomalia Orbis.* | | | *Æquat. max. Orbis in Perigeo Eccent.* | | | *Anomalia Orbis* | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | *Grad.* | *I.* | *II.* | *Grad.* | *I.* | *II.* | *Grad.* | *I.* | *II.* | *Grad.* | *I.* | *II.* |
| ♄ | *Ptolom.* | 5 | 53 | 0 | 95 | 53 | 0 | 6 | 36 | 0 | 96 | 36 | 0 |
| | *Longom.* | 5 | 39 | 15 | 95 | 39 | 15 | 6 | 21 | 20 | 96 | 21 | 20 |
| | *Kepler.* | 5 | 43 | 0 | 95 | 43 | 0 | 6 | 38 | 10 | 96 | 38 | 10 |
| | *Ricciol.* | 5 | 45 | 0 | 95 | 45 | 0 | 6 | 30 | 0 | 96 | 30 | 0 |
| ♃ | *Ptolom.* | 10 | 34 | 0 | 100 | 34 | 0 | 11 | 35 | 0 | 101 | 35 | 0 |
| | *Longom.* | 10 | 38 | 33 | 100 | 38 | 33 | 11 | 43 | 2 | 101 | 43 | 2 |
| | *Kepler.* | 10 | 34 | 0 | 100 | 34 | 0 | 12 | 5 | 0 | 102 | 5 | 0 |
| | *Ricciol.* | 10 | 39 | 0 | 100 | 39 | 0 | 11 | 43 | 0 | 101 | 43 | 0 |
| ♂ | *Ptolom.* | 36 | 45 | 0 | 126 | 45 | 0 | 47 | 1 | 0 | 137 | 1 | 0 |
| | *Longom.* | 38 | 8 | 0 | 128 | 0 | 0 | 47 | 26 | 0 | 137 | 26 | 0 |
| | *Kepler.* | 36 | 55 | 0 | 126 | 55 | 0 | 48 | 30 | 0 | 138 | 30 | 0 |
| | *Ricciol.* | 36 | 15 | 0 | 126 | 15 | 0 | 47 | 40 | 0 | 137 | 40 | 0 |

*Fig. 13.* §. 4. Æquationes Orbis ad Gradus ſingulos ſemicirculi M C *ω* Anomaliæ Orbis quæ Geometricè reperiuntur, ut docui *num.* 11 *toto*, ad unam aliquam Tabulam redigi non poſſunt. Cùm enim ad motum centri Epicycli per Eccentricum in noſtrâ Hypotheſi tam radius Epicycli, quàm diſtantia centri Epicycli à centro Mundi, in alijs verò ſaltem diſtantia centri Epic. varietur, neceſſe eſt ad eundem Anomaliæ Orbis Gradum aliam atque aliam pro tempore Æquationem contingere. Ex. gr. ſit Epicycli centrum primò in E, deinde in V, & ſint utrobique Anomaliæ Orbis M 8, H φ Grad. 20: major eſt Æquatio V A φ ad vigeſimum Anomaliæ Gradum Epicycli centro poſito in V; quàm ſit Æquatio E A 8 etiam ad vigeſimum Anomaliæ Gradum, centro Epicycli ſito in E. Pari modo de Æquationibus ad reliquos Gradus Anomaliæ Orbis ratiocinare. Oporteret igitur 180 Tabulas Æquationum Orbis conficere: quod quia nimis laborioſum eſt, artificioſa tanti laboris compendia Aſtronomi excogitarunt.

§. 5. Primus modus, quo cum Ptolomæo plerique antiquiores Aſtronomi, & ex recentioribus etiam Longomontanus atque Lansbergius uſi ſunt, eſt ejuſmodi. 1. Reperi *a* Æquationes Orbis maximas, poſito Epicycli centro in ſingulis Gradibus ſemicirculi Anomaliæ Eccentrici, ab Apogeo nempè ad Perigeum, eaſque in Tabulâ ſingulari digere. 2. Æquationem E A C minimam maximarum, quæ fit ad Eccentrici Apogeum E, aufer à ſingulis maximis, & exceſſus, ſeu differentias ſerva. 3. Differentia maximarum Æquationum EAC, XAS ad Apogeum & Perigeum differentia æſtimetur 60, atque ad has partes reducantur differentiæ cæteræ: quod ita fiet. Differentia Æquationum maximarum E A C, X A S reperta ſit ex. gr. Minutorum 40, differentia verò maximarum Æquationum E A C, V A F Minutorum 18. Fiat ut 40 ad 18, ita 60 ad 27: erit 27 differentia Æquationum maximarum EAC, VAF reducta ad partes 27, quarum differentia ipſarum EAC, X A S eſt 60. Eodem modo reducentur differentiæ cæteræ proceſſu ſecundo repertæ: quæ ſic reductæ vocantur *Scrupula Proportionalia*, ponunturque in tertiâ columnâ Tabulæ Æquationum Eccentrici (§. 1. conſtructæ) è regione Graduum Anomaliæ Eccentrici: ipſa verò Scrupula 60 ſcribuntur è regione Gradus Anomaliæ 180, ſeu Signorum ſex 4. Poſito Epicycli centro primùm in Apogeo E, deinde in Perigeo X, reperi *b* ad ſingulos Gradus ſemicirculi Anomaliæ Orbis MC*ω*, PS2, Æ-

*a per §. 3.*
*b per n. 12. totum.*



Digitized by Google

quationes Orbis, & ſingulas Æquationes ad Apogeum E aufer à ſingulis ad Perigeum X, atque hos exceſſus, ſeu differentias ſcribe in tertiâ columnâ novæ Tabulæ, quæ vocatur *Tabula Æquationum Orbis*; in ſecundâ autem columnâ repone Æquationes ſingulas repertas ad Apogeum E, in primâ Gradus Anomaliæ à 1. ad 180.ſ. Hiſce tabulis ita ordinatis ad quemvis Anomaliæ Orbis Gradum, putà ad φ vigeſimum, Epicycli centro exiſtente in quovis Anomaliæ Eccentrici Gradu, putà in V quadrageſimo, Æquationem Orbis V A φ reperies hunc in modum. Ex Tabulæ Æquationum Eccentrici columnâ tertiâ excerpe Scrupula proportionalia ex. gr. 27 adſcripta Gradui 40. V Anomaliæ Eccentrici. Tum ex Tabulæ Æquationum Orbis columnâ ſecundâ excerpe Æquationem Orbis M A ϑ debitam Anomaliæ Orbis Gradui vigeſimo ϑ, quando centrum Epicycli eſſet in Apogeo E; & in columnâ tertiâ excerpe adſcriptam illi differentiam, ſeu exceſſum ex. gr. 2. Grad. Poſtremò fiat ut Scrupula 60, differentia nempè maximarum Æquationum E A C, X A S, ad Apogeum & Perigeum Eccentrici, ad Scrupula proportionalia 27, differentiam nempè Æquationum maximarum EAC, V A F, ita grad. 2 nempè exceſſus, ſeu differentia Æquationum E A ϑ, X A β ad Grad. Anomaliæ Orbis 20, poſito Epicycli centro in Apogeo & Perigeo, ad aliud: dabit hoc differentiam Æquationum E A ϑ, V A φ; quâ additâ ad Æquationem E A ϑ, prodibit Æquatio Orbis V A φ quæſita.

§. 6. Hic eſt modus quo plerique veteres (ut dixi) utebantur, cujus fundamentum eſt tale: ſunt M ϑ, H φ, P β Anomaliæ Orbis æquales, putà Grad. 20. Putabant illi, ut eſt differentia maximarum Æquationum E A C, X A S, ad differentiam maximarum E A C, V A F, ita eſſe differentiam Æquationum E A ϑ, X A β ad differentiam Æquationum E A ϑ, V A φ. Verùm hanc anologiam non eſſe exactam, præſertim in ♂, Aſtronomi recentiores deprehenderunt. Ratio prima eſt, quòd licet Æquationes non maximæ E A ϑ, X A β, V A φ exiſtant ad eundem Gradum Anomaliæ Orbis, omnes ex. gr. ad vigeſimum, tamen Æquationes maximæ E A C, X A S, V A F, ad eundem Anomaliæ Orbis Gradum non contingant. In ♂ ſiquidem maxima Æquatio Apogea E A C Anomaliam ſortitur M C Grad. 126. 15′, Perigea verò X A S Anomaliam P S Grad. 137. 40′, ut patet ex Tabulâ tertij §. Ratio altera cur nequeat condi una Tabula, quæ per Scrupula proportionalia & exceſſum, ſeu differentiam, exhibeat juſtas Æquationes Orbis, præſertim in ♂, hæc eſt, quòd Epicycli radius & diſtantia à Terrâ continuè varientur, quæ variatio maxima eſt in ♂ ut patet ex Tab. *num. 26. & ex Corol. num. 26.*

Qui porrò voluerit inquirere Proſthaphæreſim Orbis ex Tabulis more antiquo conſtructis, pro ♂ adhibeat correctionem quam tradit Lansbergius *Præcepto* 16; vel eam, quam Longomontanus *lib. 2. Theoricorum cap. 9. & 12.*

§. 7. Ob cauſas igitur præcedenti §. indicatas recentiores Aſtronomi pro 5 Planetis Tabulam condidêre generalem Æquationum Orbis ad ſingulos Orbis Anomaliæ Gradus, ſi non ad omnes ſitus Epicycli, ſaltem ad aliquos, quorum ope per partem proportionalem ſatisfiat etiam reliquis. Tabulam ejuſmodi
Fig. 13. reperies in Tabulis Mediceis apud Vincentium Reinerium alioſque. Conſtruitur ſolutione trianguli V A φ, quam tradidi *num. 15.*

# CAPUT V.

## Veneris & Mercurij phœnomena & Hypotheſes.

## NUMERUS XXIX.

### *Phænomena, quibus ♀ & ☿ differunt à ♂, ♃, ♄.*

PHœnomena *Veneri* & *Mercurio* cum tribus Planetis majoribus communia recenſui *num.* 3. Nam & ipſi tam primæ inæqualitati quàm ſecundæ obnoxij ſunt; ſalvaturque prima per Eccentricum, ſecunda per Epicyclum; quamvis non ſine aliquâ à tribus majoribus differentiâ *a* inferiùs exponendâ. Nunc *a* §. 2.
quæ ♀ & ☿ propria ſunt videamus.

§. 1. Prima differentia eſt quòd hi Planetæ numquam Soli conſpiciantur oppoſiti. Et *Venus* quidem numquam digreditur à Sole ad Gr. 50, *Mercurius* vix unquam ad 30. apparentque ambo modò manè, modò veſperi: unde factum eſt ut *Venus*, quæ frequentiùs & evidentiùs conſpicitur, nunc *Lucifer* dicatur & ſit, nunc *Heſperus*. Adhæc, quod omnis antiquitas ignoravit, teleſcopij adminiculo deprehenſum eſt, utrumque Planetam jam falcatum apparere, ut Lunam, jam biſectum, jam gibboſum, jam rotundum & quaſi plenum. Ex quibus omnibus manifeſtè patuit, eos modò infrà Solem, modò ſuprà ferri; Orbemque, ſeu Epicyclum quem perambulant, ita Solem ambire ut Terram non includat. Aliàs enim, cùm Soli numquam opponantur, non poſſent illas phaſium diverſitates ſubire.

Ortuum porrò & occaſuum utriuſque Planetæ Fig. 11.
modus & ordo eſt hujuſmodi. Terra ſit in A; Horizon K P; Occidens in P; Oriens in K; Orbis, ſeu Epicyclus ♀ vel ☿ B C D E Solem ambiens. Quamvis autem ſchema Solem exhibeat in Epicycli centro, ſcire oportet rarò ipſum præciſè in centro exiſtere, ſed ab eo plerumque (ut ſuo loco dicam) licet non longè, declinare. Apogeum Epicycli eſto D; Perigeum B, quæ deſignantur à lineâ A B D à viſu noſtro in A per Epicycli centrum educta. Manifeſtum eſt igitur Planetam in revolutione unâqualibet bis cum Sole conjunctum apparere, in Perigeo nempè B & Apogeo D, adeoque tunc nec manè nec veſperi apparere. Intelligatur jam Planeta cum ſuo Epicyclo poſitus in Oriente K. Ubi Planeta à Perigeo B progreſſus aliquouſque fuerit in O, cùm ipſe Horizontem attinget, Sol adhuc infrà Horizontem erit, ac proinde Planeta jam à Sole remotior manè ſuprà Horizontem incipiet apparere; quæ prima apparitio *Ortus Heliacus matutinus* vocatur. Quò deinde Planeta longiùs à Sole digreditur, eò manè quotidie altior ſuprà Horizontem conſpicitur uſque ad digreſſionem maximam, quæ contingit in puncto E. ubi recta A E ex Terrâ Epicyclum tangit. Inde pergens ad Epicycli Apogeum D, in dies ſingulos minùs minuſque ſuprà Horizontem manè attollitur, ac tandem propè Conjunctionem cum Sole Apogeam (in R) Solaribus radijs abſorptus, manè deſinit apparere; quæ apparitio poſtrema *Occaſus Heliacus matutinus* appellatur. Poſt dies complures, ſuperato Apogeo D, ubi jam ingreſſus Orientalem Epicycli ſemicirculum D E B, elongationem aliquam à Sole acceperit in I, apparere denuò incipiet, ſed veſperi poſt occaſum Solis. Quando enim (verte oculos ad Occidentem

P)

P) Sol occumbet in P, Planeta poſitus in I adhuc ſuprà Horizontem exiſtet, ac proinde poſt Solis occaſum apparere incipiet; quæ prima apparitio *Ortus Heliacus veſpertinus* dicitur. Poſt hunc Planeta veſperi quotidie altior atque altior ſuprà Horizontem conſpicitur uſque ad ſecundam digreſſionem à Sole maximam in contactu E. Unde rurſum deſcendens ad Conjunctionem cum Sole Perigeam in B, quotidie magis magiſque deprimitur, ac tandem veſperi apparere deſinit: quæ apparitio ultima, *Occaſus Heliacus veſpertinus* appellatur.

Fig. 14. Phaſium autem ♀ & ☿ forma & ordo hic eſt. Superatâ ☌ Perigeâ in B, poſt ortum Heliacum matutinum in C apparent cornuti: ad maximam digreſſionem matutinam in D, bifidi, ſeu biſecti & ſemipleni: inde ſenſim gibboſi evadunt; at propè occaſum Heliacum in E rotundi ferè ac pleni conſpiciuntur. In Apogeo F ſub radijs Solis latent. Digreſſi deinde à ☌ Apogeâ poſt ortum Heliacum veſpertinum in G, rurſum videntur gibboſi: ad digreſſionem maximam veſpertinam in H, iterum biſecti: inde ſenſim cornua reſumunt: demum propè occaſum Heliacum veſpertinum in I, planè cornuti apparent; ac tandem circa Perigeum B evaneſcunt. In ☌ Perigeâ B, viſus eſt à Gaſſendo Anno 1631. 7. Nov. *Mercurius* inſtar maculæ nigerrimæ particulam diſci Solaris Eclipſans. Tycho autem in ☌ itidem Perigeâ, *Venerem* conſpexit illuminatam, adeoque extra Solem ob enormem, quam tum habebat, latitudinem, Graduum videlicet novem.

§. 2. Altera differentia eſt, quòd in ♀ & ☿ motus Medij centri Epicycli per Eccentricum ſemper Medio Solis motui ſit æqualis, unuſque ſit atque idem in Zodiaco locus Medius centri Epicycli cum Medio loco Solis. In *Fig.* 1. centrum Epicycli ♀ aut ☿ ſit in I;

Fig. 1. linea Medij motus centri A M; motus centri Medius ♈ L M; locus Medius M. Erit quoque A M linea Medij motus Solis, & ♈ L M Medius motus Solis; & M locus Solis Medius.

Itaque motus centri Epicycli per Eccentricum, quo ſalvatur prima inæqualitas in ♀ & ☿, motui Solis alligatur, in ♄. ♃. & ♂. ab eo reſpectu ſolutus eſt. At contrà, motus Planetæ in Epicyclo, in ♀ & ☿ ſolutus eſt à motu Solis; at in ♄. ♃. & ♂. Soli alligatur, cùm tantus ſemper ſit ipſorum motus ab Epicycli Apogeo, quantus eſt Solis motus Verus ab ipſis, ut ſuo

a num. 10. §. 4. & 5. a loco jam expoſuimus.

Quamvis autem Medius locus centri Epicycli ♀ & ☿ in Zodiaco ſemper idem ſit cum Medio loco Solis, Verus tamen hujus plerumque differt à Vero centri

b ut patebit ex nu. 42. Epic. illorum, eò quòd loca Apogeorum b ſint diverſa, ac proinde idem locus Medius diverſam Æquationem, ſeu differentiam à loco Vero ſortiatur in ♀ & ☿, quàm in Sole.

Fig. 1. §. 3. Atque hinc tertia enaſcitur differentia, quòd ♀ & ☿ in motu Eccentrico ſe attemperent motui Solis, non Vero, ſed Medio, ac proinde ut habeatur Anomalia Eccentrici Media L M, auferendus ſit Apogei motus ♈ L à motu Solis, non Vero, ſed Medio ♈ L M. At tres Planetæ Superiores in ſuo motu Epicyclico ſe conformant motui Solis, non Medio, ſed Vero, adeoque ut habeatur Anomalia Orbis Media, auferendus eſt motus Verus centri Epicy-

c vide §. 2. n. 9. & §. 4. ut §. n. 10. cli à Solis motu Vero, uti in c prioribus jam explicavimus.

§. 4. Poſtremò notandum eſt Conjunctionem Perigeam ♀ & ☿ cum Sole reſpondere Oppoſitioni trium Superiorum cum Sole; ac proinde quemadmodum hi in Conjunctione & Oppoſitione, ita ♀ & ☿ in Conjunctione tam Apogeâ quàm Perigeâ inæqualitate ſecundâ liberantur.

## NUMERUS XXX.

### *Phænomena quibus ☿ differt à ♀.*

§. 1. Claritatis causâ quædam de maximis Digreſſionibus prænotanda ſunt.

Eccentricus ♀ aut ☿ ſit D S T, ejuſque centrum Z; Zodiacus K R G; ejuſque centrum A; linea Apſidum F B Z A C G. Fig. 15.

Nota I. Si Epicycli centrum fuerit in Eccentrici Apogeo B, vel Perigeo C, Digreſſiones maximæ ♀ & ☿ à loco Solis Medio non differunt à maximis Æquationibus Orbis F A K, F A L; & matutina æqualis eſt veſpertinæ. Tunc enim linea Medij motus centri Epicycli eſt ipſa Apſidum linea F B Z A C G. Quare cùm linea b Medij motus Solis ſemper eadem ſit cum lineâ Medij motus centri Epicycli ♀ & ☿, etiam hæc b per §. 2. n. præc. tunc coincidet cum lineâ Apſidum; ac proinde locus Solis Medius tunc erit F, vel G, idem nempè cum loco Vero centri Epicycli. Quare Digreſſiones maximæ à loco Solis Medio tunc erunt K F, L F, vel H G, I G, ipſæ videlicet Orbis Æquationes maximæ. Ex quo jam patet maximam Digreſſionem matutinam L F æqualem tunc eſſe maximæ veſpertinæ K F.

Nota II. Si Epicycli centrum ſit extra Apſides, puta in S, Digreſſiones maximæ ♀ & ☿ à loco Medio Solis, differunt à maximis Æquationibus Orbis: & matutina non eſt æqualis veſpertinæ. Tunc enim linea Medij motus centri Epicycli ex. gr. A Q differt à lineâ Veri motus centri Epic. A S N. Quare cùm A Q ſit etiam c linea Medij motus Solis, adeoque c per §. 2. n. præc. Medius Solis locus ſit Q, liquet maximas R Q, M Q à loco Solis Medio Degreſſiones differre à maximis Orbis Æquationibus R N, M N, quantitate ipſius Æquationis Eccentricæ Q N.

Nota III. Quando hîc comparantur Digreſſiones maximæ cum alijs maximis, ex. gr. maximæ, cùm Epicycli centrum eſt B, cum maximis Epicycli centro poſito in S, comparandum eſt aggregatum L K ex matutinâ L F & veſpertinâ K F, cum aggregato R M ex matutinâ M Q & veſpertinâ R Q.

Nota IV. Aggregatum ex duabus Digreſſionibus maximis unâ matutinâ M Q, & alterâ veſpertinâ R Q, in quarum utrâque Epicycli centrum fuerit in eodem Anomaliæ Eccentricæ puncto S, ſemper duplum eſt Æquationis maximæ ibidem. Cùm enim in utrâque centrum Epicycli fuerit in eodem Anomaliæ puncto S, etiam A Q linea Medij centri Epicycli, adeoque & linea Medij motus Solis, quæ ab hac non d differt, eadem fuit in utrâque. Ex quo patet duas ſimul Digreſſiones maximas R Q, M Q æquari duabus maximis Æquationibus R N, M N, ac proinde duplas eſſe unius R N, ſeu M N. His prænotatis, d §. 2. n. præc.

§. 2. Obſervatum eſt *Veneris* Digreſſiones maximarum minimas à loco Medio Solis ſemper contingere in Apogeo Eccentrici B, maximas maximarum in Perigeo C: *Mercurij* verò maximarum minimas quidem ſemper itidem in Apogeo contingere, maximarum tamen maximas non in Perigeo, ſed in trientibus, ad Gradus videlicet Anomaliæ Eccentrici 120 & 240, hoc eſt in duobus punctis S. T. quæ binis utrimque Signis, gradibus nempè 60 diſtant à Perigeo C.

Ptolomæus ſiquidem centro Epicycli ☿ poſito propè Grad. 12 ♈, hoc eſt propè Perigeum quod tunc erat in ♈ Grad. 10, reperit Digreſſionem ☿ maximam à Medio loco Solis Grad. 23. 15′, quæ duplicata, (ſunt enim, ut prænotatum eſt, in & propè Apogeum ac Perigeum matutina ac veſpertina æquales) aggregatum exhibet Grad. 46. 30′. At centro Epicycli poſito in S propè Grad. 10 ♒ hoc eſt Gradibus 60 à Perigeo C, reperit maximam ☿ Digreſſionem veſpertinam R Q Grad. 21. 15′: & cùm alio tempore ibidem eſſet Epicycli centrum, nactus eſt maximam matutinam M Q Grad. 26. 30′. quæ ſimul junctæ efficiunt aggregatum M R Grad. 47. 45′. Rurſum centro Epicycli poſito in T, propè Grad. 10 ♊, hoc eſt Gradibus 60 à Perigeo C, deprehendit ☿ Digreſſionem maximam veſpertinam Grad. 26. 30′, matutinam verò (cùm alio tempore ibidem eſſet Epicycli centrum) Grad. 21. 15′. quæ ſimul junctæ rurſum efficiunt Grad. 47. 45′.

*Mercurius* igitur à *Venere* differt, primò quòd Digreſſiones ejus maximæ fiant extra Perigeum, ſecundò quòd in duobus Eccentrici locis, nimirum in trientibus ab Apogeo Eccentrici. Quæ porrò dicta ſunt de maximis Digreſſionibus, de maximis etiam Orbis Æquationibus intelligenda, ut patet ex *Not.* 4.

§. 3. Alia *Mercurij* à *Venere* & omnibus Planetis
i *Oſtendam infrà.* hæc inſignis differentia eſt, quòd Epicyclum ſuum circa Solem percurrat celerrimè, diebus nempè *i* 116
m *Oſtendam infrà.* ferè, adeoque ter in anno: *Venus* autem abſolvit tantum diebus circiter 584, *m* ſive menſibus 19.

Ex hiſce porrò proprietatibus tam diverſis *Mercurij* motus valdè implexus ac difficilis redditur, & Hypotheſim longè aliam quàm *Venus* cæterique Planetæ requirit.

*Modus obſervandi Digreſſiones maximas, tradetur infrà.*

## NUMERUS XXXI.

### *Hypotheſis antiqua, ſeu Ptolemaica Veneris in Longitudinem, & ſupputationis Geometrica juxta eam forma.*

§. 1. NOn differt ea ab Hypotheſi trium Superiorum, quam expoſui *Numeris* 4. 5. 6. ſolæ (quod in quâvis Hypotheſi accidit) variantur menſuræ, quas *infra* ſuis locis invenire docebimus.

Fig. 1. Habet igitur ♀, ut ♂. ♃. ♄, Eccentricum Deferentem B D I R, & huic æqualem Æquantem eccentricum C G O β ϑ, centrumque Deferentis B pari intervallo diſſitum à Mundi centro A, & Æquantis centro C, ac proinde Eccentricitatem totam A C biſectam in B. Habet & Epicyclum, cujus centrum I, ita percurrit Deferentem, ut motus ejus ſit æqualis, non in Deferente ipſo, ſed in Æquante, ſic nimirum, ut recta C I O, quæ ab Æquantis centro per centrum Epicycli producta Æquantem interſecat, æqualibus temporibus æquales Æquantis arcus abſolvat. At in hoc à tribus majoribus Planetis hic motus differt, quòd linea motus Medij A M, ut *num.* 29. §. 2, expoſui, ſemper ſit eadem cum lineâ Medij motus Solis, & locus Medius M centri Epicycli in Zodiaco ſemper idem ſit cum loco Solis Medio. Ipſa autem ♀
a *Oſtendam infrà.* motu æquali Epicyclum percurrit *a* Diebus ferè 583, in ſuperiori quidem parte ſecundùm O. S. ex H per Q in E. in inferiore verò contra O. S. ex E per ψ in H. Poſtremò Apogeum Eccentrici lentiſſimè in conſequentia prorepit. Atque hunc in modum, per Eccentricum ſalvatur prima inæqualitas, per Epicyclum ſecunda, ut in ♄. ♃. ♂, expoſiti *num.* 6. Apparitionum verò ac phaſium diverſitas exponitur per eundem Epicyclum ita Soli circumdatum, ut Terram non includat, uti *num.* 29. §. 1. jam declaravimus.

§. 2. Ad ſupputationem Geometricam Veri loci ♀ in Longitudinem, nota eſſe debent ad tempus datum motus Apogei ♀. *m* ♈ L, Anomalia *o* Orbis Vera m *num.* 42.
N X, atque inſuper Eccentricitas *p* A C, & radius E- o *num.* 50.
picycli in partibus radij Eccentrici B D: quæ omnia p *num.* 43.
locis in margine notatis docebimus reperire.

His quatuor datis, ſupputatio tota peragetur ut in ♂, ♃, ♄, tradidi *num.* 7.

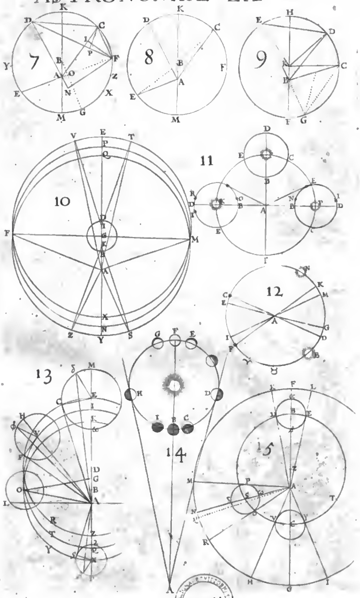
Supputatio igitur Veri loci ♀ hoc ſolùm differt à ſupputatione Veri loci ♂. ♃. ♄, quòd in hac peculiariter inquiri debeat Anomalia Orbis, non verò motus Medius centri Epicycli, cùm ſit ipſe Medius motus Solis: in illis peculiariter inquiri debeat motus Medius centri Epicycli, non verò Anomalia Orbis, cùm hæc Digreſſioni ipſorum à Sole ſemper ſit æqualis, ac proinde habeatur ſi motum Verum centri Epicycli ſubducas à motu Solis Medio ſecundùm Veteres, à Vero ſecundùm Recentiores, uti ſuis locis expoſuimus.

## NUMERUS XXXII.

### *Hypotheſis antiqua Ptolomaica Longitudinis* ☿.

DIfferentia hujus ab Hypotheſi aliorum Planetarum conſiſtit in motu centri Deferentis ut Fig. 16.
ſalventur phœnomena *num.* 30. §. 2. recenſita.

In rectâ infinitâ H D centrum Mundi & Zodiaci eſto A; extra quod ſumpto centro C deſcribatur circulus G O H β: is erit Æquans Eccentricus, cujus Apogeum G, Perigeum H. Sumptâ C Y æquali C A, circellum deſcribe V E T C, cujus Apogeum erit E, Perigeum C. Per hunc circellum fingitur moveri centrum Eccentrici Deferentis Epicyclum (qui Æquanti æqualis eſt) ſecundùm ſeriem litterarum V, E, T, C. in ſuperiori videlicet circelli parte contra. O. S. in inferiore ſecundùm. O. S. reſpectu Oculi exiſtentis in A. Interim verò centrum Epicycli ſecundùm. O. S. Deferentem percurrit motu inæquali reſpectu Deferentis, ſed æquali reſpectu Æquantis, ut ſit in ♀ & cæteris Planetis, ſic nimirum ut recta C I O ex Æquantis centro per Epicycli centrum I educta æqualibus temporibus in Æquante G O H β æquales arcus abſolvat. Porrò motus centri Deferentis per circellum, & motus centri Epicycli ita inter ſe commenſurantur, ut elongatio centri Epicycli ab Apogeo Æquantis G in conſequentia ſemper ſit æqualis elongationi centri Deferentis ab Apogeo circelli E in præcedentia. Itaque centro Deferentis poſito in E Apogeo circelli ac Deferente ipſo in D π ω φ, centrum Epicycli eſt in D, in ipſâ lineâ Apſidum Æquantis H G, in quâ tunc etiam eſt Deferentis Apogeum D. Cùm autem Deferentis centrum deſcenderit ex E ex. gr. in T, adeoque ipſe Deferens fuerit Q I R ϑ, centrum Epicycli erit in I, confecto in Æquante arcu G O, ſeu Anomaliâ Mediâ G O, quæ ſit æqualis, hoc eſt ſimilis arcui E T, quæ quidem æqualitas ſemper toto illo motu ſervatur. Delapſo deinde Deferentis centro (confecto ſemicirculo E T C) ad circelli Perigeum, hoc eſt ad C centrum ipſum Æquantis, tunc Deferens unus eſt idemque circulus cum Æquante G O H β, & Epicycli centrum exiſtit in communi Æquantis ac Deferentis




NAPOLI

Digitized by Google

rentis Perigeo H, confecto Anomaliæ ſemicirculo G O H. Ubi centrum Deferentis rurſum aſcenderit o Vide Fig. 17. ex. gr. in V, adeoque Deferens fuerit in o ψ δ θ, Epicycli centrum erit in I, confectâ in Æquante Anomaliâ Mediâ G β H O iterum æquali arcui E T V. Poſtremò Deferentis centro reverſo in E Apogeum circelli, adeoque Deferente iterum poſito in δ π ω φ, centrum Epicycli rurſum erit in D in lineâ Apſidum Æquantis H G, confecto Anomaliæ Mediæ circulo integro G β H I G.

Talis eſt *Mercurij* Hypotheſis Ptolemaica, quâ quomodo phœnomenis ☿ proprijs ſatisfiat, patebit *Num. ſeq.* Phœnomena ſiquidem quæ ipſi cum ♀ & reliquis Planetis ſuot communia, ſalvantur etiam modo omnibus communi, ad inæqualitatem nempè primam ſpectantia per Eccentricum; ad ſecundam, per Epicyclum.

Porrò motibus ſupradictis adjunge, quòd motus Medius centri Epic. ſemper ſit idem cum Medio motu Solis. His etiam adde motum ☿ in Epicyclo, ſed æqualem ut in ♀; item motum lentiſſimum Apogei Æquantis G, quo totum Æquantis planum cum circello ſenſim in conſequentia promovetur.

## NUMERUS XXXIII.

### *Hujus Hypotheſeos proprietates, per quas phænomenis ☿ peculiaribus ſatisfit.*

Fig. 16. 17. EX centro Mundi circellum tangant in T, & V rectæ R Q, θ ψ.

Propr. I. Apogeum & Perigeum Deferentis ultra citraque lineam Apſidum Æquantis H G, reciproco motu libratur. Sequitur ex motu centri Deferentis per circellum: & quando centrum Deferentis percurrit circelli partem ſuperiorem V E T, Apogeum & Perigeum Deferentis feruntur in præcedentia, ſeu contra O. S. ex ψ versùs Q, & ex θ versùs R: cùm verò Deferentis centrum percurrit circelli portionem inferiorem T C V, Deferentis Apogeum ac Perigeum moventur in conſequentia ex Q in ψ, & ex R in θ.

Propr. II. Quantitas hujus librationis Augium Deferentis, quam in Zodiaco determinat angulus V A T à tangentibus circellum ad Zodiaci centrum A comprehenſus eſt 2 Signorum, ſive Grad. 60.

Ducatur enim recta T C, & ex circelli centro o nu. præc. Y T. Quoniam *ex Hypotheſi* o C A, Y C æquales ſunt, & per 18. 3. angulus Y T A rectus, ſi centro C per Y & A circulus deſcribatur, tranſibit is a per a per 31. 3. T, ac proinde C T æqualis eſt circelli radio Y T. b per corol. 2. Ergo b C T eſt latus hexagoni, ac proinde arcus i prop. 15. 4. C T (adeoque & angulus C Y T, ſeu A Y T) eſt ſexta pars circuli, nempè Grad. 60. Jam quia ang. c per 18. 3. Y T A c rectus eſt, conficient A Y T, Y A T ſimul d per 32. 1. unum d rectum, ſeu Grad. 90. Quare ſi A Y T Grad. 60 demas à 90, remanet Y A T Grad. 30. Quare totus V A T eſt Grad. 60.

Propr. III. Centrum Epicycli exiſtens prope G Apogeum Æquantis celeriùs movetur in Deferente, quàm dum exiſtit prope H Perigeum. Ratio eſt, quia quando centrum Epicycli eſt prope Apo- e per n. 32. geum Æquantis, etiam Deferentis centrum eſt e prope E Apogeum circelli, moveturque contra O. S. ex V per E in T, ac proinde per *Propr. 1.* etiam Apogeum totumque planum Deferentis libratur contra O. S. ex ψ in Q: quæ libratio retardat motum centri f per eund. Epic. factum f ſecundùm. O. S. At centro Epicycli poſito circa Perigeum H, etiam Deferentis centrum eſt prope C, ubi movetur ex T per C in V, ac proinde etiam Deferens cum ſuo Apogeo libratur ſecundùm. O. S. ex Q in ψ; quæ libratio accelerat motum centri Epicycli etiam factum ſecundùm. O. S. Quare cùm nihilominus Epicycli centrum æqualibus temporibus æquales arcus in Æquante r abſolvat, r per eund. neceſſe eſt ipſum exiſtens prope G, Apogeum Æquantis velociùs in ſuo Deferente moveri, quàm dum eſt prope H Perigeum.

Propr. IV. Nihilominus (quod requirit prima inæqualitas) centrum Epicycli, exiſtens prope G Apogeum, in Zodiaco movetur tardiùs quàm dum eſt prope H Perigeum. Ratio eſt, quia licet in Deferente Eccentrico moveatur inæqualiter, movetur tamen æqualiter reſpectu Eccentrici Æquantis; qui motus in Æquante æqualis, nobis apparet in Zodiaco inæqualis; tardiſſimus ad Apogeum; celerrimus ad Perigeum. *Vide dicta num. 6. §. 1.*

Propr. V. Semel in anno Eccentricitas Deferentis par eſt Eccentricitati Æquantis, quando nempè utriuſque centra junguntur in C: & ſemel in anno Eccentricitas Deferentis tripla eſt Eccentricitatis Æquantis A C, quando nempè Deferentis centrum eſt in E. Reliquo anni tempore Deferentis Eccentricitas ſemper major Eccentricitate Æquantis. Dixi *ſemel in anno*, quia una revolutio Media centri æquatur Anno Solari, ut patet ex §. 2. *num.* 29.

*Dictum eſt ſuprà num. 32. quando Deferentis centrum eſt in E, & Deferens ipſe in D π ω φ, tunc centrum Epicycli eſſe in Deferentis Apogeo D, atque in ipsâ lineâ Apſidum Æquantis HG: cùm verò centrum Deferentis coincidit cum centro Æquantis in C, & unus idemq; circulus G O H β eſt Deferens, & Æquans, adeoq; unum utrinſque Perigeum H, tum Epicycli centrum eſſe in communi illo Perigeo H: extra quos duos caſus centrum Epicycli nunquam eſt in Apogeo vel Perigeo, ſive Æquantis, ſive Deferentis. Hoc poſito, Proprietas ſexta & præcipua hujus Hypotheſeos hæc eſt.*

Propr. VI. Centrum Epicycli longiſſimè diſtat à centro Mundi A, quando eſt in Apogeo D: non tamen diſtat minimè, quando eſt in Perigeo H. Tunc enim centrum Epicycli I minimam habet diſtantiam I A à Mundi & Terræ centro A, quando confecit in Æquante Anomaliam Mediam t G O Grad. 120, vel t Fig. 16. Anomaliam m G β H O Grad. 240: hoc eſt quan- m Fig. 17. do ab Æquantis Perigeo H utrimque diſtat Grad. 60, ac proinde cùm neque eſt in Æquantis Perigeo H, neque in Deferentis Perigeo R, vel θ.

Quod diſtantia I A minor ſit Perigeâ diſtantiâ Fig. 16. H A, ſic demonſtrabitur. Quia centrum Epicycli ponitur abſolviſſe in Æquante Anomaliam G O Grad. 120, etiam Deferentis centrum i confecit arcum i per n. 32. E T Grad. 120, & linea Apſidum Deferentis RATQ tangit circellum in T, ut patet ex demonſtratis *Propr.* 2. Quare ductâ T C, erit angulus E C T Grad. 60, utpote dimidius n anguli E Y T Grad. 120. Cùm n per 20. 3. igitur E C T Grad. 60, & G C O Grad. 120 ſimul efficiant Grad. 180, hoc eſt duos rectos, liquet T C, I C p conficere unam rectam T C I. Jam, quia in p per 14. 1. *Propr.* 2. oſtenſum eſt T C æqualem eſſe radio circelli Y C, hic autem q æqualis ſit A C Eccentrici- q per n. 32. tati Æquantis; etiam T C æqualis erit A C. Quare, ſi ab Æquantis & Deferentis æqualibus radijs C H, T I auferantur æquales C A, T C, relinquentur æquales A H, C I. Quia verò A C (adeoque & T C) à Ptolomæo (ut oſtendam r *infrà*) inventa fuit par- r num. 44. tium 3, ſeu 5000, quarum radius C H, vel T I eſt



60,

60, vel 100000, liquet tam A H, quàm C I, eſſe
57, quarum A C eſt 3, adeóque A C minorem eſſe
*s per* 19. 1. quàm C I, ergo angulus *s* A I C minor angulo C A I.
Atqui C A I, A I C conficiunt Grad. 120, (ſimul
*t per* 32. 1. enim ſunt pares *t* externo G C I, ſeu G C O qui per
*Hyp.* eſt Grad. 120.) Ergo C A I major eſt ſemiſſe
Grad. 120, hoc eſt Gradibus 60. Quare cùm jam
oſtenderim E C T, hoc eſt I C A eſſe Grad. 60, erit
*u per* 18. 1. I C A minor quàm C A I; ideóque I A *u* minor quàm
C I, hoc eſt (ut oſtenſum *ſupra*) quàm A H: quod
erat demonſtrandum.

*o Fig.* 16. Quod autem *o* I A diſtantia centri Epicycli ab A
centro Mundi ad Æquantis Anomaliam G O Grad.
*x Fig* 18. 120 ſit minor ejuſdem centri diſtantiâ *x* Q A ad
quemvis alium Anomaliæ Gradum, ſic oſtendes. In
*a Fig.* 16. triangulo I C A *a* ex jam demonſtratis notus eſt angulus I C A Grad. 60, & nota ſunt latera A C, C I,
cùm A C ſit 3. & C I 57, quarum radius C H eſt 60:
*b per probl.* 10. *cap.* 3. *Geo. Pract.* ex quibus *b* reperietur I A partium 55. 33'. 30". quarum 60 eſt radius C H. Quod ſi deinde ſolvas trian-
*c Fig.* 18. gulum *c* A Q C modo quem *num. ſeq.* tradam, in
ijſdem partibus reperies diſtantiam Q A majorem,
*d Fig.* 16. quàm priorem I A; *d* ac proinde omnium minima eſt
I A. Quod erat demonſtrandum.

Propr. VII. Atque hæc præcipua hujus Hypotheſeos proprietas eſt per quam ſalvantur phœnomena ☿ relata *num.* 30. §. 2, quorum gratiâ Hypotheſis
ipſa potiſſimum excogitata fuit. Cùm enim Ptolemæus cum Antiquis omnibus Epicyclum ſtatuat magnitudinis ſemper ejuſdem, non aliàs poſſunt maximæ Digreſſiones ſecundùm illum contingere, quàm
dum Epicycli centrum ſit proximum centro Mundi,
ſeu Terræ. Fit autem Terræ proximum non in Perigeo H, ſed in trientibus, hoc eſt in duobus punctis *e*
*e Fig.* 16. 17. I utrimque diſſitis à Perigeo Gradibus 60, quæ nempè
terminant Anomaliam G O Grad. 20. vel Anomaliam
G β H O Grad. 240, ut jam demonſtratum eſt.
Iſthic igitur, & non in Perigeo, Digreſſiones maximæ
contingent, quod Ptolomæi obſervationes requirebant.

Propr. VIII. Æquationes Orbis maximæ etiam
contingunt, non in Perigeo H. ſed ad Gradum Anomaliæ Æquantis 120 vel 240. Iſthic enim Epicycli
centrum fieri Terræ proximum, jam eſt oſtenſum.
Quare in hac Hypotheſi, tabula Æquationum Orbis
☿ ſic ordinanda, ut Scrupula proportionalia, de quibus egi *num.* 28. §. 5, minima quidem ſint in Apogeo,
ſed tota ſeu 60 ponantur non in Perigeo è regione
Grad. 180, ſeu ſex Signorum, ſed è regione Grad.
120, & 240, ſive 4. & 8 Signorum, ab ijs autem locis decreſcant ordinatim uſque ad ſemicirculum Anomaliæ, ſeu Perigeum.

## NUMERUS XXXIV.

### *Forma calculi Geometrici Longitudinis Veræ ☿ ad tempus datum, in hac Hypotheſi.*

*Fig.* 18. Cum hic ſolùm tradatur forma calculi, ſupponentur quatuor tanquam nota, quæ poſteà locis in margine annotatis invenientur, nimirum *m* A C
*m n.* 44. Eccentricitas Æquantis, & radius Epicycli, utraque
*o num.* 50. in partibus radij Æquantis, ſeu Deferentis; & Ano-
*p num.* 42. malia *o* Orbis Vera, & motus *p* Apogei, utraque ad
tempus datum.

Eſto igitur Zodiacus A ♈ L S, ejuſque centrum
A: Æquans C G O H, ejus Apogeum G, centrum
C, Eccentricitas A C, circelli diameter E C, dupla
A C, ut requirit Hypotheſis. Jam ad tempus datum,
ſit Deferentis centrum in circelli puncto B, & ipſe
Deferens in D Q R, ejus Eccentricitas A B, Epicycli
centrum in Q, ejus Apogeum Verum N, linea motus Anomaliæ Mediæ C Q O, huic parallela A M
linea motus Medij centri Epicycli, Anomalia Media
G O, motus Medius centri Epicycli ♈ L M, Verus
♈ L F motus Apogei Æquantis ♈ L; ☿ ſit in X; Anomalia Orbis N X, Verus ☿ motus ♈ L S, quem
ſupputare oporteat.

§. 1. Ad t. d. inquire *a* motum Solis Medium: ita *a per num.* 55 *lib.* 1.
notus erit motus Medius centri Epicycli ♈ L M, quia *b per* §. 2. *num.* 29.
idem eſt cum *b* Medio motu Solis. Ab hoc aufer motum Apogei ♈ L qui (ut dixi) notus ſupponitur; ſic
nota erit Anomalia Media Eccentrici in Zodiaco
L M, adeóque *c* & angulus L A M; cui cùm ob *c per* 33. 6.
parallelas A M, C O æqualis ſit G C O *d* ſubten- *d per* 27. 1.
dens Æquantis Anomaliam G O, etiam hic notus erit.

§. 2. Eccentricitatem Deferentis A B dato tempori convenientem ſic invenies. Circelli ac Deferentis D Q R centra jungat recta Y B. Quoniam *e* A Y *e hyp.*
dupla eſt A C, & nota ſupponitur A C, etiam A Y
nota erit, uti & Y B. Deinde quia inventa jam eſt
§. 1. Anomalia Æquantis G O, & arcus E B æqualis *i per n.* 32.
*i* eſt ipſi G O; etiam E B notus erit. Ergo etiam *m* *m per* 33. 6
angulus E Y B, adeóque & A Y B *n* notus eſt. In *n per* 13. 1.
triangulo igitur A B Y ex duobus lateribus notis A Y, *p per probl.*
Y B, & angulo noto A Y B, reperietur Deferentis 10. *cap.* 3.
Eccentricitas *p* temporanea A B, in ijſdem partibus, *Geo. pract.*
in quibus nota ſupponitur A C, hoc eſt in partibus
radij Æquantis, ſeu Deferentis. Eâdem operâ notus
fiet angulus Y A B, quem ſerva.

§. 3. Æquationem centri A Q C, ſive M F (nam
ob parallelas C Q O, A M, angulus A Q C æquatur
angulo *r* F A M qui ſubtendit arcum M F) dato tem- *r per* 27. 1.
pori convenientem, atque inde motum Verum centri Epicycli ♈ L F ſic invenies. Epicycli & Deferentis centra jungat recta Q B, & Q C producatur in I.
In triangulo A I C per §. 1. notus eſt angulus A C I,
hoc eſt G C O (eſt enim ipſa Anomalia Media Æquantis) & per §. 2, notus eſt Y A B, ſeu C A I, latus *s per probl.*
autem A C notum ſupponitur. Ex his ergo *s* repe- 9. *cap.* 3.
rientur latus A I in ijſdem partibus in quibus nota *Geo. pract.*
ſupponitur A C, hoc eſt in partibus radij C H, ſeu
B Q, & angulus A I C; quo dempto à Grad. 180 notus relinquitur B I Q. Jam quia in partibus radij B Q
nota eſt A I, & in ijſdem per §. 1. nota eſt A B, etiam
nota in ijſdem erit reliqua I B. In triangulo igitur
B Q I ex notis lateribus I B, B Q, & angulo B I Q *t per probl.*
reperietur *t* I Q. Poſtremò quia in triangulo A Q I 11. *cap.* 3.
jam paulò ante reperta ſunt latus A I, & angulus A I C, *Geo. pract.*
ſeu A I Q, & jam ſtatim innotuit I Q, ex his repe-
rientur *x* Æquatio centri A Q I, latuſque A Q di- *x per probl.*
ſtantia centri Epicycli à Mundi centro ad t. d. quam 10. *ibid.*
ſerva.

*Ricciolus* lib. 7. pag. 565. num. 8. *inveſtigans Æquationem centri, inquirit angulum A Q B, tanquam is eſſet Æquatio centri, cùm Æquatio centri ſit angulus A Q C, non autem angulus A Q B. Nam motus æqualis centri in hac hypotheſi ſit, non in Deferente D Q R, ſed in Æquante G O H, ac proinde Anomalia Media centri Epic. non eſt D Q, ſed G O, & linea motus Medij eſt A M parallela ad C Q O, ut patet ex* def. 9. num. 4, *adeóque motus Medius centri Epic. eſt ♈ L M, ut patet ex* defin. 15. num. 4. *Verus autem eſt ♈ L F. Quare cùm Æquatio centri ſit Medij, ſeu Æqualis ac Veri motus centri differentia, liquet arcum M F eſſe centri Æquationem.*

Quare

*Quare cùm arcus M F ſubtendat angulum M A F, hoc* o per 27.1. *eſt ob parallelas A M, C Q O, o angulum A Q C, patet Æquationem centri eſſe angulum A Q C, non verò A Q B. Præterea non rectè in ipsâ inveſtigatione anguli A Q B, jubet inquiri illum ex notis lateribus A B, B Q, & angulo D B Q, ſupponens hunc eſſe notum ex Deferentis Anomaliâ Q D; cùm tamen non hac, ſed Æquantis Anomalia G O nota ſit; eſto poſſit innoteſcere D Q ex diſcurſu hic à nobis jam præmiſſo. Hæc dicta ſint non viri perſtringendi causâ, quem ſummi facio, & maximis quibuſque Aſtronomis judico parem, ſed amore veritatis. Sunt autem virorum talium errores ejuſmodi, non ignorantiæ, ſed inconſiderantiæ mentis ad alia feſtinantis, attribuendi.*

Æquatio A Q I, ſeu M F jam inventa, dempta motui Medio ♈ L M, ſi (ut hìc contingit) Epicycli centrum ſit in primo Anomaliæ ſemicirculo G O H, addita verò ſi in ſecundo, dabit centri Epicycli motum Verum ♈ L F.

§. 4. Æquationem Orbis X A Q, ſeu S F, atque inde ☿ motum Verum ♈ L S ſic reperies. Quoniam nota ſupponitur Orbis Anomalia N X, etiam angulus N Q X, adeoque & X Q A notus erit. In triangulo igitur Q A X ex noto angulo X Q A, & A Q diſtantiâ centri notâ per §. 3, & Epicycli radio Q X, quem u per probl. 10. cap. 3. Geo. pract. ſuppoſui notum, reperietur u X A Q, ſeu S F, Orbis Æquatio; quæ addita motui Vero centri ♈ L F, ſi ☿ ſit in Anomaliæ Orbis ſemicirculo primo N X Z (ut hìc contingit), ſubtracta verò ſi in ſecundo, dabit ☿ Longitudinem Veram ♈ L S ad tempus datum. Eâdem operâ reperitur A X ☿ ad t. d. diſtantia à centro Mundi.

*Corollarium.*

Per diſcurſum §. 3. eâdem operâ reperietur angulus B Q A; qui eſt Æquatio Optica, Phyſica autem eſt I Q B, ut patet ex *defin.* 18. & 19. *num.* 4.

## *Scholium.*

*Ex his, quæ tribus* Numeris præcedentibus *jam diſſeruimus, futurum ſpero, ut* ☿ *Hypotheſis Ptolemaica, quæ præ aliorum Planetarum Hypotheſibus eſt difficilis ac intricata, nullo negotio intelligatur. Eam certè alij ſic explicarunt, ut vim ejus ac theoriam ex libris eorum, ſtudioſos Aſtronomiæ aſſecuturos vix putem.*

Introduxit autem in ☿ Hypotheſim Ptolomæus motum centri Deferentis per circellum, unde totam illam hujus Hypotheſeos diverſitatem profluxiſſe *nu.* 32. & 33. §. 7. jam vidimus, ut in duobus extra Perigeum locis, nimirum in trientibus Anomaliæ, centrum Epicycli fieret proximum Terræ; aliàs enim cùm Epicycli diametrum ſemper eandem retineat, non potuiſſet ☿ Digreſſiones maximarum maximas, quòd ejus obſervationes *num.* 30. §. 2. relatæ requirebant, in illis Anomaliæ, extra Perigeum locis exhibere. At ſi cum Copernico, Lansbergio & Ricciolo Epicycli diametrum variemus, poterunt extra Perigeum Digreſſiones maximæ maximarum contingere, licèt Epicycli centrum ibidem longiùs à Terræ centro, quàm in Perigeo abfuerit, ut viſuri deinceps ſumus.

## NUMERUS XXXV.

### *Veneris nova Hypotheſis.*

PRoponit eam Ricciolus *Almag. lib. 7. cap. 6.* & conſiſtit præcipuè in variatione Epicycli, in quo quidem Copernicum & Lansbergium, qui in ☿ loco Epicycli variant Orbem Annuum Terræ, imitatus eſt.

§. 1. Zodiacus eſto A ♈ H R, ejuſque centrum A; Eccentricus ♀, I ϑ E β X, ejuſque centrum I; linea Apogei, ſive Apſidum X A I E Zodiaco occurrens in H & ψ; Apogeum E, Perigeum X; Eccentricitas A I ſemper eadem. Sit autem Eccentricus par Eccentrico Solis, ſive Orbi Annuo; perque eum in conſequentia moveatur centrum Epicycli ♀ Solem ambientis motu æquali, ſeu regulari, ſic ut ejus motus Medius in Zodiaco ſemper ſit idem cum Medio motu Solis. Epicycli porrò centrum quamvis a raro ſit in ipſo centro Solis, nunquam tamen ab eo longè digreditur. Ita ſalvatur prima inæqualitas quinque Planetis communis, & *Veneri* ac *Mercurio* proprium phœnomenum *num.* 29. §. 2. recenſitum. Fig. 21. a patebit ex ſequentibus.

§. 2. Secunda inæqualitas communis 5 Planetis, & phœnomenum ♀ ac ☿ proprium quod retuli *num.* 29. §. 1. ſalvantur per motum in Epicyclo Solem ambiente. Magnitudo Epicycli manet invariata in Eccentrici Anomaliæ Quadrante primo E β, & quarto ϑ E. At in ſecundo & tertio variatur ſecundùm proportionem Sinuum Secundorum complementi, vel exceſſus Anomaliæ ad ſemicirculum, ſic ut minimus ſit in Perigeo X. Hujus autem variationis theoriam à Ricciolo omiſſam, quod etiam fecimus in ♄. ♃. ♂. *num.* 10. §. 5. hunc in modum ſupplebimus.

Epicycli centrum ſit in Quadrantis primi termino β, Planeta in S, & maximi Epicycli radius, qualis eſt per totum ſemicirculum ϑ E β, ſit β S; minimi, qualis eſt in Perigeo X, ſit β N; differentia maximi & minimi S N. Radius maximus β S ſecum deferens Planetam, moveatur circa Epicycli centrum, & centrum ipſum Epicycli feratur per Eccentrici Quadrantem ſecundum ex β versùs X: interim verò Planeta ipſe percurrat differentiam S N hac lege, ut cùm Epicycli centrum pervenerit ex. gr. ex β in Z, & ♀ ex S in P, tunc ita ſit S N ad S P, ut radius Eccentrici I X, qui eſt Sinus totus, ad I θ Sinum Secundum arcus Z X qui eſt complementum Anomaliæ E Z ad ſemicirculum; ita habebitur Z P radius Epicycli convenientis Anomaliæ E Z, ſerveturque ſimilis proportio decrementi Epicycli uſque ad Perigeum X; quò ubi pervenerit Epicycli centrum, ♀ exiſtat in N, percursâ totâ differentia S N, ut habeatur minimus radius Epicycli X N. Inde Epicycli centro pergente ad Quadrantem tertium X ϑ, rurſum ♀ incipiat percurrere differentiam S N, adeoque augere Epicyclum eâdem lege quâ ſuprà diminuerat, ſic nimirum, ut cùm Epicycli centrum ex. gr. pervenerit in ω, & ♀ ex N in P, tunc denuò ſit S N ad S P, ut radius Eccentrici, ſeu Sinus totus I X ad I θ Sinum arcus X ω, qui eſt exceſſus Anomaliæ E Z ω ſuprà ſemicirculum. Ita habebitur ω P radius Epicycli debitus Anomaliæ E Z ω. Simili proportione Epicycli radius perpetuò creſcat uſque in ϑ terminum Quadrantis tertij: quò ubi pervenerit centrum Epicycli, ♀ iterum ſit in S, decursâ totâ differentiâ N S: ſic enim maximus rurſum erit Epicycli radius ϑ S.

Porrò æquitas theoriæ Epicyclicæ hoc §. expoſitæ,

tæ, à poſteriori colligitur. Nam loca ♀ juxta eam ſupputata æquè vel magis cum locis obſervatis conveniunt, quàm ſi ſecundùm alias Hypotheſes ſupputentur.

§. 3. His omnibus demùm ſi addes motum lentiſſimum Apogei Eccentrici in conſequentia ſuprà centrum Mundi, novam ♀ theoriam habes completam.

## NUMERUS XXXVI.

### *Forma calculi geometricè Longitudinis Veræ ♀ ad tempus datum, in hac Hypotheſi.*

Fig. 21. i num. 45. o ibid. m nu. 42. n num. 50. SUpponentur quatuor tamquam nota, quæ poſtea reperientur; Eccentricitas, in partibus radij Eccentrici; in ijſdem radius Epicycli o maximus & minimus, ac proinde & differentia utriuſque; motus m Apogei, & Vera Anomalia n Orbis utraque ad tempus datum.

Eſto igitur ad tempus datum Epicycli centrum in Z, ejus motus Verus ♈ H Q, Medius ♈ H T, linea motus Anomaliæ I Z, linea motus Medij huic parallela A T, *Venus* in P, ejus motus Verus ♈ H R. Hunc oporteat ſupputare.

o per n. 54. lib. 1. a per §. 2. num. 29. §. 1. Ad t. d. inveni o motum Solis Medium: ſic enim notus erit Medius *Veneris* motus ♈ H T ad t. d. cùm is ſit idem a cum Medio motu Solis. Ab hoc auſer motum Apogei ♈ H ex ſuppoſitione notum. Ita notam habes Anomaliam Mediam Eccentrici H T, adeoque & angulum H A T, cui cùm ob parallelas ſit æqualis E I Z, etiam hic adeoque & Z I A notus erit. In triangulo igitur Z A I ex noto angulo Z I A, & notis ex ſuppoſitione lateribus I A Eccentricitate, b per prob. 10. cap. 3. Geo. pract. c vide def. 17. num. 4. I Z radio Eccentrici, reperientur b Z A diſtantia centri Epicycli à Terrà (quam ſerva) & centri Æquatio I Z A, ſive c T Q; quæ ſubtracta Medio motui ♈ H T, ſi Epicycli centrum (ut hic contingit) ſit in primo Anomaliæ ſemicirculo E Z X; addita verò ſi in ſecundo, dabit ♈ H Q motum Verum centri Epicycli.

§. 2. Radium Epicycli dato tempori convenientem ſic invenies. Si Epicycli centrum eſt in Anomaliæ Eccentrici Quadrante primo E β, vel quarto δ E, radius Epicycli eſt maximus & ſemper idem, qui jam ut notus ſupponitur: ſi eſt in Quadrante ſecundo, putà in Z, β X Anomaliam E Z §. 1. inventam auſer à ſemicirculo: ita notus fit arcus Z X; ſi eſt in tertio, putà in ω, ab Anomalià E Z ω §. 1. inventà auſer ſemicirculum; ita notus rurſum fiet arcus ω X. Arcus igitur Z X, ſive ω X, Sinum Secundum, quem refert I θ, quære in Tabulis Sinuum; & fiat ut Sinus totus 100000 (ipſe nimirum Eccentrici radius I X) eſt ad Sinum Secundum I θ, ita maximi & minimi radij Epicycli differentia S N ad Quartum: dabit hoc S P (eſt d per §. 2. num. 35. enim ut I X d ad I θ, ſic S N ad S P) quo ſubtracto à radio maximo Z S, relinquetur radius Epicycli Z P ad t. d.

§. 3. Invento radio Epicycli facilè erit Æquationem Orbis P A Z, atque inde Verum motum ♀ reperire hunc in modum. Quoniam Anomalia Orbis, quam ut notam ſuppoſuimus, hîc eſt M K F S, ſeu O G D P major ſemicirculo, ſi ipſam demas à Grad. 360, notus relinquetur arcus O P, & angulus O Z P, quo ſubtracto à Grad, 180, notus relinquetur angulus P Z D, ſeu P Z A. In triangulo igitur P A Z, quia e per probl. 10. cap. 3. Geo. pract. notus eſt ang. P Z A, & duo latera nota P Z per §. 2. Z A per §. 1, ex his e reperiemus Æquationem Orbis P A Z, ſive Q R, quæ addita motui Vero centri ♈ H Q ſi ♀ ſit in primo Anomaliæ Epicyclæ ſemicirculo O G D, ſubtracta verò ſi in ſecundo (ut hic contingit) dabit Longitudinem ♀ Veram ♈ H R ad tempus datum. *Eàdem operà innoteſcet P A diſtantia Planetæ à centro Mundi ad t. d.*

## NUMERUS XXXVII.

### *Hypotheſis nova Mercurij.*

PRoponitur à Ricciolo *Almag. lib. 7. cap. 6.* & conſiſtit potiſſimùm in variatione tam Eccentricitatis quàm Epicycli; in quo Copernicum & Lanſbergium, quoad Epicyclum, imitatur.

§. 1. Zodiacus eſto A T M ♈, ejuſque centrum Fig. 22. A; Eccentricus ☿, Solari Eccentrico par E β X δ cujus centrum mobile; Apſidum linea X E, occurrens Zodiaco in H & ♎; Eccentricitas minima A B, maxima A D, differentia B D. Epicycli centrum movetur in conſequentia per Eccentricum motu Æquali, ſic ut ejus motus Medius ſemper ſit idem cum Medio motu Solis, unde fit, ut centrum Epicycli ſemper comitetur centrum Solis, ſic ut quamvis raro cum ipſo coincidat, ſemper tamen ſit ipſi proximum.

§. 2. Cùm Epicycli centrum eſt in Apogeo E, centrum Eccentrici eſt in D, maximam efficiens Eccentricitatem A D. Cùm Epic. centrum eſt in Perigeo X, Eccentrici centrum eſt in B minimam efficiens Eccentricitatem A B. Centro Epic. per primum Anomaliæ ſemicirculum deſcendente ab Apogeo E ad Perigeum X, etiam centrum Eccentrici deſcendit per differentiam D B; aſcendente verò Epicycli centro per ſecundum Anomaliæ ſemicirculum X δ E, etiam Eccentrici centrum aſcendet ex B in D, Eccentricitatem illic minuens, hic augens ijſdem utrobique legibus, quas in ♄, ♃, ♂ expoſui *num.* 10. §. 3. In *ſchemate* unus exhibetur ſitus Eccentrici centrum habentis in I.

§. 3. Epicyclus ita variatur, ut minimus ſit in Apogeo E, & Perigeo X, maximus in Quadrantibus, hoc eſt ad Gradum Anomaliæ 90, β, & 270, δ. Proportio incrementi ac decrementi ſe habet ut in ♀. cujus theoriam à Ricciolo omiſſam ſupplebimus hunc in modum.

Epicycli centrum ſit in Apogeo E, ubi minimus eſt Epicyclus, ☿ autem ſit in N, ad quem ducatur radius E N nempè minimus; maximus verò, qualis eſt in β, & δ, ſit E S, & differentia utriuſque N S Radius S E ſecum deferens ☿ moveatur circa Epicycli centrum, quod ipſum decurrat Anomaliæ Quadrantem primum E β: interim verò ☿ percurrendo differentiam ab N versùs S, aſſiduè augeat Epicycli radium hac lege, ut cùm Epic. centrum pervenerit ex. gr. ex E in V, & ☿ ex N in C, tunc ita ſit S N ad S C ut Eccentrici radius I E ad I Y Sinum Secundum Anomaliæ, E V. Sic habetur Epicycli radius V C conveniens Anomaliæ E V. Simili proportione creſcat Epicycli radius uſque ad finem primi Quadrantis, β; quò ubi centrum devenerit, ☿ exiſtat in S, decurſâ totâ differentiâ N S, ut maximus habeatur Epicyclus β N S. Inde centro Epic. percurrente Quadrantem ſecundum β X, etiam ☿ percurrendo iterum differentiam S N, ſed ab S versùs N, aſſiduè diminuat Epicycli radium eàdem proportione, quâ priùs auxerat, ſic ut ſemper S N ſit ad S P, ſicut Eccentrici radius I X eſt ad I θ Sinum Secundum arcus Z X, qui eſt complementum Anomaliæ E Z ad ſemicirculum.

Atque ita centro Epic. attingente Perigeum X, etiam ☿ exiſtet in N minimum habens Epicyclum X 2 N. Simili planè modo augetur rurſum Epicycli radius in Quadrante tertio X δ, donec maximus fiat in δ; at in Quadrante quarto δ E eâdem lege iterùm decreſcit, donec rurſum fiat minimus in Apogeo E.

§. 4. His motibus poſtremò adde lentiſſimum Apogei Eccentrici progreſſum in conſequentia ſuprà centrum Mundi: atque ita completam habes theoriam novam ☿.

Convenientia Epicyclicæ theoriæ jam expoſitæ à poſteriori probatur, quod Vera loca ☿ juxta hanc formam ſupputata, cum iiſdem locis obſervatis conſentiant æquè vel meliùs, quàm ſi ſecundùm alias Hypotheſes ſupputentur. Neque verò ab Aſtronomis hactenus reperta via eſt ulla, quâ Planetarum Hypotheſes totaliter à priori poſſint conſtitui. Atque utinam vel à poſteriori obtineri ulla poſſit ejuſmodi, quæ omnibus obſervationibus ſatisfaciat. Atqui ne hoc quidem hactenus licuit; tanta eſt motuum Planetariorum obſcuritas, atque perplexitas.

## NUMERUS XXXVIII.

### *Forma calculi geometrici Longitudinis Veræ ☿, in hac Hypotheſi.*

SUpponentur quatuor tamquam nota, quæ poſtea
a num. 45. reperientur, nimirum Eccentricitas a maxima ac
b ibid. minima & harum differentia; radius Epicycli b maximus ac minimus & horum differentia; utraque in par-
c num. 42. tibus radij Eccentrici: motus c Apogei, & Vera Ano-
d num. 50. malia d Orbis; utraque ad tempus datum.

Eſto igitur, ad tempus datum Eccentrici centrum in I, Eccentricus ipſe δ E β X, Epicycli centrum in V, ☿ in C, ejus Longitudo Vera ♈ H R: quam oporteat ſupputare.

Fig. 22. §. 1. Eccentricitatem A I dato tempori debitam reperies, ut num. 11. §. 1. textus & litteræ utrobique conveniunt huic loco. Æquationem centri A V I & motum ejus Verum ♈ H Q, ejuſque diſtantiam à centro Mundi reperies, ut num. 11. §. 2. iterum enim textus & litteræ utrobique conveniunt.

§. 2. Epicycli radius V C dato tempori debitus ita invenietur. Si Epicycli centrum ſit in Apogeo
b per §. 3. vel Perigeo, minimus b erit Epicycli radius; ſi in Qua-
num. 37. drantibus β, δ, maximus. In reliquis caſibus ſic procede. Si Epicycli centrum ſit in Quadrante primo, putà in V, quære I Y Sinum Secundum Anomaliæ E V: ſi in ſecundo putà in Z, quære Sinum Secundum I θ arcus Z X, qui eſt complementum Anomaliæ E Z ad ſemicirculum: ſi in tertio putà in ω, quære I θ Sinum Secundum arcus ω X, qui eſt exceſſus Anomaliæ E Z ω ſuprà ſemicirculum: ſi in quarto putà in φ, quære I Y Sinum Secundum arcus φ E, qui eſt complementum Anomaliæ E Z φ ad circulum. Deinde ut Sinus Totus 100000 ipſe nimirum Eccentrici radius I E, ſeu I X eſt ad Sinum Secundum I Y, ſeu I θ, ita maximi & minimi radij differentia S N fiat
m ibid. ad Quartum: dabit hoc S C vel S P (eſt enim m ut radius ad Sinum Secundum, ita S N ad S C vel S P) quo ſubtracto à radio maximo, relinquetur V C, vel Z P, vel ω P, vel φ C, radius Epicycli quæſitus.

§. 3. Æquationem Orbis C A V, ſeu R Q, atque inde Veram ☿ Longitudinem ♈ H R ejuſque diſtantiam à centro Terræ A C reperies ut §. 4. num. 11, textus enim & litteræ utrobique conveniunt: ſed Anomaliam 5 C Orbis dabit num. 50.



## NUMERUS XXXIX.

### *Satisfit ☿ phænomenis per hanc Hypotheſim.*

QUod attinet ad inæqualitatem primam & ſecundam quinque Planetis communem, ſalvatur utraque in ☿, ut in alijs Planetis, prima quidem per Eccentricum, ſecunda per Epicyclum: Phœnomena ♀ & ☿ propria, quæ recenſui num. 29. §. 1. ſalvantur per motum in Epicyclo Solem ambiente & ſemper comitante, ut loco citato expoſui.

At Phœnomena ſoli ☿ propria, quæ referuntur nu. Fig. 22.
30. §. 2. nimirum quod Digreſſiones maximæ à Medio Solis loco, & maximæ Æquationes Orbis non contingant cùm centrum Epicycli eſt in Perigeo X, ſed cùm in trientibus ab Apogeo, hoc eſt in Anomaliæ Gradu 120, Z, vel 240, ω; ea, inquam, per hoc ſalvantur, quòd licet in locis dictis, Z, ω, centrum Epicycli juxta hanc Hypotheſim longiùs diſtet a centro Mundi A, quàm in Perigeo X, Epicyclus tamen iſthic major ſit, quàm in Perigeo. Id adeò reperies, ſi calculum tentaveris.

In lineâ Apſidum Eccentrici ☿, ſit A Mundi cen- Fig. 19.
trum, Eccentricitas maxima A D, minima A B: Eccentricus autem ſit in I E O F, Eccentricitatem habens A I, quando Epicycli centrum eſt in O ab Apogeo E Gradibus 120. His poſitis aſſumendo
menſuras, quas poſtea, o approbabimus, nimirum o num. 45.

| | | |
|---|---|---|
| A D. *Ecc. max.* | 10000 | *qualium Radius Eccentrici eſt* 100000 |
| A B. *Ecc. max.* | 6000 | |
| *Radius Epic. max.* | 45500 | |
| *Radius Epic min.* | 38500 | |
| *Differen.* | 7000 | |

has, inquam, menſuras aſſumendo, ſi procedas ut præſcribitur num. prac. §. 1. proveniet Eccentricitas A I 7600, quarum radius Ecc. I E, ſeu I O eſt 100000, & cum hac in triangulo I O A reperietur O A diſtantia centri Epicycli à Mundi centro 96365 earumdem partium. At cùm Epicycli centrum fuerit in Perigeo, ac proinde Eccentricus in B G H Q, minimam habens Eccentricitatem B A, tunc Q A diſtantia centri Epic. à centro Mundi habetur auferendo A B, 6000, à radio B Q 100000, ac proinde ea tunc eſt earumdem partium ſolummodo 94000. Quare diſtantia O A à centro Mundi ad Anomaliam Grad. 120 major eſt quàm diſtantia Q A, in Perigeo.

Nihilominus quia in O major eſt Epicyclus, quàm in Q, Æquatio Orbis maxima O A N major eſt quàm Q A P. Operando enim ut præſcribitur num. praced. §. 2. proveniet Epicycli radius O M 42000, quarum radius Ecc. eſt 100000; & cum hoc unà cum A O, 96365 jam inventâ, in triangulo rectan-
gulo O N A reperietur Æquatio a Orbis O A N ma- a per probl.
jor Grad. 25. 46. Sed in Q Perigeo, ubi radius Epi- 5. cap. 3.
cycli Q P eſt minimus, nempè partium earumdem Geo. pract.
38500, cum hoc & diſtantiâ Q A, 94000, in triangulo rectangulo Q P A reperietur Æquatio Orbis Q A P, minor Grad. 24. 11. Quare Æquatio O A N ad Gradum Anomaliæ 120 extra Perigeum major eſt Æquatione Q A P in Perigeo, & utramque duplicando N A M, major eſt quàm P A S, quod obſervationes requirebant. Hinc porrò & ex num. 30. §. 1. not. 4. facilè apparet etiam Digreſſiones ☿ maximas ibidem in O etiam majores poſſe contingere, quàm in Perigeo Q, quod ex obſervationibus Ptolomæi nu. 30. §. 2. recitatis ſequebatur.

# CAPUT VI.

## Mercurij, & Veneris utraque inæqualitas inveſtigatur.

AD primam inæqualitatem ſpectant motus Medius centri Epicycli (ſed hic datur ex Medio motu Solis, à quo non differt) locus & motus Apogei, Eccentricitas: ad ſecundam pertinent quantitas Orbis, ſeu Epicycli, & motus Anomaliæ Orbis. His enim repertis inæqualitas utraque ad æqualitatem revocatur, & locus Verus utriuſque Planetæ ad tempus datum invenitur, ut docui *num.* 31. 34. 36. 38. Quod ſi ardua fuit harum inæqualitatum inveſtigatio in ♄, ♃, & ♂, ut ex toto *quarto cap.* perſpicuum eſt; in ☿ & ♀ adhuc illa difficilior erit, contra quàm Ptolomæus & cum illo veteres exiſtimaverant. Quamvis enim duo illi Planetæ non digrediantur à Sole ultra certos terminos, qui ſub obſervationem cadunt: tamen quia in ſuis illis Digreſſionibus maximis, imò in alijs quibuſvis, utrâque inæqualitate involvuntur, in Conjunctionibus autem cum Sole tam Apogeâ quàm Perigeâ, quo tempore Solâ [i] inæqualitate ſecundâ exuuntur, ſint inobſervabiles, vix via ulla relinquitur, quâ inæqualitas altera poſſit ab altera diſcerni. Quâ certè difficultate tres Planetæ ſuperiores carent, qui, cum Sole opponuntur Acronicè, totâ nocte obſervari poſſunt.

*i vide n. 6. §. 7. & 1.*

### NUMERUS XL.

### *De maximis ♀ ac ☿ Digreſſionibus à Sole inveſtigandis.*

ATtigi jam de his quædam *ſuprà num.* 30. §. 1. quæ huc tanquam fundamenta dicendorum revocanda.

§. 1. Modus obſervandi ♀ & ☿ Digreſſiones maximas à Solis loco Medio vel Vero, hic eſt. Primò ſcire oportet præter propter tempus, quo Digreſſio maxima continget: cujus indicium erit, ſi Planeta ex cornuto incipiat apparere dichotomus, ſeu biſectus, inſtar Lunæ. Tum verò per dies complures obſervabis locum Planetæ in Zodiaco, atque ad tempus idem inquires locum [a] Solis Verum, vel Medium: ſic enim pro tempore illo nota erit Digreſſio Planetæ à Solis loco Vero vel Medio. Quod opus eò uſque continuabis, quamdiu advertes creſcere Digreſſiones; deſiſtes autem cùm inceperint decreſcere: media ſiquidem inter ultimam creſcentium & primam decreſcentium, erit omnium maxima. Hoc modo compertum eſt ♀ digredi à Sole vix umquam Gradibus 48, ☿ vix umquam Grad. 30.

*a per lib. 1. n. 55. & 54.*

§. 2. Cùm verò medium unicum inveſtigandi inæqualitates ♀ & ☿ ſint Digreſſiones maximæ, facilè apparet quâ induſtriâ & ſtudio obſervandæ illæ ſint. Et quia præter obſervationes recentes, etiam antiquæ ſunt neceſſariæ; hæ autem, quòd apud veteres nec Solis motus, neque Fixarum loca ritè fuerint conſtituta, erroris ſuſpicione non vacent, oportebit Digreſſiones ab Antiquis traditas ex Solis & Fixarum motibus meliùs jam perſpectis & ordinatis emendare. Exemplum eſto ejuſmodi. Ptolomæus *lib.* 10. *cap.* 2. *Almag.* refert Hadr. Anno 16. Pharmuti 21 veſperi; hoc eſt Anno Chriſti 132. Mart. 8. viſam ſibi ♀, cùm maximè eſſet à Sole digreſſa, præcedere *mediam Pleïadum* tanto ſpatio, quantum occupatur à toto Aſtro *Pleiadum*. Secundùm ipſum verò *media Pleiadum* erat in ♉ Grad. 3, & ſpatium, ſeu Longitudo totius Aſtri eſt (ut ipſe putat) Grad. 1. 30′ proximè. Unde infert ♀ locum tunc fuiſſe ♉ Grad. 1. 30. Deinde locus Solis Medius illi tunc erat ♓ partes 14. 15′. Ex quibus concludit Digreſſionem ♀ maximam tunc fuiſſe Grad. 47. 15′. Hanc Digreſſionem cum Ricciolo ita [a] corrige. Ex Abaco Tychonis *Pleiades* occupant Grad. 1. 34′. *Media* autem *Pleïadum*, ut patet ex *nu.* 14. & 16. *lib.* 5. *noſtri* (ubi principia Riccioli ſequimur) tunc reperitur tenuiſſe ♉ partes 4. 3′. à quibus ſi demas Grad. 1. 34′ quibus ♀ præceſſit, reſtat locus ♀ correctus ♉ partes 2. 29′. At Medius Solis locus ex principijs *lib.* 1. traditus correctus erat ♓ partes 15. 4′. Igitur maxima ♀ à loco Medio Solis Digreſſio correcta fuit partium 47. 25′, Ptolemaicam Minutis 10 excedens. Hunc in modum Digreſſiones ab Antiquis alijſque obſervatas examinabis & corriges. Quo in genere præclarè de his Planetis meritus eſt Ricciolus, qui modo jam expoſito [o] Digreſſiones ♀. 34. & ☿. 38 à Theone, Ptolomæo, Waltero, Haſſiacis, alijſque obſervatas, ex ſuis accuratiſſimis principijs emendavit.

*a Almag. l. 7. p. 594.*

*o Almag. l. 7. p. 594. 595.*

*Fig. 20.*

§. 3. Aſtronomi paſſim tamquam protſus indubitatum aſſumunt, Digreſſiones maximas contingere in contactu Epicycli, videlicet in F ubi recta ex Mundi centro A Epicyclum tangit: quod quidem difficultate non caret. Minimè dubium eſt quin Planeta poſitus in contactu, longiſſimè diſtet ab Epicycli centro E ejuſque loco Vero M: at dubitari poteſt an ibidem longiſſimè ſemper diſtet à loco Solis Medio vel Vero N, cùm is reſpectu centri E & contactus F non ſit immobilis. Sit enim Epicycli centrum in E in primo Anomaliæ ſemicirculo B O β, & locus ejus Verus M, linea Medij motus Solis eſto A N, & ſit tempus quo Solis Æquatio creſcit: Planeta autem tum ſit in contactu F. Manifeſtum eſt centro Epicycli procedente versùs O, Planetam è contactu F abire versùs Apogeum ω, adeoque lineam A L Veri loci ejus accedere ad A E M lineam Veri loci centri Epicycli; lineam verò A N Medij motus Solis, eò quòd Solis Æquatio (quæ per *Propr.* 9. *nu.* 25. *lib.* 1. tunc ablativa eſt) ponatur creſcere, liquet recedere à lineâ A E M. Quare ſi A N celeriùs abeat à lineâ A E M, quàm ad eamdem A L accedat, liquet Planetæ Verum locum L longiùs abfuturum à Medio Solis loco N, cùm Planeta jam exceſſit contactu F, quàm cùm eſſet in illo; hoc eſt Digreſſionem maximam extra contactum contingere. Similis objectio formari poteſt Epicycli centro poſito in P inter O & β, ſi tunc Æquatio Solis decreſcat.

Verùm reſpondeo lineam A L Veri motus Planetæ celeriùs accedere ad rectam A E M, quàm ab eâdem recedat A N linea Medij loci Solis: nam tota quantitas receſſus ejus eſt ipſa Solis Æquatio quæ tantùm eſt Grad. [n] 1. 59′, abſolviturque quarta circiter Anni Solaris parte. Quantitas verò acceſſus ipſius A L eſt arcus L M, qui in *Venere* excedit Gradus 40, abſolviturque Diebus circiter 140, quæ omnia ex obſervationibus colliguntur. In ☿ res multò etiam eſt clarior. Similis ad caſum alterum reſponſio erit. In ſecundo Anomaliæ ſemicirculo hæc objectio locum non habet, quod Lectoris conſiderationi relinquo. Manet igitur Digreſſiones maximas ♀ & ☿ in contactu contingere.

*n per n. 42. lib. 1.*

NU-

## NUMERUS XLI.

### *Modus inveſtigandi Apogeum Eccentrici ♀ ac ☿.*

§. 1. MOdus eſt unicus, quem tradit Ptolomæus *Almag. lib. 9. cap. 7. & lib. 10. cap. 1.* ſed omiſſis conditionibus neceſſarijs, ut certi aliquid concludi ex eo poſſit.

*Fig. 20.*
*a per §. 1. n. 40.*

Zodiacus eſto K N S, ejuſque centrum A, Eccentricus ♀ aut ☿ B O P. Eligantur duæ Digreſſiones maximæ N L, K H, per te *a* vel alios obſervatæ, quæ conditiones habeant ſequentes. 1. Digreſſiones ſint æquales. 2. una ſit matutina (in F), altera veſpertina (in G). 3. diſtantia N M Veri vel Medij loci Solis N à Vero loco centri Epicycli M in unâ, ſit æqualis diſtantiæ K I Veri vel Medij loci Solis K à Vero loco centri Epicycli I in alterâ. 4. Eccentricitas in utrâque Digreſſione ſit eadem, ſeu æqualis. 5. Radius Epicycli E F in unâ, ſit æqualis Epicycli radio, C G in alterâ. 6. Intervallum temporis à Digreſſione unâ ad alteram non excedat annos 20, aut 30. Hæ conditiones, è quibus tertiam, quartam & quintam Ptolomæus, Regiomontanus, alijque vel neglexerunt, vel ſine probatione ſuppoſuerunt, ſi habeantur, locus Apogei reperietur hunc in modum.

Quoniam nota ſunt loca Solis Media N, K, in utrâque Digreſſione, notus quoque erit arcus Zodiaci N K. Quare ſi is bifariam ſecetur in D, notum erit in Zodiaco punctum D, idque erit locus Apogei vel Perigei: quod ſic demonſtro. Ex Epicycli centro ad contactus ducantur E F, C G, & ex A Mundi centro ad punctum D recta A B D. Quia per *Condit.* 1. æquales ſunt Digreſſiones maximæ N L, K H, & per *Condit.* 3, æquales ſunt N M, K I; etiam M L, I H, adeoque & anguli E A F, C A G æquales erunt. Æquales ſunt inſuper *b* anguli ad contactus E F A, C G A, utpotè recti: radij autem E F, C G æquales ſunt per *Condit.* 5. Quare cùm in triangulis A E F, A C G unum latus uni, & duo anguli duobus æquentur, etiam latera *c* A E, A C æqualia erunt. Ergo recta A D ducta ex Mundi centro A tranſit etiam *d* per Eccentrici centrum φ, ac proinde ipſa eſt linea Apſidum, punctumque B Apogeum vel Perigeum: quod eo temporis ſpatio, quo una Digreſſio præceſſit alteram, ſupponitur eſſe immobile in B; quamvis enim, ut mox patebit, revera moveatur; tamen quia motus ille tardiſſimus eſt, & per *Condit.* 6. tempus non valdè magnum abſque errore notabili aſſumi poteſt motum nullum intereeſſiſſe.

*b per 18. 3.*
*c per 26. 1.*
*d colligitur ex 7. 3.*

§. 2. Ex hac demonſtratione patet, etiamſi Digreſſiones binæ una H K veſpertina, altera matutina L N, ſint æquales, nihil penitùs concludi, niſi adſint conditiones reliquæ ſuperiùs recenſitæ, & inprimis æquales ſint diſtantiæ N M, K I. Quare Geber *lib. 7. Aſtron.* Ptolomæum (quamvis ille fortaſſis per ea quæ §. 3. dicturus ſum, excuſari poteſt) redarguit, quòd duas æquales Digreſſiones maximas unam matutinam, alteram veſpertinam ſufficere exiſtimaverit ad diſcernendum locum Zodiaci, per quem Apſidum linea tranſit. Nam ſi conditiones prædictæ deſint, poſſunt Digreſſiones eſſe una matutina, altera veſpertina, licet Epicycli centrum in utrâque non æqualiter ab Apogeo vel Perigeo diſtaret.

§. 3. Verùm an Digreſſiones aſſumptæ habeant conditiones prædictas, nullâ viâ ſciri poteſt, quamdiu incognitus fuerit Apogei locus. Utrùm enim ſint æquales arcus N M, K I, ſciri nequit, niſi priùs fiat nota quantitas ſingulorum: ad hoc verò opus eſt ut nota fiant in Zodiaco puncta M, I, loca Vera centri Epicycli; quæ innoteſcere non poſſunt niſi *n* priùs locus & motus Apogei innotuerit. Pari modo an Eccentricitates in utrâque Digreſſione fuerint æquales, nequit intelligi, niſi ſeorſim ſingulæ fiant notæ; quod rurſum nequit, niſi cognitus ſit Apogei locus atque motus, obtineri. Quod ad Epicycli radium attinet, ſupponit illum Ptolomæus ſemper eundem permanere; alij autem (ut jam *o* vidimus,) & cælo fortaſſe congruentiùs, ſupponunt variari. Oportebit igitur ſecundùm illos ad Digreſſionum tempora ſeorſim inquirere Epicycli radios, ut ſciri poſſit an ſint æquales; quo in opere iterum notus ſupponitur *p* Apogei locus & motus.

*n patet ex n. 30. & 38.*
*o ibidem.*
*p ibid.*

§. 4. Quando igitur nihil horum ſciri poteſt niſi cognito priùs Apogeo ipſo, cogimur duabus primis conditionibus & ultimâ contenti eſſe, nimirum ut Digreſſiones aſſumptæ ſint æquales, & una matutina, altera veſpertina non magno temporis intervallo diſtantes; cæteris fortunæ permiſſis. Quare ut modus §. 1. jam expoſitus ad praxim utcumque redigatur, ita procedendum erit ac ſi tam Eccentricitas quàm Epicycli radius non mutarentur, & loca Solis Vera vel Media N, K non differrent à locis Veris centri Epicycli M, I, adeoque ac ſi maximæ Digreſſiones N L, K H non differrent ab æquationibus maximis M L, I H. Atque ita hunc modum adhibendo Ptolomæus ſuo tempore Apogeum ♀ ſtatuit in ♉ Grad. 25, ☿ verò in Grad. 10. ♎.

Theon *a* ſiquidem Anno Chriſti 132. Martij 8, cùm Bononiæ eſſet poſt mer. H. 6. obſervavit *Veneris* (G) locum H, ♉. Gradum 1. 30′. Locus autem Solis Medius I, ipſi tunc erat ♓ Grad. 14. 15′. Quare maxima Digreſſio ♀ (veſpertina) I H à Medio loco Solis ipſi fuit Gr. 47. 15′. Deinde Ptolomæus ipſe *b* Anno Chriſti 140. Iul. 29. cùm Bononiæ eſſet poſt mer. H. 15. 30′, obſervavit *Veneris* (F) locum L ♊ Grad. 18. 30′, cùm Solis locus Medius M ipſi eſſet in ♌ Grad. 5. 45′. Quare maxima Digreſſio (ſed matutina) M L fuit Grad. 47. 15′ priori æqualis. Arcus autem minor I M inter loca Solis Media Grad. 141. 30′ (tot enim ſunt à Medio Solis loco I in ♓ Gradu 14. 15′ uſque ad Medium Solis locum M in ♌ Grad. 5. 45′) cujus ſemiſſis D I eſt Grad. 70. 45′, hæc addita loco I, nempè ♓ Gradibus 14. 15′, exhibet punctum D in ♉ Grad. 25 per quod tranſit Apſidum linea A φ B D. Eſſetne porrò D Apogeum an Perigeum, collegit ex duabus alijs Digreſſionibus maximis, in quarum unâ Medius Solis locus erat in D, ♉ Gradu 25, altera in puncto Zodiaci oppoſito, nempè in ♏ Gradu 25: eam verò, quæ fiebat in D, reperit majorem alterâ: unde concluſit Apogeum eſſe in D.

*a Ptol. lib. 10. cap. 1.*
*b Ptol. lib. 10. cap. 1.*

Pari modo ex binis ☿ Digreſſionibus maximis æqualibus, unâ matutinâ, alterâ veſpertinâ, concluſit lineam Apſidum ☿ tranſire per ♎ Gradum 10. & ♈ Gradum 10: & ex duabus alijs Digreſſionibus maximis, ſed inæqualibus, in quarum minore Medius Solis locus eſſet in ♎ Grad. 10. in majore autem locus Solis Medius eſſet in ♈ Grad. 10. collegit in ♎ Grad. 10 eſſe ☿ Apogeum.

§. 5. Talis eſt proceſſus Ptolomæi in ſtatuendis ☿ & ♀ Apogeis; qui non debet reprehendi quod fuerit eo uſus, cùm præter hunc alius à priori ſit nullus, & qui procedunt à poſteriori non ſint eo meliores; ſed quod forſan putaſſe videatur hunc ſufficere ad debi-



Digitized by Google

tam in hoc negotio præciſionem obtinendam; à quâ quantùm abſit, patebit ex *num. ſeq.* Difficillimum porrò eſt, etiamſi alias conditiones negligas, intra Annos non multos reperire binas Digreſſiones maximas, unam matutinam, alteram veſpertinam, omninò vel proximè æquales: cùm inter *Veneris* Digreſſiones 34, & *Mercurij* 38, à Ricciolo *o* correctas tales reperiantur perpaucæ.

*o pag. 504. & 505.*

Poſtremò nota errorem in Apogei loco ex defectu conditionum §. 1. enumeratarum eò minorem futurum, quò arcus minor I M inter Solis loca Media, I, M, in utrâque Digreſſione, interjectus fuerit minor. Atque hinc ait Geber factum eſſe, ut in loco Apogei ☿ non multùm Ptolomæus aberraverit.

## NUMERUS XLII.

### *Locus & motus Apogei Eccentrici ♀ ac ☿ utcumque ſtatuitur.*

§. 1. PTolomæus per modum §. 4. *Num. preced.* expoſitum, ſuâ ætate ♀ Apogeum ſtatuerat in ♉ Grad. 25: Apogeum ☿ in ♎ Grad. 10. Atqui per eundem modum, ſi aliæ Digreſſiones maximæ à Longomontano *a* correctæ adhibeantur, reperiemus ♀ Apogeum integro Signo à Ptolemaico differens.

Ptolomæus *b* Anno Chriſti 140 Iul. 29. poſt mer. Alexandriæ H. 16.12'. obſervavit Digreſſionem matutinam ♀ maximam à Medio Solis loco. Idem aliam obſervavit, ſed veſpertinam, Anno Chriſt. 136. Dec. 25. poſt mer. H. 6. Alexandriæ.

*a lib. 2. theoric. cap. 19.*
*b lib. 10. cap. 1.*

| | *Medius Solis locus correc.* | | | *Locus ♀ obſer. & correc.* | | | *Digreſ. a loco Med.* | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | *Sig.* | *Gr.* | */.* | *Sig.* | *Gr.* | */.* | *Gr.* | */.* |
| *In Matut.* | ♌ | 6 | 12 | ♊ | 19 | 1 | 47 | 11 |
| *In veſpert.* | ♑ | 2 | 36 | ♒ | 19 | 36 | 47 | 0 |

Cum his datis ſi procedas ut §. 4. *num. prec.* reperies Ptolomæi ætate ♀ Apogeum in ♈ Grad. 19.24', plus quàm Signo integrò præcedens locum, in quo illud ſtatuerat Ptolomæus. Siquis dicat Digreſſiones Ptolomæi fuiſſe æquales, has autem differre Min. 11, is ſciat neque illas Ptolomæi æquales fuiſſe; correctæ ſiquidem à Ricciolo veſpertina fuit Grad. 47. 20', matutina Grad. 47. 44'. Per eundem modum Ricciolus ex binis alijs *m* Digreſſionibus collegit Ptolomæi tempore Apogeum ♀ in ♈ Grad. 21.53'. Manet igitur de Signo integro controverſia.

*m Almag. lib. 7. pag. 596.*

§. 2. Quod ſi per eundem modum ♀ Apogeum inquiratur ad noſtra tempora, non abſimilis diſcrepantia reperietur. Tycho Chriſti Anno 1594. Dec. 25. poſt mer. H. 5. 10' Uraniburgi obſervavit maximam ♀ Digreſsionem Veſpertinam à loco Medio Solis: Ricciolus autem Bononiæ Anno 1644. Nov. 28 poſt mer. H. 18 obſervavit maximam Digreſſionem matutinam à loco Solis item Medio. Utraque ſeſe habuit, ut ſequitur; ſed Tychonica eſt à Ricciolo correcta.

| | *Locus Solis Medius.* | | | *Locus ♀ Obſervatus.* | | | *Digreſſio a loco Solis Med.* | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | *Sig.* | *Gr.* | */.* | *Sig.* | *Gr.* | */.* | *Grad.* | */.* |
| *In Veſpert.* | ♑ | 3 | 47 | ♒ | 21 | 1 | 47 | 48 |
| *In Matut.* | ♐ | 8 | 37 | ♎ | 20 | 50 | 47 | 47 |

Ex his datis operando ut præſcribitur §. 4. *num. prec.* reperitur Apogeum ♀ in ♊ Grad. 21. 12' ad noſtra tempora. Verùm alijs aſſumptis Digreſsionibus maximis ad noſtra itidem tempora *o* longè diverſa reperiuntur Apogei loca, videlicet in ♉ Grad. 18. 48' & in ♊ Grad. 14. 22'.

*o Ricciol. Alm. lib. 7. pag. 596.*

§. 3. Eâdem methodo per tres diverſos Digreſſionum *n* maximarum biniones Apogeum ☿ Ptolomæi tempore reperitur in ♎ Grad. 10, in ♒ Grad. 9. 31', in ♎ Grad. 25. 52'. Ad tempora verò noſtra per tria item diverſa Digreſsionum paria Apogeum ☿ reperitur in ♐ Grad. 18. 17'. in ♐ Grad. 10. 38' in ♑ Grad. 2.

*n vide Ricciol. pag. 596.*

§. 4. Porrò inter Digreſsiones maximas hactenus obſervatas & à Ricciolo correctas, ♀ quidem 34, ☿ autem 38, præter eas quas hic adduximus vel ad marginem apud Ricciolum inveniendas indicavimus, nullæ ſatis æquales inveniuntur ut inſervire præſenti negotio poſsint. Tota verò diverſitas locorum Apogei tam ♀ quàm ☿ in ſequenti Tabellâ conſpicitur.

Apo-

| | *Apogeum* ♀ | | | *Apogeum* ☿ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | *Sig.* | *Gr.* | *l.* | *Sig.* | *Gr.* | *l.* |
| *Tempore Ptolo-mæi* | ♉ | 25 | 0 | ♎ | 10 | 0 |
| | ♈ | 19 | 24 | ♎ | 9 | 31 |
| | ♈ | 21 | 53 | ♎ | 25 | 52 |
| *Ad no-ſtra tem-pora.* | ♊ | 21 | 12 | ♐ | 18 | 17 |
| | ♉ | 18 | 48 | ♐ | 10 | 38 |
| | ♊ | 14 | 22 | ♑ | 2 | 0 |

§. 5. Ex omnibus huc uſque dictis ſatis apparet de Apogeo horum Planetarum ex obſervationibus hactenus acquiſitis, nihil certi poſſe determinari. Itaque Longomontanus, Lansbergius, Bullialdus hanc ſibi viam incundam putaverunt, ut ab Apogei loco & motu per Ptolomæum conſtituto, non valdè recederent, ſed cum à poſteriori cum obſervationibus recentioribus conferendo, perpolirent. Quod illi cùm feciſſent, nullus tamen *t* per ſuas Tabulas aut omnes obſervationes, aut tantùm earum numerum ſalvare potuit, ut abſque formidine debeant alijs anteponi: quamvis earum ſingulæ ſatis magno obſervationum numero, putà 10 aut 12, tueri ſe poſsint: unde fiat ut aliquando Tabulæ Danicæ Longomontani, aliquando Lansbergianæ, ſubinde Kepleri Rudolphinæ, interdum Bullialdicæ ad veritatem propiùs attingant.

*t Ricciol. Almag. l. 7. pag. 597.*

§. 6. In tantà incertitudine doctiſsimi Riccioli conſilium placet, ut inter horum authorum placita medium eligatur dum certiora prodierint.

| *Anno Chriſti.* | | Electio Apogei ♀ & ☿ | | |
|---|---|---|---|---|
| | | *Sig.* | *Gr.* | *l.* |
| 1 *ineunte* | ♀ | 1 | 22 | 40 |
| | ☿ | 6 | 10 | 0 |
| 1600 *completo* | ♀ | 3 | 0 | 0 |
| | ☿ | 7 | 29 | 0 |

Hinc per Regulam proportionum deducitur.

| Apogei motus annuus | | | |
|---|---|---|---|
| | *l.* | *ll.* | *lll.* |
| ♀ | 1 | 24 | 0 |
| ☿ | 1 | 50 | 15 |

§. 7. Ex his motum ſeu Longitudinem Apogei ad datum tempus reperies hunc in modum: ad Epochas Chriſti Anni, 1, & 1600 jam conſtitutæ ſunt §. 7. Radices hujus motus, & ex his quantitas Annui ejuſdem motus collecta. Quare ſi motus Annuus Apogei per datum Annorum numerum multiplicetur, & productum addatur Radici, cùm Epocha præcedit tempus datum; ſubtrahatur verò quando Epocha ſequitur, proveniet motus Apogei ♀ aut ☿ ad tempus datum. *vide dicta num. 53. lib. 1.*

*Nunc ab Apogeo ad Eccentricitatis inveſtigationem tranſeamus.*

## NUMERUS XLIII.

### *Veneris Eccentricitatem & Epicycli Radium juxta Ptolomai Hypotheſim invenire.*

LInea Apſidum ♀ ſit C F, in quâ *i* centrum Mundi A, Æquantis O, Deferentis B; Apogeum C, Perigeum F. *Fig. 23. i vide n. 38.*

Eligantur duæ maximæ Digreſsiones ♀ à Medio loco Solis, in quarum unâ Medius locus Solis ſit in vel proximus Apogeo C, in alterâ in vel proximus Perigeo F. Tales ſunt illæ, quas refert Ptolomæus *lib. 10. cap. 2.* Anno 13 Hadriani 19 Maij. Theon manè *Venerem* à Medio Solis loco maximè Digredientem obſervavit in ♈ Grad. 10. 36′, Locus autem Solis Medius ipſi tunc erat in ♉ Grad. 25. 24′, hoc eſt proximè in ♀ Apogeo, quod Ptolomæus ſtatuebat *a* in Grad. 25. ♉. Quare maxima Digreſsio fuit Graduum 44. 48′. Deinde Anno Hadriani 21, veſperi Ptolomæus ipſe *Venerem* à Medio Solis loco maximè elongatam obſervavit in ♑ Grad. 12. 50′. Locus autem Solis Medius ipſi tunc erat in ♏ Grad. 25, 30′, hoc eſt proximus Perigeo ♀, quod ipſe ſtatuit in ♏ Grad. 25. Quare Digreſsio maxima fuit Graduum 47. 20′. *a vide nu. 41. §. 4.*

Quoniam igitur in utrâque Digreſsione linea Medij motus Solis fuit proxima Apſidum lineæ C F, licebit aſſumere eam cum ipsâ coincidiſſe. Quare cùm à lineâ Medij motus Solis linea Medij motus centri Epicycli *b* non differat, etiam hæc tunc coincidit cum Apſidum lineâ F C, ac proinde *c* in primâ Digreſsione centrum Epicycli fuit in Apogeo C, in ſecundâ in Perigeo F. Ductis igitur ex Mundi centro Epicyclum tangentibus A D, A E, Æquationes maximæ C A D, F A E eædem *d* fuerunt cum maximis Digreſsionibus, adeoque C A D fuit Grad. 44. 48′, F A E Grad. 47. 20′. Quare cùm ex Epicycli centro ductis ad contactus radijs C D, F E, recti ſint *e* anguli C D A, F E A, noti erunt *i* reliqui ACD, AFE, nempè A C D Grad. 45. 12′, A F E Grad. 42. 40′. Jam Aſſumpto Epic. radio C D pro Sinu Toto 100000, erit *n* A C Secans anguli A C D, quæ in Tab. Sin. reperitur 141918: Similiter ſi pro Sinu Toto 100000, rurſum aſſumatur C D, ſive F E (eſt enim in Hypotheſi Ptolomaicâ Epicycli Radius unus ſemper idemque), erit A F Secans anguli A F E, quæ in Tab. Sin. reperitur 135997. Quare tota C F eſt 277915, ejuſque ſemiſsis B C, nempè radius Eccentrici 138957½: quo dempto ab AC 141918, remanet Deferentis Eccentricitas A B 2960½, cujus dupla *o* cùm ſit A O Eccentricitas Æquantis, ea erit 5921.

*b per §. 2. num. 29.*
*c per pr. 7. n. 25. l. 1.*
*d per §. 1. num. 30.*
*e per 18. 3.*
*i per 32. 1.*
*n per def. 9. c. 3 Geo. Pract.*
*o vide nu. 31. §. 1.*

| | | |
|---|---|---|
| *Qualium igitur Radius Eccentrici* B C | *eſt* | 138957$\frac{1}{2}$ |
| *talium Deferentis Eccentricitas A B* | *eſt* | 2960$\frac{1}{2}$ |
| *Æquantis Eccentrici in A O* | *eſt* | 5921 |
| *Epicycli Radius* C D | *eſt* | 100000 |

Quibus ita cognitis, facilè erit per Reg. proport. A B, A O, C D reducere ad partes quarum Eccentrici Radius B C ſit 100000; quod eſt ad uſum commodius.

Atque hæc quidem ex datis præſentibus. Ptolomæus ſiquidem ex pluribus, ut opinor, conſiderationibus,

| | | |
|---|---|---|
| *Qualium Radium Eccentrici* B C | *eſt* | 100000 |
| *talium eligit Deferentis Eccentricitatem A B* | | 2083$\frac{1}{3}$ |
| *Æquantis Eccentricitatem A O* | | 4166$\frac{2}{3}$ |
| *Epicycli Radium* C D | | 71944$\frac{2}{5}$ |

## NUMERUS XLIV.

### *Eccentricitatem Mercurij maximam ac minimam, & radium Epicycli ejus juxta Ptolomai Hypotheſim, invenire.*

LInea Apſidum ☿ ſit F I K C, in quâ Mundi centrum A, Æquantis *i* K P F centrum O, ejus Eccentricitas A O; circelli, per quem Deferentis
*Fig.* 24. centrum *a* movetur, diameter O B *b* dupla A O, &
*l vide n.* 32 centrum circelli G, ac proinde tres æquales A B,
*a num.* 32. B G, G O.
*b ibid.*

Eligantur binæ ☿ Digreſsiones maximæ à Medio loco Solis; in quarum unâ Medius locus Solis ſit in, vel proximus Apogeo Æquantis, in alterâ in, vel proximus Perigeo. Tales ſunt eæ, quas obſervatas à ſe Ptolomæus ſcribit *lib.* 9. *cap.* 8. Anno ſiquidem 19 Hadriani, 9 Dec. manè *Mercurium* à Medio Solis loco maximè digreſſum obſervavit in ♍ Grad. 20. 12′. Sol autem Medius ipſi tunc erat in ♎ Grad. 9. 15′,
*c vide nu.* hoc eſt ferè in Apogeo ☿ quod *c* ipſe ſtatuit in ♎
41. § 4. Grad. 10. Unde maxima Digreſsio fuit Grad. 19. 3. Idem eodem Anno, 21 Maij veſperi *Mercurium* à Sole Medio maximè digreſſum obſervavit in ♉ Grad. 4. 20′. Sol autem Medius ipſi tum erat in ♈ Grad. 11. 5′, hoc eſt ferè in Perigeo ☿, quod ipſe ſtatuit in ♈ Grad. 10. Quare maxima Digreſsio fuit Grad. 25. 15′.

Quoniam igitur in utrâque Digreſsione linea Medij motus Solis fuit proxima Apſidum lineæ F I K C, licebit citra errorem hoc in negotio notabilem, aſſumere eam cum ipsâ coincidiſſe. Quare *d* cùm linea
*d per* §. 2. Medij motus centri Epicycli à lineâ Medij motus
*num.* 29. Solis non differat, etiam hæc tunc cum Apſidum lineâ coincidebat. Quare in primâ Digreſsione Epicycli centrum fuit in C ſub loco quem Apogeum Æ-
*i per n.* 32. quantis K tunc habebat in Zodiaco; ideóque *i* centrum Deferentis tunc erat in B, & Deferens ipſe in C S I maximam obtinens Eccentricitatem A B; in Digreſſione verò alterâ centrum Epicycli fuit ſub loco, quem in Zodiaco tunc habebat Æquantis Peri-
*p ibid.* geum F; ideóque *p* Deferentis centrum tunc cum O centro Æquantis, & Perigeum cum Perigeo in F, & Deferens ipſe cum Æquante K P F coincidebat, minimam ſortitus Eccentricitatem A O. Circelli porrò centrum G bifariam ſecat rectam F C: nam Deferentis & Æquantis Radij B C, O F æquales ſunt; quibus ſi æquales addas B G, O G, etiam G C, G F æquales erunt.

His ita conſtitutis Epicyclum tangant ex Mundi centro rectæ A D, A E, & ad contactus ducantur ex Epicycli centro radij C D, F E. Quia jam oſtendi Epicycli centrum in utrâque Digreſsione fuiſſe quaſi in lineâ Apſidum F C, Digreſsiones maximæ *n* non *n per* §. 1.
differebant à maximis Orbis Æquationibus C A D, *num.* 30.
F A E, ac proinde angulus C A D fuit Grad. 19. 3′, angulus verò F A E Grad. 23. 15′, tantæ ſiquidem repertæ ſunt ſuprà Digreſsiones maximæ. Et quia recti
ſunt *o* C D A, F E A, tam C A D, D C A ſimul con- *o per* 18. 3.
ficient *p* unum rectum, quàm F A E, E F A. Demptis *p per* 32. 1.
igitur ſingulis C A D, F A E, à Grad. 90, relinquentur D C A Grad. 70. 57′, & E F A Grad. 66. 45′. Aſſumpto autem Epicycli Radio CD, ſeu FE (eſt enim in Hypotheſi Ptolemaicâ ſemper æqualis & idem radius Epicycli) pro Sinu Toto 100000, *s* erit A C
306379 Secans anguli D C A Grad. 70. 57′; A F ve- *s per defin.*
rò erit 253329 Secans anguli E F A Grad. 66. 45′. *9. cap. 3.* *Geo. pract.*
Tota igitur CF eſt 559708, cujus ſemiſsis eſt 279854; & tanta eſt G C, quam oſtendi *ſupra* eſſe ſemiſſem totius C F: Aufer G C 279854 ab A C 306379; remanet A G, ſive O B 26535. Quoniam igitur tres æquales ſunt A O, O G, O B, erit A O Eccentricitas Æquantis, ſeu minima Deferentis, 13267$\frac{1}{2}$, A B verò Eccentricitas maxima Deferentis 39802$\frac{1}{2}$: quâ ſubtractâ ab A C 306379 relinquitur Eccentrici Deferentis Radius B C 266576$\frac{1}{2}$.

| | | |
|---|---|---|
| *Qualium igitur Radius Eccentrici* ☿ B C | *eſt* | 266576$\frac{1}{2}$ |
| *talium Epicycli Radius* C D | | 100000 |
| *Deferentis Eccentricitas maxima A B* | | 39802$\frac{1}{2}$ |
| *Eccentricitas minima, ſeu Æquantis A O* | | 13267$\frac{1}{2}$ |

Has quantitates ita repertas, ad partes quarum Eccentrici Radius B C ſit 100000 (id enim ad uſum commodius eſt) reduces per Reg. proportionum.

Atque hæc quidem ex datis præſentibus. Ptolomæus namque ex pluribus, ut par eſt credere, conſiderationibus

| | | |
|---|---|---|
| *Qualium Eccentrici radius* B C *eſt* | | 100000 |
| *talium elegit Eccentricitatem maximam A B* | | 15000 |
| *minimam, ſeu Æquantis, A O* | | 5000 |
| *Epicycli Radium* C D | | 37500 |

### *Scholium.*

*Ricciolus noſter in hujus Problematis, tum praxi, tum theoriâ non rectè aſſumit G C ſemiſſem totius C F pro Radio Deferentis, qui eſt non G C, ſed B C deficiens à G C toto circelli Radio B C. Occaſio errandi fuit quod inveſtigans Eccentricitatem & radium Epicycli eodem ſchemate ac diſcurſu uſus ſit in* ☿, *quo in* ♀. *Ipſum conſule* Almag. lib. 7. pag. 598. Probl. 1. & exemplo 1. *In tantâ porrò conſiderationum varietate ac multitudine ſubinde taliter impingere humanum eſt, quod apud æquos ingeniorum judices viris doctis fraudi eſſe non debet.*

## NUMERUS XLV.

### *Quid in alijs Hypotheſibus de ♀ ac ☿ Eccentricitate & Radio Epicycli ſtatuendum videatur.*

VArios hujus inveſtigationis modos Aſtronomi ſecundùm ſuas quique Hypotheſes tradunt; quos & longum, nec multum utile eſt recenſere. Vide Copernicum *lib. 5. cap. 27.* Keplerum in *Myſterio Coſmogr.* in *Rudolphinis*, in *Epitome Aſtron.* Bullialdum *lib. 2. Aſtron. Philol.* Vel omnes ſimul collectos horum authorum conceptus apud Ricciolum *Almag. lib.7. pag.600.601.602.603.*

Verùm cùm nullus huc uſque per ſuas Hypotheſes & Hypotheſium menſuras præſtare obſervationes omnes aut pleraſque potuerit, optimum judico Riccioli, & Longomontani conſilium, ut à poſteriori tentando exploremus quæ menſuræ pluribus obſervationibus ſatisfaciant. Hoc ſecuti eas eligemus, quibus aſſumptis unà cum motu Apogei jam determinato *num.* 42. & Anomaliæ determinando mox *num. ſeq.* (ſi loca Vera utriuſque Planetæ juxta formam *num.*36, & 38 expoſitam, ſupputemus) loca ſupputata conſentiant cum locis obſervatis, ſi non cum omnibus omnia, ſaltem pleraque cum pleriſque. Tales verò eſſe, quas hic ſubjungam, poſt analyſes triangulorum in ♀ trecentas, in ☿ ferè quingentas ſe comperiſſe Ricciolus affirmat *pag.* 603.

*In ♀*

Fig. 21.

| | |
|---|---|
| *Qualium Eccentrici Radius eſt* | 100000 |
| *talium Eccentricitas I A ſemper eadem* | 3460 |
| *Radius maximus Epicycli in toto ſuperiore Eccentrici ſemicirculo β E δ* | 73140 |
| *Radius minimus Epicycli in Perigeo X* | 70640 |
| *Radiorum differentia* | 2500 |

Decrementum radij Epicycli ex β in X, & incrementum ab X in δ fit juxta leges *num.* 35. §. 2. explicatas. Eccentricitas autem hic aſſumpta, Solari æqualis eſt *vide num.* 38. *lib.* 1.

In ☿.

Fig. 22.

| | |
|---|---|
| *Qualium Radius Eccentrici eſt* | 100000 |
| *talium Eccentricitas Maxima A D* | 10000 |
| *Media A G* | 8000 |
| *Minima A B* | 6000 |
| *Differentia maxima & minima B D* | 4000 |
| *Radius Epicycli maximus in Longitudinibus Medijs β, δ,* | 45500 |
| *Minimus in Apogeo E & Perigeo X* | 38500 |
| *Differentia maximi & minimi S N* | 7000 |

Decrementum & incrementum Radij Epicycli fit juxta leges *num.*37. §.3.

*Reliquum eſt ut ad inveſtigandam Orbis Anomaliam transeamus.*

## NUMERUS XLVI.

### *Præambula ad motum Anomaliæ Orbis ♀ ac ☿.*

§.1. IN tribus Planetis ſuperioribus ♄. ♃. ♂, quia motus eorum in Epicyclo motui Solis alligatur *a* facilis eſt Veri Argumenti, ſeu Veræ Anomaliæ Orbis inventio, quæ habetur, ſi motus Verus centri Epicycli ſubducatur à motu Solis Medio juxta Veteres, à Vero juxta Recentiores. At in ♀, & ☿, quia motus *i* eorum in Epicyclo ſolutus eſt à motu Solis, opus eſt indagine peculiari ut Anomaliam Orbis Veram ad tempus datum conſequamur. Inquirenda eſt igitur periodus, ſive tempus, quo ♀ & ☿ motu Æquali, ſeu Medio Epicyclum percurrunt, atque inde motus Medij Anomaliæ, qui dato temporis ſpatio ex. gr. Horæ, Diei, Anno debentur, eliciendi. Tum ad aliquam Epocham ſtabilienda eſt Radix hujus motus, cujus ope ad datum momentum motus Medius Anomaliæ Orbis poſſit acquiri; atque ita demùm licebit, ut *infrà* exponetur, ad Veram Orbis Anomaliam pertingere.

*a vide dicta num.* 10. §.4. & 5.

*i num.*29. §. 3.

§. 2. Verùm quia motus Medius quicumque à puncto certo & ſtabili numerari debet, ante omnia erit punctum illud in Epicyclo determinandum. Id clarius ut peragatur, cogitari debet non Epicyclus circa ſuum centrum circumagi, ſed potiùs centrum Planetæ moveri per circumferentiam Epicycli circa proprium centrum immobilis. Hoc poſito manifeſtum eſt punctum illud quod in Epicyclo deſignat recta linea à centro Deferentis Epicyclum per Epicycli centrum educta, eſſe fixum & immobile in Hypotheſi tam veteri quàm novâ. In *ſchemate* 2. quod *Veneri* inſerviet, centrum Mundi eſto A, Æquantis centrum C, Deferentis D I R centrum B; à quo per Epic. centrum I ducatur recta B I O Epicyclo occurrens in O. Clarum eſt Epicycli centro per D I R Deferentis peripheriam circumlato rectam B I O in eodem ſemper puncto Epicyclum ſecare, ac proinde punctum O ſtabile eſſe ac certum. Ducantur deinde ex centris mundi A, & Æquantis C per I centrum Epic. rectæ A I N, C I P, determinantes in Epicyclo Apogea, Verum N, & Medium P. Oſtenſum eſt *n.*5. §. 2 & 3 ad motum centri Epicycli per Deferentem, Apogea N, P, ad punctum ſtabile O jam accedere, jam ab eodem recedere. Quare liquet Apogea N, P in Epicyclo eſſe vaga & incerta. Fig. 2.

Idipſum liquet in *ſchemate* 18, quod *Mercurio* inſervit. Eſto enim hic Mundi centrum A, Æquantis G O H centrum C. Deferentis D Q R centrum B, à quibus per Epicycli centrum Q ducantur rectæ A Q N, C Q P, B Q T ſecantes Epicyclum in punctis N, P, T. Rurſum patet punctum T in Epicyclo ſemper unum idemque permanere; reliqua verò duo N, P, Apogea, nempè Verum ac Medium, ad motum centri Q per Deferentem, à ſtabili puncto P jam recedere, jam accedere: unde iterum neceſſe eſt illa ſint vaga in Epicyclo & incerta, adeoque inepta, ut ab ijs motus Medius Anomaliæ Orbis ♀ & ☿ numeretur. Fig. 18.

Poſtremò in Hypotheſi *e* novâ, (quæ rejecto Æquante ſolùm habet Eccentricum Deferentem E C X) centra ſint, A Mundi, I Deferentis, à quibus per Epicycli centrum educantur rectæ A C N, I C O. Rurſum liquet, (ut *ſuprà*) punctum O, ad motum centri Epicycli non mutari, N verò Apogeum Verum Epicycli ad immobile O nunc accedere, nunc elongari.

*e vide num.* 35. & 37. Fig. 25.

§. 3. Ex his concludo non ſolùm in novâ ♀ & ☿ Hypotheſi, ſed etiam in veteri Ptolemaicâ, motum Medium Anomaliæ Orbis numerandum eſſe à puncto illo Epicycli, quod deſignat recta ex centro Eccentrici Deferentis per centrum Epicycli educta. Scio Hypotheſeos antiquæ explanatores numerare ab Apogeo Epicycli Medio, quod deſignatur à rectâ ab Æquantis

Æquantis centro ductâ per centrum Epicycli. Cur ita faciant, ipſi viderint, ut ſe ex hic objectis expediant.

Secundùm hactenus dicta ſint definitiones ſequentes.

### *Definitiones.*

1. A*Pogeum Stabile*, ſeu *Fixum Epicycli* ♀ & ☿ voco punctum, quod in Epicycli ambitu deſignat recta ex centro Deferentis per Epicycli centrum emiſſa.

Nolui vocare *Apogeum Medium*, ne confunderetur cum *Apogeo Medio* veteris Hypotheſeos, à quo in veteri Hypotheſi diverſum eſt, quamvis in novâ non differat, ut patet *ex hac defin.* 1. *& ex defin.* 7. *num.* 4.

2. *Anomalia Media Orbis* ♀ *aut* ☿ *ad tempus datum*, ſive *Argumentum Medium*, eſt arcus Epicycli à Stabili Apogeo uſque ad centrum Planetæ in conſequentia numeratus.

*Apogeum Verum Epicycli*, *& Anomalia Orbis Vera* eodem modo definiuntur in ♀ & ☿, quo in alijs Planetis, *vide defin.*6. *&* 21.*num.* 4.

## NUMERUS XLVII.

### *Anomaliam Orbis Mediam ♀ aut ☿ ad notum aliquod temporis momentum invenire.*

Fig. 25. §. 1. ASſumatur obſervatio aliqua loci Planetæ in Zodiaco, qui ſit ex. gr. in G, Planetâ ipſo poſito in M, in primo Epicycli ſemicirculo, quod contingit cùm Planeta Veſpertinus eſt. Rectæ autem ABN, IBO, ex centris Mundi A, & Eccentrici Deferentis I deſignent in novâ Hypotheſi (de veteri agam *infra*) Apogea Verum N, Fixum O. Ad momentum obſervationis inquire in ♀ *per num.* 36, in ☿ *per num.* 38, Æquationem centri Epicycli ABI, diſtantiam BA centri Epicycli à centro Mundi, K locum Verum ejuſdem centri, Radium Epicycli

a per n. 36. & 38. BM; hæc enim omnia abſolutè *a* reperiri jam poſſunt, quando omnia ad hoc neceſſaria, quæ *num.* 36. *&* 38 ſupponebantur, inventa jam ſint locis iſthic in margine deſignatis. Inſuper, quia præter inventum jam locum K centri Epicycli, etiam notus eſt per obſervationem locus Planetæ G, non latebit arcus GK, adeoque neque angulus MAB, ipſa nempè Orbis Æquatio. Itaque in triangulo ABM ex notis lateri-

b per prob. 10 cap. 3. Geo. pract. bus AB, BM, & angulo MAB reperietur *b* angulus MBA; quo ſubducto à Grad. 180, habetur NBM. Ab hoc, ſi centrum Epicycli (ut hîc contingit) eſt in primo Anomaliæ Eccentricæ ſemicirculo ECX, aufer inventam *ſuprà* Æquationem centri ABI, ſeu NBO, adde autem ſi in ſecundo: ita innoteſcet angulus OBM, & arcus OM, qui eſt A-

c defin. 2. nomalia *c* Orbis Media ad momentum obſervationis aſſumptæ.

Quod ſi Planeta ſit in ſecundo Anomaliæ Orbis ſemicirculo (ex. gr. in F) quod contingit cùm Planeta Matutinus eſt, tum invento, ut *ſupra* arcu LK, ſeu angulo FAB, & omnibus eodem modo exantlatis, ſolvendo triangulum AFB reperies arcum FN: cui, ſi centrum Epic. eſt in primo Anomaliæ Ecc. ſemicirculo ECF, adde Æquationem centri ABI, ſeu NBO; deme autem ſi in ſecundo. Ita notus fiet arcus OF: quo dempto à Grad. 360, nota relinquetur Anomalia Orbis Media OMF ad momentum obſervationis aſſumptæ.

§. 2. Juxta antiquam Hypotheſim quæſitum in ☿ Fig. 18.
ſic obtinebitur. Centrum Mundi eſto A, Æquantis C, Deferentis B, Epicycli centrum Q, per quod lineæ AQN, BQT, ex centris Mundi ac Deferentis emiſſæ deſignent in Epicyclo Apogea Verum N, Fixum T. Aſſumatur obſervatio quæpiam accurata loci Veri ☿ ex. gr. in S, ☿ ipſo poſito in X. Igitur per *defin.* 2. Anomalia Orbis Media ad aſſumptæ obſervationis tempus eſt TX. Deinde ad momentum obſervationis inquire *d* QA diſtantiam centri Epi- d per n. 34.
cycli à centro Mundi, locum Verum F ejuſdem centri, XQ Radium Epicycli, AQB, ſeu NQT Æquationem Opticam centri Epicycli. His per *num.* 34. alioſque ibidem citatos inventis, procede quoad cætera ut §. 1. ita reperies Anomaliam Orbis Mediam TX ad tempus aſſumptæ obſervationis.

Pro ♀ autem in Hypotheſi antiquâ ſic age. Cen- Fig. 1.
trum Mundi eſto A, Æquantis C, Deferentis B, Epicycli centrum in I, per quod ex centris Mundi A, & Deferentis B emiſſæ rectæ AIN, BIλ determinent Apogea Verum N, Stabile ſeu Fixum λ: ♀ ſit ex. gr. in X, locus ejus obſervatus in S. Igitur ad tempus aſſumptæ obſervationis Anomalia Orbis Media per *defin.* 2. eſt λX. Ad tempus obſervationis inquire per §. 2. *num.* 31. Æquationem Opticam AIB, ſeu NIλ, AI diſtantiam centri Epicycli à centro Mundi, F locum Verum ejuſdem centri, IX Radium Epicycli. Cum his inventis ſi procedas ut §. 1. prodibit Anomalia Orbis Media λX ad tempus obſervationis aſſumptæ.

## NUMERUS XLVIII.

### *Medios motus Anomaliæ Orbis ♀ & ☿ invenire.*

§. 1. OBſerva vel ab alijs obſervatas aſſume Pla- Fig. 25.
netæ Digreſſiones maximas à Sole immediatè ſibi mutuò ſuccedentes, & ejuſdem ſpeciei, hoc eſt omnes Matutinas vel omnes Veſpertinas. Ex. gr. ſit una Digreſſio maxima Planetæ in F, centro Epicycli poſito in B, altera in D immediatè ſubſequens, centro Epicycli poſito in C. Patet eo temporis intervallo, quod effluxit à momento maximæ Digreſſionis F, ad momentum alterius maximæ D, Planetam percurriſſe Epicyclum præter propter ſemel. Dixi præter propter, quia ut percurriſſet ſemel exactè, deberent contactus F, C, eſſe facti in eodem puncto Epicycli; nunc autem non ſunt facti in eodem; quòd Epicyclus in C fuerit Terræ centro A vicinior quàm in B. Hunc igitur in modum ſi multæ expendantur Digreſſiones maximæ ſibi invicem immediatè ſuccedentes, tempora inter illas interjecta ob cauſam jam dictam erunt illa quidem inæqualia: ſi tamen inter ea eligatur medium, erit hoc ſatis exactum, ut per ipſum cognoſcas, quot Planetæ revolutiones per Epicyclum dato aliquo Annorum numero citra errorem unius integræ, peragantur. Ita cognitum jam pridem eſt annis 8 revolutiones ♀ Epicyclicas non abſolvi plures quàm 5; annis verò 46, non plures, quàm 145.

§. 2. Eligantur deinde binæ obſervationes quàm accuratiſſimæ Veri loci Planetæ, ſive maximè à Sole digreſſi ſive non, ex. gr. in G, & in Q, diſtantes ab invicem annorum intervallo utcumque magno, ſed non tanto, quin citra errorem unius integræ revolutionis, ex notitiâ per §. 1. partâ ſciri poſſit quot interea revolutiones Planetæ per Epicyclum ſint abſolutæ, Præſidio deinde locorum obſervatorum G, Q,

ad

ad ipſa obſervationum momenta inveni artificio *præcedenti Num.* jam explicato Anomalias Medias Orbis O M, O P. Sitque prima O M ex. gr. Grad. 70, altera O P Grad. 150: à primâ autem obſervatione ad ſecundam peractæ ſint revolutiones integræ ex. gr. 50. Quoniam igitur ad momentum primæ obſervationis Planeta fuit in Epicycli puncto M diſtans ab Apogeo Fixo O Grad. 70, & in momento ſecundæ fuit in P diſtans ab Apogeo Fixo O Grad. 150; igitur ab obſervatione primâ ad ſecundam Planeta abſolvit 50 circulos integros, atque inſuper arcum M P Grad. 80; hoc eſt Gradus 15080. Quare ſi Gradus 15080 abſolvit tempore noto quod ab unâ fluxit obſervatione ad aliam; Gradus 360, hoc eſt revolutionem unam Epicycli quanto tempore abſolvet? Per *Reg. proport.* prodibit unius Epicyclicæ revolutionis tempus, ſive quantitas: quæ ſaltem erit tam exacta, ut ſi per eam dividatur tempus etiam maximum, certò poſſit cognoſci quot eo durante ingræ fuerint Epicycli revolutiones peractæ.

§. 3. Eligantur demùm obſervationes binæ Veri loci Planetæ, intervallo temporis quàm maximo diſtantes: una videlicet Ptolomæi, aut Theonis, aut Hipparchi, altera Tychonis vel alterius recentioris. Ex §. a. certò ſciri jam poteſt quot revolutiones Epicycli toto intermedio tempore ſint abſolutæ. Quare procedendo ut §. *præcedenti*, rurſum prodibit quantitas unius revolutionis Epicyclicæ, ſed multò quàm prior illa, accuratior: ex quâ per *Reg. proport.* elicies motus Anomaliæ Medios, qui debentur Horæ, Diei, Anno &c. ut docui *lib. 1. num. 36. & alibi.*

*ut docebitur n. 51.* §. 4. Ut motus Medij ſic inventi ulteriùs expoliantur, aſſume loca Planetæ per te vel alios obſervata, quàm plurima, eademque ſupputando inquire, adhibito motu Medio Anomaliæ Orbis jam invento. Si loca per calculum acquiſita cum locis obſervatis concordent, ſi non omnia, ſaltem quàm plurima, licebit præſumere motus Medios Anomaliæ rectè ſe habere: ſi non concordent, illis deme aliquid, vel adde donec calculo repetito conveniant. At fortè, inquies, latet error in Eccentricitate, vel in Radio Epicycli, vel motu Apogei. Fateor: Sed tamen illa jam, quantùm licuit, ſimili methodo in præcedentibus expoſita ſupponuntur. Aliàs veriſſimum eſt non unam ſolam menſuram, ex. gr. motum Medium Anomaliæ Orbis Diurnum, ſed etiam reliquas, nempè motum Apogei, Eccentricitatem, Radium Epicycli modo jam dicto, addendo ſubtrahendoque rectificandos, atque omnia ſic inter ſeſe proportionanda, donec calculus loca obſervata præſtet vel omnia, quod ſperari vix poteſt, vel certè (ut dixi) quàm plurima.

§. 5. Poſtremò ſi obtineri poſſint duæ Digreſſiones maximæ, ambæ Matutinæ vel ambæ Veſpertinæ, longiſſimo temporis intervallo diſtantes, una ex. gr. obſervata à Ptolomæo, altera à Tychone vel teipſo, in quarum utrâque Epicycli centrum fuerit in eodem Anomaliæ Eccentricæ puncto (C); accuratiſſima revolutionis Epicyclicæ periodus obtinebitur. Certum quippe tunc erit, cùm in utrâque Digreſſione Epicycli centrum eandem habuerit à Mundi centro diſtantiam C A, & contactum, adeoque & Planetam fuiſſe in uno eodemque Epicycli puncto D; ac proinde à Digreſſione antiquâ ad novam peractas eſſe revolutiones integras abſque ullâ fractione. Quare ſi intervallum temporis per numerum revolutionum (qui ex §. a. 3 & 4 exactiſſimè ſciri poteſt) dividatur, prodibit quantitas, ſive tempus revolutionis unius (ut patet ex *Reg. proportionum*): ex quâ motus Medios Anomaliæ hujus Diurnum, Annuum &c. elicies, ut docui *lib. 1. num. 36.*

Sciri porrò jam poteſt utrùm in utrâque Digreſſione centrum Epicycli fuerit in eodem puncto Anomaliæ Eccentricæ, quando omnia ad hoc requiſita, nempè Eccentricitas, & motus Apogei reperta jam ſunt.

| | *Epicyclum motu Medio abſolvit.* | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | ♀ | | | ☿ | | |
| | D. | H. | /. | D. | H. | /. |
| Alfragano | 584 | fere | | 116 | fere | |
| Reinholdo | 583 | 22 | 15 | 115 | 21 | 5 |
| Maurolyco | 583 | 22 | 12 | 115 | 21 | 5 |
| Ricciolo | 583 | 22 | 10 | 115 | 21 | 3½ |

| | | Motus medius Anomaliæ Orbis | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Diurnus | | | | | | | Annuus | | | | | | |
| | | Gr. | /. | //. | ///. | IV. | V. | VI. | Gr. | /. | //. | ///. | IV. | V. | VI. |
| *Longomontano* | ♀ | 0 | 36 | 59 | 29 | 29 | 11 | 6 | 225 | 1 | 54 | 22 | 33 | 29 | 30 |
| | ☿ | 3 | 6 | 24 | 12 | 1 | 8 | 6 | 53 | 57 | 13 | 6 | 54 | 16 | 30 |
| *Lansbergio* | ♀ | 0 | 36 | 59 | 28 | 46 | 17 | 44 | 225 | 1 | 50 | 1 | 37 | 52 | 40 |
| | ☿ | 3 | 6 | 24 | 15 | 23 | 4 | 58 | 53 | 57 | 33 | 35 | 25 | 12 | 50 |
| *Keplero* | ♀ | 0 | 36 | 59 | 29 | 45 | 47 | 49 | 225 | 1 | 56 | 3 | 35 | 41 | 55 |
| | ☿ | 3 | 6 | 24 | 15 | 35 | 29 | 37 | 53 | 57 | 34 | 40 | 55 | 22 | 5 |
| *Ricciolo* | ♀ | 0 | 36 | 59 | 30 | 0 | 0 | 0 | 225 | 1 | 53 | 35 | 0 | 0 | 0 |
| | ☿ | 3 | 6 | 24 | 30 | 0 | 0 | 0 | 53 | 57 | 33 | 32 | 0 | 0 | 0 |

Si per motum Annuum dividantur Gradus 360, prodibit tempus unius revolutionis Epicyclicæ ſecundùm Authores ſingulos:

## NUMERUS XLIX.

### *Radicem Anomaliæ Orbis Mediæ ♀ & ☿ conſtituere ad Epocham datam.*

EPocha data ſit ex. gr. initium Annorum Chriſti Dei. Per *num.* 47 ad notum aliquod temporis momentum reperta eſt Anomalia Orbis Media : & ex *num.* 48 notus eſt Medius motus Anomaliæ Orbis, qui debetur temporis intervallo inter momentum illud & Epocham Chriſti. Hunc igitur Medium motum adde Anomaliæ Mediæ ad illud momentum repertæ, ſi Epocha ſequitur momentum ſupradictum; deme ſi præceſſit : prodibit Anomalia Orbis Media ad Epocham Chriſti. *Demonſtratio* patet ex dictis *num.* 54. & 53. *lib.* 1.

| | | | Radix Anomaliæ Orbis Mediæ ad Annum 1. Christi | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | Grad. | *l.* | *ll.* |
| In meridie | Lansbergio | ♀ | 123 | 52 | 56 |
| | *Goeſæ* | ☿ | 47 | 24 | 11 |
| | Longomontano | ♀ | 126 | 21 | 20 |
| 1. | *Haſniæ* | ☿ | 48 | 13 | 48 |
| Ianuar. | Keplero | ♀ | 123 | 16 | 49 |
| | *Uraniburgi* | ☿ | 37 | 40 | 54 |

## NUMERUS L.

### *Anomaliam Orbis Mediam & Veram ad tempus quodcumque pro ♀ & ☿, invenire.*

§. 1. NUmera temporis intervallum ab Epochâ uſque ad tempus datum : & ex *num.* 48. collige Medium motum Anomaliæ Orbis huic intervallo debitum : quem adde Radici Epochæ, ſi tempus datum ſequitur Epocham ; deme, ſi præcedit : prodibit Anomalia Orbis Media ad tempus datum. *Demonſtratio* patet ex dictis *num.* 54. *lib.* 1.

Fig. 25. §. 2. Anomalia Orbis Vera ad datum tempus ſic reperietur; primò in Hypotheſi novâ.

Anomalia Orbis Media §. 1. inventa ſit primò O M minor Grad. 180. Per *num.* 36 & 38, reperiatur Æquatio centri Epicycli ad t.d. A B I, ſeu NBO, a per n. 45. quæ reperiri abſolutè jam poteſt, cùm a Eccentricitas, & motus b Apogei ad hoc requiſita jam innotuerint. b per n.42. Angulum igitur N B O, ſive arcum N O adde Anomaliæ Mediæ, ſi Epicycli centrum (ut hic contingit) eſt in primo Anomaliæ Eccentricæ ſemicirculo E B X, deme ſi in ſecundo : ita prodibit Anomalia Orbis Vera N M ad t.d.

Sit deinde Anomalia Orbis Media O M F Grad. 180 major. Hanc ſi ſubtrahas à toto circulo, notus erit arcus F O : cui deme arcum N O *ſupra* inventum, ſi (ut hic contingit) B centrum Epicycli ſit in primo ſemicirculo E B X; adde ſi in ſecundo. Ita notus fiet arcus F N : quo ſubtracto à Grad. 360, relinquetur Anomalia Orbis Vera N M F ad t.d.

Fig. 18. §. 3. In Hypotheſi antiquâ ut acquiras Anomaliam Veram Orbis ☿, ſic operare. Deferentis D Q R centrum ſit B, Mundi A, Apogeum Verum N, Stabile T; Anomalia Orbis Media per 1. §. inventa ſit T X. Per *Corol. num.* 34. Æquationem Opticam reperi A Q B, ſeu N Q T ad t. d. quæ jam poteſt abſolutè reperiri, cùm ad hoc requiſita, nempè motus Apogei, & Eccentricitas maxima ac minima reperta jam ſint *num.* 42. & 44. Tum deinde operari perge ut §. 2. jam præſcriptum. Ita proveniet Anomalia Orbis Vera N X ad t. d.

Fig. 1. Pro ♀ autem in vetere Hypotheſi ſic age. Centrum Mundi eſto A, Deferentis B; Apogeum Verum N, ſtabile λ; Anomalia Orbis Media per §. 1. inventa λ X. Per §. 2. *num.* 31. reperi ad t.d. Æquationem m per §. 2. num. 31. Opticam A I B, ſeu N I λ, quæ m jam poteſt abſolutè reperiri, cùm ad hoc requiſita nempè n Eccentricitas, & Apogei o motus inventa jam ſint. Si fiant dein- n per n. 43. de cætera ut §. 2, prodibit Anomalia Orbis Vera o per n.42. N X ad tempus datum.

## NUMERUS LI.

### *Ad tempus datum Longitudinem Veram ♀ ac ☿, Geometricè ſupputare.*

§. 1. IN novâ Hypotheſi ad t. d. Epicycli *Veneris* Fig. 21. centrum ſit ex. gr. in Z, & *Venus* ipſa in P. Ad t.d. inveniatur motus Apogei ♈ H per *num.*42, & O D P Anomalia Orbis Vera per *num.* 50. Aſſumatur item ex *num.*45, Epicycli Radius maximus & minimus, & Eccentricitas A I, quæ ſemper eadem eſt & æqualis Solari. Cum his datis operare ut *num.* 36. præſcriptum, ſic acquires Longitudinem ☿ Veram ♈ H R ad t. d.

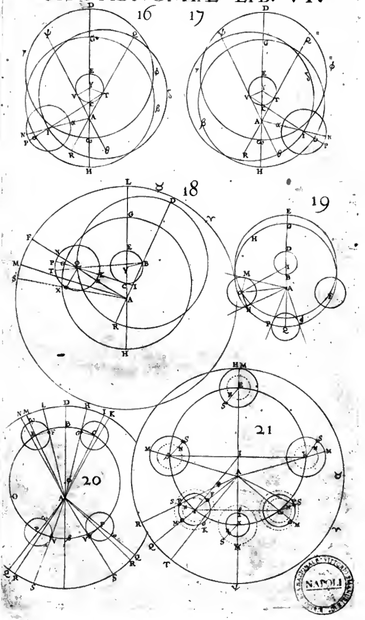
Ad t. d. Epicycli Mercurialis centrum ſit ex. gr. Fig. 22. in V, & ☿ ipſe in C. Ad t.d. reperiatur motus Apogei ♈ H per *num.*42, & Anomalia Orbis Vera M S, ſeu ♋ C per *num.*50. Accipiatur item Eccentricitas maxima & minima, & Radius Epicycli maximus & minimus ex *num.* 45. Cum his datis ſi procedas ut *num.*38 præſcriptum fuit, prodibit Longitudo ☿ Vera ♈ H R ad t.d.

§. 2. In vetere Hypotheſi, ad t. d. centrum Epi- Fig. 1. cycli *Veneris* ſit ex. gr. in I, & ♀ ipſa in X. Ad t. d. inquire Apogei motum ♈ L per *num.*42, & Anomaliam Orbis Veram N X per *num.* 50. Accipiantur item Eccentricitas & Epicycli Radius ex *nu.*43. Cum his datis ſi opereris ut præſcripſi *num.*31. §.2, acquires Longitudinem ♀ Veram ♈ L S ad t. d.

Ad t. d. Epicycli Mercurialis centrum eſto in Q, Fig. 18. & ☿ ipſe in X. Ad tempus datum inquire motum Apogei ♈ L per *num.*42, & Anomaliam Orbis Veram N X per *num.*50. Aſſumantur item Eccentricitas maxima ac minima, & Epicycli Radius ex *nu.* 44. Cum his datis ſi procedas ut præſcripſi *num.*34. acquires Longitudinem ☿ Veram ad t.d.

### *Scholium.*

*Calculi fides (quod ſæpè jam indicavi) præſertim in ♀ & ☿ ad obſervationes quaſi ad Lydium lapidem exploranda eſt. Illuſtre ſpecimen*




NAPOLI

*datur in ☿ ſub Sole inſtar maculæ viſo, hoc futurum prædixerat Keplerus ex Rudolphinis Anno 1631, Nov. 7. Gaſſendus igitur ad diem dictum manè obſervavit Mercurium Solis ſpecie in papyro per teleſcopium exceptâ, in quâ ☿ inſtar maculæ nigerrima apparuit; collegitq́ fuiſſe cum Sole conjunctum Pariſijs Horâ 7,58, in ♏ Grad. 14.36'. Proinde Anno 1631, Nov. 7, H. 7. 58 poſt med. noct. Verus ☿ locus fuit in ♏ Grad. 14. 36. Locus autem ☿ ad tempus dictum ſupputatus à jam obſervato diſſidet, Ptolemaicè quidem Gradibus 4. 25', Copernicaè Gradibus 5, Danicè Gradibus 7, 13', Lansbergianè Gradu 1.21'. Rudolphinè minutis 14. 24', Riccioliccè convenit præcisè. Ita Ricciolus ipſe, qui hoc exemplum ſui calculi exhibet* Almag. lib. 7. pag. 582.

## NUMERUS LII.

### *De Æquationibus maximis ☿ ac ♀, deq́ Tabulis Æquationum conſtruendis.*

REvocanda huc ſunt quæ *num.* 28 accuratè ſunt explicata, exceptis quippe paucis, mutatiſque citationibus, quæ iſthic de ♄, ♃, ♂ diſſeruimus, etiam ♀ & ☿ conveniunt.

Æquationes centri Epicycli ad ſingulos Anomaliæ Eccentricæ Gradus, Æquationes item Epicyclicæ, ſive Orbis ad Gradus ſingulos Anomaliæ Orbis reperiuntur in vetere Hypotheſi, ut docui *num.* 31. *&* [illegible]; in novâ Hypotheſi, ut docui *num.* 36. 38. Maxima centri *Veneris* incidit in gradum Anomaliæ Eccent. 91; maxima *Mercurij* in Gradum Anomaliæ 110.

*Fig.* 13. Æquationes Orbis centri maximæ ad ſingulos Gradus Anomaliæ Eccentricæ variantur in ♀ & ☿ uti in alijs Planetis; & *Veneris* quidem maximarum minima (C A E) contingit centro Epicycli poſito in Apogeo; maximarum maxima (S A X) in Perigeo. At *Mercurij* maximarum minima fit quidem in Apogeo, non tamen maximarum maxima in Perigeo, ſed ſecundum Ptolomæum *a* ad Anomaliæ Eccentricæ Gradus 120, ſecundùm Ricciolum verò (cujus Hypotheſim & menſuras in præcedentibus jam expoſui) ad Gradus 90: quod quidem tametſi Ptolomæo ipſi repugnet, non tamen ejus obſervationibus *nu.* 30. §. 2. recenſitis; ex quibus colligitur Æquationes Orbis maximas ad Anomaliæ Ecc. Grad. 120 majores eſſe maximis ad Perigeum, non tamen colligitur eſſe majores maximis ad quemvis alium Anomaliæ Eccentricæ locum. *a nu.* 30. 2.

In vetere Hypotheſi ſecundùm Ptolomæum Æquatio maxima centri Epic. in ♀ eſt Grad. 2. 41'; in ☿ Grad. 2. 52'. Æquatio maxima Orbis in ♀ ad Apogeum Ecc. eſt Grad. 45. 57': ad Perigeum Grad. 47. 49', quæ eſt maximarum maxima. In ☿ Æquatio Orbis maxima ad Apogeum Ecc. eſt Grad. 21. 56', ad Perigeum, *b* Grad. 23. 57', quæ non eſt maxima maximarum, ea ſiquidem (ut jam dixi) fit ad Gradus Anom. Ecc. 120, eſtque Grad. 23. 52'. 30" ut patet ex *num.* 30. §. 2. *&* *not.* 4. §. *primi*. *b patet ex nu.* 30. §. 2. *& not.* 4. §. *primi.*

Ex novâ Hypotheſi & menſuris ejus, Æquatio maxima centri Epicycli in ♀ eſt Grad. 1. 59', eadem quæ Solis; in ☿ Grad. 4. 34'. 34". Æquatio maxima Orbis ♀ ad Apogeum Eccen. eſt Grad. 44. 59'. 4", ad Perigeum Ecc. Grad. 47. 2'. 6", Æquatio maxima Orbis ☿ ad Apogeum Ecc. eſt Grad. 20. 29'. 16"; ad Perigeum Grad. 24. 11'. 41". Maximarum maxima quæ (ut dixi) fit ad Anomaliæ Ecc. Grad. 90, eſt Graduum 27. 3'. 24". Ita habent ſupputationes Ricciolanæ.

Ex his quomodo condendæ ſint Tabulæ Æquationum ſatis eſt declaratum *num.* 28. ſed memento in Tabulis Æquationum Orbis modo Veterum confectis, Scrupula Proportionalia tota, ſeu 60 ponenda eſſe è regione Grad. 120 juxta Ptolomæum, è regione Grad. 90 juxta Ricciolum. Conſule dicta *nu.* 33. *propr.* 8.

# FINIS LIBRI SEXTI.

# ASTRONOMIÆ
## LIBER SEPTIMUS
# DE PLANETARUM MINORUM LATITUDINE,
## CÆTERISQUE PASSIONIBUS.

## CAPUT PRIMUM.

### De Latitudine quinque Minorum Planetarum.

TUm demùm Aſtri locus in cælo cognoſcitur cùm ejus non ſolùm Longitudo, ſed etiam Latitudo innotuerit. Longitudinem Planetarum *Libro præcedente* ſcrutati ſumus. Supereſt Latitudo; quam, cùm difficultatibus non paucis tum ex ſe, tum ex Authorum obſcuritate involuta ſit, à fundamentis ſic pertractabimus, ut ejus tum praxim, tum theoriam clarè intelligere ſtudioſi valeant.

### NUMERUS PRIMUS.

***Phænomena Latitudinum ♄. ♃. ♂, à Ptolomæo obſervata.***

ANte omnia revocandæ huc ſunt definitiones Latitudinis expoſitæ *lib.* 2. *num.* 48, ſeclufis aut immutatis ijs quæ Lunæ ſunt propria.

§. 1. Omnes quinque Minores Planetas Latitudinem pati, hoc eſt, ab Eclipticâ evagari, Ptolomæus & alij ante ipſum compererunt obſervando frequenter ipſorum loca per comparationem ad Stellas Fixas Longitudinis ac Latitudinis notæ. Obſervandi modum tradidi *lib*, 6. *num.* 1. Porrò circa Latitudines trium Superiorum Ptolomæus obſervavit ſequentia.

I. Latitudines ♄. ♃. ♂. modò Boreales eſſe, modò Auſtrales, diutiùs tamen Boreales, quàm Auſtrales, ſic ut unius integræ revolutionis centri Epicycli medietas, ſeu portio major cedat Borealibus, reliqua minor Auſtralibus.

II. Latitudines illas intra tempus unius revolutionis Epicycli bis maximas eſſe; bis nullas. Et *Saturni* quidem Borealem maximam ſuo ævo contigiſſe, cùm Epicycli centrum foret in ♎ Grad. 3; *Iovis*, cùm in ♎ Grad. 1; *Martis*, cùm in ♋ Grad. 29. 30′, omnes videlicet in eodem ſemicirculo in quo erant eo tempore Apogea Æquantium, ut patet ex Tabellâ *num.* 19. Auſtrales verò maximas fieri in locis oppoſitis, in eodem ſemicirculo, in quo tum erant Æquationum Perigea.

III. Latitudines maximas Boreas comparando cum Boreis, & cum Auſtrinis Auſtrinas, inæqualis magnitudinis eſſe; & quidem maximas maximarum contingere, cùm Planeta tenet Perigeum Epicycli; minimas maximarum, cùm Epic. Apogeum; mediocres cùm Longitudines Medias.

IV. Latitudines Auſtrinas maximarum maximas, majores eſſe Boreis maximis maximarum; ac proinde abſolutè omnium maximas eſſe, illas, quæ contingunt cùm Epicycli centrum eſt in Limite Auſtrali, & Planeta in Perigeo Epicycli.

V. Loca Zodiaci quibus ſuâ ætate ſuberant centra Epic. ♄. ♃. ♂. tempore Latitudinum maximarum, Orientaliora eſſe, quàm olim fuerant. Ex quo concluſit nodos ac limites ſenſim promoveri, non in præcedentia, ut fit in Lunâ, ſed in conſequentia.

VI. Revolutio integra Latitudinis Planetæ, ſive reditus à Nodo ad eumdem, abſolvitur eodem tempore quo revolutio centri Epicycli, atque inſuper eâ particulâ temporis, quâ percurritur arcus ille , quo interim Nodus in conſequentia prorepſit.

### NUMERUS II.

***Quâ Hypotheſi Ptolomæus ſalvet Latitudinum ♄, ♃, ♂, Phænomena.***

DUplicem cauſam ſtatuit memoratorum Phœnomenôn; deviationem ſtabilem Eccentrici Deferentis à plano Eclipticæ, & inclinationem Epicycli mobilem circa diametrum Mediarum Epic. Longitudinum.

§. 1. Planum Eclipticæ ſit F C G D, & Mundi centrum A, Eccentricus Deferens eſto F O G N, ſecans planum Eclipticæ per Mundi centrum A ſecundùm rectam F A G, cujus major portio F O G continens centrum B, declinet verſùs Polum Boreum, quem concipere debes poſitum inter te & planum ſchematis; portio autem minor G N F declinet ver- *Fig.* 1.

ſùs

ſùs Polum Auſtralem, qui concipiendus eſt poſt planum ſchematis.

Igitur Epicycli centro percurrente portionem Eccentrici Borealem F O G, Latitudines ♄. ♃. ♂. ſunt Boreales; cùm verò perambulat Auſtralem G N F, Latitudines ſunt Auſtrales. Et quia Epicycli centrum diutius hæret in portione Boreâ F O G, utpotè majori, idcirco diutiùs horum Planetarum Latitudo Borealis eſt, quàm Auſtralis. Atque ita primo phœnomeno ſatisfactum eſt.

Fig. 3. §. 2. Deinceps inſpice *ſchema* 3. in quo planum Deferentis Eccentrici F O G N productum concipe uſque ad Zodiacum Primi Mobilis in S P V R: ſic enim (quod oportet) Nodi S, V, & Limites O, N, erunt in Zodiaco deſignati, diſtantes ab invicem ſinguli Quadrante circuli. Hoc præmonito, ut ſalventur phœnomena reliqua ad deviationem plani Deferentis S P V R, adjungenda eſt Epicycli inclinatio hunc in modum. Sit Epicycli centrum in Nodo Boreo S, & M Q diameter Apſidum Epicycli ſit in rectâ S A V communi ſectione planorum Deferentis & Eclipticæ; totum verò Epicycli planum, adeoque etiam I K diameter Mediarum Longitudinum, jaceat in plano Eclipticæ S C V D, ac proinde Deferentis planum ſecet: idemque ſitus Epicycli eſto, cùm Epicycli centrum fuerit in Nodo Auſtrino V. Quando igitur Epicycli centrum exiſtet in Nodorum alterutro ſemper erit in Eclipticæ plano centrum Planetæ, in quocumque is fuerit Epicycli puncto, ac proinde bis intra tempus unius integræ revolutionis centri Epic. per Zodiacum, omni Latitudine carebit: quæ erat pars una Secundi phœnomeni.

Centro Epicycli recedente à Nodo Boreo S verſùs P Limitem Boreum Apſidum diameter M S Q (quæ priùs tota erat in plano S P V R Deferentis, utpote exiſtens in ſectione communi V A S) adeoque & totum Epicycli planum circa I S K diametrum Mediarum Longitudinum ſenſim inclinetur hac lege triplici, 1. ut Apogeum Verum Epicycli M à plano Deferentis (in quo priùs erat) verſùs Auſtrum & Eclipticam S C V recedat, Perigeum verò Q à plano Deferentis (in quo & ipſum priùs extiterat) recedat verſùs Boream, adeoque etiam longiùs abeat ab Eclipticâ S C V. 2. ut diameter Mediarum Longitudinum I K (quæ priùs cum toto Epicyclo fuerat in plano Eclipticæ) toto eo tempore quo Epicycli centrum percurrit Quadrantem S P, à plano Eclipticæ recedendo, eidem tamen maneat parallela; ſic enim centro Epicycli attingente Limitem P, ipſa jacebit in plano Deferentis A S P V, quod priùs ſemper interſecuerat. 3. ut inclinatio jam dicta in Limite P ſit maxima.

Centro Epicycli abeunte ex Limite Boreo P verſùs Nodum Auſtrinum V, inclinatio Epicycli jam dicta iiſdem legibus minuatur, donec Epicycli centro delato in V, Apogeum *o* & Perigeum Epicycli rurſum jaceant in plano Deferentis, in communi nempè ſectione S A V, & Epicyclus totus rurſum jaceat in plano Eclipticæ, quando inclinatio omnis evaneſcit.

*o ſemper intelligo, Verum,*

Rurſum Epicycli centro pergente à Nodo Auſtrino V ad Limitem Auſtrinum R, iiſdem legibus & eâdem inclinationis quantitate Apogeum Epicycli à plano Deferentis A V R S inclinetur verſùs Eclipticam A V D S, hoc eſt ad Boream, Perigeum verò ad Auſtrum, adeoque longiùs ab Eclipticâ recedat, inclinatione maximâ iterum exiſtente ad Limitem R. Inde tandem minuatur denuò inclinatio, donec evaneſcat in Nodo S.

Per inclinationem Epicycli his legibus peractam obtinetur, ut Apogeum Epicycli ſemper exiſtat inter plana Eclipticæ & Deferentis; atque ita ſatisfiat phœnomeno ſecundo & tertio. Quod ut clariùs intelligas, in *ſchemate* 2. circulus Maximus tranſiens per Polos Eclipticæ & Limites maximæ Latitudinis, ſecet Eclipticæ planum rectâ B C, & planum Deferentis Eccentrici rectâ D A E, quæ duæ lineæ ſeſe interſecant in Mundi centro A. Limes Boreus ſit P, Auſtrinus R, Centro Epicycli exiſtente in P, diameter Apſidum Epicycli M P Q à plano Eccentrici D A inclinatur inclinatione maximâ, ſic ut M Apogeum Epicycli à plano Deferentis P A recedat verſùs Auſtrum & Eclipticam B A, Perigeum verò Q ab utroque plano B A, P A, abeat verſùs Septemtrionem. Quo fit, ut Planetæ exiſtentis in Epicycli Perigeo Q Latitudo Borealis maxima Q A B, major ſit ejuſdem Latitudine Boreali maximâ M A B exiſtentis in Apogeo M: ut habebat tertium phœnomenum. Quando deinde centrum Epicycli conſtiterit in Limite Auſtrali R, diameter M R Q Apſidum Epicycli inclinatur rurſum inclinatione maximâ, ſic ut Apogeum M à plano Eccentrici E A recedat verſùs Eclipticæ planum C A in Boream, Perigeum verò Q ab utroque plano C A, E A, abeat verſùs Auſtrum, & inclinationum anguli M R E, M P D, item Q R A, Q P A, ſint æquales. Quo rurſum fit, ut Planetæ poſiti in Epicycli Perigeo Q Latitudo Auſtralis maximarum maxima Q A C major ſit Latitudine maximâ Auſtrali M A C ejuſdem poſiti in Apogeo M, ut tertium phœnomenum requirebat. Fig. 2.

§. 3. Poſtremò eâdem operâ cauſa dabitur quarti phœnomeni. Cùm enim ex ſecundo phœn. & tabellâ *num.* 19. conſtet tempore Ptolomæi Limites Boreos ♄. ♃. ♂. ſatis vicinos fuiſſe Apogeis Eccentricorum, Auſtrinos verò Limites ſatis vicinos Eccentricorum Perigeis, manifeſtum eſt centrum Epicycli longiùs diſtare à centro Mundi A, cùm eſt in Boreo Limite P, quàm dum in Auſtrino R. Quoniam igitur P A major eſt, quàm R A, fiat R O æqualis P A, ducaturque Q O. In triangulis R O Q, P A Q, æqualia ſunt latera R Q, P Q (ſunt enim radii Epicycli, qui ſecundùm Ptolomæum ſemper æquales ſunt) æqualia ſunt item *ex conſtr.* R O, P A, & anguli his lateribus per ipſam Hypotheſim Q R A, Q P A, etiam æquales ſunt. Ergo *a* angulus Q O R æquatur angulo Q A P. Sed Q A R externus major eſt *b* interno Q O R. Ergo etiam Q A R major eſt quàm Q A P. Atqui C A R angulus Boreæ deviationis Deferentis ab Eclipticâ par eſt angulo B A P deviationis Auſtrinæ. Ergo totus Q A C metiens Latitudinem, ſeu diſtantiam Auſtralem Perigei Epicycli Q ab Eclipticâ C A, major eſt toto Q A B metiente Latitudinem Boream ejuſdem Perigei. Quare centro Epicycli poſito in R Limite Auſtrali, & Planetâ in Q Epicycli Perigeo Latitudinem Planeta ſortitur abſolutè omnium maximam, quod phœnomenum quartum requirebat.

*a per* 4. 1.
*b per* 32. 1.

*Queres*: Quî rectæ ex Mundi vel Æquantis centro emiſſæ determinare poſſint *i* Apogea Epicycli, cùm hîc propter inclinationem jam expoſitam ſit extrà Deferentis planum, rectæ autem illæ exiſtant in plano Deferentis?

*i def.* 6. & 7 *n.* 4. *l.* 6.

*Reſpondeo* Apogea deſignari planis ad Epicyclum rectis per lineas jam dictas tranſeuntibus: in quibus enim punctis hæc interſecant Epicycli Peripheriam, ea ſunt Apogea Epicycli.

## NUMERUS III.

### *Phænomena & Hypotheſes Latitudinum ♀ & ☿ juxta Ptolemæum.*

EOrum quæ circa ♀ & ☿ Latitudines Ptolomæus obſervavit, triplicem cauſam aſſignat, deviationem Eccentrici Deferentis, inclinationem Epicycli, & Reflexionem. *Deviatio* & *Inclinatio* ſatis ex *prac. num.* intelliguntur. *Reflexionem* paucis accipe. Epicyclus eſto MIQK, diameter Apſidum MSQ, Mediarum Longitudinum ISK, Apogeum M, Perigeum Q, Polus Boreus inter *Figuram* & te, Auſtrinus poſt *Figuram*. *Reflexio Epicycli* eſt libratio quædam Epicycli circa diametrum Apſidum MQ, quâ diameter Mediarum Longitudinum ISK à plano Deferentis modò in Boream, modò in Auſtrum recedit; ut ſi diameter Med. Long. quæ priùs fuerat in ISK in ipſo Deferentis plano, poſtmodò ſit in GSR, radio Orientali SG tranſlato ad Boream, Occidentali SK in Auſtrum, angulus GSI eſt quantitas Reflexionis Epicycli, quæ cùm eſt maxima, duos Gradus cum dimidio ex mente Ptolomæi non excedit. Hoc præmiſſo, venio ad obſervationes & Hypotheſes Ptolomæi, qui circa ♀ & ☿ Latitudines obſervavit ſequentia.

Fig. 4.

I. Cùm Epicycli centrum eſſet in Apogeo Æquantis, eamdem ſemper Latitudinem habuit Planeta poſitus in Epicycli Apogeo, *a* quam poſitus in Epicycli Perigeo, & utrobique fuit hæc Latitudo, in ♀ quidem Borealis Minutorum 10; in ☿ Auſtralis Minutorum 45.

*a ſemper Verum intellige.*

Salvatur Phœnomenum, ſi tunc pars ſuperior Deferentis Eccentrici ponatur ab Eclipticæ plano deviare Min. 10 in ♀ ad Boream, in ☿ ad Auſtrum Min. 45, & planum Epicycli abſque inclinatione ullâ exiſtat in plano ejuſdem.

II. Cùm Epicycli centrum eſſet in Perigeo Æquantis, rurſus eamdem habuit Latitudinem Planeta in Apogeo Epicycli, quam in Perigeo, quæ utrobique fuit in ♀ Borealis. in ☿ Auſtralis.

Statuatur igitur jam pars inferior Deferentis Eccentrici ab Eclipticæ plano deviari, in ♀ rurſus ad Boream, in ☿ ad Auſtrum, & planum Epicycli exiſtat in plano Defer. Eccentrici inclinatione omni carens: ſic cauſa habetur phœnomeni.

III. Epicycli centro obtinente Apogeum Æquantis; cùm *Venus* eſſet circa I Mediam Longitudinem Orientalem, hoc eſt circa maximam à Sole Digreſſionem veſpertinam, ejus Latitudo fuit Borealis; cùm verò eſſet circa K Mediam Longitudinem Occidentalem, propè ſcilicet maximam à Sole Digreſſionem matutinam, Latitudo ejus erat Auſtralis. In ☿ contrarium cernebatur utrobique.

Datur cauſa phœnomeni, ſi circa MQ diametrum Apſidum Epicycli *Veneris* pars ſiniſtra, ſeu Orientalis MIQ flectatur ab Eclipticâ & Deferente ad Septemtrionem in MGQ, dextra verò, ſeu Occidua MKQ versùs Eclipticam & ultra eam ad Auſtrum in MRQ. Quod ſi *Mercurij* Epicyclus in partes contrarias flectatur, nempè in O & P, contrarium ipſius phœnomenum eâdem evidentiâ explicabitur.

IV. Centro Epicycli conſtituto in Æquantis Perigeo; cùm ♀ eſſet in I Mediâ Longitudine Orientali & Digreſſione veſpertinâ, Latitudinem habuit Auſtralem, cùm eſſet in K Mediâ Longitudine Occidentali & Digreſſione matutinâ, Latitudinem habuit Borealem. In ☿ accidebat contrarium utrobique.

Salvatur phœnomenum in ♀, ſi Orientalis Epicycli ſemicirculus MIQ flectatur ab I in O ad Auſtrum, versùs Eclipticam & ultra eam; Orientalis verò MKQ ex K in P ab Eclipticâ & Deferente in Boream. Salvatur in ☿, ſi Epicyclus reflectatur in partes iſtis oppoſitas.

V. Cùm Epicycli centrum diſtaret, ſive ad dextram, ſive ad ſiniſtram ab Apogeo & Perigeo Æquantis Gradibus 90, tunc Planeta Medias obtinens Epicycli Longitudines, omni Latitudine caruit.

Cauſa datur Phœnomeni, ſi tunc deviatione omni ſublatâ planum Deferentis congruat plano Eclipticæ, diameter verò Mediarum Longitudinum Reflexione ſimiliter evaneſcente in utroque plano, jam uno, jaceat. Quia porrò deviatio & Reflexio hic ſunt nullæ, liquet utramque in Apogeo & Perigeo Æquantis fuiſſe maximam.

VI. Cùm Epicycli centrum diſtaret ab Æquantis Apogeo Grad. 90 in primo, ſeu ſiniſtro Anomaliæ ſemicirculo; tunc ♀ poſita in Apogeo Epicycli Latitudinem habuit Borealem, at in Epicycli Perigeo Auſtralem. In ☿ contrarium eveniebat.

Salvatur Phœnomenum per inclinationem Epicycli, in ♀ quidem Apogeo ad Boream, Perigeo ad Auſtrum inclinato; in ☿ Apogeo inclinato Auſtraliter, Perigeo Borealiter.

VII. Cùm Epicycli centrum in ſecundo Anomaliæ Ecc. ſemicirculo ab Apogeo diſtaret Grad. 90; tunc ♀ poſita in Apogeo Epicycli Latitudinem habuit Auſtralem, at poſita in Perigeo Borealem. In ☿ contrarium ſpectabatur.

Habetur rurſum Phœnomeni cauſa, per inclinationem Epicycli, in ♀ quidem Apogeum inclinando Auſtraliter, Perigeum Borealiter: in ☿ Apogeum Borealiter, Perigeum Auſtraliter.

Varietas igitur Latitudinum ♀ & ☿ triplici cauſâ continetur, deviatione Deferentis ab Eclipticâ, Inclinatione Epicycli à plano Deferentis circa diametrum Mediarum Longitudinum, & ejuſdem circa diametrum Apſidum Reflexione. Ex tribus hiſce librationibus nulla ſtabilis & fixa eſt, ſed omnes mutabiles, nam inclinatio evaneſcit centro Epicycli obtinente Apogeum vel Perigeum Eccentrici, & deviatio ac Reflexio ſunt nullæ Epicycli centro 90 utrimque Gradibus ab Apogeo diſtante.

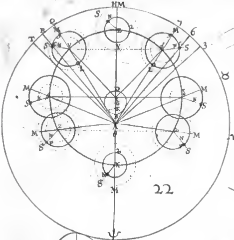
## NUMERUS IV.

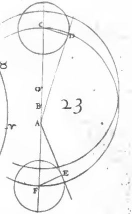
### *Quid de Latitudine Planetarum ſentiant recentiores Aſtronomi.*

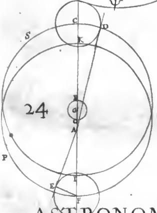
PTolomæi doctrinam & Hypotheſes Latitudinum jam expoſitas recentiores Aſtronomi non probant. Lansbergius, Keplerus, Bullialdus Terræ Motæ Hypotheſim amplexi, in quinque Planetis non aliam agnoſcunt Latitudinis cauſam præter inclinationem conſtantem Orbis Planetæ ad Orbem Magnum, ſive planum Eclipticæ, & acceſſum receſſumque motuum Planetæ ac Terræ, atque hiſce duobus exiſtimant omnia Latitudinum phœnomena præſtari. Longomontanus & Ricciolus Terræ Stantis Hypotheſi inhærentes in ♄. ♃. & ♂, contenti ſunt inclinatione conſtanti tum Eccentrici ad Eclipticam, tum

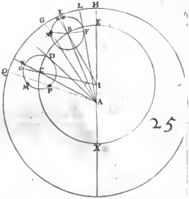
Epi-

# ASTRONOMIÆ LIB. VI.

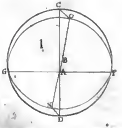


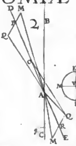



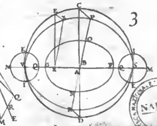




# ASTRONOMIÆ LIB. VII.




NAPOLI

Epicycli ad Eccentricum, ſic ut is ſemper maneat plano Eclipticæ parallelus: in ☿ & ♀ ſublatâ inclinatione omni Eccentrici ad Eclipticam, ſic ut unus idemque ſint hi duo circuli, ſolam inclinationem conſtantem Epicycli ad Eclipticam agnoſcunt. Cæterùm tam Longomontanus quam Lansbergius in ſuis deinde Tabulis Reflexionem adhibendam agnoverunt: quàm conſequenter, ipſi viderint. Ricciolus autem loco citato, varietates illas, quas Ptolomæus per deviationem inſtabilem Eccentrici ab Eclipticâ, & Reflexionem Epicycli tueri voluit, aut incompertas adhuc, nec evidentibus obſervationibus innixas exiſtimat, aut ſi quæ ſunt ejuſmodi, eas ſufficienter explicari tum ex diſtantiâ variâ Planetarum à Terrâ, tum à variatione radii Epicycli; tum præcipuè à juſtiore illâ, de quâ paulò ante, inclinatione Epicycli ♀ ac ☿ ad Orbitam perpetuò jacentem in plano Eclipticæ. Atque ita quidem ſentire ſe ait donec obſervationes tomo 3 nondùm edito adferendæ & diſcutiendæ aut ſententiam mutare cogant, aut in eâ confirment.

## NUMERUS V.

### *De loco & motu Nodorum quinque minorum Planetarum.*

§. 1. Locus Nodi crebrâ Latitudinis obſervatione reperitur. Latitudo autem Planetæ obſervatur ut Fixæ cujuſlibet: modum habes *lib. 6. num.2.* Quando igitur Planetæ Latitudinem obſervaveris modicam & decreſcentem, obſervare porrò perge per dies complures, donec Latitudinem deprehendas nullam: tunc enim Planeta erit in ipsâ interſectione Orbis ſui, cùm Eclipticæ, hoc eſt in Nodo, ac proinde locus Planetæ per obſervationem cognitus Nodi locum exhibebit.

Ex dictis autem *num.3.* patet duplicis generis eſſe Nodos & Limites in ♀ & ☿ Ptolemaicâ Hypotheſi, videlicet Nodos Deviationis Eccentrici ac Reflexionis Epicycli, quæ ſemper invicem comitantur, & Nodos Inclinationis Epicycli. Anno Chriſti 140 Nodus Boreus Deviationis ac Reflexionis à Ptolomæo ſtatuitur ♀ in ♒ Grad. 25: ☿ in ♑ Grad. 10. Nodus autem Boreus Inclinationis Epicycli ♀ in ♉ 25: ☿ in ♈ Grad. 10. Recentiores Aſtronomi, quia (ut mox dicetur) Deviationem ac Reflexionem rejiciunt, unum ſolummodò Nodum (Inclinationis videlicet) tam Boreum quàm Auſtrinum agnoſcunt, qui tempore Ptolomæi fuerit eo Zodiaci loco, quo Ptolomæus (ut jam diximus) Nodum Inclinationis Epicycli ſtatuebat.

Præterea notandum eſt, ut habeatur locus Nodorum ♀ ac ☿, non ſufficere ut Planeta omni Latitudine careat, ſed oportere inſuper ipſum eſſe in Apogeo vel Perigeo Epicycli: nam ſolo hoc tempore locus Planetæ, adeoque & Nodi, in Zodiaco quaſi ſtabilis eſt, ita ut quotieſcumque Planeta fuerit in Apogeo aut Perigeo Epicycli Latitudinis expers, locus ejus in Zodiaco futurus ſit idem quoad ſenſum, utpote non niſi lentiſſimè in conſequentia (ut mox docebitur) proreptans. Quando autem Planeta Latitudine caret poſitus extra Apſides Epicycli, locus ejus, adeoque & Nodi, intra unam centri Epicycli revolutionem totum Zodiacum perambulat: quæ omnia patebunt ex *num. 11.*

Anno Chriſti 140, ex obſervatione Ptolomæi loca Nodorum Borealium Inclinationis hæc erant:

| ♄ | ♃ | ♂ | ♀ | ☿ |
|---|---|---|---|---|
| ♋ Grad. 3. | ♋ Grad. 1. | ♈ Grad. 29. 30'. | ♉ Grad. 25. | ♈ Grad. 10, |

Ad Annum verò Chriſti 1600 completum Nodorum Boreorum loca ex recentiorum Aſtronomorum obſervatione fuêre ſequentia,

| | Loca Nodi Borei 5. Planet. ad Ann. Chriſti 1600 compl. | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Longomont. | | | | Kepler. | | | | Bulliald. | | | | Ricciol. | | | |
| | Sig. | Grad. | /. | //. | Sig. | Grad. | /. | //. | Sig. | Grad. | /. | //. | Sig. | Grad. | /. | //. |
| ♄ | ♋ | 20. | 23. | 0. | ♋. | 20. | 59. | 59. | ♋. | 20. | 30. | 49. | ♋. | 20. | 40. | 0. |
| ♃ | ♋ | 6. | 52. | 0. | ♋. | 5. | 25. | 58. | ♋. | 8. | 37. | 23. | ♋. | 7. | 0. | 0. |
| ♂ | ♉ | 16. | 53. | 10. | ♉. | 16. | 44. | 32. | ♉. | 26. | 44. | 32. | ♉. | 16. | 44. | 30. |
| ♀ | ♊ | 13. | 28. | 41. | ♊. | 13. | 0. | 45. | ♊. | 14. | 7. | 38. | ♊. | 13. | 30. | 0. |
| ☿ | ♊ | 0. | 30. | 31. | ♉. | 12. | 25. | 22. | ♉. | 12. | 30. | 39. | ♉. | 12. | 30. | 40. |

§. 2. Ex comparatione duorum locorum, antiqui videlicet & recentis, colligetur & motus Nodorum in conſequentia & quantitas motus. Nam ſi annis 1460 (tot enim effluxêre ab Anno 140 uſque ad 1600 completum) Nodus proceſſit in conſequentia ex. grat. Grad. 18: Anno uno quanto ſpatio promovebitur. Per Regulam proportionum prodibunt Scrupula, quæ Anno uno Nodus percurrit.

| | Motus Annuus Nodorum V. Planetarum | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | *Longomont.* | | | *Kepler.* | | | *Bulliald.* | | | *Ricciol.* | |
| | /. | //. | ///. | /. | //. | ///. | /. | //. | ///. | /. | //. |
| ♄ | 0 | 41 | 53 | 1 | 11 | 24 | 0 | 25 | 54 | 0 | 50 |
| ♃ | 0 | 13 | 36 | 0 | 3 | 29 | 0 | 24 | 37 | 0 | 15 |
| ♂ | 0 | 51 | 43 | 0 | 39 | 43 | 0 | 48 | 11 | 0 | 40 |
| ♀ | 0 | 36 | 0 | 0 | 46 | 58 | 0 | 30 | 8 | 0 | 40 |
| ☿ | 1 | 45 | 18 | 1 | 25 | 11 | 1 | 35 | 31 | 1 | 35 |

§. 3. Hinc

§. 3. Hinc nullo jam negotio locus Nodi Borei ad tempus datum reperietur, ex. gr. ad Annum 1620 completum. Intervallum temporis dati ab Epochâ (nempè Anno 1600, ad quam Radicem motus Nodorum firmavimus §. 1.) ſunt Anni 20. His quantus debeatur motus, hoc eſt quot Scrupula iſtis 20 Annis Nodus proceſſerit in conſequentia, ſcitur ex §. *præced.* Hæc Scrupula adde Radici, hoc eſt loco Nodi ad Annum 1600, (auferri debuiſſent, ſi tempus datum præcederet Epocham): prodibit locus Nodi ad tempus datum, Annum nempè 1620. Invento autem loco Nodorum, habetur & Limitum, qui à Nodis diſtant Gradibus 90.

§. 4. Ex his apparet quantopere erraverint Ptolomæus & omnes cum eo Aſtronomi uſque ad Tychonem, putantes eodem motu cieri Nodos quo Apogea, ſic ut eamdem ſemper diſtantiam Nodi ab Apogeis retineant: Manifeſtus error evadet, ſi motus Annuus Nodorum cum motu Annuo Apogeo-
*b lib.6. n. 22. & 42.* rum *b* conferatur, hic enim illo multò eſt major. Ptolomæum excuſat defectus obſervationum longo tempore diſtantium. Cæteri eum cælo inconſulto ſecuti ſunt.

§. 5. Quemadmodum fuêre olim, ita ſunt hoc etiam ævo Limites Borei ♄. ♃. ♂. in eodem Latitudinis ſemicirculo quo Apogea eorumdem. Patebit ſi loca Limitum (ſunt hæc per §. 1. nota, cùm Limites à Nodis diſtent Gradibus 90) conferantur cum locis Apogeorum *num. 19. & 42. lib. 6.*

§. 6. Poſtremò diſtantiam Veram centri Epicycli à Nodo & Limite Boreo ad tempus datum ſic inve-
*d per lib.6. n.11.36.38* nies. Inquire ad t.d. *d* motum Verum centri Epicycli, hoc eſt diſtantiam ejus Veram ab ♈ initio. In-
*o per §.3. hic.* quire etiam ad t. d. diſtantiam *o* Nodi Borei ab ♈ initio. Quibus repertis, non latebit diſtantia Vera centri Epicycli à Nodo, adeoque nec à Limite.

Eodem modo reperitur ad t. d. diſtantia Vera Planetæ à Nodis & Limitibus.

## NUMERUS VI.

### *Hypotheſis recentior & vera Latitudinum* ♄. ♃. ♂.

*Fig. 5.* ECliptica ſit ADBR; Eccentricus Planetæ YPQT, cujus planum productum ſit uſque ad Zodiacum in DCKR & immutabili angulo inclinatum ad Eclipticam, eamque interſecans rectâ DAR per Mundi centrum A. Epicyclus autem QFEGX ita inclinetur ad Eccentricum, ut ſemper plano Eclipticæ parallelus exiſtat. Ita fiet, ut, cùm centrum Epicycli fuerit in Nodis, Epicycli planum jaceat in plano Eclipticæ, ac proinde tum Planeta nullam habeat Latitudinem, in quocumque is exiſtat Epicycli puncto, quod phœnomena requirunt.

Ex hoc paralleliſmo Epicycli;

*Sequitur* I. in quocumque Eccentrici puncto fuerit centrum Epicycli, ſectionem communem FQG, Eccentrici & Epicycli ſemper parallelam eſſe ad RD diametrum Nodorum. Patet ex 16. 11. Cùm enim plana Epicycli & Eclipticæ ſint ſemper parallela, Eccentrici planum ADCR ea interſecando producit ſectiones parallelas FG & DR.

*Sequitur* II. Inclinationis angulum Epicycli ad Eccentricum immutabilem eſſe & æqualem Inclinationis angulo Eccentrici ad Eclipticam. Sumatur enim in communi ſectione DR punctum quodvis A, à quo in planis Eccentrici & Eclipticæ ducantur rectæ AQC, AB perpendiculares ad DR. Erit *a* angulus CAB Inclinatio Eccentrici ad Eclipti-
cam. Intelligatur deinde per rectas AC & AB agi *a per def. 6. 11.*
planum utrimque indefinitum: producet hoc ſectiones communes in Eclipticæ plano rectam prædictam AB, in plano Eccentrici rectam itidem prædictam AC; at in plano Epicycli rectam EQX; quæ, quia Epicyclus ſupponitur parallelus Eclipticæ, erit per 16. 11. etiam ipſa ad AB parallela. Quare angulus CQE, ſive AQX, qui eſt Inclinatio Epicycli ad
Eccentricum, æqualis eſt angulo *b* CAB Inclinatio- *b per 27.1.*
ni Eccentrici ad Eclipticam. Quod autem CQE ſit Inclinatio Epicycli, ſic oſtendo. Quia jam oſtenſum eſt CQ, RA parallelas eſſe, eaſque ſecat CA,
erunt *d* anguli CQG, CAR æquales. Sed *i* CAR *d per eand.*
rectus eſt. Ergo etiam CQG rectus. Deinde quia *i per conſtr.*
*ſuprà* oſtendi tam EQ, BA, quàm GQ, RA eſſe
parallelas, anguli EQG, BAR *m* æquales erunt. *m per 10.*
Sed BAR rectus *n* eſt. Ergo etiam rectus eſt EQG. *11.*
Cùm igitur tam CQ in plano Eccentrici, quàm *n per*
EQ in plano Epicycli ſint ad communem ſectionem *conſtr.*
GQF perpendiculares, erit *o* angulus CQE Incli- *o per def.*
natio Epicycli ad Eccentricum. *6. 11.*

*Hanc Hypotheſim ut phænomenis conſentaneam probant Longomontanus & Ricciolus, imò quoad æquipollentiam etiam Terræ Motæ aſſertores, Lansbergius, Keplerus, Bullialdus. Sed neque Hypotheſim ipſam, neque modum Latitudinis ſupputandæ juxta eam cæteráve eo pertinentia horum quiſquam ſufficienter expoſuit. Et certe negotium eſt explicationis non obviæ. Quare iſtud tam quoad praxim, quam quoad demonſtrationem viâ diversâ ac novâ exequemur ſequentibus Numeris, 8. ac 9.*

*Quæ porrò dicta ſunt num. 2. de modo ſalvandi phænomena non erit difficile quibuſdam immutatis ad hanc Hypotheſim accommodare.*

## NUMERUS VII.

### *Latitudines maximæ* ♄. ♃. ♂.

REperiuntur illæ obſervationibus frequentatis, cùm Latitudines vix ampliùs creſcunt & eò uſque continuatis, donec decreſcere rurſum incipiant: tunc enim facilè maxima diſcernitur.

Quia verò Latitudines maximarum maximæ contingunt, cùm Epicycli centrum incidit in Limites, & Planeta tenet Perigeum Epicycli, ut patet ex *num. 1. & 2*, ut obſervari poſſint Latitudines maximarum maximæ, oportebit ſcire utrùm ad t. d. centrum Epicycli ſit in Limite alterutrô, & Planeta in Perigeo Epicycli. Utrumque ex præcedentibus cognoſci jam poteſt. Cùm enim ex §. 1. & 2. *num. 11. lib. 6.* ad d. t. ſciatur diſtantia centri Epic. ab initio ♈, & per *num. 5. §. 3.* diſtantia Nodi Borei ab initio ♈, non latebit diſtantia centri à Nodo Boreo, adeoque nec à Limite. Erit verò Planeta in Perigeo Epicycli ſi Anomalia Orbis ſit Grad. 180; utrùm autem ſit tanta, cognoſces ex §. 4. *num. 11. lib. 6.*

La-

| | | Latitudines Maximæ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | In Apogeo Epicycli | | | | In Perigeo Epicycli | | | |
| | | Borea | | Auſtrina | | Borea | | Auſtrina | |
| | | Grad. | ſ. | Grad. | ſ. | Grad. | ſ. | Grad. | ſ. |
| Longom. | ♄ | 2 | 17 | 2 | 17 | 2 | 49 | 2 | 49 |
| | ♃ | 1 | 7 | 1 | 7 | 1 | 39 | 1 | 39 |
| | ♂ | 1 | 9 | 1 | 4 | 4 | 31 | 6 | 47 |
| Ricciolus | ♄ | 2 | 18 | 2 | 14 | 2 | 48 | 2 | 53 |
| | ♃ | 1 | 12 | 1 | 10 | 1 | 44 | 1 | 47 |
| | ♂ | 1 | 9 | 1 | 4 | 4 | 32 | 7 | 9 |

Latitudines maximæ reperiri etiam poſſunt ſupputatione Geometricâ, ut patebit ex *Caſu 2. nu. 9.*

## NUMERUS VIII.

### *Inclinationem Eccentrici ♄. ♃. ♂. ad Eclipticam invenire.*

Fig. 9. CEntrum Mundi eſto A; Ecliptica A D B R; Eccentricus Planetæ Y P Q T, cujus planum productum uſque ad Zodiacum ſit A D C R, interſecans planum Eclipticæ rectæ D R per Mundi centrum A. Nodi ſunt D, R; Limes Boreus C, qui biſecat *a* ſemicirculum D C R. Centrum Epicycli ſit in Q ſub Limite C, in radio nimirum A C. Per A Q C & Polum Eclipticæ A D B R agatur Latitudinis circulus, efficiens in plano Eccentrici ſectionem A Q C, in plano Eclipticæ ſectionem A B, in plano Epicycli ſectionem L Q M; quæ, quod Epicyclus ſemper *b* æquidiſtet plano Eclipticæ A D B R, erit parallela ad A B per *16. 11.* Hic circulus *c* erit rectus plano Eclipticæ, & cum ejus peripheriâ rectos utrimque faciet angulos; ac proinde arcus ejus C B inter Eccentrici & Eclipticæ plana interceptus, eſt Diſtantia Limitis C ab Eclipticâ, ſive Eccentrici ab Eclipticâ Declinatio maxima. Angulus autem C A B, quem arcus C B metitur, eſt Inclinatio Eccentrici ad Eclipticam: quod ſic oſtenditur. Quoniam circulus Maximus, (qui produxit ſuprà ſectiones A Q C, A B, L Q M) biſecabat ſemicirculum R C D, & tranſibat per polos Eclipticæ, etiam hujus *e* biſecuit ſemicirculum R B D, in B. Quare tam B A, quàm C Q A perpendiculares ſunt communi ſectioni D A R, ac proinde C A B angulus *d* eſt Inclinationis Eccentrici & Eclipticæ. Pari modo C Q L, ſive A Q M eſt *o* Inclinationis angulus Epicycli ad planum Eccentrici A R Q C P D; qui, quod L Q M, B A *ſuprà* oſtenſæ ſint parallelæ, æqualis eſt ipſi C A B. His poſitis,

*a* defin. 3. & 4. num. 48. lib. 2.
*b* per nu. 6.
*c* per num. 68. lib. 2.
*e* colligitur ex num. 71. lib. 2.
*d* per def. 6. 11.
*o* oſtendi num. 6.

Oporteat invenire arcum B C, ſive angulum Inclinationis C A B. Inquiratur tempus quo Planeta fuit vel futurus eſt in Epicycli Apogeo L, vel Perigeo M, & centrum Q Epicycli ſub Limite alterutro C; quod quidem ex præcedentibus ſciri jam poteſt: nam locus Planetæ in Epicyclo ad quodvis tempus reperitur per §. 4. *num. 11. lib. 6. & ex §. 6. num. 5. hujus Libri* cognoſcitur diſtantia centri Epicycli à Limite alterutro: ex quibus per methodum *lib. 4. num. 12.* traditam, quæſitum obtinebitur. Ad tempus igitur quo cognoveris Planetam eſſe in Perigeo Epicycli M, & Epicycli centrum Q ſub Limite C, reperi Epicycli *i* radium Q M, & diſtantias à centro Mundi, Planetæ *m* quidem M A, centri *n* Epicycli Q A. In triangulo igitur Q A M ex tribus lateribus notis innoteſcet *r* angulus M Q A; cui cùm ob parallelas L Q M, B A, æqualis ſit C A B, etiam hic notus erit: quod petebatur. Eodem modo quæſitum obtinebitur, ſi Planeta ſit in L. Apogeo Epicycli.

*i* per §. 3. n. 11. lib. 6.
*m* per §. 4. ibid.
*n* per §. 2. ibid.
*r* per probl. 8. cap. 3. Geo. pract.

| | Inclinatio Eccentrici ad Eclipticam | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Longomont. | | | Ricciol. | | |
| | Gr. | ſ. | ſſ. | Gr. | ſ. | ſſ. |
| ♄ | 2 | 31 | 0 | 2 | 31 | 0 |
| ♃ | 1 | 19 | 15 | 1 | 25 | 0 |
| ♂ | 1 | 50 | 0 | 1 | 50 | 30 |

#### *Corollarium.*

Ex Declinatione Eccentrici maximâ C B jam inventâ (ea enim non differt ab inclinatione planorum Eccentrici & Eclipticæ) reperietur cujuſvis puncti K Declinatio K V ab Eclipticâ, ſive angulus KAV, eo modo quem tradidi *lib. 2. num. 63. & 64.* ſed nota eſſe debet K C diſtantia puncti à limite C.

## NUMERUS IX.

### *Latitudinem Apparentem ♄. ♃. ♂. ad datum tempus Geometricè ſuppvtare.*

CEntrum Terræ eſto A; Ecliptica A D B R; Eccentrici centrum Y; Eccentricus ipſe Y P F T, cujus Planum productum ad Zodiacum uſque ſit A P D C R T; Nodi D, R; Limes alteruter C. Fig. 9.

Ad tempus datum inquire diſtantiam *a* Veram Planetæ à Nodis ac Limitibus, & Anomaliam *b* Orbis, ſive Planetæ diſtantiam ab Apogeo Epicycli.

Casus I. Si Epicycli centrum reperiatur in alterutro Nodo, nullam habebit Latitudinem *o* Planeta, in quocumque fuerit Epicycli puncto.

*a* per §. 6. num. 5.
*b* per num. 11. lib. 6.
*o* per nu. 6.

Casus II. Si Epicycli centrum Q reperiatur ſub Limite alterutro C, & Planeta ſit in Epicycli Apogeo L, vel Perigeo M, agatur per A centrum Terræ, Limitem C, & Polum Eclipticæ planum, ſive circulus Latitudinis, qui tranſibit etiam per Q centrum Epicycli, adeoque & per Apſides L, M; producet autem in plano Eccentrici A D C R ſectionem

*n Hyp. n. 6.* A Q C, in plano Eclipticæ A D B R ſectionem A B, in plano Epicycli ſectionem L Q M, quæ ob [n] paralleliſmum perpetuum Epicycli cum Eclipticâ erit *c per 16. 11.* ad A B [c] parallela. Arcus itaque C B circuli Latitudinis inter Eccentrici & Eclipticæ plana interceptus, *x oſtenſum num. præc.* anguluſque, quem metitur C A B, eſt Inclinatio [x] Eccentrici ad Eclipticam, ſive Eccentrici ab Eclipticâ Declinatio maxima, adeoque per *n. præc.* nota: & ſi ducantur rectæ A L X, A M, centroque A arcus L H, M N, erunt tam hæ quàm illi in circulo ſive plano Latitudinis, ac proinde arcus L H, M N, ſive anguli L A H, M A N, metiuntur diſtantiam à plano Eclipticæ, hoc eſt Latitudinem Apparentem Planetæ poſiti in L, vel M. Hanc igitur invenire oportet.

Inquire ad tempus datum à Terræ centro diſtan- *t per §. 4. n. 11. lib. 6.* tiam L A [t] Planetæ, & Q A centri [u] Epicycli. Quia *u per §. 2. ibid.* L M parallela [d] eſt B A, anguli C Q L, [l] C A B æquales ſunt. Atqui C A B [m] notus eſt. Ergo etiam *d oſtenſum ſuprà.* notus C Q L, adeoque [n] & L Q A. In triangulo igitur Q A L, ex notis lateribus L A, Q A, & an- *l per 27. 1.* gulo L Q A, [f] reperietur Q A L, ſive C A X: quo *m per num. præc.* dempto ab angulo jam noto C A B, notus relinqui- *n per 13. 1.* tur X A B. ſeu L A H Latitudo Planetæ exiſtentis *f per prob. 11. cap. 3. Geo. pract.* in Epic. Apogeo L.

Pari modo ſi Planeta ſit in Perigeo M; ad t. d. inventis M A diſtantiâ Planetæ, & Q A diſtantiâ centri Epic. in triangulo M A Q ex notis lateribus Q A, M A, & angulo noto M Q A (eſt enim ob parallelas L Q M, A B, par angulo Q A B, ſeu C A B noto per *num. præc.*) reperietur M A Q: quo addito ad ad notum C A B, totus M A B, ſive M A N notus erit, Latitudo videlicet Planetæ exiſtentis in M.

Hoc caſu exhibentur Latitudines maximæ independenter ab obſervatione, quæ ſi conveniant cum Latitudinibus maximis per obſervationem acquiſitis *num. 7.* veritas Hypotheſeos confirmabitur.

*Fig. 6.* Casus III. Si Epicycli centrum Q reperiatur ſub Limite alterutro C, Planeta verò extra Apſides L, Z, in alio quocumque puncto I; agatur per A centrum Terræ, per I centrum Planetæ, & per Polum Eclipticæ circulus, ſive planum Latitudinis, efficiens in plano Eccentrici ſectionem A K, in plano Eclipticæ ſectionem A V, in plano Epicycli ſectio- *t vide hyp. num. 6.* nem I M, quæ ob [t] paralleliſmum Epicycli ad E- *o per 16. 11.* clipticam erit ad A V [o] parallela. Itaque ſi ducatur recta A I X, & ex centro A arcus I H, liquet arcum I H, ſive angulum I A H eſſe Latitudinem Planetæ exiſtentis in I. Hunc igitur invenire oportet.

Communis ſectio planorum Epicycli & Eccentrici ſit recta infinita F Q G. Quia rectæ I M, K A ſunt ambæ in plano circuli Latitudinis, & una I M parallela ad V A, neceſſe eſt I M ſecare A K. Rurſum quia I M, G F ambæ ſunt in plano Epicycli, neceſſe eſt I M ſecare G F. Quare cùm I M ſecet tam A K, quàm G F, quarum utraque eſt in plano Eccentrici, ipſa verò I M occurrat plano Eccentrici in uno tantùm puncto rectæ G F, manifeſtum eſt I M ſecare ipſas A K, G F, in uno eodemque puncto O: quod quidem requiri ad quæſitum obtinendum ex ſequentibus apparebit. Deinde, quia A K eſt in plano Latitudinis ducto per Planetam I, liquet arcum K C, ſive angulum K A C, vel O A Q eſſe Æquationem Orbis ad t. d. quæ innoteſcet per *§. 4. num. 11. lib. 6.* *a per prob. 1. cap. 3. Geo. pract.* In triangulo igitur O Q A rectangulo ad Q quia notus eſt acutus O A Q, nota fiet ratio [a] laterum O A, Q A. Sed latus Q A diſtantia centri Epicycli à centro Terræ ad t. d. nota ſit in partibus radij Eccentrici Y Q per *§. 2. num. 11. lib. 6.* Ergo in ijſdem partibus etiam nota erit O A. Sed in ijſdem nota quoque ſit I A diſtantia Planetæ à centro Terræ per *§. 4. num. 11. lib. 6.* In trigono igitur O A I nota ſunt latera O A, I A. Ulteriùs cùm notus jam ſit arcus K C, utpote Anomalia Orbis, reperietur per *Coroll. præc. num.* arcus K V circuli Latitudinis ducti per Planetam I, inter plana Eccentrici & Eclipticæ interceptus, qui eſt Declinatio puncti K ab Eclipticâ; ac proinde etiam angulus K A V notus erit. Quia verò I M eſt parallela ad V A, erit angulus K O I [p] æqua- *p per 27. 1.* lis noto angulo K A V, adeoque etiam K O I notus *q per 13. 1.* eſt. Ergo [q] notus quoque I O A. In triangulo igitur O A I ex notis lateribus O A, I A, & angulo I O A reperietur [x] angulus O A I, ſeu K A X: quo demp- *x per probl. 11. cap. 3.* to ab angulo noto K A V, notus relinquitur X A V, *Geo. pract.* ſeu I A H Latitudinis angulus Planetæ exiſtentis in I.

Quod ſi Planeta ſit in inferiori parte Epicycli, putà in M, ductâ rectâ A M, & ex centro A arcu M N, Planetæ Latitudo Apparens erit arcus M N, ſeu angulus M A N, qui eodem modo reperietur In triangulo quippe A N M ob parallelas I O M, V A, angulus M O A par [r] eſt noto jam angulo V A O, ſeu *r per 27. 1.* V A K, adeoque etiam ipſe notus; & latus O A, notum ſit ut ſuprà, latus autem M A diſtantia Planetæ nota ſit per *§. 4. num. 11. §. 6.* Ex his igitur [s] reperi- *s per probl. 11. cap. 3.* tur angulus M A O; quo addito ad notum O A V, *Geo. Pract.* ſeu K A V, totus M A V, ſeu M A N notus erit.

Casus IV. Si Epicycli centrum Q reperiatur *Fig. 7.* extra Nodos & Limites, Planeta autem in Epicycli Apogeo vel Perigeo; agatur per A & Q, & Polum Eclipticæ circulus Latitudinis: tranſibit hic per Epicycli Apſides L, M, facietque in plano Eccentrici ſectionem A K, in plano Eclipticæ ſectionem A V, in plano Epicycli ſectionem I Q M, quæ ob paralleliſmum perpetuum Epicycli ad Eclipticam rurſum erit [u] parallela ad A V. Ductis igitur rectis A L X, *u per 16. 11.* A M, erunt L A H, M A N anguli Latitudinis Planetæ poſiti in Epicycli Apogeo L, vel Perigeo M; quos invenire oportet.

Quoniam K eſt locus Verus centri Epicycli Q, diſtantia Vera ejuſdem centri à Limite C erit arcus K C, qui notus ſit per *§. 6. nu. 5.* Quâ cognitâ, etiam arcus K V Declinatio puncti K ab Eclipticâ, anguluſque K A V, per *Corol. Num. praced.* innoteſcet. Deinde quia L M, A V ſunt parallelæ, erit angulus K Q L par noto jam angulo K A V, adeoque etiam ipſe K Q L notus eſt. Ergo notus eſt quoque L Q A. Quare ſi ad t. d. reperiantur diſtantiæ à centro Ter- *a per §. 4. n. 11. lib. 6.* ræ, L A [a] Planetæ, & Q A [b] centri Epicycli, in *b per §. 2. ibid.* triangulo Q L A ex lateribus L A, Q A, & angulo L Q A innoteſcet [c] angulus Q A L, ſeu K A X: *c per probl. 11. cap. 3. Geo. pract.* quo dempto ab angulo noto K A V, notus relinquitur X A V, ſeu L A H Latitudo Planetæ exiſtentis in Apogeo L. Similis erit proceſſus in Perigeo. *Fig. 8.*

Casus V. Si Epicycli centrum Q reperiatur extra Nodos & Limites, & Planeta extra L, M abſides Epicycli, ex. gr. in I; agatur per A, & I, & Eclipticæ Polum circulus Latitudinis producens in plano Eccentrici ſectionem A K, in plano Eclipticæ ſectionem A V, in plano Epicycli ſectionem I M, quæ ob paralleliſmum Epicycli ad Eclipticam eſt ad A V parallela, & ambas A K, F G interſecat in uno eodemque puncto O, quod oſtenditur ut *ſuprà in Caſu 3.* Itaque ſi ducatur recta A I X, erit X A V, ſive

I A H

I A H angulus Latitudinis Planetæ exiſtentis in I, quem reperiemus hunc in modum.

Ex A Terræ centro per centrum Epicycli Q ducatur ad Zodiacum recta A Q φ deſignans locum Verum φ centri Epicycli. Liquet igitur φ C eſſe diſtantiam Veram centri Epic. à Limite C, & K C eſſe diſtantiam Veram Planetæ ab eodem: quæ ambæ fiunt notæ per *num.* 11. *lib.* 6. Cùm igitur noti ſint arcus φ C, K C, etiam anguli φ A C, K A C, ſive Q A ω, O A ω erunt noti. Producatur jam G F communis ſectio Epicycli cum Eccentrico in ω. Quia G F ω parallela *d* eſt ad R A, anguli C ω G, C A R æquales ſunt. Sed C A R rectus eſt. Ergo rectus eſt C ω G. In triangulo igitur rectangulo Q ω A nota eſt ratio *i* Q A, ad ω A, & in triangulo rectangulo O ω A nota eſt ratio O A ad eandem ω A. Quare etiam ratio Q A ad O A nota erit. Atqui Q A diſtantia centri Epicycli à centro Terræ nota ſtoin partibus radij Eccentrici Y β per §. 2. *num.* 11. *lib.* 6. Ergo etiam O A in iiſdem partibus nota fiet. In iiſdem quoque partibus per §. 4. *num.* 11. *lib.* 6. nota fiet I A diſtantia Planetæ à Terrâ. In triangulo igitur O I A nota habentur latera duo O A, I A. Jam quia notus eſt arcus K C diſtantia puncti K à Limite C, reperietur per *Coroll. num. præced.* arcus K V Declinatio puncti K ab Eclipticâ, adeoque notus eſt angulus K A V. Et quia I O M parallela eſt A V, angulus K O I par eſt noto angulo K A V, ideoque & ipſe notus eſt. Ergo etiam notus I O A. Cùm igitur in trigono O I A nota ſint latera O A, I A cum angulo I O A, non latebit *m* angulus O A I, ſeu K A X: quo dempto ab angulo noto K A V, notus relinquitur X A V, ſive I A H Latitudo Planetæ exiſtentis in I.

*d oſtendi num.* 6.
*i per probl.* 1. *cap.* 3. *Geo. Pract.*
*m per prob.* 11. *cap.* 3. *Geo. pract.*

*Reliqui caſus ex his quinque præcipuis non difficulter conſtruentur.*

## NUMERUS X.

### *Hypotheſis recentior & vera Latitudinum ☿ ac ♀.*

Capitur tempus quo Planeta careat Latitudine exiſtens in Epicycli Apogeo vel Perigeo: tunc enim erit Planeta in Nodo. Quare ſi tum obſervetur locus Planetæ Verus in Zodiaco, etiam locus Nodi innoteſcet. Nodus porrò erit Borealis, ſi tempore mox ſubſequenti Latitudinem Planeta acquirat Borealem; Auſtralis, ſi Auſtralem. Utrùm autem Planeta ſit in Apſidibus Epicycli, cognoſcitur ex *num.* 50. *lib.* 6. utrùm careat Latitudine, ex *num.* 1. *ejuſdem Libri.*

Eſto igitur Ecliptica A N ω φ π, ejuſque ac Terræ centrum A; loca Nodorum jam inventa ſint N, φ, per quæ ducatur diameter N φ, ſitque Boreus N, Auſtrinus φ. Hos lentiſſimè in conſequentia moveri, ut *num.* 5. vidimus, compertum eſt, quos propterea *Nodos Stabiles* nominabo ad diſtinctionem aliorum, de quibus *num. ſeq.* qui mutantur moventurque celerrimè. Deſcribatur deinde Eccentricus Planetæ λ H G R P occurrens Nodorum diametro in H & R, qui totus jaceat in plano Eclipticæ. Tum varijs locis Eccentrici H, R, item, F, G, P deſcribantur Epicycli Q C O B, S D E K, I O Z Q, Q B O C, α Q β O, ad planum Eccentrici ac Eclipticæ (eſt enim unum atque idem utriuſque) immutabili angulo inclinati, ita ut ſemicirculi L C Q, E O S, I O Z, Q B O, α Q β declinent ad Septentrionem, nempè versùs Lectorem, reliqui verò ſe-

*Fig.* 11.

micirculi versùs Auſtrum; & communes eorum ſectiones cum plano Eclipticæ, ſeu Eccentrici S E, Z I, β α ſint ſemper Nodorum diametro N H R φ parallelæ. Ut verò hæc Epicycli Inclinatio facilius concipiatur, deſcripti ſunt ex iiſdem centris in plano Eccentrici & Eclipticæ circuli O V Q Y, E M S θ, I X Z T, Q Y O V, α T β X.

Tres igitur hujus Hypotheſeos ſunt leges præcipuæ: ut Eccentricus ſit in plano Eclipticæ: ut Epicyclus ad Eclipticæ planum conſtanti angulo inclinetur: ut Epicycli & Eclipticæ communis ſectio ſemper lineæ Nodorum Stabilium æquidiſtet. Quæ verò ex his proprietates conſequantur, deinceps videamus.

## NUMERUS XI.

### *Proprietates hujus Hypotheſeos & cum phænomenis conſenſio.*

Propr. I. Quotieſcumque Planeta fuerit in punctis O, vel Q; E vel S; I vel Z &c. quibus Epicycli peripheria occurrit Eclipticæ, ſive id contingat in lineâ Nodorum Stabilium N A φ, ſive extra eam, omni Latitudine Planeta carebit. Quare interſectiones illas meritò etiam Nodos appellabimus, ſed Mobiles, ut mox apparebit. Et quidem Nodus Mobilis Boreus ille erit, à quo digrediens Planeta Latitudinem acquirit Borealem; Auſtrinus verò, à quo recedens Auſtralem conſequitur. *Fig.* 9.

Propr. II. Ex conſtanti & numquam mutabili Inclinatione Epicycli fit, ut quamvis Epicycli centrum fuerit in diametro Nodorum Stabilium φ N, ſi extra Epicycli Abſides O, Q verſetur Planeta, is nihilominus Latitudini ſit obnoxius: id quod in ♄, ♃, ♂ non contingit, quia horum Epicycli centro conſtituto in Nodorum diametro, planum Epicycli jacet in plano Eclipticæ ut ex *num.* 6. patet.

Propr. III. Nodi Mobiles anni ſpatio totum Zodiacum perambulant: ſequuntur enim motum Epicycli, cujus centrum abſolvit Zodiacum *o* cum Sole. *o per* §. 2. *n* 29 *l.* 6.

Hinc fit ut *Venus* & *Mercurius* Latitudine careant non ſolùm cùm exiſtunt ſub Nodis Stabilibus N, φ, ſed ſub alijs etiam diverſiſſimis Zodiaci punctis, quibus pro tempore ſubſunt Nodi Mobiles. Atque hæc eſt inſignis differentia Planetarum horum à tribus reliquis, qui reperiuntur Latitudinis expertes non niſi in duobus Zodiaci punctis oppoſitis, & quoad ſenſum ſemper iiſdem, utpote lentiſſimè ſolùm in conſequentia proreptantibus.

Propr. IV. Cùm Epicycli centrum ſubeſt Nodo Stabili Boreo N, Nodus Mobilis Boreus O eſt ipſum Epicycli Apogeum L. At centro Epicycli à Nodo Stabili recedente in conſequentia Zodiaci, tantumdem quoque Nodus Mobilis Boreus ab Apogeo Epicycli recedit in præcedentia Epicycli, ac proinde eodem tempore abſolvit Epicyclum in præcedentia, quo centrum abſolvit Zodiacum in conſequentia, *n* hoc *n* eſt ſpatio Anni Solaris. *n per* §. 2. *n.* 29. *lib* 6.

Ponatur Epicycli centrum proceſſiſſe ex H in F. Per A centrum Eclipticæ, & F centrum Epicycli agatur planum rectum Eclipticæ plano, efficiens in plano Eclipticæ ſectionem A T F X δ, in plano Epicycli inclinati rectam O F Q. Apogeum Epicycli eſt O, ſed reductum ad planum Eclipticæ eſt X, ſeu δ: ſimiliter Perigeum eſt Q, ſed reductum ad Eclipticæ planum eſt T. Liquet igitur cùm centrum Epicycli à Nodo Stabili Boreo N receſſit in conſequen-

tia Zodiaci quantitatē arcus N δ, Nodum Boreum Mobilem E receſſiſſe ab Epicycli Apogeo reducto X in præcedentia Epicycli quantitate X E, qui ſimilis eſt ipſi N δ: cùm enim S F E communis ſectio Epicycli cum Eclipticæ plano ex lege Hypotheſeos ſemper æquidiſtet diametro Nodorum Stabilium
a per 27. 1. φ N, æquales erunt a anguli X F E, δ A N, adeóque
b per corol. p. 33. 6. b etiam arcus ſimiles X E, δ N.

Atque hoc ſemper eveniet. Quare ubi centrum Epicycli confecto ſemicirculo fuerit in R, etiam Nodus Boreus Mobilis Q ab Epicycli Apogeo O diſtabit ſemicirculo O B Q, ſeu O Y Q. Cumque Epicycli centrum à Nodo Boreo Stabili N receſſerit in conſequentia Zodiaci arcu N ω φ ς, etiam Nodus Boreus Mobilis ω ab Epicycli Apogeo reducto X receſſit in præcedentia Epicycli arcu X β T ω, qui rurſum ſimilis eſt ipſi ς φ ω N: cùm enim communis ſectio ω P β ſit parallela ad N A φ, anguli X P β, ς A φ æquales erunt, adeóque & arcus ſimiles X β, ς φ, quibus cùm addideris ſemicirculos φ ω N, β T ω, toti X β T ω. ς φ ω N ſimiles erunt. Poſtremò Epicycli centro reverſo in H ad Nodum Boreum Stabilem N, etiam Nodus Boreus Mobilis L redijt ad Epicycli Apogeum O.

Propr. V. Itaque Nodi Mobiles duplici cientur motu, uno per Zodiacum in conſequentia, altero per Epicyclum in præcedentia, & periodus utriuſque Annuo ſpatio terminatur. Patet ex 3, & 4.

Propr. VI. Ex mobilitate illâ Nodorum in Epicyclo per demonſtrationem colligitur periodus Latitudinis, ſive tempus quo ☿ & ♀ redeunt à Nodo ad eundem, prorſus æquale illi, quod ex obſervatione deprebenditur, in ♀ nimirùm Dier. 224. H. 17. 46′; in ☿ D. 87. H. 23. 14′: quæ quidem longè pulcherrima eſt hujus Hypotheſeos comprobatio. Utrumque Planetam unâ demonſtratione complectar.

Fig. 10. Epicyclus ♀ aut ☿ eſto A D B N; recta A B ſectio communis planorum Epicycli & Eclipticæ; Nodi Mobiles A, & B. Statuatur Planeta in Nodo A. Ex *num.* 48. *lib.* 6. habemus ♀ abſolvere Epicyclum in conſequentia Dieb. 583. H. 22. 10′: ☿ verò Dieb. 115. H. 21: 3′. 30″. At ex *Proprietate* 4. hujus Hypotheſeos Nodus Mobilis tam ♀ quàm ☿ abſolvit Epicyclum in præcedentia eodem tempore quo Epicycli centrum abſolvit Zodiacum, hoc eſt, c Anni
c per §. 2. n. 29. l. 6. ſpatio, Diebus videlicet 365. H. 5. 48′. 41″. Sit igitur C E tempus quo Planeta abſolvit Epicyclum, & E F tempus quo eumdem abſolvit Nodus. Cùm igitur nota ſint tempora, quibus hinc Planeta, inde Nodus eumdem Epicyclum abſolvunt, etiam celeritas utriuſque nota erit, nimirùm erit celeritas Nodi ad celeritatem Planetæ ut reciprocè tempus C E, quo Planeta abſolvit Epicyclum, ad tempus E F, quo eumdem abſolvit Nodus. Jam quia Planeta & Nodus ſimul digreſſi ex A, hic (nempè Nodus) fertur in præcedentia Epicycli versus N, ille in conſequentia versùs D, neceſſe eſt ſibi invicem in puncto quopiam occurrant, putà in D. Planeta igitur, abſoluto arcu A D, abſolvit unam Latitudinis periodum, hoc eſt à Nodo redijt ad eumdem. Et quoniam eodem tempore Nodus percurrit arcum A N D, quo Planeta arcum A D, erit A N D ad A D ut celeritas Nodi C E ad celeritatem Planetæ E F: & componendo erit circulus totus ad arcum A D, ut C F ad E F. Quare cùm hujus analogiſmi tres termini, nempè circulus, ſive Grad. 360, C F, E F, ſint noti, etiam quartus, nempè arcus A D, quot Graduum ſit o innoteſcet. Cùm igitur totum Epicyclum,
o reg. pro port. nempè Grad. 360 abſolvat Planeta tempore C E: Gradus notos arcus A D, hoc eſt (ut oſtendi *ſupra*) unam Latitudinis periodum, quanto tempore abſolvet? Per Regulam prop. prodibunt pro ♀ Dies 224. H. 17. 46′; pro ☿ Dies 87. H. 23. 14′, tanta videlicet utraque, quanta obſervando deprehenſa eſt.

*Nihil horum vel Longomontanus qui Hypotheſim illam propoſuit, vel Ricciolus qui eamdem amplexus eſt, attigêre, hoc dixiſſe unum contenti, Epicyclum conſtanti angulo ad commune Eccentrici & Ecliptica planum inclinari ſecundùm ſectionem* n *S E Nodorum lineæ N φ* n Fig. 9.
*perpetuo parallelam, vim omnem ac theoriam Hypotheſeos inexplicatam relinquentes. Quod attinet ad ſupputationis Latitudinum, ſeu praxim, ſeu theoriam, neque illam ex Authoribus iſtis ſtudioſi intelligent. Quare etiam hanc Numeris 12. 13. 14. 15. pari diligentia demonſtrabimus, ſi prius adhuc pauca quædam circa naturam Hypotheſeos notaverimus.*

Propr. VII. In primis igitur notanda occurrit inſignis rurſum inter ♀ ac ☿ & tres ſuperiores differentia, quæ ex jam demonſtratis deducitur: nimirum quod revolutio Latitudinis in ♀ & ☿ ſit multò brevior revolutione centri Epicycli, in ♄ autem ♃ & ♂ ſit æqualis quoad ſenſum, ut patet ex *Phæ. 6. num.* 1. & *ex* §. 2. *num.* 2.

Propr. VIII. Periodus Latitudinis in ♀ & ☿ non ſolùm quantitate differt à Periodo centri Epicycli, ſed etiam à Periodo, ſeu revolutione Planetæ in Epicyclo. Patet ex *Propr.* 6. & ratio eſt motus Nodorum Epicycli jam expoſitus.

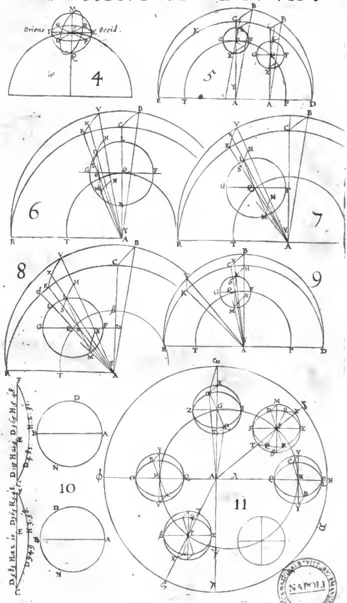
Propr. IX. Tempus Latitudinis Borealis æquale eſt tempori Latitudinis Auſtralis, quia linea Nodorum Mobilium (S E) tranſit per centrum Epicycli, qui eſt Orbita Latitudinis. In ♄. ♃. ♂. rursùs contrarium accidit, ut patet *ex phæn.* 1. *num.* 1. & *ex* §. 1. *num.* 2. Fig. 1[illegible]

## NUMERUS XII.

*Inclinationem Epicycli ♀ ac ☿ ad commune Eccentrici & Ecliptica planum, invenire.*

Eclipticæ planum eſto A N ω φ π, ejuſque ac Fig. 11.
Terræ centrum A; planum Eccentrici λ H G R P jacens in Eclipticæ plano; Nodorum Stabilium loca N, φ, eorumque diameter N A φ. Ad hanc ſit diameter alia perpendicularis ω A π occurrens peripheriæ Eccentrici in G & ψ. Centro G deſcribatur Epicyclus I O Z Q communi Eclipticæ & Eccentrici plano inclinatus, ſectionem in eo producens I G Z, Nodorum diametro N φ parallelam. Agatur deinde planum per rectam A G ω perpendiculare Eclipticæ plano, producens in plano Epicycli inclinato rectam O G Q. Liquet O eſſe Epicycli Apogeum, Q verò Perigeum, & ſi ducatur recta A O, eam eſſe in dicto plano ad Eclipticam perpendiculari. Jam quia I Z æquidiſtat rectæ N φ, & angulus ω A N *per conſtr.* rectus eſt, etiam ω G I rectus erit, ideoque recta I G exiſtens in plano Eclipticæ perpendicularis eſt ad A G ω communem ſectionem planorum A O ω & Eclipticæ ad ſe invicem a rectorum. Igitur a per conſt.
quoque I G eſt recta b ad planum A O ω. Ergò b per def. 4. 11.
I G etiam recta c eſt ad G O, quæ *per conſtr.* poſita c per def. 3. 11.
eſt in plano A O X. Cùm igitur I G Z communis ſectio planorum Epicycli & Eclipticæ recta ſit ad

lineas




NAPOLI

Digitized by Google

lineas G O, G ω in planis utriſque ductas, erit angulus O G ω *d* Inclinatio Epicycli ad planum Eclipticæ. *d per def. 6.11.*

His poſitis, quoniam per *num.* 5, notus eſt in Zodiaco Nodi Borei locus N, etiam notum erit Zodiaci punctum ω quadrante diſtans à Nodo N. Capetur ergo tempus quo ſimul & Epicycli centrum G ſit ſub puncto φ, & Planeta in Epicycli Apogeo O. Utrumque præſtabitur præſidio *numerorum* 36. 38. *lib.* 6, & *numeri* 50 *ejuſd. Libri.* Hoc obtento, ad tempus illud reperi O G radium *l* Epicycli, & diſtantias *m* à Terræ centro, O A Planetæ & G A centri Epicycli. Sic in triangulo A O G ex tribus lateribus notis innoteſcet *n* angulus O G A, quo dempto à Grad. 180, notus fiet reliquus O G ω Inclinatio Epicycli ad Eclipticam. Idem obtinebitur ſi Planeta tunc eſſet in Epicycli Perigeo Q; rurſum enim in triangulo A G Q ex tribus lateribus notis reperietur Inclinatio A G Q, ſive O G ω. Quod ſi capetur tempus quo ſimul & Planeta ſit in Epicycli Apogeo vel Perigeo, & centrum Epicycli in puncto ψ diſtante à Nodo N tribus Quadrantibus, denuò quæſitum obtinebitur eâdem prorsùs operis formâ, quâ in ω.

*l per n. 45. lib. 6.* *m per n. 36 & 38. l. 6.* *n per probl. 8. cap. 3. Geo. pract.*

Quantitatem Inclinationis ſubjungo ex Longomontano & Ricciolo; quam, quâ ſcrutati ſint viâ, non prodidêre.

| | Inclinatio Epicycli | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Longomont. | | | Ricciol. | | |
| | Grad. | ʹ. | ʺ. | Grad. | ʹ. | ʺ. |
| ♀ | 3 | 30 | 0 | 3 | 24 | 0 |
| ☿ | 5 | 40 | 0 | 6 | 54 | 0 |

## NUMERUS XIII.

### *Declinationes punctorum Epicycli ♀ & ☿ à plano Ecliptica, datâ eorum à Nodis Mobilibus diſtantiâ, invenire.*

*Fig. 14.*

EPicycli planum eſto A B O C inclinatum ad Eclipticæ planum repræſentatum ſemicirculo A B D C, æquali & concentrico ipſi A B O C. Ex A centro Epicycli ad B C ſectionem communem Epicycli & Eclipticæ ducantur in utroque plano perpendiculares A O, D A. Angulus O A D eſt *a* Inclinatio planorum Eccentrici & Eclipticæ. Quod ſi in plano A O D deſcribatur centro A per O arcus circuli, tranſibit is per D, eò quòd A O, A D ſint æquales, metieturque arcus O D Inclinationis angulum O A D: qui cùm notus ſit per *num. præced.* etiam arcus ipſe O D notus erit. Jam quia *per conſtr. ſuprà*, C A B perpendicularis eſt ad utramque O A, D A, erit C A B *n* perpendicularis plano A O D, ac proinde C, eſt Polus *o* arcus O D: qui idcircò metietur *r* ſphæricum angulum O C D. Cùm ergo arcus O D notus ſit, etiam angulus O C D notus erit.

*a per def. 6. 11.* *n per 4. 11.* *o per n. 67. lib. 2.* *r per def. 4 n. 66. l. 2.*

His poſitis, detur quodvis in Epicyclo punctum, cujus diſtantiæ B Q, C Q à Nodis Mobilibus B, & C, ſint notæ. Per A centrum Epic. & Q agatur planum A Q E rectum Eclipticæ plano A B D C, deſcribaturque in eo, intervallo A Q, arcus Q E occurrens plano Eclipticæ in puncto E, quod erit in peripheriâ B D C. Erit arcus Q E Declinatio puncti Q à plano Eclipticæ: quem ſic reperies. Quoniam planum A Q E rectum eſt plano A B D C, angulus ſphæricus Q E C rectus erit. In triangulo igitur ſphærico rectangulo ad E, ex ſuperiùs noto jam angulo E C Q, ſive O C D, & latere dato C Q reperietur *t* latus Q E Declinatio quæſita. *t trigon. Sphær. prob 9.*

## NUMERUS XIV.

### *Diſtantiam ♀ & ☿ à Nodo Boreo Mobili ad tempus datum, invenire.*

IIſdem poſitis & deſcriptis, quæ *Num.* 10, & *Num.* 11. *Propr.* 4. *Fig. 11.*

Reperi ad tempus datum diſtantiam Veram *a* centri Epicycli à loco Nodi Stabilis N, quæ ſit ex. gr. N ☊, centro Epicycli conſtituto in F. Sit autem Epicycli Apogeum Verum O, ſed reductum ad Eclipticam ſit X. Per *Propr.* 4. *Num.* 11. arcus X E (pro quo hic licebit aſſumere O E modiciſſimè differentem) ſimilis eſt arcui N ☊. Sed hic jam eſt notus. Ergo etiam notus eſt O E: quo ſubtracto à toto circulo, nota erit O S K E diſtantia Nodi Borei E ab Apogeo O, numerata ab O in conſequentia Epicycli. Reperiatur *b* deinde ad tempus datum Anomalia Orbis Vera, hoc eſt diſtantia Planetæ ab eodem Apogeo O, quæ etiam ipſa ab O in conſequentia Epicycli numeratur. Cùm igitur notæ ſint diſtantiæ ab Apogeo O, tam Nodi E, quàm Planetæ, etiam Planetæ à Nodo E diſtantia innoteſcet, quæ petebatur.

*a per 6. 6. num. 5.* *b per n. 50. lib. 6.*

## NUMERUS XV.

### *Latitudinem ♀ & ☿ ad datum tempus Geometricè ſupputare.*

ECcentricus eſto Y H P R jacens in plano Eclipticæ; centrum Terræ A; Nodus Boreus Stabilis H, Auſtrinus R. Centrum Epicycli ad datum tempus exiſtat ex. gr. in P; quo centro deſcribe Epicyclum P B D C N, qui ſit ad commune Eccentrici & Eclipticæ planum inclinatus, illudque ſecans rectâ B P C parallelâ ad H R, & ſint Nodi Mobiles, Boreus B, Auſtrinus C. Eodem deindè centro P deſcribatur in plano Eclipticæ circulus Epicycló æqualis P B E C M. *Fig. 12.*

Quibus ita conſtitutis, reperi ad tempus datum diſtantiam *b* Planetæ à Nodo Boreo Mobili B: ſi nullam reperias, Planeta erit in Nodo Boreo B, & Latitudine carebit; ſi Graduum 180, Planeta erit in Nodo Auſtrino C, & rurſum carebit Latitudine. Quod ſi minorem reperetis Gradibus 180 vel majorem, ea ſit ex. gr. B D, 130 Graduum. Per P centrum Epicycli & D centrum Planetæ agatur planum P D E rectum plano Eclipticæ, producens in eo ſectionem P E, & in Epicyclo ſectionem P D. Tum centro P intervallo P D, P E (ſunt enim æqualia, utpotè radij æqualium *c* circulorum) deſcribe arcum D E in plano P D E, qui erit Declinatio puncti D à plano Eclipticæ. In plano eodem P D E ex D demitte D O perpendicularem ad P E ſectionem communem cum plano Eclipticæ. Erit hæc Sinus arcus D E, & ſimul erit perpendicularis ad *d* Eclipticæ planum. Jam quia inventus eſt arcus B D, adeóque & D C notus eſt, per *num.* 13. innoteſcet arcus Declinationis D E. Quare dabitur & Sinus ejus D O. Ducantur igitur ex Terræ centro rectæ A D,

*b per n. 14.* *c per conſt.* *d per def. 4 11.*

AO: eritque AO in plano Eclipticæ: & quia planum ADO tranſit per DO perpendicularem plano Eclipticæ, etiam planum ADO ad Eclipticæ
*l per 18. 11.* planum *l* perpendiculare erit, ac proinde ipſum eſt planum Latitudinis Planetæ, anguluſque DAO
*m per nu. 36 & 38. lib. 6.* Latitudinem Apparentem, ſeu Veram Planetæ metitur. Inquire igitur ad tempus datum *m* Planetæ à centro Terræ diſtantiam DA. In triangulo ADO quia rectus eſt angulus DOA, & latera jam ſunt
*n per probl. 4 cap. 3. Geo pract.* inventa AD, DO, ex his reperictur *n* Latitudinis angulus DAO, qui petebatur.

| | ♀ & ☿ *Latitudines Maximæ.* | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Longomont. | | Ricciol. | |
| | *Grad.* | *l.* | *Grad.* | *l.* |
| ♀ | 9 | 2 | 9 | 9 |
| ☿ | 3 | 32 | 4 | 44 |

Latitudo *Veneris* maxima enormis eſt. Hinc factum ut eam Tycho propè conjunctionem Perigeam viderit in Horizonte Danico, cùm haberet Latitudinem Graduum ferè novem.

## CAPUT II.

### De Directione, Stationibus & Retroգreſſione minorum quinque Planetarum.

PLanetas quinque Minores ita Zodiacum percurrere ut modò progredi ſecundùm ordinem Signorum videantur, modò contra ordinem Signorum retrogredi, & quaſi iter relegere, modò ſtare ac hærere in eodem Zodiaci loco, perpetuâ obſervatione compertum eſt. Subtilis pariter ac jucunda hujus phœnomeni contemplatio eſt; cujus proinde hoc capite theoriam & cauſas cæteraque eò pertinentia pari, quo præcedentia, ſtudio exponemus.

### NUMERUS XVI.

#### *Definitiones.*

*Fig. 13.* ZOdiacus eſto A ♈ ♉ M, ejus ac Terræ centrum A: Eccentricus BQX; Epicyclus DKNIX, quem ex Terræ centro tangant in I, K, rectæ AI, AK.

DEFIN. I. *Planeta Directus, ſive Progrediens* dicitur, cùm linea (APG) Veri motus Planetæ in Zodiaco procedit ſecundùm ordinem Signorum versùs M.

II. *Planeta Retrogradus* dicitur, quando linea Veri motus Planetæ retrocedit in Zodiaco contra ordinem Signorum.

III. *Planeta Stationarius* dicitur, quando linea Veri motus Planetæ ſtare videtur per aliquod tempus in eodem Zodiaci loco. Id verò in unâ revolutione Epicycli bis contingit, in utroque videlicet confinio Progreſſionis ac Regreſſionis. Obſerva tamen Planetam reſpectu centri Terræ in Zodiaco ſemper vel progredi vel regredi, ſed in confinijs adeò tardè, ut ſtare videatur, & dicatur.

IV. *Statio Prima*, eſt quæ fit in Epicycli ſemicirculo ſiniſtro, ſeu Orientali NIX; *Secunda* quæ in dextro, ſeu Occidentali XKN.

V. *Arcus Directionis*, ſeu *Progreſſionis*, eſt SNO, quem percurrens Planeta Directus eſt. Continet Apogeum Epicycli N & contactum *a* utrumque K, I. *a Patebit ex nu 20. ejuſque Coroll.*

VI. *Arcus Regreſſionis*, eſt OXS quem percurrens Planeta Retrogradus eſt. Continet Epicycli Perigeum X, incipitque ac finitur infra *b* contactus. *b ibid.*

VII. *Puncta Stationum* ſunt, O, S, termini communes arcus Directionis SNO, & arcus Regreſſionis OXS.

VIII. *Arcus Primæ Stationis*, eſt NO, ab Epicycli Apogeo N, uſque ad Primæ Stationis punctum O in conſequentiâ Epicycli numeratus.

IX. *Arcus Secundæ Stationis*, eſt NOS ab Apogeo N uſque ad Secundæ Stationis punctum S, in conſequentia Epicycli numeratus.

### NUMERUS XVII.

#### *Ad datum tempus, ſive ad datum Gradum Mediæ Anomaliæ Centricæ, quam proportionem habeat velocitas Veri motus centri Epicycli ad velocitatem motus Planetæ in Epicyclo, invenire.*

CUm celeritas Veri motus centri Epicycli ab Apogeo Eccentrici ad Perigeum aſſiduè creſcat, clarum eſt velocitatem centri Epic. in Zodiaco ad velocitatem Planetæ in Epicyclo majorem uno tempore proportionem habere, quàm alio.

Proportionem igitur velocitatis centri in Zodiaco ad velocitatem Planetæ in Epicyclo, ſic invenies. Inquire primò datæ Anomaliæ centri Epicycli convenientem motum Verum Horarium centri Epicycli, hoc eſt quot Minuta Horæ ſpatio abſolvat centrum in Zodiaco. Id reperies ijs modis, quos pro Sole & Lunâ tradidi *lib. 4. num. 2.* & quæ iſthic ad hunc finem neceſſaria pro Sole ac Lunâ petuntur ex *lib. 1. & 2.* hic pro 5 Planetis minoribus petenda ſunt ex *lib. 6.* Inquiratur deinde motus Horarius Planetæ ab Apogeo Vero Epicycli: quod in ♀ & ☿ fiet eodem artificio *lib. 4. num. 2.* cum adminiculo *num. 50. l. 6.* At in ♄. ♃. ♂, quod motum in Epicyclo habeant motui Solari alligatum, nonnulla diverſitas occurrit. Pro his igitur ſic procedes. Inquire modo jam dicto motum Verum Horarium centri Epic. ♄. ♃. ♂, dati temporis Anomaliæ Centricæ convenientem, eumque aufer à motu Vero Horario Solis ad tempus datum: notus relinquetur motus Verus Horarius Solis à centro Epicycli ad tempus datum. Atqui huic æqualis, ſive ſimilis eſt motus Horarius ♄. ♃. ♂ in Epicyclo, quantùm *a* enim Sol in Zodiaco recedit à centro Epicycli, tantundem eodem tempore ♄. ♃. ♂. recedunt à ſui Epicycli Apogeo. Ergò etiam motus Horarius ♄. ♃. ♂. in Epicyclo notus erit. *a vide § 4. & 5. n. 10. lib. 6.*

Inventis hunc in modum Vero motu Horario centri Epicycli, & motu Horario Planetæ in Epicyclo, nota erit proportio velocitatis centri in Zodiaco, & Planetæ in Epicyclo. Exemplum ſtatuamus in uno horum Planetarum, putà in ♀, cujus motus Horarius Verus centri in Zodiaco ad t, d. ſit ex. gr. Min. 2'. 24''; motus autem Horarius in Epicyclo Min. 1'. 32''. 2'''. Dico velocitatem centri Epicycli ♀ in Zodiaco, ad velocitatem ♀ in Epicycli eandem habere proportionem quam Min. 2'. 24''. ad Min. 1'. 32''. 2'''.



Digitized by Google

2'. 24''.      1'. 32''. 2'''
A      B

Cùm enim eodem Horæ unius tempore centrum ♀ in Zodiaco abſolvat ſpatium A, & ♀ ipſa in Epicyclo abſolvat ſpatium B, liquet velocitatem centri ♀ in Zodiaco eſſe ad velocitatem ipſius ♀ in Epicyclo, ut ſpatium A eſt ad ſpatium B.

## NUMERUS XVIII.

### *Poriſmata ad ſequentia.*

### *PORISMA I.*

Fig. 17. 18. EX trianguli ACB latere quovis AB abſciſſa ſit pars BD æqualis, vel major latere contermino BC. Dico majorem eſſe rationem BD ad DA, quàm anguli BAC ad angulum CBA.

Ducantur rectæ DC, eique parallela BF occurrens AC productæ in F, item CE parallela ad BA;
a per 34. 1. factumque erit parallelogrammum DBEC, ac *a* proinde BD æqualis EC.

Fig. 17. Sit primò ſegmentum BD æquale contermino ſibi lateri BC. Quia ergo BD etiam æquatur EC, æquales erunt CB, CE. Quare ſi centro C per B deſcribatur arcus BG, tranſibit hic etiam per E, adeoque ſector BCE neceſſariò major eſt triangulo BCE, ſector verò GCE minor triangulo FCE.
b per 8. 5. Igitur triangulum FCE ad triangulum ECB *b* majorem rationem habet, quàm ſector GCE ad idem triangulum ECB, hoc eſt multò majorem
c per 33. 6. quàm ſector GCE ad ſectorem ECB, hoc eſt *c* quàm angulus GCE ad angulum ECB, hoc eſt (ob parallelas EC, BA & DC, BF) quàm angulus
d per 27. 1. *d* GAB, ſeu CAB ad angulum ABC. Atqui triangulum FCE eſt ad triangulum ECB, ut *l* FE
l per 1. 6. ad EB, hoc eſt (ob parallelas EC, BA) ut *m* FC
m per 2. 6. ad CA, hoc eſt (ob parallelas BF, DC) ut *n* BD
n per eand. ad DA. Ergo etiam BD ad DA majorem rationem habet, quàm angulus CAB ad angulum ABC: quod erat demonſtr.

Fig. 8. Sit deinde, reliquis iiſdem manentibus ſegmentum BD majus ſibi contermino latere BC. Ergo etiam CE (utpote par ipſi BD) major erit quàm BC. Quare arcus BG ex C centro per B deſcriptus ſecabit rectam CE in O. Per O ducatur PI
p per corol. 2. prop. 4. lib. 6. parallela ad BF, ut PO ad OI, *p* ſic FE ad EB. Ergo etiam ut triangulum PCO *r* ad triang. OCI,
r per 1. 6. ſic triang. FCE ad triang. ECB. Atqui triang. PCO ad triang. OCI majorem rationem ha-
s patet ex 8. 5. bet, quàm *s* ſector GCO ad ſectorem OCB. Er-
t per 1. 6. go etiam triang. FCE, ad triang. ECB, hoc eſt *t* FE ad EB, majorem rationem habet quàm ſector GCO ad ſectorem OCB, hoc eſt quàm &c. ut ſuprà.

*Hoc Poriſma & duo ſequentia theoremata ſunt Apollonij, ut teſtatur Ptolomaus lib. 12. cap. 1. Quare Regreſſuum Stationumq́ theoriam illi potiſſimùm debemus. Verùm præter dictum jam Poriſma alio inſuper Problemate opus eſt, cujus ſolutionem cùm apud alios non reperiam, eam dabo infrà Poriſmate tertio.*

### *PORISMA 2.*

Fig. 15. Datus ſit circulus GKE, & extra eum punctum A, ex quo per circuli centrum B ducta ſit recta AEG. Detur quoque proportio X ad Z, & ſit ratio ſemidiametri BE ad EA æqualis vel minor ratione X ad Z.

Dico impoſſibile eſſe ex puncto A aliam ducere Secantem ARK, ſic ut Chordæ KR ſemiſſis IR ſit ad RA, quemadmodum X eſt ad Z.

Ducatur enim Secans quæcumque ARK. Quia KR *a* minor eſt diametro GE, etiam ſemiſſis ejus a per 15. 3.
IR, minor eſt ſemidiametro BE. Igitur ratio *b* IR ad b per 8. 5.
EA minor eſt ratione BE ad EA, ſed RA *c* major c per 8. 3.
eſt quàm EA. Ergo ratio IR ad RA *d* multò minor d per 8. 5.
eſt ratione BE ad EA. Sed ratio X ad Z æqualis vel major ſupponitur ratione BE ad EA. Ergo ratio IR ad RA etiam minor eſt ratione X ad Z. Quare cùm ARK ſit Secans quæcumque, liquet nullam duci poſſe talem cujus dimidium Chordæ IR ſit ad ſegmentum externum RA in ratione datâ X ad Z.

### *PORISMA 3.*

Datus ſit circulus GKE, & extra eum punctum Fig. 15.
A, ex quo per B centrum ducta ſit recta AEG. Detur quoque ratio X ad Z, ſed ratio ſemidiametri BE ad EA ſit major ratione X ad Z.

Petitur ex dato puncto A duci Secans ARK, ſic ut Chordæ KR ſemiſſis IR, ad RA rationem habeat datam X ad Z.

*Conſtr.* Quoniam BA ita ſecta ponitur in E, ut BE ſit ad EA in ratione majori quàm X ad Z, ſecetur BA in T, ſic ut BT ſit ad TA quemadmodum X eſt ad Z. Erit BT *d* neceſſariò minor quàm d colligitur ex 8. 5.
BE, AT major quam AE. Quare ſi AT diametro deſcribatur circulus, is ſecabit circulum datum, putà in R. Ex A per R ducta Secans ARK, eſt ea quæ petitur.

*Demonſt.* Diametro AB deſcribatur ſemicirculus AIB occurrens Secanti ARK in I, ducanturque rectæ IB, RT. Quoniam anguli AIB, ART ſunt ambo in ſemicirculo, recti *l* erunt & æquales. Ergo
parallelæ ſunt *m* IB, RT. Ergo *n* IR eſt ad RA, ut l per 31. 3.
BT ad TA. Sed BT eſt ad TA, *o* ut X ad Z. Ergo m per 27. 1.
IR eſt ad RT, ut X ad Z. Deinde qui BI, ut jam n per 2. 6.
oſtendi, ex centro B perpendicularis eſt ad Chordam o per conſt.
KR, erit hæc *s* biſecta in I. Igitur IR ſemiſſis Chor- s per 3. 3.
dæ, eſt ad RA ut X ad Z, quod petebatur.

### *Corollarium.*

Quò ratio BE ad EA magis exceſſerit rationem datam X ad Z, eò punctum, in quo Secans quæſita occurrit circulo dato GKE, vicinius erit puncto E: & quò rationem datam X ad Z, minùs exceſſerit ratio BE ad EA, eò punctum, in quo Secans quæſita occurrit dato circulo, remotius erit à puncto E; nunquam tamen ad contactum D pertinget.

Utrumque problematis conſtructione expensâ manifeſtum eſt.

### *PORISMA 4.*

Sint motus duo A & B velocitatis diverſæ, quibus uno eodemque tempore X, percurſa ſint ſpatia M, & N.

A    B
X
M—N—

Ut velocitas motus A eſt ad velocitatem motus B, ita ſpatium M eſt ad ſpatium N.

NU.

## NUMERUS XIX.

*Fig. 16.* *Si B E radius Epicycli alicujus Planetæ ad E A diſtantiam Perigei Epicycli à centro Terræ rationem habeat æqualem vel minorem, quàm velocitas centri Epicycli in Zodiaco ad velocitatem Planetæ in Epicyclo, non poterit is Planeta nobis unquam Retrogradus apparere.*

SI enim poſſet, id fieret utique circa Perigeum Epicycli E, ubi motus Planetæ in Epicyclo motui *a vide §.5. nu.5.lib.6.* Longitudinis maximè [a] adverſatur. Sed quantumcumque Planeta iſte ſit Perigeo vicinus, apparet ſemper progredi directè. Ergo nunquam poteſt apparere Retrogradus. Subſumptum demonſtrabitur hunc in modum. Sit Planeta in O quantumlibet Perigeo E propinquus, ducanturque B O, & A O, velocitas autem centri Epicycli in Zodiaco ſit X, & velocitas Planetæ in Epicyclo ſit Z. Quoniam B A ita ſecta eſt in E ut B E ſit æqualis ſibi contermino *b per poriſ. 1.num.18.* lateri B O, habebit B E [b] ad E A majorem rationem quàm angulus O A B ad angulum O B E. Sed B E *c per hypot.* ad E A rationem [c] habet æqualem vel minorem, quàm X velocitas centri Epicycli in Zodiaco ad Z velocitatem Planetæ in Epicyclo. Ergo etiam X ad Z majorem habet rationem quàm angulus O A B ad angulum O B E. Quare ut X eſt ad Z, ſic angulus quiſpiam B A P major ipſo O A B erit ad angulum O B E. Quoniam igitur eſt ut X velocitas Epicycli in Zodiaco ad Z velocitatem Planetæ in Epicyclo, ita angulus B A P ad angulum O B E, manifeſtum eſt [a] *a per poriſ. 4.num.18.* quo tempore Planeta in Epicyclo percurrit arcum O E ſubtenſum angulo O B E, Epicyclum in Zodiaco percurriſſe arcum ſubtenſum angulo BAP. Atqui Planeta percurrendo arcum Epicycli O E ſubtenſum angulo O B E, percurrit contra ordinem Signorum in Zodiaco arcum ſubtenſum angulo O A B. Ergo quo tempore Planeta vi ſui motus in Epicyclo percurrit in Zodiaco arcum ſubtenſum angulo O A B contra Signorum ordinem, eodem tempore Epicyclus & Planeta cum ipſo percurrit in Zodiaco arcum ſubtenſum angulo B A P ſecundùm ordinem Signorum. Quare cùm oſtenderim ſuprà angulum B A P majorem eſſe angulo O A B, Planeta exiſtens in O, quantumlibet Perigeo vicinus, abſolutè proceſſit S. O. Sign. in Zodiaco quantitate arcus ſubtenſi ab angulo O A P, quâ B A P exceedit O A B; ac proinde nequit apparere Retrogradus.

## NUMERUS XX.

*Fig. 16.* *Si B E radius Epicycli alicujus Planetæ, ad E A diſtantiam Perigei Epicycli à Terræ centro A, majorem rationem habeat, quàm X velocitas centri Epicycli in Zodiaco ad Z velocitatem Planetæ in Epicyclo, nobis Planeta ille circa Perigeum Epicycli Retrogradus apparebit.*

QUoniam *ex hypot.* B E ad E A majorem habet rationem quàm X velocitas centri Epicycli in Zodiaco ad Z velocitatem Planetæ in Epicyclo, patet ex *Poriſm.* 3. *num.* 18. ita ex A poſſe duci Secantem aliquam A R K, ut Chordæ ſemiſſis I R ad R A eandem habeat rationem, quam X ad Z; quod fieri ſanè non poſſet, ſi ratio B E ad E A eſſet æqualis, vel minor ratione X ad Z, quemadmodum *Poriſm.* 2. demonſtravimus. Ducatur igitur ex A per *Poriſma* 3. talis Secans A R K, ut Chordæ ſemiſſis I R ad R A eandem rationem habeat, quam X velocitas Epicycli in Zodiaco ad Z velocitatem Planetæ in Epicyclo; ſimiliſque ponatur ad partem alteram Secans A M H.

Dico Planetam Directum eſſe per totum arcum M G R, Retrogradum verò per arcum totum RM.

Sumatur enim in arcu M G R punctum Q quantumvis propinquum puncto R, ducanturque rectæ K Q, BQ, B R. Quoniam trianguli AKQ latus AK ita ſectum eſt in R, ut K R major [a] ſit latere contermino K Q, habebit K R ad R A majorem rationem *a per 15. 3.* *b per poriſ. 1.num.18.* [b] quàm angulus Q A K ad angulum Q K A, ſeu Q K R. Sit autem angulus S A K duplus anguli Q A K. Ergo etiam R K ad R A majorem rationem habet, quàm duo anguli Q A K ad duos angulos Q K R. Sed angulus Q B R duplus [d] eſt anguli QKR. *d per 20.3.* Ergo K R ad R A majorem rationem habet quàm duo Q A K ad Q B R. Ergo etiam I R ſemiſſis ipſius K R ad R A majorem habet rationem, quàm Q A K ſemiſſis duorum Q A K ad Q B R. Atqui I R ad R A [i] eandem habet rationem quam X ad Z. Ergo etiam X ad Z majorem rationem habet, quàm Q A K ad *i per conſtr.* Q B R. Ergo angulus ille, qui eandem rationem habebit ad Q B R, quam X ad Z, neceſſariò major eſt angulo Q A K. Sit ille K A N, ſive R A N. Quoniam igitur jam eſt ut X velocitas Epicycli in Zodiaco ad Z velocitatem Planetæ in Epicyclo, ita angulus K A N, ſive R A N ad angulum Q B R, manifeſtum eſt [t] quo tempore Planeta peragravit in Epicyclo arcum Q R ſubtenſum angulo Q B R, Epicyclum in *t per poriſ. 4.num.18.* Zodiaco motu Longitudinis percurriſſe arcum ſubtenſum angulo R A N. Atqui Planeta percurrendo Epicycli arcum Q R ſubtenſum angulo Q B R, percurrit in Zodiaco arcum ſubtenſum angulo Q A R, contra ordinem Signorum. Ergo quo tempore Planeta ex vi ſui motus in Epicyclo percurrit in Zodiaco arcum ſubtenſum angulo Q A R contra ord. Signorum, eodem tempore Epicyclus, adeoque & Planeta cum Epicyclo, percurrit in Zodiaco arcum ſubtenſum angulo R A N ſec. ord. Sign. Quare cùm oſtenderim *ſuprà* angulum R A N majorem eſſe angulo Q A K, ſeu Q A R, Planeta exiſtens in Q abſolutè proceſſit in Zodiaco ſec. ord. Signorum quantitate arcus ſubtenſi angulo Q A N, quo R A N ſuperat ipſum Q A R. Pari modo oſtendam Planetam directè progredi, in quocumque extiterit puncto arcus M G R.

Accipiatur deinde in arcu R M punctum O quantumlibet vicinum ipſi R, ducanturque rectæ K O, B O, E R. Cùm in triangulo A K O latus A K ita ſectum ſit in R, ut A R major [m] ſit contermino latere *m per 8. 3.* A O, habebit [n] A R ad R K majorem rationem, quàm *n per poriſ. 3.num.18.* angulus A K O ad angulum K A O. Quare invertendo habebit K R ad R A [o] minorem rationem, quàm *o per 26.5.* angulus K A O, ſive R A O ad angulum A K O, ſive R K O. Ergo etiam K R ad R O minorem rationem *p per 20.3.* habet quàm duo anguli R A O ad duos angulos R K O, hoc eſt, ad angulum R B O. Ergo etiam I R ſemiſſis ipſius K R ad R A minorem rationem habet, quàm unus angulus R A O ſemiſſis duorum R A O,

ad

*q per conſt.* R A O, ad angulum R B O. Atqui I R eſt ad *q* R A, ut X ad Z. Ergo etiam X ad Z minorem rationem habet, quàm angulus R A O ad angulum RBO. Angulus igitur ille qui eandem rationem habeat ad angulum R B O, quam habet X ad Z, neceſſariò *ſ* minor eſt angulo R A O. *ſ Patet ex 8. 5.* Sit ille P A R. Quoniam igitur jam eſt ut X velocitas Epicycli in Zodiaco ad Z velocitatem Planetæ in Epicyclo, ita angulus P A R ad angulum R B O, manifeſtum eſt *k* quo tempore Planeta in Epicyclo confecit arcum R O ſubtenſum angulo R B O, Epicyclum in Zodiaco confeciſſe arcum ſubtenſum angulo P A R. Atqui Planeta percurrendo Epicycli arcum R O, percurrit in Zodiaco arcum ſubtenſum angulo R A O. contra ord. Sig. *k per poriſ. 4 num. 18.* Ergò quo tempore Planeta vi motus ſui in Epicyclo percurrit in Zodiaco arcum ſubtenſum angulo R A O contra ord. Sign. eodem tempore Epicyclus, adeoque & Planeta cum Epicyclo, percurrit in Zodiaco arcum ſubtenſum angulo P A R ſecundùm ord. Sign. Quare cùm *ſupra* oſtenderim angulum P A R minorem eſſe angulo R A O, Planeta exiſtens in O abſolutè retroceſſit in Zodiaco contra ord. Sig. quantitate arcus ſubtenſi ab angulo P A O, quo R A O ſuperat P A R. Pari modo oſtendemus Planetam regredi quantumcumque fuerit in arcu M R vicinus puncto R.

Cùm igitur demonſtraverimus Planetam in Zodiaco abſolutè progredi, in quocumque fuerit puncto ſuprà R, abſolutè verò regredi in quocumque fuerit puncto infrà R, liquet R eſſe punctum Stationis Primæ. Eodem modo demonſtrabitur M eſſe punctum Stationis Secundæ. Quare Retrogradus eſt Planeta per totum arcum R M, Directus per totum arcum M G R; Quæ erant demonſtranda.

### *Corollaria.*

1. Quò ratio ſemidiametri Epicycli B E ad E A diſtantiam Perigei à centro Terræ, exceſſerit minùs rationem velocitatis X Epicycli in Zodiaco, ad Z velocitatem Planetæ in Epicyclo; eò puncta Stationum R, M, viciniora erunt Perigeo Epicycli E, & arcus Regreſſionis minor; eò remotiora & arcus Regreſſionis major, quò exceſſerit magis. Patet applicando *Corollarium Poriſmatis 3. num. 18.*

2. Puncta Stationum ſemper exiſtunt inter contactus D, L, & Perigeum Epicycli E. Ea ſiquidem determinantur à Secantibus A K, A H.

## NUMERUS XXI.

### *Cur minores quinque Planetæ appareant Stationarij & Retrogradi, Sol autem & Luna minimè.*

*Fig. 16.* Cauſa hujus phœnomeni, quod inter proprietates Planetarias longè præcipuum eſt ac præ cæteris admirabile, ex ijs, quæ *num. 20. & 19* ſunt demonſtrata, deducitur hunc in modum. Inquiratur *a* ad quemvis Gradum Mediæ Anomaliæ Centricæ B E radius Epicycli, & B A diſtantia centri Epicycli à centro Terræ; à quâ ſi demas radium Epicycli B E, nota fiet E A diſtantia Perigei E à Terræ centro: ac proinde ad datum Gradum Anomaliæ Centricæ nota erit ratio B E radij Epicycli ad E A diſtantiam Perigei Epicycli à centro Terræ. Inquiratur deinde *o* ratio velocitatis centri Epicycli in Zodiaco ad velocitatem Planetæ in Epicyclo. Semper comperies rationem radij Epicycli B E ad E A diſtantiam Perigei à Terrâ in quinque Planetis minoribus majorem eſſe ratione velocitatis Epicycli in Zodiaco ad velocitatem Planetæ in Epicyclo. Atqui Planetæ, quibus hoc contingit, apparent hac de causâ Stationarij & Retrogradi, ut *num.* 20 eſt demonſtratum. Ergo &c.

*a in ♄. ♃. ♂. per nu. 11. l. 6. in ♀ per num. 36. lib. 6. in ☿ per num. 38. lib. 6.*

*o per n. 17.*

Quod attinet ad Solem ac Lunam, quamvis utrique daretur Epicyclus (nam ſine Epicyclo nequeunt in Terræ Stantis Hypotheſi Regreſſiones Stationesq; explicari) quamvis inquam daretur Epicyclus, incapaces nihilominus eſſent Stationis ac *r* Retrogreſſus, quia *r per nu. 19* radius Epicycli ad diſtantiam Perigei Epicycli à centro Terræ ſemper minorem rationem haberet quàm velocitas centri Epicycli in Zodiaco, ad velocitatem ipſorum in Epicyclo.

Id primùm in Sole oſtendam. Duplex *b* eſt Solis Hypotheſis, una Eccentrico utitur, altera Epicyclo, *b Vide §. 2. nu. 23 l. 1.* ſed cujus radius par ſit Eccentricitati alterius Hypotheſeos: quæ *c* cùm ſit 3460 quarum radius Deferentis eſt 100000, tantus quoque Epicycli radius erit. *c Per n. 38 lib. 1.* Quare ſi hunc ſubducas à Deferentis radio 100000, reſtant 96540 pro diſtantiâ Perigei Epicycli à centro Terræ. Unde ratio Solaris Epicycli ad diſtantiam Perigei Epicycli à centro Terræ ea eſt quæ 3460 ad 96540. Deinde in Hypotheſi Epicyclicâ, motus Solis in Epicyclo idem eſt cum motu Solis in Eccentrico, hoc eſt cum motu Anomaliæ, in Hypotheſi Eccentricâ; & motus centri Epicycli in Hypotheſi Epic. idem eſt cum motu Solis Medio in Hypotheſi Eccen. Atqui motus Medius Solis in hac *n* velocior eſt motu Anomaliæ. *n per prop. 3. num. 25. lib. 1.* Ergo & in illâ motus centri Epicycli velocior eſt motu Solis in Epicyclo. Ergo radius Epicycli 3460 ad diſtantiam Perigei Epicycli à Terrâ 96540 minorem rationem habet, quàm velocitas centri Epicycli ad velocitatem Solis in Epicyclo, cùm hæc ſit ratio majoris ad minus, illa minoris ad majus. Ergo non poteſt Sol Stationarius vel Retrogradus apparere, ut *num.* 19. oſtenſum eſt.

Non abſimilis erit in Lunâ ratiocinatio. Nam ſi Lunæ tribuamus Epicyclum, facilè erit ex doctrinâ *libri ſecundi* colligere radium Epicycli ſemper quoque minorem futurum diſtantiâ Perigei Epicycli à Terrâ. Is ſiquidem æqualis eſt Eccentricitati minimæ, quæ per *num.* 38. *lib.* 2. eſt 8745, quarum Eccentrici radius eſt 100000. Quare 8745 ſubtractis ex B A 100000; ratio B E ad E A eſt 8745 ad 91255. Deinde motus Medius centri Epicycli in Hyp. Epicyclâ idem eſt cum motu Medio Lunæ in Zodiaco in Hyp. Eccen. Et in Hypoth. Epic. motus Lunæ in Epicyclo idem eſt cum motu Lunæ in Eccentrico, hoc eſt cum motu Anomaliæ in Hyp. Eccen. Quare cùm Medius motus Lunæ in Zodiaco velocior *i* ſit motu Anomaliæ, etiam motus centri Epicycli velocior erit motu Lunæ in Epicyclo. *i Patet ex propr. 3. n. 25. lib. 1. item ex nu. 34 lib. 2.* Ergo radius Epicycli Lunaris ad diſtantiam Perigei Epicycli à Terrâ minorem ſemper habet rationem quàm velocitas centri Epicycli ad velocitatem Lunæ in Epicyclo. Ergo numquam Luna poterit Stationaria vel Retrograda apparere, ut *num.* 19. oſtenſum eſt.

Si tamen Sol & Luna eſſent Regreſſionis capaces, regrederentur in ſuperiori parte Epicycli propè Apogeum, ibi quippe moventur contra Signorum ordinem, ut dictum *lib. 1. num. 23. §. 2. & lib. 2. in Schol. num. 30.*

## NUMERUS XXII.

### *Puncta Stationum, ac proinde etiam quantitas arcuum Directionis & Regreſſus, aſſiduè variantur.*

Fig. 16. NAm punctum Stationis determinatur à Secante tali ex. gr. ARK, cujus Chordæ KR ſemiſſis IR ad ſegmentum extrinſecum RA eandem rationem habeat, quam velocitas centri Epicycli in Zodiaco ad velocitatem Planetæ in Epicyclo, ut *num.* 20. demonſtratum eſt. Quare cùm ratio velocitatis Epicycli in Zodiaco ad velocitatem Planetæ in Epicyclo ad ſingulos Anomaliæ Centricæ Gradus varietur, neceſſariò variabitur etiam Secans; adeoque & puncta Stationum R, M, utrimque modò accedent ad Perigeum E, modò longiùs recedent. Unde etiam Regreſſionis arcus REM, & Directionis MGR variari neceſſe eſt.

#### *Corollarium.*

Hinc etiam patet puncta Stationis primæ R, & ſecundæ M inæqualiter plerumque diſtare à Perigeo Epicycli.

## NUMERUS XXIII.

### *Ad ſingulos Gradus Anomaliæ centri Mediæ arcum Stationis primæ & ſecundæ invenire.*

Fig. 16. INquire *a* ad datum Gradum Anomaliæ Centricæ
a Per n. 17 quam habeat rationem velocitas Epicycli in Zodiaco ad velocitatem Planetæ in Epicyclo, quæ ſit ut
X ad Z. Deinde ex Terræ centro A ducatur recta
b per poriſ. 9 n. 18. A K, ita Secans ſemicirculum primum Epicycli in R,
*b* ut Chordæ KR ſemiſſis IR ad RA eamdem rationem habeat, quam X ad Z. Dico arcum Stationis primæ eſſe GKR. Patet ex demonſtratis *num.* 20. Si petatur arcus Stationis ſecundæ, ducenda eſt Secans ſecundum Epicycli ſemicirculum ELG. Atque hæc quidem inventio geometrica eſt.

Arithmeticè eumdem arcum reperies hunc in modum. Ex I puncto medio Chordæ KR ducatur ad
c Per 3. 3. B centrum recta IB. Erit angulus BIR *c* rectus.
Quoniam nota eſt ratio X ad Z eſtque IR ad RA
ut X ad Z, etiam ratio IR ad RA nota erit. Ergò
etiam ratio KR ad RA, & componendo ratio KA
ad RA nota erit. Deinde ad Anomaliæ Centricæ
d in ♄. ♃. Gradum ab initio datum *d* BE radius Epicycli, &
♂ per nu. BA diſtantia centri Epicycli à centro Terræ A, nota
11. lib. 6. fiant in partibus radij Eccentrici. Ergo notæ etiam
in ♀ per n. ſunt GE, EA, atque inde & GA. Quoniam ergo
36. lib. 6. in partibus radij Eccentrici notæ ſunt GA, EA, ex
in ☿ per. n. earum multiplicatione factum rectangulum GAE,
38. lib. 6. adeoque & æquale *l* ipſi rectangulum KAR notum
l Per 36. 3. erit in quadratis partium radij Eccentrici. Jam quia
m Per 1. 6. eſt ut *m* KA ad RA, ita rectangulum KAR ad
quadratum RA, ſi fiat ut KA ad RA (quarum proportio *ſuprà* jam innotuit) ita rectangulum KAR notum in quadratis partium radij Ecc. ad Quartum: dabit hoc quadratum RA in quadratis partium radij Ecc. Quare per extractionem radicis recta RA in partibus radij Ecc. nota fiet. Et quia nota fuit *ſuprà* ratio IR ad RA, etiam IR, adeoque & IA, in partibus radij Ecc. erunt notæ, in quibus etiam notus *ſuprà* fuit Epicycli radius BE, ſeu BR. Quoniam igitur in triangulo rectangulo RIB nota ſunt in iiſdem partibus radij Eccentrici latera IR, BR, ex
his *n* reperietur in iiſdem partibus latus BI cum an- n Per prob. 4. c. 3.
gulo IBR. Rurſum quoniam in rectangulo trian- Geo. pract.
gulo AIB nota ſunt in partibus iiſdem (nempè radij o Per
Ecc.) latera IA, BI, ex his *o* reperietur angulus IBA: prob. 5 c 3.
à quo ſi demas jam inventum IBR, notus relinque- Geo pract.
tur RBA, ſive RBE, adeoque etiam notus erit p Per 33. 6.
arcus *p* RE diſtantia Stationis primæ à Perigeo Epicycli; eoque ſubtracto a Grad. 180, notus fiet arcus RKG diſtantia Stationis primæ ab Epicycli Apogeo G, quæ petebatur.

Eodem modo ad datum Gradum Anomaliæ centri Mediæ reperietur arcus ME, quo RE. Addatur ergo ſemicirculus arcui ME, notuſque erit Stationis ſecundæ arcus GRM.

| Arcus Stationis primæ ex Prutenicis | | | |
|---|---|---|---|
| *In Eccentrici* | | *Grad.* | *l.* |
| *Apogeo* | | 112 | 38 |
| *Media Long.* | ♄ | 113 | 58 |
| *Perigeo* | | 115 | 21 |
| *Apogeo* | | 124 | 8 |
| *Media Long.* | ♃ | 125 | 40 |
| *Perigeo* | | 127 | 19 |
| *Apogeo* | | 157 | 33 |
| *Media Long.* | ♂ | 162 | 51 |
| *Perigeo* | | 168 | 56 |
| *Apogeo* | | 166 | 1 |
| *Media Long.* | ♀ | 167 | 7 |
| *Perigeo* | | 168 | 15 |
| *Apogeo* | | 146 | 50 |
| *Media Long.* | ☿ | 143 | 55 |
| *Perigeo* | | 146 | 0 |

*Difficultas determinandi arcus & tempora Stationum ac Regreſſuum in hoc maximè conſiſtit, quod ad tempus Stationis quæſitæ ſciri debeat quam proportionem habeat celeritas Epicycli in Zodiaco ad celeritatem Planetæ in Epicyclo: tempus autem illud ignotum ſit, utpote ipſum illud quod quæritur. Non ſatis video quomodo alij hic ſatisfaciant. Vide igitur tres numeros ſequentes.*

## NUMERUS XXIV.

### *Dato arcu Stationis primæ, arcum Stationis ſecundæ proximè inſequentis, atque inde arcum tam Regreſſionis quàm Directionis invenire.*

§. 1. DEtur Stationis primæ arcus GR. Primo intuitu videtur quæſitum obtineri, ſi arcui Fig. 16.
RE *per hyp.* noto ſumatur æqualis EM, qui additus ſemicirculo, componat arcum Stationis ſecundæ GRM. Sed hanc conſtructionem non eſſe accuratam, ſic oſtendo. Quo momento Planeta eſt in Stationis primæ puncto R, ponatur ex. gr. Epicycli centrum B eſſe in Eccentrici Apogeo; ducaturque per datum Stationis punctum R à Terræ centro Secans ARK,

Digitized by Google

A R K, & per prætentum ſecundæ Stationis punctum M Secans A M H, fintque Chordarum K R, H M ſemiſſes I R, T M. Quoniam arcus R E, M E ponuntur æquales, erit K R ad R A, ut H M ad M A, ac proinde etiam ut I R ad R A, ſic T M ad M A. Sed, quia R, M ponuntur eſſe puncta Stationum, I R *a* eſt ad R A ut velocitas quam Epicyclus in momento Stationis primæ habet ad velocitatem Planetæ in Epicyclo; & *b* T M eſt ad M A, ut velocitas quam Epicyclus in momento Stationis ſecundæ habet ad velocitatem Planetæ in Epicyclo. Ergo velocitas Epicycli in momento Stationis primæ eſt ad velocitatem Planetæ in Epicyclo, ut in momento Stationis ſecundæ velocitas Epicycli, eſt ad velocitatem Planetæ in Epicyclo: quod quidem eſt manifeſtè falſum. Cùm enim tempore Stationis primæ Epicycli centrum fuerit in Apogeo Eccentrici, ubi tardiſſimus eſt motus centri Epicycli, clarum eſt toto eo tempore elapſo, quo Planeta, peragrato Regreſſionis arcu R E M, pervênit ad Stationis ſecundæ punctum M, centrum Epicycli receſſiſſe interim ab Apogeo Eccentrici, ac proinde alium tenere in Eccentrico locum, moverique aliâ celeritate, quàm ad momentum Stationis primæ. Quare alia & hic eſt, & plerumque erit proportio velocitatis centri Epicycli ad velocitatem Planetæ in Epicyclo in Statione ſecundâ, quàm in primâ; ac proinde M E diſtantia Stationis ſecundæ à Perigeo plerumque inæqualis eſt diſtantiæ R E Stationis primæ.

*a demonſtratum eſt num 20.*
*b Ibidem.*

§. 2. Nihilo minus cùm diverſitas arcuum Stationis primæ in Apogeo & Perigeo Eccentrici, quæ cauſatur à variatione dictæ proportionis velocitatum, quando maxima eſt, ferè non excedat Gradus tres in ♄. ♃. ♀. ☿, ut ex Tabellâ *num. præced.* patet: etiam diverſitas arcuum ſecundæ Stationis ab eâdem illâ proportionis velocitatum variatione profecta, in ♄. ♃. ♀. ☿. cùm erit maxima, tres Gradus non excedet, ac proinde cùm extrema in hoc negotio ſubtilitas non requiratur, contemni poteſt.

Itaque in ♄. ♃. ♀. ☿. ſi detur primæ Stationis arcus G R, notus quoque erit arcus R E reſiduus ad Grad. 180. Huic parem numera à Perigeo Epicycli E in M; notumque erit punctum Stationis ſecundæ M, ejuſque arcus G R M. Vel breviùs: arcus Stationis primæ G R demptus à Grad. 360 dabit arcum G M R, hoc eſt arcum G R M Stationis ſecundæ.

§. 3. In *Marte* autem cùm diverſitas arcuum primæ Stationis, ab illâ proportionis velocitatum varietate inducta, ubi maxima fuerit, ad 12 ferè Gradus excreſcat, ut patet ex Tabulâ prædictâ, etiam diverſitas arcuum Stationis ſecundæ, cùm erit maxima, ad totidem Gradus aſcendet: ac proinde nequaquam poterit diſſimulari. Quare arcum Stationis ſecundæ *Martis* alio artificio oportebit inquirere, quod *num. ſequenti* tradetur.

§. 4. Ex notis arcubus utriuſque Stationis nullo negotio arcus Directionis ac Regreſſus eliciuntur. Arcu enim Stationis primæ G R ablato ab arcu G R M Stationis ſecundæ, relinquitur arcus Regreſſionis R M: hoc autem ſubducto ex Gradibus 360, relinquitur arcus Directionis M G R.

## NUMERUS XXV.

### *Arcum Stationis primæ reſpectu dati temporis proximæ futuræ vel præteritæ, & debitos illi arcus tam ſecundæ Stationis quàm Regreſſionis ac Directionis, invenire.*

IN ♄. ♃. ♀. ☿. ſic procede. Inquire *i* ad tempus datum centri Epic. Anomaliam Mediam, eique competentem reperi *m* arcum Stationis primæ ex.gr. G R: ex quo reperto elicies arcum Stationis ſecundæ, arcuſque Regreſſionis ac Directionis, ut *num. præced.* §. 2. & 4.

*Fig. 16.*
*i in ♄. ♃. per nu. 11. lib.6. in ♀ per n. 36. lib. 6. in ☿ per n. 38. lib.6.*
*m Per nu. 23.*

In ♂ ob cauſas ſuperiori *Num.* §. 3. indicatas aliter procedendum. Ad tempus datum inquire ad Anomaliam centri *n* Mediam, & competentem illi arcum *o* Stationis primæ ex. gr. G R, & Anomaliam Orbis Veram, hoc eſt diſtantiam *Martis* ab Apogeo Vero Epicycli. Si Anomalia Orbis ſit æqualis arcui G R, erit punctum R Statio prima accuratè conveniens tempori dato. Si Anomalia Orbis eſt G N vel G N O notabiliter minor major ve arcu G R, arcum G N vel O R, qui eſt notorum arcuum differentia, converte in tempus hoc modo. Revolutio *Martis* ad Solem *r* peragitur diebus circiter 780; cui cùm tempore æqualis ſit *s* revolutio *Martis* in Epicyclo, etiam illa diebus ferè 780 abſolvitur. Cùm ergo Gradus 360 abſolvantur Diebus 780, Gradus noti arcus N R vel O R quot diebus percurruntur? Per Reg. proport. prodibit tempus quæſitum præter propter: quod additum tempori dato, ſi Anomalia fuit minor arcu G R; ſubtractum verò, ſi major, dabit tempus præter propter quo ♂ futurus in puncto Stationis primæ, adhuc licet incognito. Ad tempus igitur illud inquire Anomaliam centri Mediam, & competentem illi arcum Stationis primæ reperi per *num.* 23. Hic erit arcus primæ Stationis proximè reſpectu dati temporis futuræ vel præteritæ.

*n Per nu. 11. lib.6.*
*o Per nu. 23.*
*r vide* §. 5. *nu.* 3. *l.* 6.
*s Per* §. 4. *n.* 10. *l.* 6. & §. 5. *n.* 5. *lib.*6.

Eodem modo reperietur arcus Stationis ſecundæ. Anomaliæ Centricæ ſuperiùs inventæ reperi *a* competentem ſecundæ Stationis arcum ex. gr. G R M. Reperi item ad t. d. *b* Anomaliam Orbis Veram: quæ ſi eſt æqualis arcui G R M, ♂ erit ad tempus datum in Statione ſecundâ, adeoque G R M erit arcus quæſitus. Si Anomalia Orbis ſit arcu G R M minor vel major, ut G O, vel G O L, differentiam O M vel L M converte in tempus ut *ſuprà*: quod additum vel ſubtractum tempori dato, dabit præter propter tempus quo ♂ futurus eſt in puncto Stationis ſecundæ adhuc incognito. Ad tempus ergo iſtud inquire Anomaliam *c* centri Mediam, & competentem illi *d* arcum Stationis ſecundæ. Hic erit arcus ſecundæ Stationis reſpectu temporis dati proximè futuræ vel præteritæ.

*a Per nu. 23.*
*b Per nu. 11. l.6.*
*c Ibid.*
*d per n. 23.*

Ex notis arcubus Stationum elicientur arcus Regreſſionis ac Directionis per §. 4. *nu.* 24. Arcus porrò Regreſſionis ac Directionis artificio jam tradito inquiſiti, modò majores reperientur, modò minores: cujus inæqualitatis ſpecimen ex ſequenti Tabellâ accipe.

| | | Ex Prutenicis | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | *Arcus Regreſſionis* | | *Arcus Directionis.* | |
| | | *Grad.* | *ſ.* | *Grad.* | *ſ.* |
| ♄ | *Maxim.* | 134 | 44 | 225 | 16 |
| | *Medius* | 132 | 4 | 227 | 56 |
| | *Minim.* | 128 | 18 | 230 | 42 |
| ♃ | *Maxim.* | 111 | 44 | 248 | 16 |
| | *Medius* | 108 | 40 | 251 | 20 |
| | *Minim.* | 105 | 22 | 254 | 36 |
| ♂ | *Maxim.* | 44 | 54 | 315 | 6 |
| | *Medius* | 34 | 18 | 325 | 42 |
| | *Minim.* | 22 | 8 | 337 | 52 |
| ♀ | *Maxim.* | 27 | 58 | 332 | 2 |
| | *Medius* | 25 | 46 | 334 | 14 |
| | *Minim.* | 23 | 30 | 336 | 30 |
| ☿ | *Maxim.* | 72 | 10 | 293 | 40 |
| | *Medius* | 68 | 0 | 292 | 50 |
| | *Minim.* | 66 | 20 | 287 | 0 |

## NUMERUS XXVI.

***Ad datum tempus utrùm Planeta ſit Directus, Stationarius, vel Retrogradus, & quando horum quidlibet proximè fuerit vel ſuturus ſit, inquirere. Item quamdiu ſint duratura Regreſſio ac Directio, invenire.***

*Fig. 16.* AD tempus datum inquire *a* Anomaliam centri Mediam, & competentem illi *b* arcum Stationis tam primæ G R quàm ſecundæ G R M. Deinde ad tempus datum inveni Anomaliam Orbis Veram: quæ ſi æqualis fuerit arcui G R, vel G R M, Planeta erit in puncto R Stationis primæ, vel in puncto M Stationis ſecundæ: ſi fuerit inæqualis, tunc erit vel minor primæ Stationis arcu G R, ut G K; vel major ut G O. Tum verò inquire per *num. præced.* arcum primæ Stationis quæ datum tempus proximè ſequetur vel præceſſit. Et ſit ille ex. gr. G Q. Et quia ad d.t. Anomalia Orbis reperta eſt G K, vel G O, ac perinde Planeta ad t. d. eſt in K vel in O, ſi reperiatur (ut *num. præced.*) tempus quo Planeta percurrit notum jam arcum K Q, vel O Q, idque addatur tempori dato vel ſubtrahatur, prodibit tempus quo Planeta in Q primæ Stationis puncto fuit vel futurus eſt. Hoc tempus an exactum ſit, ita examinabis. Inquire ad tempus illud Anomaliam Orbis Veram: ſi hæc æqualis eſt arcui G Q, ſcito tempus exactum fuiſſe; ſi Anomalia *e* ſit major minórve arcu G Q, tempori aliquid adde vel deme, donec ad illud ſic auctum minutúmve inquiſita denuò Orbis Anomalia Vera par evadat arcui G Q.

*a in ♄. ♃. ♂ per nu. 11. lib. 6. in ♀ per n. 36. l. 6. in ☿ per n. 38. lib. 6.*
*b per n. 23.*
*e vide citationem a.*

Arcui Deinde Stationis primæ G Q jam noto competentem *d* reperi ſecundæ Stationis arcum G Q ω: à quo ſi demas G Q, notus relinquetur arcus Regreſſionis Q ω. Inveni igitur (ut *num. præced.*) tempus quo percurrit Planeta arcum Q ω. Hoc additum tempori jam invento, quo Planeta eſt in Statione prima Q, dabit tempus quo futurus ſit in Statione ſecundâ ω. Utrùm verò hoc tempus ſit accuratum, ſic examina. Inquire ad tempus illud Anomaliam Orbis Veram, hoc eſt diſtantiam Planetæ ab Apogeo Vero Epicycli: ſi ea par eſt arcui A Q ω, confide præciſum tempus fuiſſe; ſi major vel minor eſt, tempori deme aliquid vel adde, donec ad ipſum ſic mulctatum auctúmve quæſita denuo Anomalia Orbis Vera arcui G Q ω æqualis reperiatur.

*d per num. præc.*

Ex notis Stationum momentis ſcitur quando Planeta ſit Directus, Stationarius, Retrogradus.

Ex iiſdem etiam duratio innoteſcet tam Regreſſionis quàm Directionis: quod quidem eſſe varium neceſſe eſt, cùm ipſi Regreſſionis ac Directionis arcus variæ quantitatis exiſtant, ut ex *num. præced.* patet.

| | *Medium tempus Regreſſuum ex Ptolemæo* | | | |
|---|---|---|---|---|
| | *In Apogeo Eccentrici* | | *In Perigeo Eccentrici* | |
| | *Gr.* | *Hor.* | *Gr.* | *Hor.* |
| ♄ | 140 | 16 | 136 | 0 |
| ♃ | 122 | 12 | 118 | 0 |
| ♂ | 80 | 0 | 64 | 12 |
| ♀ | 43 | 0 | 40 | 16 |
| ☿ | 22 | 12 | 21 | 0 |

| | *Stationarius apparet* | |
|---|---|---|
| | *Diebus* | |
| ♄ | 8 | *præter propter* |
| ♃ | 4 | |
| ♂ | 2 | |
| ♀ | $1\frac{1}{2}$ | |
| ☿ | $\frac{1}{2}$ | |

## CAPUT III.

### De diſtantijs Planetarum à Terra.

PLanetarum diſtantias à Terrâ in partibus radij Eccentrici ſingulorum notas jam fecimus in *Libro ſexto*. Hic eaſdem ad Terræ Semidiametros revocare cura erit præcipua. De diſtantijs Luminarium actum *lib. 3. cap. 2. & 3.*

### NUMERUS XXVII.

***Certum eſt Planetarum à Terrâ diſtantiam variari.***

PRobatum hoc de Lunâ & Sole *num. 11. lib. 3.* hic idem de reliquis quinque demonſtrabitur.

§. 1. ♄. ♃. ♂ propè Conjunctionem cum Sole apparent minimi; majores circa aſpectum Sextilem, hoc eſt cùm diſtant à Sole Gradibus 120 vel 240; adhuc majores in Quadraturis, hoc eſt cùm à Sole diſtant Grad. 90 vel 270: maximi cùm Soli opponuntur. Atque iſta magnitudinis Apparentis diverſitas non ſolùm nudo oculo, ſed etiam teleſcopio obſervata, in ♄ quidem & ♃ planè notabilis eſt, ſed in ♂ tam enormis, ut in Oppoſitione Solis quoad diametrum ſepties vel octies, quoad aream quinquagies, viſus ſit major, *a* quàm propè Conjunctiunem. Unde non ſemel creditus *b* eſt Planeta, vel Sydus novum.

*a Galil. dial. 3. de Syſtem.*
*b Idem in Trutinatore.*

Duo ſunt effugia, unum ad refractiones, alterum ad fulgorem Solis, qui Planetæ propè Conjunctionem poſiti lumen, adeoque & molem Apparentem, diminuat. Sed prorſus inane utrumque eſt. Nam refractio quidem argumentum non infringit, ſed roborat. Planeta ſiquidem propè Conjunctionem cum Sole ſpectari nequit, niſi propè Horizontem manè vel veſperi; ubi quòd refractioni haud dubiè ſit obnoxius, apparet juſto major. Quare cùm nihilominus Soli oppoſitus etiam in medio cæli, ubi eſt omnis refractionis expers, appareat major ſubinde quinquageſies, manifeſtum eſt augmentum iſtud Apparentis magnitudinis nequaquam poſſe in refractionem conferri, illoque ipſo effugio adverſarios jugulari. Neque magis illos vicini Solis fulgor juvat. Nam licet ille propè Conjunctionem efficeret quod volunt, id tamen minimè poſſet in Quadraturis efficere, in quibus nihilominus majores apparent hi Planetæ, quàm in Conjunctionibus. Sed neque circa Conjunctiones ipſas quidquam efficit. Si enim Solis vicinia Apparentem Planetæ molem diminueret, diminueret & Fixarum. Atqui Fixarum molem App. non minuit, hæ ſiquidem non apparent minores, cùm Soli ſunt vicinæ, quàm dum à Sole longiſſimè diſtant. Ergo neque Planetæ ob viciniam Solis apparent minores. Ergo magnitudinis Apparentis decrementum in Planetis propè Conjunctionem poſitis non à radijs vicini Solis, ſed à majori ipſorum diſtantiâ efficitur.

§. 2. Pari modo ♀ propè Conjunctionem cum Sole Perigeam, tum paulò ante quàm evaſura ſit matutina, tum poſtquam recenter facta eſt matutina, anguſto quidem in latum, ſed longiſſimo in altum cornu apparet, penes cujus Longitudinem adhibitis teleſcopijs, æſtimatione factâ diametri Apparentis, colligitur ipſius area Apparens quadragies major quàm propè Conjunctionem Apogeam. Cujus tantæ diverſitatis rurſum nulla poteſt alia cauſa aſſignari, quàm major minorque à nobis diſtantia.

Neque effugia ſuperiùs allata magis valent in ♀ quàm in ♄. ♃, & ♂. Atque illud quidem quod petitur à viciniâ Solis, hic peculiari inſuper ratione excluditur. Nam ♀ 15 circiter Gradibus à Conjunctione cum Sole Perigeâ longè (ut jam dixi) apparet major, quàm totidem Gradibus diſtans à Conjunctione Apogeâ. Quare cùm par exiſtat in utroque caſu Solis vicinia, non poteſt in hanc diverſæ magnitudinis Apparentis cauſa refundi.

§. 3. Poſtremò certiſſimis experimentis conſtat *o* ♀ & ☿, modò falcatos inſtar Lunæ, modò gibboſos, modò rotundos ac plenos apparere. Quas phaſium diverſitates ſubire non poſſunt, niſi aut aliquando Soli, ut Luna, opponantur, aut modò ſuprà Solem, modò infrà eum exiſtant. Atqui numquam ad Oppoſitionem *b* cum Sole pertingunt. Neceſſariò igitur modò ſuprà, modò infrà Solem exiſtunt, ac proinde jam longiùs abſunt à Terrâ, jam propiùs.

*o num. 29. lib. 6.*
*b Ibid.*

Maneat igitur omninò indubitatum minorum quinque Planetarum à Terrâ diſtantiam variari. Quàm verò enormis ſit illa diſtantiarum variatio, patebit ex *num. 30.*

### NUMERUS XXVIII.

***Saturni diſtantia mediocris à centro Terræ continet ſaltem 70000 Semidiametrorum Terræ.***

PRoinde (aſſumptâ Semidiametro Terræ *i* minimâ milliariorum Bononienſium 3265) ſaltem continet 228550000 milliariorum Bonon. hoc eſt 228 milliones, 550 millia. Aſſumptâ verò ſemidiametro Terræ maximè probabili milliar. Bonon. 4139, continebit ſaltem 289730000.

*i vide Geo. Pract. c. 6. ante probl. 5.*

Probatio erit hujuſmodi. Cùm in Hypotheſi Terræ Motæ æquè ſalventur Planetarum Superiorum phœnomena per Orbem Magnum, ſive Eccentricum Solis, ac in Hypotheſi Terræ Stantis per Epicyclos, neceſſe eſt æquipollere ſibi mutuò Epicyclum Planetæ & Eccentricum Solis. Ergo minima Solis à Terrâ diſtantia æquipollet radio Epicycli minimi ♄. Atqui *n* Solis minima à Terrâ diſtantia continet ſaltem Semidiametrorum Terræ 7074. Ergo etiam radius Epicycli minimi Saturni etiam continet ſaltem Semid. Terr. 7074. Per *num. 26. lib. 6.* minimus radius Epicycli ♄ eſt 10100, quarum radius Eccentrici ♄ eſt 100000. Si ergo ut radius Epicycli minimi ♄ prout eſt 10100 fiat ad radium Eccentrici prout eſt 100000, ita ipſe fiat prout eſt 7074 Semid. terreſt. ad Quartum, prodibunt 70039 Semid. Terr. pro radio Eccentrici ♄. Quoniam igitur diſtantia mediocris ♄ à centro Terræ eſt ipſe radius Eccentrici ♄, æquabit ea ſaltem 70039 Semidiametros terræ, quod erat probandum.

*n per num. 19. lib. 3.*

Viſum eſt porrò ♄ diſtantiam ſeorſim demonſtrare quod eâ *lib. 5. num. 21* fuerim uſus pro diſtantiâ Fixarum. Neque ullus hic circulus committitur, cùm hæc probatio à Fixarum diſtantiâ nullatenus dependeat.

*Corollarium.*

Diſtantia ♄ à Terrâ, quod omnes Aſtronomi affirmant, eſt circiter decupla diſtantiæ Solaris à Terrâ, Solis enim diſtantia minima à Terrâ erat 7074,

media 7327 Semid. terr. hæ decuplatæ ſunt 70740 & 73270, à quibus diſtantia ♄ hic reperta non multùm differt.

## NUMERUS XXIX.

*Radium Epicycli, radium Eccentrici, Eccentricitatem quinque minorum Planetarum in partibus radij Eccentrici data, in Terra Semidiametris exhibere.*

MEthodus inſinuata jam fuit *Num. preced.* Ob æquipollentiam Orbis Magni, ſive Eccentrici Solis in Hypotheſi Terræ Motæ cum ♄. ♃. ♂. Epicyclis in Hypotheſi Terræ Stantis, manifeſtum eſt Epicycli mediocris ♄. ♃. ♂ radium æquivalere radio Solaris Eccentrici, ſive mediocri diſtantiæ Solis à Terrâ, quæ cùm Terræ Semidiametros contineat ſaltem
a vide nu. 18 & 19. lib. 6. *a* 7327, tantos etiam licebit ſtatuere radios mediocres, ſive medios Epicyclorum ♄, ♃, ♂. Jam verò per *nu. 24 & 26. l. 6.* in partibus, quarum radius Eccentrici horum Planetarum eſt 100000, nota ſunt radius Epicycli medius, maximus, minimus, & Eccentricitas media, maxima, minima eorumdem. Quare cùm harum quantitatum unæ (nempè radius Epicycli medius) nota ſit in Semidiametris Terræ, etiam reliquæ omnes atque ipſe Eccentrici radius in Semidiametris Terræ innoteſcent per reg. proport. ut *num. præced.*

In ♀ autem & ☿ radius Eccentrici æqualis *b* eſt radio Solaris Eccentrici; qui cùm Semidiametros Terræ contineat ſaltem *c* 7327, totidem quoque continebit ad minimùm radius Eccentrici ♀ ac ☿. Cùm ergo in partibus, quarum radius Eccentrici ♀ ac ☿ eſt 100000, nota ſint radius Epicycli maximus, medius, minimus ♀ ac ☿, item ☿ Eccentricitas maxima, media, minima, & ♀ Eccentricitas ſemper eadem & æqualis Solari, in iiſdem quoque partibus ſit nota; etiam per Reg. proport. eædem illæ quantitates in Terræ Semidiametris innoteſcent.

b vide nu. 35. & 37. lib. 6.
c vide nu. 18 & 19. lib. 6.

Calculum juxta hanc methodum inſtituendum Lectori relinquo. Tabellam interim ſubjungo ex Ricciolo, (ſed à nobis ad milliaria reductam) cujus menſuræ in ♄ excedunt noſtras, in ♃, & ♂ à noſtris exceduntur: quod quidem ad ſcopum, qui hîc intenditur, parùm intereſt.

| | *In Semidiametris terræ.* | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | *Radius Epicyc.* | | *Eccentricitas.* | | *Radius Eccent.* |
| | *Max.* | *Min.* | *Max.* | *Min.* | |
| ♄ | 8249 | 7373 | 8906 | 7884 | 73000 |
| ♃ | 7417 | 6738 | 3635 | 3321 | 36500 |
| ♂ | 7805 | 6727 | 2200 | 1900 | 11000 |
| ♀ | 5339 | 5157 | 253 | 253 | 7327 |
| ☿ | 3322 | 2811 | 730 | 584 | 7327 |
| ☼ | 0000 | 0000 | 253 | 253 | 7327 |

| | *In milliarys Bonon. aſſumpta minima Terræ Semidiametro milliariorum Bonon. 3265.* | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | *Radius Epicycli* | | *Eccentricitas* | | *Radius Eccentrici* |
| | *Max.* | *Min.* | *Max.* | *Min.* | |
| ♄ | 26(932.985 | 24(072.845 | 29(078.090 | 25(741.260 | 238(345.000 |
| ♃ | 24(216.505 | 21(999.570 | 11(868.275 | 10(843.065 | 119(172.500 |
| ♂ | 25(483.325 | 21(963.655 | 7(183.000 | 6(203.500 | 35(915.000 |
| ♀ | 17(431.835 | 16(837.605 | 826.045 | 826.045 | 23(922.655 |
| ☿ | 10(846.330 | 9(177.915 | 2(383.450 | 1(906.760 | 23(922.655 |
| ☼ | | | 826.045 | 826.045 | 23(922.655 |

## NUMERUS XXX.

*Diſtantias à Terrâ quinque minorum Planetarum, maximam inprimis ac minimam, in Terræ Semidiametris invenire.*

MAxima eſt Planetæ diſtantia à centro Terræ, quando Epicycli centrum eſt in Apogeo Eccentrici, & ſimul Planeta in Apogeo Epicycli; minima verò cùm Epicycli centrum eſt in Perigeo Eccentrici, & Planeta in Perigeo Epicycli. Diſtantia Planetæ media ſemper æqualis eſt radio Eccentrici cujuſque proprij.

Fig. 13. lib. 6. §. 1. In ♄. ♃. ♂ ſic age. Quando centrum Epicycli eſt in E Eccentrici Apogeo, maxima *a* ſunt tam
a per num. 11. lib. 6. Epicycli radius, quàm Eccentricitas. Igitur radio Eccentrici D E adde Eccentricitatem maximam A D, & maximum Epicycli radium E M. Ita conflabis diſtantiam Planetæ à Terrâ maximam A M; quæ nota erit in Terræ Semidiametris, cùm partes ejus A D, D E, E M, in iiſdem fuerint notificatæ per *num. preced.*

Cùm autem Epicycli centrum fuerit in Eccentrici Perigeo X, minima *b* ſunt tam Epicycli radius, quàm Eccentricitas. Quare minimum Epicycli radium X 2, & minimam Eccentricitatem A B, quæ nota jam ſunt in Semid. Terr. aufer ab Eccentrici radio B X etiam in Terræ Semid. noto: relinquetur A 2 minima Planetæ diſtantia in Semid. Terræ nota. b per eund.

In ♀ procedes eodem modo, cùm unum iſtud habeat diverſum, *c* quòd Eccentricitas ejus ſit immutabilis. c vide nu. 35. lib. 6.

In ☿ hoc diverſum eſt, quod centro Epicyclo poſito tam in Eccentrici Apogeo quàm Perigeo, minimus

a vide nu. 37. lib. 6.

mus exiſtat a radius Epicycli. Quare ut obtineas diſtantiam maximam, Eccentrici radio adde maximam Eccentricitatem & minimum Epicycli radium; ut minimam, ab Eccentrici radio Eccentricitatem minimam, & minimum radium Epicycli aufer.

§. 2. Diſtantia Planetæ cujuſcumque à Terrâ ad quodvis tempus, hoc eſt in quovis ſitu centri Epicycli in Eccentrico, & Planetæ in Epicyclo, nullo item negotio in Semidiametris Terræ exhibebitur. Nam ea diſtantia in ♄. ♃. ♂ per *num.* 11. *lib.* 6, in ♀ per *nu.* 36, in ☿ per *num.* 38. *ejuſdem libri* nota fit in partibus, quarum Eccentrici radius eſt 10000. Quare cùm is per *num. præced.* notus quoque ſit in Semid. Terræ, etiam diſtantia quæſita in Semid. Terræ per Reg. proport. innoreſcet.

Vide Tabellam ſequentem, in quâ rurſum uſi ſumus Semidiametro Terræ minimâ pro reductione ad milliaria.

| | Distantiæ Planetarum a centro Terræ. | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | In Semidiamet. Terræ. | | | In Milliarijs Bononienſ. | | |
| | Maxima | Minima | Differ. | Maxima | Minima | Differ. |
| ♄ | 90.155 | 57.743 | 32.412 | 294(356.075 | 188 (530. 895 | 105(825.180 |
| ♃ | 47.552 | 26.441 | 21. 111 | 155 (257.280 | 85 (329. 865 | 68(927.415 |
| ♂ | 21.005 | 2373 | 13.632 | 68(581.325 | 7(747. 845 | 44(508.480 |
| ♀ | 12.919 | 1917 | 11.002 | 42(180.535 | 6 (259. 005 | 35(921.530 |
| ☿ | 10.868 | 3932 | 6.936 | 35(484.020 | 12 (837. 980 | 22(646.040 |
| ☉ | 7580 | 7074 | 506 | 24(748.700 | 23 (096.610 | 1(652. 090 |

## NUMERUS XXXI.

### *Diſtantia Planetarum inter ſe comparata.*

§. 1. ♄. ♃. ♂. IN Oppoſitione cum Sole multis millionibus milliariorum ſunt Terræ viciniores, quàm in Conjunctione, ♄ quidem plus quàm 48 millionibus, ♃ & ♂ plus quàm millionibus 42. Cùm enim Soli opponuntur ſunt in Apogeo Epicycli; dum conjunguntur, in Perigeo ſunt, ac proinde diſtantiarum in ☍ & ☌ differentia nunquam minor eſt quàm Epicycli diameter minima; cujus ſemiſſis, ut patet ex Tabulâ *num.* 29, in ♄ eſt 24(072. 845, in ♃ 21(999.570, in ♂ 21(963.655.

Similiter in Conjunctione Apogeâ cum Sole ♀ ſaltem millionibus 32; ☿ ſaltem millionibus 18 plus à Terrâ diſtat, quàm in Conjunctione Perigeâ. Patet ex Tabella ſupradictâ.

Quanta porrò ſit differentia diſtantiæ omnium maximæ ac minimæ, patet ex Tabellâ *numeri præced.* Atque hæc cauſa eſt, quod Planetæ tanto majores appareant circa Conjunctionem cum Sole, quàm in Oppoſitione.

§. 2. Diſtantia maxima excedit minimam, in ♂ quidem plus quàm octies, in ♀ pluſquam ſexies, in ☿ pluſquam bis. Patebit ex Tabellâ *num. præced.* ſi diſtantiæ maximæ per minimas dividantur. Nihil ergo mirum quod ♂ quandoque ſepties vel octies, ♀ quandoque ſexies major uno tempore appareat quàm alio.

§. 3. Diſtantia maxima Solis à Terra exceditur à diſtantiâ maximâ ♄ ferè decies, à maximâ ♃ plus quàm ſexies, à maximâ ♂ plus quàm bis. Patet ex Tabellâ *num.* 30, ſi diſtantiæ ♄. ♃. ♂ per maximam Solis diſtantiam dividantur.

§. 4. Quandoque ♂ eſt plus duplo vicinior Terræ, quàm Sol. Minima quippe diſtantia ♂ eſt Semidiametrorum Terræ 2373, Solis autem diſtantia maxima 7580, quæ eſt plus duplo major quàm illa ♂.

§. 5. ♀ Poſita in Apogeo Epicycli plus quàm 16 millionibus milliariorum eſt ſuprà Solem; poſita verò in Epicycli Perigeo eſt plus quàm 16 millionibus milliar. infrà Solem. ☿ ſimiliter poſitus in Apogeo ſui Epicycli eſt ſuprà Solem plus quàm 9 millionibus milliariorum; exiſtens verò in Epicycli Perigeo plus quàm 9 millionibus milliar. eſt infrà Solem. Cùm enim Sol nunquam longè abſit à centro Epicyclorum ♀ ac ☿, liquet hos Planetas in Apogeis ſuorum Epicyclorum conſtitutos, elevari ſuprà Solem toto radio ſui Epicycli, eodemque radio toto deprimi infrà Solem, quando exiſtunt in Perigeo. Atqui radius etiam minimus Epicycli ♀ a major eſt 16 millionibus milliariorum, & radius etiam minimus Epicycli ☿ major eſt 9 millionibus. Ergo &c. a vide tab. num. 29.

## NUMERUS XXXII.

### *Parallaxes Planetarum invenire.*

DUplex eſt modus (ut *lib.* 3. docui,) inveſtigandæ Parallaxeos: alter ex motibus & obſervatione deducitur, Altitudinem ſcilicet aſtri Veram ex ſupputatione cognitâ cum Viſà conferendo; alter ex diſtantiâ præcognitâ Parallaxim rimatur. Priorem qui motibus & obſervatione nititur, Soli non convenire ob ingentem diſtantiam, & natam inde exilitatem Parallaxeos oſtendi *lib.* 3. *ante num.* 16. Quod ſi Soli ille non convenit, multò minùs alijs Planetis conveniet, quorum diſtantia longè major Solari eſt. Et *Saturni* quidem ac *Iovis* Parallaxes Tycho fatetur vix ullo inſtrumento obſervabiles eſſe. Sed neque Parallaxes, *Martis, Veneris* ac *Mercurij* cùm Terræ ſunt proximi, duo minuta adæquant unquam; quæ proinde ne tum quidem ſine magno erroris periculo ex motibus & obſervatione cognoſci poſſunt, præſertim cùm motus horum non eàdem evidentiâ ac certitudine, quâ Solis, ab ullo hactenùs Aſtronomo potuerint determinari. Reliquum eſt igitur, ut ex diſtantijs *num.* 30. jam conſtitutis Planetarum Parallaxes eliciantur eo modo quem tradidi *lib.* 3. *num.* 14.

| | Parallaxes Horizontales | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | in diſtantiâ à Terra | | | | | |
| | maximâ | | | minimâ. | | |
| | I. | II. | III. | I. | II. | III. |
| ♄ | 0 | 2 | 20 | 0 | 3 | 30 |
| ♃ | 0 | 4 | 20 | 0 | 7 | 45 |
| ♂ | 0 | 10 | 0 | 1 | 26 | 0 |
| ♀ | 0 | 16 | 0 | 1 | 48 | 0 |
| ☿ | 0 | 19 | 0 | 0 | 50 | 0 |

# CAPUT IV.

## Planetarum figura, illuminatio, Comites.

### NUMERUS XXXIII.

*Figura Veneris & Mercurij.*

V*Enerem & Mercurium* apparere modò falcatos, & gibboſos inſtar Lunæ, modò rotundos ac plenos jam expoſui *lib.6. num.29.* ubi ordinem modumque harum phaſium declaravimus. Quibus adde obſervationes Franciſci Fontanæ eximias planè ac ſingulares. Is teleſcopio uſus quod *Venerem* exhibebat diametro propè ſemipedali, eandem conſpexit *a*
a *vide ejus tract. 5. cap.2.* cornutam, atque interiori parte ſemiaſperam, & quaſi radios evibrantem, & cum uno alteróve globulo nigricante, modò intra corpus ♀ modò extra. Fides obſervationi quamvis admirandæ detrahenda non eſt, quod horum nihil Ricciolus, Grimaldus, Gaſſendus alijve conſpexerint: id enim potuit contingere quod teleſcopijs minùs præſtantibus uſi fuerint, quam Fontana, cujus in conficiendis teleſcopijs excellens artificium ſatis notum eſt. Quod ſi vera eſt Fontanæ obſervatio, dicendum eſt Venerem inſtar Lunæ aſperam ac montoſam eſſe. Quid verò ſint nigricantes illi globuli, an maculæ Solarium inſtar, è *Veneris* corpore ebullientes; an cavernæ, ſeu valles, ut in Lunâ, quarum ſitus fortè ob vertiginem *Veneris* ſuper axe ſuo varietur; an comites, ſeu laterones, ut in ♃ & ♄, difficile eſt definire donec per plures obſervationes novis hiſce Aſtronomicis portentis lux amplior afferatur.

### NUMERUS XXXIV.

*Martis Figura.*

Fig. 20. a *Phil. opticæ parte 1 pag.193.* NOn ſolùm *Venus & Mercurius*, ſed etiam *Mars* gibboſus ac ferè biſectus, ſeu ſemiplenus inſtar Lunæ, apparuit. Talem bis conſpexiſſe *a* ſe affirmat Nicolaus Zucchius Soc. Jeſu, propè quadratum cum Sole aſpectum. Talem conſpexit etiam Franciſcus Fontana Neapoli Anno 1638. Aug. 24. tubo excellenti, qui *Martem* exhiberet, quanta nudis oculis Luna plena ſpectatur. Erat tum 19 ferè Gradibus primam quadraturam prætervectus. Vidit autem non tantùm, ut dixi, gibboſum, ſed etiam maculâ nigrâ
Fig. 19. infectum, quæ indies contractior apparuit. Eumdem Anno 1636 viderat rotundum in medio ſimili maculâ inſignitum, & circa limbum obſcuriùs lucentem. Porrò ex hujus maculæ contracturâ tam ipſe quàm Ioan. Baptiſta Zupus Soc. Jeſu, *Martis* vertiginem circa centrum ſe colligere arbitrantur. Daniel Bartolus Soc. Jeſu obſervavit *Martem* cum duabus maculis in parte inferiore diſci. Fortè comites habere inſtar *Iovis* Antonius Maria de Rheita ſubdubitans opinatur. Poſtremò Chriſtianus Hugenius, ut ipſe refert in *Syſtemate Saturnio*, tubo 23 pedum obſervavit Anno 1656 in *Marte* zonam admodum latam, quæ mediam diſci partem offuſcaret.

### NUMERUS XXXV.

*Figura Iovis.*

IOvem faſcijs præcinctum primi conſpexiſſe videntur Ioan. Baptiſta Zupus, Daniel Bartolus ambo è Soc. Jeſu. & Franciſcus Fontana, Neapoli omnes. Fig. 21. 22. 23. 24.
Vidêre etiam ſæpiſſimè Franciſcus Maria Grimaldus, Ioan. Baptiſta Ricciolus & Chriſtianus Hugenius, qui in *Syſtemate Saturnio* affirmat à ſe alijſque, qui cum ipſo obſervarunt, ſæpè viſas fuiſſe reliquo Iovis corpore lucidiores, cùm alij tamen obſcuriores aſſerant. Viſæ ſunt autem hæ faſciæ ſubinde tres, ſubinde duæ; jam curvæ, jam rectæ; jam magno intervallo diſtantes, jam propè conjunctæ, ut expreſſum vides in *Figuris* 21.22.23.24. quas deſumpſi ex Ricciolo, qui omnium obſervationes collegit *lib.7.pag.* 486. 487. Grimaldus inſuper deprehendit faſcias ferè eſſe ad Eclipticam parallelas. Refert etiam Ricciolus ſchema tranſmiſſum ex Belgio in Italiam, quo exhibetur Iupiter, prout viſus eſt tubo egregio Leandri Bandtij Abbatis Disbergenſis Anno 1643. Nov. 2. aſper videlicet circa margines, montibus ac tumoribus evidenter extantibus. Quâ obſervatione inducor, ut putem faſcias illas eſſe lacunas, ſeu cavernas à partibus eminentioribus impeditas ne lumen à Sole recipiant. Varietas autem illa faſciarum tam in numero quàm in ſitu ac latitudine ſatis manifeſte indicat hunc Planetam circa ſuum centrum aut circumagi omninò, aut certè ultro citroque librari.

### NUMERUS XXXVI.

*Iovis Comites.*

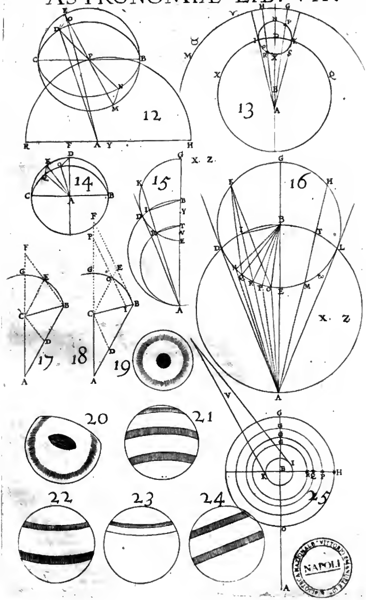
HOs primus detexit Galilæus, qui Anno 1610. Fig. 25.
Ian. 7, teleſcopio ſuo conſpexit primùm tres; deinde quatuor, in lineâ Eclipticæ parallelâ, modò ſibi ac *Iovi* propinquiores, modò remotiores; numquam tamen ultra 14 aut 17 minuta ab eo digredientes, & aliquando penitùs diſparentes. Ex quo patuit non Fixas, ſed Planetulas eſſe. Lege de his, ſi lubet, Galilæum ipſum in *Nuncio ſyderio* accuratè tractantem. Nos præcipua de his, paucis complectemur.

§. 1. Moventur in circulis vel ellipſibus circa *Iovem*, in quorum ſuperiori parte feruntur in conſequentia. Hoc inde colligitur, quia non ſimpliciter ad *Iovem* accedunt receduntque; ſed modò in Auſtrum, modò in Aquilonem. Sunt videlicet *Iove* Auſtraliores in Pericyclorum parte ſuperiori, in inferiore Borealiores.

§. 2. Volvuntur in quatuor diverſis Pericyclis; quia in maximis à *Iove* digreſſionibus valdè disjuncti apparent, ut in H. P. Q. R. Radij circulorum ex digreſſionibus maximis colliguntur, quas juxta Galilæi obſervationes Tabellâ ſequenti exhibeo.



Digitized by Google




NAPOLI

| *Digreſſio maxima Comitis* | *Diametri Iovis* |
|---|---|
| 1 | 3 |
| 2 | 5 |
| 3 | 8 |
| 4 | 14 |

§. 3. Circa conjunctionem tam Apogeam in G, quàm Perigeam in O ob *Iovis* fulgorem occultantur. Inſuper Eclipſes ſubeunt à *Iovis* umbrâ; nam extra tempora & loca occultationis ordinariæ ſubinde diſparent, cùm exiſtunt eo loco in quem tunc vergeret V umbra *Iovis*, ſi à Sole poneretur illuminari. Ex quo colligitur & *Iovem* à Sole, & à *Iove* Comites lumen mutuari. Neceſſe eſt igitur ut etiam ♃ circa quadratum cum Sole Aſpectum gibboſus appareat, ut ♂, quamvis id non legam hactenus obſervatum fuiſſe.

§. 4. Revolutiones ſuas circa *Iovem* brevi tempore abſolvunt, ut vides in Tabellâ ſequenti.

| | *Periodi Comitum circa ♃.* | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Comites* | *Dies* | H. | /. | //. |
| 1 | 1 | 18 | 28 | 30 |
| 2 | 3 | 13 | 18 | 0 |
| 3 | 7 | 3 | 56 | 34 |
| 4 | 16 | 19 | 9 | 15 |

Inveniuntur ſic. Obſerva momentum primum occultationis ex. gr. Apogeæ & ultimum; tum utrumque fac *i* notum. [i *Per nu. 45. lib. 5.*] Ita notum erit totum occultationis tempus; quo diviſo bifariam, notum erit momentum Conjunctionis Apogeæ Comitis cum ♃ in G. Simili modo obſerva momentum Apogeæ Conjunctionis proximè inſequentis. Tempus à primâ Conjunctione ad ſecundam eſt periodus unius revolutionis.

§. 5. Atque hæc hactenus de quatuor *Iovis* Comitibus à Galilæo primùm obſervatis. At præter hos, alios quinque Galileanis majores, & majori ambitu Iovem circumeuntes à ſe novo ſuo teleſcopio Antonius Reita affirmat conſpectos An. 1642. Dec. 29, & poſtea ſæpiùs. Vocavit in controverſiam Gaſſendus, conatus oſtendere novos illos laterones fuiſſe ſtellas Fixas. Cui Reita reſpondit ſe continuis ſex dierum obſervationibus apertè deprehendiſſe illos & reſpectu Galileanorum, & inter ſe locum ac diſtantiam mutaſſe, adeoque Fixas eſſe non poſſe. Enimverò annis 12 ante Reitam novem circa *Iovem* ſtellulas conſpexerat Franciſcus Fontana, quarum nulla ultra 10 joviales diametros à *Iove* abeſſet. Annis deinde ſequentibus advertit hunc numerum decreviſſe uſque ad ſex: & non fuiſſe ſtellas Fixas inde probat, quod ad eas diſtinctè videndas oportuerit tubum extendere, ad Fixas verò contrahere. His accedit Ioannes Bapt. Zupus è Soc. Jeſu primus *Faſciarum Iovis* detector, qui & ipſe in ſuis ad *a* Ricciolum litteris plures à ſe *Iovis* Comites quàm quatuor non ſemel [a *Almag. l. 7. pag. 494.*] conſpectos affirmat. Mihi quidem non apparet cur fidem tot obſervationes non mereantur. Parùm certè refert quod neque Vincentius Renerius (ut refert *b* Ricciolus) toto ſuarum obſervationum decennio, [b *ibid.*] neque Gaſſendus plures umquam quàm 4 obſervarint: id enim fieri potuit quod tubis illis præſtantibus ac novis, quibus inſtructi ſunt Fontana & Reita, carerent. Quod ſi valeret argumentum ejuſmodi, eſſent pariter *Iovis Faſciæ* in dubium revocandæ, quòd & has neget *c* Gaſſendus à ſe umquam conſpici potuiſſe. [c *lib. 3. Inſtit. aſtron.*] Vide etiam quæ de his dicam *num. ſeq. §. 6.*

§. 6. Denique Jovialium Comitum uſus inſignis ille eſt à Galilæo & Gaſſendo indicatus, quod per Eclipſes eorum diverſis locis obſervatas innoteſcere poſſit differentia Meridianorum longè faciliùs, quàm per Lunares; cùm hæ ſint raræ, illæ frequentiſſimæ, videlicet 480 intra annum.

## NUMERUS XXXVII.

### *Saturni Figura & Comites.*

§. 1. INter novitates Aſtronomicas inprimis admiranda eſt Saturni ſpecies. Primus illum Galilæus tubo optico conſpexit 1610, qualis *ſchemate 26* cernitur, tricipitem videlicet, ſive tricorporem. Talis etiam viſus eſt Fontanæ Anno 1630 Iun. 20, & Ricciolo Anno 1643 ſub Octobris initium per aliquot dies. Ab hac non multùm differt forma ſchematis 27, quâ Saturnum vidêre Nicolaus Suechius Anno 1640 Maij 23, & Ricciolus Anno 1643 Octob. 29. Formam Sebematis 28 vidêre Fontana An. 1633. 1634, 1636, & ferè Bartolus An. 1644 menſe Dec. ac Ricciolus An. 1646 Octob. 10. Idem Ricciolus An. 1648, Octob. 15, & 1649 ſub Martij finem ♄ conſpexit eâ ferè ſpecie, quæ *ſchemate 29* exhibetur. Plures alias formas his non admodum abſimiles obſervarunt Gaſſendus, Hevelius alijque quas hic non expreſſi. Non putavi tamen prætereundam eſſe illam ſchematis 30 præ cæteris admirabilem, quâ Romæ & Neapoli An. 1644, & 1645 viſus eſt hic Planeta à Fontanâ, Matthæo Tavernâ, alijſque.

§. 2. Verùm cæteris accuratior & felicior in hujus phœnomeni inveſtigatione videtur fuiſſe Chriſtianus Hugenius, qui à Die 25 Martij Anni 1655 uſque ad 26 Martij Anni 1659, *Saturnum* inſigni prorſus conatu obſervavit. Obſervationum ſuarum hiſtoriam in *Syſtemate Saturnio* hoc Anno 1659 in lucem edito recenſet, ex quo nonnulla hic delibabimus. Is igitur Anno 1655, Martij 25, tubo pedum 12 vidit ♄ brachijs utrimque in rectam lineam extenſis, quæ circa extremas cuſpides eſſent paulò latiora, quàm quâ parte ♄ diſco cohærent: connectebat autem utrumque brachium linea quædam ſubobſcura per ♄ diſcum extenſa & brachia ipſa infrà ſe relinquens. Sub finem Nov. ab alijs (ipſe enim peregrè aberat) videri cœpit rotundus abſque brachijs ullis. Rotundum deinde vidit etiam ipſe 1656 Ian. 16. primò quidem tubo pedum 12, deinde verò majore alio pedum 23 convexis vitris inſtructo, quem deinceps in ſequentibus obſervationibus adhibuit. Secabat autem diſcum Planetæ medium linea illa reliquis diſci partibus aliquantò obſcurior. Eodem Anno 13 Octob. tubo pedum 23 *Brachia* renaſci viſa eâ ſpecie quam vides in *Fig. 15. lib. 8.* lineâ obſcurâ jam infrà *Brachia* iucedente, *Brachijs* verò ipſis anguſtioribus & clarioribus circa cuſpides, quàm quâ parte ♄ diſco committebantur. Quam eamdem phaſim tubo illo minore pedum 12 ſpeculanti rurſum *Brachia* apparuêre latiora circa cuſpides, planè ut ante rotundam phaſim apparuerant Anno 1655. unde non immeritò concluſit poſteriorem hanc formam (*ſchemate* 15 expreſſam) veriorem fuiſſe. Inde *Brachia* ſenſim ampliora evaſerunt, donec An. 1657, in anſas verterentur, quæ ſenſim latiùs adapertæ, demùm An. 1659 conſpectæ ſunt eâ formâ quæ *Figurâ 16. lib. 8.* repræſentatur.

§. 3. Hæc obſervationum ſumma; quibus ut ſatisfiat, ſtatuit *Saturnum* cingi *Annulo tenui, plano & nuſquam cohærente*, cujus planum ſit Æquatori Terreſtri (Hypotheſim quippè Terræ Motæ amplectitur) parallelum quàm proximè, axis verò ad planum Eclipticæ inclinatus angulo conſtanti ſemper Grad. 23. 30′, ac proinde axi Terræ ſemper æquidiſtans. Quâ Hypotheſi *Rotundæ phaſeos*, *Brachiorum* & *Anſarum* cauſas eleganter ac eruditè in ſuo *Syſtemate Saturnio* aſſignat, quò Lectores remitto. Et quidem iſtud facilè intelligitur, *Annulum* illum à nobis ſemper obliquè conſpici, ſed obliquitate aliâ atque aliâ. Quando igitur ad viſum noſtrum valdè obliquus eſt, ſpatium *Saturno* & *Annulo* interjectum non apparet; adeoque *Annulus* conſpicitur, ut in *ſchemate* 15. *lib.* 8. Ubi minùs jam obliquus evaſerit, ellipſim exhibebit, ut in *ſchem.* 16. *lib.* 8, ſpatio quod inter ipſum & ♄ interjicitur jam conſpicuo. Illud etiam manifeſtum eſt intra quamlibet unam ♄ revolutionem integram, obliquitatem *Annuli* ad viſum noſtrum bis fore minimam, adeoque ellipſim latiſſimam, qualis ferè in 17 *ſchemate lib.*8. expreſſa eſt, *Saturno* videlicet (ut ipſe colligit) Gradum 20. 30′ ♊ & ♐ obtinente, bis item fore maximam *Annuli* plano per viſum noſtrum tranſeunte; tum verò neceſſe eſſe ut *Annulo* diſparente ♄ Rotundus appareat: quod ipſe ſtatuit contingere ubi Gradum 20, 30′ ♍ & ♓ Planeta attigerit. Verùm, quia *Rotunda Phaſis* integro ferè anno perdurat, ejus quoque ex ſuâ Hypotheſi cauſas exhibuit, quas apud ipſum egregiè deductas lege.

§. 4. Quod ſi præter *Phaſim Rotundam*, *Brachia*, & *Anſas*, formas alias præterea nullas ♄ exhiberet, non videretur Hypotheſeos Hugenianæ veritas poſſe in dubium revocari. Quare cùm alias ſuis multùm diſſimiles ſciret varijs in locis ab Aſtronomis obſervatas, è quibus nonnullas *Fig.* 26, 27, 28, 29, 30, *lib.* 7. adumbravimus, eas eſſe fallaces ac ſpurias contendit, erroris cauſâ in tuborum brevitatem rejectâ. Equidem facilè illi aſſentior id in quibuſdam accidiſſe: ut verò contigiſſe credam in omnibus, præſertim ijs, quæ *Fig.* 28 & 38 *lib.* 7. exhibentur, non perinde inducor; & ſatis conſtat Fontanam in ſpecillis tuborum efformandis poliendiſque artificem peritiſſimum extitiſſe, quem proinde tubis præſtantibus & prælongis, ſi non ſemper, crebrò certè & in majoris momenti phœnomenis uſum fuiſſe minimè dubium videri poſſit. Quare ut Clariſſimi Hugenij Hypotheſim abſque omni ſcrupulo amplectamur, annorum plurium obſervationes præſtolandæ videntur.

§. 5. Idem Hugenius triennali ſuâ illâ obſervatione *Saturni* novum ejus *Comitem*, ſed unicum, quem *Lunam Saturniam* appellat, mortalium primus detexit, comperitque circa ♄ revolvi ſpatio Dierum 16 minùs Scrupulis 47. Obſervationum hiſtoriam & tabulas ad motum *Comitis* pertinentes, apud ipſum vide in *Syſtemate Saturnio*.

§. 6. Quid igitur faciamus ſex illis ſtellulis, quas circa *Saturnum* vidit Reita Anno 1643 Ian. 17, 18, 22, 23, 24. Febr. 5 & 9. perſpexitque evidenter ſitum inter ſe ac diſtantiam variare? ipſum de his *Saturni Iouiſque novis Satellitibus* tractantem conſule in libello Lovanij typis Andreæ Bouvetij edito. Ego quidem Reitenſes obſervationes cur ſuſpectæ eſſe debeant non video, quando conſtat hunc virum multum operæ in tubis concinnandis poſuiſſe. Sed & Hugenio fidem habeo, triennio *Comitem* non niſi unicum deprehendenti. Utriuſque obſervationes conciliare in promptu eſt, ſi dicamus illos *Comites* à Reitâ viſos poſtmodò diſparuiſſe; quod quidem in novis ſtellis jam toties eveniſſe exploratum eſt. Idem de *Iovis Comitibus novis*, de quibus egi *num. præc.* §. 5. judicium eſto. Atque vel inde etiam Clariſſ. Hugenius ſtatuere poterit, quæ alij in *Saturno* conſpexêre, ſi ipſe tubo ſuo quamvis excellenti non conſpexerit, non ſequi tamen, ut vitrorum ludibrio adſcribi debeant, quando ea, quod in cæli phœnomenis jam toties vidimus, aut evanuiſſe potuerunt, aut in altiores cæli partes ſubvecta ſubduci oculis, aliquando fortè eodem habitu vel alio reditura.

### NUMERUS XXXVIII.

*Planetæ lumen à Sole recipiunt.*

VEnerem & *Mercurium* à Sole illuminari ex phaſibus eorum, quæ per omnia Lunares imitantur, extra controverſiam eſſe debet. *Iovem* quoque lumen à Sole mutuari ex *Comitum* Eclipſibus *num.* 26. §. 3. non minùs certum. Idem videtur de *Marte* & *Saturno* ſentiendum. Et *Mars* quidem hoc ſatis indicat, qui circa Quadraturas gibboſus cernitur, ut *num.* 34 retuli. Talem verò propè □ apparere etiam *Iovem* ac *Saturnum*, ſi lumen à Sole recipiunt, neceſſe eſt: quod tamen nondum reperio obſervatum fuiſſe. Cùm autem aliundè conſtet *Iovem* à ſe non fulgere, facilè arbitror futurum, ut, ſi in illum tubos Aſtronomi dirigant, etiam gibboſum quandoque deprehendant. Unde licet de *Saturno* idem conjicere. Ne tamen inde tyrones ſibi perſuadeant fore, ut (quod fieri non poteſt) etiam falcatos, inſtar Lunæ, *Veneris* ac *Mercurij* duos hoſce ſupremos Planetas aliquando conſpiciant. Id enim fieri ſi poſſet, contingeret utique ante vel poſt Conjunctionem cum Sole. Sed tum hi Planetæ, (ut aliàs ſemper) ſunt ſuprà Solem, ac proinde hemiſphærium à Sole illuſtratum nobis obvertunt. Ergo &c.

## CAPUT V.

### De magnitudine Planetarum.

SI notum fuerit quoties Planetæ diameter contineat Diametrum Terræ, innoteſcet etiam ex 18. 12. elem. quoties Terram Planeta contineat. Verùm primi cognitio à duobus a pendet, nimirum à Planetæ Diametro Apparente (hoc eſt à quantitate anguli *a patet ex n.* 34. *l.* 3.
ſub quo videtur, ſive à quantitate arcus in cælo viſualem angulum ſubtendentis) & à diſtantiâ Planetæ à Terrâ. Hæc autem cùm ad tempus quodcumque reperta jam ſit *lib.* 6. *num.* 11. 36. 38, reſtat ut modum Apparentes Diametros determinandi exponamus.

### NUMERUS XXXIX.

*Apparentes Planetarum Diametros determinare.*

ACcuratè & fusè ad hoc negotium ſpectantia collegit expoſuitque Ricciolus *lib.* 7. *ſect.* 6. *cap.* 9. & 10. Quidquid hic ſcitur, Tubo optico debetur: quo deſtituti priores Aſtronomi uſque ad Tychonem longiſſimè hoc in ſcrutinio aberraverunt.

*Modus*

Digitized by Google

*Modus* I. Notam fac capacitatem tubi quo uteris, quod ita facies. Tubo in Lunam directo æſtimando collige quantam Lunaris diametri partem exhibeat ex. gr. duas tertias. Inquire *b* ad tempus illud diame-
*b per n.35. lib.3.* ter Lunæ Apparens quot minuta contineat. Horum duæ tertiæ ex. gr. exhibent tubi capacitatem. Vel inquire duas Fixas, quas tubus præcisè capiat. Harum diſtantia ſi nota fiat, ſive per inſtrumentum, ſive trigonometricè per Latitudines ipſarum ac Longitudines *lib.* 5. jam inventas, etiam nota erit tubi capacitas. Cognitâ hunc in modum capacitate tubi, tempus capta quo Planeta à Lunâ vel ab aliquâ Stellâ diſtet intervallo aliquoties minori, quàm ſit tubi capacitas. Ex tubo in cælum directo æſtimando collige quot Planetæ diametros intervallum illud contineat: quæ æſtimatio eſſe poteſt accurata ſi intervallum ſit parvum, ex. gr. tantùm ſepties vel octies majus Planetæ diametro, affirmatque Ricciolus ſe proportionem talis intervalli ad Planetæ diametrum ex oculari æſtimatione ejuſmodi tantâ evidentiâ colligere, quantâ ſi illam circino in chartâ definiret. Hoc ipſum deinde intervallum ſimili æſtimatione expende quoties in tubi capacitate contineatur. Ita quoque ſcies quoties Planetæ diametrum contineat tubi capacitas: quæ quot Minuta contineat cùm notum jam ſit, etiam quot Minuta contineat Planetæ diameter notum erit. Hoc modo uſi ſunt Keplerus, Galilæus, Gaſſendus, Hortenſius, Scheinerus, Ricciolus.

*Fig. 32.* Alium modum huic ferè ſimilem adducit Ricciolus *pag.* 710 & 711, quem Grimaldo adjutori ſuo ac ſocio Aſtronomico adſcribit. Obſervavit *Iovem* in B proximum Stellæ A (quæ fuit *præcedens quatuor in Ala ♍ ſiniſtrâ*) paulò ante Conjunctionem cum eâ. Sequenti nocte obſervavit eundem in C, cùm Stellæ junctus interim jam fuiſſet in D, factâque æſtimatione triplici collegit quoties intervalla A B, A C, A D continerent *Iovis* diametrum: atque inde reſolvendo triangula rectangula A D B, A D C viam Planetæ B C in Planetæ ſemidiametris fecit notam. Deinde per motum *Iovis* Diurnum, & tempus à primâ obſervatione ad ſecundam notam fecit in Minutis viam B C; quæ cùm nota jam eſſet in ſemidiametris *Iovis*, inde etiam quot Minuta contineret *Iovis* diameter per Reg. proport. elicuit. Hæc à me ſtrictim indicata, accuratè apud illum deducta reperies. Porrò quamvis ipſe in hoc modo potiſſimùm acquieſcat, ego tamen non ſatis video cur multò præcedenti ſit melior, requirit enim & obſervationes duarum noctium, & prætereà calculum; pendetque ab æſtimatione triplici ſpatiorum A B, A C, A D, prior autem à duplici tantùm; & ſpatij quidem A D æſtimatio videtur minùs tuta ac certa, cùm ſit imaginaria potiùs quàm ocularis, utpotè facta quando Planeta erat non in Conjunctionis puncto D, ſed quando ipſum fuerat jam prætervectus in C.

*Modus* 2. quem *lib.*5. *num.* 23 ſatis expoſui, requirit, ut magnitudines tubo inſpectæ tum Planetæ, cujus Apparens diameter quæritur, tum *Iovis* aut *Saturni*, cujus Apparens diameter per modum 1. jam innotuerit, ſtatim in chartâ delineentur, atque inter ſe conferantur. Vide locum *ſupra* citatum. Sed hic obſerva quantitatem apparentem diametri ex. gr. ♃ aut ♄ per modum primum aut quemvis alium reperiri ſolùm eam, quæ fuit eo tempore, cùm fiebat obſervatio: debet autem ejus nota eſſe quantitas ad tempus illud quo cum diametro alterius Planetæ comparatur. Id verò ſic conſequeris. Ex notâ Apparente diametro Planetæ dati ad tempus aliquod reperitur ejuſdem diameter Vera per *num.* 34. *lib.* 3. Ex Verâ diametro jam notâ & diſtantiâ Planetæ à Terrâ ad datum tempus, quæ jam innotuit *lib.* 6. *a* *a num.* 11. 36. 38.
reperitur diameter Apparens ad tempus datum per *num.* 35. *lib.* 3. Atque ita univerſim datâ cujuſvis Planetæ diametro Apparente ad aliquod tempus & in aliquo ſitu, reperietur Apparens diameter ad tempus quodcumque, ſive ad quemvis ſitum tam Epicycli quàm Eccentrici.

Sequenti Tabellâ exhibentur Diametri Apparentes Planetarum, maximæ, mediæ, minimæ.

| | | DIAMETER APPARENS PLANETARUM. | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | ♄ | | | ♃ | | | ♂ | | | ♀ | | | ☿ | | |
| | | *I.* | *II.* | *III.* | *I.* | *II.* | *III.* | *I.* | *II.* | *III.* | *I.* | *II.* | *III.* | *I.* | *II.* | *III.* |
| Hortenſius & cum eo | *Max.* | 0 | 40 | 40 | 1 | 1 | 40 | 1 | 4 | 0 | 1 | 40 | 0 | 0 | 28 | 0 |
| Gaſſendus | *Med.* | 0 | 37 | 0 | 0 | 50 | 0 | 0 | 36 | 0 | 0 | 53 | 0 | 0 | 19 | 0 |
| Herigonius | *Min.* | 0 | 31 | 0 | 0 | 38 | 30 | 0 | 9 | 0 | 0 | 15 | 20 | 0 | 10 | 0 |
| Grimaldus | *Max.* | 0 | 34 | 30 | 1 | 8 | 46 | 1 | 30 | 0 | 4 | 8 | 0 | 0 | 25 | 12 |
| & | *Med.* | 0 | 26 | 40 | 0 | 49 | 46 | 0 | 22 | 0 | 1 | 4 | 12 | 0 | 13 | 48 |
| Ricciolus | *Min.* | 0 | 22 | 46 | 0 | 38 | 18 | 0 | 10 | 6 | 0 | 33 | 30 | 0 | 9 | 20 |

Saturni diameter eſt ſimplex abſque Lateronibus.

## NUMERUS XL.

### *Magnitudines Planetarum invenire.*

OPorteat ex. gr. inquirere magnitudinem *Saturni*. Hujus Apparens Diameter maxima, in minimâ videlicet diſtantiâ à Terrâ, eſt Secundorum 34,
*b per n.*30. Terr. 30. Minima autem *Saturni* diſtantiæ eſt *b* 57743 Semidiametrorum Terræ. Ex his datis elici-
*c per n.* 34. *lib.*3. tur *c* Vera ♄ Diameter $9\frac{1}{3}$ Diametrorum Terræ. Quare ſi Terræ Diameter ſtatuatur 1, & Diameter *Saturni* $9\frac{1}{3}$, eaque proportio per quatuor terminos continuetur, erit Terra ad ♄, *d* ut 1. ad Quartum, nempe 884.7'.3".6'''. Quare ♄ major *d per* 18. 12.
eſt Terrâ ſaltem vicibus 884. Pari modo etiam moles cæterorum Planetarum ex Apparente ipſorum Diametro per *num. præc.* notâ, & ex diſtantiâ à Terrâ quæ ſcitur ex *num.* 30. reperientur. *Vide Tabellam ſequentem.*

| ♄ | ♃ | ♂ | ♀ | ☿ |
|---|---|---|---|---|
| | | Continet. Terras. | | |
| 884 | 681 | $\frac{14}{118}$ | $\frac{12}{[illegible]}$ | $\frac{1}{64}$ |

# CAPUT VI.

## De ortu & occaſu Planetarum.

### NUMERUS XLI.

*Saturno, Iovi, Marti qui ortus occaſuſque, quando & quo ordine conveniant.*

TRes hi Planetæ eoſdem ortus occaſuſque, quos ſtellæ Fixæ, eodemque ordine ſortiuntur.

Primò igitur, quando ſunt in Apogeo Epicycli, ac proinde conjuncti cum Sole, occidunt veſperi, hoc eſt deſcendunt infrà Horizontem Occidentalem cum Sole, & oriuntur manè, hoc eſt cum Sole ſuprà Horizontem Orientalem aſcendunt. Sed utrobique ſub radijs Solaribus deliteſcunt.

Succedit deinde Emerſio matutina, quando manè incipiunt in Horizonte Orientali apparere, quia Sol, utpotè celerior, in conſequentia jam eos prætervectus, non ampliùs ſuis radijs occultat: & tunc lucent ſub extremum noctis. Fit hoc paulò poſtquam ab Apogeo Epicycli deſcendentes, ſiniſtrum Epicycli ſemicirculum ingreſſi ſunt. Ab eo autem die quo primùm è Solis radijs emerſêre, hoc eſt toto eo tempore quo percurrunt ſiniſtrum Epicycli ſemicirculum, ab Apogeo nempè ad Perigeum, quotidiè citiùs ac citiùs, hoc eſt longiori tempore ante Solem in Horizonte Orientali apparent, ac proinde majori quotidie ac majori noctis parte lucent.

Poſt hæc ubi attigerint Perigeum Epicycli, Soliſque fuerint oppoſiti, manè occidunt, hoc eſt Sole oriente infrà Horizontem occiduum deſcendunt, eodemque die oriuntur veſperi, hoc eſt Sole occidente ſuprà Horiz. Orient. aſcendunt. Tunc autem fulgent totâ nocte. Peractâ verò Oppoſitione cum Sole, toto eo tempore quo perambulant Epicycli ſemicirculum dexterum, à Perigeo nempè ad Apogeum, poſt occaſum Solis quotidie altiores & altiores ſuprà Horizontem Ortivum apparent, deinde in Meridiano, ac tandem in Occidente, ac proinde rurſum minori quotidie ac minori noctis parte luceſcunt.

Poſtremò ſub veſpertini Solis radijs occultantur, ubi deniuò Sol eos tam propè fuerit aſſecutus, ut poſt occaſum Solis impedientibus ejuſdem radijs videri deſinant. Exinde verò ad tempus latent donec rurſum è radijs Solaribus emergant Emerſione matutinâ.

### NUMERUS XLII.

*Veneri & Mercurio qui ortus occaſuſque, quando, & quo ordine conveniant.*

IUncti cum Sole in Apogeo Epicycli oriuntur manè & occidunt veſperi, hoc eſt cum Sole & oriuntur & occidunt: ſed utrobique Solis fulgore occultantur.

Paulò poſt digreſſi à Sole & Apogeo in ſiniſtrum Epicycli ſemicirculum, è Solis veſpertini radijs emergunt; hoc eſt videri incipiunt veſperi in Occidente. Exinde toto eo tempore quo ſiniſtrum Epicycli ſemicirculum ab Apogeo ad Perigeum percurrunt, perſeverant veſpertini & occidentales, apparentque poſt occaſum Solis quotidie altiores ſuprà Horizontem, uſque ad digreſſionem à Sole maximam; poſt quam incipiunt indies rurſum humiliores apparere, donec iterùm ad Solem accedentes, propè Perigeum ſub radijs Solis occidentis occultentur.

Poſt occultationem veſpertinam, quando Soli junguntur in Perigeo Epicycli, iterum manè oriuntur & veſperi occidunt, hoc eſt utrobique cum Sole, & inconſpicui.

Non multò poſt à Sole & Perigeo Epicycli in ſemicirculum dextrum digredientes, emergunt ex radijs Solis matutini, hoc eſt incipiunt manè videri in Oriente, apparentque altiores quotidie ſuprà Horizontem uſque ad digreſſionem à Sole maximam: poſt quam ad Solem redeuntes, rurſum incipiunt quotidie humiliores apparere, ac tandem propè Conjunctionem cum Sole Apogeam ſub radijs ejuſdem iterum occultantur & manè videri deſinunt.

*Veneri* igitur & *Mercurio*, quia Sole modò velociores, modò tardiores ſunt, præter Emerſionem matutinam & Occultationem veſpertinam ipſis cum ♂. ♃. ♄, & ſtellis Fixis communes, habent inſuper Occultationem matutinam, & Emerſionem veſpertinam, quâ ♂. ♃. ♄, & Fixæ carent, utpote ſemper Sole tardiores. Viciſſim verò ♀ & ☿ carent ortu veſpertino, & occaſu matutino, quia ad Oppoſitionem cum Sole nunquam pertingunt.

*Corollaria.*

1. Poſſunt ♀ & ☿ in aliquo Horizonte oriri Acronicè, & occidere Coſmicè: in eo videlicet qui fit idem cum Ecliptica vel illi propinquus. Ibi namque poteſt Sol tam citò poſt meridiem occidere, & dies eſſe tam parva, ut Sole occidente, ♀ aut ☿ circa maximas Digreſſiones poſiti in Oriente oriantur, & contra Sole oriente occidant in Occidente. Sed quia in totâ zonâ torridâ & in maximâ parte utriuſque temperatæ hoc fieri non poteſt, ideircò Aſtronomi negant his Planetis ortum Acronicum & occaſum Coſmicum convenire.

2. Non ſemel ♀ quæ pridie fuit veſpertina, ſequenti manè apparuit matutina. Hoc illi accidit cùm propè Perigeum Epicycli exiſtens magnam habet Latitudinem Borealem: quod Reinholdus affirmat contingere circa initium ♈.

3. Sæpè ♀ toto die conſpicua eſt, cùm ſcilicet maximè digreditur à Sole.

### NUMERUS XLIII.

*De ortu & occaſu Signorum, ſeu arcuum Zodiaci.*

CUm Emerſio & Occultatio Planetarum (ut *num. ſeq.* videbitur) connexa ſit cum ortu & occaſu arcuum Zodiaci, is erit hoc loco breviter explicandus.

In omni Sphærâ Æquator Horizonten æqualiter aſcendit, hoc eſt æqualibus temporibus aſcendunt æquales Æquatoris arcus. Idem intellige de deſcenſu. Ratio eſt, quia motus Primi Mobilis fit ſuprà Polos Æquatoris.

Zo-

Zodiacus autem aſcendit inæqualiter, hoc eſt æqualibus temporibus aſcendunt arcus inæquales. Idem de deſcenſu intellige. Ratio eſt, quia motus Primi Mobilis non fit ſuper Polis Zodiaci, ſed (ut jam dixi) Æquatoris.

Signum vel arcus Zodiaci rectè ſeu tardè oritur, vel occidit, cum quo major ipſo arcus Æquatoris oritur; obliquè verò ſeu velociter, cum quo minor; medio modo, cum quo æqualis.

### *In Sphærâ Rectâ.*

Tardè oriuntur & occidunt ♊, ♋, ♐, ♑, octo reliqua velociter.

Quadrantes Eclipticæ quatuor cardinalibus punctis terminati, medio modo oriuntur & occidunt, quia cum illis oriuntur & occidunt quadrantes Æquatoris.

Arcus Eclipticæ æqualiter diſtantes ab aliquo punctorum cardinalium æquales habent Aſcenſiones, hoc eſt, æquales Æquatoris arcus ſibi coorientes.

Hinc ſequitur, arcus æquales oppoſitos æquales Aſcenſiones habere.

### *In Sphærâ obliquâ.*

Apud Boreales rectè, ſeu tardè aſcendunt, & obliquè, ſeu velociter deſcendunt ♋. ♌. ♍. ♎. ♏. ♐: Ar obliquè ſeu velociter aſcendunt, & rectè ſeu tardè deſcendunt ♑. ♒. ♓. ♈. ♉. ♊ Apud Auſtrales omnia his contraria accidunt. Sed utrumque intellige à Latitudine Grad. 10, uſque ad Latitudinem Grad. 66 $\frac{1}{2}$.

Arcus Zodiaci quò ſunt punctis Æquinoctialibus propriores, eò velociùs tardiúſve aſcendunt deſcendúntve.

Medietates Eclipticæ Borealis & Auſtralis medio modo oriuntur & occidunt, ſive aſcendunt & deſcendunt; cum ipſis enim aſcendunt & deſcendunt medietates Æquatoris.

Arcus Eclipticæ æqualiter diſtantes à propiori puncto Æquinoctiorum, habent Aſcenſiones æquales, ac proinde æquè tardè vel æquè velociter aſcendunt.

### *In omni Sphærâ.*

Cujuſvis arcus Eclipticæ Aſcenſio æquatur Deſcenſioni arcus oppoſiti.

Quâvis die vel nocte artificiali, ſive longâ, ſive brevi, ſex Signa oriuntur.

*Cætera vide in Sphærâ Clavij. Veritas porrò harum regularum, præterquam quod geometricè demonſtrata paſſim reperiatur inter problemata Primi Mobilis, evidenter etiam colligitur per Aſtrolabium & ex revolutione Sphæræ materialis.*

## *Scholium.*

*Alia ratio eſt Aſcenſus Deſcenſuſque punctorum, quàm arcuum. Puncta enim quò longiùs ab Æquatore declinant, eò tardius & occidunt & oriuntur; & quidem tardiùs, cùm versùs Polum conſpicuum declinant, quàm dum versùs inconſpicuum. Hinc fit ut Sol exiſtens in principio ♋ tardiſſimè & oriatur & occidat, velociſſimè autem circa principia ♈ & ♎. Hæc etiam alijs Planetis ac Stellis applica.*

## NUMERUS XLIV.

### *De intervallo Ecliptico Emerſionis & Occultationis Planetarum & Stellarum.*

UT ſtellæ (per has etiam Planetas & Lunam intelligo) è Solis radijs primò emergant, vel ſub ijſdem primò occultentur, opus eſt aliquo intervallo à Sole diſtent. Quare intervallum Emerſionis eſt arcus Eclipticæ inter Stellam in Horizonte poſitam & centrum Solis poſiti infrà Horizontem interjectus, quando Stella Horizontem attingens primò incipit apparere. Intervallum verò Occultationis eſt arcus Eclipticæ inter Stellam in Horizonte poſitam & centrum Solis poſiti infrà Horizontem interjectus, quando Stella Horizontem attingens incipit occultari.

Hoc intervallum, non modò ſi aliæ cum alijs Stellæ, ſed etiam ſi eædem cum ſeipſis comparentur, incredibilem varietatem patitur. Cauſæ hujus varietatis præcipuæ ſunt tres.

*Prima* eſt Diverſa inclinatio Eclipticæ ad Horizontem, quâ fit ut Signorum alia rectè, alia obliquè aſcendant vel deſcendant. Quò autem Planeta & Sol fuerint in Signo rectiùs aſcendente, vel deſcendente, eò minus requiritur Emerſionis vel Occultationis intervallum cæteris paribus. Si enim in Eclipticâ numeretur ab Horizonte deorſum arcus ex. gr. Graduum 12, in cujus termino Sol exiſtat, quò arcus ille fuerit Horizonti rectior, eò Sol profundiùs infrà Horizontem demergetur, ac proinde minus luce ſuâ officiet Planetæ in Horizonte exiſtenti: quò verò arcus illi fuerit obliquior, eò minùs profundè Sol infrà Horizontem deſcendet, adeoque plus ſuis radijs Planetæ Horizontali officiet. Quò igitur Sol & Planeta fuerint in Signo rectiùs aſcendente vel deſcendente, eò minori opus erit ad Emerſionem vel Occultationem intervallo; eò autem majori, quo fuerint in Signo aſcendente vel deſcendente obliquiùs. Ipſa porrò diverſitas illa, quæ ex difformi Eclipticæ ad eumdem Horizontem inclinatione oritur, in ſingulis Horizontibus iterum diverſa eſt.

*Secunda* eſt Diverſa Latitudo tum diverſarum Stellarum inter ſe, tum ejuſdem (ſi Planeta eſt) cum ſeipſâ. Hæc enim auget vel minuit cauſam primam. Nam illa ultimò refunditur in Declinationem Horizontis & Eclipticæ ab Æquatore, quam Latitudo auget minuítve.

*Tertia* eſt Diverſitas apparentis magnitudinis.

Quod ad tempus Emerſionis & Occultationis attinet, variatur hoc ab ijſdem cauſis, quæ variant intervallum; atque aliam inſuper habet ſibi propriam diverſitatem, nempè motus tum Stellæ tum Solis: quò enim is eſt celerior vel tardior, eò citiùs tardiúſve requiſitum Emerſionis vel Occultationis intervallum obtinetur.

Ex his ſatis apparet arcus & tempora Emerſionum & Occultationum haud facilè determinari poſſe. Ptolomæus tamen cùm arcum Viſionis, quamvis & ipſe inconſtans ſit, minùs tamen variari quàm intervalla illa Ecliptica animadverteret, ex illo intervalla prædicta ad Signorum initia derivavit pro

Altitudine Poli Grad. ferè 34. Modum quo id fecit, ipſumque Viſionis arcum, exhibuit ipſe *Almag. lib.* 13. *Conſule Tabellam num.* 43. *lib.* 5. Eſt porro Viſionis arcus profunditas Solis infra Horizontem eo tempore, quo Stella Horizontem tangens primò emergit vel occultatur.

## CAPUT VI.

### De Aſpectibus Planetarum.

NEmo hujus capitis viſo titulo à me expectet, ut qui Aſtronomiam hactenus elucidare conatus ſum, idem officium Aſtrologiæ judiciariæ impendam. Abſit à me ut Lectores alliciam ad ſtudium ineptiſſimum ac mendaciſſimum; cujus, niſi ad alia properarem, non præcepta traderem, ſed vanitatem ac nugas proderem confutaremque. Quare de Aſpectibus non attingam niſi pauca & ſtrictim, & quantùm ad alios fines conducere viſum fuit.

Aſpectus præcipui ſunt ſex, quorum notas, nomina, diſtantias ſubjicio.

| | | Grad. |
|---|---|---|
| ☌ | *Conjunctio* | 0 |
| ✶ | *Sextilis* | 60 |
| □ | *Quadratus* | 90 |
| △ | *Trinus* | 120 |
| ☍ | *Oppoſitio* | 180 |

Igitur cùm duæ Stellæ nihil diſtant in Zodiaco, dicuntur *Conjunctæ*; cùm diſtant Gradibus 60, hoc eſt ſextâ parte circuli, *Aſpectum* habent *Sextilem*; cùm Gradibus 90, *Quadratum*; cùm Gradibus 120, hoc eſt tertiâ parte circuli, *Trinum*, ſeu *Trigonum*; cum Gradibus 180, *Oppoſita* ſunt. Ordinem Aſpectuum exhibet ſchema 31.

Inter Aſpectus præcipui ſunt Conjunctio & Oppoſitio. Intervalla ☌ Planetarum cum Sole ſuis quæque locis tradidi.

| *Ab unâ* ☌ | | *Dies* | *Hor.* |
|---|---|---|---|
| ♄ | R. [illegible] | 378 | |
| ♃ | | 399 | |
| ♂ | | 783 | |
| ♀ | | 584. | 22 |
| ☿ | | 115. | 21 |

Intervalla ☌ Planetarum cum Sole in eodem loco Zodiaci, hoc eſt, revolutiones Planetarum revolutionibus Solaribus commenſuratæ, ſubjectâ Tabellâ exhibentur.

| *Revolutiones* | | | *Revolutionibus Solis* |
|---|---|---|---|
| ♄ | 2 | *æquantur* | 59 |
| ♃ | 7 | | 83 |
| ♂ | 42 | | 79 |
| ♀ | 5 | | 8 |
| ☿ | 54 | | 13 |

ut Luna cum Sole ad eundem Zodiaci locum reſtituatur, pluribus annis opus eſt. Menſes quippe Synodici 42053 æquantur revolutionibus Solis 3400. Quare poſt annos 3400. Luna cum Sole reſtituitur in eodem loco Zodiaci eâdem horâ, imò ferè Minuto eodem. Atque hic eſt cyclus Vietæ, inter omnes cyclos Luniſolares accuratiſſimus.

Tres Planetæ Superiores conjunguntur inter ſe intervallis infrà ſcriptis.

| | *Ann. Iul.* | *Dies* | *Hor.* |
|---|---|---|---|
| ♄ & ♃ | 19 | 314 | 12 |
| ♄ & ♂ | 2 | 3 | 20 |
| ♃ & ♂ | 2 | 86 | 10 |

De Conjunctionibus Maximis, Majoribus, Magnis (ſic enim vocant) de Triplicitatibus Igneâ, Aëreâ, Aqueâ, Terreâ, alijſque conſimilibus, ad vanitatem Aſtrologicam pertinentibus, verbum nullum facio.

## FINIS LIBRI SEPTIMI.



Digitized by Google

# ASTRONOMIÆ

## LIBER OCTAVUS.

### VARII TRACTATUS

# ASTRONOMICI.

## TRACTATUS PRIMUS

### DE HYPOTHESI TERRÆ MOTÆ.

TErram circa ſuum centrum converti ex veteribus opinati ſunt Nicetas Syracuſanus, & Heraclides ac Ecphantus Pythagorici, ex recentioribus Cuſanus, Longomontanus, Argolus & alij nonnulli. Sed his auſi majora Philolaus, & poſt illum Ariſtarchus, Sole in Mundi centrum detruſo, Terram in ejus locum evectam motu annuo per Eclipticam circumferri docuêre: quorum ſententiam oblivione jam ſepultam ſuperiori ſæculo Nicolaus Copernicus ingenio conatuque ſummo reduxit in lucem, excitavitque tanto ſucceſſu plauſuque, quantum deinde ſectatorum multitudo teſtata eſt. Copernicum ſecuti Reticus, Mæſtlinus, Keplerus, Reinholdus, Lansbergius, Bullialdus, Hevelius & alij complures; mirum quippè dictu eſt quantus ubique ad antiquam hanc novitatem ingeniorum pruritus extiterit. Veterem Hypotheſim è recentioribus tutati ſunt Maurolycus, Clavius, Tycho, Longomontanus, Claramontius, Fromondus, Taſſonus, Inchof:r, Polaccus, Scheinerus, Kircherus, & omnium fuſiſſimè doctiſſimeque Ricciolus. Ego quidem minimè dubito, quin *Terra*[a] *in æternùm ſtet*; etenim *firmavit*[b] *orbem Terræ, qui non commovebitur*. Unde & libris ſeptem prioribus Aſtronomiam univerſam juxta Hypotheſim Terræ Stantis expoſui. Quia tamen hæc controverſia inter omnes Aſtronomicas celeberrima eſt, eam penitùs præterire non eſt viſum. Exponam igitur primò naturam & conditiones hujus Hypotheſeos, & quî per eam phœnomenis ſatisfiat, deinde quid de ejus veritate ſentiendum: utrumque quàm potero clariſſimè & breviſſimè.

Cicero lib. 2. quæſt. Acad.

a Eccl. 1.
b Pſal. 95.

## CAPUT PRIMUM.

### Duplex Terræ motus exponitur.

NUMERUS PRIMUS.

§. 1. PRimus motus, qui Terræ affingitur, ille eſt quo circa ſuum centrum & axem Mundi 24 horis ab Occidente in Orientem circumagitur. Quo poſito, videbuntur Sol, Luna, Planetæ, & Stellæ omnes nobis oriri & occidere eodem prorſus modo, ac ſi illa omnia ab Ortu in Occaſum moverentur: juxta Virgilianum illud

*Provehimur portu; terræq; urbeſque recedunt.*

Atque hunc Diurnum Terræ motum, ſeu *Vertiginis* appellant.

§. 2. Alter, qui plus difficultatis habet, eſt motus Terræ Annuus, quo illam volunt per Eclipticam circa Solem in Mundi centro quieſcentem circumferri eâ lege, ut axis Æquatoris Terreni ſemper maneat ſibi ipſi parallelus, & ad Eclipticæ planum inclinatus eodem angulo, quo in Hypotheſi Terræ Stan-

tis

tis ad idem planum inclinatur axis Æquatoris cæleſtis. Fig. 2. Pro hujus motus expoſitione figuram deſcribo ejuſmodi. Eclipticæ cæleſtis planum eſto A B C D E, in cujus centro A Sol immobilis conſiſtat. Centrum Terræ ſit in Eclipticæ circumferentiâ putà in B, unde recta erigatur B X ad Eclipticæ planum perpendicularis; Æquatoris autem Terreſtris M N axis F G ſit in plano ad planum Eclipticæ recto, inclineturque à perpendiculo B X ad planum Eclipticæ ABCDE angulo F B X Grad. 23. 30′, eodem videlicet, quo in Hypotheſi Terræ Stantis ad idem planum ABCDE inclinatur axis Mundi. Movetur igitur Terræ centrum per Eclipticam B C D E hac lege perpetuâ, ut axis F G ſemper maneat ſibi ipſi parallelus, eodemque ſemper angulo inclinatus, ac proinde in eandem ſemper cæli plagam directus. Quo motu fit, ut, quamvis Sol reverà quieſcat in Mundi centro A, nobis tamen in Terrâ poſitis Eclipticam percurrere videatur. Telluri enim poſitæ in E principio ♎, Sol apparebit in C initio ♈; & Terræ delatæ in B initium ♑, Sol videbitur eſſe in D initio ♋; rurſum Terræ obtinenti principium ♈ C, Sol apparebit in E principio ♎; denique ubi Terrâ attigerit initium ♋ D, Sol ei videbitur exiſtere in B initio ♑.

Jam verò ob parallelismum perpetuum Terreni axis, manifeſtum eſt ſi is tam ſurſum quàm deorſum uſque ad ſupremum cælum utrimque productus, intelligatur ab eo deſcribi ſuperficiem cylindri ſcaleni, & in ipſo ſupremo cælo duos circulos ipſi Eclipticæ A B C D E æquales, quæ cylindri prædicti ſint baſes, quamvis in ſchemate hujus cylindri pars ſolùm Borealis, unuſque circulus R S T V exhibeatur. Porrò, quia F G axis Terræ mobilis ſubſtituitur in locum axis immobilis Hypotheſeos communis, qui proinde eaſdem omnes apparentias præſtare debeat, apparet continuò tantam eſſe oportere magnitudinem firmamenti, ut totus ille circulus R S T V, & alter ei oppoſitus è Terrâ ſpectati, inſtar puncti appareant, ac proinde, quamvis reverà toti Eclipticæ, ſeu Orbi Annuo ſint æquales, accipi tamen quoad ſenſum poſſint pro punctis illis indiviſibilibus, quæ in communi Hypotheſi polos Mundi appellamus. Unde ſequitur totam craſſitiem cylindri prædicti ſe habere inſtar lineæ, ſeu axis inviſibilis, adeóque axem Diurni motus, quamvis totum Zodiacum perambulet, ſic tamen unum ſemper idemque quoad ſenſum immobile punctum in cælo deſignare ac ſi verè immobilis perſiſteret. Atque hunc in modum clarè intelligitur quomodo ſalvetur in hac Hypotheſi immobilitas Polorum, eademque ſit in quolibet Horizonte Altitudo Poli Terrâ motâ, quæ terrâ quieſcente eſſet.

Fig. 6. §. 3. Conſequenter ad geminum hunc Terræ motum diſpoſitio Copernicæa mundani Syſtematis eſt hujuſmodi. In A centro Univerſi Sol conſiſtit immobilis: hunc proximè ambiunt orbes primò *Mercurij*, tum *Veneris*, deinde *Terræ*; quem *Orbem Annuum*, ſeu *Magnum* appellant. Terram verò Epicycli inſtar circuit orbis Lunæ inter *Veneris* & *Martis* orbes concluſus. Subſequuntur deinde *Martis*, *Iovis*, & *Saturni* orbes; quos tandem omnes immani intervallo Fixarum ſphæra complectitur. Motus autem ſingulorum corporum mundanorum ſic diſpoſuit Copernicus. Detraxit omnibus motum Diurnum, illumque ſoli Terræ conceſſit pro omnibus. Planetis in ſuâ cuique orbitâ reliquit motum proprium ab Occaſu in Ortum, eaſdemque motuum periodos, exceptis ♀ & ☿. Nam ♀ in hac Hypotheſi abſolvit orbem, ſeu Epicyclum ſuum circa Solem 9 menſibus, ☿ autem 80 diebus. Sic enim fit ut (quod requirunt phœnomena) ad Terram, ſive apparenter ad Solem redeant ♀ menſibus 19, ſeu diebus 584, ☿ diebus 116; & cauſa dari poſſit Stationum ac Regreſſionum utriuſque, quod aliàs non poſſet, ut ex §. 5. *num.* 3. patebit. Hoc verò habet Luna præ alijs, quod, dum ipſa motu menſtruo Terram circuit, unà cum orbe ſuo EBDC à Terrâ per Eclipticam circumferatur. Motus ille tardiſſimus, quo Fixæ in Ortum prorepere videntur, in Terram quoque transfudit Copernicus. Sed congruentiùs videtur ut quemadmodum Planetis, ſic & Fixis ſuus ille motus relinquatur.

## *Scholium.*

*Præter duos Terræ motus* §. 1, *&* 2, *jam expoſitos, tertium & quartum adjunxit Copernicus. Tertius eſt reflexio quædam axis Terreni in antecedentia aliquantò tardior progreſſu Terræ per Eclipticam in conſequentia: ita enim contingit, ut Æquinoctialia puncta quotannis inſenſibiliter fiant occidentaliora, unde poſt multos annos ſenſim in præcedentia prorepant, ac proinde quia ſic Fixarum diſtantia à ſectione vernâ videntur augeri, putantur ipſæ ſenſim promoveri in conſequentia. Quartus alia quædam eſt Terreni axis libratio, quâ ſalvare conatur Anomaliam obliquitatis Eclipticæ. Verùm, quia motus Fixarum, ut dixi, convenientiùs retinetur, & mutabilem Eclipticæ obliquitatem rejeci* lib. 1. num. 32. *neutrum operoſiùs explicare opera pretium eſſe duxi.*

# CAPUT II.

## Quomodo per duplicem Terræ motum phœnomenis ſatisfiat.

NUllum eſt cæleſte phœnomenum quod non præſtetur ab hac Hypotheſi, imò pleraque motibus ac circulis paucioribus explicantur quàm in communi; quod deinceps breviter oſtendam.

### NUMERUS II.

### *Præſtantur phænomena Primi Mobilis, & varietas tempeſtatum Anni.*

CLaritatis gratiâ geminum Poriſma præmitto.

#### *PORISMA 1.*

Sit Terræ centrum in quovis Eclipticæ puncto B, ad quod ex centro Solis A ducta ſit recta A B occurrens ſuperficiei Terreſtri in puncto I. Circumagatur deinde Terra Horis 24 circa ſuum axem F G, occurrens perpetuò rectæ A B puncto I. Dico in ejus ſuperficie deſcribi circulum æquatori M N parallelum, eundem videlicet, qui deſcribitur ſi Terrâ quieſcente Sol cum rectâ A B circa axem F G circumagatur.

#### *PORISMA 2.*

Iiſdem poſitis, Terrâ Diurno motu circa ſuum axem F G ab Occaſu in Ortum circumactâ, Sol in Mundi

Mundi centro quieſcens, videbitur ab Ortu in Occaſum percurrere eum parallelum qui in cælo reſpondet parallelo ex. gr. K I, per *Por.* 1. in Terrâ deſcripto. Eadem enim apparentia erit ſive Sole immoto in A, Terram circumagas circa axem F G ab M versùs N, ſive Terrâ quieſcente in B, Solem circa eundem axem G F T motu contrario circumducas ab A versùs X. Atqui tum Sol videretur percurrere parallelum in cælo reſpondentem parallelo K I in Terrâ. Ergo &c.

His præmiſſis ad explicanda phœnomena accingamur.

§. 1. AC primò quidem poſitâ converſione Diurnâ ſolius Terræ circa axem ſuum, dari cauſam viciſſitudinis quotidianæ dierum ac noctium, Ortus item quotidiani & Occaſus Lunæ, Planetarum & omnium Syderum, clarius eſt quàm ut multis oſtendi debeat. Manifeſtum quippè eſt eandem prorſus apparentiam fore ſive Terram ſolam illis omnibus quieſcentibus ab Occaſu in Ortum circa proprium axem F G circumagas, ſive illa omnia ab Ortu in Occaſum circa Terram immobilem circumducas. Quod primum eſt, & inſigne compendium hujus Hypotheſeos, quando totum præſtat unius Terræ converſio, quod per tot vaſtiſſimorum corporum revolutiones obtinetur.

Fig. 2. §. 2. Deinde per motum Terræ Annuum Diurno conjunctum, inæqualitas dierum ac noctium, omniſque varietas tempeſtatum Anni explicatur æquè, quàm per Annuum motum Solis. Sit enim Eclipticæ planum A B C D E, in cujus centro A Sol conquieſcat. Centrum Terræ ſtatuatur primò in B initio ♑, & ſuprà B A D diametrum ♑ & ♋ erectum intelligatur planum infinitum ad planum Eclipticæ rectum, ſeu perpendiculare F B D F, in quo exiſtant diameter Æquatoris Terreſtris M N, & diametri Tropicorum Æſtivi K I, Brumalis P Q, & axis Terræ F G à perpendiculo X B ad planum Eclipticæ inclinatus angulo X B F Grad. 23. 30′, & circulus Terræ maximus F N G M: cui recta A B occurrat in I. Jam, qui recti ſunt anguli X B A, F B N; ſi ab ijs auferatur communis F B I, æquales remanent X B F, N B A. Quare cùm X B F ſit Grad. 23. 30′, etiam N B A, ſeu N B I erit Grad. 23. 30′. Quare, cùm Polus Terræ Boreus ſit F, parallelus I K, qui in Terrâ poſitâ in B circa axem F G circumactâ deſcribitur, eſt Tropicus Æſtivus. Ergo per *Poriſ.* 2. Terræ poſitæ in B Sol, licèt in Mundi centro verè quieſcat, videbitur percurrere Tropicum Æſtivum in cælo, Terreſtri I K reſpondentem. Sed quando Terra eſt in B initio ♑, ei Sol apparet eſſe in D initio ♋. Igitur quando Sol apparet in initio ♋, licèt ipſe in Mundi centro immobilis hæreat, nobis tamen ob Diurnam Terræ converſionem videbitur eo die percurrere in cælo Tropicum Æſtivum, ſeu *Cancri*: ac proinde dies longiſſima per totum orbem eodem modo ſe habebit in Hypotheſi Terræ Motæ, quo in Hypotheſi Terræ Stantis,

Statuatur deinde centrum Terræ in D initio ♋, occurratque illi linea A D in P, reliquis omnibus poſitis iiſdem. Quia rurſum angulus L F D inclinationis Terreni axis eſt Grad. 23. 30′, etiam æqualis illi angulus M D A, ſeu M D P, erit Grad. 23. 30′. Ergo cùm Polus Terræ Auſtralis ſit G, parallelus P K qui in Terrâ circa axem F G converſâ per *Por.* 1. tum deſcribitur, eſt Tropicus Hyemalis. Ergo quando Terra eſt in D initio ♋, hoc eſt quando Sol nobis apparet in B initio ♑, videbitur per *Por.* 2. nobis Sol eo die percurrere in cælo Tropicum Hyemalem, ſeu *Capricorni*. Quare dies breviſſima ubivis Terrarum eodem modo ſe habebit in hac Hypotheſi, quo in communi.

Transferatur demùm Terræ centrum in E vel C principium ♎ vel ♈, iiſdem legibus quibus ſuprà. Per axem Terræ F G agatur planum Eclipticæ plano rectum, producens maximum in Terrâ circulum C F M G N. Quoniam igitur tam planum C F M G N, quàm planum F D B F, in quo priùs fuerat axis, recta ſunt eidem plano Eclipticæ A B C D E, ſuntque ducta per axem ſibi ipſi in C, D, B parallelum, liquet plana C F M G N, F D B F eſſe parallela. Quare cùm recta C A E diameter ♈ & ♎ perpendicularis ſit plano F D B F, etiam plano C F M G N, recta erit. Cùm ergo Terræ axis F C G ſit in plano C F M G N, etiam C A E ad Terræ axem F C G recta erit. Ergo A C eſt in plano Æquatoris Terreſtris ejuſque peripheriæ occurrit ex. gr. in O. Ergo circulus, qui per *Poriſ.* 1. in Terrâ poſitâ in C per revolutionem ejus circa axem F G deſcribitur, eſt ipſe Æquator M O N. Ergo quando Terra eſt in C initio ♈ vel ♎, Sol, licèt immobilis ſit in A, nobis tamen videbitur [b] percurrere Æquinoctialem circulum in cælo reſpondentem Terreno M O N. Quare dies Æquinoctialis eodem modo ſe habebit ubivis gentium in Hypotheſi Terræ Motæ, quo in Stantis Hypotheſi. b *Poriſ.* 2.

His intellectis, facilè erit in hac Hypotheſi cætera huc pertinentia exponere, quæ ad Hypotheſim Terræ Stantis *lib.* 1. *num.* 15. 16. 17. explicui. Immobilitas Poli ejuſque ſuprà Horizontem quemvis elevatio eadem in utrâque Hypotheſi expoſita fuit *ſuprà num.* 1. §. 2.

## NUMERUS III.

### *Salvantur Planetarum phænomena.*

§. 1. PRimò quòd ad Lunam attinet, cùm ejus Syſtema totum C E B D unà cum Terrâ per Eclipticam deferatur, clarum eſt ejus phaſes omnes æquè præſtari à Terrâ motâ, quàm ab immotâ. Quocumque enim Zodiaci loco Terra fuerit cùm Luna erit in C inter Solem A. ac Terram I, Novilunium erit, ſeu Conjunctio cum Sole; cùm in B, Plenilunium ſeu Oppoſitio; Quadraturæ, cùm in E vel D. Fig. 6.

Quod attinet ad Planetas quinque reliquos, eorum omnia phœnomena à Copernico ſalvantur per unicum Terræ Orbem Magnum, ſeu Annuum, D N G M, quæ ſalvantur ab alijs per tres Epicyclos ♄. ♃. & ♂, & per duos Eccentricos ♀ & ☿. Recenſebo præcipua, ex quibus facilè erit cætera intelligere.

§. 2. Inprimis per motum unicum Terræ Annuum Apparens revolutio Solis ad Planetas, Conjunctio & Oppoſitio eorumdem cùm Sole, & tota illa, quâ referuntur ad Solem, harmonia obtinetur. Cùm enim motus Annuus, quo Terra per Eclipticam I N G M circa Solem in Mundi centro quieſcentem, volvitur, ſit diverſæ celeritatis, quàm motus proprij Planetarum, quibus ſinguli in ſuis orbibus circa Solem gyrantur, neceſſe eſt exiſtentibus in Terrâ aliam atque aliam Planetarum à Sole in Zodiaco diſtantiam apparere, & modò Terram inter Planetas, & Solem exiſtere, modò Solem inter Planetas ac

Terram. Quando igitur Terra eſt ex. gr. in G, ♄ autem ♃ & ♂ in F, Sole inter utroſque medio, videntur illi nobis in Terrâ poſitis conjuncti cum Sole; cùm verò Terra eſt in I media inter ipſos & Solem, illi nobis apparent Soli oppoſiti. Atque ex his ſatis apparet quomodo ſalvari debeant *Aſpectus* reliqui, ſeu habitudines ſingulorum cum Sole, *Sextilis, Quadratus* & *Trinus*. At ♀ ac ☿, quia orbes eorum intra Orbem Terræ Annuum concluduntur, non poſſunt unquam Soli apparere oppoſiti. Sed bis à Sole maximè digrediuntur cùm Terra ex. gr. eſt in I, ipſi verò in O & Q; & bis Soli conjunguntur, ſemel cùm ipſi ſunt in X medij inter Solem A & Terram I, & rurſum cùm Terra eſt ex. gr. in G, ipſi verò in X, Sole inter ipſos ac Terram medio in A.

§. 3. Eodem Annuo motu Terræ datur cauſa, cur motus Medii *Veneris*, & *Mercurij* ſint æquales Medio motui Solis. Cùm enim Terræ Orbis Magnus, ſive Annuus I M G N ſubſtituatur pro tribus Eccentricis *Solis, Veneris* & *Mercurij*, ac proinde motus Terræ Annuus circa Solem æquipolleat tribus motibus, quibus in Hypotheſi communi centrum Solis & centra Epicyclorum ♀ ac ☿ ſingula ponuntur Terram circuire, manifeſtum eſt tres illos motus Medios apparere æquales, cùm in hac Hypotheſi reverà non ſint tres motus, ſed tantùm unicus, nempè motus Terræ Annuus.

§. 4. Per eundem Annuum Terræ motum abſque Epicyclis ullis datur cauſa, cur Planetæ dum Soli
a *In ♀ & ☿ pro Oppoſitione Conjunctionem Perigeam intellige.* junguntur, remotiſſimi ſint à Terrâ, at cùm Soli a opponuntur, viciniſſimi; ac proinde cur (♂ inprimis ac ♀) tantò majores tunc appareant. Cùm enim Planetæ Soli cernuntur oppoſiti, Terra inter ipſos ac Solem media eſt, veluti in I: cùm verò Soli apparent conjuncti, ab ijs Terra ex I in G totâ diametro Orbis Magni recedens, Solem inter ſe atque ipſos medium conſtituit.
b *vide nu. 27. lib. 7.*

§. 5. Poſtremò, neque enim omnia perſequi conſilium eſt, eodem illo Annuo Terræ motu ſine ullis Epicyclis datur cauſa merè optica cur Planetæ minores quinque non ſemper videantur directè progredi, ſed modò Stationarij, modò Retrogradi appareant. Sit enim Orbis Terræ Annuus A D E C, Orbis ♄ vel ♃ vel ♂ B F G H, Zodiacus R S T V; & ſit Planeta propè Oppoſitionem cum Sole, ipſe nimirùm circa B ex. gr. Terra verò circa A. Per-
*Fig. 3.* currat autem Terra arcum, putà C A D, cùm Planeta arcum abſolvit O B P. Quoniam igitur uterque motus fit in conſequentia ex C versùs D, & ab O versùs P, & Terra fertur celeriùs quàm Planeta, manifeſtum eſt Terram poſt ſe Planetam relinquere, ac proinde nobis in Terrâ poſitis videri Planetam retrocedere in Zodiaco versùs R V; quæ retrogreſſio maxima apparet in ipſo Oppoſitionis articulo cùm Terra eſt A, & Planeta in B; prorſus ut phœnomena requirunt. Ponamus deinde cùm Planeta eſt circa B, Terram verſari circa E, & quo tempore hic percurrit arcum M N, illam percurrere arcum D E C. Quia motus uterque fit in conſequentia, hic ex D per E versùs C, ille ab M versùs N, ſed in partibus Cæli oppoſitis, perſpicuum eſt nobis in Terrâ poſitis Planetam videri in Zodiaco directè progredi versùs R S. Si enim Terra quieſceret eodem loco, Planeta motus ex M in N, nobis videretur in Zodiaco procedere versùs R S. Ergo multò magis progredi videbitur, ſi eodem tempore oculus noſter cum Terrâ moveatur ex D per E versùs H, V in partem oppoſitam, planè quemadmodum navis aliqua versùs Orientem tendens, tibi exiſtenti in aliâ navi apparebit celeriùs progredi, ſi tua navis feratur in Occidentem, quàm ſi quieſceret. Atque hæc progreſſio apparebit velociſſima in ipſo articulo Conjunctionis cum Sole, quando Planeta ex. gr. eſt in B & Terra in E; prorſus iterùm ut phœnomena poſtulabant. Ex dictis porrò ſatis apparebit cur in confinijs Directionis ac Regreſſionis circa C & D, Planeta Stationarius appareat.

In ♀ & ☿ eadem, ſed inverſa, demonſtratio eſt. Sit *Fig. 3.*
jam Orbis Terræ Annuus B F G H; Orbis ſeu Epicyclus ♀ aut ☿ A D E C; Zodiacus R S T V. Quo tempore Terra eſt propè B, ſit ♀ propè A, ſic ut Terræ poſitæ in B ♀ exiſtens in A cum Sole conjuncta appareat. Quia Orbis Magnus Terræ includit Orbem ♀, videbitur ea nobis exiſtentibus in Terrâ propè B tanquam in Epicyclo moveri, in ſuperiori quidem parte D E C ſecundùm ordinem Signorum Zodiaci ab S per T versùs V, in inferiori autem C A D contra ordinem Signorum Zodiaci ab V per T in S. Neque impeditur hæc apparens retrogradatio, quòd etiam Terra moveatur eodem tempore ab M per B versùs N; quia, ut dictum eſt § 3. *nu.* 1. motus ♀ & ☿ in hac Hypotheſi celerior eſt motu Terræ. Apparet autem Regreſſio maxima in articulo Conjunctionis Perigeæ, cum ♀ aut ☿ eſt in A, Terra in B; & directa Progreſſio velociſſima cernitur in articulo Conjunctionis Apogeæ, cùm ♀ aut ☿ eſt in E, Terra in B, eo modo, quem in ♄. ♃. ♂ *ſupra* expoſui.

Atque hæc mihi ſatis clara videntur, ut opus minimè putem tot lineis inter ſe implexis, quot hic ab alijs nonnullis adhibentur. Ipſa porrò Stationum puncta & quantitas arcuum Directionis ac Regreſſionis eodem ferè modo determinantur, quem *lib.* 7. *cap.* 2. expoſui; ſed in *Fig.* 16. *lib.* 7. quæ iſthic adhibetur, pro ♂, ♃. ♄. Planeta concipiendus eſt in A, & Orbis Magnus Terræ B L G D E: pro ♀ & ☿ concipi debet Terra in A. Orbis verò, ſeu Epicyclus Planetæ Solem ambiens B L G D E.

Luna nunquam videtur ſtare vel regredi, quia Terram circumit, & cum eâ motu Annuo circumfertur. Plura non addo: ex his enim cætera intelligere non erit arduum. Particulares ſingulorum Planetarum Hypotheſes Telluri Motæ accommodatas, hic exponere ſupervacaneum eſſe arbitror, cùm Aſtronomiam univerſam juxta antiquam & Veram Terræ Stantis Hypotheſim totis ſeptem præcedentibus libris ſatis, ut exiſtimo, expoſuerim. Qui tamen eas voluerit, legat Copernicum, Keplerum, Lansbergium, Bullialdum, Ricciolum: è quibus Keplerus & Bullialdus hoc etiam invexête novi, ut pro circulari Planetarum viâ Ellipticam ſubſtituerent. Sed per circulos, quàm Ellipſes expeditiùs explicantur cæleſtes motus & ad numeros revocantur. Unde Ellipſes in Cælo, quas tantopere illi depereunt, nec amavi unquam, nec adhuc amo.

CA

## CAPUT III.

### Quid de veritate abſoluta motus Terræ ſentiendum.

HAnc controverſiam Ioannes Baptiſta Ricciolus *Almageſti libro 9 totâ ſectione quartâ*, quæ juſtum volumen explet, eâ tum eruditione tum copiâ proſecutus eſt, ut facilè omnes hoc in negotio ſuperaverit. Primò Copernicanorum pro motu Terræ argumenta 49 deducit ac deſtruit. Pari deinde curâ quæ contra Terræ motum afferri ſolent & poſſunt argumenta videlicet 77 recenſet. Mihi verò, cùm nihil hactenùs in utramvis partem adductum videam, quod probabilitatis metam excedat, his immorari non eſt animus. Unum eſt tamen ex omnibus contra Terræ motum ipſius Riccioli argumentum à gravium deſcenſu petitum, cui vim ipſe demonſtrationis ineſſe putat, quod examinare hoc loco accuratiùs, operæ pretium judicavi.

### NUMERUS IV.

*Poriſmata ad ſequentia.*

PORISMA I. SPatia à gravi ex quiete per aërem deſcendente confecta, eam inter ſe proportionem habent, quàm quadrata temporum.

Fig. 1. Expono. Repræſentet ST aliquod temporis intervallum, quod vocabo momentum, & talia momenta 2 referat SV, 3 SX, 4 SY, 5 SZ, & ſic deinceps. Horum temporum ST 1, SV 2, SX 3, SY 4, SZ 5, quadrata ſunt 1, 4, 9, 16, 25 &c. Eſto deinde ſpatium quodvis AB pedum ex. gr. 10 vel 15, & ſit AC ſpatia ejuſmodi 4, AD 9, AE 16, AF 25. Dico ſi grave aliquod per aërem liberè deſcendens à quiete abſolvat momento 1, ſpatium AB; momentis 2 à quiete abſolvet AC, hoc eſt 4 ſpatia AB; momentis 3; conficiet AD, hoc eſt ſpatia AB 9; momentis 4, conficiet AE, hoc eſt ſpatia 16 AB; momentis 5, abſolvet AF, hoc eſt ſpatia AB 25, & ſic deinceps. Primus obſervavit Galilæus, & poſt ipſum alij, ſed omnium accuratiſſimè Ricciolus, cujus obſervationes vide *Almag. lib. 9. pag.* 384. 385. 386. 387.

PORIS. II. Spatia à gravi per aërem deſcendente æqualibus temporibus confecta, eam inter ſe rationem habent quàm numeri impares 1, 3, 5, 7, 9, 11 &c.

Expono. Deſcendat grave aliquod per ſpatium AF tempore æqualium momentorum 5 SZ. Dico ſi grave momento primo percurrit ſpatium unum AB, momento ſecundo TV percurret BC, primi AB triplum, momento tertio CD quintuplum primi, momento quarto DE primi ſeptulum, & ſic deinceps juxta ſeriem imparium numerorum procedendo. Sequitur ex *Poriſmate primo*.

Acceleratur igitur deſcenſus gravium ſecundùm numeros impares 1, 3, 5, 7 &c.

PORIS. III. Dato tempore quo grave notum ſpatium deſcendendo confecit, reperire tempus, quo idem grave aliud quodcumque ſpatium deſcendendo percurret.

Ex. gr. globulus argillaceus unciarum 8 obſervatus eſt à Ricciolo Secundis 4, & Tertijs 20 temporis Primi Mobilis, hoc eſt tertijs 260, deſcendendo pertranſiviſſe pedes Romanos antiquos 280. Ponamus Terræ ſemidiametrum eſſe milliariorum Bononienſium 4139, quæ conficiunt Romana antiqua 5174, ſive pedes Romanos antiquos 25870000. Quoniam igitur per *Poriſ.* 1, ſpatia ex quiete percurſa ſunt ut temporum quadrata, ſi ut pedes 280 ſunt ad pedes 25870000, ita 67600 Tertia (hoc eſt quadratum 260 Tertiorum, quibus percurſi ſunt pedes 280) fiant ad Quartum, prodibit 4499601 5873 qudratum temporis, quo grave percurret pedes 25870000. Quare ſi ex 4499601 5873 extrahatur radix quadrata, prodibunt 70685 Tertia, hoc eſt Min. 19'. 38''. 5''', quibus globulus argillaceus unciarum 8 deſcendendo percurret pedes 25870000, ac proinde hinc ad Terræ centrum perveniet.

PORIS. IV. Gravium diverſi ponderis, ſive mole æqualia ſint, ſive non, illud celeriùs deſcendit, quod ponderoſiùs eſt.

Conſtat experimentis Riccioli ex altitudine pedum 280 coram multis teſtibus tantâ curâ & induſtriâ tantoque numero peractis, ut nihil hoc in genere accuratiùs haberi poſſit. Ipſum conſule *Almag. lib. 9. pag. 387, & ſequentibus.* Contrarium nonnulli talibus ſcilicet experimentis deſtituti aſſeruerunt.

PORIS. V. Idem grave ex majori altitudine deſcendens, fortiùs pavimentum ſubjectum ferit, quàm deſcendens ex minori. Patet experimentis innumeris & quotidianis. Hæc porrò major percuſſio oritur ab impetu majore, hic ab incremento velocitatis jam explicato.

PORIS. VI. Si minor circulus AIC tranſiens per centrum majoris A, tangat majorem in C, ducaturque ex A recta AID, æquales ea arcus abſcindet CD, CI, eritque CI duplo plurium Graduum, quàm CD. Fig. 7.

Demonſtrat Ricciolus *lib. 9. Almag. pag.* 400, & nos idem alibi demonſtravimus.

PORIS. VII. Iiſdem poſitis, dato arcu CD rectam DI invenire.

Quia notus eſt arcus CD, etiam CI Graduum duplo *i* plurium notus erit. Ergo & IA reliquus ad ſemicirculum notus eſt. Ergo etiam nota eſt chorda ejus AI in partibus Sinus totius ſive radij EC; adeoque & in partibus AC, ſeu AD. Quare ſi AI ſubducas ex AD, nota relinquetur in iiſdem partibus DI. *i Por præc.*

### NUMERUS V.

*Demonſtratio contra motum Terræ proponitur*

TErræ centrum ſit A; & planum Æquatoris Terreſtris AMB, in quo ſita ſit altitudo CB perpendiculariter inſiſtens ſuperficiei terrenæ in B, quæ proindè producta tranſeat per Terræ centrum A. Deinde centro A per turris verticem C deſcribatur circulus CDK in plano Æquatoris terreni AMB, & AC biſectâ in E, centro E per C & A circulus CIA. Manifeſtum eſt, ſi Terrâ circa ſuum centrum A motu Diurno Vertiginis circumagatur, transferri quoque in plano Æquatoris turrim BC in OF, PG, QH &c. Interim verò ex C turris vertice demittatur grave quodpiam, ex. gr. globulus argillaceus unciarum 8, quem Ricciolus ſpatio unius Secundi deprehendit deſcendendo à quiete pertranſire pedes 15. Jam quia unà cum Terrâ non ſolùm turris BC, ſed etiam aër ambiens, adeoque & globulus cadens circumagitur, liquet globulum deſcendere non per Fig. 7.

lineam rectam, ſed per curvam, quam Ricciolus affirmat eſſe peripheriam circuli C I A, conaturque oſtendere hunc in modum.

Quoniam motu Vertiginis Horarum 24 punctum Æquatoris B vel C uno Secundo temporis Primi Mobilis percurrit Minuta 15, ſumatur arcus C F 15 Minutorum, cui ſint æquales F G, G H, H L, ducanturque rectæ AOSF, APTG, AQVH, ARXL. Turris igitur poſt unum Secundum erit in O F, poſt 2 Secunda in P G, poſt 3 in Q B, poſt 4 in R L. Inquirit deinde interceptas F S, G T, H V, L X eà methodo, quam expoſui *Por. 7. num. præc.* & quarum partium ſinus totus E C eſt 10000000000, earumdem comperit F S eſſe 53, G T 212, H V 476, L X 846. Atqui hi numeri ſunt inter ſe ut 1, 4, 9, 16, quadrata nempè temporum, quæ erant Secunda, 1, 2, 3, 4. Ergò interceptæ F S, G T, H V, L X ſunt inter ſe ut temporum quadrata. Ergo per *Por. 1. num. præced.* quando turris B C exacto Secundo uno delata eſt in O F, globulus deſcendit ex F in S; & quando turris tranſpoſita eſt in P G exactis Secundis 2, globulus deſcendit ex G in T; & cùm exactis Secundis 3 fuerit turris in Q H, globulus deſcendit per rectam H V; poſtremò ubi turris venerit in R L exactis 4 Secundis, globulus deſcendit ex L in X. Globulus igitur deſcendendo deſcripſit lineam circularem C S T V X; & primo Secundo percurrit arcum C S, Secundo altero arcum S T, tertio arcum T V, quarto arcum V X.

Atqui ob æqualitatem arcuum CF, FG, GH, HL, etiam arcus C S, S T, T V, V X æquales ſunt per *Por. 6.* Ergo globulus deſcendens verè & realiter, æqualibus temporibus æqualia ſpatia conficit, ac proinde ejus velocitas vera & realis nullum labendo incrementum accepit, ſed eadem ſemper permanſit. Quod eſt abſurdum; ſi enim non augetur velocitas, neque impetus augebitur, ac proinde grave ex altitudine majori decidens, non percutiet fortiùs pavimentum, quàm decidens ex minori; quod omnibus experimentis repugnat. Tellus igitur motu Diurno Vertiginis non circumagitur, ſed nec Diurno ſimul & Annuo. Nam ſi motus Terræ Annuus ad Diurnum Vertiginis adjungatur, adhuc arcus C S, S T, T V, V X ſingulis Secundis à globulo deſcendente percurſi, quoad ſenſum æquales erunt: quod fusè & operosè probat *pag.* 413, 414, 415, 416. Unde argumentum contra ſolum motum Vertiginis jam allatum, etiam contra motum Vertiginis ſimul & Annuum pariter valebit.

## NUMERUS VI.

### *Paralogiſmus oſtenditur.*

Fig. 4. HÆc ſumma demonſtrationis prætentæ contrà motum Terræ, quà propoſitum minimè concludi ſic oſtendo.

Inprimis falſum eſt, ſi Terra moveatur, globulum prædictum vel grave quodcumque aliud, etiamſi in Æquatoris plano exiſtat, deſcendere per lineam circularem C I A. Neque ſatis mirari poſſum, qui doctiſſimo Ricciolo in mentem venerit hoc aſſerere, cùm ipſe, illud ipſum à Galilæo aſſertum omnibus viribus, iiſdemque ferè quæ mox in ipſum retorquebo argumentis, paulò ante ſubvertere conatus ſit *Almag. lib. 9. pag.* 400, 401, 402.

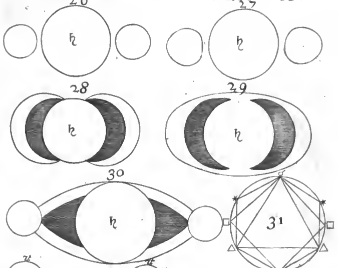
*Primò* itaque ſi grave ob motum Terræ deſcenderet per peripheriam C I A, deberet globulus argillaceus unciarum 8, demiſſus ex C pertingere ad centrum Terræ horis præcisè 6, tunc enim turris per Diurnam Vertiginem Terræ confecto quadrante ex B C pervenerit in K M, ac proinde globulus erit in Terræ centro A. Atqui ex *Por. 3. num. præc.* imò ex Ricciolo ipſo cujus calculum in *citato poriſmate* uſurpavi, evidenter conſtat globulum prædictum ex C demiſſum, pervenire ad centrum Terræ temporis Primi Mobilis Minutis 19′. 38″. 5‴. Ergo globulus non deſcendit per peripheriam C I A.

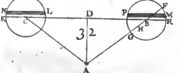
*Secundò.* Si gravia ob motum Terræ deſcenderent per peripheriam circuli C I A, omnia, ut jam oſtendi, poſt horas præcisè 6 pervenirent ad Terræ centrum A. Et ſi pariter demitterentur ex C, quando turris ex B C mota eſſet ex. gr. in H Q, omnia ſimul deſcendiſſent ex H in V, percurſo ab omnibus arcu C V. Ergo gravia omnia, quantumvis diverſi ponderis, eàdem velocitate deſcenderent, quod certiſſimis *b* experimentis ab ipſo Ricciolo factis repugnat. b *Poriſ.* 4.

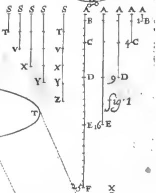
*Tertiò.* Lineæ F S, G T, H V, L X inter duas peripherias interceptæ, quamvis eam inter ſe rationem habeant, quam quadrata temporum; non tamen exhibent quantitates ipſas deſcenſuum, quæ in diverſis gravibus ſunt diverſæ, ſed tantùm proportiones deſcenſuum, quod ſic oſtendo. Invenerat Ricciolus *c ſupra* methodo indicatâ *Por. 7. num. 4.* F S eſſe c *n. præc.* partium 53, quarũ Sinus totus EC eſt 10000000000, hoc eſt quarum tota Terræ ſemidiameter A C, ſive A F, eſt 20000000000. Obſervavit idem globulum argillaceum unciarum 8 uno Secundo labendo conficere 15 pedes Romanos veteres. Quando igitur turris B C uno Secundo tranſlata fuerit in O F, globulus ex C demiſſus deſcendit ad pedes 15. Videamus modò utrùm tanta ſit F S. Terræ radius A F Ricciolo eſt pedum Bonon. 20695000, ſive Romanorum veterum 25870000. Quare ſi ut A F prout eſt 20000000000 ſe habet ad F S prout eſt 53, ita fiat A F prout eſt pedes 25870000 ad Quartum, prodibunt pro recta FS [illegible] unius pedis. Cùm igitur uno Secundo, quo turris mota eſt ex B C in O F, globulus deſcenderit ad pedes 15, liquet eum longè deſcendiſſe infrà S, adeoque non percurriſſe arcum C S, ſed aliam curvam lineam cadentem intra circulum CSIA. Pari modo reperta eſt à Ricciolo GT eſſe 212, quarum Terræ radius A G eſt 20000000000. Unde ſi G T revocetur ad pedes ut *ſuprà*, reperietur ne uni quidem adhuc pedi æqualis, nempè [illegible] unius pedis; ubi interim globulus per *Por. 1. num. 4.* & ex ipſius Riccioli obſervatione pedes 60 duobus Secundis deſcendendo abſolvit; cùm enim uno Secundo percurrat pedes 15, duobus Secundis abſolvet pedes quater 15, hoc eſt 60. Quando igitur poſt duo Secunda turris mota fuerit in B G, globulus interim deſcenderit longè infrà T. Rurſum quia globulus prædictus *o* poſt 3 Secunda deſcendit pedibus 135, o *per poriſ. 1. num. 4.* poſt 4 Secunda pedibus 240, quando turris poſt 3 Secunda venerit in Q H, & poſt 4 Secunda in R L, globulus deſcenderit infrà V, & X, quia rectæ H V, L X, ſi ad pedes reducantur ut *ſuprà*, reperientur longè minores pedibus 135, 240; nam H V conficiet [illegible] unius pedis, & L X pedem 1. [illegible]: globulus igitur deſcendendo percurrit non arcum circuli C S T V X, ſed aliam ſpiralem lineam intra circulum C I A, quæ pro diverſâ labentium gravitate alia neceſſariò atque alia eſt.

Conſtat igitur triplici demonſtratione gravia non de-

ASTRONOMIÆ LIBER VII.



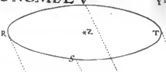



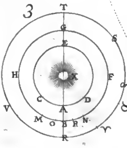



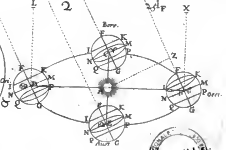

ASTRONOMIÆ

LIBER

VIII.






NAPOLI

deſcendere per circuli peripheriam C I A, ſed per lineam ſpiralem intra C I A, ac proinde tota Riccioli demonſtratio corruit. Non enim quemadmodùm arcus circulares C S, S T, T V, V X, ita & arcus illius ſpiræ æquales ſunt inter ſe, ſed ſecundus major eſt primo, & tertius ſecundo, & quartus tertio, ideoque æqualibus temporibus grave percurrit arcus, ſeu ſpiras inæquales, ſecundo videlicet momento majorem quàm momento primo, & tertio majorem quàm ſecundo, & ſic deinceps: atque ita baberi poteſt incrementum continuum velocitatis, adeoque & impetus & percuſſio pavimenti major à gravi decidente ex altitudine majori quàm ex minori.

Alterum caput paralogiſmi eſt, quod curva ſpatia, ſive ſpiræ, (cogitemus enim lineam C S T V X jam non circularem eſſe, ſed ſpiralem) quas oſtendi à globulo deſcendente percurri, diverſimodè ad Horizontem inclinentur. Secunda quippe ſpira S T ad perpendiculum accedit propiùs, ſive rectior eſt Horizonti, quàm prima C S, & tertia V T rectior, quàm ſecunda T S, & quarta X V rectior quàm tertia V T. Unde fit ut grave deſcendens per ſpiram S T fortiùs percutiat ſubjectum planum, quàm deſcendens per ſpiram C S, & ſic deinceps. Inſiſtant enim *a* plano B C æquales lineæ D A, E A, F A, per quas idem grave æquali tempore deſcendat, certum eſt grave deſcendens per lineam E A plano B C rectiorem, fortiùs percutere planum B C, quàm ſi deſcendat per obliquiorem D A. Cùm igitur grave deſcendens per ſpiram *n* S T, fortiùs percutiat ſubjectum planum, quàm deſcendens per ſpiram C S, etiam fortiùs percutiet deſcendens per ſpiram C S T, quàm per ſolam C S. Pari modo liquet grave deſcendens per ſpiram C S T V fortiùs percutere, quam per C S T, & fortiùs per C S T V X, quàm per CSTV. Quod ſi hæc cauſa incrementi percuſſionis conjungatur cum priori, ipſo videlicet ſpirarum C S, S T, T V, V X incremento, duplici ex capite conſtabit grave ex majori altitudine decidens fortiùs ſubjectum planum percutere, quàm ſi decidat è minori; videlicet quod ſpiræ inferiores vincant ſuperiores & quantitate & rectitudine. Prorſus igitur fallacia demonſtrationis prætentæ eſt manifeſta, quod hîc oſtendere fuit propoſitum.

*a Fig. 4.*

*n Fig. 7.*

## NUMERUS VII.

### *De alijs contra motum Terræ argumentis.*

ARgumenta quibus hinc Telluris Motæ, inde Quieſcentis aſſertores mutuò ſe infeſtant, ut initio dixeram, & plurima ſunt & ferè inefficacia. Nihil certè Copernicani hactenùs protulêre, quò Terræ motum evincant. Sed neque inter partis adverſæ argumenta facilè ullum reperias, quo demonſtretur oppoſitum. Illud certum Hypotheſim utramque phœnomenis cæleſtibus ſatisfacere: unde Aſtronomicis argumentis neutram partem falſitatis convinces. Inter Aſtronomica porrò celebratiſſima illa ſunt quæ Copernicani ab incredibili motuum cæleſtium velocitate, horum adverſarij ab immenſæ propemodùm firmamenti ac ſyderum magnitudine deducunt. Qui Terram immobilem aſtruunt tantâ illâ motus velocitate nihil terrentur prorſus: velocitas quippè magnitudinem corporis moti conſequitur, nec magis mirum eſt circumagi ſphæram ingentem, quàm parvam. Contrà Copernicani plerique objectam ſibi Fixarum ac Firmamenti molem propè infinitam conantur eludere, ſed fruſtra, ut *lib.* 5. *num.* 26. 27. 28. demonſtravimus. Iſthic namque evidenter oſtendi in Hypotheſi Terræ Motæ tantam requiri magnitudinem Firmamenti, ut totus Orbis Annuus, cujus ſemidiameter continet *a* ut minimùm 7000 ſemidiametrorum Terræ, cum Firmamento collatus, inviſibilis evadat; Stellas autem affixas ſic augeri neceſſe eſſe, ut pleræque totum Orbem Annum exeedant. Fatendum eſt nihilominus ne huic quidem argumento multùm ineſſe roboris, quando nihil afferri poteſt, quo moles illa cæleſtium corporum vel incredibilis eſſe vel abſurda demonſtretur. Quærere porrò cui uſui aut quo fine tantæ moles ſint creatæ, frivolum eſt; cùm fines innumeri eſſe poſſint nobis incogniti, quos mens æterna Conditoris ſpectaverit.

*a per num. 19. lib. 3.*

Quod ad cætera argumenta attinet, quibus Terræ motus impugnari ſolet, notiſſimum illud eſt, jam olim Prolomæo uſurpatum, quod à motu corporum per aërem meantium petitur, & eſt ejuſmodi. Si Terra motu Diurno ab Occaſu in Ortum circumagitur, nubes, aves, globus tormenti bellici vel aliud quodcumque corpus, quantumvis in Orientem moveantur, ſemper nobis videbuntur ferri in Occidentem: cùm enim revolutio Terræ ſit quolibet illorum motuum velocior, noſter oculus unà cum Terrâ ſemper velociùs in Orientem tendet, quàm vel nubes vel aves vel globus tormenti, ac proinde nos illa à tergo versùs Occaſum relinquentes, ſemper ea putabimus in Occaſum moveri: quò fieret, ut nullius omninò corporis motum versùs Orientem poſſemus advertere, quod experientiæ oculari & perpetuæ repugnat. Argumentum primâ fronte validum, nullo negotio infringitur, ſi dicatur aër Terram ambiens unà cum Terrâ circumagi: ſic enim fiet; ut, quæ per aërem ſeſe movent, duplici motu ferantur, quorum alter ipſis ſit cum aëre, & Terrâ, & oculo noſtro communis, quem proinde non poſſimus advertere; alter ipſis proprius, qui obſervari à nobis poteſt, planè uti motus aviculæ per cameram navis concluſam volitantis, tibi in eadem camerâ exiſtenti, eodem modo apparebit, ſive navis moveatur, ſive quieſcat.

Conatus eſt Ricciolus hoc argumentum reformare, vel potiùs in ejus locum aliud validius ſubſtituere. *Si tellus*, inquit, *moveretur motu Diurno aut etiam Annuo, idem globus eâdem vi ad eamdem diſtantiam emiſſus in ſcopum Orientalem primò, deinde in Occidentalem, fortiùs Orientalem percuteret, quam Occidentalem. Conſequens falſum eſt. Ergò & antecedens. Major* (inquit) *probatur, quia impetus globi versùs Orientem projecti non retardaretur à motu Diurno vel Annuo Terræ, quin potiùs ab eo juvaretur, illiq; viciſſim obſecundaret, utpote utroque in eamdem plagam nitente: contra verò impetus globi in Occidentem emiſſi, retardaret, ſeu retunderet impetum motuum versùs Orientem ac viciſſim ab eo retunderetur.* Deinde ſubjungit, ſe huic argumento reſponſionem ſolidam & ſalvis rerum naturis perſuaſibilem non invenire. Reſpondeo tamen, & ſalvâ eruditiſſimi viri gratiâ, paralogiſmum oſtendo, qui in eo poſitus eſt, quod motu Terræ transferatur non ſolùm globus ſed etiam ſcopus. Quare cùm unus è duobus motibus, quibus globus afficitur, ipſi communis ſit cum ſcopo, liquet percuſſionem ſcopi ſolùm effici ab eo motu qui globo eſt proprius, ac proinde ſcopum à globo percuti vi eâdem, ſive Terra moveatur, ſive quieſcat. Simile quod adducit contra ipſum facit, & paralogiſmum

jam expoſitum confirmat. Quod enim globulus bombardâ deorſum exploſus in ſcopum intervallo ex. gr. pedum 30 diſtantem majori impetu illum deſtruat, quàm eodem intervallo emiſſus ſurſum, inde fit, quòd duorum motuum, quibus deorſum exploſus globus agitur, gravitatis nempè & bombardæ, neuter ſit globo & ſcopo communis, ſed globo uterque proprius, quandoquidem ſcopus immobilis perſeveret. Unde fit ut motus uterque ſe in ſcopum exerat, atque is proinde deorſum validiùs quàm ſurſum feriatur.

NUMERUS VIII.

*Statuitur nihilominùs immobilitas Terræ.*

Tametſi nullum argumentum, ſive Aſtronomicum, ſive phyſicum hactenùs allatum ſciam, quo Terræ quies & Solis motus demonſtretur: cogit tamen utrumque aſſerere Divinorum voluminum authoritas, quæ tot locis, & evidentiâ tantâ utrumque affirmant, ut nullus dubitationi relictus ſit locus. E multis pauca huc tranſcribo.

*Generatio præterit, & generatio advenit, Terra autem in æternum ſtat. Oritur ſol & occidit, & ad locum ſuum revertitur; ibiq; renaſcens, gyrat per Meridiem, & flectitur ad Aquilonem, luſtrans univerſa in circuitu pergit ſpiritus & in circulos ſuos revertitur.* Eccleſiaſtes cap. 1.

*Commoveatur à facie ejus omnis Terra, ipſe enim fundavit orbem immobilem* Paral. 1. c. 16.

*Etenim firmavit orbem Terræ, qui non commovebitur* Pſal. 92.

*Etenim correxit orbem terræ, qui non commovebitur* Pſal. 95.

*Qui fundaſti terram ſuper ſtabilitatem ſuam, non inclinabitur in ſæculum ſæculi* Pſal. 103.

*Exultavit* (Sol) *ut gigas ad currendam viam; à ſummo cælo egreſſio ejus, & occurſus ejus uſque ad ſummum ejus, nec eſt qui ſe abſcondat à calore ejus* Pſal. 18. deſcribitur initium ac finis diei, quæ more Aſtronomico à ſummo cæli, hoc eſt à meridiano, ubi maxima eſt Solis altitudo, computatur.

*Sol contra Gabaon ne movearis, & Luna contrà Vallem Aialon: ſteteruntq; Sol & Luna, donec ulciſceretur ſe gens de inimicis ſuis.* Joſ. 10.

*Nonne ſcriptum eſt hoc in libro juſtorum? ſtetit itaq; Sol in medio cæli, & non feſtinavit occumbere ſpatio unius diei. Non fuit antea & poſtea tam longa dies: obediente Deo voci hominis, & pugnante pro Iſrael.* Ibid.

*Sol in aſpectu annuncians in exitu, vas admirabile, opus excelſi &c. Magnus Dominus qui fecit illum, & in ſermonibus ejus feſtinavit iter* Eccleſ. c. 43.

Supervacaneum ſit plura adſcribere; neque enim verbis clarioribus quies Terræ & motus Solis affirmari potuerunt. Præcipuum effugium Copernicanorum eſt, Scripturam in ſenſu populari & quoad apparentiam loqui, quemadmodùm Poëta dicebat: *Provehimur portu terraq; urbeſque recedunt.* Sed Regula certa eſt à Sanctis Patribus & Theologis omnibus uſurpata, ſententias Scripturæ ſacræ intelligi debere in proprio verborum ſenſu, quotieſcumque id non repugnat evidenter alicui veritati, quæ nobis per aliam clariorem Scripturæ locum, vel per definitionem Eccleſiæ, vel per lumen ipſum naturæ innotuerit. Hoc ſenſu loca jam adducta omnes SS. Patres, hoc ſenſu omnes Doctores Catholici intellexêre: quibus omnibus poſtremò acceſſit Sacræ Congregationis Cardinalium authoritas, quæ in judicio de Galilæo inſtituto, Solis immobilitatem in centro Mundi & revolutionem Terræ Annuam, ut hæreticam & expreſsè contrariam ſacræ Scripturæ, motum verò Terræ Diurnum, ſaltem ut erroneum in fide condemnavit.

# TRACTATUS SECUNDUS

## DE COMETIS ET NOVIS STELLIS.

## CAPUT PRIMUM.

## Quæ circa Cometas & novas Stellas ſint obſervata.

NUMERUS PRIMUS.

*Phænomena Cometarum.*

Ricciolus *Almag. lib. 8. ſect. 1. cap.* 3. ab Anno ante Chriſtum 480 uſque ad Annum 1618 poſt Chriſtum ex hiſtoriarum monumentis Cometas recenſet 154: quibus ſi illum addas qui Anno 1652 viſus eſt, fiunt univerſim 155. Sed credibile eſt plures apparuiſſe, quorum notitia partim incuriâ Scriptorum, partim injuriâ temporum ad poſteros non pervenerit.

Species, ſeu figura Cometarum non una fuit. Alij caudati, (qui cæteris frequentiores) alij barbati, ſive caudæ brevioris inſtar barbæ. Alij comati, ſeu criniti, quorum diſcus abſque caudâ vel barbâ ullâ quodam quaſi radiorum capillitio cinctus apparuit. Alijs rhompææ & acinacis ſpecies fuit, alijs gladij, ſeu pugionis. Nonnulli ſimilitudinem veru prætulêre.

Color etiam non unus omnium: viſi ſunt enim aliàs ignei, aliàs flavi; argentei quidam, nonnulli plumbei, nec defuêre ſubnigri, ſeu fuſci. Unus omninò fuit Anno 396, cujus odor ſulphureus ſentiretur.

Nonnumquam eodem tempore viſi ſunt plures. Ut enim alios omittam, Anno 1618 duos ſimul viderunt Franciſcus Garſias in Perſide, & Iacobus Rhò Societatis Jeſu Goæ.

Magnitudo apparens inprimis varia. Maximus videtur ille fuiſſe, de quo Seneca *lib. 7. natur. quæſt. cap.* 15. ita ſcribit: *Paulò ante Achaicum bellum* (Anno ſcilicet ante Chriſtum 146) *Cometes effulſit non minor Sole.* Magnum etiam fuiſſe neceſſe eſt illum, qui referente

ferente Juſtino tempore Mithridatis per 70 dies ita luxit, ut cælum omne conflagrare videretur, & fulgore Solis nitorem vinceret. Qui anno Chriſti 1200 viſus eſt, Lunam dichotomam, ſeu biſectam æquabat Haly teſtante. Tycho Cometam Anni 1577 æſtimavit duplo majorem *Venere*, Cometas verò An. 1585, & 1590 æquales fermè *Iovi*, ut ex ipſius placitis de apparente *Veneris* & *Iovis* diametro Ricciolus colligit. Plerique ab initio magni, ſenſim decreſcunt: nonnulli tamen primò parvi, deinde ſenſim majores effecti ſunt. Blancanus univerſim aſſerit nullum Cometam in ſui initio viſum fuiſſe aut majorem Sole aut minorem Stellis primæ magnitudinis.

Longitudo caudæ varia fuit non modò in Cometis diverſis, ſed etiam in eodem. Fuêre complures, qui caudam ad Gradus 60 & 50 extenderent. Illius qui Anno 1618 effulſit cauda cùm fuit maxima, 90 Gradus æquavit.

Situs caudæ plerumque eſt averſus à Sole: hinc matutini Cometæ cauda priùs oritur quàm caput, & veſpertini caput priùs occidit quàm cauda. Hinc etiam fit ut Sole infrà Horizontem altiùs depreſſo, cauda ſurſum erecta appareat. Conſpecti ſunt, quorum cauda ad Terram uſque pertineret.

Figura caudæ multiplex etiam in eodem Cometâ; jam tenuior eſt, jam latiùs expanditur; jam recta, jam curva. Vibratur etiam nonnunquam, ut accidit in Cometâ 1618, cujus cauda ſubitò fiebat ex longâ brevis, & contra.

Motus Cometarum eſſe duplex Diurnus, ſeu Primi Mobilis, qui Aſtris omnibus communis; & proprius ſingulorum, qui inæqualis plerumque fuit, & in plagas cæli diverſas; quidam enim in Ortum, in Occaſum alij, alij in alias mundi plagas viſi procedere.

Duratio maxima fuit ſex menſium. Nam ille, qui per Annum integrum Ioſepho teſte Jeroſolymis imminere ante ejus excidium conſpectus fuit, ad terrendos Judæos præter naturæ ordinem accenſus videtur. Hæc ſummatim perſtricta. Qui plura deſiderat, Ricciolum adeat *Almag. lib.* 8. *ſect.* 1. *à capite* 2 *uſque* 6 fuſiſſimè iſta ex omnibus hiſtoriarum & obſervationum monumentis colligentem.

De Cometâ Anni 1652 omnium recentiſſimo, hæc ſeorſim ex varijs obſervationum ſcedis tunc impreſſis collecta accipe. Viſus primùm eſt 19 Decembris, & Ianuar. 4. Anni 1653 diſparuit. Quamquam de initio & fine non ſatis liquet. Præter motum Primi Mobilis habuit motum proprium velociſſimum. Nam ſpatio dierum 17 confecit Gradus circiter 80, & à 19 Decemb. ad 20 confecit Gradus ſaltem 12 ſecundùm obſervationem Bononienſem, vel quaſi Gradus 15. 30′ juxta obſervationes Mantuanam & Tornacenſem. Via Cometæ fuit linea tranſiens per ſtellas *Leporis*, quæ trapezium conſtituunt, & relictis ad Ortum *Pede Orionis*, ſive *Regel*, ejuſque *ſcuto* inter *Hyades* & *Pleiades* incedens, indeque per *caput Meduſæ* ad *lucidam humero ſiniſtro Perſei* inſidentem pertingens. Magnitudo Apparens ferè Lunam æquabat. Coma primùm tenuis circumſparſa, mox barba, denique cauda à Sole ſemper averſa: ſed tenuis & brèvis. Lumine fuit ſubobſcuro, colore pallido. Circa medium nucleus quidam lucidior emicuit; & Vendelinus affirmat ſe tubo optico conſpexiſſe in eo ſtellulas pluſculas minutiſſimas, & in harum medio unam cæteris majorem & oblongam, diceres (inquit) focum aliquem conſumptis lignis favillas ſuas reliquas, permixtaſque in his prunas ac ſcintillas oſtentantem.

## NUMERUS II.

### *Novarum Stellarum phænomena.*

EX hiſtoriarum monumentis Stellæ novæ recenſentur quatuordecim; è quibus decem minùs certæ, quatuor reliquæ omninò exploratæ.

Harum *prima* apparuit tempore Hipparchi circa Annum antè Chriſtum 125; & Hipparcho occaſionem dedit; ut, quò poſteri ſcirent Stellas novas ab antiquis diſcernere, cœperit obſervare Fixarum loca, indeque motum in ipſis proprium primus deprehenderit.

*Secunda* apparuit Anno poſt Chriſtum 1572 in *Caſſiopæa*. Viſa eſt à Tychone 11 Novembris, duravitque uſque ad Martium Anni 1574, per annum videlicet & trientem. Fuit rotunda, non crinita, & alijs Fixis ſcintillantior. Principio *Sirium* & *Lyram* Fixarum maximas, imò & *Iovem*, quamvis tum Acronychium, & in Eccentrici Perigeo conſtitutum ſuperabat, ſic ut *Veneri* Perigeæ non multùm cederet. Cœpit deinde ſenſim diminui: nam menſe Decembri æquabat *Iovem*; Ianuario Anni 1573, apparuit minor *Iove*, ſed major adhuc *Sirio* & *Lyrâ*, quibus æqualis fuit ſub finem Februarij ac initium Martij; atque ita deinceps magis magiſque diminuta eſt donec menſe Febr. Anni 1574 vix æquaret Stellas ſextæ magnitudinis, ac tandem menſe Martio prorſus evanuit. Non alium motum habuit quàm Primi Mobilis, quippe quæ eandem ſemper ab ijſdem Fixis diſtantiam retinuerit. Stellæ ad Altitudinem Poli Grad. 55. 58′, meridiana Altitudo maxima fuit Grad. 84. 11′. minima Grad. 27. 45′, Declinatio Borea Grad. 61. 47′. Longitudo ♉ Grad. 6. 54′, Latitudo Grad. 45. Color fuit primò albus & ſplendens, deinde rutilus inſtar *Martis & Aldebara*, poſtea flavus, demùm ſublividus, qualis *Saturni*. Hæc ex obſervationibus Tychonis; qui eâ occaſione, ut olim Hipparchus, incredibili diligentiâ & exquiſitiſſimis organis loca Fixarum ampliùs mille reſtituit. Eandem Stellam obſervarunt Lantgravius Haſſiæ, Hagecius, Fabritius, Reiſacherus, Hainzelius, Mæſtlinus, Gemma, Munoſius, Maurolycus, Clavius, Pridianus, Peucerus, Prætorius, Appianus, Diggeſeus, Camerarius, Leonitius. Sed omnes ſtudio & induſtriâ Tycho ſuperavit.

*Tertia* primùm viſa à Guilielmo Ianſonio Anno 1600 in *Cygno* ad confinia colli & pectoris. Hiſtoriam ejus conſcripſit Keplerus. Fuit tertiæ magnitudinis. Eodem ſemper loco manſit. Longitudo fuit ♒ Grad. 16. 18′, Latitudo Borea Grad. 55. 30′; Declinatio Borea Grad. 36. 52′. Duratione omnes Stellas novas ſuperavit: viſa quippe adhuc fuit Anno 1616, & 1621, Parmæ à Blancano, Ricciolo, alijſque; & Argolus in Pandoſio *cap.* 62. affirmat duraſſe uſque ad Annum 1629. Dubitatum à nonnullis fuit novàne ea Stella eſſet, an ex perpetuis una, ſed in catalogo Fixarum omiſſa. At non potuit tantæ magnitudinis Stella accuratiſſimos Syderum obſervatores tempore tanto latere; & jam dubium omne evanuit, quando jam pridem evanuit ipſa Stella, neque amplius ab ullo conſpecta fuit.

*Quarta* & ultima nova Stella apparuit in *calcaneo dextri pedis Serpentarij*, ſeu *Ophiuchi*, Anno 1604, menſe Octobri, vel etiam ut nonnulli volunt 27 Septembris, duravitque anno integro eandem ſemper ab ijſdem Fixis diſtantiam ſervans, ut conſtat ex ob-

obſervationibus Io. Georgij Brenggeri & Kepleri, qui ſub nomine cujuſdam Crabbi irridet, ut opinor, Guillielmum Ianſonium huic ſtellæ motum aliquem proprium, ſed exiguum, in ſuo globo ſtellato tribuentem. Longitudinem habuit ♐ Grad. 17. 40′; Latitudinem Boream Grad. 1. 56′ aut 57′; Declinationem Auſtrinam Grad. 21. 1′. 30″. Magnitudo Apparens, ſi Laurentino & Amerio credimus, principio parva fuit: ſed ipſo adhuc Octobri menſe à Keplero alijſque viſa eſt ingens, major nempè *Saturno, Iove, Marte*, cùm quibus ob viciniam tum maximam potuit exactè comparari. Omninò fuit perſimilis illi, quæ Anno 1572 in *Caſſiopaa* apparuit. Figura fuit prorſus rotunda nullo crine vel barbâ. Scintillatio major quàm ullius Fixæ; lumen vivaciſſimum, ut affirmet Santutius *Sirio* ſplendidiorem fuiſſe. Color in momenta penè ſingula diverſus, jam flavus, jam croceus, jam purpureus, ſed ut plurimùm candidus, adamantis inſtar ad Solem obverſi. Hæc ferè Keplerus, qui & coruſcatione, ſeu vibratione affirmat tam rapidâ fuiſſe, ut neget ſibi, dum vixit, quidquam in cælo viſum æquè pernici motu; ſcintillationem credo, ſeu micationem radiorum intelligit. Decrevit autem ſenſim, ut priores cæteræ, ac tandem Anno 1605 inter 8 Octobris & Martium, evanuit.

## CAPUT II.

### Modus inquirendi diſtantiam Cometæ vel novæ Stellæ à centro Terræ.

EX modis quamplurimis nonnullos hîc proponere viſum eſt ex Diggeſeo, Tychone, Longomontano, Ricciolo, alijſque depromptos.

### NUMERUS III.

*Datis Paralloxi Altitudinis O B A, & diſtantia Viſa D O B à Vertice, datur B phænomeni à Terra centro diſtantia A B, adeoq́ ſcitur ſuprà Lunam an infrà exiſtat.*

Fig. 10. QUia datur angulus D O B, ſi is ex duobus
a per 13.1. rectis auferatur, notus fiet a A O B. In trian-
b per probl. gulo igitur A B O noti ſunt anguli A O B, & O B A.
9 cap. 3. Igitur nota fit b proportio diſtantiæ B A ad Terræ
Geom. Pract. ſemidiametrum A O.

Poteſt etiam phœnomeni Parallaxis data immediatè ad Lunam referri, ſi per *num.* 14. *lib.* 3. inquiratur Parallaxis Lunæ ad diſtantiam Viſam à Vertice æqualem ipſius phœnomeni à Vertice diſtantiæ Viſæ Q O B.

*In ſequentibus Problematibus ſupponitur phænomeni, & Fixarum, ad quas phænomenum refertur, Altitudines Viſas eſſe extra aleam Refractionis; neque alia inquiritur Parallaxis, quàm Altitudinis.*

### NUMERUS IV.

*Phænomenum e exiſtens in eodem Verticoli be cum duabus Fixis b, g, notas habeat ab utrâque diſtantias eh, eg. Tranſlato deinde per motum Primi Mobilis arcu be cum duabus Fixis in B H G E, phænomena autem ipſo in K, nota rurſum ſint ejus ab utrâque Fixâ diſtantia K G, K H, item b K diſtantia Viſa phænomeni à Vertice, & b G alterutrius Fixarum. His datis, oporteat an & quantam Parallaxim phænomenum habeat, inveſtigare.* Fig. 8.

IN primâ obſervatione phœnomeni locus Viſus eſt *e*, Verus *ſ*; qui in ſecundâ obſervatione repræſentantur in E & F. Locus autem Viſus phœnomeni tempore obſervationis ſecundæ eſt K. Igitur *eſ*, ſive E F eſt Parallaxis obſervationis primæ, K F ſecundæ. Ducantur Verticalium quadrantes B G L, B F K M: diſtantiarum arcus K G, K H, K E jam ſuprà ducti intelliguntur.

§. 1. Quia notæ ſunt *per hypotheſim* diſtantiæ *e b*, *e g*, ſive E H, E G, etiam G H nota erit. In triangulo igitur K G H quia notum jam eſt latus G H, & reliqua duo K G, K H per hypotheſim nota ſunt; ex his innoteſcent a anguli G H K, G K H. a Trig ſph. probl. 17.

§. 2. In triangulo K H E ex notis per hyp. lateribus E H, K H, & angulo G H K, ſeu E H K per §. 1. noto, innoteſcunt b latus E K, & anguli H E K, H K E. b ibid. prob. 19.

§. 3. In triangulo K *b* G ex notis per hypotheſim tribus lateribus *b* K, *b* G, K G, reperitur angulus *b* K G: quo addito ad notum o angulum G K H, notus fit F K H. Hunc ſi auſers ab angulo H K E noto per §. 2, notus relinquetur I K E. o per §. 1.

§. 4. In triangulo demùm E F K quia nota ſunt latus E K, & angulus H E K, ſeu F E K per §. 2, angulus F K E per §. 3; ex his elicientur m Parallaxes F E obſervationis primæ, & F K ſecundæ. m ibid. prob. 20.

Quod ſi in 3. §. angulus F K H æqualis reperiatur, vel inſenſibiliter minor angulo H K E, carebit phœnomenum Parallaxi ſenſibili & locus Verus *ſ*, F, non differet à Viſo *e*, K.

### NUMERUS V.

*Arcus Meridiani ſit A G, in eaq́ Mundi Polus A, & duo Terræ loca B, C. Locus Verus phænomeni per Meridianum tranſeuntis eſto D, locus Viſus reſpectu B ſit G; locus autem Viſus reſpectu C, ſit E. Stella quæpiam Fixa in F. Dentur autem diſtantia Viſa E F, G F quando phænomenum tranſit Meridianum, & momentum illius tranſitus, & Altitudines Poli locorum B, C. His datis oporteat an ullam, & quantam Parallaxim phænomenum habeat, inveſtigare.* Fig. 8.

§. 1. QUia dantur Altitudines Poli locorum B, C, his à 90 Grad. ſingillatim detractis, nota erunt Altitudinum complementa A B, A C, adeoque & B C. Inquirantur deinde d Aſcenſiones rectæ Meridiani A G, & e Fixæ F: harum differentia metitur angulum A qui proinde notus erit. Inquiratur etiam De- d per n. 40. lib. 3. e per nu. 4. & 5. l. 5.

*r Per nu. 2. 10 17. l. 5.* Declinatio; Fixæ F: ita notum quoque erit Declinationis complementum A F. In triangulo igitur *r trig. Sph. prob. 19.* B A F ex notis angulo A, & lateribus A B, A F *r* reperientur latus B F, & angulus A B F, adeoque & C B F.

§. 2. In triangulo F B C, quia nota ſunt ex §. 1. *s Ibid.* latera B C, B F, cum angulo C B F; ex his *s* reperies C F, & B C F, adeoque etiam E C F.

§. 3. In triangulo G B F nota ſunt B F, G F *ex hypotheſi*, & ex §. 1. angulus C B F, ſive G B F, non *t trig. Sph. probl. 22.* latebit igitur *t* G B.

*u Ibid.* §. 4. In triangulo E F C nota ſunt E C F, & C F per 2. §, E F autem *ex hyp.* Quare non *u* latebit C E; cui ſi addas arcum B C notum ex §. 1, etiam B E notus erit. Hunc ſi auferas ex B G noto per §. 3. notus relinquetur E G differentia Parallaxium D G, D E: ex quâ per *ſequens Lemma* prodibunt Parallaxes D G, pro loco B, & D E pro loco C.

Quod ſi B E æqualis reperiatur B G, nulla erit Parallaxium differentia, adeoque nec Parallaxes ullæ.

## *Lemma.*

*Datâ Parallaxium differentiâ (EG), & duabus à Vertice diſtantiis Viſis (B G, C E) ad quas obſervata eſt, Parallaxes ipſas, (D G, D E) exhibere.*

Sinus Viſarum à Vertice diſtantiarum B G, C E, confer in unam ſummam, & à ſemiſummâ aufer ſinum alterutrum. Fiat ut reſiduum ad ſemiſummam, ita tangens ſemidifferentiæ Parallaxium ad aliud: hoc erit tangens ſemiſummæ Parallaxium. Demonſtrat Snellius in *libro de Cometâ Anni 1618.*

## NUMERUS VI.

*Datâ phænomeni diſtantiâ à Vertice Viſa eodem momento ex duobus Terræ locis notam habentibus diſtantiam, & ſub uno Verticali cum phænomeno conſtitutis, Parallaxim phænomeni, ſi quam habeat, inquirere.*

*Fig. 9.* Terræ centrum ſit A; loca duo in Terrâ ſub uno Verticali cum phænomeno conſtituta ſint E, O: horum Vertices ſint H, X; lineæ Verticales A E H, A O X. His poſitis caſus triplex eſt: vel enim phænomenum eſt in C ſub Vertice locorum alterutrius; vel eſt in B inter Vertices utriuſque; vel in D extra arcum inter Vertices interceptum.

Casus 1. Sit primò phænomenum in C ſub X Vertice loci O. Ducantur rectæ E O, E C M. Erit M locus phænomeni Viſus ex loco E; X verò locus phænomeni, & Verus, & Viſus reſpectu O. Quoniam datur arcus E O locorum diſtantia, adeoque, & angulus O A E, etiam ſumma angulorum A E O, *a Per 32. 1.* A O E nota *a* erit. Quia verò A O, A E, æquales *b Per 5. 1.* ſunt, anguli A E O, A O E æquales *b* erunt. Quare biſectâ eorum ſummâ, noti erunt ſinguli. Aufer igitur A O E à duobus rectis, eritque C O E notus. Rurſus quia datur H E M phænomeni diſtantia à Vertice Viſa ex E, & notus jam eſt A E O, etiam ſumma ipſorum H E M, A E O nota. Quare ſi hanc demas à duobus rectis, notus *c* relinquetur C E O. *c Per corol. 13. 1.* Quoniam igitur in triangulo E C O noti ſunt C O E, *d Per 32. 1.* C E O, etiam tertius *d* O C E, ipſa nempè phænomeni Parallaxis nota erit. Quod ſi ſumma angulorum C O E, C E O reperiatur vel æqualis vel inſenſibiliter minor duobus rectis, Parallaxis quoque erit inſenſibilis: quod in reliquis etiam caſibus obſerva.

Casus 2. Sit deinde phænomenum B: ductâ A B V, locus ejus Verus erit V inter Vertices H, X; ducanturque rectæ E B K, O B I, erit K locus phænomeni Viſus ex E, I verò locus ejuſdem Viſus ex O. Quia inventus jam eſt in *caſu* 1. A E O, & datur H E K diſtantia à Vertice H Viſa ex E, ſi horum ſumma dematur à duobus rectis, notus *l* fiet B E O. *l Per corol. 13. 1.* Item quia notus eſt ex *caſu* 1, A O E, & datur X O I diſtantia à Vertice X Viſa ex O, ſi horum ſumma ſubducatur à duobus rectis, notus *m* fiet B O E. *m Ibid.* Et quia datur arcus E O, etiam Chorda in partibus ſemidiametri Terræ A E nota erit. In triangulo igitur O B E ex notis angulis BEO, BOE, & latere OE, notum *n* fiet latus B E in partibus A E. *n Per prob. 9. cap. 3. Geo. pract.* Addatur deindè B E O jam inventus ad A E O notum ex *caſu* 1: ita totus A E B notus erit. Quoniam igitur in triangulo E B A, nota ſunt latera B E, A E, cum angulo A E B, ex his reperietur *o* A B E Parallaxis phænomeni viſi ex E. *o per probl. 10 cap. 3. Geo. pract.*

Casus 3. Sit poſtremò phænomenum in D, ductâque rectâ A D Z, locus ejus Verus ſit Z extra arcum inter Vertices H, X comprehenſum; ducanturque rectæ E D N, E D P. Reſpectu loci E, erit phænomeni locus Viſus N, & Parallaxis E D A; reſpectu loci O, erit Viſus locus P, & Parallaxis ODA; Parallaxium verò differentia E D O. Quia datur H E N phænomeni diſtantia à Vertice Viſa ex E, & notus jam eſt *a* A E O, ſi horum ſummam demas à *a ex caſ. 1.* Grad. 180, notus erit N E O, ſeu D E O. Quod ſi notum ex *caſu* 1. A O E demas à Grad. 180. notus fiet C O E: cui ſi addas X O P diſtantiam phænomeni à Vertice Viſam ex O, quæ datur, notus fiet totus P O E, ſive D O E. Quare in triangulo ODE, cùm duo noti ſint anguli D E O, D O E, non latebit tertius E D O differentia Parallaxium: ex quâ per *Lem. num. præc.* eruentur Parallaxes ipſæ E D A, O D A.

## NUMERUS VII.

*Phænomeni nunquam occidentis, & ſolo motu Primi Mobilis affecti, data à Vertice diſtantia Meridiana Viſa tam maxima quàm minima cum Altitudine Poli, Parallaxim, ſi quam habuerit, invenire.*

Terræ centrum eſto A; locus in Terrâ O, cujus linea Verticalis A O D, Vertex D; Meridianus *Fig. 10. 11.* L D T, Polus Mundi X; Horizon A L. Phænomenon, quando minimam habet Altitudinem Meridianam, ſit in C; quando maximam, ſit in B: ducanturque rectæ A C I, O C K, A B E, O B G: Parallaxes erunt O C A, O B A, ſive I K, E G; diſtantiæ autem Viſæ à Vertice erunt D G, D K. His poſitis triplex caſus exoritur; vel enim phænomenum in utrâque ſuâ Altitudine Meridianâ eſt inter *p* Horizontem & Verticem, vel in unâ eſt ultra *q* Verticem, vel una in *p Fig. 10. q Fig. 11.* Verticem ipſum incidit.

*Caſus* 1. Diſtantiam à Vertice Viſam D G minimam, *ex hyp.* notam aufer ex D X complemento *Fig. 10.* Altitudinis Poli datæ; ſic nota erit G X. Aufer deinde D X ex D K diſtantiâ phænomeni à Vertice viſa maxima *ex hyp.* notâ: ſic nota fiet K X. Si æquales ſunt K X, G X, nulla erit Parallaxis phæno-

meni: ſi inæquales; aufer minorem G X à majori K X, eritque reſiduum H K notum. Jam quia phœnomenum *ex hypotheſi* circumagitur circa Polum X, patet I X, E X Verorum locorum Meridianas à Polo diſtantias eſſe æquales. Unde ſi ab his ſubducantur æquales *per conſtr.* X G, X H, etiam E G, H I æquales remanebunt. Quare H K ſumma eſt Parallaxium E G, I K, & quidem, ut *ſupra* oſtendi, nota; ex quâ *per Lemma* Parallaxes ſingulæ eruentur.

Fig. 11. In *Caſu* 2. D G addita D X dabit G X. In cæteris procedatur, ut in primo, ſed iſthic reſiduum H K erit Parallaxium differentia: ex quâ *per Lemma num.* 5. elicientur Parallaxes ſingulæ.

Fig. 10. In *Caſu* 3. quando in unâ Altitudine Meridianâ locus phœnomeni Verus Viſuſque incidunt in Verticem D, liquet rurſum æquales eſſe D X, I X diſtantias Verorum locorum Meridianas à Polo X. Quia ergo nota eſt D X, complementum nempè Altitudinis Poli, etiam I X nota erit. Quod ſi D X notam ſubducas ex D K datâ, nota relinquetur I K: à qua ſi demas notam I X, nota relinquetur I K Parallaxis quæſita. *Figura hunc caſum non exprimit, ſed facilè cogitatione fingitur.*

## *Lemma.*

### *Data Parallaxium ſumma E G, I K, datiſque à Vertice diſtantijs Viſis D G, D K, Parallaxes ſingulas exhibere.*

Fig. 10. Sinus Viſarum à Vertice diſtantiarum confer in unam ſummam, à quâ ſubtrahe Sinum alterutrum. Deinde fiat ut Sinuum ſemiſumma ad reſiduum è ſubtractione, ita Tangens ſemiſummæ Parallaxium ad Quartum; hoc erit Tangens ſemidifferentiæ Parallaxium. Theoria eadem eſt, quæ *Lemmatis num.* 5. ſi termini convertantur.

## NUMERUS VIII.

### *Data duorum locorum diſtantia, in quorum Horizontibus eodem tempore phænomenum appareat, datur Parallaxis phænomeni.*

Fig. 12. SIt A centrum Terræ, in quâ duo loca ſint B & C: Horizontes eorum Viſibiles determinent tangentes B F N, C F M. Quia phœnomenum ſimul apparere ponitur in utroque, neceſſe eſt illud ſit in communi ſectione F. Ducantur rectæ A D F G, A B, A C. Quia B F, C F æquales ſunt per *corol.* 2. *p.* 36. *lib.* 3, liquet triangula A F B, A F C ſibi mutuò æquilatera eſſe. Undè anguli B A F, C A F æquales ſunt, ac ſemiſſes totius B A C. Quare cùm detur arcus diſtantiæ B D C, adeoque & angulus B A C, etiam ſemiſſes B A F, C A F notæ erunt.

a Per 18.3. b Per 32. 1. Quoniam igitur in triangulo A F B, rectangulo *a* ad B, notus ſit B A F, etiam *b* notus erit B F A Parallaxis quæſita.

Hunc in modum ſi diſtantia locorum B C ſit Grad. 177. 30′, Altitudo phœnomeni A F reperietur ſemidiametrorum Terræ 47; ſi Grad. 178. 48′, erit ſemid. Terræ 90. ita calculus Riccioli in Tabellâ *lib.* 10. *Almag. pag.* 629.

## NUMERUS IX.

### *Alijs quibuſdam vijs an phænomenum Parallaxi ſit obnoxium, cognoſcere.*

§. 1. OPe filaris trianguli ad normam erecti, de quo Ricciolus agit *Almag. lib.* 5. *cap.* 15. *num.* 16, & nos ex illo, *lib.* 3. *num.* 2. obſerva an phœnomenum cum duabus ſtellis in ejuſdem Verticalis plano exiſtat; quod quidem in tantâ ſtellarum multitudine facilè continget. Deinde eâdem vel aliâ nocte, quando Fixæ illæ ob motum Primi Mobilis à præcedenti plano notabiliter declinaverint, filare triangulum ſic inclina, ut oculo poſt ipſum poſito rurſum eædem ſtellæ in ejus plano appareant, ſi tum etiam phœnomeni centrum adhuc in plano illo exiſtat, nullam ſubire Parallaxim concludes.

§. 2. Si phœnomeni diſtantia ab iiſdem Fixis eodem momento in quibuſlibet diverſis Terræ locis obſervata, ſit eadem, phœnomenum carebit Parallaxi.

§. 3. Si phœnomenum, *e*, exiſtat cum duabus Fixis *g*, *h*, in lineâ rectâ, itaque ſemper permaneat, ſitu quomodocumque ob motum Primi Mobilis immutato, ut in E, G, H, phœnomenum nulli erit Parallaxi obnoxium. Vide tamen §. 4. *num. ſeq.* Fig. 8.

§. 4. Sit phœnomenum, quòd præter motum Primi Mobilis feratur Vero motu ſibi proprio per eundem maximum circulum. Si id in duobus ſitibus notabiliter diverſis cùm iiſdem binis Fixis rectam lineam conſtituat, carebit Parallaxi.

## NUMERUS X.

### *Fallacia quædam Parallactica.*

LOngè omnium perſpicaciſſimus in hoc negotio fuit Ricciolus noſter, uti patet ex *lib.* 8. *ſect.* 1. & 2, quæ librum benè magnum conficiunt. Ex illo ſequentes regulas delibo.

§. 1. Si phœnomenum Parallaxim habens ſenſibilem motu Vero deſcribat circulum maximum, motu Viſo non deſcribit: & viciſſim ſi Viſo deſcribat, non deſcribet Vero.

§. 2. Poteſt phœnomenum ſenſibili Parallaxi obnoxium eſſe, & tamen motu Viſo deſcribere circulum maximum. Quamvis enim motu Vero non deſcriberet circulum maximum, poſſet tamen phœnomeni, partim Parallaxis, partim motus tortuoſus efficere, ut in ejuſdem maximi circuli plano phœnomenum appareat remanere.

§. 3. Quamdiu non conſtat de Parallaxi phœnomeni, non poteſt ex ſolo motu Viſo certò cognoſci an deſcribat motu Vero circulum maximum; poteſt tamen probabiliter.

§. 4. Ex eo ſolo quòd phœnomenum perſeveret in eâdem diſtantiâ ab iiſdem Fixis ex unico Terræ loco obſervatâ, non poteſt certò concludi id Parallaxi carere, aut ſolo motu Primi Mobilis affici. Poſſet enim continuatio ejuſdem diſtantiæ conferri in motum phœnomeni proprium irregularem ejuſmodi, qui Parallaxim perpetuò elidat.

Adverto nihilominùs carentiam Parallaxis hinc concludi valdè probabiliter, imò certò moraliter. Vix enim erit credibile motum phœnomeni eſſe talem præcisè, qui Parallaxim tam conſtanter & exactè elidat.

§. 5.

Fig. 9. §. 5. Quamvis valdè parva reperiatur differentia Parallaxium ex obſervationibus factis in locis Terræ diverſis, poteſt nihilominùs Parallaxis phœnomeni eſſe magna, & multò Lunari major. Si enim loca E, O non eſſent valdè diſtantia, & phœnomenum D Horizonti propinquum, ſatis ex ipſo tum ſchemate apparebit ODE Parallaxium differentiam fore exiguam, quamvis Parallaxes ipſæ ADE, ADO ſint magnæ.

Hæc delibaſſe modò ſufficiat: qui plura deſiderat, legat Riccioli *cap.* 10. *ſect.*5. *lib.* 10.

## CAPUT III.

### An Cometæ & Novæ Stellæ, quæ ab Anno 1572 apparuerunt, ſuprà vel infrà Lunam extiterint.

TYcho & Aſtronomi celebriores plerique uno conſenſu ſuprà Lunam evexerunt, unus ferè adversùs omnes Claramontius Aſtronomus etiam ipſe, pluribus eo argumento libris editis infrà Lunam deprimere conatus eſt. Acerrima utrimque fuit ac diuturna contentio, Aſtronomis paſſim in Claramontium inſurgentibus, ipſo interim minimè ſe deſerente, ſed novis reſponſionibus adverſariorum impetus repellente. Integra volumina pervolvat excutiatque neceſſe eſt; qui judicium ferre de controverſiâ voluerit. Id mihi quidem haud vacat, neque, ſi vacaret, luberet ad alia feſtinanti. At libuit vacavitque Ricciolo noſtro, qui hoc in negotium eâ diligentiâ conatuque incubuit, ut nihil in eo genere accuratiùs ſubtiliùſve præſtari à quoquam poſſe exiſtimem. Primis duabus libri 8. *Almag.* ſectionibus, quæ ſi ſeorſum excuderentur, librum benè magnum conficerent, utriuſque partis demonſtrationis prætentas, argumentaque omnia, mirâ ſubtilitate examinat, expenſiſque omnibus, de ſingulorum phœnomenorum ſede in univerſo pronunciat; ejuſque demùm ea ſententia eſt, à nullo hactenùs demonſtratum eſſe, è novis phœnomenis ullum, quæ ab Anno 1572 apparuêre, ſuprà Lunam fuiſſe. In quo quidem quod ad demonſtrationem abſolutam pertinet, quamvis illi non gravatè aſſentiar, vereor tamen ne Lectoribus ſuis, quantumvis proteſtetur ipſe nitaturque contra, in Claramontium propenſior quàm in Tychonem fuiſſe videatur.

### NUMERUS XI.

***Satis conſtat novam Stellam, quæ Anno 1572 in Caſſiopeâ apparuit, longè ſuprà Lunam extitiſſe.***

ITa ſentiunt cum Tychone authores 36, inter quos Aſtronomi celeberrimi plerique omnes. Fuiſſe in firmamento aut ei proximam ſenſit inprimis ipſe Tycho, qui integro id volumine demonſtrare conatus eſt, eique adſtipulantur Longomontanus, Keplerus, Hagecius, Hainzelius, Mæſtlinus, Gemma, Munoſius, Maurolycus, Clavius, Blancanus, Barazanus, Argolus, Galilæus, Licetus, Fromondus, Santutius, Camillus, Glorioſus, Raymundus, Frangipanus, Carteſius. Fuiſſe ſaltem inter orbes Planetarum aſſeruêre Lantgravius Haſſiæ, Fabricius, Valleſius, Reinholdus junior, Peucerus junior, Sculterus, Prætorius, Ioannes Dee, Appianus junior, Benedictus, Diggeſeus. Contra tot tantoſque viros Scipio Claramontius duobus libris Anti-Tychonis ſui hanc Stellam infrà Lunam reponere conatus eſt. Riccioli judicium examinatis utriuſque partis rationibus eſt probabiliter hanc Stellam infra Lunam fuiſſe, ſed probabiliùs ſuprà. Quod nimis benignè videtur pro Claramontio pronunciatum fuiſſe.

Fatetur enim Ricciolus *lib.* 10. *pag.* 165, ſi hæc Stella ubivis terrarum & eodem tempore obſervata fuerit eamdem ſervaſſe ad eaſdem Fixas poſitionem, ſive cùm altiſſima eſſet, ſive cum Horizonti propinqua, haud dubiè Parallaxi ſenſibili caruiſſe. Concedit deinde id quidem in diverſis Terræ locis quamplurimis obſervatum fuiſſe, ſed negat conſtare an eodem tempore. Atqui ego contendo, licet de *eodem tempore* non conſtaret, alterum ſufficere ut Claramontij opinio omninò improbabilis habeatur. Si enim, quod ex hiſtoriâ obſervationum conſtat, à tot peritiſſimis obſervatoribus in diverſiſſimis regionibus numquam potuerit deprehendi hujus Stellæ, ſive cùm Horizontem ſtringeret, ſive cùm ſublimis extaret, immutatam ſenſibiliter fuiſſe ad eaſdem Fixas poſitionem diſtantiámve, dicaturque nihilominus Parallaxim habuiſſe ſenſibilem, & Lunari majorem, neceſſe fuit eam proprio quodam motu agitatam fuiſſe præcisè tali, qui Parallaxim illam & ex variatione continuâ Diurnæ Altitudinis ſuprà Horizontem & ex ipsâ locorum diverſitate ſemper aliam atque aliam, ita præcisè conſtanterque eliſerit, ut ea neque tanto temporis intervallo (15 omninò menſes fuêre) neque in locis tam diverſis & tantâ obſervationum multitudine, adverti ab ullo umquam notarive potuerit. Talis porrò motus cùm improbabilis omninò ſit & prorſus inane commentum, profectò etiam Parallaxis novæ Stellæ Lunari major omninò improbabilis & commentitia erit.

### NUMERUS XII.

***Satis etiam conſtat, Stellam novam quæ ab Anno 1600 uſque ad 1621 & fortè ultra in Cygno apparuit, & illam quæ Anno 1604 viſa eſt in Serpentario, Parallaxi ſenſibili caruiſſe.***

PRior enim quotcumque noctibus, & ex quibuſlibet Terræ locis tam cùm propior eſſet Vertici, quàm cùm propinqua Horizonti, per annos plures quàm 20, viſa fuit in eodem *Cygni* loco, eâdemque ab iiſdem Fixis diſtantiâ. Quare eodem argumento, quod pro Stellâ Anni 1572 *præced. num.* jam formavimus, moraliter certò evincitur Parallaxi ſenſibili caruiſſe. Quod autem obſervationes hujus Stellæ non ſint memoriæ commendatæ, indè factum videtur, quòd eas Aſtronomi ſupervacaneas eſſe ducerent, videntes hanc Stellam tot jam annos eodem cæli loco hærere.

Eodem modo Stellæ in *Serpentario* enatæ ſupralunaris ſedes probabitur. Nam neque illa anni ſpatio, quo duravit, ab ullo obſervata eſt diſtantiam ab iiſdem Fixis valdè ſenſibiliter immutaſſe.

### NUMERUS XIII.

*De ſede Cometorum qui ab Anno 1577 apparuerunt.*

QUinque ſunt Cometæ præcipui, de quorum loco in univerſo à recentioribus dimicatum eſt. Primus effulſit Anno 1577, ſecundus 1585; tertius 1590; quartus 1607; quintus 1618. Aſtronomi præcipui ſuprà Lunam extulêre: Claramontius ſuum inſtitutum tenens, ut ſecundùm Peripateticæ Philoſophiæ placita omnem à cælis corruptionem excluderet, acerrimâ contentione infrà Lunam omnes deprimere conatus eſt.

Cometam Anni 1577 ſuprà Lunam conſtituunt Tycho, Meſtlinus, Lantgravius Haſſiæ cum Rothmanno, Hageeius, Gemma, Reſlinus, omnes Aſtronomi præſtantes: Et fatetur Ricciolus *lib.*8. *pag.* 90, eorum, ſed potiſſimùm Tychonis argumenta tam multa eſſe ac tanta confirmationum varietate ſtabilita, ut parùm abſint à demonſtrationibus abſolutis. Quare cenſet probabilius illum ſuprà Lunam fuiſſe.

Idem ferè propter Tychonis & Rothmanni argumenta ſentit de Cometâ Anni 1585. Tychonicis etiam argumentis illum qui fulſit Anno 1590 potiùs ſuprà Lunam, quàm infrà videtur ſtatuere. Cometam verò Anni 1618 probabile eſt, inquit, fuiſſe ſuprà Lunam, ita tamen ut oppoſitum non ſit improbabile. At manifeſtè Claramontio favet in Cometâ Anni 1607, expenſis utrimque rationibus, affirmans probabiliùs infrà Lunam extitiſſe. Mihi operæ pretium non eſt iſtis diutiùs immorari. Qui partium fundamenta cognoſcere deſiderat, authores ipſos, vel potiùs Ricciolum adeat omnium argumenta ad examen labore indefeſſo revocantem.

### *Scholium.*

*De generatione & origine Cometarum, de* Caudæ *figurâ & ſitu, cur modò recta ſit, modò curva, cur aliquando dilatetur ad modum ſcopæ veſtiariæ; unde illa vibratio, quâ fit ut ſubitò brevis ex longâ appareat, & contra; de his inquam aliiſque ſimilibus attingo pauca, quia pauca ſcio. Me tædet Mathematicis ratiociniis aſſuetum conjecturis referendis excutiendiſque immorari. Ne tamen te Lector omninò jejunum demittam, hæc pauca accipe.*

*Videtur cauda Cometæ oriri à radiis Solis per caput Cometæ trajectis, qui per refractionem collecti, ac proinde redditi intenſiores, in materiam incidant minùs denſam quidem, ſed tamen ſimilem ei ex quâ Cometa coaluit, eamque illuminent. Sic enim cauſa datur cur cauda ſemper ad plagam Soli oppoſitam porrigatur. Quia porrò Cometæ caput, ut tubi optici experimento conſtat, non conflatur ex materiâ homogeneâ, ſed ex pluribus corpuſculis polyangulis; hinc fit ut refractio maximè varia ac multiformis exiſtat: atque ex illâ refractionum varietate diverſa illa ac multiplex caudarum forma fortaſſis enaſcitur. Imò etiam caudæ ſinuatio oriri à refractione poteſt, ſi materia Solares radios excipiens, ſit multùm difformis in denſitate: facit enim illa medii difformitas, (quod in Dioptricâ*[a] *Deo favente oſtendam) ut radius refractus quomcumque figuram accipiat. Quod ſi Cometæ cauda non aliundè quàm à Sole ſplendeſcat, videtur neque caput aliundè quàm à Sole illuſtrari. Materia porrò ipſa, ex qua Cometarum tam capita quàm caudæ coaleſcunt, videntur eſſe quædam Solis, & fortè etiam Planetarum, profluvio. Ex Sole enim, quaſi è fornace quadam immensâ, maculas illas notiſſimas ac faculas ebullire ſatis arbitror à Scheinero noſtro in* Roſa Urſina *oſtenſum fuiſſe: & quidem Anno 1618, quo tres Cometæ ſunt viſi, nulla circa Solem macula apparuêre. Sed jam conjecturarum ſatis: qui plures deſiderat, legat Tychonem, Longomontanum, Keplerum, Galilæum, Cyſatum, Cabæum, Ricciolum, aliosque.*

[a] *mors Authoris Dioptricam ejus intercepit.*

# TRACTATUS TERTIUS
## DE LUCE ET MACULIS SOLIS AC LUNÆ.

### NUMERUS I.

*De lumine primario Lunæ.*

LUnæ duplex eſt lumen; primarium & ſecundarium. De ſecundario agam *num. ſequenti*: hîc paucis de primario.

Inprimis certum eſt lumen Lunæ primarium eſſe à Sole. Hoc patet ex totâ phaſium ejus varietate, & potiſſimùm ex Eclipſi: videmus enim quod in plenilunio umbram Terræ ingreſſa illicò pro ratâ portione, quâ ingreditur, lumine deſtituatur. Quare vanum eſt Beroſi commentum relatum à Plinio, fingentis unum Lunæ hemiſphærium eſſe ex ſe lucidum & candens, alterum obſcurum & lucis expers.

Sed quæritur, quomodo Solis lumen ad nos Luna tranſmittat. Putarunt nonnulli veteres tranſmittere inſtar ſpeculi. Error eſt manifeſtus, 1, quia Luna non eſt polita & terſa, ſed inæqualis & aſpera, ut patebit [a] *infrà*. 2. Quia ſi Luna Solis lumen inſtar convexi ſpeculi reflecteret, non niſi unicum ejus punctum [b] dato oculo C appareret illuminatum à Sole A: tunc enim Luna non niſi unicam Solis imaginem ad nos reflecteret, quæ tum ex naturâ figuræ convexæ, tum propter diſtantiæ magnitudinem inſtar puncti appareret.

[a] *num.* 5.
[b] *Fig.* 14.

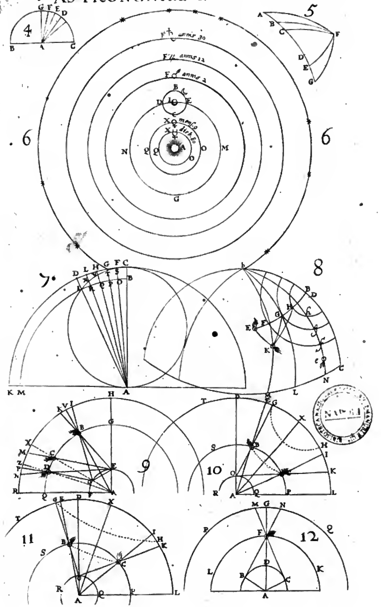
### NUMERUS II.

*Modus quo Luna & Planetæ Solis lumen ad nos reflectunt.*

REm omnem octo quaſi pronunciatis complectar.

I. Superficies perfectè plana eſt, cujus omnibus partibus recta linea congruit.

II. Su-


4
5
6
6
annis 30
annis 12
annis 2
7
8
9
10
11
12

II. Superficies perfectè curva eſt, quæ plana non eſt, & tamen omni angulo caret.

III. Superficies curva eſt convexa vel cava.

IV. Igitur ſuperficies omnis eſt perfectè vel plana, vel convexa, vel cava, vel ex his compoſita: neque enim poteſt alia ſuperficiei inflexio excogitari.

V. Superficies æquabilis, ſeu polita & ſpecularis eſt, quæ perfectè vel plana, vel convexa, vel cava eſt: quælibet enim harum caret omni angulo, hoc eſt omni inæquabilitate.

VI. Superficies inæqualis, ſeu aſpera & ſcabra, ex multis minutis ſuperficieculis perfectè planis, concavis, convexis variè inter ſe permixtis componitur. Neque enim aut alia ſuperficierum ſpecies, aut proceſſus in infinitum dari poteſt.

VII. Cùm igitur ſuperficieculæ perfectè planæ, convexæ, concavæ, omnes ſint ſpeculares per quintum pronunciatum, ſuperficies aſpera nihil aliud erit, quàm innumerabilium ac minutiſſimorum ſpecillorum mixtura, quorum alia plana ſint, alia cava, convexa alia: quæ cum ſitu multiplici varijſque angulis inter ſe ſint permixtæ nexæque, inde fit ut corpora aſperam habentia ſuperficiem, radios ſibi incidentes non in unam partem aliquam, ſed in omnes quaquaverſùm reflectant. Atque hic modus eſt verus & unicus, quo Luna & Planetæ Solare lumen ad nos tranſmittunt.

VIII. Quamvis Lunæ vel corporis alterius aſperi ſuperficies ex multis ſpecillis conſtet, non exhibet tamen diſtinctam Solis imaginem. Sunt enim ſpecilla illa & innumera & minutiſſima & infinita ſitus varietate inter ſe contexta; & quæ ex illis ſunt plana vel concava, non niſi minimas Solis particellas repræſentant; quæ verò convexa, totum quidem Solem referre poſſunt, ſed puncti inſtar. Quæ apparentiæ tam multiplices conciſæque, & tantâ ſitus varietate inter ſe commixtæ, non diſtinctam ullam Solis imaginem, ſed merum lumen repræſentant, quaſi ſi quis ſtatuam dividat in millenas particulas, eaſque deinde confuſo ordine iterùm conjungat. Quâ egregiâ ſimilitudine uſus eſt vir ſubtiliſſimus, mihique, dum viveret, in ſtudijs conjunctiſſimus Ignatius Derkennis è Societate Jeſu; in opere ſuo præclariſſimo, a quod de Deo Uno, Trino, Creatore conſcripſit: cui cùm meam hanc ſpeculationem, ut ſolebam ejuſmodi omnia indicarem, ipſum comperi in eamdem incidiſſe. *Vide caput ipſius tertium ad Diem Mundi quartum pag. 622. 623. 624. 625.*

*a Pag. 615. in Die Mundi quarto.*

## NUMERUS III.

### *De lumine ſecundario Lunæ.*

§. 1. PHœnomena hæc ſunt.

1. Ante & poſt Novilunium in phaſibus nimirùm primis ac ultimis Lunæ ſereno cælo & longiùs à luce crepuſculanâ poſt occaſum Solis vel ante ortum ſpectatæ pars obſcura apparet ſimilis cineri incenſo & lucidè albicanti; eſtque lumen hoc ſecundarium, ſi cornu luminoſo Lunæ poſt caminum aliquem aut obſtaculum aliud latente, ipſum ſolum ſpectetur ſubinde tam intenſum, ut *Saturni* ſplendorem quandoque æmulari videatur. Ubi etiam hoc imprimis admirationem movet, quod albicans iſthæc lucula clarior & intenſior ante, quàm poſt Novilunium appareat. Diebus deinde Novilunium conſequentibus vel antecedentibus, quò Luna longiùs à Sole abeſt, eò lumen iſtud ſecundarium fit remiſſius, ſic ut in Quadraturis penè ſit nullum, nec niſi adultâ jam nocte notari poſſit. Præterea circa marginem Lunæ obſcurum apparet intenſius quàm in medio, videturque inſtar annuli Lunam ambire. Sed hoc merum eſt ludibrium oculorum, inde ortum quod fulgor iſte ſecundarius circa marginem longiùs à cornu illuminato diſtans, ab eo hebetetur minùs, quàm circa medium. Itaque ſi cornu lucido poſt caminum aliquem (ut dixi) latente, pars obſcura ſpectetur ſola, apparet ſplendore illo ſecundario uniformiter perfuſa, dicto annulo penitùs evaneſcente.

2. In Plenilunijs Eclipticis, quando Luna deficit tota, ſæpiùs tamen viſa eſt luce aliquâ variè coloratâ ſublucere, potiſſimùm versùs marginem.

3. In Solis deliquio centrali ſubinde viſus eſt lucidus annulus circa diſcum Lunæ Solem ſuo interpoſitu obducentis. Deliquia Solis ejuſmodi præ cæteris certiora ſunt omninò tria. Primum eſt obſervatum à Clavio Romæ Anno 1567. die 9 Aprilis, qui c. 4. in Sphæram affirmat Solem non totum defeciſſe, ſed relictum fuiſſe exilem quemdam circulum lucentem circumcirca. Secundum obſervavit Torgæ in Miſniâ Doctor Jeſſenius Anno 1598. menſe Februario: erat ferè centrale toto Solis margine prominente inſtar lucidi circuli. Ita ex Keplero Lansbergius in *Theſauro obſervat. pag.* 114. Tertium obſervavit ipſe Lanſbergius Goëſæ Anno 1601, Dec. 24. Luna tota intra Solem ſic erat, ut Boreus Lunæ margo tangeret Boreum Solis, Auſtrinus verò Lunæ diſtaret ab Auſtrino Solis Minutis 6 $\frac{1}{3}$.

Hæc ſunt phœnomena, quorum cauſas ut aſſignem, à poſtremo exordiar.

§. 2. Tertij igitur phœnomeni cauſa eſt, quod in deliquijs ejuſmodi centralibus aut ferè centralibus, diameter Apparens Lunæ fuerit minor diametro Apparente Solis; hoc eſt, quòd angulus ſub quo ſpectabatur Luna, minor eſſet angulo, ſub quo Sol. Unde factum eſt ut Luna, quamvis tota oculum inter Solemque eſſet interpoſita, Solem tamen totum non tegeret. Tycho annulares has Eclipſes omninò negat contra obſervationum hiſtorias adeò teſtatas, quòd illas ipſe ex ſuo calculo præſtare non poſſet, qui Lunæ diametrum Apparentem numquam minorem eſſe diametro Apparente Solis ſtatuiſſet. Keplerus contendit lucidum illum annulum fuiſſe aërem, ſive mavis, ætherem circumſolarem, qui modò rarior ſit, modò ſatis denſus ut poſſit ex Solis radijs ſplendeſcere. Quæ cauſa ſi non ſufficiat, aliam adjungit, aërem nempè denſiorem, ſive vapores Lunam ambientes ex ejus maribus ac lacubus eductos, in quos Solis radij incidentes refractique Solem augeant, ultraque Lunæ marginem circumquaque faciant eminere. At hæc vera ſi eſſent, ſæpiùs deberet hoc phœnomenum apparere vel totum, vel ex parte; apparet autem rariſſimè.

§. 3. Quod ad ſecundum phœnomenum attinet, lucula illa variè colorata quâ Luna in totalibus Deliquijs ſuis imbuta cernitur, provenit à Solis radijs per vapores Terram ambientes trajectis refractiſque. *Vide Keplerum in Aſtronomiâ Opticâ toto cap. 7.*

§. 4. Venio ad primum. De origine lucis ſecundariæ in Lunâ, è multis opinionibus, duæ ſunt præcipuæ. Prior eam refundit in radios Solis à lucido Terræ hemiſpherio reflexos ad portionem Lunæ obſcuram, atque inde reflexos denuò ad hemiſphærium Terræ directâ Solis luce deſtitutum: altera in Solis radios per totum Lunæ corpus utcumque diapha-

num tralucentes. Priori magis aſſentior, quia omnes phœnomeni partes egregiè explicat. Sic enim datur cauſa, cur ſplendor ille ſecundarius maximè appareat ante & poſt Novilunium, quia tunc videlicet Luna Soli proxima ſitum habet aptiſſimum, ut radios Solis quàm plurimos ab illuminato Terræ hemiſphærio reflexos parte ſui obſcurâ excipiat: quò autem longiùs à Sole abſuerit, eò excipiet pauciores. Unde etiam fit ut in Quadraturis hæc lucula evaneſcat penè tota, quia nempè Solares radij à Terræ hemiſphærio luminoſo reflexi, jam vix ulli poſſunt ad obſcurum hemiſphærium Lunæ, utpotè Gradibus 90 à Sole diſtantis, pertingere. Datur item cauſa cur in Deliquijs Solis totalibus lucula illa adeò tenuis & obſcura appareat, quia videlicet Luna Soli objecta intercipit partem maximam eorum radiorum, qui ad ipſam fuerant reflectendi à Terrâ. Poſtremò datur cauſa cur in phaſibus poſtremis ante Novilunium intenſius ſit hoc phœnomenum, quàm in phaſibus primis poſt Novilunium. Nam antè Novilunium ſpectatur hoc phœnomenum in Oriente antè Solis ortum, ac proinde globi Terraquei portio Solare lumen tunc ad Lunam reflectens, tota Terreſtris eſt, Europam videlicet ferè omnem Aſiamque, & Africæ partem complexa. Poſt Novilunium verò ſpectatur phœnomenum in Occidente poſt occaſum Solis, adeòque terraquei globi portio, quæ Solares radios ad Lunam tunc reflectit, majori ex parte aquis conſtat, cùm Oceanus antiquum orbem novumque interfluens, latiſſimè reſpectu harum regionum in Occidentem porrigatur. Eſt verò manifeſtum Terras validius lumen reflectere quàm aquas, uti etiam *infra* a oſtendam. Habitantibus in Braſiliâ & novâ Franciâ, quibus in Occaſum Americæ continens porrigitur, in Ortum verò Oceanus idem diffunditur, contrarium apparere debet. Quare ex illis locis cauſæ jam allatæ confirmatio expectanda. Hæc conſideratio egregia profectò & elegans eſt Nicolai Succhij è Societate Jeſu, in *Opticâ Philoſophiâ pag.* 252, qui totum hoc phœnomenum à *pag.* 247 *uſque ad pag.* 260 eruditè pertractat.

a *num. ſeq.* §. 3.

Non deſunt quæ adſerri contra poſſint. Ricciolus *lib.* 4. *Almag. pag.* 200 *&* 201 argumenta 10 enumerat ſolvitque: è quibus cùm nullum ſit quod magnoperè urgeat, ea præterire viſum eſt. Fuit etiam qui ex Catoptricæ fundamentis ſe demonſtraſſe arbitratus eſt incapacem eſſe terram, quæ tantùm lucis ad Lunam tranſmitteret. Sed illum Succhius *pag.* 253. *& ſeq.* ſolidè confutavit. Paralogiſmus potiſſimùm in eo ſitus eſt, quod author ille ſupponeret lumen à Terrâ reflecti tamquam à ſpeculo; quòd planè falſum, eſt enim Terra inæqualis atque aſpera, ac proinde eo modo reflectit, quem *num.* 2. *ſuprà* expoſui.

§. 5. Contra opinionem alteram, quæ hoc phœnomenum in tranſparentiam Lunæ refundit, hæc faciunt. 1. Si radij Solis totam Lunæ ſpiſſitudinem duo circiter milliariorum millia æquantem penetrare poſſunt, penetrabunt multò magis apices illos montium Lunarium, qui fulgentiſſimi apparent, cùm reliquæ circum partes adhuc obſcuræ ſunt; ac proinde radij per illos apices trajecti deberent etiam partes diſci obſcuras viciniores illuſtrare, quod experimento repugnat: neque aliud reſponderi poteſt, quàm ſolos montes illos penitùs opacos eſſe: quod parum credibile eſt, quando totum corpus Lunæ reliquum eſſe diaphanum aſſeritur. 2. Si lux ſecundaria eſt à radijs Solis tranſparentibus, non minùs illa appareret in Quadraturis, quàm propè Novilunium, quod phœnomeno repugnat. Reſponderi poſſet non apparere ob ſplendorem Lunæ primarium tunc, quàm antea, majorem. Sed hoc effugium præcluditur, ſi parte Lunæ primario lumine illuſtratâ poſt tectum aliquod vel caminum latente, obſcura videatur ſola, in eâ quippe ne tum quidem alborem illum, qui propè Novilunia vividus cernebatur, niſi ægrè ac ferè extinctum notabis.

## NUMERUS IV.

### *Lunarium Macularum phænomena.*

§. 1. Lunares maculæ ſunt antiquæ & novæ: illæ nudo oculo ſunt conſpicuæ, lacuſque ingentes ac maria imitantur: has, ob parvitatem, viſus niſi tubo optico inſtructus non percipit. Primi obſervatores ijdem fuêre, qui macularum Solarium, Galilæus & Scheinerus, ſed rudi adhuc minervâ, ſi cum ſubſecutis aliorum conatibus comparentur. Exactam hoc in genere operam primus exantlavit Michaël Florentius Langrenus, Catholici Regis Coſmographus, qui ſchema Novilunij ſuâ manu in æs inciſum jam pridem evulgavit, in quo maculas 270 à ſe obſervatas expreſſit, opus de his integrum & alia ſchemata 30 promittens. Hunc ſubſecutus Ioannes Hevelius librum de Lunæ maculis elegantiâ & multitudine ſchematum ſuâ etiam manu ſculptorum, & copiâ atque ubertate doctrinæ ſpectandum publicavit. Horum veſtigijs inſiſtentes Ricciolus, & inprimis Grimaldus, Selenographiam proprijs obſervationibus augere atque perficere conati ſunt: & affirmat de Grimaldo Ricciolus eum tantùm ſolertiæ, fidei, ac diligentiæ in hoc ſtudium contuliſſe, ut nihil hoc in genere perfectius ſperari poſſe exiſtimet. Aſtronomi judicabunt, ubi, quod nondùm accidit, liber eo argumento conſcriptus prodierit.

§. 2. Qui Lunæ vultum inſpicere accuratiùs & contemplari deſiderat, teleſcopio inſtructus ſit oportet, non qualicumque, ſed eximio & benè longo. Ejuſmodi inſtrumento in Lunam directo, viſui ſeſe offeret Lunæ facies admirabili varietate deſtincta. Cernes primùm partes majores, quæ maria, paludes, ſcopulos, flumina, inſulas peninſulaſque, ac continentem Terræ noſtræ repræſentent: maculas deinde minores per totum Lunæ diſcum ingenti numero ſparſas conſpicies: earum numerus in Plenilunio Grimaldi ad ſexcentas excrevit, *non quod plures* (inquit Ricciolus) *non obſervaverimus; ſed quia reliquæ ob ſui parvam profunditatem aut eminentiam aut certè exilitatem, rarò, nec niſi cùm primò aut ultimò Solis lumen attigerint, diſtingui poſſint: quæ ſanè innumerabiles ſunt, adeò ut tota Lunæ ſuperficies nobis conſpicua his veluti glebulis aſpera ſit, ſeu ſcrupea aut crepidinoſa.*

§. 3. Partes Lunaris diſci majores illæ, quas lacus & maria vocavimus, apparent ſubobſcuræ; illæ verò quas Terræ continenti aſſimulamus, albæ prorſus & lucidæ. Minores maculæ partim obſcuræ ſunt, partim lucentes & claræ. Minorum igitur illæ, quæ lucent, montes ſunt ac rupes, ut *num. ſeq.* demonſtrabitur; quæ verò ſubnigræ, valles ſunt. E majoribus quæ obſcuriores apparent, videntur eſſe fluidæ; quæ clariores, ſolidæ inſtar continentis noſtræ: id colligitur inſigni experimento. E monte ſublimi, hinc terras inde maria contemplanti Sole lucente hæc pallida

&

Digitized by Google

& ſubobſcura; illæ albicantes ac ſplendidæ conſpiciuntur. Ita mihi è vertice turris Antverpienſis, quæ pedes alta eſt 440, hinc Scaldis æſtuaria latiſſimè Zelandiam versùs Hollandiamque diffuſa, inde ſpatia Terræ longiſſimè patentia apparuêre.

§. 4. Maculis porrò tam minoribus quàm grandioribus, ut diſcerni inter ſe poſſent, ſua ſingulis nomina indidêre Langrenus, Hevelius, & cum Grimaldo Ricciolus, ſed diverſa ſinguli. Optandum fuit ut iiſdem omnes nomenclaturis uterentur. Ita laborem ſtudioſis minuiſſent.

## NUMERUS V.

### *Luna non eſt æqualis, ſed aſpera, montibus vallibuſque diſtincta.*

DEmonſtratur evidentiſſimis experimentis.

1. Si Luna teleſcopio inſpiciatur tam cùm eſt dichotoma, ſive dimidia, quàm ante & poſt dichotomiam, linea dividens partem lucidam ab obſcurâ, manifeſtè cernitur multis anfractibus interciſa interruptaque: indicio evidenti partes alias aliis eſſe elatiores.

2. Die circiter quartâ poſt Novilunium, & ſequentibus, in parte Orientali Lunæ adhuc obſcurâ, apparent quædam cuſpides luminoſæ tamquam ſcopuli aut parvæ inſulæ à portione illuminatâ ſeparatæ. Contrà, decreſcente Lunâ in portione Occidentali Solis lumine jam deſtitutâ, cernuntur ejuſmodi cuſpides adhuc lucentes, & à continente luminoſâ itidem avulſæ. Quid verò aliud ſint cuſpides iſtæ, quàm Lunæ montes ac rupes, quæ ut excelſis Terræ montibus contingit, & citiùs illuſtrentur à Sole, quàm valles, & ſeriùs lumine deſtituantur. Neque dici poteſt partes illas, quæ inter cuſpides prædictas & lucidam Lunæ portionem interjacent, tenebroſas eſſe, non quia ſint aliis depreſſiores, ſed quòd ob nimiam vel denſitatem vel tranſparentiam ſint luminis incapaces: ſic enim illæ deberent ſemper apparere obſcuræ, quod obſervationi repugnat; quà conſtat etiam ipſas creſcente Lunâ aliquantò poſt apices illuſtrari, prorſus ut in Terrâ valles aliquantò ſeriùs quàm montes illuminantur.

3. Lunares maculæ in ſplendido Lunæ diſco umbras projiciunt ad partes Soli oppoſitas, in Orientem videlicet Lunâ creſcente, in Occidentem decreſcente. Montes igitur ſint neceſſe eſt.

Sunt porrò hi montes ſublimes & excelſi. Artificium altitudinis eorum menſurandæ vide apud Ricciolum *pag.* 208. *& in Geom. Practice noſtra cap.* 8. *Probl.* 2. Ille, quem *S. Catharina* Ricciolus appellat, ad duo ſaltem unius horæ milliaria attollitur.

*Quæres* aliquis cur in ambitu Lunæ plenæ, item in margine Occidentali Lunæ creſcentis, & in Orientali margine decreſcentis aſperitates nullæ appareant.

*Reſpondeo* 1. quia nullæ ibi ſunt.

*Reſpondeo* 2. etiam iſthic, quamvis rariùs, apparere tunc videlicet, quando diſci Lunaris libratio (de quâ *numero ſeq.*) eas conſpectui exhibet, aliàs ultra limbum vel citra conſtitutas.

## NUMERUS VI.

### *Multiplex libratio Lunæ per Maculas detecta.*

PRimus obſervavit Galilæus; tum Langrenus; deinde Gaſſendus, Bullialdus, Hevelius, & è Societate noſtrâ Succhius, Bartolus, Sirſalis, Grimaldus. Ab his obſervatum eſt maculas propè limbum Occidentalem poſitas, jam accedere ad limbum, jam recedere; cùm verò hæ accedunt, tunc maculas illis oppoſitas à limbo Orientali recedere & contra. Ex quo Lunæ libratio ab Oriente in Occidentem, & ab Occidente in Orientem innotuit. Obſervarunt iidem maculas propè limbum Boreum exiſtentes ad eumdem accedere & recedere; cùm autem illæ accedunt, tunc maculas oppoſitas ab Auſtrali limbo recedere, & contra. Unde libratio ab Auſtro in Boream & à Boreâ in Auſtrum deprehenſa fuit. Pari modo librationes aliæ à binis prioribus declinantes ſunt obſervatæ. Quare neceſſe eſt polos & axem ejus vertiginis, quâ Luna circa ſuum centrum libratur, multipliciter variari, ut librationes in plagas tam diverſas poſſint explicari. Quantitas librationis maximæ, ſive arcus maximi Lunæ circuli, quem librationis beneficio modò versùs unam partem, modo versùs oppoſitam videmus, aliàs non viſuri, à Ricciolo colligitur Grad. 27. 31'. 48". Maculæ igitur quæ toto illo ſpatio continentur, modò conſpicuæ ſunt, modò conſpectui ſubducuntur. Librationis periodus, hoc eſt tempus à maximâ ejuſdem maculæ diſtantiâ à limbo Lunæ ad maximam ſequentem, Bullialdo eſt dierum 26, Hevelio dierum circiter 28. Unde ſatis conſtat neque multò majorem eſſe diebus 28, neque multò minorem 26. Qui de his plura deſiderat, legat Bullialdi *cap.* 13. *lib.* 3. *Selenographiam* Hevelii, & Riccioli *cap.* 9. *lib.* 4. *Almag.*

## NUMERUS VII.

### *Macularum Solarium phænomena.*

MAculas in Sole primi obſervarunt Chriſtophorus Scheinerus è Societate Jeſu, & Galilæus Galilei. Hic illum plagii arguere, ſeque primum aſſerere phœnomeni obſervatorem conatus eſt eo libro, quem Italicè conſcriptum Trutinatorem appellavit. At Scheinerus Roſæ Urſinæ *lib.* 1. evidentiſſimis rationibus planeque convincentibus ſe purgavit: & quamvis primam inventionis laudem ſibi non arroget, contentus affirmare, ſe ſuas obſervationes à nullo alio accepiſſe, ipſius tamen cum aliorum obſervationibus chronologica comparatio ſatis indicat primum ipſum macularum obſervatorem fuiſſe. Tantâ porrò diligentiâ, fide, aſſiduitate ac induſtriâ bis mille peractis obſervationibus, hoc phœnomenum ſcrutatus eſt, ut nihil aut ſperari poſſit aut optari hoc in genere præſtantius. In manibus eſt *Roſa Urſina*, volumen amplum & eruditum: ad hoc Lectorem de his judicaturum remitto.

§. 1. Duobus modis præcipuis hoc phœnomenum obſervatur. Primus tubo optico vitris coloratis inſtructo Solem directè contemplatur. Altero Solis ſpecies unà cum maculis cubiculo mediocriter obſcurato per foramen in chartâ excipitur. Sed foramini applicanda eſt vel una lens convexa, vel (quod melius eſt) teleſcopium. Lege Scheinerum *lib.* 2. de toto obſervationis modo accuratiſſimè differentem.

§. 2.

§. 2. Præter maculas in Sole conſpiciuntur faculæ & umbræ. Nomine umbrarum veniunt tenuiſſimæ quædam & informes partes quaſi fumo vel nebulâ Soli aſperſæ. His Solis tota facies infecta conſpicitur planè ut ſyndon candidiſſima telâ ſubtili araneæ, vel ut terſiſſimum ſpeculum manus contactu, oriſve halitu. Facularum ſplendor reliquum corpus Solare plerumque vincit. Aliæ ſunt candidiſſimæ, flavæ aliæ, hebetiores etiam & minùs lucentes nonnullæ. Macularum color niger aut cærulus. Ex his multæ nigriores apparent circa limbos Solis ſi cum alijs coëant, quàm in medio: ubi quamvis nonnihil diaphanæ ſubilluſtrentur à Sole, ſunt tamen maculis Lunaribus obſcuriores.

§ 3. Macularum figura irregularis, & inſtabilis, ut nulla ferè poſtridiè appareat, qualis viſa eſt pridiè. Numerus varius. Numeratæ quandoque ſunt 50; ſubinde una alteràve; aliquando nulla, uti accidit Anno 1618 quo tres Cometæ arſerunt, item Anno 1632 à die 12 aut 19 Iulij uſque ad 15 Sept. quo tempore aura fuit ſicciſſima.

§. 4. Maximæ maculæ decimam circiter partem obtinent Solaris diametri: mediocres trium ſunt Minutorum, quantam nempè Scheinerus Apparentem *Veneris* Diametrum ſtatuebat. Blancanus affirmat viſam fuiſſe maculam, quæ partem quintam Solaris diametri occuparet; quæ proindè major fuit Terrâ. Galilæus majuſculas maculas Aſiæ ſimul, & Africæ æquales facit.

*Fig. 13.* §. 5. Maculæ & faculæ omnes moventur circa Solem, vel potiùs Sol circa ſuum centrum revolutus eas circumducit. Diſcus Solis conſpicuus ſit A D B E C, centrum Solis A, Eclipticæ ſegmentum B A C, limbus ſive Horizon Solaris D B E C. Omnes igitur maculæ & faculæ, per diſcum Solis conſpicuum moventur ab Oriente in Occidentem, per diſcum nobis inconſpicuum ab Occaſu in Ortum; eſtque periodus hujus motus Dierum 27. Eſt autem hic motus ſtabilis & conſtans, ſic ut nulla macula unquàm viſa ſit aut ſtare, aut regredi, aut præcipitare: Bis in anno rectilineus eſt, aliàs curvilineus, ut *num. ſeq.* exponetur.

§. 6. Zona R O S X, intra quam pleræque maculæ exiſtunt volunturque, Gradus 60 non excedit, & ad utramque Eclipticæ partem porrigitur. Extra illam vagantur maculæ & faculæ ſecundariæ: ſunt hæ in mutatione ſui perpetuâ, ijſque Solis ſuperficies ubique plena eſt.

§. 7. Maculæ & faculæ oriuntur, & occidunt non ſolùm Aſtronomicè, ſed etiam phyſicè. Oriuntur aut occidunt Aſtronomicè, cùm videri ob Solis vertiginem in limbo Solis Orientali incipiunt, in Occidentali deſinunt. Phyſicè oriuntur & occidunt, cùm realiter naſcuntur, vel intereunt. Sic porrò naſci & interire certiſſimis experimentis conſtat. Nam 1. macularum pars maxima longè à margine Ortivo naſcitur, augetur, & progreditur, donec in margine Occiduo Aſtronomicè occumbat. 2. Magna item pars oritur Aſtronomicè, ſed antè prorſus intereunt quàm ad Occaſum Aſtronomicum pertingant. 3. Multæ Aſtronomico neque Ortu neque Occaſu potitæ, in ipſo Solis diſco conſpicuo naſcuntur pereuntque. 4. Quædam ab Ortu Aſtronomico ad Occaſum perdurant; neque deſunt, quæ poſt integram periodum dierum 27 redeant eædem. Majores autem maculæ plerumque abſque Aſtronomico Ortu Occaſuque deficiunt & evaneſcunt. 1. & 2. etiam in faculis cernitur. Pauciores tamen in medio Solis diſco accenduntur: diutiùs enim perſeverant quàm maculæ; & multæ (non tamen omnes) poſt dies 27 redeunt eædem: plurimæ autem intra anni unius ſpatium intereunt. Denique corruptionis indicium manifeſtum eſt, quòd maculæ aliquando nullæ appareant; neque minùs evidens iſtud, quod pleræque in faculas transformentur.

## NUMERUS VIII.

### *De motu Macularum & Facularum.*

§. 1. MAculas moveri circa Solem, vel potiùs ipſas à Sole circa ſuum centrum rotato circumagi dictum eſt §. 5. *num. preced.* Nunc hujus motus proprietates præcipuas ex Scheineri obſervationibus recenſebo. *Fig. 13.*

1. Macularum eodem tempore apparentium itinera ſunt ſimilia & figurâ, & poſitione.

2. Omnes Macularum & Facularum viæ, ſeu itinera ſunt rectilinea bis in anno, nempè circa finem Nov. ac initium Decembris, rurſumque ſub finem Maij & initium Iunij. Non ſunt tamen viæ illæ ad Eclipticam B C parallelæ, ſed ad eandem inclinatæ angulo π A B, ſeu δ A B Graduum circiter 7. Et Brumales quidem ab Ortu Auſtrali ad Occaſum Boreum tendunt, ut rectæ R V, δ β, P S: Æſtivæ verò ab Ortu Boreo ad Occaſum Auſtrinum, ut O T, π ω, Q X. Tempus, quo motus ille rectilineus perdurat, eſt dierum circiter 14.

3. Reliquo anni tempore viæ Macularum ſunt curvilineæ hunc in modum. Ab initio Decembris incipiunt fieri curvæ, arcu intumeſcente ſurſum versùs Boream quotidiè magis magiſque per menſes tres uſque ad Martij principium, quando curvitas eſt maxima; quæ exinde iterùm tres menſes minuitur, donec ad finem Maij evadant, ut dixi, rectilineæ. Paulò poſt ſub initium Iunij rurſum incipiunt fieri curvæ per tres menſes ſequentes, ſed arcu intumeſcente deorſum versùs Auſtrum, & ſub Auguſti finem iterùm curvitas eſt maxima: quæ deinde rurſum decreſcit, donec ſub finem Nov. denuò rectilineæ conſpiciuntur.

4. Quando curvitas eſt maxima, videlicet ſub initia Martij & Septembris, puncta Ortus, & Occaſus æqualiter diſtant ab Eclipticâ B C: ut ſi macula quæpiam oriatur in R, eadem occidet in puncto X, ſic ut arcus R B, X C æquales ſint: & ſi macula alia oriatur in P, eadem occidet in puncto T æquè diſſito à C, ac P à B. Et ſic de alijs.

§. 2. Ex hac viciſſitudine conſtanti & annuâ colligitur Solis ac Macularum menſtruam vertiginem fieri circa axem mobilem. Itaque motus Macularum theoriam Scheinerus ejuſmodi conſtituit. Hemiſphærium Solis conſpicuum (quod ob vertiginem menſtruam continuè variatur, & ob immenſam diſtantiam apparet planum inſtar circuli) eſto ADBEC; ſegmentum Eclipticæ ſit B A C, ſegmentum axeos Eclipticæ D A E. Numerentur à punctis D, E utrimque Gradus 7, D F, D G, E F, E L, & per puncta F, G, item per K, L, deſcripti intelligantur duo circuli F I G H, L M K N, ad planum ADBEC perpendiculariter erecti. Sub initium Decembris axis, circa quem Macularum vertigo menſtrua peragitur, jaceat in L A F, in ipſo Solis diſco ADBEC. Ita fiet, ut viæ Macularum appareant rectæ veluti R V, δ β, P S; & obliquæ ad Eclipticam obliquitate Grad. 7, quantus eſt arcus E L, vel D F; & ab

Ortu

Digitized by Google

Ortu Auſtrino tendentes ad Occaſum Boreum. Moveatur deinde axis L A F extremitate ſua L per quadrantem nobls conſpicuum L M, altero verò extremo F per quadrantem nobis conſpicuum F H, ſic ut ad initium Martij axis ſit in M A H. Ita fiet ut curſus menſtruus Macularum circa axem ita mobilem facti, appareant ſenſim incurvari in Boream, & curvitas maxima videatur initio Martij quando axis jacet in M A H, Ortuſque Macularum & Occaſus ab Eclipticâ B C appareant diſtare æqualiter. Inde uſque ad initium Iunij axis percurrat quadrantes M K, H G. Sic continget ut curvitas apparens curſuum menſtruorum ſenſim decreſcat, & ad initium Iunij quando axis erit in K A G, in ipſo rurſum Solis diſco, iterùm appareant rectilinei, ſed tendentes ab Ortu Boreo ad Occaſum Auſtrinum, ut rectæ O T, π ω, Q X. Hinc uſque ad initium Septembris percurrat axis quadrantem conſpicuum G I, & inconſpicuum K N: ita fiet ut menſtrui Macularum curſus iterùm curveſcant ſenſim, ſed versùs Auſtrum, & curviſſimi appareant ad Septembris initium axe poſito in I A N, rurſumque ſic videbuntur Ortus & Occaſus ab Eclipticâ B C diſtare æqualiter. Quod ſi tandem feratur axis per quadrantes reliquos IF, NL, ſic ut ad Decembris initium iterùm jaceat in F A L, curvitas viarum menſtruarum iterum minuetur ſenſim, donec ad initium Dec. axe poſito in F A L, tota evaneſcat, curſuſque Macularum ex curvilineis iterùm rectilinei appareant.

## NUMERUS IX.

### *Maculæ & Faculæ ſunt in ipſo Sole, aut propè eum.*

DEmonſtratur 1. Maculæ eodem tempore in locis Terræ diverſis valdeque diſtantibus, etiam in Occidentali Indiâ, in eâdem parte diſci Solaris ſunt obſervatæ: & quando macula aliqua de novo exoritur, fit hoc ubique eodem tempore, & in loco Solis eodem: rurſus cùm macula quæpiam centrum Solis aut Eclipticam attingit, ubivis terrarum attingere eodem tempore conſpicitur. Ex quibus omnibus certò conſtat Maculas Parallaxi ſenſibili carere. Ergo Maculæ non ſolùm ſuprà Lunam, ſed etiam longè ſuprà *Venerem & Mercurium* Perigeos ſunt collocandæ. Imò Scheinerus hinc oſtendit aſſumptis diſtantijs Tychonicis, eas eſſe Soli viciniores, quàm Sol in mediâ diſtantiâ ſit ſibi ipſi, cùm Apogeus eſt.

Demonſtratur 2. Certum eſt Faculas Sole ipſo eſſe lucidiores, id enim conſtat experimento oculari. Ergo ſi illæ ſenſibiliter à Sole diſtarent, deberent circa tempus quo oriuntur vel occidunt, extra limbum Solis orientalem vel occidentalem in ipſo æthere aliquando conſpici, cùm eas Sol utpotè ſe lucidiores nequeat ſuis radijs offuſcare, & videantur quotidie in ipſo Solis diſco. Atqui Faculæ numquam ſunt extra Solem conſpectæ. Ergo à Sole ſenſibiliter non diſtant. Ex Faculis porrò idem de Maculis concluditur, eodem quippè prorſus motu cientur quo Faculæ: & Maculas quidem propè Faculas exiſtere omninò certum eſt, cùm pleræque in Faculas tranſmutentur. Alijs idipſum argumentis quamplurimis Scheinerus *lib. 4. cap.* 55 confirmat. Sed ea quæ ex illo jam attulimus abundè ſufficiunt.

Claramontius *lib.* 9. de Univerſo, quo ardore Cometas & Novas Stellas, eodem Maculas Solares infrà Lunam deturbare conatus eſt; at infelici ſucceſſu: meros enim paralogiſmos attulit, ut egregiè & fuſè oſtendit Nicolaus Zucchius, in *Philoſophia Optica parte* 1. *totâ ſectione* 8. *cap.* 17.

### *Corollarium.*

Cùm igitur Maculæ & Faculæ Soli adhæreant, eaſque conſtet ex §. 7. *num.* 7. de novo gigni ac interire, quid aliud illas eſſe putabimus quàm fuligines quaſdam ex Sole tanquam fornace igneâ ebullientes? Et verò Solem eſſe igneum clariſſimè indicat Eccleſiaſticus *cap.* 43, ita loquens: *Fornacem cuſtodiens in operibus ardoris; tripliciter Sol exurens montes, radios igneos exſufflans.* Ita ſenſerunt Tertullianus, Athanaſius, Baſilius, Juſtinus, Ambroſius, Cyrillus Hieroſ. Auguſtinus, Cæſarius, Theodoretus, Chryſoſtomus, Nyſſenus, Procopius, Anaſtaſius Sinaita, Arnobius, Lactantius, Anſelmus, Alcuinus, Beda, Iſidorus, Hugo Victorinus, Damaſcenus, Marius Victor, Petrus Damiani: quorum omnium teſtimonia recenſet Scheinerus *Libro* 4. *Roſæ Urſinæ.* Idipſum admirabilis Solis facies tubo optico conſpecta confirmat. Si enim tubum prælongum & lentibus eximijs ſed coloratis inſtructum direxeris in Solem, conſpicies totam hemiſpherij apparentis ſuperficiem heterogeneam ex umbris & luculis conflatam, atque inſtar maris ignei fluctibus aſperi, idque tantâ varietate, ut numquam eadem, ſed alia ſemper atque alia Solaris facies appareat.

## FINIS LIBRI OCTAVI.

# APPENDIX
## TRIGONOMETRIA SPHÆRICA.
### SIVE
## ANALYSIS TRIANGULORUM SPHÆRICORUM.

Quia perpetuus in Aſtronomiâ uſus eſt Analyſis Triangulorum Sphæricorum, viſum eſt in Lectorum commodum appendicis loco eamdem Aſtronomiæ noſtræ ſubjungere, omiſſis demonſtrationibus; quas qui deſiderat Clavium aliſque conſulat.

# PARS PRIMA.
## ANALYSIS RECTANGULORUM.

*Fig.* 1. ARcus C B recto angulo A oppoſitus vocetur baſis, arcus reliqui latera.

Nota eſt ſpecies anguli, cùm ſcitur acutus ſit an obtuſus. Arcus ſpecie notus eſt cùm ſcitur ſitne quadrante major, an minor.

### PROBLEMA I.

*Data.* Baſis C B, & latus alterutrum (BA).

*Quæſitum.* Angulus (C) oppoſitus lateri dato.

Fiat ut radius ad ſinum baſis C B, ita ſinus lateris

a *Clavius prop.1. trig. ſph. in Scholio prob.1.* dati B A ad aliud. Hoc a erit ſinus anguli quæſiti (C).

*At ſcire oportet an quæſitus angulus (C) acutus ſit an obtuſus. Si enim acutus eſt, ſinus inventus ipſum angulum quæſitum (C) exhibebit: ſi obtuſus, auferri debet angulus ſinui invento reſpondens à Grad.* 180, *ut prodeat quæſitus angulus* (C). *Quod deinceps in quovis quæſito angulo obſervari debet. Ratio eſt quia cuilibet ſinui, tangenti, ſecanti duplex ſemper angulus reſpondet, unus acutus, alter obtuſus.*

In hoc Problemate quæſitus (C) acutus ſit an obtuſus, ita colliges. Si latus datum (BA) ſit quadrante minus, erit quæſitus (C) acutus; ſi latus datum eſt quadrante majus, quæſitus angulus erit obtuſus.

### PROBLEMA II.

*Fig.* 1. *Data.* Baſis B C, & angulus alteruter adjacens (B).

*Quæſ.* Latus (AC) dato angulo oppoſitum.

Fiat ut radius ad ſinum baſis B C, ita ſinus anguli

b *Clavius ibid. probl.* 2. dati (B) ad aliud. Hoc b erit ſinus lateris quæſiti (AC).

*At ſciri debet quæſitum latus ſitne minus quadrante an majus. Si enim quadrante minus eſt, ſinus repertus ipſum latus ſuppeditat: ſi majus, oportet arcum ſinui reperto reſpondentem ſubtrahere à Grad.* 180, *ut prodeat arcus, ſeu latus quæſitum. Quod deinceps in quolibet latere quæſito erit obſervandum. Ratio eſt, quia cuivis ſinui, tangenti, ſecanti duplex ſemper arcus reſpondet unus quadrante minor, alter major.*

In hoc Problemate quæſitum latus quadrante minus ſit, an majus, ita ſcies. Si datus angulus (B) ſit acutus, erit latus quæſitum (A C) minus quadrante; ſi obtuſus, erit quadrante majus.

### PROBLEMA III.

*Data.* 1. Latus alterutrum (AC) 2. Angulus (B) dato lateri oppoſitus. 3. Species anguli obliqui alterius (C) vel lateris alterius (A B). *Fig.* 1.

*Quæſitum.* Baſis B C.

Fiat ut ſinus anguli dati (B) ad ſinum dati lateris (AC), ita radius ad aliud. Hoc c erit ſinus baſis quæſitæ B C. c *Clavius ibid. probl.* 3.

#### *Aliter.*

Fiat ut radius ad ſinum anguli dati, ita ſecans complementi lateris dati ad aliud. Hoc o erit ſecans complementi baſis. o *Clavius prop.* 54. *in ſchol.*

*Erit baſis quadrante minor,* ſi obliqui anguli B, C, ambo ſint acuti vel ambo obliqui:

Vel ſi latera A B, A C ſint ambo quadrante majora, vel ambo quadrante minora.

*Erit baſis B C quadrante major*, ſi latus datum (AC) ſit quandrante majus, alterum verò (A B) quadrante minus.

Vel ſi latus datum ſit quadrante minus, alterum verò majus.

### PROBLEMA IV.

*Data.* Anguli obliqui ambo C, B. *Fig.* 1.

*Quæſit.* Latera A C, A B.

Fiat ut radius ad ſinum anguli B, quæſito lateri A B adjacentis, ita ſecans anguli C ad aliud. Hoc erit ſecans lateris A B. Rurſum fiat ut radius ad ſinum anguli C quæſito lateri A C adjacentis, ita ſecans anguli B ad aliud: hoc e erit ſecans lateris A C. e *Clavius prop.* 52. *in ſcholio.*

Porrò latera quæſita erunt quadrante minora, ſi angulus oppoſitus datus ſit acutus; quadrante majora, ſi obtuſus.

#### *Aliter.*

Fiat ut ſinus anguli (B) quæſito lateri (AB) adjacentis,

jacentis, ad ſinum totum, ita ſinus complementi alterius anguli (C) ad aliud. Erit hoc *d* ſinus complementi lateris quæſiti (AB).

d *Clavius prop.42. prop.1. in ſchol.*

## PROBLEMA V.

*Fig. 1.* *Data.* Latus alterutrum (AC) & angulus (C) adjacens.

*Quæſit.* Angulus (B) oppoſitus lateri dato.

Fiat ut radius ad ſinum anguli dati (C), ita ſinus complementi lateris dati (AC) ad aliud: hoc *e* erit ſinus complementi anguli quæſiti (B): qui acutus erit, ſi datum latus fuerit quadrante minus; obtuſus, ſi majus.

e *Clavius prop. 42. in ſchol. probl.2.*

## PROBLEMA VI.

*Fig. 1.* *Data.* 1. Latus alterutrum (AB) cum angulo oppoſito (C). 2. Species alterutrius arcuum reliquorum (AC, CB).

*Quæſit.* Angulus obliquus alter (B)

Fiat ut ſinus complementi lateris dati ad ſinum complementi dati (C); ita radius ad aliud. Hoc erit *a* ſinus alterius obliqui anguli (B).

a *Clavius prop.42. in ſch. prob.2.*

### Aliter.

Fiat ut radius ad ſinum complementi lateris dati, ita ſecans dati anguli ad aliud. Hoc *e* erit ſecans complementi anguli quæſiti.

e *Clavius prop.56. in ſchol.*

*Erit quæſitus angulus (B) acutus*, ſi latus non datum (AC) fuerit quadrante minus:

Vel ſi & baſis BC ſit quadrante minor, & datus (C) angulus acutus.

Vel ſi & baſis BC ſit quadrante major & angulus (C) obtuſus.

*Erit quæſitus angulus (B) obtuſus*, ſi latus non datum (AC) ſit quadrante majus:

Vel ſi & baſis ſit quadrante minor & datus angulus (C) obtuſus:

Vel ſi & baſis ſit quadrante major, & angulus datus (C) acutus.

## PROBLEMA VII.

*Fig. 1.* *Data.* Latus utrumque AC, AB.

*Quæſit.* Baſis BC.

Fiat ut radius ad ſinum complementi utriuſlibet laterum (putà AC), ita ſinus complementi lateris alterius (AB) ad aliud. Erit *b* hoc ſinus complementi baſeos CB.

b *Clavius prop. 43. in ſchol.*

### Aliter.

Fiat ut ſinus totus ad ſinum utriuſvis lateris, ita tangens complementi alterius lateris ad aliud: hoc erit tangens complementi.

*Baſis quæſita BC erit minor quadrante*, ſi latus utrumque ſit quadrante majus, vel utrumque quadrante minus.

*Baſis quæſita erit major quadrante*, ſi latus unum ſit quadrante majus, alterum minus quadrante.

## PROBLEMA VIII.

*Data.* Baſis BC, cum latere alterutro (AC).

*Quæſit.* Latus alterum (AB).

Fiat ut ſinus complementi lateris dati (AC) ad ſinum complementi baſis, ita ſinus totus ad aliud: hoc *c* erit ſinus complementi lateris quæſiti (AB).

c *Clavius prop 43. in ſchol.*

### Aliter.

Fiat ut radius ad ſinum complementi lateris dati, ita ſecans baſeos ad aliud. Hoc erit ſecans lateris quæſiti.

*Latus quæſitum erit quadrante minus*, ſi tam baſis quàm latus datum, ſint quadrante minora.

*Latus quæſitum erit majus quadrante* ſi baſis ſit quadrante major, latus verò datum quadrante minus; vel contra.

## PROBLEMA IX.

*Fig. 1.* *Data.* Latus alterutrum (BA) & angulus adjacens (B).

*Quæſit.* Latus alterum (AC).

Fiat ut radius ad ſinum lateris dati (BA), ita tangens dati anguli (B) ad aliud, Prodibit *b* tangens lateris quæſiti (AC): quod minus erit quadrante, ſi angulus datus fuerit acutus; majus verò, ſi obtuſus.

b *Clavius prop. 44. in ſch. prob.1.*

## PROBLEMA X.

*Fig. 1.* *Data.* 1. Latus alterutrum (AC) & angulus oppoſitus (B). 2. Species alterius anguli obliqui (C); vel baſeos.

*Quæſit.* Latus alterum (AB).

Fiat ut tangens anguli dati (B) ad tangentem dati lateris (AC), ita radius ad aliud: hoc *c* erit ſinus lateris quæſiti.

c *Clavius prop.44. in ſch. prob. 1.*

### Aliter.

Fiat ut radius ad tangentem lateris dati (AC), ita tangens complementi anguli dati (B) ad aliud: prodibit *d* ſinus lateris quæſiti.

d *Clavius prop. 49. in ſchol.*

*Erit latus quæſitum (AB) quadrante minus*, ſi angulus non datus (C) ſit acutus:

Vel ſi & baſis BC, & latus datum (AC) ſint quadrante minora:

Vel ſi & baſis & latus datum ſint quadrante majora.

*Erit latus quæſitum (AB) quadrante majus*, ſi angulus non datus (C) ſit obtuſus.

Vel ſi baſis BC ſit quadrante minor, latus autem datum (AC) quadrante majus:

Vel ſi baſis ſit quadrante major, latus verò datum (AC) quadrante minus.

## PROBLEMA XI.

*Fig. 1.* *Data.* Latus utrumque AB, AC.

*Quæſit.* Uterque obliquus angulus.

Fiat ut radius ad ſinum lateris AC quæſito angulo B oppoſiti, ita tangens complementi alterius lateris AB ad aliud. Hoc erit *a* tangens complementi anguli quæſiti B. Rurſum fiat ut radius ad ſinum lateris AB quæſito angulo C oppoſiti, ita tangens complementi alterius lateris AC ad aliud. Hoc erit tangens complementi quæſiti anguli C.

a *Clavius prop 48. in ſchol.*

Erit porrò quæſitus angulus acutus, ſi latus oppoſitum ſit quadrante minus; erit obtuſus, ſi quadrante majus.

### Aliter.

Fiat ut ſinus lateris quæſito angulo oppoſiti ad radium,

l *Clavius prop. 44. in ſch. prob. 2.* radium, ita tangens alterius lateris ad aliud. Hoc erit tangens anguli quæſiti.

PROBLEMA XII.

*Fig. 1.* *Data.* Latus alterutrum (A C) & angulus adjacens (C).

*Quæſit.* Baſis.

Fiat ut radius ad ſinum complementi anguli dati (C), ita tangens complementi lateris dati (A C) ad
m *Clavius prop. 46. in ſch.* aliud: dabit hoc *m* tangentem complementi baſis.

*Aliter.*

Fiat ut ſinus complementi anguli dati (C) ad ra-
n *Clavius prop. 45. in ſch. prob. 1.* dium, ita tangens dati lateris (A C) ad aliud: hoc *n* erit tangens baſis.

*Erit baſis quadrante minor*, ſi datus angulus fuerit acutus, & latus datum quadrante minus:

Vel ſi datus angulus ſit obtuſus, & latus datum quadrante majus.

*Erit baſis quadrante major*, ſi datus angulus fuerit acutus, & latus datum quadrante majus:

Vel ſi datus angulus ſuerit obtuſus, & latus datum quadrante minus.

PROBLEMA XIII.

*Fig. 1.* *Data.* Baſis B C, & latus alterutrum (AB).

*Quæſit.* Angulus (B) ijs comprehenſus.

Fiat ut tangens baſis B C, ad tangentem dati la-
o *Clavius prop. 45. in ſch. prob. 2.* teris (A B), ita radius ad aliud. Hoc *o* erit ſinus complementi anguli quæſiti (B).

*Aliter.*

Fiat ut radius ad tangentem complementi baſis,
a *Clavius prop. 51. in ſch.* ita tangens dari lateris ad aliud: erit hoc *a* ſinus complementi anguli quæſiti.

Erit porrò quæſitus angulus acutus, ſi baſis & latus datum ſint quadrante, pariter minora vel pariter majora: erit obtuſus, ſi baſis ſit quadrante major, latus verò datum quadrante minus: vel ſi contrà.

PROBLEMA XIV.

*Fig. 1.* *Data.* Baſis B C, & angulus adjacens alteruter (B).

*Quæſit.* Latus dato angulo adjacens (A B).

Fiat ut radius ad ſinum complementi anguli dati (B), ita tangens baſis ad aliud. Hoc erit tangens lateris quæſiti (A B).

*Erit latus quæſitum quadrante minus*, ſi baſis ſit quadrante minor & datus angulus acutus:

Vel ſi baſis ſit quadrante major, & angulus datus obtuſus.

*Erit latus quæſitum quadrante majus*, ſi baſis ſit minor quadrante, & datus angulus obtuſus:

Vel ſi baſis ſit major quadrante, & datus angulus acutus.

PROBLEMA XV.

*Fig. 1.* *Data.* Baſis B C, & angulus adjacens alteruter (B).

*Quæſit.* Angulus obliquus alter (C).

Fiat ut radius ad ſinum complementi baſis, ita
b *Clavius prop. 47. in ſch.* tangens anguli dati (B) ad aliud. Hoc erit *b* tangens complementi anguli quæſiti (C).

*Angulus quæſitus erit acutus*, ſi baſis ſit quadrante minor, & datus angulus acutus:

Vel ſi baſis ſit quadrante major & datus angulus obtuſus.

*Angulus quæſitus erit obtuſus*, ſi baſis ſit quadrante minor, & datus angulus obtuſus:

Vel ſi baſis fuerit quadrante major, & datus angulus acutus.

PROBLEMA XVI.

*Data.* Obliquus angulus uterque (B, C). *Fig. 1.*

*Quæſit.* Baſis (B C).

Fiat ut radius ad tangentem complementi utriuſvis dati anguli, ita tangens complementi alterius dati anguli ad aliud. Hoc *c* erit ſinus complementi c *Clavius prop. 50. in ſch.*
baſis: quæ erit quadrante minor, ſi uterque datus angulus fuerit vel ſimul acutus, vel ſimul obtuſus; erit quadrante major, ſi unus ſit acutus alter obtuſus.

# PARS SECUNDA

## Analyſis triangulorum Sphæric. obliquangulorum.

PROBLEMA XVII.

*Datis omnibus angulis, omnia latera invenire.*

In triangulo obliquangulo B A C vel omnes anguli ſunt *a* æquales, vel duo *b* tantùm, vel omnes a *Fig.* 3.
*c* ſunt inæquales. b *Fig.* 4. c *Fig.* 2.

*Caſus 1. in quo æquales ſunt anguli tres, vel ſolùm duo B, C.*

Ex angulo A ducatur arcus circuli maximi AD
perpendicularis ad latus B C duobus æqualibus an- *Fig.* 3. & 4.
gulis B, C adjacens. Cadet hic intra triangulum, ſecabitque bifariam latus B C & angulum A. Quoniam igitur datur angulus A, etiam ſemiſſis B A D datur. Ex datis igitur in trigono rectangulo B D A angulis B, & B A D, per probl. 16. elicietur baſis B A, & per probl. 4, latus B D; cui cùm æquale ſit D C, totum latus B C notum erit. Latus autem A C notum eſt ex æquali ſecum latere A B.

Quod ſi omnes anguli, adeoque omnia latera inter ſe æquantur, ex uno A B, reliqua B C, A C innoteſcunt.

*Caſus 2. in quo omnes anguli ſunt inæquales.*

Oporteat primò invenire latus A B.

1. Fiat ut radius 100000 ad ſinum anguli A *Fig.* 2.
quæſito lateri A B adjacentis, ita ſinus alterius adjacentis anguli B ad aliud, quod voca X, & ſerva.

2. Subtrahe B à Grad. 180, & reſiduum ſit M.

3. Subtrahe A ex M, vel contra M ex A, ut habeatur ipſorum differentia P.

4. Inquire ſinus verſos differentiæ P & tertij anguli C, eorumque differentiam accipe.

5. Fiat ut X ad radium, ita differentia ſinuum verſorum ad aliud: hoc *a* erit ſinus verſus lateris a *Clav.*
quæſiti A B. Eodem modo reperies latera A C, B C, ut facilius fic.

6. Fiat ut ſinus anguli C lateri invento A B oppoſiti

b Colligitur ex prop. 58. Sch. 2 & prop. 41.

poſiti ad ſinum lateris inventi A B, ita ſinus anguli B ad aliud: hoc *b* erit ſinus lateris A C oppoſiti angulo B. Rurſum fiat ut ſinus anguli C ad ſinum lateris A B; ita ſinus anguli A ad aliud: erit hoc ſinus lateris B C. Ut verò ſcias an repertis ſinibus latera debita ſumi debeant minora quadrante, an majora, conſule regulas ſequentes.

In triangulo obliquangulo Sph. ſi omnes anguli fuerint acuti, latera ſingula erunt quadrante minora. *Reg. 9. 4. Clau. 29.*

Si duo anguli ſunt æquales acuti, erunt latera ijs oppoſita quadrante minora; majora verò ſi æquales obtuſi. *Reg. 10. 11. 4.*

Si duo anguli inæquales ſint acuti, erit latus minori acuto oppoſitum quadrante minus; ſin obtuſi, majori oppoſitum erit majus quadrante. *Reg. 12. 13. 4.*

## PROBLEMA XVIII.

### *Datis omnibus lateribus omnes angulos invenire.*

a Fig. 3. b Fig. 4. c Fig. 2.

IN triangulo obliquangulo vel omnes anguli ſunt *a* æquales, vel duo *b* tantùm B, C; vel omnes ſunt *c* inæquales.

### *Caſus 1. in quo æquales ſunt anguli tres, vel ſolùm duo B, C.*

Fig. 3. & 4.

In latus B C adjacens æqualibus angulis B, C, ductus intelligatur ab angulo oppoſito A arcus perpendicularis maximi circuli A D. Hic ſecabit biſariam tam latus B C quàm angulum B A C. Quare cùm detur B C, etiam dantur ſemiſſes B D, C D. In triangulo igitur rectangulo B D A ex baſi B A, & latere B D datis reperietur angulus B A D per probl. 1. qui cùm ſit ſemiſſis totius B A C, etiam notus erit B A C, adeoque & anguli C, B, ſi omnes tres ſint æquales. Quod ſi tantùm æquales fuerint duo B & C, ex notis B A, B D innoteſcet B per probl. 13. adeoque & C notus erit.

### *Caſus 2. in quo tres anguli ſunt inæquales.*

Fig. 2.

Oporteat invenire primò angulum A.

1. Accipe latera A B, A C quæſitum A continentia, & fac ut radius eſt ad ſinum lateris A B, ita ſinus lateris B C ad aliud; quod voca X, & ſerva.

2. Accipe differentiam laterum A B, A C, eaque ſit F.

3. Inquire ſinus verſos differentiæ F, & lateris B C quæſito A oppoſiti: quorum differentia ſit G.

b Clavius prop. 58. Sch. 2. c Clavius prop. 41. o Henrion.

4. Fiat ut X ad G, ita radius ad aliud. Hoc *b* erit ſinus verſus anguli quæſiti A. Eodemque modo reperientur anguli B & C, vel faciliùs ſic.

5. Fiat ut ſinus lateris B C ad ſinum inventi anguli A, ita ſinus lateris A B ad aliud. Hoc erit ſinus anguli C. Eodem modo ut ſinus lateris B C ad ſinum anguli A, ſic fiat ſinus lateris A C ad aliud. Hoc erit ſinus anguli B. Sed nota *o* ſit oportet ſpecies angulorum C, B: aliàs enim ex vi hujus analogiæ ſciri nequit acutus angulus an obtuſus ſinui reperto reſpondens accipi debeat. Quod ſi tria latera data ſint quadrante majora, vel unum quadrans & reliqua quadrante majora, nota erit ſpecies angulorum, erunt ſiquidem *d* omnes obtuſi.

d Clavius prop. 27.

### *Aliter quoad ſecundum caſum.*

Hoc problema ſolvetur hunc in modum. Oporteat invenire angulum A.

1. Sinus laterum B A, C A quæſitum angulum continentium per invicem multiplicati producant M.

2. Differentiam laterum B A, A C adde lateri B C, & ſumma ſit X: tum ab hoc illam ſubtrahe, vel contra, & differentia ſit Z.

3. Fiat ut M rectangulum è ſinibus laterum quæſitum angulum A continentium ad quadratum radij, ita rectangulum è ſinibus dimidiæ ſummæ X, & dimidiæ differentiæ Z, ad aliud. Hoc *o* erit quadratum ſinus dimidij anguli quæſiti A. o Trigon. Britannica pag. 22.

*Hæc ſolutio poſterior ſi per logarithmos inſtituatur, magnum calculi compendium habet, eſt verò problematis hujus & ſequentis in rebus Aſtronomicis uſus longè frequentiſſimus. Quare imprimis illa expediet logarithmico compendio expedire.*

## PROBLEMA XIX.

### *Datis duobus lateribus & angulo ijs comprehenſo, invenire latus reliquum & reliquos angulos.*

LAtera angulum datum (A) continentia vel æqualia ſunt vel inæqualia. Fig. 4. 5. 6.

### *Caſus 1. in quo latera data B A, C A ſunt æqualia.* Fig. 4.

Ductus intelligatur ex dato angulo A ad latus quæſitum B C arcus perpendicularis circuli maximi A D: qui intra triangulum cadet, ſecabitque biſariam tam angulum A, quàm latus B C: & quia datur totus A, etiam ſemiſſis B A D, datur. Igitur in trigono rectangulo B D A ex baſi B A & angulo B A D innoteſcet pro probl. 2. latus B C, adeoque & duplum ejus B C. Angulus alter B reperietur per probl. 6. ex latere B D, & invento angulo B A D, vel per probl. 13 ex baſi B A, & latere invento B D.

### *Caſus 2. in quo latera data B A, C A inæqualia ſunt.*

Ex alterutro non datorum angulorum A B C, A C B cadat arcus perpendicularis B D in latus oppoſitum, ſi opus eſt productum: quod quando contingat, ex arcu B D mox inveniendo innoteſcet. Quoniam in trigono rectangulo B D A dantur baſis A B, & angulus adjacens A, ex his reperietur B D per probl. 2. & A D per probl. 14. Ex baſi verò A B, & latere A D innoteſcet A B D per probl. 1. Jam quia inventum eſt A D, & datum A C, horum differentia D C nota erit. Igitur in trigono rectangulo B D C ex lateribus B D, D C, per probl. 7. reperietur baſis B C quæſita, cum angulo D C B, (qui eſt quæſitorum unus, vel in alterâ figurâ, eſt quæſiti A C B complementum ad duos rectos) & angulo D B C: qui (juxta duplicem caſum arcus B D) additus vel demptus invento ſuprà A B D, dabit A B C alterum quæſitorum. Fig. 5. & 6.

*Aliter & faciliùs ſecundus caſus expedietur hunc in modum.*

Oporteat invenire latus B C.

1. Fiat ut radius 100000 ad ſinum lateris dati A B, ita ſinus alterius dati lateris A C ad aliud: quod voca X, & ſerva.

2. Fiat ut radius ad ſinum verſum anguli dati A, ita X ad aliud Z: cui ſi addas ſinum verſum differentiæ datorum laterum A B, A C, prodibit *a* ſinus verſus lateris quæſiti B C. *a Clavius prop. 58. Schol. 2.*

3. Ex tribus lateribus & angulo A elicientur reliqui B, C, ut in probl. 18 caſu 2. *num.* 5.

PROBLEMA XX.

*Fig. 4. 5. 6.* *Datis duobus angulis (B, C) & latere iis adjacente (BC) invenire reliquum angulum (A) & latera reliqua.*

DAti anguli vel ſunt æquales vel inæquales.

*Caſus 1. in quo dati anguli B, C ſunt æquales.*

*Fig. 4.* In latus datum B C ex angulo oppoſito cadat arcus perpendicularis A D; qui biſecabit tam B C, quàm B A C. Quia B C datur, etiam datur ſemiſſis BD. In trigono igitur rectangulo BDA ex latere B D & angulo B per probl. 5. reperies B A D ſemiſſem quæſiti B A C, & ex B D ac B A D per probl. 3. baſim B A, cui cùm æqualis ſit arcus A C, etiam hic notus erit.

*Fig. 5. & 7.* *Caſus 2. in quo C B A, & C anguli dati ſunt inæquales.*

Ex alterutro datorum angulorum cadat in latus oppoſitum, ſi opus eſt, productum arcus perpendicularis B D. In trigono rectangulo C D B ex baſi B C & angulo C datis, reperies D B per prob. 2. Rurſum ex baſe B C & latere D B innoteſcet C D per probl. 8. & angulus C B D per prob. 13. quo collato cum dato C B A, patebit an arcus B D cadat intra triangulum B A C an extra. Quoniam verò noti ſunt C B D & C B A, etiam eorum differentia D B A nota erit. In trigono igitur rectangulo A D B ex latere D B, & angulo D B A per probl. 9. reperies latus D A: quod additum vel demptum invento ſuprà C D, dabit latus C A unum è quæſitis. Poſtremò ex iiſdem, latere D B & angulo D B A per probl. 12 reperies baſim A B (quod eſt latus quæſitum alterum) & per probl. 5. angulum B A D, qui in priore figurâ eſt ipſe quæſitus, in poſteriore verò eſt complementum quæſiti ad duos rectos.

*Aliter caſus 2. expedietur hoc modo.*

1. Accipe ſinus datorum angulorum B, C; & fiat ut radius ad ſinum anguli dati B, ita ſinus alterius dati C ad aliud: quod voca X, & ſerva.

2. Fiat rurſum ut radius ad X ita ſinus verſus lateris dati B C ad aliud: quod voca Z, & ſerva.

3. Alterutrum datorum angulorum (putà C) ſubtrahe à Grad. 180, & reſiduum ſit Q. Hujus porrò reſidui & alterius dati anguli B differentia ſit R: cujus ſinum verſum ſi addideris ad Z, conflabis ſinum verſum anguli quæſiti A.

4. Ex tribus angulis jam notis & latere B C, elicies reliqua latera, ut *probl. 17. caſ. 2. num. 6.*

PROBLEMA XXI.

*Datis duobus angulis (B, C) & latere uni datorum angulorum oppoſito (A B) & ſpecie alterius (A C) quod alteri dato angulo opponitur, invenire tertium angulum (A), & reliqua latera (A C, B C).*

ANguli dati vel ſunt æquales vel inæquales.

*Caſus 1. in quo dati anguli B, C ſunt æquales.* *Fig. 4.*

Sunt igitur æqualia etiam latera A B, A C, unde, quia datur A B, etiam A C datur. Ductus autem perpendiculariter arcus A D biſecabit tam B C, quàm B A C. In trigono rectangulo B D A ex baſi B A & angulo B datis, reperies per probl. 14. B D, adeoque & duplum ejus B C è quæſitis lateribus alterum. Ex baſi verò datâ B A & latere jam reperto B D, elicies B A D per probl. 1. adeoque & duplum ejus B A C, angulum nempè quæſitum.

*Caſus 2. In quo anguli dati B & A C B ſunt inæquales.* *Fig. 2. Fig. 8.*

Ex angulo A, ſeu B A C non dato arcus cadat perpendicularis A D in latus oppoſitum B C, qui quidem intra triangulum cadet, ſi anguli *a* dati B, A C B ambo acuti ſunt vel obtuſi ambo; extra, ſi B acutus, A C B obtuſus. Sciri verò poteſt utrumque, cùm B detur cum ſpecie ipſius A C B. In trigono rectangulo B D A, ex baſi A B, & angulo B datis, per prob. 2. reperies latus A D, & per prob. 14, latus B D, per probl. verò 15. angulum B A D: qui angulus reperietur etiam per probl. 1. ex baſi A B, & larere jam invento B D. Deinde in trigono rectangulo A C D ex latere jam reperto A D, & angulo *a* A C D dato unà cum ſpecie lateris A C, reperietur angulus D A C per probl. 6; qui additus vel ſubtractus reperto ſuprà B A D, dabit angulum B A C quæſitum. Ex latere autem A D & angulo D A C jam inventis, reperies per probl. 2. latus D C, quod additum vel ſubtractum lateri ſuprà reperto B D, dabit latus B C unum quæſitorum. Poſtremò alterum latus quæſitum A C reperies ex latere D C & angulo D A C per probl. 10.

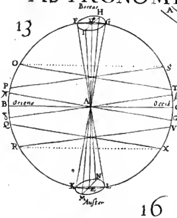
*a Reg. 8. 4.*

*a ACD in priore figura datur immediatè, in poſteriore verò innoteſcit, ſi datus ACB ſubtrahatur à grad. 180.*

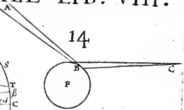
Si latus A C petitur ſolum, id ſtatim obtinebitur, ſi fiat ut ſinus dati anguli C ad ſinus oppoſiti ac dati lateris A B, ita ſinus alterius dati anguli B ad aliud. Hoc erit *n* ſinus lateris quæſiti A C. *n per 41. Clavij trian. ſph.*

PRO-

13



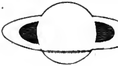

14



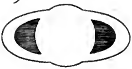

15



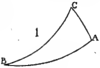
16

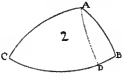


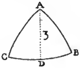
17

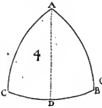


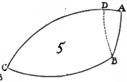
APPENDIX TRIGONOM. SPHERIC.

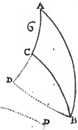


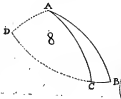



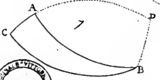




NAPOLI

Digitized by Google

## PROBLEMA XXII.

*Datis duobus lateribus ( AB, AC ) & angulo ( B ) uni datorum laterum ( AC ) oppoſito, cum ſpecie anguli ( A C B ) qui alteri lateri dato ( A B ) opponitur, invenire latus tertium ( B C ) & reliquos angulos ( ACB, B AC ).*

Latera data vel ſunt æqualia vel inæqualia.

*Caſus 1. in quo latera dantur æqualia.*

Fig. 4. Ergo etiam æquales ſunt anguli B, A C D. Quare cùm detur B, etiam A C D datur. In latus deinde non datum B C ex angulo oppoſito cadat perpendiculariter arcus A D: hic biſecabit tam B C quàm B A C. In trigono rectangulo B D A ex baſi B A, & angulo B datis, elicies per probl. 14 latus B D, adeoque & duplum ejus B C. Ex baſi verò B A & latere jam invento B D reperies per prob. 1. angulum B A D, adeoque & duplum ejus B A C.

*Caſus 2. in quo latera A B, A C dantur inæqualia.*

Fig. 2. & 8. In latus non datum B C ab angulo oppoſito ductus ſit arcus perpendicularis A D, qui intra triangulum cadet, ſi anguli [b] dati B, A C B ſint ambo acuti vel ambo obtuſi ſint; cadet extra, ſi B acutus, A C B obtuſus. Sciri porrò utrumque poteſt, cùm angulus B detur cum ſpecie anguli A C B. In triangulo rectangulo B D A ex baſi B A & angulo B datis, reperies A D per probl. 2. & B D per prob. 14. & angulum B A D per prob. 15; qui angulus B A D innoteſcet etiam per prob. 1. ex baſi B A, & reperto jam latere B D. Deinde in rectangulo trigono A D C ex baſi datâ A C & latere invento A D elicies per prob. 8. latus C D, (quod additum vel ſubtractum invento ſuprà B D dabit latus quæſitum B C), & per prob. 1. angulum A C D unum è quæſitis, aut certè (ut in fig. poſteriore) complementum quæſiti ad duos rectos. Poſtremò ex baſi A C & latere jam invento C D, reperies per prob. 1. angulum D A C; qui ſuprà invento B A D additus vel ſubtractus, dabit alterum quæſitum B A C.

[b] Reg. 8. 4.

Quod ſi ſolus petatur angulus A C B, is ſtatim & immediatè obtinebitur, ſi fiat ut ſinus dati lateris A C ad ſinum anguli oppoſiti & dati anguli B, ita ſinus lateris A B ad aliud: hoc enim erit ſinus anguli quæſiti A C B.

*Quoad ordinem horum 22 Problematum ſecutus ſum Clavium.*

## INDEX
### RECTANGULORUM SPH.


Ex baſi & latere invenitur.

Prob. 1. *Angulus oppoſitus lateri dato.*
8. *Latus alterum.*
13. *Angulus iis comprehenſus.*

Ex baſi & angulo adjacente.

2. *Latus dato angulo oppoſitum.*
14. *Latus dato angulo adjacens.*
15. *Angulus adjacens alter.*

Ex latere & angulo oppoſito.

3. *Baſis.*
6. *Angulus obliquus alter.*
10. *Latus alterum.*

Ex latere & angulo adjacente.

5. *Angulus adjacens alter.*
9. *Latus alterum.*
12. *Baſis.*

Ex latere utroque.

7. *Baſis.*
11. *Uterque angulus obliquus.*

Ex obliquo angulo utroque.

16. *Baſis.*
4. *Latus utrumque.*


## INDEX
### OBIQUANGULORUM SPH.


17.
Ex omnibus angulis.

*Omnia latera.*

18.
Ex omnibus lateribus.

*Omnes anguli.*

19.
Ex duobus lateribus & angulo comprehenſo.

*Latus tertium, & reliqui anguli.*

20.
Ex duobus angulis & latere adjacente.

*Angulus tertius & latera reliqua.*

21.
Ex duobus angulis & latere uni datorum angulorum oppoſito.

*Angulus tertius & latera reliqua.*

22.
Ex duobus lateribus & angulo uni datorum laterum oppoſito.

*Latus tertium & anguli reliqui.*


FINIS.

# ANDREÆ TACQUET

## E SOCIETATE JESU

# GEOMETRIA PRACTICA

## TRIBUS LIBRIS COMPREHENSA.

## ARGUMENTUM.

*DUplex Geometria eſt, Theorica & Practica. Illa quantitatis continuæ, quam uno nomine Geometræ magnitudinem appellant, affectiones abſtractè & generatim conſiderat ac demonſtrat, eſtque cum Arithmeticâ Matheſeos univerſæ baſis ac fundamentum. Hæc ad illam ſeſe habet ut rivus ad fontem, & magnitudines de facto exiſtentes expendit metiturque. Quidquid igitur in cælo terráve quantum eſt, ad Practicam ſpectat Geometriam. Quare partes illius ſunt, metiri rerum diſtantias, montium ac turrium altitudines, profunditates puteorum ac vallium, ſuperficies camporum, & corporum quorumcumque ſoliditatem cognoſcere. Nec his contenta ambitum Orbis terræ, ac molem mirabili artificio inveſtigat: atque inde in cælum ipſum provecta Lunæ ac Solis à terrâ diſtantias magnitudineſque, ac cæterorum corporum cæleſtium quantitatem ſagacitate humanâ propè majori aſſequitur. Sed rerum adeò reconditarum cognitio, ſubitò, atque uno quaſi impetu non obtinetur. Quemadmodum enim in montis aut turris verticem per gradus & ſcalas aſcenditur, ita & in hiſce ſcientijs ſui quidam ſunt gradus, per quos in earum abdita quæque & arcana facili negotio penetratur. Porrò hi gradus ſunt Elementa Geometriæ & Arithmeticæ, ad quæ proinde intelligenda diligenter incumbat neceſſe eſt, qui tum ea, quæ tractaturi modò ſumus, tum cætera Matheſeos admiranda percipere deſiderat.*

## NOTANDUM

### Univerſim in hac Geometria Practica.

1. *CUm citantur elementa, citari ea quæ nos edidimus: quæ conveniunt cum Euclidæis in numeris propoſitionum, non tamen in definitionibus, Corollarijs, Scholijs, & alijs multis, quæ addidimus.*

2. *In citationibus Problematum &c. hujus tractatus, cùm non additur numerus capitis, ſemper ſpectare problema &c. ad caput, in quo verſamur.*

3. *Cùm agitur de menſuris, ex. gr. pedibus, milliarijs &c. ſi poſt aliquem numerum ſequantur alij punctis diſtincti, primum, qui ante punctum eſt, eſſe integrum, reliquos decimales: ut ſi occurrant milliaria 25. 3. 5. 1. 4, deſignantur mill. 25, & 3 decimæ, 5 centeſimæ, 1. milleſima & ſic deinceps.*

4. *Quod ſi agatur de gradibus, numerus ante puncta ſunt gradus, reliqui minuta prima, ſecunda, tertia &c. Vt ſi offerantur Grad. 34. 2. 31. 23.5. deſignantur, grad. 34. min. 2. ſecunda 31, tertia 23. & ſic deinceps.*

# GEOMETRIÆ PRACTICÆ LIBER I.

## De dimenſione linearum rectarum.

CUm lineas audimus, non eas ſolùm oportet intelligere, quæ atramento in chartâ, aut cretâ deſcribuntur in tabulâ, ſed eas præſertim quæ rebus inſunt, hoc eſt omnium hujus univerſi ſuperficierum ac corporum aſpectabilium in longum, latum, ac profundum dimenſiones. Cùm igitur lineas menſurabimus, fluminum & camporum longitudines ac latitudines, amplitudinem Horizontis conſpicui, Iridis diametrum, altitudines turrium, montium, nubium, imò Solis ac Lunæ & ſiderum reliquorum metiemur. Quæ res cùm per ſe maximè admirabiles & ſcitu jucundiſſimæ ſint, tum multò admirabiliores ac jucundiores evadent, quando non praxim tantùm, ſed etiam Theoriam, explicatis earum rerum fundamentis, intelligemus.

## CAPUT PRIMUM.

### De Menſuris.

MEnſura eſt magnitudo quæpiam data ſive pro libitu aſſumpta, cujus applicatione aliæ ipsâ majores innoteſcunt. Cùm enim ſcitur quoties menſura data in magnitudine menſurandâ contineatur, magnitudo ea dicitur eſſe nota, ſive quantitatis exploratæ. Cùm autem tres ſint magnitudinis ſpecies, linea, ſuperficies, corpus; triplex quoque menſura eſt, linearis, ſuperficialis, & corporea ſeu ſolida; lineæ ſiquidem per lineam, ſuperficies per ſuperficiem, corpora ſeu ſolida per ſolidum menſurantur. Non tamen ſuperficies per quamlibet ſuperficiem, neque ſolida per quodlibet ſolidum; ſed hæc per cubum, illa per quadratum metimur, quia quadratum & cubus figuræ ſunt maximè ſimplices, adeoque notiores: quadratum enim fit ex uno ductu lineæ in ſeipſam, cubus verò ex ductu lineæ in ſeipſam duplicato generatur: nam linea in ſe ducta facit quadratum, quo ducto rurſum in eandem lineam gignitur cubus, cùm tamen menſura ſimpliciter nominatur, ſemper linearis intelligitur.

Menſuræ præ cæteris uſitatæ ſunt digitus, pes, paſſus, pertica, milliare.

Pes dividi ſolet in partes æquales, 10, vel 11, vel 12, vel 16, & hæ partes vocantur Digiti.

Paſſus continet pedes 5.

Pertica pedes 10, vel 12, vel 16, vel 20.

Milliare paſſus 1000, ſeu pedes 5000.

Porrò hæ menſuræ incertæ ſunt, niſi pedis quantitas ad quam illæ referuntur, fuerit determinata. Pes verò tot propè magnitudines ſortitur diverſas, quot ſunt civitates. Nos eo utemur, qui hîc, ubi iſta ſcribimus, verſatur in manibus, videlicet Antverpienſi; ex alijs verò duos, Rhynlandicum, & Italicum Bononienſem adhibebimus. Quos ex omnibus viſum eſt ſeligere, quod per eos milliaris Italici, ac Belgici, ſive horarij, quantitas determinetur.

#### *Conſtitutio pedis.*

Proportio trium prædictorum pedum ea eſt, quæ inter numeros, 1000, 1200, 909; proinde quarum partium Rhynlandicus, eſt 1000, earum Bononienſis eſt 1200 (adeoque Rhynlandicus ad Bononienſem eſt ut 5 ad 6) Antverpienſis 909

| | | | |
|---|---|---|---|
| Pes | Rhynlandicus | 1000 | 5 |
| | Bononienſis | 1200 | 6 |
| | Antverpienſis | 909 | |

Rhynlandicum eſſe ad Antverpienſem ut 1000 ad 909 habemus ex obſervatione Willebrordi Snellij in ſuo Eratoſthene Batavo, ubi ſummâ diligentiâ variarum urbium pedes cum Leydenſi ſive Rhynlandico confert.

Rhynlandicum verò eſſe ad Bononienſem ut 5 ad 6, ſic oſtendo. Ex obſervatione [a] Riccioli pes Bononienſis eſt ad pedem Romanum antiquum ſeu Veſpaſianeum, ut 1495 ad 1200, hoc eſt quàm proximè ut 5 ad 4: ſi enim pro 1495 ponantur 1500, haberetur exactè proportio 5 ad 4. differentia eſt 5, quæ ſolùm eſt pars 299 numeri 1495, ac proinde contemni poteſt. Igitur pes Bonon. eſt ad Veſpaſianeum ut 5 ad 4, ſive ut 6 ad $\frac{24}{5}$. Pes autem Veſpaſianeus ad Rhynlandicum ſeu Leydenſem, ut 24 ad 25, ſive ut $\frac{24}{5}$ ad $\frac{600}{120}$ ut compertum à Ricciolo *pag.* 62. *num.* 6. Igitur ex æquo pes Bononien. eſt ad Rhynlandicum pedem, ut 6 ad $\frac{600}{120}$, hoc eſt ut 6 ad 5. Quod ſi præciſionem omnimodam deſideres, erit Bononienſis pes ad Rhynlandicum ut $6\frac{4}{299}$ ad 5. Sed ea fractiuncula, ut dixi, meritò contemnitur.

[a] *Lib.* 2. *cap.* 8. *num.* 2. *quam num.* 7. *egregiè ſtabilit.*

#### *Conſtitutio Milliaris.*

Milliare Belgicum ſive horarium eſt, quod ſpatio unius horæ commodè à mediocri pedite abſolvitur. Ex accuratâ Snellij obſervatione complectitur pedes Rhynlandicos 18000, ſive decempedas Rhynland. 1800.

Ut ſcias quot Pedes Bononien. contineat milliare horarium, ſic age. Quia pes Rhynl. eſt ad Bononienſem ut 5 ad 6, quanto 5 minus eſt quàm 6, tanto reciprocè numerus Pedum Bononienſium conficiens milliare horarium, minor erit numero Pedum Rhynlandicorum conficientium milliare horarium, ac proinde quæſtio pertinet ad regulam proportionum everſam.

| Pes Rhynl. | Mill. hor. | Pes Bonon. | Mill. hor. |
|---|---|---|---|
| 5 | 18000 | 6 | ...... |

quam ſolve, ut tradidi Arith. *lib.* 4. *cap.* 1. nimirum duc primum 5 in ſecundum 18000, & productum 90000, divide per tertium: quotiens 15000, ſunt

Pedes

Pedes Bononienſes milliare horarium conficientes.

Pari modo quia Pes Rhynlandicus eſt ad Antverpienſem, ut 1000 ad 909, milliare horarium continebit Pedes Antverpienſes 19, 801 $\frac{891}{909}$.

Milliare Bononienſe continet 5000 pedum Bononienſium, & quia pes Bononienſis eſt ad Rhynlandicum ut 6 ad 5; milliare Bononienſe continebit

a Per reg. proport. everſam. b per eand. *a* pedes Rhynl. 6000. Rurſum quia pes Bononienſis eſt ad Antverpienſem ut 1200 ad 909, milliare Bononienſe *b* continebit pedes Antverpienſes 6600 $\frac{200}{303}$.

Ut hactenùs dicta paucis complectar,

*Milliare horarium ſeu Belgicum continet*

| | |
|---|---|
| *Pedes Rhynlandicos* | 18,000 |
| *Pedes Bononienſes* | 15,000 |
| *Pedes Antverpienſes* | 19, 801 $\frac{99}{101}$. |

*Milliare Italicum Bononienſe continet*

| | |
|---|---|
| *Pedes Bononienſes* | 5000 |
| *Pedes Rhynlandicos* | 6000 |
| *Pedes Antverpienſes* | 6600 $\frac{200}{303}$. |

Ex his manifeſtum eſt milliare Bononienſe eſſe tertiam partem milliaris horarij: hoc enim continet pedum Bononienſium 15,000, illud 5000.

Cùm igitur quantitas tam milliaris horarij ſive Belgici, quàm Italici, Bononienſis, & utriuſque ad invicem proportio, ex ijs, quæ hic deduxi, perfectè nota ſit, his duobus deinceps ſolis in hoc tractatu, alijſque utar, ne etiam ipſe in eum errorem incidam, quem ſæpè fui in multis ſcriptoribus averſatus, qui dum menſuras quas adhibent non exponunt, adeóque ignotas relinquunt, omnia pariter, quæ ijs metiuntur, ignota relinquunt.

# CAPUT II.

## Quid Sinus, Tangentes, Secantes & quomodo inveniantur.

SInus, Tangentes, Secantes ſunt rectæ quædam lineæ, quarum in Analyſi triangulorum, in Geometriâ Practicâ, in Aſtronomiâ, alijſque uſus eſt maximus.

### *Sinuum Definitiones.*

Fig. 1. Eſto quadrans circuli A C E, cujus circumferentia C E diviſa ſit in partes 90 æquales, quas Gradus vocant, & ſinguli gradus in partes æquales 60, quæ vocantur Minuta, ſic ut totus arcus C E diviſus ſit in partes æquales, ſeu minuta 5400. Ex centro A ad ſingulos gradus & minuta emittantur rectæ, quarum unum deſigno litteris A F. Conſtituentur hoc facto anguli 5400, quibus ſubtenduntur arcus totidem uno ſeſe invicem minuto excedentes. Ex his unum deſigno litteris C A F. Primus angulus erit minuti unius, ſecundus duorum minutorum, & ſic porrò; ſexageſimus minutorum 60; hoc eſt Gradus unius, & ſic deinceps: poſtremus E A C eſt Graduum 90, adeóque rectus. Tandem per minuta ſingula ducantur rectæ ad ſemidiametrum A C perpendiculares, quæ proinde etiam ipſæ numero erunt 5400 computando radium A E, quarum unam deſigno litteris F X. Hæ appellantur Sinus arcuum & angulorum uno minuto ſeſe mutuò ſuperantium.

1. Igitur arcus ex. gr. F C, & anguli F A C ab ipſo ſubtenſi ſinus eſt recta F X, quæ ab F termino arcus perpendicularis eſt radio A C.

2. Pars radij X C inter arcum & ſinum intercepta eſt ſinus verſus ejuſdem arcus F C, & anguli F A C.

3. Sinus complementi ſive ſinus ſecundus arcus F C, & anguli F A C, eſt F I ſinus illius arcus, nempè F E, qui quadrantem complet, adeoque & ſinus illius anguli, nempè F A E, qui cum priore F A C complet rectum C A E.

4. Sinus totus ſive radius eſt ſemidiameter A E.

5. Arcus Q F quadrante major eumdem habet ſinum F X, quem arcus minor C F, qui cum eo ſemicirculum conſtituit: & angulus recto major F A Q eundem habet ſinum F X, quem angulus acutus F A C, qui cum eo efficit duos rectos.

6. In omni triangulo rectangulo B A C, latus B C recto angulo oppoſitum, eſt ſinus totus ſive radius: reliqua verò latera ſunt ſinus angulorum, quibus opponuntur; latus nimirum A B eſt ſinus anguli *o*; latus A C ſinus anguli *r*. Fig. 2.

Nam ſi centro C intervallo C B deſcribatur quadrans F B L; quia latus angulo recto oppoſitum C B, eſt jam radius quadrantis, erit C B ſinus totus per *defin.* 4: latus verò A B, per *defin.* 1, erit ſinus anguli *o*, ſeu F C B. Rurſum centro B, intervallo B C deſcripto quadrante Q C I, patet per eandem defin. 1. A C eſſe ſinum anguli *r*, ſive Q B C. Ex quo jam nunc apparet, quantus ſinuum futurus in Trigonometria ſit uſus.

### *Definitiones Tangentium, & Secantium.*

Eſto circulus B X Z, cujus quadrans B X intelligatur, ut ſuprà, diviſus in gradus, & minuta. Hunc tangat recta infinita B R, & ex centro A, ad contactum B, ducatur radius A B, qui *a* cum tangente conſtituet angulum rectum. Cogitentur deinde per quadrantis gradus ſingulos, & minuta ex centro A, emitti rectæ A F, A L &c. quo facto conſtituentur anguli F A B, L A B &c. ad 5400, ut ſuprà, quibus ſubtenduntur totidem arcus B C, B O, &c. Fig. 3. a Per 18. lib. 3.

7. Arcus igitur B C; & anguli B A F tangens eſt recta B F, ſecans verò A F, ſinus totus A B: ſimiliter arcus B O, & anguli B A L, tangens eſt B L, ſecans A L, & ſic deinceps.

8. Arcus quadrante minor B O, & arcus quadrante major Z O, cum priore B O faciens ſemicirculum, eandem habent Tangentem B L, & Secantem A O L.

9. In omni triangulo rectangulo F B A reſpectu acuti anguli F A B tangens eſt F B ipſi oppoſitum; latus alterum A B, ipſi adjacens eſt ſinus totus, ſeu radius; hypotenuſa verò A F, ſeu latus recto angulo oppoſitum eſt ſecans. Patet ex defin. 8. & prop. 16. lib. 3, ſi centro A per B deſcribatur circulus. Fig. 3.

Pari modo reſpectu alterius acuti anguli, A F B tangens eſt A B, ſinus totus ſeu radius eſt F B, ſecans F A. Patet ex defin. 8. & prop. 16. lib. 3, ſi centro F per B circulum deſcripſeris.

Hypotenuſa igitur utriuſque acuti ſecans eſt, ac proinde cùm hi anguli inæquales ſunt, diverſis numeris in tabulis Sinuum, hypotenuſa exprimitur.

Cæterùm notandæ inprimis ſunt, ac probè intelligendæ definitiones 6, & 9, ut Sinus Tangentes, Secantes ad uſum deducantur.

### *Sinuum, Tangentium, Secantium inventio.*

Invenire Sinus, Tangentes, Secantes, eſt earum proportionem ad radium circuli aut veram, aut à vera inſenſibiliter aberrantem, numeris exprimere. Ad eum finem intelligitur circuli radius in plurimas æquales partes diviſus, ut in 100000, aut 1000,0000; Tum Geometrico ratiocinio inquiritur, quot ex illis radij partibus ſinguli Sinus, Tangentes, Secantes contineant: quæ inventio ut poſtea oſtendam, eò accuratior futura eſt, quò plures in partes radius circuli diviſus aſſumetur. Hoc Sinuum artificium primi excogitarunt Hipparchus, & Menelaus; horum inventa deinde contraxit, & expolivit Ptolomæus, & noviſſimè Ioannes Regiomontanus perfecit, qui ad radium 10000000, Sinus omnium graduum, ac minutorum quadrantis ſupputavit. Denique horum omnium conatus egregios, Clavius noſter, Pitiſcus, Rheticus alijque complures illuſtrarunt. Quamvis autem ab ijs omnibus præclarè hoc in genere laboratum ſit; quia tamen prolixa hujus doctrinæ tractatio eſt, optandum ſanè videtur, ut facilior ea ſtudioſis, atque expeditior, ſi fieri poteſt, efficiatur. Quare animus mihi eſt artificium quàm utile, tam pulchrum, & clariùs, quàm cæteri fecerint, & breviùs exponere. Rem omnem tribus Poriſmatis, & 6 Problematis abſolvam. Sit ergò

## PORISMA I.

Fig. 4. *Dato ſinu (F C) cujuſvis arcus (F B), complementi ſinum (F O) invenire.*

a Pori 47. lib. 1. Ducto radio A F, quadratum A F a æquatur quadratis F C, A C. Quare ſi ex quadrato radij, ſeu Sinus totius auferas quadratum ſinus dati F C, remanet quadratum A C, hoc eſt quadratum F O. Igitur radix quadrata inde extracta dabit rectam F O, Sinum complementi quæſitum.

## PORISMA II.

Fig. 5. *Dato ſinu (C F) cujuſvis arcus (I C) ſinum ſemiſſeos ejuſdem arcus invenire.*

Arcui I C, ſubtende rectam I C, ad quam è centro perpendicularis ſit A L; quæ tam b rectam I C, quàm c arcum I L C biſecabit; ac proinde I O, eſt ſinus arcus L I ſemiſſeos arcus I L C. (b 3. lib. 3. c 30. lib. 3.)

Ex ſinu dato C F, per præced. inveniatur ſinus complementi C Q, ſeu F A: quo ablato ex ſinu toto A I, nota fit F I. Nota igitur eſt ſumma quadratorum I F, C F, hoc eſt, d quadrati I C. Ex quo eliciatur radix quadrata, dabit ea rectam I C, ejuſque ſemiſſis ſinum quæſitum I O. (d 47. lib. 1.)

## PORISMA III.

Fig. 6. *Datis ſinibus (L X, F R) duorum arcuum (L B, F B) quorum differentia non ſit major 45 minutis, ſinum (I S) arcus cujuſdam medij invenire.*

Ducatur perpendicularis F O Q: erunt L Q, I O, differentiæ ſinuum L X, I S ad ſinum F R. Et quia arcus L F eſt non major 45 minutis, adeoque parvus, non different arcus L F, I F ſenſibiliter à rectis lineis; ac proinde L F Q, I F O aſſumi poſſunt ut rectilinea triangula. Quia ergo I O eſt parallela L Q erit k. (k coroll. 1. prop. 4. lib. 6.)

| | |
|---|---|
| ut datorum arcuum maximi, & minimi differentia L F | ad arcus medij, & minimi differentiam I F |
| ita ſinuum datorum maximi, & minimi differentia L Q | ad ſinus medij, & minimi differentiam I O. |

Quare cùm hujus analogiæ tres primi termini ſint noti, etiam quartus I O innoteſcet. Quem ſi addamus ſinui dato minori F R, notus erit medius quæſitus I S.

### *Lemma.*

*Semiſſis ſubtenſa (C B) alicujus arcus (C F B), eſt ſinus ſemiſſeos ejuſdem arcus.* Fig. 7.

Ex centro A ducatur radius A G F ad C B perpendicularis. Erit ergo C G per defin. 1. ſinus arcus C F. Atqui per 3. lib. 3. C G eſt ſemiſſis C B, & per 30. lib. 3. C F ſemiſſis C F B. Ergo &c.

## PROBLEMA I.

### Sinum arcus 45 graduum invenire.

Fig. 7. Quadrantem C F B ſubtendat recta C B, ad quam ex centro A ſit perpendicularis A G F. Quoniam igitur arcus C B 90 grad. a biſectus eſt in F; erit F B arcus graduum 45; cujus ſinus eſt B G. Deinde ergò ob æqualitatem laterum A C, A B, anguli b quoque A C B, A B C æquales ſunt; qui verò ad A rectus; erit c ergò A B C, ſeu A B G ſemirectus. Eſt autem d A G B rectus: reliquus ergo B A G e ſemirectus eſt, ideoque par ipſi A B G. Ergo latera B G, A G n æqualia ſunt. Ergo quia quadratum A B æquatur f utrique quadrato B G, A G, unius quadrati B G duplum erit. Semiſſis ergo quadrati ſinus totius A B, æquatur quadrato ſinus 45 graduum, B G. (a 30. lib. 1. b 5. lib. 1. c coroll. 11. prop. 32. lib. 1. d hyp. e 32. lib. 1. n 6. lib. 1. f 47. lib. 1.)

Quare ſi ex ſemiſſe quadrati ſinus totius eliciatur radix quadrata, dabit ea ſinum 45 grad. qui quarum partium ſinus totus ponitur 10000000, reperietur earumdem eſſe 7071068 ferè.

## PROBLEMA II.

### Arcuum 60, & 30 graduum ſinus invenire.

Fig. 8. Eſto quadrans B C; arcus B F graduum 60, & ſinus ejus D F. Erit ergo arcus F C graduum 30, cujus ſinus ſit F G. Ducatur autem B F, & ex centro A F. Quoniam arcus B Q F eſt grad. 60, hoc eſt ſexta pars circumferentiæ circuli, erit B F latus hexagoni, ideoque a æquale radio A F. Anguli n igitur ad A, & B in triangulo A F B æquales ſunt. Cùm igitur in triangulis X, Z, æquales ſint anguli F B D, F A D, item anguli F D B, F D A, utpote recti; latus verò F D commune; erunt b quoque latera B D, A D æqualia: ac proinde quadratum B D eſt quarta pars quadrati ſinus totius A B, ſeu F B: ſed quadratum F B æquatur c quadratis B D, F D. Auferatur ergò quarta pars quadrati ſinus totius, ſive quadratum ſemiſſeos B D ſinus totius, à quadrato (a Coroll. 1. p. 15. l. 4. n 6. lib. 1. b 26. lib. 1. c 47. lib. 1.)

ſinus

ſinus totius F B, remanebit quadratum F D; cujus radix quadrata dabit rectam F D, ſinum 60 graduum. Poſito igitur ſinu toto 10000000, ſinus grad. 60 eſt 8660254.

*Sinus porrò F G grad. 30 eſt ſemiſſis ſinus totius*, utpotè æqualis ipſi D A. Idem patet ex lemmate. Poſito igitur ſinu toto 10000000, ſinus grad. 30 eſt 5000000.

## PROBLEMA III.

Fig. 9.

### Sinum 36 graduum invenire.

ESto ſemicirculus F B G, cujus baſi radius A B rectus inſiſtat. Tum radio A G biſecto in D, ducatur recta D B, quæ transferatur ex D in C. Recta
a Ptolom. lib. 1. Almag. B C erit *a* latus pentagoni, circulo inſcripti.

Ex ſummâ quadratorum A B radij, ſive ſinus totius, & A D ſemiſſeos radij, extrahe radicem qua-
b 47. lib. 1. dratam, dabit ea *b* rectam D B, hoc eſt D C. Ex D C aufer D A ſemiſſem radij; fiet nota A C; cujus
c 47. lib. 1. quadratum adde quadrato radij A B; notum fiet *c* quadratum C B; ex quo radix elicienda, dabit B C latus pentagoni, ſubtendens gradus 72. Illius ergo
d Lem. ſemiſſis *d* dabit ſinum 36 graduum.

Poſito ſinu toto 10000000, ſinus grad. 36 reperitur partium 5877852.

*Corollarium.*

e Poriſ. 1. Ex ſinu grad. 36, reperitur *e* ſinus complementi, nempè grad. 54, partium 8090170.

## PROBLEMA IV.

### Sinum graduum 12 invenire.

Fig. 10. IN quadrante C B, ſit arcus B F graduum 30, K B grad. 54, & eorum ſinus D F, G K. Igitur erit earum differentia K F grad. 24, complementa verò erunt F C, grad. 60, K G grad. 36; quorum ſinus ſint P F, N K.

Sinus N K, grad. 36. inventus per probl. 3. auferatur ex ſinu P F grad. 60 invento per Probl. 2. remanebit O F nota. Tum ſinus F D grad. 30, inventus per Probl. 2. dematur ex ſinu K G grad. 54. invento per Coroll. præc. remanebit O K nota. Ra-
a 47. lib. 1. dix ſummæ quadratorum O F, O K dabit *a* K F ſub-
b Lem. tenſam 24 grad. Illius verò ſemiſſis dabit *b* ſinum graduum 12.

## PROBLEMA V.

### Sinus omnium arcuum quadrantis ſeſe ordinatim, uno minuto ſuperantium invenire.

EX quatuor ſinibus per præcedentia quatuor Problemata, graduum videlicet 45, 60, 36, 12, reliquos ſinus omnes adminiculo trium Poriſmatum præmiſſorum inveniemus hunc in modum.

*Ex ſinu grad. 45 inveniuntur ſinus ſeptem.*

Problemate 1. Inventus eſt ſinus arcus grad. 45: ſumatur graduum 45 ſemiſſis, grad. 22, 30, & ſemiſſis horum, grad. 11, 15, quæ amplius biſecari nequit; ſinus harum ſemiſſium reperiuntur per Poriſma 2, nimirùm ex ſinu grad. 45 reperitur ſinus grad. 22, 30, & ex hoc ſinus grad. 11, 15.

ex 45. gradibus
Semiſſis, 22, 30; 11, 15.

Accipiantur deinde harum ſemiſſium complementa: complementum arcus totius, grad. 45, quia ipſi æquale, tanquam inutile omittitur

ex ſemiſſibus 22, 30. 11, 15.
Complementa 67, 30. 78, 45.

horum complementorum ſinus reperiuntur per Poriſ. 1. Rurſum ex his complementis ſumantur ſemiſſes ſemiſſium, quoties poſſunt: tum complementa ſemiſſium, donec complementum occurrerit, quod biſecari nequeat.

| | | |
|---|---|---|
| Ex compl. | 67, 30. | 78. 45. |
| Semiſſ. | 33, 45. | nulla. |
| Compl. | 56, 15. | |
| Semiſſ. | nulla. | |

Complementa poſtrema erant grad. 67. 30. & grad. 78. 45: ex poſteriori, quia biſecari nequit, nihil ultra eruitur. Prioris, nempè grad. 67. 30, ſemiſſis eſt grad. 33. 45, cujus ſinus per Poriſ. 2. obtinetur. Hujus complementum eſt grad. 56, 15, cujus ſinus reperitur per Poriſ. 1. Quia verò complementum hoc ultimum non poteſt biſecari, hic terminus erit inveniendi ex ſinu graduum 45.

Igitur ex Sinu graduum 45 inventi jam ſunt ſinus ſeptem, quorum inventionis ſeries in tabella appoſita exhibetur.

| | grad. | ' | grad. | ' | grad. | ' | grad. | ' |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 90. | 0 | 45. | 0 | | | | |
| Semiſſ. | | | | | 22. | 30 | 11. | 15 |
| Compl. | | | | | 67. | 30 | 78. | 45 |
| Semiſſ. | | | | | 33. | 45 | | |
| Compl. | | | | | 56. | 15 | | |

*Ex Sinu graduum 60 inveniuntur ſinus 16.*

Arcus 60 graduum biſecetur quoties poteſt, & accipiantur ſemiſſium complementa; quæ iterùm biſeca, quoties potes: tum ſemiſſium rurſum accipe complementa, quæ denuò biſeca, & biſectionis complementum aſſume. Ex hac alterna acceptione, quæ ſexies repetita eſt, habentur arcus 16, quorum ſinus, per Poriſ. 2. & 1, alternatim accepta, invenientur.

| Sinus grad. 60 ejuſque Semiſſes | Complementa | Semiſſes Complementorum | Complem. | Semiſſes | Complem. |
|---|---|---|---|---|---|
| grad. '. | grad. '. | grad. '. | grad. '. | grad. '. | grad. '. |
| 60. 0' | | | | | |
| 30. 0' | | | | | |
| 15. 0' | 75. 0' | { 37. 30'<br>18. 45' | 52. 30'<br>71. 15' | 26. 15' | 63. 45' |
| 7. 30' | 82. 30' | 41. 15' | 48. 45' | | |
| 3. 45' | 86. 15' | | | | |

Alternam ſemiſſium, & complementorum ſeriem exhibet tabella hic appoſita. Atque ita, ſi hactenùs inventi ſinus ordinentur, adnumerato ſinu toto grad. 90, habebimus 24. ſinus arcuum ſeſe gradibus 3, 45' ſuperantium.

### *Ex Sinu graduum 36, habentur Sinus 32.*

Si enim arcus grad. 36 accipiatur ſemiſſis, & ſemiſſis ſemiſſeos, & ſic deinceps: Deinde ipſius ſinus 36, & omnium ſemiſſium complementa, ac rurſum ſemiſſes complementorum; eaque alterna ſemiſſium ac complementorum acceptio octies repetatur, provenient arcus 32, quorum ſinus per *Poriſma* 2, & 1 alternatim reperientur. Seriem inventionis horum 36 arcuum exhibet Tabella ſubjecta.

| Sinus gr. 36 cum ſuis Semiſſibus. | Complementa | Semiſſes Complementorũ. | Complementa | Semiſſes | Complem. | Semiſſes | Complem. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| gradus ' | grad. ' | grad. ' | grad. ' | grad. ' | grad. ' | grad. ' | grad. ' |
| 36. 0' | 54. 0' | { 27. 0'<br>13. 30'<br>6. 45' | 63. 0'<br>76. 30'<br>83. 15' | { 31. 30'<br>15. 45'<br>38. 15' | 58. 30'<br>74. 15'<br>51 45' | 29. 15' | 60. 45' |
| 18. 0' | 72. 0' | | | | | | |
| 9. 0' | 81. 0' | { 40. 30'<br>20. 15' | 49. 30'<br>69. 45' | 24. 45' | 65. 15' | | |
| 4. 30' | 85. 30' | 42. 45' | 47. 15' | | | | |
| 2. 15' | 87. 45' | | | | | | |

### *Ex Sinu 12 graduum, inveniuntur Sinus 64.*

Hunc in modum. Ex ſinu 12 accipiatur ſemiſſis, & ſemiſſis ſemiſſeos & ſic porrò: tum ipſius ſinus 12, & omnium ſemiſſium complementa ſumantur, dein ſemiſſes complementorum, ac rurſus ſemiſſium complementa &c. Hæc alterna ſemiſſium ac complementorum acceptio, ſi duodecies repetatur, provenient arcus 64, quorum ſinus invenientur per *Poriſma* 2 & 1. Seriem inventionis dictorum 64 arcuum exhibet Tabella hic adjecta.

| Sinus Grad. 12 ejuſque Semiſſes | | Comple-menta. | | Semiſſes Comple-mentorum. | | Comple-menta. | | Semiſſes. | | Comple-menta | | Semiſſes. | | Comple-menta. | | Semiſſes. | | Comple-menta. | | Semiſſes. | | Comple-menta. | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Grad. | /. | Grad. | /. | Grad. | /. | Grad. | /. | Grad. | /. | Grad. | /. | Grad. | /. | Grad. | /. | Grad. | /. | Grad. | /. | Grad. | /. | Grad. | /. |
| | | | | 39. | 0' | 51. | 0' | 25. | 30' | 64. | 30' | 32. | 15' | 57. | 45' | | | | | | | | |
| 12 | 0' | 78. | 0' | 19. | 30' | 70. | 30' | 12. | 45' | 77. | 15' | | | | | | | | | | | | |
| | | | | 9. | 45' | 80. | 15' | 35. | 15' | 54. | 45' | | | | | | | | | | | | |
| | | | | 42. | 0' | 48. | 0' | 24. | 0' | 66. | 0' | 33. | 0' | 57. | 0' | 28. | 30' | 61. | 30' | 30. | 45' | 59. | 15' |
| 6. | 0' | 84. | 0' | 21. | 0' | 69. | 0' | 34. | 30' | 55. | 30' | 16. | 30' | 73. | 30' | 14. | 15' | 75. | 45' | | | | |
| | | | | 10. | 30' | 79. | 30' | 17. | 15' | 72. | 45' | 8. | 15' | 81. | 45' | 36. | 45' | 3. | 15' | | | | |
| | | | | 5. | 15' | 84. | 45' | 39. | 45' | 50. | 15' | 27. | 45' | 62. | 15' | | | | | | | | |
| 3 | 0' | 87. | 0' | 43. | 30' | 46. | 30' | 23. | 15' | 66. | 45' | | | | | | | | | | | | |
| | | | | 21. | 45' | 68. | 15' | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1. | 30' | 88. | 30' | 44. | 15' | 45. | 45' | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0. | 45' | 89. | 15' | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Quod ſi Sinus omnes hactenùs inventos, ſinu toto adnumerato, ſimul in ordinem redigamus, ſinus habebimus 120 arcuum, ſeſe mutuo 45 minutis ſuperantium: quorum primus eſt 45 minutorum, ultimus Grad. 90.

| Grad. | /. | Grad. | /. | Grad. | o | Grad. | o |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| o | o | 3. | o | 6. | o | 9. | o |
| o | 45 | 3. | 45 | 6. | 45 | 9. | 45 |
| 1 | 30 | 4. | 30 | 7. | 30 | &c. | &c. |
| 2 | 15 | 5. | 15 | 8. | 15 | 90. | o. |

*Ex his* 120 *Sinibus*,

Reliquos intermedios ope tertij poriſmatis, per gulam proportionum reperiemus hoc ordine.

Primò, quæremus inter ſingulos horum 120 ſinuum duos medios duorum arcuum minutis 15. differentium, quibus ad priores 120 adjunctis, habentur ſinus arcuum 358, 15 minutis invicem excedentium.

Deinde inter ſingulos jam inventos duo quærentur

tur medij duorum arcuum minutis 5 differentium, quibus additis ad priores 358, proveniunt ſinus arcuum 1076, ſe minutis 5 ſuperantium.

Denique inter illos ſingulos quæremus medios quatuor arcuum uno ſe minuto excedentium, quos ſi addamus illis 1076, habentur ſinus 5400, omnium videlicet arcuum quadrantis uno ſe minuto ſuperantium.

## PROBLEMA VI.

### Secantes & Tangentes quaſcumque invenire.

Fig. 3. EX Sinibus jam inventis hæ lineæ nullo negotio innoteſcent.

Arcus cujuſcumque B S, exemp. gr. 70, 15′ Secans eſto A R, Tangens B R, Sinus totus A B. Oporteat ſecantem A R invenire. Duc S K Sinum arcus S B, & S N Sinum complementi S X. Per *prop.* 4. *lib.* 6. ut A K, (ſeu N S) eſt ad A S, ita A B ſeu A S, eſt ad A R. Sunt ergo tres proportionales.

| NS | AB | AR |
|---|---|---|
| Sinus complementi, arcus dati Gr. 70. 15′ | Sinus totus 10000000. | Secans quæſita. |

Quare ſi quadratum Sinus totius dividatur per N S Sinum complementi arcus dati, quotiens dabit Secantem quæſitam A R, ut patet *ex* 18. *lib.* 9.

Oporteat deinde dari cujuſcumque arcus B S Tangentem reperire B R. Per *prop.* 4. *lib.* 6. ut A K, (ſeu N S) eſt ad K S, ita A B ad B R. Sunt ergo proportionales.

| NS | KS | AB | BR |
|---|---|---|---|
| Sinus complementi arcus dati, | Sinus arcus dati, | 10000000, | Tangens quæſita |

Quare cùm tres primi termini ſint noti, per *Regulam trium* innoteſcat quartus.

*Habent igitur ſtudioſi, quod ſuprà promiſeram, Sinuum; Tangentium & Secantium theoriam tribus poriſmatis, & problematis ſex comprehenſam. Scio plures alias eſſe Sinuum reperiendorum vias: ſed ea, quam propoſui, cæteris explicatu ac demonſtratu mihi eſt viſa facilior.*

## PROBLEMA VII.

### Sinum unius vel plurium Secundorum Minutorum invenire.

REpræſentet P B arcum unius Minuti, ſeu 60 Secundorum, K B verò arcum 26 Secundorum exem. gr. Sinus verò iſtorum arcuum ſint P M, K N. Quoniam hi arcus inſenſibiliter differunt à rectis lineis, aſſumi poſſunt triangula P B M, K B N tanquam rectilinea. Igitur per 4. *lib.* 6. Fig. 4.

| | | | |
|---|---|---|---|
| ut P B, 1. Min. ſeu 60 ſec. | ad K B 26. ſec. | ita P M Sinus 1. Min. | ad K N Sinum 26 ſecundorum. |

Quare per regulam trium reperietur Sinus K N 26 ſecundorum, multiplicando videlicet ſecundum (26″) per tertium, nempè per 2909, Sinum 1 minuti; & productum dividendo per primum, nempè 60 ſec.

Hoc opere reperitur ſinus unius minuti ſecundi, $49\frac{29}{34}$ poſito Sinu toto 10000000: licebitque eâdem methodo reperire Sinum unius tertij, & ſic in infinitum.

## PROBLEMA VIII.

### Invenire Sinum arcus, qui præter Gradus, & minuta prima, etiã ſecunda contineat.

Fig. 6. INveniendus ſit exem. gr. Sinus Graduum 36, 20′, 16″. Arcum Grad. 36. 20′ proximè minorem dato repræſentet F B: arcum verò dato proximè majorem nempè Grad. 36. 21′, referat L B. Arcum datum Grad. 36. 20′. 16″, qui inter hos medius eſt, referat I B. Sinus autem horum trium arcuum ſint L X, F R, I S, & ducatur perpendicularis F O Q. Arcus igitur L F eſt 1′, ſeu 60″; arcus I F, 16″; L Q differentia Sinuum, L X, Grad. 36. 21′, & F R Grad. 36. 20′. Quoniam igitur arcus L F, utpote 1′, inſenſibiliter differt à rectâ lineâ, & multò adhuc minùs arcus I F, 16″, erit per *prop.* 4. *lib.* 6.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ut | L F 60″ | ad | I F 16″ | ita | L Q differentia Sinuum, &c. | ad | I O differentiam Sinus &c. |

Quare cùm tres primi termini ſint noti, etiam innoteſcet quartus, differentia I O; quæ addita F R Sinui Grad. 36. 20′, dabit Sinum quæſitum IS, Grad. 36. 20′. 16″.

## PROBLEMA IX.

### Dato Sinui arcum aſſignare.

SInum datum quære in tabulis. Si eum reperies, arcum illi debitum habes adſcriptum: ſi non reperies, quære eo proximè & majorem & minorem, quos referat L X, F R; datum verò repræſentet I S. Ductâ perpendiculari F O Q, erit per 4. *lib.* 6. Fig. 6.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ut | L Q exceſſus Sinus L X proximè majoris dato, ſuprà minorem F R | ad | I O exceſſum Sinus dati I S, ſuprà minorem F R. |
| ita | Arcus L F 60 ſecund. | ad | numerum ſecundorum, quæ debentur arcui I F. |

Quare cùm tria prima ſint nota, etiam quartum innoteſcet, numerus nempè ſecundorum debitus arcui I F: qui additus Gradibus ac minutis arcus noti F B, dabit arcum debitum Sinui dato I S.

*Atque hæc quidem hactenus de Sinuum, Tangentium & Secantium inventione. Reliquum eſt ut quædam ad plenam hujus rei Theoriam facientia ſequenti Scholio declaremus.*

Scho-

## *Scholium.*

### Quæſtio eſt, cur radius circuli in tot partes diviſus aſſumatur.

*Vt hujus aſſumpti cauſa intelligatur, meminiſſe debemus omnes Sinus, Secantes & Tangentes inventas eſſe vel per radicis extractionem, vel per Regulam proportionum. Et quidem illi 120 Sinus arcuum ſe invicem 45 minutis ſuperantium per extractionem radicis reperti ſunt, ut patet ex* Problem. 1, 2, 3, 4, 5. *Cæteri verò omnes inter hos medij ex illis 120 per proportionis regulam innotuêre, ut ex* Problematis 5 *poſtremâ parte conſtat. Tangentes autem & Secantes ex Sinibus jam notis per eandem regulam reperta ſunt, quemadmodum* Problem. 6. *oſtenſum eſt. Iam verò numeri, è quibus radix fuit elicienda, ut plurimum ſunt non quadrati, ex quibus ſi radicem educas, ea ſemper à verâ, quæ (ut* lib. 3. Arith. cap. 6. *demonſtravi) impoſſibilis eſt, differet exceſſu defectúve aliquo, minore tamen quam ſit unitas. Hæc porrò differentia, quæ ob fractionum in ſupputando moleſtiam negligitur, eo minoris momenti erit, quò major fuerit numerus ille è quo radix educta fuit. Erit autem ille numerus eò major, quò radius in partes plures diviſus aſſumetur. Exemplum ſtatuamus in Sinu 45 graduum, quem* Probl. 1. *docuimus obtineri, ſi ex ſemiſſe quadrati Sinus totius radicem extraxeris. Si numerus radij, ſeu Sinus totius aſſumatur magnus, qualis hic eſt 10000000, illius etiam quadratus, adeóq; & quadrati ſemiſſis 50000000000000 multò erit major. Porrò radix integra quæ elici poteſt ex 50000000000000, eſt 7071067, quæ quia ex maximo numero elicita eſt, etiam ipſa magnus eſt numerus. Vnde fit ut ipſius à radice verâ impoſſibili defectus, qui ſemper unitate minor eſt, ad ipſam proportionem habeat inſenſibilem, proindeq; tutò & abſque ſenſibili errore ullo negligatur. Hanc igitur ob cauſam tantus numerus partium Sinus totius aſſumi debet. Verùm ut hujus rei cauſa manifeſtior evadat, omnia errorum capita exactiùs erunt colligenda. Primum caput erroris eſt in Sinibus illis primis 120, quos reperire oportuit per eductionem radicis ex numeris non quadratis. In reliquis deinde, qui ex his per regulam prop. eliciuntur, idemq; proinde vitium participant, alij duo inſunt errores proprij, videlicet quod in triangulis L F Q, I F O, (*vide Fig. 6.*) arcus L F, 45', & arcus I F, 15', aut 5' aſſumantur tanquam recta linea; atque inſuper cum regulâ proportionum exercetur, quòd fractio ex diviſione reſidua negligatur. Quo vitio poſtremo etiam Tangentes & ſecantes, quæ omnes ex Sinibus per prop. reg. obtinentur, laborent neceſſe eſt. Denique cùm Sinus perpauci tantùm immediatè reperiantur, cæteri verò Sinus omnes deducantur ex invicem, ex Sinibus autem Tangentes & Secantes; manifeſtum eſt, ſingulos præter errores ſibi proprios, contrahere etiam vitia eorum è quibus ipſi derivantur: unde fit, ut error, qui in Sinu immediatè invento ſimplex erat, in ſecundo quaſi duplicetur, in tertio triplicetur, & ſic deinceps. Vnde conſequens eſt eos Sinus eſſe accuratiores, qui ex paucioribus derivantur; exactiſſimos verò eos eſſe, qui immediatè, hoc eſt ex alijs nullis inventi ſunt. Ex his ergo capitibus Sinuum, Tangentium, Secantium defectus oriuntur: qui ne eſſent notabiles, ſed quodammodo evaneſcerent, radium maximo partium numero diviſum aſſumere oportuit. Et quamvis defectus illi ſint non unus, ſed (ut jam oſtendi) plures, tamen quod ſinguli nullius ferè momenti ſunt, etiam ſimul juncti errorem vix ſenſibilem inducunt, ſi aſſumatur Sinus totus partium admodum multarum. Quâ enim proportione augetur numerus radij, eadem creſcunt numeri ſinuum; ac proinde errores, qui in ijs ſupputandis committi debent, magis evaneſcunt.*

*Deinde iſtud etiam tyrones intelligant, ſi Sinus, Tangentes, Secantes accipiantur ad Sinum totum 10,000000, quales paſſim in tabulis reperiuntur; abjectis duabus primis notis haberi Sinus, Tangentes, Secantes ad radium 100000, totidem videlicet cyfris mulctatum. Ex. gr. poſito radio 10000000 Sinus 8 Grad. eſt 1391731; ſi cuipiam minorem ad radium 100000, omiſſis duabus primis notis, is erit 13917. Talis enim Sinus, Tangentis, Secantis, differentia à majori ſolùm erit fractio cujus numerator ſint nota abjecta, denominator verò ſinus totus duabus cyfris mulctatus. Itaque Sinus 8 Grad. 13917 minoris a majori 1391731, differentia erit $\frac{14}{100000}$ diametri. Ratio pendet ex naturâ logiſticæ decimalis, quam expoſui* Arithm. Practicæ lib. 2. cap. 9. *&* ſeq. *præſertim ex* theor. 1. *&* 2. cap. 10.

*Poſtremò hoc inprimis obſervabitur, cùm Sinus, Tangentes, Secantes, expetuntur reſpectu radij ex. gr. 100000, exactiores fore eas lineas, ſi ſupputentur, reſpectu Sinus 10000000 datum excedentis duabus cyfris, & ab ijs ita ſupputatis totidem primæ notæ, uti jam dictum eſt, abjiciantur. Ratio eſt, quia errores Sinuum multis notis conſtantium, non verſantur niſi in primis notis. Ita Regiomontanus, cùm Sinus cuperet ad partes radij 600000, aſſumpſit radium 6000000000, & à Sinibus ad eum radium ſupputatis primas quatuor notas ſuſtulit. Similiter Rheticus, ut haberet Sinus ad radium 10000000000, aſſumpſit radium 100000, 00000, 00000, & à Sinibus per hunc repertis præſcidit quinque totas primas. Quo artificio obtinetur ut notæ reſiduæ omnes veræ exiſtant, ac proinde Sinus ita reperti à veris non deficiant per unam integram earum partium, quarum radius in tabulis ſive Canone aſſumitur. Et tales ſunt ij omnes qui in tabulis paſſim deſcripti ſunt.*

## CAPUT III.

### Triangulorum rectilineorum Analyſis.

TRiangulum omne, quod per ſe manifeſtum eſt, tria latera habet & angulos tres, quæ ſimul juncta ſenarium numerum efficiunt. Ex his tria ſemper nota ſint oportet, ut tria reliqua, quæ ſunt ignota, cognoſcantur. Scientia igitur ea, quæ ex tribus datis, ſive cognitis docet tria reliqua incognita invenire, *Analyſis Triangulorum* ab alijs *Trigonometria* appellatur. Hoc invento vix aliud, ſeu præſtantius, ſeu utilius. Quod ex nunc tyrones ut vel eminùs perſpiciant, non ea ſolùm triangula contemplari debent, quæ in chartâ vel tabulâ delineantur: ſed ab his cogitationes ſuas transferre ad ea oportet, quæ in campis atque in aëre, imò & in ipſo cælo per radios viſuales, & ipſas rerum diſtantias longitudineſque deſcribuntur. Opportunum erit ex ijs, quæ poſtea erunt uberiùs explananda, exemplum unum alterúmve quaſi ad rei totius ſpecimen aliquod afferre. Inter Problemata Trigonometriæ hoc erit inter cætera unum: qui dato uno latere trianguli rectanguli, & angulo acuto uno, reliqua latera quanta ſint, invenire poſſint.

Ex hoc Problemate montis aut turris altitudinem metiri poteris. Turris alicujus altitudinem referat recta Q F, diſtantiam verò oculi ab eâdem rectâ A Q hori- *Fig. 11.*

horizontalis, cum quâ rectum angulum conſtituit altitudo F Q: radium viſualem extenſum à turris apice F ad oculum in A, repræſentet recta F A. Habemus triangulum rectangulum intelligibile in aëre deſcriptum, cujus unum latus eſt A Q diſtantia oculi à turre, alterum Q F, ipſa turris altitudo; tertium radius viſualis A F. In hoc triangulo angulus Q A F (ut ſuo loco oſtendam) fit notus inſtrumento; latus A Q, diſtantia jam ſupponatur nota. Ex his duobus cognitis, angulo videlicet acuto Q A F, & diſtantiâ A Q, per univerſale Problema jam dictum, invenietur quanta ſit altitudo turris Q F. Adjungamus & alterum. Inter cætera Problemata Trigonometrica etiam iſtud occurret: datis in triangulo quolibet duobus angulis; quæ ſit laterum inter ſe proportio, invenire.

*Fig.* 12. Ex hoc Problemate ad diſtantiam Lunæ à Terrâ dimetiendam via aperitur. Centrum Lunæ eſto C; centrum Terræ A; oculus in ſuperficie Terræ in B; ſemidiameter orbis Terræ A B. Cogitentur tam ex Terræ centro A, quàm ab oculo B extendi rectæ ad Lunæ centrum C. Quo facto conſtituitur triangulum à Terrâ ad Lunam pertingens, cujus unum latus eſt ſemidiameter Terræ A B; reliqua duo ſunt diſtantiæ tam centri Terræ, quàm ipſius oculi à centro Lunæ. In hoc triangulo angulus A C B Aſtronomico artificio innoteſcit: angulus verò A B C fit notus per inſtrumentum. Itaque ex his duobus angulis jam cognitis, per univerſale problema jam dictum, innoteſcet, quæ ſit proportio lateris C B vel A C, ad latus A B; hoc eſt quoties diſtantia Lunæ à Terrâ ſemidiametrum Terræ contineat: ac proinde, cum alio jam artificio quot milliaria radius Terræ contineat, innotuerit, ipſa etiam diſtantia Lunæ à Terrâ in milliaribus innoteſcet. Ad tantæ rei notitiam nos deduxit problema hujuſmodi, quod Tyro fortè aliquis nullius eſſe uſus judicaſſet. Hæc ergo dicta ſint in gratiam eorum, quibus illud in ore ſemper: cui uſui, ut ex his etiam cætera, quorum uſum non perſpiciunt, æſtimare diſcant.

### *Annotationes quædam pro tyronibus.*

Priuſquam ultrà tendamus, expediet hîc in memoriam revocare nonnulla, quæ in elementis traduntur, in quibus ſub hæc initia hærere plerumque Tyrones ſolent. Prætereant iſta, qui his non indigent.

1. Datum & notum idem ſignificant in hac materiâ.

2. Circumferentiam circuli partiri ſolent Mathematici in partes æquales 360, quas Gradus appellant, & harum ſingulas rurſus in 60 æquales, quas Minuta vocant.

3. Arcus circuli, ſeu pars circumferentiæ nota dicitur, cùm ſcitur quot gradus contineat; tunc enim arcus ille quanta ſit totius circumferentiæ pars, innoteſcit.

*Fig.* 13. 4. Angulorum menſuræ ſunt arcus circuli, qui ex vertice anguli tamquam centro inter ejus crura deſcribuntur. Sic anguli C, menſura eſt arcus O Q, centro C deſcriptus, inter anguli crura A C, B C. Patet ex ultima *lib.* 6. Hâc de causâ angulus (C) dicitur eſſe tot graduum quot graduum eſt ille arcus (O Q) ut ſi arcus O Q eſt grad. 32, etiam angulus C erit graduum 32.

5. Angulus ille (C) dari, ſeu notus eſſe dicitur, quando ſcitur, quot graduum ſit; hoc eſt quot graduum ſit arcus (O Q) inter ejus crura ex vertice ut centro deſcriptus.

6. Angulus rectus dicitur 90 grad. quia arcus inter ejus latera centro vertice deſcriptus eſt 90 grad. ſeu quarta pars circumferentiæ totius.

Et duo recti dicuntur grad. 180. quia arcus inter eorum crura deſcriptus eoſque ſubtendens, eſt grad. 180, ſemiſſis nempè circumferentiæ.

Et quatuor recti dicuntur efficere 360 grad. quia ſubtenduntur à totâ circumferentiâ.

*Fig.* 14. 7. Si ex anguli vertice ut centro inter ejus latera plures deſcribantur arcus O Q, S V: minor æquè eſt menſura anguli ac major; quia minor æquè magna pars eſt ſuæ circumferentiæ totius, ac major ſuæ: ac proinde ſi arcus major O Q eſt ex. gr. 32 graduum, quorum tota circumferentia major O Q L H eſt 360, etiam minor arcus S V eſt graduum 32, quorum minor circumferentia S V R T eſt 360. Patet ex *Corol. 3. prop. 33. lib. 6.*

*Fig.* 13. 8. Cujuſcumque trianguli tres anguli ſimul ſumpti efficiunt gradus 180: Quia per 32. *lib.* 1. tres illi anguli ſimul ſumpti ſemper efficiunt duos rectos; ac proinde, ſi ex angulorum verticibus (A, B, C) tamquam centris, inter trianguli cujuſvis crura deſcribantur, eodem intervallo circini, tres arcus (FG, XZ, O Q) hi ſimul ſumpti ſemper conflabunt ſemicirculum, hoc eſt arcum 180 graduum. Nam ſi centro C perficiatur ſemicirculus O Q P, & arcus F G tranſcribatur ex Q in L: tertius arcus X Z æqualis erit reſiduo L P, adeoque tres ſimul arcus O Q, F G, X Z conficiunt integrum ſemicirculum O Q L P.

9. Cùm in triangulo (A B C) quocumque, noti ſunt duo anguli (A grad. 125, B grad. 34) etiam (C) tertius innoteſcit, ſi utriuſque dati gradus (159) ſubtrahantur à 180 gradibus. Remanent enim gradus (21) tertij anguli (C). Patet ex annotatione 8. & ex 32. *lib.* 1. Atque hac de causâ datis duobus angulis, etiam tertius dicitur eſſe datus.

*Fig.* 15. 10. Pari ratione ſi in quovis triangulo (A B C) notus ſit unus angulus (B grad. 39) innoteſcit etiam ſumma reliquorum (C, A) ſi gradus anguli noti (B Grad. 39) ſubtrahantur à 180 gradibus; remanent enim gradus (141) ſummæ duorum reliquorum (C, A). Patet ex annotat. 8, & 32 *lib.* 1. & hac de causâ dato uno angulo, dicitur & ſumma reliquorum dari.

*Fig.* 16. 11. In triangulo rectangulo (B A C) dato acuto uno (C, grad. 31) etiam acutus alter (B) innoteſcet, ſi acuti dati (C) grad. (31) ſubtrahantur à gradibus 90, remanent enim grad. (59) pro acuto altero B. Patet ex annotat. 8, & 32. *lib.* 1. Et hac de causâ in triangulo rectangulo, cùm datur acutus unus, dari dicitur etiam alter.

12. Quatuor termini A, B, C, Z dicuntur proportionales, cùm primus A eſt ad ſecundum B, ut tertius C ad quartum Z.

| | |
|---|---|
| ut A | ad B |
| ita C | ad Z |

13. Termini noti ſunt, qui numeris exprimuntur; hoc eſt quando ſcitur quot partes alicui certæ æquales contineant.

14. Cùm è quatuor proportionalibus tres termini ſunt noti, quartus verò incognitus; is ſemper innoteſcet, ſi ſecundus multiplicetur per tertium, & productus numerus dividatur per primum; quotiens enim diviſionis erit quartus, qui latebat.

Atque hæc eſt ea Regula, quæ vulgò Proportio-

num,

num, ſive Trium, & ob ſummam utilitatem Aurea appellatur. Demonſtrata eſt *prop.* 19. *lib.* 9. de quâ vide plura. *lib.* 4. *Arithm. cap.* 1.

Dato angulo, datur ex tabulis ſinus ejuſdem; & dato ſinu, datur angulus: ut ſi detur angulus grad. 40.16'. gradus quære in vertice tabulæ, minuta autem 16 in columnâ primâ ad lævam. His adſcriptum reperies non ſolùm ſinum illis debitum 6463460, ſed etiam tangentem 8470620, & ſecantem 13105396. Contra ſi detur ſinus ex. gr. 6563460, cujus angulum ignores, quære in columnâ ſinuum numerum datum; vel ſi non reperiatur, ei proximè æqualem: in columnâ primâ ad lævam reperies minuta, & in vertice gradus anguli quæſiti.

Denique hoc obſerva: in Analyſi trianguli rectanguli, quamvis ſolum duo data exprimantur; ut duo latera, vel unum latus cum uno acuto: tamen datum tertium ſemper eſt ipſe angulus rectus, qui quia per ſe notus eſt, & triangulo rectangulo nominato ſatis ſubintelligitur, ulteriùs exprimi non ſolet.

# ANALYSIS TRIANGULI RECTANGULI

## PROBLEMA I.

### Datis omnibus angulis laterum proportionem invenire.

BAſi A C adſcribe ſinum totum: lateri A B ſinum oppoſiti anguli C: lateri C B ſinum anguli oppoſiti A. Eadem erit laterum proportio, quæ ſinuum. *Fig.* 15.

*Demonſtratio* patet ex defin. 6. *cap.* 2. Itaque ſi cupiam ſcire quanto latus unum ſit altero majus ex. gr. A C quàm B C: ſinum 10000000 divide per ſinum 5150381. Quotiens $1\frac{4849619}{5150381}$ hoc indicabit: ſicut enim quotiens eſt ad 1, ita A C eſt ad B C.

Vel alterutri lateri circa rectum, putà B C, adſcribe ſinum totum; lateri B A tangentem acuti, C; baſi A C ſecantem ejuſdem anguli C. Ita patebit laterum proportio, ut patet ex defin. 9. *cap.* 2.

## PROBLEMA II.

### Datis baſi (B C pedum 100) & acuto uno (B Grad. *59*) reliqua latera (A C, A B) invenire.

IN triangulo rectangulo hypotenuſa, ſive baſis dicitur, quæ recto angulo opponitur, latera verò, quæ rectum angulum continent. *Fig.* 16.

*Inventio lateris A C.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ut | data baſis B C, prout eſt ſinus totus 10000000 | Ad | latus A C, prout eſt ſinus anguli B gr. 59. 8571673. |
| Ita | eadem baſis B C prout eſt pedum 100 | Ad | ejuſdem lateris A C pedes quæſitos..... |

In quo analogiſmo, quia tres primi termini ſunt noti, etiam quartus incognitus, numerus nempè pedum lateri A C debitorum, innoteſcet per regulam proportionum multiplicando videlicet ſecundum 8571673 per tertium 100, & productum 857167300 dividendo per primum 10000000, quotiens enim $85\frac{7167300}{10000000}$ ex eâ diviſione proveniens, eſt quartus qui latebat, numerus pedum ſcilicet, quos continet latus quæſitum A C.

Non abſimilis eſt inventio lateris A B. nam quia datur acutus B (graduum 59) etiam per 32. *lib.* 1. ſeu annotat. 11, datur acutus alter C (graduum 31.) unde etiam ſinus utriuſque dantur. Jam,

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ut | baſis B C, prout eſt ſinus totus 10000000 | Ad | latus ignotum A B, prout eſt ſinus anguli gr. 31 5150381; |
| Ita | baſis B C, prout eſt pedum 100 | Ad | lateris ignoti A B pedes quæſitos...... |

Cùm ergo tria prima ſint nota, etiam quartum, numerus videlicet pedum lateri A B debitorum per regulam Trium innoteſcet.

*Demonſtratio.*

Hoc unum tum hìc, tum ferè etiam in ſequentibus erit demonſtrandum, quatuor ſupradictos terminos eſſe proportionales. Id verò ex definitione 6. c. 2. manifeſtum eſt. Nam baſis B C, latus nempè recto angulo A oppoſitum eſt ſinus totus, ſeu radius; latus verò A C eſt ſinus anguli oppoſiti B, ex. gr. 59 graduum, qui ex tabulis datur 8571673. Igitur quarum partium ſinus totus, nempè baſis B C, eſt 10000000, earum ſinus anguli B, nempè latus A C, eſt 8571673: ac proinde ut baſis B C, prout eſt ſinus totus 10000000, eſt ad A C 8571673 ſinum anguli B; ita eadem baſis B C ex hyp. 100 pedes ad idem latus A C quæſitum, ſive ad numerum pedum in latere A C contentorum. Quod erat demonſtrandum.

Pari modo per defin. 6. B C eſt ſinus totus 10000000, & B A ſinus anguli C 31 grad. qui ex tabulis datur 5150381. Ergo ut B C ſinus totus 10000000 ad B A ſinum 5150381; ita eadem B C ex hyp. 100 pedes, ad eamdem B A incognito pedum numero conſtantem. Quod erat demonſtrandum.

## NOTA.

***Fundamentum hujus & omnium ſequentium operationum ac demonſtrationum eſt, quod***

*quando duæ quantitates A & Z notæ ſunt ſecundùm quamvis eamdem menſuram, & una earum A etiam nota eſt in aliâ menſurâ ex.gr. in pedibus; tunc etiam altera, Z, in pedibus neceſſariò innoteſcat per regulam auream, vide cap.1. lib.4. Arithm. noſtra, ubi id demonſtratum eſt.*

## PROBLEMA III.

### Datis Latere uno (AC milliariorum 1000) & acuto uno, latus reliquum (B A) & baſim (B C) invenire.

Ex uno acuto dato notus fiat alter: ut ſi B detur grad. 54, his ſubductis à 90, erit C grad. 36. Fig. 17.

*Inventio lateris A B.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ut | latus datum A C, prout eſt ſinus totus 10000000, | Ad | latus ignotum A B, prout eſt anguli C dato lateri adjacentis tangens 7265426 |
| Ita | latus datum A C, prout eſt milliariorum 1000 | Ad | lateris ignoti A B milliaria quæſita. . . . . |

*Inventio baſis B C.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ut | latus datum A C, prout eſt ſinus totus 10000000 | Ad | baſim ignotam B C, prout eſt acuti C dato lateri adjacentis ſecans 12360680 |
| Ita | latus datum A C prout eſt milliariorum 1000 | Ad | ignotæ B C, baſeos milliaria quæſita. . . . . |

Quare cùm in utroque Analogiſmo tria prima ſint cognita, etiam quartum utrobique per regulam proportionum innoteſcet: eritque latus A B milliariorum $726\frac{5426}{10000}$; baſis verò B C milliariorum $123\frac{6068}{10000}$.

*Demonſtratio.*

Per defin. 9. *cap.* 2. latus A B eſt tangens anguli C grad. 36, quæ ex tabulis datur 7265426; latus verò A C eſt ſinus totus 10000000: hoc eſt quarum partium latus A C eſt 10000000, earum eſt A B latus 7265426. Ergo ut A C 10000000 eſt ad A B 7265426: ita eadem A C ex hyp. 1000 milliari, ad milliaria quæſiti lateris A B, hoc eſt ad numerum milliariorum in A B contentorum. Ergo &c.

Pari modo per defin. 9. *cap.* 2. reſpectu anguli C grad. 36, A C eſt ſinus totus 10000000, & B C ſecans, quæ ex tabulis datur 12360680. Ergo ut A C ſinus totus 10000000 eſt ad B C ſecantem 12360680; ita eadem A C ex hyp. 1000 milliari, ad eamdem B C ignotum numerum milliariorum continentem. Ergo &c.

## PROBLEMA IV.

### Fig. 18. Baſi (C B 1000 perticarum) & uno latere (A C 891 perticarum) datis, invenire acutos angulos, & latus alterum (A B).

| | |
|---|---|
| Ut baſis data C B perticarum 1000 | Ad latus datum A C perticarum 891, |
| Ita baſis eadem C B prout eſt ſinus totus 10000000 | Ad anguli ignoti B, qui dato lateri A C opponitur. ſinum . . . . . . . . |

Qui proinde per regulam proportionum reperitur 8610000: huic in tabula invenitur proximè æqualis 8910065, cui adſcriptus eſt angulus grad. 63, qui per probl. 9. *cap.* 2 adhuc reperietur exactius. Is ergo eſt angulus B, qui latebat. Invento autem acuto B, datur etiam acutus alter C. grad. 27.

Quoniam verò jam in triangulo rectangulo nota eſt baſis C B cum angulo C, latus quæſitum B A invenietur per probl. 2.

Idem latus independenter ab angulis, reperitur per probl. 3. in ſcholio prop. 47. *lib.* 1. *elem.*

*Demonſtratio.*

Per defin. 9. *cap.* 2. C B eſt ſinus totus (10000000) & C A eſt ſinus anguli B. Ergo ut baſis B C, 1000 pertic. ad latus A C 891 pertic. Ita baſis eadem B C, prout eſt ſinus totus 10000000 ad idem latus A C, prout eſt ſinus ignoti anguli B.

*Aliter.*

| | |
|---|---|
| Ut latus C A datum pertic. 891 | Ad baſim C B, pertic. 1000 |
| Ita Sinus totus 10000000 | Ad ſecantem ignoti anguli C datis C B, C A comprehenſi. |

*Demonſtratio* eadem ſed ex defin. 9. *cap.* 2.

PRO-

## PROBLEMA V.

Fig. 19. **Duobus lateribus datis (B A, pedum 79, C A ped. 100) acutos angulos & baſim invenire.**

*Inveniendus ſit angulus acutus C.*

| | |
|---|---|
| Ut datum latus A C adjacens quæſito angulo C, | Ad alterum latus datum A B; |
| Ita Sinus totus 10000000 | Ad anguli quæſiti C tangentem. .... |

Quæ per regulam prop. reperitur 7900000, huic proximè æqualis invenitur in tabulâ 6156615, cui adſcriptum reperies angulum 38 graduum, qui *probl.* 9. *cap.* 2. adhuc reperietur exactiùs. Tantus ergo eſt acutus O, qui latebat, quo ex grad. 90 ſubtracto, datur & alter B grad. 52.

Quia verò noti jam ſunt acuti anguli, & ex hyp. etiam latera, per probl. 2. etiam baſis B C fiet nota.

Alia baſis inventio ab angulis independens traditur probl. 2 ſcholij prop. 47. *lib.* 1. *elem.*

*Demonſtratio.*

Per defin. 9. *cap.* 2. reſpectu anguli C, Sinus totus eſt C A, Tangens B A. Ergo ut C A ex hyp. pedum 100 ad B A, ex hyp. pedum 79, ita eadem C A prout eſt ſinus totus 10000000, ad eamdem B A, ut eſt tangens quæſiti anguli C.

# ANALYSIS

## TRIANGULI OBLIQUANGULI.

Triangulum, in quo nullus angulus rectus eſt, obliquangulum voco.

## PROBLEMA VI.

Fig. 20. 21. **Datis omnibus lateribus, lateris ſegmenta (B F, C F) facta à perpendiculari (A F) ex oppoſito angulo ducta, & ipſam perpendicularem invenire.**

Centro A intervallo lateris minoris A B, deſcribatur circulus ſecans reliqua latera in O & Q, & producatur C A in L. Manifeſtum eſt L C eſſe ſummam laterum A C, A B, & O C differentiam eorumdem. Item patet ex prop. 3. *lib.* 3 B Q biſectam eſſe in F. His ita conſtitutis, rectangula B C Q, & L C O [a] æqualia ſunt. Ergo per 14 vel 16. *lib.* 6.

a Coroll. 1. p. 36 l. 5.

| | |
|---|---|
| Ut (BC) latus in quod perpendicularis cadit | Ad (LC) ſummam laterum reliquorum (BA, AC) |
| Ita (OC) differentia reliquorum laterum | Ad rectam (C Q) |

Quare cùm tria prima ſint nota, etiam quartum nempè C Q innoteſcet, hæc, ſi perpendicularis intra triangulum cadit (ut in Fig. 20) ablata à latere noto B C, notam relinquet B Q, cujus ſemiſſis B F eſt ſegmentum quæſitum minus; quo ſubtracto à latere B C, etiam majus ſegmentum C F innoteſcet.

Quod ſi perpendicularis cadat extra (ut in Fig. 21) tunc ex quartâ proportionali C Q, ſubtrahe latus B C, ut innoteſcat reſiduum B Q; hujus enim ſemiſſis B F dabit ſegmentum minus: ad quod adjecto latere B C, habetur ſegmentum majus C F.

Ipſa verò perpendicularis A F fiet nota, ſi ex quadrato lateris B A adjacentis minori ſegmento, ſubtrahatur quadratum minoris ſegmenti B F, & ex reſiduo extrahatur radix, ea enim erit A F. Patet *ex pag.* 47. *lib.* 1.

Porrò ipſa quarta proportionalis C Q indicat quando perpendicularis intrà triangulum cadat, quandò extrà. Cùm enim minor eſt latere dato B C, in quod incidit perpendicularis, ea cadet intra triangulum, cùm major, extrà.

*Hoc problema, quod ſanè perinde pulchrum atque utile eſt, expeditur etiam per* prop. 13 & 12. lib. 2. *ut tradidi in Scholio ibidem: ſed modus hic traditus aliquanto facilior eſt.*

## PROBLEMA VII.

**Datis omnibus angulis, laterum proportionem invenire.** Fig. 22. 23.

In quovis triangulo eadem eſt inter latera proportio, quæ inter ſinus angulorum lateribus oppoſitorum.

*Demonſtratio.*

Eſto triangulum obliquangulum A B C, latera habens inæqualia (aliàs enim res per ſe eſſet manifeſta) & ex majori C B abſcindatur C I æqualis minori A B, ducanturque I L, B F ad A C perpendiculares, quæ quia ſunt inter ſe parallelæ, erit [a] C I (hoc eſt A B) ad C B ut I L ad B F. Sed poſito ſinu toto C I, eſt I L ſinus [b] anguli C; & poſito ſinu toto A B, hoc eſt eodem quo antè; cùm A B, C I æquales ſint) B F eſt [c] ſinus anguli B A C. Ergo latus A B eſt ad latus C B, ut ſinus anguli C ad ſinum anguli B A C. Eadem erit in reliquorum comparatione laterum demonſtratio.

a Coroll. 1. p. 4. l. 6.
b defin. 6. cap. 2.
c per eand.

*Tantùm Nota.* Cùm perpendicularis B F extra triangulum cadit, eam nihilominùs eſſe ſinum anguli B A C, quia [d] ſinus eſt anguli B A F, cum quo [e] eundem habet ſinum angulus B A C, eive complementum ad duos rectos.

d per eand.
e defin. 5.

## PROBLEMA VIII.

**Datis omnibus lateribus, angulos invenire.**

Concipiatur in aliquod latus ex oppoſito angulo demiſſa perpendicularis A F, & per probl. 6, nota fiant ſegmenta B F, F C. Fig. 24.

Tum quia in triangulo rectangulo B F A dantur B A, & B F: per probl. 4. innoteſcet angulus B. Rurſum quia in triangulo rectangulo C F A dantur C A, C F, per probl. 4. ſimiliter innoteſcet angulus C: Et per *prop.* 32. *lib.* 1. ſeu annot. 9. etiam tertius B A C.

## PROBLEMA IX.

### Dato latere (A C) & duobus angulis, reliqua latera (A B, C B) invenire.

*Per Problema 7.*

Fig. 25.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ut | anguli, B, qui dato lateri A C opponitur, Sinus 6293204. | Ad | anguli C oppoſiti quæſito lateri A B Sinum 2756374. |
| Ita | latus datum A C 1000 paſſuum | Ad | lateris quæſiti A B paſſus..... |

*Rurſum per Problema 7.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ut | anguli B dato lateri A C oppoſiti Sinus 6293204 | Ad | anguli A oppoſiti quæſito lateri C B Sinum 8191521 |
| Ita | latus datum A C 1000 paſſuum | Ad | lateris quæſiti C B, paſſus. .... |

In utroque Analogiſmo tria prima nota ſunt. Quartum igitur utrobique, nimirum latera A B, C B, innoteſcent pèr regulam proportionum.

## PROBLEMA X.

### Datis duobus lateribus (C A ped. 216, B A ped. 112) & angulo (A grad. 113) iis comprehenſo reliquos angulos (C, B) & latus reliquum (C B) invenire.

Fig. 26. QUoniam C A, B A latera dantur, etiam datur eorum ſumma 328 ped. & eorumdem differentia ped. 104. Rurſum quia datur angulus A grad. 113, datur & reliquorum ignotorum, C, B, ſumma (67. grad.) adeoque & ſemiſſis ſummæ (grad. 33. 30′) cujus proinde tangens 6618856 datur ex tabulis. His poſitis

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ut | laterum datorum C A, B A ſumma 328 ped. | Ad | laterum C A, B A, differentiam 104 ped. |
| Ita | tangens 6618856 ſemiſſeos ſummæ incognitorum ang. C, B, | Ad | tangentem..... ſemiſſeos differentiæ ignotorum ang. C, B. |

Cùm ergo tria prima ſint nota, per reg. prop. innoteſcet quartum, nempè tangens ſemiſſeos differentiæ angulorum ignotorum C, B, ..... Huic in columnâ tangentium proximè reperitur æqualis...... cui adſcripti ſunt grad...., pro angulo ſemiſſeos differentiæ angulorum C, B, quàm ſi addas ad ſemiſſem ſummæ Grad. 33. 30′, angulorum C, B, habetur B major quæſitus; ſi ſubtrahas, provenit minor, C.

Latus reliquum C B reperitur per *præced.* Jam enim præter latus, dantur & anguli.

*Demonſtratio.*

Fig. 27. & 26. Analogiſmi ſuprà poſiti eſt ejuſmodi. Fiant anguli H P F, F P G, æquales angulis ignotis B, C. Centro P deſcripto circulo, qui latera angulorum ſecet in H, F, G; ducantur ad F P perpendiculares H R, G L, quæ per *defin.* 1. & 6 & 5 erunt ſinus angulorum H P F, F P G, poſito ſinu toto, ſeu radio, P H, P G. Ducatur deinde recta H O G, & fiat H X par ipſi G O, jungaturque P X. Erit X O differentia ipſarum H O, H X; hoc eſt ipſarum HO, OG. Denique ex centro P ducatur ad H G perpendicularis P Q, quæ *a* biſecabit H G. Quoniam igitur æquales ſunt H Q, G Q, & H X, G O; etiam X Q, O Q æquales erunt. Unde Q O eſt ſemiſſis differentiæ X O rectarum H O. O G. Ex quo facilè etiam oſtenditur angulum H P Q eſſe ſemiſſem ſummæ angulorum H P O, O P G, hoc eſt *b* angulorum, B, C; & Q P O eſſe ſemiſſem differentiæ angulorum H P O, O P G; hoc eſt B, C. His poſitis differentia laterum C A, A B, eſto Z.

a 3. lib. 3.

b conſt.

Quia H R eſt Sinus anguli H P F, hoc eſt B; & G L Sinus anguli F P G, hoc eſt C; erit latus *c* C A ad latus B A, ut H R Sinus anguli B, ad G L Sinum anguli C; hoc *d* eſt (quia æquiangula ſunt triangula H R O, G L O) ut H O ad O G. Ergo C A *e* eſt ad Z differentiam laterum C A, B A, ut H O, ad ipſarum H O, O G differentiam X O: & invertendo laterum differentia Z eſt ad C A ut differentia X O ad H O. Atqui (ut jam oſtendi) C A eſt ad B A, ut H O ad O G. Igitur *f* ex æquo Z differentia laterum eſt ad B A, ut X O differentia ad O G. Ergo invertendo B A eſt ad Z, ut O G ad X O. Quoniam ergo (ut oſtenſum ſuprà) C A eſt ad A B, ut H O ad O G; ac proinde *g* componendo ſumma C A, A B eſt ad A B, ut H G ad O G, A B verò (ut jam oſtendi) ſit ad Z ut O G ad X O; ex æquo *h* erit ſumma laterum C A, A B ad Z laterum differentiam, ut H G ad X O. Sed ut H G ad XO, ſic ſemiſſis HG, nempè H Q, quæ *i* tangens eſt anguli H P Q, ad ſemiſſem X O, nempè Q O tangentem *k* anguli Q P O. Ergo ſumma laterum CA, AB, eſt ad Z differentiam laterum, ut H Q Tangens anguli H P Q (qui, ut oſtendi ſuprà, eſt ſemiſſis ſummæ angulorum B, C) ad Q O tangentem anguli Q P O, qui eſt ſemiſſis differentiæ angulorum B, C. Quod erat demonſtrandum.

c Probl. 7.
d 4. lib. 6.
e Coroll. 2. p. 18. lib. 5.
f 22. lib. 5.
g 18. lib. 5.
h 22. lib. 5.
i defin. 6. cap. 2.
k Ibid.

Alia

### *Alia Problematis ſolutio.*

*Fig.* 28. 29. Ex alterutro angulò incognito, ex. gr. ex B in latus oppoſitum ducta concipiatur perpendicularis BF.

In triangulo rectangulo B F A, cùm detur baſis B A, & acutus unus B A F, per *Prob.* 2. invenientur B F, & A F, quâ ſubtractâ ex data C A in *Fig.* 28, additâ verò ad C A in *Fig.* 29, nota fiet etiam C F.

Rurſum ergo in trigono rectangulo C F B cùm dentur duo latera B F, C F, per *Probl.* 5, innoteſcet B C latus quæſitum, & angulus C: quem unà cum dato A ſubtrahe 180 Grad. a remanebit B alter quæ-
a 32.1. ſitorum.

### PROBLEMA XI.

### *Fig.* 30.31. Datis duobus lateribus (A B, C B) & angulo uno (C) ijs non comprehenſo, reliquos angulos, & latus reliquum (A C) invenite.

*Per Probl.* 7.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ut | A B latus datum dato angulo C oppoſitum | Ad | alterum latus datum C B |
| Ita | Sinus anguli dati C | Ad | Sinum ignoti anguli A, qui alteri lateri dato C B opponitur. |

Quare cùm tria prima ſint nota, etiam quartum, nempè Sinus anguli ignoti A, innoteſcet, & per Sinum invenietur in tabulis angulus ipſe A, ſi acutus ſit: ſi verò A obtuſus, tunc angulus per Sinum inventus, ſubtractus à 180 gradibus, relinquet quæſitum A. Ratio patet ex *defin.* 5.

*Neceſſe igitur hic eſt ad inventionem anguli, ut ejus ſpecies aliundè nota ſit.*

Inventis angulis latus ignotum A C innoteſcet per *Probl.* 9.

### *Aliter.*

*Fig.* 32. 33. Ex angulo B datis lateribus comprehenſo ducta intelligatur B F perpendicularis ad latus ignotum A C.

In triangulo rectangulo B F C, cùm detur baſis B C, & unus acutus C, innoteſcent per *Prob.* 2. C F, & B F. Rurſum in trigono rectangulo B F A, cùm dentur baſis A B, & latus B F, innoteſcent per *Problema* 4. angulus B A F, & latus F A.

*Fig.* 32. Quod ſi angulus ignotus B A C, qui datis lateribus A B, C A non comprehenditur, ſit acutus, ac proinde perpendicularis B F, ut in *fig.* intra triangulum cadat, angulus B A F jam inventus eſt ipſe B A C quæſitus; & tunc F A jam nota addenda eſt ad C F ante repertam, ut innoteſcat totum latus quæſitum A C.

*Fig.* 33. Si verò B A C ſit obtuſus, adeóque perpendicularis B F, ut in *Fig.* extra triangulum cadat, angulus inventus B A F, ſubtrahendus eſt à 180 gradibus, ut innoteſcat quæſitus B A C; & tunc F A jam nota, demenda ex notâ F C, ut innoteſcat latus quæſitum A C.

*Rurſum igitur ad inventionem anguli B A C, & lateris A C neceſſe eſt ut aliundè anguli B A C nota ſit ſpecies.*

## CAPUT IV.

### Fabrica inſtrumenti menſorij, & Scalæ.

PEr menſorium inſtrumentum non aliud intelligo, quàm circulum aut circuli quadrantem ad metiendum debitè præparatum: hoc enim utemur ſolo, quia cæteris parabilior, uſu planior atque univerſalior.

### *Fabrica Circuli, & Quadrantis.*

Efformetur lamina ænea circularis exactè plana *Fig.* 34.
F O L Q, cujus centrum ſit A. Per id deſcribe binas diametros Q O, F L ſeſe perpendiculariter interſecantes, quæ totum circulum dividant in 4 quadrantes, quorum arcus ſingulos Q L, L O, O F, F Q, partire in partes æquales 90 hoc ordine: ſeca primò quadrantem in tres arcus æquales per *Coroll.* 13. *prop.* 32. *lib.* 1. Tum hos ſingulos in 5 ſubdivide, & habebis arcus 15: quibus iterùm triſectis arcus provenient 45: quos ſingulos biſecando habes quadrantem totum in 90 æquales arcus, ſeu Gradus diviſum. Simili diviſione in tribus reliquis quadrantibus continuatâ, tota circumferentia erit in 360 Gradus ſecta. Solent Aſtronomi, cùm patitur inſtrumenti magnitudo, ſingulos Gradus denuò ſubdividere in 60 æquales partes, quæ Minuta appellant: tum ea rurſum ſingula in alia 60, quæ ſecunda minuta vocitant. Ejuſmodi diviſio adhibetur, cùm exactiſſima angulorum inventio ad uſus potiſſimùm Aſtronomicos requiritur. Quod ſi per inſtrumenti parvitatem deſignari minuta prima & ſecunda non poſſint, expediet Gradus ſingulos dividere in partes 6, aut in 3, aut certè in 2. Porrò diviſio ſexagenaria ſic peragitur: primò Gradum divide in partes 5, quas ſingulas triſecando partes efficies 15: has biſecando habes 30: quibus rurſum biſectis provenient 60.

Cur autem ad circumferentiæ diviſionem ex omnibus numeris Mathematici elegerint numeros 360, & 60, cauſa eſt, quod hi numeri plurimas habeant aliquotas, quod in calculo ſolet eſſe percommodum: numerus 360 aliquotas habet 22.

*Partes aliquotæ numeri* 360.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 12 | 15 | 18 |
| 180 | 120 | 90 | 72 | 60 | 45 | 40 | 36 | 30 | 24 | 20 |

*Partes aliquotæ numeri* 90.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 5 | 6 | 9 |
| 45 | 30 | 18 | 15 | 10 |

*Partes aliquotæ* 60.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 30 | 20 | 15 | 12 | 10 |

In his ſeriebus numeri oppoſiti ſeſe invicem denominant, quales nempè ſint partes totius, ex. gr. in primâ ordine 45 oppoſitum ſibi habet 8; ac proinde 45 eſt octava pars 360; 8 autem eſt 45 pars 360.

Graduum ac minutorum diviſione peractâ, ſi integrum deſideras menſorium circulum; ad centrum clavo tereti affige regulam, quæ circa ipſum centrum poſſit circumagi eâ lege, ut latus regulæ BAC ſemper

tranſeat

tranſeat per centrum A. Regulæ extremitati affigendæ erunt utrimque dioptræ. Eſt autem dioptra lamella rectangula R K, habens in medio crenam, ſeu rectam lineam perforatam X Z; vel ejus loco fidem tenſam: ſed tunc rectangulum dioptræ eſt patens, ſive vacuum. Sunt autem dioptræ ita regulæ affigendæ, ut crena, ſeu fides X Z perpendiculariter inſiſtat regulæ lateri B A C, per centrum tranſeunti: ſic enim radius per dioptras trajectus ad oculum, ſecundùm regulæ latus B A C, quod eſt omninò neceſſarium, feretur. Denique ad diametri O Q extremum circellus fiat verſatilis S, ex quo ſuſpenſum inſtrumentum ſe libret perfectè, ſic ut diameter Q O, ſit horizonti perpendicularis, & F L eidem parallela.

Fig. 37. Si quadrantem circuli deſideras, deſcribe in æneâ laminâ exactè planâ rectum angulum B A C, ac centro A inter ejus crura arcum C B; quem partire, ut ſuprà docui, in 90 gradus, hoſque, ſi fieri poteſt, ſingulos in partes 6, aut 3, aut certè in 2. Adjungatur deinde regula, quæ circumagi poſſit circa centrum A, ſic ut ejus latus O A ſemper per A centrum tranſeat. Tum utrique lateri A C, A B, & regulæ A O binæ ſingulis inſiſtant dioptræ, univerſim nempè ſex, quarum crenæ lateribus A C, A B, A O inſiſtant ad quadrantis planum perpendiculares. Contrahi poſſunt ad tres ſolùm, ſi una ſtatuatur ad centrum ita mobilis, ut ejus crena ſemper centro inſiſtens, maneat ad planum inſtrumenti recta. Denique ut inſtrumentum baculo imponi poſſit, tergo ex oppoſitâ centri parte tubus affigatur, circa quem moveri & circumagi; prout feret res, inſtrumentum valeat. Quadrantem ſic præparatum Stabilem, ſive Firmum appellant, quod in ſuo uſu ferè ſemper unum eundemque requirat ſitum, videlicet perpendicularem unius lateris ad horizontem, ad quod opus, ut perpendiculum ad manum ſit, quod uni laterum A B, vel A C applicari poſſit. Quod ſi loco regulæ A O ex centro perpendiculum appenderis A Y, reliquis omnibus manentibus, quadrantem habes quem vocant Mobilem; quòd in uſu ſuo modò attolli debeat, modò deprimi; ac proinde continuò ſitum permutet. Expediet utrumque conjungere, quòd fiet ſi ex crenâ dioptræ centralis perpendiculum ſuſpendatur. Tandem dioptræ laterum extremæ B, C, æqualiter debent eſſe à centro A remotæ, ut quadrante ex annulo liberè ſuſpenſo, radius per eas ductus horizonti æquidiſtet, hoc enim uſum habet præſtantem, ut in *Probl. 13. cap. ſequ.* apparebit.

### *Artificioſa inventio minutorum, licet in inſtrumento deſcripta non ſint.*

Fig. 36. Modum hujus artificij ex Petro Nonio Luſitano proponit Clavius, ſed operoſum nimis & vix practicabilem. Feliciùs id exequitur Guidus Ubaldus in Problem. Aſtron. &, quod opinor, alij ex illo.

Conſule partes aliquotas numeri 60, & ex ijs aliquam, vel ipſum numerum 60 auge unitate. Nos hîc ex. gr. ſumemus 15, partem quartam 60, quæ aucta unitate facit 16. Ex circumferentiâ, in quâ minuta deſiderantur, accipe arcum *a* Z graduum tot, quot in numero 60 unitate aucto, aut in parte ejus aliquota (15) unitate aucta, ſunt unitates: hic ergo *a* Z erit grad. 16. Huic arcui æqualem & ſimilem deſcribe *l b*, quem divide in partes æquales unâ pauciores gradibus arcus *a* Z; hoc eſt vel in 60 partes æquales, aut in tot, quot unitates habet pars aliquota aſſumpta, quæ hîc eſt 15. Ex hac partitione

Manifeſtum eſt 1. unam partem arcus *l b* excedere unum gradum circumferentiæ *a x*, minuto toties ſumpto, quoties numerus partium arcus *l b* ingreditur 60: ac proinde, cùm in exemplo noſtro arcus *l b* ſit partium 15, qui numerus eſt quarta pars 60, una pars arcus *l b* excedet unum gradum circumferentiæ *a x* minutis 4. Facilis eſt demonſtratio. Nam per conſt. arcus *l b* partium 15 æquatur arcui *a z* graduum 16. Ergo 15 partes *l b* excedunt 15 gradus *a r* uno gradu *r z*, hoc eſt 60' minutis. Ergo una pars *l k* excedit unum gradum decimâ quintâ parte 60' minutorum, hoc eſt minutis 4.

Manifeſtum eſt 2. ſi exceſſum unius partis ſuprà unum gradum toties ſumpſeris, quot partes dantur, haberi minuta, quibus partes datæ excedunt totidem gradus. Ut ſi dentur *c b* partes 10, decupla minuta quibus una pars excedit unum gradum, provenient minuta quibus *c b* 10 partes, excedunt 10 gradus. Patet ex manifeſto primo.

### *Ex his*

Minuta in circumferentiâ datâ, quamvis in eâ non ſint deſcripta, hunc in modum reperiemus. Ponamus regulam, ſeu perpendiculum, præter gradus integros *a f*, abſcidiſſe partem gradus *f o*; quæritur quot minuta ſint in *f o*. Arcum *l b* applica circumferentiæ *o a*, ſic ut ejus initium *b* tangat *o*. Vide cujus partis initium conveniat cum initio alicujus gradus. Hîc *c* convenit cum *q*. Patet tot partes eſſe in *c b*, quot gradus in *q f*. Igitur ex manifeſto 2, & 1, ſcietur quot minutorum ſit exceſſus *f o*, quo partes *c b* excedunt totidem gradus *q f*; ac proinde notum fiet, quot minuta contineat *f o*.

Ita totum hoc artificium habent Tyrones breviſſimè & propoſitum & demonſtratum.

### *Scalæ conſtructio.*

Scalam voco lineam rectam in partes ſectam pro- Fig. 35.
greſſionis decuplæ. Uſum habet inſignem non ſolùm in hac materiâ, ſed in alijs etiam quàm plurimis.

Ex lineâ infinitâ Z A X abſcindantur æquales particulæ A *b*, *b* g, g *h* &c. uſque in Z, quæ quò majores erunt vel minores, eò tota ſcala erit major, minórve. Deinde totum intervallum A Z particularum 10, circino acceptum tranſcribatur decies in rectam infinitam A X, nimirùm ex A in M; ex M in V; ex V in X, & ſic deinceps. Hæc erit ſcala, quæ petebatur.

In quâ ſi velis particulam A *b* repræſentare pedem unum, A g pedes duos, A *h* tres &c. repræſentabit M A pedes 10; V A pedes 20; X A pedes 30. Si autem velis A *b* accipere pro 10 pedibus, A g pro 20 pedibus, A *h* pro 30 &c. tunc M A referet pedes 100; V A pedes 200; & ſic deinceps.

Itaque ſi cupiam unicâ circini aperturâ ſumere intervallum ex. gr. partium 27, ex V in A ſunt pedes 20; ex A in *n* ſunt pedes 7, circini igitur crure uno fixo in V, & altero extenſo uſque in *n*, habes lineam V *n* partium 27.

Eodem modo operandum erit, ſi cupias intervallum pedum 280. Tunc enim V A refert partes 200 & A *n* partes 80; ac proinde V *n* partes 280.

Sed quoniam ſcala hujuſmodi ſolùm poteſt exhibere partium decades, & unitates, aut centenas & decades,

Digitized by Google

decades, aut millia & centenas, hoc eſt duos tantùm gradus progreſſionis decuplæ; aliam Practici Geometræ excogitarunt, quæ tres gradus progreſſionis decuplæ contineat, nimirùm millenas, centenas, decades; vel centenas, decades, unitates; vel decades, unitates & unitatis decimas.

### *Alterius ſcalæ exactioris conſtructio.*

Conſtruatur, ut ſuprà, ſcala ſimplex Z A X, & ex
Fig. 35. A erigatur perpendicularis infinita A L, in quâ ſignentur 10 æquales particulæ ex A in L, ſive eæ æquales ſint particulis *A b*, *b g* &c. ſive non; & ex *b* termino particulæ A *b* ducatur *b* L, ut conſtituatur triangulum A L *b*, cujus ope invenientur partes decimæ ipſius A *b*. Deinde per ſingula diviſionum puncta rectæ A L ducantur parallelæ ad Z X, quarum poſtrema eſt C L T; & per ſingula diviſionum puncta ipſius *b* Z, parallelæ ducantur ad *b* L, quarum poſtrema eſt Z C. Denique per diviſiones M, V, X &c. ducantur M Y, V T, X φ &c. parallelæ ad A L. Quibus peractis, abſoluta eſt ſcala exhibens tres gradus progreſſionis decuplæ.

Nam lineolæ interceptæ in triangulo A L B, ſunt partes decimæ ipſarum A B, B G &c. quæ rurſum decimæ ſunt ipſarum A M, M V &c. *Quod facilè demonſtratur hunc in modum.* Quoniam *p k* per conſtr.
a Coroll. 1. prop. 4. 6. eſt parallela ad *b* A, erit *a* *b* A ad *p k*, ut A L ad *k* L. Atqui per conſtr. quarum partium A L eſt 10, earum *k* L eſt 9. Ergo etiam quarum partium *b* A eſt 10, earumdem *p k* eſt 9; hoc eſt, *p k* eſt novem decimæ ipſius *b* A. Eodem modo oſtendam interceptam ſequentem eſſe ipſius *b* A, 8 decimas, & huic proximam, 7 decimas, & ſic deinceps, ac tandem *a* eſſe decimam unam.

In hac ſcalâ ſi in triangulo *b* L A intercepta prima *a* ſupponatur pro unitate quamlibet menſuram ex. gr. pedem unum repræſentante, tunc intercepta ſecunda erit 2; tertia erit 3; & ſic deinceps uſque ad A *b*. A *b* verò, ſeu L *f* erit 10; L *ω* erit 20; & ſic deinceps uſque ad L C. L Y erit 100, L T 200; & ſic deinceps.

Quod ſi *a* ſupponatur pro 1 decimâ unitatis, quamlibet menſuram repræſentantis, tum intercepta ſecunda erit 2 decimæ, tertia 3 decimæ; & ſic porrò. A *b* verò, ſeu L *f* erit 1; L *ω* erit 2; & ſic deinceps. L Y verò erit 10, L T erit 20, & ſic deinceps.

Uſum hujus ſcalæ oſtendent Praxes ſequentes.

## PRAXIS I.

### *Tres gradus proportionis decuplæ ex ſcalâ deſumere unâ circini aperturâ.*

Ex gr. 366 partes ſcalæ, hoc eſt 3 centenas, 6 decades, 6 unitates. Incipe à gradu infimo, & in triangulo *b* A L quære ſextam lineam *s r*, quæ dabit 6 unitates; tum in *s r* continuatâ versùs *d* numera 6 decades, ſeu 60, ex *s* uſque in *q*. Rurſum ex *r* uſque in β numera 3 centenas, ſeu 300. Denique circini pede uno fixo in β, alterum extende uſque in *q*; recta ſeu intervallum β *q*, continet partes ſcalæ 366.

Eodem modo erat operandum ſi petitæ forent partes 26 & 6 decimæ.



## PRAXIS II.

### *Quot partes ſcalæ recta quævis in chartâ deſcripta contineat, invenire.*

Accipiatur circino quantitas datæ rectæ F; quæ ſi major ſit quàm L Y, eligatur ex rectis M Y, V T, X φ &c. ea, cujus diſtantia ab A L, ſit minor proximè quàm E; ea ſit X φ. Deinde in rectâ X φ eligatur interſectio talis, ex. gr. β, ut uno circini crure poſito in β, alter etiam incidat in aliquam parallelæ β *d* interſectionem, ex. gr. in *q*. Quo obtento, nota erit recta E, nam β *r* eſt 300, *s q* eſt 60, *s r* eſt 6; ac proinde tota β *q*, hoc eſt, E, continet partes ſcalæ 366. ſi uno crure poſito in β, alterum incidiſſet in *s*, tunc data E fuiſſet 306 part. ſcalæ, nam β *r* eſt 300, & *s r*, 6: ſi in *r*, tunc data recta fuiſſet 300.

Quod ſi data recta E minor ſit quàm L Y, tunc ejus quantitate, ut priùs, circino acceptâ, in recta A L eligenda eſt interſectio talis ex. gr. *r*, ut uno circini crure poſito in *r*, alterum etiam incidat in aliquam parallelæ *r d* interſectionem, putà in *q*. Quo obtento, nota erit rurſum data recta, E. Nam *q s* eſt partes ſcalæ 60, & *s r*, 6; adeoque tota *q r*, ſeu E eſt 66.

# CAPUT. V.

## Diſtantiarum & altitudinum dimenſio.

Ad dimetiendas rerum diſtantias & altitudines varia Geometræ inſtrumenta, ſive organa excogitarunt: quæ omnia ſi proponere atque exponere voluerimus, varietate rerum & praxium multitudine Tyrones obruentur potiùs, quàm inſtruentur. Quare hìc alio non utemur, quàm circulo, & quadrante circuli, ſive firmo, ſive pendulo, Hoc inſtrumento nihil ſimplicius, nihil parabilius. Caret varietate caſuum, quâ implicatur quadratum: uſum verò præ cæteris omnibus habet non ſolùm in Practicâ Geometriâ, ſed etiam in Aſtronomiâ universâ ampliſſimum & immediatum. Ubi cætera nihil poſſunt, niſi prout à circulo derivantur.

### *Definitiones.*

1. *Altitudo* eſt linea recta ad horizontem, id eſt Terræ ſuperficiem perpendicularis, ac proinde ad terræ centrum directa.

2. *Diſtantia oculi ab altitudine menſuranda*, eſt Fig. 38.
recta A B, ab oculo A ad altitudinem C B per- 39.
pendicularis. Atque ea ſemper intelligitur, cùm diſtantia ſimpliciter nominatur.

3. *Diſtantia oculi ab aliquo puncto* C, ſeu diſtantia puncti A puncto C, eſt linea recta ab oculi centro ad punctum, vel à puncto ad punctum extenſa.

4. *Angulus Altitudinis* eſt (B A C) quem in oculo A efficit diſtantia B A cum radio C A à vertice altitudinis ad oculum emiſſo.

5. *Angulus Diſtantiæ* eſt (C A B) quem in oculo Fig. 41.
A efficit A C perpendicularis ab oculo ad ipſam B C diſtantiam ducta, & radius B A, ab extremitate diſtantiæ ad oculum directus.

6. *Angulus intervalli duorum locorum* X, Z eſt Fig. 44.
(X A Z) quem in oculo A efficiunt radij à locis X, & Z ad oculum directi.

7. *Menſuratio Geometrica* eſt, quæ ex quibuſdam cognitis Geometrico ratiocinio peragitur.

8. *Mechanica*, quæ abſolvitur applicando menſuram, ex. gr. perticam.

Geometrica adhibetur, cùm deficit mechanica. Hæc ubicumque adhiberi poteſt, illi præferenda; quia minùs errori expoſita. Quamvis enim operationes Geometricæ ſecundùm ſe infallibiles ſint, facilè tamen, ſive vitio inſtrumenti, ſive collocatione inſtrumenti malâ, error committitur, ſi menſor eſt imperitus aut incurius.

Ut autem in calculo vitentur fractionum moleſtiæ; pertica, ſive regula, quæ ad dimenſiones mechanica adhibenda eſt, ſectione denariâ erit partienda: nimirum deſignanda in eâ erunt 10 pedum aut plurium continua intervalla, quæ deinde ſingula erunt in decem æquales partes, quas Pollices appellamus, ſubdividenda. Si major accuratio deſideratur; hæ iterùm ſingulæ in 10 æquales partes, aut certè in quinque vel duas ſecari poſſunt. Ita porrò fiet ut pro fractionibus alijs decimales ſolæ ſint obventuræ, quas in calculo tractare poſſumus ut numeros integros, ut tradidi Arithm. *lib. 2. cap. 11.*

9. *Altitudo Acceſſibilis* dicitur, cujus diſtantia mechanicè menſurari poteſt.

10. *Altitudo inacceſſa*, cujus diſtantia non poteſt mechanicè menſurari.

11. *Triangulum Opticum* voco, quod in aëre aut ſuperficie terræ per radios deſcriptum intelligitur.

*PORISMA 1.*

## Altitudinis angulum inveſtigare.

### *Quadrante ſtabili, ſeu firmo.*

Fig. 39. BAculum ferreâ cuſpide armatum ſolo infige: huic quadrantem A F L impone eâ lege, ut latus unum F A ſit perpendiculare ad Terram (quod ope perpendiculi obtinebitur) & centrum A ſit infrà, & planum quadrantis dirigatur in altitudinem C B. Deinde regulam A O, quæ circà centrum A volubilis eſt, ita attolle vel deprime, ut oculus admotus centro A, & per regulæ A O utramque dioptram collimans, conſpiciat apicem C altitudinis menſurandæ. Arcus quadrantis L O, quem latus regulæ deorſum intercipit, indicabit quantitatem anguli quæſiti C A B: quot enim gradus & minuta continebit arcus L O, tot graduum & minutorum erit angulus altitudinis C A B.

Quò quadrans erit major, eò erit inventio anguli accuratior, tum quia certiùs collocari poteſt latus horizonti perpendiculare, tum quia præter gradus, etiam minuta in eo ſignari poſſunt. Itaque cùm dimenſio ſummè exacta quæritur, fabricandus eſſet quadrans eâ magnitudine, qui limbum habeat non ſolùm in gradus, ſed etiam in minuta prima, imò, ſi fieri poſſit, etiam in ſecunda, aut certè in ſecundorum decades ſubdiviſum. Ex quo patet præſtantia quadrantis præcedenti capite deſcripti, qui licet magnitudine ſit mediocri, minuta prima exhibere poteſt.

### *Circulo pendulo.*

Fig. 38. Baculum, ut ſuprà, ſolo infige, & ex eo appenſo inſtrumento, ejuſque plano verſus altitudinem C B directo, regulam R *a* O ita circumage, ut oculus ad ejus extremitatem R applicatus, & per utramque illius dioptram collimans, conſpiciat C apicem altitudinis menſurandæ. Arcus L O, quem inſtrumenti linea horizontalis S *a* L, & regulæ latus *a* O intercipiunt, indicabit quantitatem anguli quæſiti C *a* B.

Ut operatio evadat exactior, ejuſmodi examen & correctio adhiberi poterit. Ubi ſemel collimaveris, verte inſtrumentum & collima denuò. Si in utrâque collimatione arcus L O ſint æquales, credibile eſt operationem fuiſſe exactam: ſin verò inæquales, ut ſi in primâ collimatione, ſit grad. 60; in ſecundâ grad. 59; certum eſt aut in inſtrumento, aut in operatione vitium ineſſe: tum verò differentiæ ſemiſſem adde minori arcui, ut fiat grad. 59. 30', pro angulo exacto.

### *Quadrante pendulo.*

Baculo; ut prius, in terrâ defixo Quadrantem impone, & latus Quadrantis A *o* dirige in apicem altitudinis C eâ lege, ut centrum *o* ſit apici C propinquius; & oculus in A conſtitutus per utramque lateris dioptram collimando videat apicem C, & planum Quadrantis ſit applicatum perpendiculo liberè pendenti. Arcus *ſ z* à perpendiculo abſciſſus, indicabit quantitatem anguli *ſ o z*, qui angulo altitudinis æqualis eſt. Fig. 40.

*Quod ſic oſtendes.* Intelligatur ducta A B perpendicularis ad C B, quam perpendiculum *o ſ* ſecet in *q*. Igitur *a* C A B eſt angulus altitudinis, eademque A B etiam horizonti æquidiſtat; ac proinde perpendiculum *o ſ*, ad eam in *q* perpendiculare eſt. Quoniam igitur ab angulo *b* recto A O X in baſim A X cadit perpendicularis *o q*, erit angulus *q o x*, ſeu *ſ o z* æqualis *c* angulo *o* A *x*, ſeu C A B.

a *defin. 4.*
b *ex hyp.*
c 8. *lib. 6.*

*PORISMA 2.*

## Angulum diſtantiæ invenire.

### *Quadrante ſtabili.*

Latus unum A F ſtatue horizonti perpendiculare, ſic ut centrum A ſit ſuprà, & planum quadrantis exiſtat in plano C A B: tum regulam A O ita volve, ut oculus centro A applicatus, & per utramque dioptram regulæ collimans conſpiciat extremitatem diſtantiæ B. Arcus F O indicabit quantitatem anguli diſtantiæ B A C. Fig. 41.

### *Circulo pendulo.*

Eadem eſt operatio, niſi quod circulo liberè & quietè ſuſpenſo oculus applicandus ſit ad regulæ extremitatem ſuperiorem *r*. Fig. 42.

Examen & correctio adhiberi poteſt, quæ ſuprà.

### *Quadrante pendulo.*

Dirige latus quadrantis A O in extremitatem diſtantiæ B, ſic ut centrum A ſit ſuprà, & oculus centro A applicatus per dioptras lateris A O videat extremitatem B. cætera ut ſuprà. Arcus O *ſ* à perpendiculo abſciſſus manifeſtabit angulum diſtantiæ B A C quæſitum. Fig. 43.

*PORISMA 3.*

## Data ſint duo loca X, Z, & oculus in A: angulum intervalli X A Z invenire.

Fig. 44. PEnduli Circulus & Quadrans huic operi inſervire non poſſunt.

Igitur planum Quadrantis firmi baculo in terrâ defixo impoſiti ſtatue in plano X A Z. Tum latus A B dirige in ſignum Z, & regulam A C in ſignum X, ſic ut oculus in A centro collimans per dioptras lateris A *b*, videat Z, & collimans per dioptras regulæ A *c* videat X. Arcus *b c* manifeſtabit angulum intervalli quæſitum X A Z.

Fig. 45. Quando angulus eſt obtuſus, ut F A L; poſito centro in A anguli vertice, ſtatue quadrantis latus A P in directum cum uno anguli latere A F, collimando per dioptras B, A, in F: regulam verò A O dirige in anguli latus alterum A L, collimando per dioptras A, O in L. Arcus O C indicabit exceſſum anguli dati F A L, ſuprà rectum.

*Angulus intervalli duorum locorum longè certiùs colligitur, quàm anguli altitudinu & diſtautia, quòd neq; ſitus perpendicularit neque librameutum inſtrumenti, neque perpendiculum hic requirantur in quibus deviatio vel modica errorem notabilem in operationem inducit, ut oſteudam infra iu ſcholio probl. 16.*

## *Scholium.*

### Iudicium de iuſtrumentis.

*Cùm certitudo dimeuſionum, quas tradituri deinceps ſumus, ab inventione accuratâ horum angulorum maximè dependeat; opera pretium fuerit hic aunotare quadam ad errores præcavendos idonea.*

*1. Iu quadraute ſtabili præcipuum erroris periculum eſt iu collocatione perpeudiculari uuius lateris; deviatio quippe iuſenſibilis à perpendiculo errorem infert iu dimeuſioue ſeuſibilem, ut ſub finem hujus capitu oſtendam in ſcholio probl. 16. num. 1.*

*2. Quadrans peudulus eo periculo caret penitùs; ſed aliâ eget cautelâ duplici circa liberum deſceuſum perpendiculi: prima eſt, ut perpendiculo ita plauum quadrantis applicetur, ut tameu illius libertatem contactu ſuo non impediat: ſecunda ut quieſcat; quare ejus motum leui attactu elidere oportet, ſi nimis diu titubet. Vtrumque factu perfacile. Vnde Quadrantem pendulum cùm ejus eſſe uſus poteſt, longè præferendum ſtabili exiſtimo.*

Fig. 48. *3. Circulus liberè ſuſpenſus, utroque caret incommodo: cùm enim ſeipſum libret, curâ nos liberat collocationis perpendicularis; & cùm regulam habeat mobilem, etiam à perpendiculi moleſtijs expedimur. Verùm alia ſolicitudo ſuccedit à circuli libramento perfecta, quòd obtineri uon poteſt, uiſi diametrum F X, ex quâ circulus ſuſpenſus eſt, quæque alteram S L perpendiculariter interſecat, partes æquè graves circumſiſtant. Defectum librameuti cognoſces, ſi factâ collimatione unâ, vertas circulum, & deuuo in idem puuctum collimes. Tunc euim ſi arcus à regulâ abſciſſi æquales fuerint in collimatione utrâque, proba erit iuſtrumenti libratio: ſi inæquales, aut libramentum deficit aut in graduum diviſione erratum eſt. Nihilominus hic error, ſi uou ſit magnus, ſatis corrigitur, ſi (quod ſuprà mouui) ejus ſemiſſem addas arcui ex repertis minori, is enim ita auctus inter nimis magnum & uimis parvum medius eſt, ac proinde aut verus aut certè vero propinquior. Magnitudine porrò circulus integer utrique quadrauti manifeſtè cedit; cùm è quatuor quadrautibus quos complectitur, uuus tantùm angulorum iuveſtigationi ſubſerviat, tribus reliquis ad ſolum librameutum requiſitis. Non deeſt etiam moleſtia a titubatione penduli iuſtrumenti quæ manu leniter admota elidenda eſt.*

*Ex hactenùs annotatis ita ſtatuo, Quadrantem peudulum iu capiendis angulis altitudinis ac diſtantiæ adhibeudum præ omuibus; deinde Circulum: poſtremo loco Quadrantem ſtabilem: qui tamen duobus illis hoc antecellit, quòd uſum habeat latiorem, cùm ejus ſolius ope reperiri poſſit, & quidem omnium ſecuriſſimè, angulus intervalli, quod alia duo uou poſſunt. Adde etiam quod illi arcus miuutorum expeditiùs applicari poſſit.*

*PROBLEMA I.*

## Diſtantiam inacceſſam montis vel turris, per duas ſtationes metiri.

TUrris, ſeu montis altitudo ſit B C, diſtantia A B. Fig. 46. In ipſâ lineâ diſtantiæ eligantur duæ ſtationes in A, & F, quarum intervallum metire mechanicè, & ſit ex. gr. pedum 500. Ad hoc verò requiritur planities ampla & patens, ut accedere ad rem diſtantem, aut recedere ab eâ tanto intervallo poſſis, quanto opus erit. Eò autem certior erit dimenſio, quò intervallum fuerit majus. Radij viſuales ab oculo in utrâque ſtatione ad C verticem altitudinis ſint A C, F C. Inveniantur *a* altitudinum anguli C A B, C F B, quibus ſubtractis à 90 gradibus, noti fiunt *b* anguli complentes A C B, F C B. Poſito ergo ſinu toto C B; *c* angulorum A C B, F C B, tangentes erunt A B, F B; ac proinde A F intervallum ſtationum eſt tangentium differentia. Ergo eſt

*a por. 1. c. 5.*
*b 32. lib. 1. vel annot. 11. cap. 3.*
*c def. 9. c. 2.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ut | A F differentia tangentium, angulorum A C B, F C B, complentium altitudinis angulos | Ad | majorem tangentē A B |
| Ita | A F Stationum Intervallum pedum 500 | Ad | diſtantiæ A B quæſita pedes...... |

Tria prima ſunt nota. Ergo etiam quartum innoteſcet, diſtantia nempè A B, in eâdem menſurâ, in qua notum eſt A F ſtationum intervallum.

### *Aliter.*

Intelligatur eſſe ducta F Z parallela ad A C. Poſito ſinu toto F B, *d* erit C B tangens anguli C F B & Z B tangens anguli Z F B, qui angulo altitudinis C A B per *prop. 27. l. 1.* æqualis eſt. Ergo C Z eſt differentia tangentium angulorum altitudinis. Jam per *Coroll. 1. prop. 4. lib. 6.*

*Fig. 46.*
*d defin. 9. cap. 2.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ut | CZ differentia tangentium, angulorum altitudinis CFB, CAB | Ad | ZB tangentem minorem |
| Ita | A F intervallum ſtationum ped. 500. | Ad | minoris diſtantiæ F B pedes..... |

Cùm ergo tria prima ſint nota, etiam quartum fiet notum per regulam proportionum.

*Hic modus eſt primo aliquantò brevior, primus tamen in eo præſtat, quòd eâdem ferè operâ exhibeat etiam altitudinem, ut apparebit ex problemate 7.*

*Abſque ſinibus & calculo inacceſſam diſtantiam, imò & altitudinem eadem opera metiri.*

Fig. 46. Angulo in primâ ſtatione invento deſcribatur per prax. 3. ſchol. *pag. 23. l. 1. elem.* in chartâ æqualis S A X: & quot pedum fuit intervallum ſtationum, totidem partes ex ſcalâ acceptas transſcribe in latus A S ex A in F. Fiat deinde noto jam angulo ſtationis ſecundæ æqualis S F O, & latus F O occurrat lateri A X in C. Ex C demitte perpendicularem C B occurrentem lateri A S in B. Patet ex *prop. 32. lib. 1.* triangula A C B, F C B triangulis opticis utriuſque ſtationis æquiangula, ideoq́ue per *prop. 4. lib. 6.* iiſdem ſimilia eſſe; ac proinde A F referre intervallum ſtationum, & A B diſtantiam, & C B altitudinem. Inquire igitur quot partes ſcalæ contineant A B, & C B: totidem quippe pedes diſtantia ipſa, & altitudo continebunt.

Cùm enim tres lineæ A F, A B, C B ſint proportionales intervallo ſtationum, diſtantiæ, altitudini, & cum ex conſtr. intervallum ſtationum tot pedes contineat, quot ſcalæ partes continet A F; neceſſe eſt etiam diſtantia & altitudo tot ſint pedum, quot partium ſcalæ ſunt A B, & C B.

## *Scholium.*

*Practici Geometræ, qui de hoc argumento hactenus ſcripſêre, praxes ſuas abſque limitatione ullâ ſolent proponere. Vnde fit ut iÿ, qui in rebus Geometricis parùm ſunt experti, dum abſque ſcrupulo ullo ubique & ſemper eodem modo operantur, in magnos errores incidant: cæteri verò, qui peritiores ſunt, dum errores tantos obſervant, neque ſatis ex quibus naſcantur cauſis expendunt, ſibi perſuadeant ferè nihil exactum hiſce dimenſionibus poſſe obtineri. Huic incommodo facilè occurretur, ſi limitationes & determinationes neceſſariæ ſuis locis adhibeantur. Quod igitur in Geometriâ Practicâ deſiderari potiſſimùm video, ſupplebunt ſcholia, quæ problematis, ubi opus erit, ſubjungentur.*

### I.

### Sub angulo altitudinis valdè parvo incerta erit diſtantiæ dimenſio.

Fig. 47. *Si enim inſtrumentis utamur ordinariæ magnitudinis, facilè error aliquis in capiendis angulis, altitudinis præſertim, committitur. Error autem vel minimus in quantitate anguli valdè parvi determinandâ commiſſus, ingentem cauſat errorem in diſtantiâ. Altitudo montis ſit* B C; *diſtantia horizontaliter infinitè extenſa* B X. *Exilem aliquem Angulum altitudinis, in ſtatione videlicet admodùm remotâ, ponamus inventum eſſe* C A B, *vero majorem: verus autem ſit* C F B. *Quoniam* C A B

k 32. lib. 1. *externus* k *utrique* C F B, & F C A *æqualis eſt; erit* F C A *differentia falſi* C A B, & *veri* C F B; *hoc eſt* F C A *eſt ipſe error, ſeu erroris quantitas. Statuamus deinde in ſtatione viciniori repertum eſſe aliquem altitudinis angulum præcedenti majorem* C Q B, *qui à vero* C O B *etiam differat angulo* O C Q: & *ſint errores ambo* F C A, O C Q *æquales. Manifeſtum eſt* F C A *longè majorem intercipere partem* (F A) *in lineâ diſtantiæ quam ſit* O Q *intercepta ab* O C Q. *Sunt autem* F A, O Q, *errores diſtantiæ; ſiquidem* F B *eſt diſtantia vera collecta ex vero angulo altitudinis* C F B, & A B *eſt diſtantia falſa deducta ex falſo angulo* C A B, *ac proinde* F A, *diſtantiæ veræ ac falſæ differentia, eſt error diſtantiæ. Atque idem eodem modo oſtenditur in* O Q. *Liquet ergo cùm peccatur in parvo altitudinis angulo, errorem diſtantiæ multò cauſari majorem, quam in magno.*

*Imò fieri poteſt, ut idem error etiam minimus in altitudinis angulo ſemper decreſcente, errorem in diſtantiâ cauſet quovis dato majorem; hoc eſt ut diſtantia colligatur verâ major minórve decuplo, centuplo, millecuplo. Aſſumatur enim in quovis altitudinis angulo eadem ſemper quantitas erroris, quæ ſuprà nempe* F C A *vel* O C Q; & *ex* C *ducatur* C Z *parallela ad* B X. *Cogitemus angulum* F C A, *moveri verſus parallelam* C Z, *ſic ut tandem unum ejus latus incidat in ipſam parallelam, & ſit* L C Z *idem qui* F C A. *Tunc unum latus* C L *alicubi cum* B X *concurret, alterum verò nuſquam, utpotè parallelum: ac proinde angulus ille cùm parallelam attigerit, in lineâ horizontali intercipiet longitudinem infinitam. Ergo accedendo ſemper propiùs ac propiùs ad parallelam, intercipere poterit longitudinem datâ quâvis finitâ majorem. Atqui decreſcente in infinitum altitudinis angulo* C F B, *unum ejus latus* C A, *ac proinde etiam angulus* A C F, *qui eſt erroris quantitas, accedit ad parallelam* C Z *propiùs ſemper ac propiùs in infinitum. Ergo decreſcente abſque termino altitudinis angulo, poteſt error* A C F *intercipere partem ex* B X *datâ majorem; ac proinde vel minimus error in altitudinis angulo errorem in diſtantiâ cauſare poteſt quovis dato majorem.*

Nota, *Hic ſolùm expendiſſe me defectum anguli altitudinis ortum ex ſitu vitioſo lateris ſuperni* C L; *ſupponendo infernum latus ſitum habere debitum, nempè horizonti parallelum, ex cujus defectu quid naſcatur erroris, exponam in ſcholio probl. 16. Vitiatur ſitus lateris ſuperni ex malâ collimatione ad apicem altitudinis, & inæquali diviſione graduum aliove inſtrumenti vitio.*

### I I.

### Quantum eſſe debeat intervallum ſtationum.

*In conſtructione Problematis requiritur differentia aliqua tangentium, vel angulorum altitudinis, vel an-* Fig. 46. *gulorum ipſos complentium. Ea autem ut habeatur, neceſſe eſt ut aliqua ſit differentia ipſorum angulorum: & ut differentia angulorum obtineatur, opus eſt juſto ſtationum intervallo. Loca ſtationum ſint* A & F. *Angulorum altitudinis in his ſtationibus* C A B, C F B, *differentia eſt* A C F (*eſt enim* C F B *par duobus* b C A B, b 32. lib. 1. A C F): *qui angulus* A C F *quò fuerit major, eò certior operatio erit: erit porrò eo major, quò ſtationum* A, F *intervallum fuerit majus. Toto hic cælo aberrant iÿ qui non ſatis iſta expendunt, dum arbitrantur ſtationum intervallo quolibet ad libitum aſſumpto, ſenſibilem angulorum differentiam poſſe obtineri. Quantum fallantur, ex inventione ipſâ intervalli apparebit.*

*Quoniam conſultum eſt ut differentia angularis* A C F *unius gradus exiſtat, ſtatuamus altitudinis angulum* C A B, *in ſtatione* A *eſſe* 14 *grad.* C F B *in ſtatione* F, *grad.* 15. *Ergo complementa eorum,* A C B, F C B *ſunt grad.* 76, & 75; *quorum tangentes ſunt* c A B, F B; & c defin. 9. c. op. 2. *ex tabulis dantur* 401078, & 373205, *adeoq́; & tangentium differentia* 27873, *ipſum videlicet intervallum ſtationum* A F: *cujus proinde ratio ad diſtantiam majorem* A B *reperitur, majorem tangentem per tangentium differentiam dividendo. Comperies igitur hac ratione, cùm in prima ſtatione habetur altitudinis angulus*

*gulus 14 grad. ut obtineatur in ſtatione ſecundâ angulus uno gradu major, nempè grad. 15, oportere accedere per ſpatium (A F) quod fere ſit pars decimaquarta totius diſtantiæ A B, eodem modo inveſtigabitur quocumque dato altitudinis angulo in ſtatione unâ, quanto opus ſit ſtationum intervallo, ut acquiratur in ſtatione alterâ angulus altitudinis differens gradu uno aut pluribus.*

| *Anguli altitudinis graduum* | *requirunt intervallum ſtationum, quod ſit majoris diſtantiæ A B pars:* |
|---|---|
| 19 & 20 | $18\frac{12}{175}$ |
| 14 & 15 | $14\frac{108}{319}$ |
| 10 & 11 | $10\frac{443}{526}$ |
| 5 & 4 | $4\frac{181}{319}$ |

### III.

## Quæ ſit proportio altitudinis ad diſtantiam ſub variis angulis.

Fig. 46. *In triangulo rectangulo A B C, dato altitudinis angulo A, datur proportio laterum A B diſtantiæ, quæ eſt ſinus totus, & C B altitudinis, quæ eſt tangens anguli A per defin. 9. cap. 2. Itaque*

| *poſito altitudinis angulo C A B* | *erit altitudo C B, diſtantiæ A B* |
|---|---|
| Graduum | Pars |
| 20 | $2\frac{272}{363}$ |
| 15 | $3\frac{596}{789}$ |
| 10 | $5\frac{888}{1178}$ |
| 5 | $11\frac{3772}{5748}$ |
| 3 | $19\frac{44}{884}$ |
| 1 | $57\frac{515}{1747}$ |

Fig. 48. *Hæc intellige, ſi diſtantia non ſit tanta, ut propter rotunditatem terræ ſenſibiliter curva evadat; quod eveniet ſi gradum unum adæquet ambitus terreni. Altitudo montis eſto C B, quæ protracta tranſit per terræ centrum X. Oculus ſit in A. Intervallum A B grad. 1. quamvis in figurâ amplius ſit aſſumptum commoditatis gratiâ. Quoniam angulus altitudinis per inſtrumentum capitur, dirigente perpendiculo, quod ſemper tendit ad centrum terræ X; triangulum rectangulum diſtantiæ, quod hactenus conſideravimus, non erit F B C, ſed A O F, in quo F O minor eſt ſenſibiliter, (ut oſtendam infrà in Scholio 2 Probl. 8.) altitudine montis B C: diſtantiarum tamen A O, A B, differentia minoris quidem, ſed alicujus tamen adhuc momenti eſt, ſi cum B C comparentur; nullius, ſi inter ſe, ut oſtendam numero 4. Quare cùm diſtantia æquat. 1. grad. proportiones jam traditæ ſunt proportiones ipſius A O, ſeu A B ad F O; ac proinde majores quam A B diſtantiæ, ad altitudinem veram B C.*

### IV.

## Utrum rotunditas terræ officiat huic menſurationi diſtantiæ.

Fig. 48. *Ita ſuſpicari quiſpiam poſſet ex iis, quæ num. 3. obſervavimus. Repetantur iſthic obſervata unà cum diagrammate, in quo diſtantia menſoris à monte ſit A B gradus unius terreni ambitus; hoc eſt (ut cap. 6. Prob. 4 docebitur) 24 milliarium Belgicorum. Linea diſtantiæ, cujus quantitas ex vi Problematis reperitur, eſt non arcus A B, ſed A O tangens ſuperficiem terræ. Ducatur ſubtenſa A B. Tangens A O unius gradus, excedit A B ſubtenſam unius gradus nequidem parte milleſimâ. Igitur A O ſubtenſam A B, adeoq; adhuc magis arcum A B inſenſibiliter excedit. Unde ne quidem in diſtantiam 24 milliarium Belgicorum quidquam erroris ullo modo perceptibilis rotunditas terræ derivat.*

### PROBLEMA II.

## Diſtantiam inacceſſam per duas ſtationes aliter metiri.

Diſtantia menſuranda ſit A B; in cujus extremitate ſit turris, ſeu altitudo alia, cujus apex C diſtinctè videri poſſit. In planitie circumpoſitâ eligatur altera ſtatio lateralis F, cujus diſtantia à primâ A menſuretur mechanicè. Inveſtigentur deinde utriuſque ſtationis anguli, nimirùm F A C, A F C: cum quibus, & latere noto A F reperietur per *Probl. 9. cap. 3.* latus A C diſtantia menſoris à vertice turris B C; ſi nimirùm fiat ut ſinus anguli F C A ad ſinum anguli A F C, ita latus notum A F ad aliud. Fig. 49. vel 50.

*Requiruntur ergo hæc.*

1. *Planities ampla circa A, ut menſurari poſſit mechanicè intervallum ſtationum A F.*

2. *Intervallum ſtationum quam fieri poteſt maximum, ut angulus F C A fiat ſenſibilis: quò enim ille major erit, eò certior operatio evadet. Expediet igitur eum non eſſe minorem uno gradu; imò ſi fieri poterit, ut gradus æquet 4 vel 5, aut ſaltem tres, duoſve.*

3. *Ut non ſolùm in termino diſtantiæ menſurandæ erecta ſit altitudo quæpiam, cujus apex diſtinctè videri poſſit ex ſtatione utrâque A & F, ſed etiam ut in A extet ſignum, quod ex F, & in F ſignum, quod ex A ſpectari poſſit, ex. gr. cacumen turriculæ aut domus. Quod ſi deſint ſigna viſibilia in A & F, ea erunt quocumque demùm modo ſupplenda.*

4. *Ut angulus A F C, vel F A C quem ſtationum intercapedo A F facit cum radio viſuali, ſit rectus, aut recto quàm proximus: tunc verò ſolvetur quæſitum per Probl. 3. cap. 3.*

Inventâ in hunc modum A C diſtantiâ menſoris ab apice turris B C, ſi exiſtat ſenſibilis differentia inter A C & A B, (quod quando accidat, in Scholio tradetur) tum in rectangulo trigono A B C, cum jam inventâ A C & altitudinis angulo C A B, qui notus fiet per *por. 1*, invenietur ipſa A B per *Prob. 2. cap. 3.*

*Quod ſi defectu planitiei circa A mechanicè menſurari nequeat intervallum ſtationis lateralis A F; aut ex F loca A & C ſpectari nequeant; aut tanta ſit diſtantia, ut nimis magno opus ſit ſtationum intervallo ad obtinendum ſenſibilem angulum F C A; confugiendum erit ad Problema ſequens.*

*Cæterùm hæc menſurandæ diſtantiæ ratio videri poſſet anteponenda præcedenti. primò quia minori indiget ſtationum intervallo, ut oſtendam infrà in Scholio num. 4. Secundò quod ad longe majorem diſtantiam menſurandam ſe extendit, quam præcedens. Quamvis autem hæc praxis tres requirat angulos, unum altitudinis, duos diſtantiæ, ubi altera ſolùm duos altitudinis: id tamen inde ſatis videtur compenſari, quòd ſecurior ſit (ut dixi por. 3. ſup.) angulorum diſtantiæ inveſtigatio.*

### *Aliter abſque ſinibus & calculo non ſolùm diſtantiam inacceſſam, ſed etiam altitudinem invenire.*

Stationibus inſtitutis, ut ſuprà, inventiſque per inſtru- Fig. 49. vel 50.

inſtrumentum angulis: ſume ex ſcalâ tot partes, quot paſſus ex. gr. erant in ſtationum intervallo, eaſque tranſcribe ex A in F. Ad extremitates rectæ A F fac
a Prax. 3. Schol prop. 23. lib. 1. a angulos F A Z, A F X, æquales angulis per inſtrumentum inventis; ſitque F A Z primæ ſtationis angulus: latera deinde A Z, F X concurrant in C.
b Coroll. 9. prop. 32. l. 1. Erit ergo triangulum b A C F æquiangulum; ac pro-
c 4. lib. 6. inde c etiam ſimile triangulo optico, cujus baſis erat ſtationum intervallum, apex verò in ipſo apice altitudinis menſurandæ.

d Prax. 3. Schol. 23. lib. 1. Fiat deinde d angulus C A Q æqualis angulo ſub quo viſa fuit altitudo; & ex concurſu C demittatur perpendicularis C B, concurrens cum A O in B.
e 32. lib. 1. Erit ergo triangulum A C B e æquiangulum; ac
f 4. lib. 6. proinde f ſimile alteri optico triangulo, cujus unum latus erat diſtantia quæſita, alterum altitudo. Unde A F referente intervallum ſtationum; A B refert diſtantiam, C B altitudinem. Cùm igitur per conſtr. tot paſſus contineat intervallum ſtationum, quot ſcalæ partes continet A F; etiam diſtantia, & altitudo quæſitæ tot continebunt paſſus, quot ſcalæ partes continent A B, & C B. Inquire igitur quot partes ſcalæ ſint in A B & C B: & numeri inventi indicabunt paſſus in diſtantiâ & altitudine contentos.

## *Scholium.*

### I.

### Cur etiam hîc magno opus ſit ſtationum intervallo?

Fig. 49. *Vt intervalli ſtationum angulus F C A evadat ſenſibilis: quò enim ille fuerit major, eò certior futura eſt diſtantiæ inventio: quò verò minor, eò majus erit erroris periculum, ut ejus quantitas accuratè cognoſcatur. Quod autem creſcat angulus F C A aucto ſtationum intervallo A F, per ſe manifeſtum eſt.*

### II.

### Cur expediat ut angulus AFC, vel FAC; quem ſtationum intercapedo A F facit cum viſuali radio, ſit rectus aut recto proximus?

*Quia angulo A F C exiſtente recto, intervalli angu-*
Fig. 49. a 16. 3. *lus A C F eſt maximus. Centro A per F deſcribatur circulus, qui a tanget radium C F ex hyp. perpendicularem radio A F. Ad utramlibet partem intervalli A F, ſumantur intervalla ipſi A F æqualia nimirùm A O, A L, quæ cum radio viſuali efficiant angulos A O C, A L C non rectos. Quoniam radius C F circulum tangit; alij verò C L, C O neceſſariò ſecant; patet angulum F C A majorem eſſe angulis O C A, L C A: atque eodem modo quibuſcumque alijs.*

*Pari modo idem oſtenditur, ſi rectus ſit angulus F A C, ut in figurâ 50.*

### III.

### Quanto opus ſit ſtationum intervallo, ut intervalli angulus F C A exiſtat lubitæ magnitudinis.

Fig. 49. *In trigono A F C efficiat A F ſtationum diſtantia cum radio viſuali F C angulum rectum F; & intervalli angulus F C A ponatur eſſe grad. 1. Quæritur ratio A F ad A C. In trigono rectangulo A F C, A C eſt ſinus a totus 100000. A F verò eſt ſinus anguli C unius* a def. 6. 1. 2.
*gradus, nimirum 1745. Quare diviſis 100000 per 1745, quotiens 75$\frac{111}{1745}$ indicabit quanta pars ſit A F ipſius diſtantiæ A C, minor videlicet unâ diſtantiæ parte quinquageſimâ octavâ, hoc modo ſupputavi tabellam ſequentem.*

| *Vt intervalli ang. F C A ſit* | *Stationum intervallum A F debet eſſe diſtantiæ A C.* |
|---|---|
| Grad. | Pars |
| 1 | 57$\frac{515}{1745}$ |
| 2 | 28$\frac{2308}{3488}$ |
| 3 | 19$\frac{578}{5233}$ |
| 4 | 14$\frac{4150}{6976}$ |
| 5 | 11$\frac{4116}{8716}$ |
| 6 | 9$\frac{1930}{10418}$ |

### IV.

### Longè minori opus eſt ſtationum intervallo, dum una ſtationum lateralis eſt, quàm dum utraque directa.

*Manifeſtum erit, ſi tabulam præcedentem conferas cum eâ, quam ſupputavi num. 2. Probl. præc. placet exemplo uno ulteriùve rem declarare.*

*Menſuranda detur diſtantia milliariorum Belgicorum 5$\frac{1}{2}$, in cujus termino ſit mons altus dimidio Belgico milliari. Quoniam ergo hæc diſtantia altitudinis unde-*
b oſtendi num. 3. Probl. præc. *cupla eſt, mons ille ſpectabitur b ſub angulo 5 grad. Quando autem altitudinis angulus eſt grad. 5, ut habeatur in ſtatione altera directa angulus altitudinis uno gradu minor, graduum nempè 4; ac proinde intervalli angulus F C A ſit gradus unius; opus eſt ſtationum inter-*
c oſtendi num. 2. Prob. præc. *vallo, c quod ſit majus parte quintâ ferè totius diſtantiæ: hoc eſt in caſu præſenti uno circiter milliari Belgico. Dum verò ſtatio una lateralis eſt, ut obtineatur intervalli angulus F C A unius gradus, nequidem requiritur pro ſtationum intervallo A F diſtantiæ A C quinquageſima octava pars, ut ex num. 3. patet: hoc eſt in caſu præſenti minus quàm $\frac{10}{114}$ unius milliaris Belgici; hoc eſt* Fig. 49.
*ferè decima Belgici milliaris pars. Ergo dum una ſtatio lateralis eſt, habetur intervalli angulus F C A unius gradus mediante intervallo ſtationum ferè decies minori, quàm dum utraque ſtatio eſt directa.*

*Quod ſi, poſitis iiſdem, intervalli angulus F C A deſideretur 4 graduum; tunc ſi utraque ſtatio accipiatur directa, ex calculo, quem tradidi num. 2. Problematis præcedentis, pro ſtationum intervallo requiretur totius diſtantiæ pars ferè 1$\frac{1052}{7956}$; hoc eſt intervallum requiretur plus quam dimidium totius diſtantiæ A B, at proinde inutilis eſt tum praxis primi Problematis. At ſi una ſtatio lateralis ſit, obtinebitur angulus F C A grad. 4. aſſumpto intervallo, quod non adæquet partem diſtantiæ decimam quartam.*

### V.

### Ad quantam diſtantiam menſurandam hoc Problema ſe extendat.

*Aſſumatur pro intervallo ſtationum mechanicè cognoſcendo medium milliare Belgicum, quod intervallum quamvis non ſine gravi labore ac moleſtiâ menſuretur; tamen quando diſtantia, quæ proponitur inveſtiganda,*

magni

*magni momenti eſt ex. gr. ad reperiendum ambitum terræ, ut dicetur* a *infrà: opera pretium erit & hoc ſpatium, &, ſi opus eſt, etiam illo majus applicatâ decempedâ menſurare.* a cap. 6.

*Hoc igitur aſſumpto intervallo ſtationum, ſi angulus intervalli* FCA *fuerit gradus unius, diſtantia per hoc Problema inventa excedet milliaria Belgica 28. diſtantia enim, ut patet ex num. 3. eſt ad ſtationum intervallum ut* 57 [illegible] *ad* 1*, cùm angulus intervalli eſt grad.* 1*. Ergo diſtantia hic continebit plus quam 57 dimidia milliaria Belgica, hoc eſt plus quam 28 integra. Hoc modo conſtructa ſunt tabellæ ſequentes, quæ diſtantias per hoc Problema menſurabiles accuratè exhibent.*

| *Poſito ſtationum intervallo dimidij Milliaris Belgici, ſi intervalli angulus FCA eſt* | *Diſtantia per hoc Problema inventa excedet Milliaria Belgica.* |
|---|---|
| grad. | |
| 1 | $28\frac{2}{3}$ ferè |
| 2 | 14 [illegible] |
| 3 | $9\frac{1}{2}$ ferè |
| 4 | 7 [illegible] |
| 5 | $5\frac{2}{3}$ ferè |
| 6 | $4\frac{3}{4}$ ferè. |

| *Poſito ſtationum intervallo pedum Antverpienſium 5000, ſi angulus FAC eſt* | *Diſtantia inventa excedet* | |
|---|---|---|
| grad. | Pedes Antv. | ſive Mil. Hor. |
| 1 | 286532 | 14 |
| 2 | 143307 | 7 |
| 3 | 95547 | 4 |
| 4 | 71684 | 3 |
| 5 | 57372 | 2 [illegible] |
| 6 | 47837 | 2 [illegible] |

| *Poſito ſtationum intervallo pedum Antverpienſium 1000, ſi angulus FAC eſt.* | *Diſtantia inventa excedet* | |
|---|---|---|
| grad. | Pedes Antv. | ſive Mil. Hor. |
| 1 | 57306 | 2 [illegible] |
| 2 | 28661 | 2 [illegible] |
| 3 | 19109 | &c. |
| 4 | 14336 | |
| 5 | 11474 | |
| 6 | 9567 | |

| *Poſito ſtationum intervallo Ped. 100. ſi FCA eſt.* | *Diſtantia inventa excedet pedes* |
|---|---|
| grad. | |
| 1 | 5730 |
| 2 | 2866 |
| 3 | 1910 |
| 4 | 1433 |
| 5 | 1147 |
| 6 | 956 |

*Ex quibus patet diſtantiam incomparabiliter majorem poſſe menſurari, cùm ſtatio una lateralis eſt, quàm dum utraque directè in lineâ diſtantia accipitur.*

## VI.

### Quando contemni poſſit differentia inter diſtantiam verticis AC, & diſtantiam horizontalem AB. Fig. 49.

*In trigono rectangulo* ABC *ponatur angulus altitudinis* CAB *grad.* 1*. Ergo* a ACB *eſt grad.* 89*, cujus ſinus eſt* b AB*,* 99984*, quarum ſinus totus* AC *eſt* 100000*. horum differentia eſt* 16*, quæ ad* AB*,* 99984 *eſt ut* 1 *ad* 6249*, adeoq́; nullius momenti, hoc modo conſtructa eſt tabella ſequens, ex qua intelliges quando contemni poſſit differentia dicta* a 32. 3. b defin. 6. cap. 2.

| *Exiſtente angulo altitudinis CAB* | *Diſtantia AB excedet differentiam* | *pluſquam vicibus* |
|---|---|---|
| grad. | | |
| 1 | | 6249 |
| 2 | | 1639 |
| 3 | | 724 |
| 4 | | 409 |
| 5 | | 262 |
| 10 | | 65 |

## PROBLEMA III.

### Diſtantiam duorum locorum (A, B) variè impeditam, per duas, & quando ita opus eſt, per tres aut plures ſtationes metiri.

PRaxes Problemate 1 & 2, jam expoſitæ uſui eſſe non poſſunt. Primò ſi neuter locus vel alteruter adiri nequeat. Secundò ſi neuter in plano ſit: tunc enim ſtationum intervallum AF Probl. 1 & 2. aſſumptum, non poterit mechanicè menſurari. Tertiò ſi ex neutrâ ſtationum vel alterutrâ nequeat conſpici C apex altitudinis in diſtantiæ termino erectæ. Quartò ſi diſtantia ſit tanta, ut duas ſolùm adhibendo ſtationes nimis magno opus ſit ſtationum intervallo, quod proinde mechanicè menſurari vix poſſit. Quintò denique ſi deſideres ex modico intervallo mechanicè noto magnam diſtantiam invenire. Quis ergo in hiſce caſibus tenendus ſit modus, hoc Problemate exponam. Fig. 49. & 46.

### CASUS 1.

Menſuranda ſit diſtantia locorum A & B, quorum neuter adiri poſſit, vel aliud ſubſit ex tribus primis impedimentum. Eligantur in planitie aliquâ ſtationes duæ in C & F, quarum intervallum FC metire perticâ. Noti fiant anguli AFC, ACF: cum quibus & latere noto FC, reperietur m AC. Pari modo noti fiant anguli BCF, BFC: ex quibus, & latere noto FC, innoteſcet m BC. Inveniatur deinde angulus ACB: cum hoc, & lateribus notis AC, BC, n reperietur AB diſtantia quæſita. Fig. 51. 52. 53. 54. m per prob. 9 cap. 3. n per probl. 10. cap. 3.

### CASUS 2.

Quod ſi locus, in quo es, ſit talis, ut nequeant duæ ſtationes reperiri utrâque conditione requiſitâ præditæ; nimirum, ut & ſint in planitie, quò poſſit earum intervallum mechanicè menſurari, & conſpici ex utrâque poſſint A, B, termini diſtantiæ menſurandæ; elige primò ſtationes duas FC in planitie poſitas, Fig. 55.

quarum

inſtrumentum angulis: ſume ex ſcalâ tot partes, quot paſſus ex. gr. erant in ſtationum intervallo, eaſque tranſcribe ex A in F. Ad extremitates rectæ AF fac
a Prax. 3. Schol prop. 23 lib. 1. a angulos FAZ, AFX, æquales angulis per inſtrumentum inventis; ſitque FAZ primæ ſtationis angulus: latera deinde AZ, FX concurrant in C.
b Coroll. 9. prop. 32. l. 1. Erit ergo triangulum b ACF æquiangulum; ac proinde c etiam ſimile triangulo optico, cujus baſis erat ſtationum intervallum, apex verò in ipſo apice altitudinis menſurandæ.
c 4. lib. 6.

d Prax. 3. Schol. 23. lib. 1. Fiat deinde d angulus CAQ æqualis angulo ſub quo viſa fuit altitudo; & ex concurſu C demittatur perpendicularis CB, concurrens cum AO in B.
e 32 lib. 1. f 4 lib. 6. Erit ergo triangulum ACB e æquiangulum; ac proinde f ſimile alteri optico triangulo, cujus unum latus erat diſtantia quæſita, alterum altitudo. Unde AF referente intervallum ſtationum; AB refert diſtantiam, CB altitudinem. Cùm igitur per conſtr. tot paſſus contineat intervallum ſtationum, quot ſcalæ partes continet AF; etiam diſtantia, & altitudo quæſitæ tot continebunt paſſus, quot ſcalæ partes continent AB, & CB. Inquire igitur quot partes ſcalæ ſint in AB & CB: & numeri inventi indicabunt paſſus in diſtantiâ & altitudine contentos.

## *Scholium.*

### I.

### Cur etiam hîc magno opus ſit ſtationum intervallo?

Fig. 49. *Vt intervalli ſtationum angulus FCA evadat ſenſibilis: quò enim ille fuerit major, eò certior futura eſt diſtantiæ inventio: quò verò minor, eò majus erit erroris periculum, ut ejus quantitas accuratè cognoſcatur. Quod autem creſcat angulus FCA aucto ſtationum intervallo AF, per ſe manifeſtum eſt.*

### II.

### Cur expediat ut angulus AFC, vel FAC; quem ſtationum intercapedo AF facit cum viſuali radio, ſit rectus aut recto proximus?

Fig. 49. a 16. 3. *Quia angulo AFC exiſtente recto, intervalli angulus ACF eſt maximus. Centro A per F deſcribatur circulus, qui a tanget radium CF ex hyp. perpendicularem radio AF. Ad utramlibet partem intervalli AF, ſumantur intervalla ipſi AF æqualia nimirùm AO, AL, quæ cum radio viſuali efficiant angulos AOC, ALC non rectos. Quoniam radius CF circulum tangit; alij verò CL, CO neceſſariò ſecant; patet angulum FCA majorem eſſe angulis OCA, LCA: atque eodem modo quibuſcumque alijs.*

*Pari modo idem oſtenditur, ſi rectus ſit angulus FAC, ut in figurâ 50.*

### III.

### Quanto opus ſit ſtationum intervallo, ut intervalli angulus FCA exiſtat lubitæ magnitudinis.

Fig. 49. *In trigono AFC efficiat AF ſtationum diſtantia cum radio viſuali FC angulum rectum F; & intervalli angulus FCA ponatur eſſe grad. 1. Quæritur ratio AF ad AC. In trigono rectangulo AFC, AC eſt ſinus a totus 100000. AF verò eſt ſinus anguli C unius gradus, nimirum 1745. Quare diviſis 100000 per 1745, quotiens 75 [illegible] indicabit quanta pars ſit AF ipſius diſtantiæ AC, minor videlicet unâ diſtantiæ parte quinquageſimâ octavâ, hoc modo ſupputavi tabellam ſequentem.* a def. 6. l. 2.

| *Vt intervalli ang. FCA ſit* | *Stationum intervallum AF debet eſſe diſtantiæ AC.* |
|---|---|
| Grad. | Pars |
| 1 | 57 [illegible] |
| 2 | 28 [illegible] |
| 3 | 19 [illegible] |
| 4 | 14 [illegible] |
| 5 | 11 [illegible] |
| 6 | 9 [illegible] |

### IV.

### Longè minori opus eſt ſtationum intervallo, dum una ſtationum lateralis eſt, quàm dum utraque directa.

*Manifeſtum erit, ſi tabulam præcedentem conferas cum eâ, quam ſupputavi num. 2. Probl. præc. placet exemplo uno ulterióve rem declarare.*

*Menſuranda detur diſtantia milliariorum Belgicorum $5\frac{1}{2}$, in cujus termino ſit mons altus dimidio Belgico milliari. Quoniam ergo hæc diſtantia altitudinis undecupla eſt, mons ille ſpectabitur b ſub angulo 5 grad.* b oſtendi num. 3. Probl. præc.
*Quando autem altitudinis angulus eſt grad. 5, ut habeatur in ſtatione altera directa angulus altitudinis uno gradu minor, graduum nempè 4; ac proinde intervalli angulus FCA ſit gradus unius; opus eſt ſtationum intervallo, c quod ſit majus parte quintâ ferè totius diſtantiæ: hoc eſt in caſu præſenti uno circiter milliari Belgico.* c oſtendi num. 2. Prob. præc.
*Dum verò ſtatio una lateralis eſt, ut obtineatur intervalli angulus FCA unius gradus, nequidem requiritur pro ſtationum intervallo AF diſtantiæ AC quinquageſima octava pars, ut ex num. 3. patet: hoc eſt in caſu præſenti minus quàm $\frac{11}{114}$ unius milliaris Belgici; hoc eſt* Fig. 49.
*ferè decima Belgici milliaris pars. Ergo dum una ſtatio lateralis eſt, habetur intervalli angulus FCA unius gradus mediante intervallo ſtationum ferè decies minori, quàm dum utraque ſtatio eſt directa.*

*Quod ſi, poſitis yſdem, intervalli angulus FCA deſideretur 4 graduum; tunc ſi utraque ſtatio accipiatur directa, ex calculo, quem tradidi num. 2. Problematis præcedentis, pro ſtationum intervallo requiretur totius diſtantiæ pars ferè 1 [illegible]; hoc eſt intervallum requiretur plus quàm dimidium totius diſtantiæ AB, ac proinde inutilis eſt tum praxis primi Problematis. At ſi una ſtatio lateralis ſit, obtinebitur angulus FCA grad. 4. aſſumpto intervallo, quod non adæquet partem diſtantiæ decimam quartam.*

### V.

### Ad quantam diſtantiam menſurandam hoc Problema ſe extendat.

*Aſſumatur pro intervallo ſtationum mechanicè cognoſcendo medium milliare Belgicum, quod intervallum quamvis non ſine gravi labore ac moleſtiâ menſuretur; tamen quando diſtantia, quæ proponitur inveſtiganda,*

magni

*magni momenti eſt ex. gr. ad reperiendum ambitum terræ, ut dicetur ª infrà : operæ pretium erit & hoc ſpatium, &, ſi opus eſt, etiam illo majus applicatâ decempedâ menſurare.*

a cap. 6.

*Hoc igitur aſſumpto intervallo ſtationum, ſi angulus intervalli* F C A *fuerit gradus unius, diſtantia per hoc Problema inventa excedet milliaria Belgica* 28. *diſtantia enim, ut patet ex num.* 3. *eſt ad ſtationum intervallum ut* 57 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ *ad* 1, *cùm angulus intervalli eſt grad.* 1. *Ergo diſtantia hìc continebit plus quàm* 57 *dimidia milliaria Belgica, hoc eſt plus quam* 28 *integra. Hoc modo conſtructæ ſunt tabellæ ſequentes, quæ diſtantias per hoc Problema menſurabiles accuratè exhibent.*

| *Poſito ſtationum intervallo dimidij Milliaris Belgici, ſi intervalli angulus* F C A *eſt* | *Diſtantia per hoc Problema inventa excedet Milliaria Belgica.* |
|---|---|
| grad. | |
| 1 | 28 $\frac{1}{3}$ ferè |
| 2 | 14 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ |
| 3 | 9 $\frac{1}{3}$ ferè |
| 4 | 7 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ |
| 5 | 5 $\frac{1}{3}$ ferè |
| 6 | 4 $\frac{1}{3}$ ferè. |

| *Poſito ſtationum intervallo pedum Antverpienſium* 5000, *ſi angulus* FAC *eſt* | *Diſtantia inventa excedet* | |
|---|---|---|
| grad. | *Pedes Antv.* | *ſive Mil. Hor.* |
| 1 | 286532 | 14 |
| 2 | 143307 | 7 |
| 3 | 95547 | 4 |
| 4 | 71684 | 3 |
| 5 | 57372 | 2 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ |
| 6 | 47837 | 2 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ |

| *Poſito ſtationum intervallo pedum Antverpienſium* 1000, *ſi angulus* FAC *eſt.* | *Diſtantia inventa excedet* | |
|---|---|---|
| grad. | *Pedes Antv.* | *ſive Mil. Hor.* |
| 1 | 57306 | 2 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ |
| 2 | 28661 | 2 $\frac{[illegible]}{[illegible]}$ |
| 3 | 19109 | &c. |
| 4 | 14336 | |
| 5 | 11474 | |
| 6 | 9567 | |

| *Poſito ſtationum intervallo Ped.* 100. *ſi* F C A *eſt.* | *Diſtantia inventa excedet pedes* |
|---|---|
| grad. | |
| 1 | 5730 |
| 2 | 2866 |
| 3 | 1910 |
| 4 | 1433 |
| 5 | 1147 |
| 6 | 956 |

*Ex quibus patet diſtantiam incomparabiliter majorem poſſe menſurari, cùm ſtatio una lateralis eſt, quàm dum utraque directè in lineâ diſtantiæ accipitur.*

## VI.

### Quando contemni poſſit differentia inter diſtantiam verticis A C, & diſtantiam horizontalem A B.

Fig. 49.

*In trigono rectangulo* A B C *ponatur angulus altitudinis* C A B *grad.* 1. *Ergo* ª A C B *eſt grad.* 89, *cujus ſinus eſt* ᵇ A B, 99984, *quarum ſinus totus* A C *eſt* 100000. *horum differentia eſt* 16, *quæ ad* A B, 99984 *eſt ut* 1 *ad* 6249, *adeoq; nullius momenti, hoc modo conſtructa eſt tabella ſequens, ex qua intelliges quando contemni poſſit differentia dicta*

a 32 3. b defin 6. cap. 2.

| *Exiſtente angulo altitudinis* CAB | *Diſtantia* AB *excedet differentiam* | *pluſquam vicibus* |
|---|---|---|
| grad. | | |
| 1 | | 6249 |
| 2 | | 1639 |
| 3 | | 724 |
| 4 | | 409 |
| 5 | | 262 |
| 10 | | 65 |

## PROBLEMA III.

### Diſtantiam duorum locorum (A, B) variè impeditam, per duas, & quando ita opus eſt; per tres aut plures ſtationes metiri.

PRaxes Problemate 1 & 2, jam expoſitæ uſui eſſe non poſſunt. Primò ſi neuter locus vel alteruter adiri nequeat. Secundò ſi neuter in plano ſit : tunc enim ſtationum intervallum A F Probl. 1 & 2. aſſumptum, non poterit mechanicè menſurari. Tertiò ſi ex neutrâ ſtationum vel alterutrâ nequeat conſpici C apex altitudinis in diſtantiæ termino erectæ. Quartò ſi diſtantia ſit tanta, ut duas ſolùm adhibendo ſtationes nimis magno opus ſit ſtationum intervallo, quod proinde mechanicè menſurari vix poſſit. Quintò denique ſi deſideres ex modico intervallo mechanicè noto magnam diſtantiam invenire. Quis ergo in hiſce caſibus tenendus ſit modus, hoc Problemate exponam.

Fig. 49. & 46.

### CASUS 1.

Menſuranda ſit diſtantia locorum A & B, quorum neuter adiri poſſit, vel aliud ſubſit ex tribus primis impedimentum. Eligantur in planitie aliquâ ſtationes duæ in C & F, quarum intervallum F C metire perticâ. Noti fiant anguli A F C, A C F : cum quibus & latere noto F C, reperietur ᵐ A C. Pari modo noti fiant anguli B C F, B F C: ex quibus, & latere noto F C, innoteſcet ᵐ B C. Inveniatur deinde angulus A C B: cum hoc, & lateribus notis A C, B C, ⁿ reperietur A B diſtantia quæſita.

Fig. 51. 52. 53. 54.

m per prob. 9 cap. 3.

n per probl. 10. cap. 3.

### CASUS 2.

Quod ſi locus, in quo es, ſit talis, ut nequeant duæ ſtationes reperiri utrâque conditione requiſitâ præditæ; nimirùm, ut & ſint in planitie, quò poſſit earum intervallum mechanicè menſurari, & conſpici ex utrâque poſſint A, B, termini diſtantiæ menſurandæ; elige primò ſtationes duas F C in planitie poſitas,

Fig. 55.

quarum

quarum intervallum metire perticâ: deinde duas alias quære, O, Q, è quibus conſpici poſſint A, & B, quarum diſtantia O Q reperiatur ope lateris mechanicè noti F C, ut jam docui: tum per O Q jam notam eâdem methodo reperietur ipſa A B diſtantia quæſita.

## CASUS 3.

Menſuranda ſit diſtantia A B, etiam maxima, aſſumpto ad lubitum intervallo mechanicè notificando, etiam exiguo.

Fig. 56. *Per exiguum intervallum intelligo, quod non habet proportionem ſenſibilem ad diſtantiam, & cujus angulus inperceptibilis eſt, u nempe cujus baſis eſt intervallum, vertex autem in loco, cujus diſtantia quæritur. Unde ſi diſtantia ſit enormis, qualis eſſet Pici montis, qui ex diſtantiâ 4. grad. apparet, etiam 1000 paſſus, imò medium milliare Belgicum eſſet reſpectu ejus intervallum nimis parvum.*

Præter ſtationem primam in A termino diſtantiæ, determina ſecundam lateraliter in C modico intervallo, quod metire decempedâ, & ſit ex. gr. 100 pedum. Deſigna deinde intervallum ſecundum A F multò majus quàm A C, quod præſidio lateris A C noti ex duabus ſtationibus A & C metire per *præc. Probl.* Rurſus tertium deſigna intervallum A O majus quàm A F, quod ope lateris jam noti A F ex ſtationibus A & F metire per *præc. Probl.* Quod ſi jam intervallum A O tantum eſt, ut exhibeat angulum A B O ſenſibilem; ope ipſius A O ex ſtationibus A & O metieris per *præced. Probl.* A B diſtantiam quæſitam. Quod ſi angulus A B O nondum eſſet ſenſibilis, plures forent deſignandæ ſtationes, donec tandem evadat ſenſibilis. Porrò anguli ad unum (A) punctum exiſtentes ſimul capiendi ſunt, ne ſæpiùs oporteat ad eundem locum labore ſuperfluo redire.

Hoc artificio ingentes diſtantias, & aliàs omninò immenſurabiles poſſe innoteſcere, licet intervallum primum ſit parvum, ſic oſtendo. A C primum intervallum ſit 100 pedum Rhynlandicorum, & anguli A C F, A F O, A O B recti; anguli verò AFC, AOF, ABO unius gradus. Igitur, ut in *Scholio præc. num. 3.* oſtenſum eſt, A F continebit A C 100 ped. plus quàm 57 vicibus; ac proinde A F erit major pedibus 5700. Eodem modo erit A O major quàm A F pedum 5700, plus quàm vicibus 57, adeoque A O erit major pedibus 324900, hoc eſt 18 milliarijs Belgicis. Pari modo A B diſtantia quæſita excedet A O pedum 324900 plus quàm 57 vicibus; ac proinde A B erit maior pedibus 18519300, hoc eſt 1028 Belgica milliaria. Tanta diſtantia aſſumpto tantum intervallo primo 100 pedum per 4 ſtationes innoteſceret, ſi locus B ex A & O conſpici, & ſtationes C, F, O, juxta conditiones poſitas obtineri poſſent.

Verùm quia intervallorum angulos ABO, AOF, A F C, convenit eſſe aliquot graduum; ponamus eos eſſe graduum 5, reliquis datis manentibus iiſdem, quæ ſuprà. Igitur ut oſtendi in Scholio præcedenti,
b num. 3. *b* A F erit plus quàm undecuplum primi intervalli A C pedum Rhynlandicorum 100, adeoque majus pedibus 1100. A O verò plus quàm undecuplum ipſius A F pedum 1100; ac proinde majus pedibus 11100: ac tandem A B diſtantia quæſita erit plus quàm undecupla ipſius A O pedum 11100, ac proinde major pedibus 111100; hoc eſt major 6 Belgicis milliaribus. Igitur per ſtationes quatuor in A,C,F,O, intervallo primo tantùm exiſtente pedum 100, diſtantia menſurabitur major milliaribus Belgicis.

Quod ſi intervallum primum aſſumatur pedum 1000, poterit per ſtationes tres A, C, F, diſtantia 6 Belgicorum milliarium major innoteſcere: & per ſtationes quatuor major Belgicis milliarijs 66 quod à nullo, quod ſciam, huc uſque eſt obſervatum.

Scio ſtationes rarò poſſe juxta conditiones hìc poſitas præcisè ordinari. Verùm hæc eo fine dicta ſunt, ut appareat, quouſque hac induſtriâ pertingi poſſit: ſimul ut Geometra, quæ optima ſit ſtationum ratio, intelligat, ut ſi obtinere eam exactè non poſſit, ad illam certè quàm proximè conetur accedere.

### *Abſque ſinibus & calculo.*

Omnes caſus Problematis abſolves, ſi ex ſcalâ ſumas A F lineam tot partium, quot paſſus ex. gr. erant in ſtationum intervallo mechanicè menſurato, & ſuprà illam facias triangulum ſimile A C F primo optico triangulo, & ſuprà A F triangulum A O F ſimile ſecundo optico, & ſic deinceps quotquot fuerint, quod ſemper fieri poterit, cùm in ſingulis opticis triangulis duo anguli per inſtrumentum ſint noti. Latus ultimum A B repræſentabit diſtantiam quæſitam, quæ tot erit paſſuum, quot reperies in A B contineri partes ſcalæ. Fig. 56.

Demonſtratio eadem, quæ ſuprà Probl. 1. & 2.

## PROBLEMA IV.

### Diſtantiam inacceſſam (A B) turris vel montis, datâ ejus altitudine (B C) metiri.

INveniatur per Poriſma 1 altitudinis angulus CAB. Tum quia in trigono rectangulo A B C, dantur acutorum unus C A B, & latus B C; reperietur per Probl. 3. *cap.* 3 latus alterum A B diſtantia quæſita. Fig. 40.

### *Sine calculo.*

Angulum altitudinis inſtrumento inventum aufer à gradibus 90, ut habeatur angulus complementi, cui æqualem fac S C Y. Deinde fiat C B tot partium ſcalæ, quot pedes erant in altitudine datâ; ducaturque B A perpendicularis ad C B, cui occurrat C S in A. Inquire quot partium ſcalæ ſit A B: tot enim pedum erit diſtantia quæſita.

Eſt enim triangulum A C B, *prop.* 32. *lib.* 1. æquiangulum optico triangulo, ac proinde per *prop.* 4. *lib.* 6 ſimile. Quare cùm C B tot ſcalæ partes contineat, quot pedes altitudo data; etiam A B tot erit partium ſcalæ, quot pedum diſtantia quæſita.

## PROBLEMA V.

### Longitudinem mediocrem (C B) in horizontali plano extenſam, horti, areæ, porticus &c. latitudinem fluminis &c. metiri.

NOta ſit A C altitudo menſoris, ſive ea ſit ſtatura ejus, ſive major, ſive non. Metire *a* angulum Fig. 43.
diſtantiæ B A C. Tum quia in trigono rectangulo a Poriſ. 2.
A C B, dantur acutus B A C, & latus A C; reperietur per Probl. 3, *cap.* 3. latus alterum B C diſtantia quæſita.

*Sine*

### *Sine calculo.*

Angulo diſtantiæ per inſtrumentum reperto fac æqualem S A X. Deinde fiat A C tot partium ſcalæ, quot pedum datur altitudo oculi; ducaturque C B perpendicularis ad A C, cui occurrat A X in B. Inquire quot partes ſcalæ contineat C B: tot enim pedum erit longitudo quæſita.

Demonſtratio ſimilis præcedenti.

### *Aliter.*

Fig. 57. Quadrantis ad horizontem paralleli, aut ferè paralleli latus A C dirige in ſignum aliquod in B termino diſtantiæ modicè elevatum. Collima deinde per latus alterum A F in ſignum aliud Z iſthic erectum, aut erigendum, & mechanicè innoteſcat A Z. Inveniatur tandem angulus Z: cum quo, & latere noto A Z, reperietur [c] in trigono rectangulo Z A B, latus A B, diſtantia quæſita.

c *Probl. 3. cap. 3.*

### *Sine calculo.*

Angulo acuto per inſtrumentum invento fiat æqualis F Z S. Deinde fiat Z F A tot partium ſcalæ, quot pedum erat intervallum mechanicè notum; ducaturque A B perpendicularis ad Z A, cui occurrat Z S in B. Inquire quot partium ſcalæ ſit A B: totidem quippè pedum erit longitudo quæſita.

## PROBLEMA VI.

### Latitudinem fluminis ſeu lacus aliter metiri.

Fig. 41. 42. 43. Collimando in ulteriorem fluminis ripam, notus fiat per inſtrumentum angulus diſtantiæ. Deinde verte inſtrumentum ad continentem, & conſtitue, ut erat priùs: nimirum ut perpendiculum vel regula abſcindat eundem diſtantiæ angulum, ſive arcum F O, quem in ſitu priori. Collimando deinde per dioptras A O, punctum, quod in horizonte conſpexeris, putà B, ſignari jube, & metire longitudinem C B mechanicè: ea enim eſt par latitudini fluminis, ut per ſe patet.

*Atque hæc hactenùs de diſtantijs potiſſimùm. Nunc ad altitudines, quamvis eas ſuprà jam attigimus, accuratiùs inveſtigandas accedamus.*

## PROBLEMA VII.

### Altitudinem inacceſſam montis, ſeu turris (C B) metiri.

Fig. 58. Inſtituatur operatio eadem, quæ fuit adhibita in Problematis 1. modo 1. binis ſtationibus in lineâ diſtantiæ in A, & F determinatis.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ut | A F differentia tangentium angulorum ACB, FCB complentium angulos altitudinis C A B, C F B | Ad | Sinum totum B C |
| Ita | A F ſtationum intervallum, ex. gr. pedum 1000 | Ad | altitudinis quæſitæ BC pedes..... |

Tria prima ſunt nota. Innoteſcet ergo etiam quartum, altitudo nempè B C in eâdem menſurâ, in quâ notum erat A F ſtationum intervallum.



### *Sine calculo.*

Vide Problema 1. ubi diſtantia & altitudo unâ eâdemque operâ abſque ſinibus & calculo ullo ſunt inventæ.

Nota, tum hic, tum in ſequentibus, menſurari ſolùm eam altitudinem, quæ ſuprà oculum eſt, quam determinat linea recta A B ducta à menſoris oculo poſito in A ad altitudinem perpendicularis: adeoque parallela ad horizontem. Altitudini ergo inventæ addenda eſt menſoris ſtatura A L, ſeu B Z, ſi baſis altitudinis Z, & L pes menſoris ſint æquè alta: quod ſi (ut in fig. 59) altitudinis baſis ſit demiſſior, pede menſoris, menſuranda eſt per Probl. 13 altitudo B Z, & altitudini priùs inventæ B C adjicienda, ut priùs

## *Scholium.*

### Ex quâ diſtantiâ ſecuriſſima ſit altitudinum dimenſio.

*Non tutò ex quâlibet diſtantiâ altitudines menſurantur. Perinde obſunt & magna diſtantia, & vicinitas magna. Diſtantia quidem, quia facit, ut ſub exiguo angulo ſpectetur altitudo, ac proinde in capiendo angulo facilè committatur error angulo juſto par aut major, unde fit, ut altitudo colligatur multò major verâ. Vt ſi angulus juſtus ſit C A B, & putetur eſſe Z A B; colligetur altitudo B Z pro verâ B C. Accedit quod cùm binis ſtationibus opus eſt, ingentia requirantur [a] ſtationum intervalla, ut parvi altitudinum anguli ſenſibilem habeant differentiam. Magna vicinitas obeſt, quia efficit ut B C Q angulus, ſub quo altitudo B Q conſpicitur, vix differat à recto; ac proinde alter C Q B ſit acutus inſenſibilis. Vnde facilè accidet, ut altitudo colligatur decies, aut centies verâ major: quod demonſtrabitur, ut num. 1. ſi tantùm figuram inverteris, quod hic factum vides.* Fig. 60.

a *oſtendi in Sch. prob. 1. num. 2.*

Fig. 61.

*Certiſſima igitur erit altitudinum dimenſio ex diſtantiâ medioeri. Ea porrò eſt, quæ angulum altitudinis C A B exhibet ſemirectum, nempè graduum 45, aut ſemirecto quàm proximum. Ita enim & incommoda jam dicta licebit effugere, & faciliùs angulorum ſenſibilis differentia ſtationibus variatis obtinebitur.* Fig. 58. 59.

| *Anguli altitudinis* Graduum | *requirunt ſtationum intervallum, quod ſit diſtantiæ majoris pars* |
|---|---|
| 45 & 46 | 29 [illegible] |
| 45 & 44 | 29 [illegible] |
| 45 & 47 | 14 [illegible] |
| 45 & 43 | 14 [illegible] |

*Eſt autem viſa ſub angulo 45 grad. altitudo par diſtantiæ.*

*Caterùm hac ſtationum intervalla licèt ſatis ſint moderata, longè tamen adhuc ſuperant ea, quibus utitur Problema ſequens, ut patebit, ſi hac intervalla conferas cum ijs, qua continentur tabellâ numeri 3 in Scholio Probl. 2.*

*Quoniam verò conſtructio hujus Problematis eadem eſt, qua primi Problematis, etiam huc pertinent ea omnia qua ibidem in Scholio, num. 2. 3. 4. determinavimus.*

Nota. *Etiam hîc (quod notari juſſeram ſuprà in Scholio 1. Probl. num. 1.) attendiſſe me hic ſolummodò ſitum vitioſum lateris ſuperni in angulo altitudinis, ſupponendo infernum debitum habere ſitum, nempè parallelum horizonti. Ex hujus enim defectu quantus error proveniat, oſtendam in Scholio Probl. 16.*

## PROBLEMA VIII.

### Altitudinem inacceſſam montis, aut turris (CB) aliter, & certiùs metiri.

Fig. 49. PRæter A locum ſtationis primæ, eligatur ad latus ſtatio altera in F, ſervatis ijs, quæ Probl. 2. præſcribuntur. Deinde cognito mechanicè ſtationum intervallo AF, menſuretur per Probl. 2. AC diſtantia menſoris à montis, ſeu turris cacumine C.

Tandem in trigono rectangulo ABC, notus fiat angulus CAB: cum quo & baſi notâ AC, reperietur per *Probl. 2. cap. 3.* latus CB altitudo quæſita.

*Hic modus videtur praſtantior eſſe pracedenti 1, quia (ut oſtendi in Scholio Probl. 2. n. 3 & 4) incomparabiliter minori opus habet ſtationum intervallo, ut angulus ACF fiat ſenſibilis, quod omninò requiritur, ut patet ex num. primo citati jam Scholij 2. quod ex primo conſequitur; quia ex longè majori diſtantiâ altitudines menſurari poſſunt hac praxi, quàm pracedenti, ut in Scholio ſequenti num. 1. demonſtrabitur.*

### *Sine calculo.*

Vide Problema 2. ubi unâ eâdemque operâ altitudo ſimul cum diſtantiâ abſque ſinibus & calculo inventa eſt.

### *Scholium.*

*Qua de mediocri diſtantiâ eligendâ, tanquam optima in Scholio Problematis pracedentis determinavimus, omninò etiam ad praſens Problema pertinent. Huc item omninò pertinent ea omnia, qua in Scholio 2. Probl. nu. 1. 2. 3. 4. determinata ac demonſtrata ſunt, cùm ea omnia ſpectent inventionem diſtantia AC, per quam hic elicitur altitudo BC. Verùm hic ulteriùs ſupereſt definiendum.*

I.

### Ex quantâ diſtantiâ poſſint altitudines ſatis adhuc ſecurè, juxta modum hujus problematis determinari.

*Certiſſimam eſſe altitudinum dimenſionem ex diſtantiâ mediocri, in quâ altitudo ſpectatur ſub angulo ſemirecto, in ſcholio pracedenti oſtenſum eſt; qua determinatio tam in hoc problemate locum habet, quam in pracedenti. Nunc alia regula generalior, & huic modo propria hac ſit:* Ex omni eâ diſtantiâ ſatis tutò altitudo menſurabitur, ad quam ipſa proportionem habet ſenſibilem: *niſi fortè diſtantia eſſet tanta, ut rotunditas terra altitudinum dimenſioni officiat quemadmodum num. ſeq. exponetur.*

*Ea porrò regula propria huic modo eſt. Ut enim applicetur ad modum problematis pracedentis, enormia ſtationum intervalla requiruntur, ut oſtenſum eſt, num. 2 ſcholij probl. 1. & num. 3. ac 4. ſcholij prob. 2.*

II.

### An rotunditas terræ officiat altitudinum dimenſioni jam traditæ.

*Aſſerit Ricciolus in ſuo Almageſto, lib. 10. ſect. 4. prob. 31. & probat: quem in ſuâ Dioptrâ Geodaticâ reprehendit Valentinus Stauſel, quaſi Practicos Geometras immeritò Pſeudographia accuſaverit. Sed vera dixiſſe Ricciolum manifeſtum fiet ex his, qua hic ſubjicio.* Fig. 48.

*Dico igitur, ſi dimenſio fiat ex diſtantiâ magnâ, qua nimirum adaquet unum gradum ambitûs terreni, altitudinem colligi notabiliter verâ minorem.*

*Altitudo montis ſit CB trium milliariorum Bononienſium, continuata uſque ad terra centrum X. Unus gradus maximi terra circuli eſto AB. Radius ab oculo in A poſito ad montis apicem emiſſus AC. Recta AO tangens terram in A, altitudini montis occurrat in O. Ex O ad tangentem AO ſit perpendicularis OF, occurrens radio AC in F. Ex vi dimenſionum hactenus traditarum reperitur non BC altitudo vera, ſed OF verâ minor. Reliquum eſt, ut inquiratur quanta ſit differentia ipſarum OF, BC.*

*Cùm differentia ea cauſetur à rotunditate terra, qua eò inſenſibilior fit, quò terra ejuſque ſemidiameter ponitur major, roborabitur vis diſcurſus ſequentis, ſi terra diameter aſſumatur verâ major.*

*Aſſumatur ergo radius terra milliariorum Italicorum 4169, quantum nemo Recentium Aſtronomorum potuit invenire. In triangulo AXC dantur latera AX, radius terra, & XC conſtans radio AB, & montis altitudine BC, qua ſupponitur eſſe 3 milliariorum Italicorum, & angulus X datur, nempè unius gradus, quia ex hyp. arcus AB eſt 1. grad. Ergo per prob. 10. cap. 3. reperitur angulus C, qui medius erit inter grad. 87. 9', & grad. 87. 8': quem primò aſſumamus grad. 87. 8'. vero minorem. In triangulo iſoſcele AXB, quoniam X eſt 1 grad. erunt reliqui a XAB, XBA ſimul grad. 179; ac* a 32. lib. 1. *proinde unus b XBA grad. 89. 30'. Quare externus ABC c eſt grad. 90. 30'. huic adde ACB grad. 87. 8',* b 5. lib. 1. *vero minorem; erit eorum ſumma grad. 177. 38', verâ* c 32. lib. 1. *minor: qua ſubtracta à grad. 179, relinquet d CAB grad. 2. 22' vero majorem. Deinde, quia ante oſtenſum* d 32. lib. 1. *eſt XAB eſſe grad. 89. 30'; ſi hunc demas ab XAO, qui per prop. 16, aut 18. lib. 3. rectus eſt, remanet BAO 30'. Aufer BAO 30'. ab CAB grad. 2. 22', qui vero major eſt, remanebit CAO grad. 1. 52, vero major. Iam quia in triangulo rectangulo XAO, dantur latus XA ſemidiameter terra milliariorum Bononienſium 4169, & angulus X grad. 1. reperietur per prob. 3. c. 3. AO milliariorum Bononienſium 72. 7'. 4''. 9'''. 0'''' 5'', pro quâ aſſumamus milliaria 72. 7'. 5'' juſtâ majorem. Cum hac igitur, & cum angulo CAO grad. 1. 52', etiam juſto majori, in trigono AOF rectangulo e reperietur OF milliariorum Bononienſium 2. 3'. 6''. 9'''.* e per 3. c. 3. *3''. 6''. 7''. 5''', vel (brevitatis causâ) 2. 3'. 7'', verâ major, deficiens ab altitudine montis BC pedibus Bononienſibus*

*nonienſibus 3150. Igitur vera O F deficit ab altitudine montis plus quàm 3150 pedibus, ſeu paſſibus 630.*

*Quod ſi deinde angulum C aſſumamus grad. 87.9', juſto majorem, eodem diſcurſu facto, proveniet angulus C A O grad. 1. 51', vero minor: cum quo & latere A O aſſumpto milliariorum Bononienſium 72, ac proinde juſto minore (verâ enim A O inventa eſt ſupra milliar. Bon. 72. 7'. 4''. 9'''. 0''''. 5'''''*) *reperietur, per prob. 3. cap. 3. O F milliar. Bonon. 2. 3'. 2''. 4'''. 8''''. 8''''', ſive 2. 3'. 2'', minor verâ; ac proinde ab altitudine montis B C ex hyp. 3 milliariorum Bon. deficiens minùs quam 3400 pedibus Bonon. ſeu paſſibus 680.*

*Quare cùm differentia altitudinum O F, B C ſit major pedibus 3150, minor verò pedibus 3400 liquet eam eſſe notabilem cùm excedat ſemiſſem unius milliaris Italici; hoc eſt plus quam ſextam partem altitudinis quæſitæ B C ex diſtantiâ unius gradus menſuratæ.*

*Si dicat quiſpiam angulum C A O, ſub quo altitudo montis ex unius gradus diſtantiâ ſpectabatur, eſſe nimis parvum, utpotè gradus 1. 52'; ac proinde caſum hunc, in quo rotunditas terræ errorem cauſavit ſenſibilem, ſub operationes Geometriæ Practicæ non cadere: Sciat is poſitâ majori altitudine montis, angulum quoque multò majorem futurum, & ſenſibilem nihilominus fore altitudinis collectæ O F defectum à verâ B C, retentâ eâdem, quâ prius, diſtantiâ unius gradus A B. Si enim altitudo B C ſit milliar. Bonon. 6, & paſſuum 667 quæ minor eſt altitudine Alpium, & Pici in Teneriffâ: eodem diſcurſu, quem ſupra adhibui, reperies angulum C A O grad. 4. 43'; O F autem minorem milliar. Bonon. 6. paſſ. 1. ac proinde deficientem ab altitudine verâ B C plus quam paſſibus 666. Si B C ſit milliariorum 10 & paſſuum 334. cui ferè æqualis eſt altitudo Pici & Alpium, erit angulus C A O grad. 7. 32'; O F verò deficiet à C B plus quàm paſſibus 714. Si B C ſit milliar. 14 quæ multò minor eſt altitudine montium Caſei, Athos, Caucaſi; erit angulus C A O grad. 11. 19'; O F verò deficiet ab B C plus quàm paſſibus 761.*

*Ex quibus manifeſtum eſt, cùm diſtantia unum terræ gradum æquat, altitudinum ordinariæ dimenſioni, licet angulus obtineatur juſtæ quantitatis, nihilominus terræ rotunditatem ſenſibiliter officere; ac proinde verè dixiſſe Riccioluum; qui non immeritò proinde culpavit quoſdam practicos Geometras, qui determinationem adeò neceſſariam & curioſam vel ignoraverint, vel præteriverint.*

## PROBLEMA IX.

Fig. 62.

### Altitudinem (CB) inacceſſam metiri, cùm ſtatio altera in plano negatur.

IN plano inveſtigetur altitudinis angulus C A B. Deinde ex F ſummitate domus denuò inveſtiga altitudinis angulum C F Z: menſureturque mechanicè A F, & ſit ex. gr. pedum 60. Intelligatur jam A L eſſe parallela radio F C: eritque angulus ALB æqualis angulo F C Z. Sunt autem & A B C, F Z C æquales, utpote recti. Ergo & reliqui L A B, C F Z æquales ſunt. Quia ergo A B eſt ſinus totus, & L B tangens anguli L A B; etiam L B tangens erit anguli C F Z. Eſt verò C B tangens anguli C A B, poſito eod. ſinu toto A B. Ergo C L, ſeu F A eſt differentia tangentium angulorum altitudinis. Eſt igitur

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ut | G L differentia tangentium angulorum altitudinis CAB, CFZ | Ad | tangentem majorem CB, |
| Ita | CL, ſeu AF ſtationum intervallum 60 pedum | Ad | altitudinis quæſitæ pedes.... |



Tria prima ſunt nota. Ergò etiam innoteſcet quartum, altitudo turris quæſita C B.

*Hæc praxis tunc ſolùm uſui erit, cùm altitudo B C non eſt tanta, ut requirat majorem ſtationis ſecundæ altitudinem A F, quàm quæ poſſit mechanicè menſurari.*

### *Abſque calculo.*

Quot pedum datur altitudo ſtationis ſecundæ, tot partium ſcalæ fiat recta A F cui ſit perpendicularis A O. Fiat deinde angulus O A S par angulo invento in ſtatione primâ; ductâque F X parallelâ ad A O, fiat angulus X F Q par angulo in ſtatione ſuperiori invento; & latera A S, F Q, concurrant in C. Ex C demittatur perpendicularis C Z, concurrens cum A O in B. Inquire quot ſcalæ partes contineat C B: totidem quippe pedes continebit altitudo quæſita.

Triangula enim C F Z, C A B, per *prop.* 32. *lib.* 1. æquiangula ſunt triangulis opticis, ac proinde iis ſimilia, ſuntque etiam per conſtructionem ſimiliter poſita. Quare cùm A F referens intervallum ſtationum, ſit ex conſtructione tot partium ſcalæ, quot pedum erat ipſum intervallum ſtationum, neceſſe eſt, ut etiam C B tot partium ſcalæ ſit, quot pedum eſt altitudo quæſita.

*Eâdem operâ reperietur diſtantia A B.*

## PROBLEMA X.

### Altitudinem montis, ſeu turris datâ diſtantiâ metiri.

QUando diſtantia montis turriſve ſive æſtimatione communi, ſive aliundè eſt nota, expeditiſſima erit altitudinis dimenſio. Tunc enim in triangulo rectangulo A B C, nota eſt A B diſtantia, putà 2. milliarium latus unum; & angulus altitudinis C A B fit notus [a] inſtrumento. Ergo per *prop.* 3. *c.* 3. reperitur latus alterum B C, altitudo quæſita. *Fig.* 38. 39. 40.

[a] *Poriſ.* 1.

### *Abſque calculo.*

Fiat A B tot partium ſcalæ, quot paſſuum datur diſtantia A B: & fiat angulus B A S par angulo altitudinis per inſtrumentum invento. Ex B erigatur perpendicularis B Y, concurrens cum A S in C. Inquire quot partes ſcalæ contineat C B: totidem enim paſſus continebit altitudo quæſita. *Fig.* 40.

## PROBLEMA XI.

### Altitudinem acceſſibilem metiri.

ELige ſtationem A, cujus diſtantiam A B à turre, B C, applicatâ perticâ metiri commodè poſſis. Sit autem ea diſtantia mediocris juxta ea, quæ in ſcholio prob. 8. *num.* 1. determinavi. Inſtrumento deinde inveſtigetur angulus C A B. Cum quo & latere A B mechanicè jam noto innoteſcet latus [b] alterum B C latitudo quæſita. *Fig.* 38. 39. 40.

[b] *Prob.* 3. *cap.* 3.

### *Idem ſolo Baculo præſtare.*

Fig. 63. Baculus, ſive haſta *ft* cujus exceſſus *lo*, ſuprà menſorem *as* notus exiſtat ex. gr. trium pedum, ſolo defigatur perpendiculariter. Tum recede ex. gr. uſque in *as*, ſic ut per *l* extremitatem baculi collimans, cernas B apicem turris: intervallum autem illud *ao*, ſeu *sf*, metire mechanicè. Deinde ab oculo *a* intelligatur ducta *ao* X horizonti parallela; ac proinde perpendicularis ad *lf*, & B Z. Manifeſtum eſt baculum *lo* altitudini B X parallelum eſſe. Unde per *Coroll.* 1. *pag.* 4. *lib.* 6.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ut | AO diſtantia oculi ab haſtâ | Ad | LO exceſſum haſtæ ſuprà menſorem: |
| Ita | diſtantia AX | Ad | altitudinem incognitam BX |

Atqui tria prima ſunt nota. Ergo etiam quartum ex his notum fiet.

*Poteſt etiam altitudo inacceſſa per duas ſtationes ſolo baculo menſurari, quod relinquo induſtriæ lectoris.*

### *Idem ſolâ baculi umbrâ efficere.*

Fig. 64. Baculum F L ſolo perpendiculariter defige eo loco, ubi radius ſolis X B A umbram turris B Z definiens, etiam tranſeat per L extremitatem baculi. Fac deinde notam mechanicè turris diſtantiam A Z; baculum F L; baculi umbram F A. Erit per *Coroll.* 1. *p.* 4. *lib.* 6.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ut | AF baculi umbra | Ad | baculum FL. |
| Ita | diſtantia AZ | Ad | altitudinem ZB. |

Quia ergo tria prima ſunt nota, innoteſcet etiam quartum, altitudo quæſita B Z.

## PROBLEMA XII.

## Altitudinem acceſſibilem non ſolùm abſque calculo; ſed etiam abſque ſcala metiri.

Sole aut Lunâ 45 gradibus ſuprà horizontem elevatis, umbræ omnes in horizontalem terræ ſuperficiem projectæ ſuis altitudinibus ſunt æquales.

Fig. 65. Radius Solis umbram turris B C definiens eſto X C A. Quoniam ex hyp. angulus ſolaris altitudinis, X A B in rectangulo trigono, eſt 45 grad. hoc eſt ſemirectus; etiam A C B ſemirectus *a* erit; ac proinde æqualis angulo X A B, ſeu CAB. Ergo B A umbra, & B C altitudo *b* æquales ſunt.

a 32. *lib.* 1.
b 16. *lib.* 1.

Elevatio Solis ſuprà horizontem, ſive angulus X A B invenitur per poriſma 1. hoc ſolùm immutato, quòd loco oculi per dioptras collimantis, radius Solis per utramque dioptram A, O; vel R, O intromittatur. Vide *Fig.* 38. 39. 40.

### *Aliter.*

Accede vel recede ab altitudine menſurandâ, donec angulum altitudinis C A B deprehendas in inſtrumento grad. 45. hoc eſt, regula vel perpendiculum incidat in gradum 45. Ponamus hoc accidere in ſtatione A. Metire perticâ diſtantiam A B. Ea enim altitudini B C æqualis eſt, ut patet ex demonſtratione præcedenti.

## PROBLEMA XIII.

## Soli libramentum & inæqualitatem metiri.

Eſto ſolum A F K. Oporteat metiri an A ſit altius quàm E, & quantò. Fig. 66.

Quadrantem ſuſpende ex annulo *p*; & in E erectâ ad perpendiculum perticâ E G, collima per dioptras *b*, *c*, in perticam, & notari jube punctum (H) quod viſui per dioptras collimanti reſpondet. Ut verò punctum in perticâ viſui reſpondens faciliùs notetur, chartulam, ſeu ſtrophiolum ſurſum deorſumque ſecus perticam moveri jube à quopiam, donec ejus extremitatem videas per dioptras. Aufer deinde *o* A, ſeu *b* F altitudinem oculi ab H E, remanet F E elevatio loci A ſuprà E.

Quod ſi loca ita diſtarent, ut unicâ operatione res abſolvi non poſſit; operatio jam tradita ſæpiùs iteretur, & inventi elevationum exceſſus inter ſe addantur.

Si inter loca A, N, quorum inquiritur altitudo, intercedat locus X altior utroque; tunc ſtans in B metire, ut jam traditum eſt, elevationem loci X ſuprà A; & elevationem loci ejuſdem X ſuprà N. minorem elevationem A H ſubtrahe à majori L N, remanet (N Q) elevatio loci A ſuprà locum N. Ex his colliges quomodo in reliquis caſibus ſit operatio inſtituenda. Fig. 67.

Non ſolùm Quadrante hoc in negotio licebit uti, ſed etiam Circulo, in quo regula mobilis priùs erit collocanda parallela ad horizontem. Neceſſe eſt autem tam Quadrantem quàm Circulum ita libratum eſſe, ut linea per dioptras B, C, tranſiens ſit horizonti parallela: aliàs fallax operatio erit. Id verò ſic experire. Ubi ſemel collimaveris per dioptras B,C, & in altitudine ex adverſo erectâ obſervaveris punctum H, verte Quadrantem ut dioptra C jam ſit in *c* & B in *b*. Tum ſi rurſum per dioptras idem cernas punctum H radius viſualis per dioptras tranſiens, erit horizonti parallelus: quod ſi tum aliud quodpiam X punctum viſui reſpondeat, non erit radius per dioptras tranſiens parallelus horizonti. Erit nihilominus punctum Z, inter utrumque medium ejuſdem cum oculo altitudinis. Unde inſtrumento etiam vitioſo licebit in erectâ ex adverſo altitudine punctum ejuſdem cum oculo altitudinis deſignare per collimationem duplicem jam dictam, ac proinde ſoli inæqualitatem reperire. Fig. 68.

Verùm linea horizontalis non alio inſtrumento certiùs deſignatur, quàm vitreo ſyphone D B C E: aqua enim intra illam poſita, & pertingens ex. gr. uſque in F, & G, ita ſe ſponte ſuâ librat, ut ipſius in utroque ſyphonis brachio ſuperficies extrema F, & G, ſemper diſtent æqualiter à centro terræ, quomodocumque inſtrumentum inclinaveris. Ex quo ſequitur lineam per extremitates aquæ F & G tranſeuntem, eſſe horizonti parallelam. Quare ſi per F & G, ſive juxta F & G collimaveris, radius viſualis erit horizonti verè parallelus, punctumque in altitudine ex adverſo poſitâ viſui reſpondens, erit ejuſdem cum oculo altitudinis. Fig. 69.

*Neceſſarium eſt hoc problema ad fontes ducendos, & aquæductus ordinandos.*

Scho-

## *Scholium.*

Fig. 58. 59. *Ex hoc problemate etiam colligitur quid fieri debeat altitudini illi B Z, quæ infrà oculum eſt. Ea enim ſi major aut minor ſit altitudine oculi L A, eſt menſuranda, ut hoc prob. traditum eſt, & B C altitudini adjicienda: ſi æqualis eſt altitudini oculi L A, tunc ipſa L A oculi altitudo addenda eſt ad altitudinem B C.*

### PROBLEMA XIV.

### Altitudines montis ex monte ipſo metiri.

Fig. 70. ELigantur in monte ſtationes binæ in C & F, juſto intervallo diſtantes, ex quibus collimari poſſit in ſignum aliquod X in plano horizontali poſitum, per radios A X, B X; & ſint A L, B Q ad horizontem perpendiculares. Per poriſma 2. noti fiant anguli L A X, Q B X, & menſuretur intervallum ſtationum C F, ſeu L Q. quod ſit ex. gr. pedum 100.

Per defin. 9. cap. 2. reſpectu anguli noti L A X, ſinus totus eſt A L, tangens L X; & reſpectu noti anguli Q B X, ſinus totus eſt B Q, hoc eſt A L; tangens verò Q X; ac proinde L Q, ſeu C F, ſtationum intervallum eſt tangentium differentia. Ergo eſt

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ut | CF differentia tangentium angulorum A, B | Ad | AL ſinum totum 10000000 |
| Ita | CF ſtationum intervallum pedum 100 | Ad | altitudinis AL pedes. . . . |

Tria prima ſunt nota. Ergo & quartum nempè A L innoteſcet: à quo deme A C altitudinem oculi ſuprà montem ex. gr. 6 pedes, remanet C L nota, ipſa videlicet montis altitudo quæſita.

*Sine calculo.*

Fig. 70. Deſcribe in chartà rectam C F tot partium ſcalæ, quot pedum erat ſtationum intervallum: & perpendicularem erige C A tot partium ſcalæ, quot pedum erat altitudo oculi ſuprà montem. Fiat deinde angulus C A O æqualis noto angulo ſtationis primæ. Ex F erige perpendicularem F B, æqualem ipſi C A; & fiat angulus F B K æqualis angulo noto ſtationis ſecundæ: concurrant autem A O, B K in X. per X duc C L perpendicularem ad A C productam in L, quæ erit quoque perpendicularis ad B F protractam in Q. Inquire quot partes ſcalæ contineat A L, ſeu B Q: totidem quippe pedes continebit altitudo montis unà cum altitudine oculi ſuprà montem. Demptà igitur altitudine oculi ſuprà montem, relinquitur ipſa montis altitudo quæſita.

Liquet enim ex *prop.* 32. *lib.* 1. triangula L A X, Q B X triangulis opticis æquiangula eſſe, ac proinde per *prop.* 4. *lib.* 6. ſimilia. Quare cùm C F repræſentans intervallum ſtationum, ſumpta ſit tot partium ſcalæ, quot ipſum ſtationum intervallum continebat pedes; etiam A L, ſeu B Q altitudinem referens, tot erit partium ſcalæ, quot altitudo ipſa eſt pedum.

### PROBLEMA XV.

### Altitudinem nubis metiri.

NEgotium hic faceſſunt nubis motus, & inſtabilitas, ſeu mutatio figuræ continua: unde fit, ut non facilè deſignari in nube poſſit ſtabile punctum, in quod ex duplici ſtatione collimetur. Oportebit igitur nubem ſeligere, quales tranquillo cælo cernuntur, quæ nimirum non moveatur ſenſibiliter, & quæ marginem aliquem habeat notabilem, cujus extremitas ex. gr. C dignoſci poſſit, ut in eam eodem tempore duo menſores ex diverſis ſtationibus colliment. His poſitis, Fig. 71.

Punctum in nube collimationibus deſtinatum eſto C; altitudo nubis ſit C B; linea diſtantiæ A B: in qua deſignentur binæ ſtationes in A & F, diſtantes juſto intervallo, quod vix eſſe minùs poterit aliquot pedum millibus, licet horizontalis diſtantia nubis A B mediocrem non excederet, ſub quà tutiſſimam eſſe altitudinum dimenſionem docui in Scholio Probl. 7. Ex his ſtationibus A & F, duo menſores, ſigno dato, in deſignatum C punctum nubis eodem tempore collimantes, notos faciant angulos C A B, C F B: ex quibus & ſpatio mechanicè noto per Probl. 7 reperietur altitudo nubis quæſita C B.

Aliter & certiùs idem obtinebitur, ſi ſtatio altera eligatur lateralis in X, & operatio inſtituatur, ut in Probl. 8.

Ricciolus cum Grimaldo reperit altitudinem nubis candidæ paſſuum 2177, ſeu pedum 10885.

### PROBLEMA XVI.

### Altitudinem Iridis invenire.

PRænoſcenda ſunt quædam ex Dioptricà. *Primò* Iridem eſſe perfectè circularem. *Secundò* tria centra, O, A, Z, Iridis nempè, Oculi, & Solis eſſe in unà rectà. *Tertiò*, Rectam illam Z A O, ad quam ſunt tria prædicta centra, ad planum Iridis ſemper eſſe perpendicularem. *Quartò* Sole occumbente (*vide Fig.* 72) integrum Iridis ſemicirculum F C Q videri poſſe: tunc enim linea recta Z A O per centra Solis Z, Oculi A, Iridis O tranſiens, eſt horizonti parallela, ac proinde O centrum Iridis ſuprà horizontem exiſtit. Tunc quoque planum Iridis F C Q eſt ad horizontem perpendiculare. *Quintò* Sole ſuprà horizontem L B elevato (*vide Fig.* 73) non apparet integer Iridis ſemicirculus; tunc enim O centrum Iridis, quod ſemper eſt in rectà per Z centrum Solis, & A centrum Oculi tranſeunte, exiſtit infrà horizontem L B, unde tantùm pars S C R conſpicua eſt: & tunc planum Iridis eſt obliquum horizonti, anguluſque inclinationis C B A obtuſus eſt. *Sextò* cùm magna eſt Oculi ſuprà horizontem altitudo, poſſe ex Iride videri plus quàm ſemicirculum Sole occumbente (*vide fig.* 74.) & tunc planum Iridis inclinatur versùs Oculum. Fig. 72. 73. 74.

His prænotatis, obſervatum eſt à Carteſio, & ſatis conſentiunt experimenta Riccioli. *Primò* Iridis angulum C A O contentum radijs A C, A O ab oculo A, ad Iridis verticem C, ejuſque centrum O emiſſis, eſſe circiter grad. 41. 47'. Obſervatum eſt *ſecundò* diſtantiam A O oculi à plano Iridis, non excedere 1000 paſſus Bononienſes.

### Altitudo Iridis ſemicircularis.

Fig. 72. *Ex his demonſtrabimus radium* O C, *hoc eſt Iridis altitudinem, cùm integer illius ſemicirculus apparet, non excedere* 893. 5'. 7" *paſſus, hoc eſt pedes* 4795.

Cùm enim per prænotatum 3. angulus C O A rectus ſit; erit trigonum A O C rectangulum, in quo proinde reſpectu anguli C A O grad. 41. 47', ſinus totus eſt A O, diſtantia nempè oculi: tangens verò eſt C O radius Iridis. Igitur eſt

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ut | AO ſinus totus 100000 | Ad | CO tangentem anguli CAO grad. 41. 47', nempè 89357. |
| Ita | AO diſtantia oculi, per obſer. 2. non major paſſibus 1000 | Ad | paſſus.... radij Iridis CO. |

Qui proinde per regulam Trium reperitur paſſuum 893. 5'. 7".

Quod ſi ejus diſtantia, ut fit plerumque ſit minor paſſibus 1000, etiam altitudo ejus C O paſſibus 893 minor erit, & eodem ſcrutinio reperietur.

### Altitudo Iridis ſemicirculo minoris.

Fig. 73. Altitudo Iridis ſit C F, perpendicularis ad horizontem L A B F. Menſuretur altitudo Solis ſuprà horizontem L A B F, angulus nempè Z A L, cui æqualis eſt O A B. Per prænotatum 3, recta Z A O centra Solis Z, oculi A, iridis O, connectens perpendicularis eſt ad iridis radium O B C, adeoque trigonum A O B rectangulum eſt. In quo quia notus eſt acutus angulus O A B, etiam *a* acutus alter A B O innoteſcet: quo ſubtracto à duobus rectis, hoc eſt à gradibus 180, remanet notus *b* A B C. Deinde quia per obſervationem 1. angulus C A O eſt gr. 41. 47', ſi ab eo dematur O A B notus, relinquitur etiam B A C notus, latus autem A B per obſervationem 2 datur circiter 1000 paſſuum. Ergo cùm in triangulo A C B detur latus A B cum duobus angulis A B C, B A C; reperietur per Probl. 9. *cap.* 3. B C. Subtrahatur deinde A B C notus à gradibus 180, ut fiat *c* notus C B F: eum quo & notâ B C, reperietur in trigono rectangulo C F B, per Probl. 2. *cap.* 3, C F altitudo Iridis quæſita.

*a* Coroll. 8. p. 32. *lib.* 1.
*b* 13. *lib.* 1.
c 13. *lib.* 1.

### Altitudo Iridis ſemicirculo majoris.

Fig. 74. Linea horizontalis ſit L *b*, & ſuprà eam altitudo oculi A magna X A: altitudinem Iridis repræſentet perpendicularis C K. Centro Quadrantis ſtabilis poſito in A, ita Quadrantem ſtatue, ut radius Solis tranſeat per utramque lateris dioptram. Tum verò, quia centra Solis Z, oculi A, Iridis *a* ſunt in unâ rectâ, patet latus Quadrantis directum eſſe in Iridis centrum *o*: quo ſic manente, dirige regulam mobilem in punctum *b*, in quo diameter Iridis occurrit horizonti. His ita conſtitutis, innoteſcit angulus *o* A *b*: cum quo & latere A *o* per obſerv. 2. noto, fiet in trigono A *o b*, quod per prænot. 3. rectangulum eſt, nota *o* A *b*. Subtrahe deinde notum jam angulum *o* A *b* à gradibus 90, ut innoteſcat *p* A *b o*, ſeu A *b* C: angulo autem C A *o*, qui per obſerv. 1. eſt grad. 41. 47'. adde notum angulum *o* A *b*, ut innoteſcat totus C A *b*. Quoniam ergo in triangulo A C *b*, nota ſunt latus A *b*, & duo anguli A*b*C, CA*b*; reperietur per Probl. 9. *cap.* 3. *b* C. Menſuretur deinde angulus X A Z: quo dempto à gradibus 90, notus remanebit, per *prop.* 32. *lib.* 1, angulus AZX, ſive *o* Z *b*. Tum quia in triangulo Z *o b*, angulus ad *o* rectus eſt per prænot. 3, & *o* Z *b* altitudo Solis ſuprà horizontem Z *b* jam notus; etiam Z *b a*, ſeu *k b* C notus fiet. Quoniam igitur in trigono rectangulo C *k b*, nota eſt C *b*, & angulus *k b* C, innoteſcet per Probl. 3. *cap.* 3. C *k* altitudo Iridis quæſita.

o Prob. 3. *cap.* 3.
p 32. 1.

### Scholium.

***Concludam hoc caput duplici quæſtione ad Menſoriæ Artis peritiam pleniorem non parùm utili.***

PRIMA

### Quantus ſit error, qui oritur ex perpendiculi defectu?

*Hic ferè præcipuus defectus eſt, & maximè ordinarius, quo altitudinum dimenſio vitiatur. Quare ejus origo & quantitas hìc erit nonnihil accuratiùs exponenda.* Fig. 39.

*Cùm altitudines metimur, ſemper infernum latus A B anguli C A B, qui per inſtrumentum invenitur, eſſe debet horizonti parallelum; alias enim non haberetur trigonum rectangulum A B C. Id verò obtinetur ope perpendiculi: nam in Quadrante ſtabili ope perpendiculi ſtatuitur latus inſtrumenti A f, perpendiculare horizonti: unde conſequens eſt, ut latus alterum A L, ipſum nempè anguli C A B latus infernum, ſit horizonti parallelum. Quod ſi latus A F non ſit accuratè perpendiculare, neque latus A L B erit accuratè parallelum.*

*In Quadrante autem pendulo angulus inſtrumenta inventus f o Z æquatur angulo C A B; cujus latus A q x B eſt ad perpendiculum o f perpendiculare, ut patet ex prop. 8. lib. 6. Unde ſi funiculus o f non ſit perpendicularis horizonti, (quod accidere ſolet vel propter motum ejus, vel quòd nimis radendo planum inſtrumenti, non pendeat liberè) non erit etiam A q x B horizonti parallela.* Fig. 40.

*Ponamus igitur latus infernum anguli per inſtrumentum inventi, non eſſe horizonti parallelum, ac proinde neque rectum cum altitudine* b C *angulum efficere, ſed cadere infrà vel ſuprà parallelam horizonti A* b, *uti cadunt rectæ A z, A z. Quæritur quantitas erroris ex hoc defectu in altitudinis menſionem derivata.* Fig. 75.

*Statuamus menſoris oculum in A; altitudinem veram* b C; *radium A C ab oculo per ejus apicem C; diſtantiam A* b, *ac proinde & A z,* 1000 *pedum; ex z erectam z X perpendicularem ad A z, cui occurrat radius A C in X, z C eſt altitudo falſa, cujus quantitas ex hoc ſitu vitioſo innoteſcet, loco veræ* b C. *Ponamus inſuper angulum z A* b, *quo deflectit A z à parallelo ſitu A* b, 30' *min. ipſum verò altitudinis angulum inſtrumento repertum C A Z graduum* 10.

*His ita conſtitutis, cadat primò A z infrà A* b. *Quoniam CAz eſt grad.* 10, *& z A* b 30' *min. erit C A* b *grad.* 9. 30': *cum quo & latere A* b 1000 *pedum, in trigono rectangulo A* b C *reperitur* *a* *altitudo vera* b C *pedum* 167. 3'. 4". *Iam in trigono rectangulo A z r X, quia dantur rurſum latus A z* 1000 *pedum, & angulus X A z* 10 *grad. reperietur* b *altitudo falſa z X pedum* 176. 3'. 2". *Erroris ergo quantitas eſt fermè pedum* 8. 9'. 8". *Quod ſi A z cadat ſuprà A* b, *eodem ratiocinio ſimiliter* repere-

*a* Probl. 3. *cap.* 3.
b per idem

*reperietur erroris quantitas pedum 9. 0′. 1″. Itaque, poſito licet adeò craſſo perpendiculi defectu, in caſu primo error non æquat. 18 partem altitudinis, in ſecundo nequidem vigeſimam.*

*Quare cùm diſtantia menſoris ab altitudine ea eſt, quæ altitudinis angulum quantitatis juſtæ exhibeat, puta non minorem 10 gradibus, error quoque dimenſionis magnus non erit. Nam & defectum perpendiculi tantùm aſſumpſimus, minutorum nempe 30′: quantum non facilè accuratus menſor committet; & diſtantiam tam, quæ angulum ſatis efficeret parvum, videlicet 10 graduum; cùm debeat, & facile plerumque poſſit obtineri major, ſub quo error adhuc multo inſenſibilior evadet: nam reliquis datis iiſdem, ſi angulus altitudinis X A Z fuerit 45 grad. eodem diſcurſu reperies errorem non æquare 56 partem altitudinis veræ A b, cadente A z infrà parallelam A b: cadente verò ſuprà, nequidem 58. Ex quibus omnibus manifeſtum eſt, ſi cautè & accuratè operemur, poſſe altitudines, ſecùs ac nonnullis harum non ſat peritis aliquando viſum eſt; abſque errore notabili, etiam mediocri adhibito inſtrumento, reperiri. Quod ipſum etiam ex ſequentibus confirmabitur.*

*Quod ſi angulus altitudinis inſtrumento repertus, ſit valde parvus, major evadet ac ſenſibilior error. Nam ſi reliquis datis omnibus iiſdem, quæ ſupra, altitudinis angulus ſit grad. 5; eodem ſcrutinio reperietur error major nonâ, ſed minor octavâ altitudinis parte, cùm A z cadit infrà parallelam horizonti A b: cùm vero A z cadit ſuprà A b, error proveniet major undecimá parte altitudinis, ſed minor decimâ. Qui error cum ne ipſe quidem adeò ſit enormis, præſertim ſub angulo altitudinis tam exili, videlicet grad. 5, & perpendiculi defectu poſito tam craſſo, 30′ nempè minutorum; veritas eorum, quæ paulò ante ſunt dicta, ampliùs eluceſcit.*

*Vlterius tamen decreſciente altitudinis angulo, prædictus error fiet intolerabilis. Reliquis enim datis manentibus; ſi altitudinis angulus ſit grad. 3. & A z cadat infrà A b, proveniet error quintá parte altitudinis major: ſi 2 graduum, & A z etiam cadat infrà A b, error tertiam excedet altitudinis partem.*

*Pari ratione gravis evadet error, cùm diſtantia menſoris tam exigua erit; ut angulus altitudinis proveniat valdè magnus, hoc eſt proximè accedens ad rectum. Nam datis iiſdem, quæ ſupra, ſi altitudinis angulus fuerit grad. 88, error tertiam partem altitudinis excedet.*

*Ex hactenus dictis etiam confirmantur ea, quæ in Scholio Problematis 7 oſtenſa ſunt, tutiſſimam nempè altitudinis dimenſionem inſtitui ex diſtantiá mediocri, quæ exhibeat altitudinis angulum quam proximè graduum 45.*

Nota *ſuppoſuiſſe me anguli altitudinis latus ſupernum, quod ab oculo menſoris per altitudinis apicem extenditur, debitum ſemper ſitum obtinuiſſe attendendo ſolùm ad ſitum vitioſum lateris inferni, a ſitu nimirùm horizontali A B ſurſum deorſúmve deflectentis. Is porrò oritur non ſolùm ex malâ diviſione graduum, alióve vitio inſtrumenti: ſed potiſſimùm, ut ſuprà expoſui, ex perpendiculi defectu. Cæterùm ut plena cognitio habeatur erroris qui ex vitio anguli in altitudinis ac diſtantiæ dimenſionem derivatur, conjungenda ſunt hoc Scholio dicta cum iis, quæ expoſui in Scholio Probl. 7, & in Scholio Probl. 1. num. 1.*

SECUNDA.

## An diſtantiæ & Altitudines inacceſſæ, ex unicâ ſtatione poſſint menſurari.

*P. Clavius cenſuit poſſe, & praxim affert hujuſmodi. Quadrati Geometrici (hoc enim utitur) latus infernum Q F dirige in altitudinis apicem C, per dioptras collimando. Oculo deinde tranſlato ad quadrati centrum A per dioptras regulæ in eundem collima apicem C. Ita optimum habes trigonum rectangulum A Q C, cui ſimile eſt in inſtrumento triangulum o S A: ac proinde eſt ut o S, ad S A, ita A Q (hoc eſt S A) ad Q C. Cùm ergo o S, & S A, ſint nota in particulis, in quas diviſum eſt latus S A; ac proinde ſciatur quoties o S continetur in S A, innoteſcet etiam quoties A Q (quod ponatur eſſe unius pedis) continetur in Q C. Notâ vero Q C; & invento per poriſma 1. altitudinis angulo C Q B, innoteſcent a altitudo C B, & diſtantia Q B.* Fig. 176

a *Probl.* 1. *cap.* 3.

*Hæc praxis non differt ab eâ, quam tradidi probl. 8, & 2. Nam ſi eam attentiùs expenderimus, comperiemus non unâ ſtatione rem abſolvi, ſed duabus. Prima enim ſtatio ſit in Q & A ad reperiendam Q C: altera deinde tantùm in Q, ut ex Q C, & angulo C Q A reperiantur C B, & Q B. Intervallum porrò ſtationum eſt A Q latus inſtrumenti: quod quia eſt exiguum ac momenti propè nullius ad diſtantiam, nihil hac praxi efficitur. Quod ſic oſtendo.*

*Statuamus Q C diſtantiam ab altitudinis vertice eſſe 1000 pedum, valde nimirùm moderatam; latus autem inſtrumenti A Q, pedis unius, quo majora vix eſſe ſolent ordinaria inſtrumenta. His datis, in trigono rectangulo A Q C reperietur angulus A C Q b minor 4′ minutis, qui angulus ad hoc negotium ob nimiam parvitatem inutilis eſt. Cùm enim is par c ſit ſibi alterno S A o; erit etiam ille 4′ minutis minor: unde fiet ut regula inſenſibiliter diſtet à latere A S; ac proinde ipſa etiam S o inſenſibilis exiſtat. Quare ſciri non poterit quot S o contineat particulas lateris A S, quod ad inventionem ipſius Q C requirebatur. Quòd ſi latus inſtrumenti ſit pedum 4, eademq; retineatur diſtantia pedum 1000, Angulus A C Q, hoc eſt S A o proveniet minor 15′, minutis, qui ne ipſe quidem ſufficit, ut ſuccedat dimenſio. Si verò adhuc augere ultra voluerimus inſtrumentum, & diſtantiam minuere, angulus quidem utcumque ſenſibilis obtinebitur, ſed inutili prorſus diſpendio, cùm idem ille angulus inſtrumento mediocri obtineri poſſit per ſtationes duas, quarum intervallum lateri inſtrumenti illius enormis ſit æquale. Ex quibus manifeſtum eſt hac methodo nihil ad praxim effici: aut ſiquid ob inſtrumenti inuſitatam magnitudinem effici contingat, id fieri non ſtatione unicâ, quod petebatur, ſed duabus, cùm bis collimari debeat, in utraque videlicet lateris extremitate A & Q; & quidem adhuc impensâ, ut dixi, ſuperfluâ.*

b *Probl* 5. *cap* 3.

c 27. *lib.* 1.

# CAPUT VI.

## Quâ arte inveſtigetur Ambitus & Diameter Orbis Terræ.

HActenùs altitudines & diſtantias in terrâ, aut circa terram poſitas dimenſi ſumus. Majora jam aggredimur. Ambitum & Profunditatem terreni Orbis, altitudinem Lunæ Soliſque inveſtigare deinceps erit propoſitum. Meritò ſemper omnibus ea in-

inveſtigatio admirabilis viſa eſt. *Altitudinem cæli* (inquit Siracides) *& latitudinem terræ, & profundum abyſſi quis dimenſus eſt?* & Plinius de Ptolomæo, ita ſcribit: *vir ingens ſupraq; naturam mortalium, qui tantorum corporum magnitudines tam admirabili ratione comprehenderit*. Ut verò rerum adeò reconditarum ſcientia comparetur, non eſt neceſſe aut orbem ipſum circumnavigare, aut viam ſibi ad centrum uſque per interpoſitas terræ moles aperire, aut per immenſa ſpatia in Lunæ Soliſve cælum conſcendere. Unâ opus eſt duce Geometriâ, quæ eò abſque funibus & ſcalis, quò eniti aliàs nulla humana induſtria poſſit, ſuis illis Elementorum theorematis quaſi quibuſdam alis inſtructa, penetrabit, omniaque arcana iſta proferet in lucem.

Ut ad rem ipſam aliquando aggrediamur; ex Aſtronomiâ ſuppono molem ex terrâ & aquâ compoſitam eſſe ſphæricam: quod, omiſſis aliorum demonſtrationibus, breviſſimè ſic oſtendo. Ubivis terrarum circumferentia horizontis viſum terminans, apparet circularis. Hoc fieri non poſſet ſi alterius eſſet figuræ moles terraquea quàm ſphæricæ, ut in ſphæricis demonſtratum eſt. Ergo moles terraquea eſt ſphærica.

## PROBLEMA I.

## Semidiametrum Orbis Terræ invenire.

Fig. 78. ELigatur Mons quiſpiam excelſus, ex quo liber pateat horizontis conſpectus, nullis alijs montibus, ſeu collibus impeditus. Aptiſſimus huic negotio Mons erit, ex quo liber ſit proſpectus in mare: illius enim ſuperficies æquabilis eſt, ac proinde viſibilem horizontis circumferentiam abſque impedimento præbet. Talis eſt Mons Æthna in Siciliâ, qui & altiſſimus eſt, & longiſſimum exhibet in mare proſpectum. Montis igitur ejuſmodi altitudo ſit A B, quæ protracta tranſibit per terræ centrum Z. Altitudinem illam A B fac notam per *Probl.* 7, vel 8, *cap.* 5. Conſtitutus deinde in ejus vertice A, metire per Poriſma 2. *cap.* 5. angulum C A B, quem radius ab oculo ad C terminum horizontis pertingens, ac proinde ſuperficiem globi terraquei contingens, efficit cum ipſâ montis altitudine A B. Quod accuratè ut fiat, non ſufficiet Quadrans magnitudinis ordinariæ, ſed adhibendus eſt planè magnus, in quo præter Gradus, notata ſint Minuta Prima, imò & Decades ſaltem Minutorum Secundorum: quâ ferè magnitudine inſtrumenti opus etiam erit ſuprà, ut altitudo ipſius montis A B reperiatur exactè. Et quia difficile eſt ob ſpecierum ex diſtantiâ tantâ debilitatem determinare punctum in circumferentiâ horizontis diſtinctè viſibile, captandus eſt ortus occaſuſve alicujus Stellæ, vel Lunæ potius aut Solis, cùm ita jam infrà horizontem deprimitur, ut ſolus margo extremus appareat: tunc enim in lucidum illius marginem collimando, eâdem operâ collimabis in punctum aliquod circumferentiæ horizontis, radiuſque viſualis A C terraquei globi ſuperficiem præciſè tanget.

His ita conſtitutis: concipiatur ex Terræ centro Z ad contactum C emiſſa recta Z C. Ita triangulum habebitur C A Z, cujus latus unum Z C eſt Terræ ſemidiameter; alterum A Z ex A B altitudine Montis, & B Z Semidiametro Terræ compoſitum; tertium A C radius viſualis globum terraqueum con-
a Per 18. lib. 3. tingens in C. In hoc triangulo, quia ex Z centro ad contactum ducta eſt Z C, erit angulus a Z C A re-
b Per 32. lib. 1. ctus; ac proinde duo reliqui b A & Z unum rectum conficiunt, ſeu 90 grad. Quare ſi gradus noti jam anguli A, qui ferè ſunt grad. 87. 11'. auferamus à 90 gradibus, remanent gradus 2. 49' pro angulo Z. Ita angulus Z in ipſo Terræ centro abditus innoteſcit. Jam quia trigonum Z C A rectangulum eſt, per *defin.* 9. *cap.* 2. reſpectu anguli Z erit C Z Sinus totus 100000, & A Z Secans; quæ ex tabulis datur 100120. Quare ſi C Z, ſeu Z B 100000 dematur ex Z A 100120, remanebit A B 120 nota in partibus ſinus totius C Z 100000. Sed eadem A B, altitudo nempè Montis etiam nota eſt, in Milliarijs. Ergo

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ut | AB, 120 partes ſinus totius | Ad | CZ Sinum totum 100000 |
| Ita | A B milliariorum 5 | Ad | milliaria incognita.... ſemidiametri terræ C Z. |

Cùm igitur tria prima ſint nota, innoteſcet etiam quartum, Milliaria videlicet Semidiametri Terræ, quæ quærebantur, quæ ex hoc ſcrutinio proveniet milliariorum Bononienſium $4166\frac{80}{120}$.

Huic indagini, quæ ſanè ingenioſa eſt, initium dedit Maurolycus; cujus ratiocinatio primò rudior (arcum enim C B, qui notabiliter curvus eſt, pro rectâ lineâ aſſumpſit) correcta & expoſita in hanc, quam propoſui, formam evaſit.

Semidiameter duplicata dabit totam diametrum, ex quâ circumferentia ipſa, ſive ambitus Terræ elicitur eo modo, quem tradidi in ſelectis ex Archimede in Scholio *prop.* 6. & tradam infrà *lib.* 2. *cap.* 12. *Probl.* 3. Verùm quia etiam diameter elicitur ex circumferentiâ, utriuſque ſeorſim & immediatè reperiendi artificium omninò tradendum eſt, præſertim cùm expeditior plerumque ſit inventio immediata circumferentiæ, quàm diametri.

## PROBLEMA II.

## Orbis Terræ circumferentiam invenire.

PRimo loco proponam modum Eratoſthenis Cyrenenſis ſed correctum: ſubtilis eſt, & à Plinio Fig. 77.
alijſque meritò laudatus.

Dimenſurus igitur Eratoſthenes ambitum Terræ, hæc aſſumpſit: Primò urbem Syenem eſſe ſub Tropico Cancri; iſthic enim ſcribunt Cleomedes, Plinius & Strabo in meridie Solſtitij per 150 ſtadia circumquaque, gnomones nullam umbram projicere: addit Plinius puteum iſthic ejus rei gratiâ factum eſſe, cujus in meridie Solſtitij totus fundus illuſtratur à Sole. Secundò, Syenem & Alexandriam: (has enim Urbes tanquam ad hoc ſcrutinium commodas elegerat) ſub eodem ſitas eſſe Meridiano: in quo quidem eſt corrigendus, cùm Alexandria ſit Occidentalior grad. 1. 30'. min. Tertiò, diſtantiam Syenis ab Alexandriâ eſſe ſtadiorum 5000. Quartò, radios emiſſos ex Solis centro (F,) & extremitate diametri (L) in terram, eſſe quoad ſenſum parallelos, in quo etiam corrigendus erit infrà. His poſitis, ut ex Cleomede refert Nonius, alijque, hunc ferè in modum ratiocinatus eſt.

Alexandria ſit in *a*; Syene in B; Meridianus per utramque tranſiens X *a* B. Centrum terræ Z, cen- Fig. 77.
trum Solis F, ejuſque ſemidiameter terræ parallela L F. In *a*, nimirum Alexandriæ ſcaphium ita collocavit, ut gnomon *a o* perpendicularis eſſet ad ſuperficiem terræ, adeoque productus tranſiret per terræ centrum Z. Eſt porrò ſcaphium hemiſphærium ca-

vum,

Digitized by Google

vum, gnomonem habens *a o*, centrum apice ſuo attingens, & Quadrantes *a*N, *a* S in 90 gradus diviſos. Tum in meridie Solſtitij obſervavit quantitatem arcus *a e*, umbram nempè gnomonis A *o*, quam determinat radius L *o c* ab extremo Solis margine, ſeu extremitate diametri L per *o* ſcaphij centrum & gnomonis apicem incedens, eumque reperit grad. 7. 12′. Jam quia Syene eſt ſub Tropico Cancri, radium F B in Syenem è Solis centro directum in meridie Solſtitij, concluſit tranſire per terræ centrum Z, ibidemque concurrere cum gnomone *o a* Alexandriæ erecto, & efficere angulum F Z *o*. Ut hujus anguli quantitatem inveniret, aſſumpſit radios *L o c*, F B Z ob enormem Solis diſtantiam quoad ſenſum eſſe parallelos; ac proinde per *prop. 27. lib.* 1. angulum F Z *o* æqualem eſſe ſibi alterno *c o a* grad. 7. 12′. Sed in eo falſus eſt Eratoſthenes; non enim radij *L o c*, F B Z; ſed F *o q*, F B Z, quoad ſenſum paralleli ſunt, ut à Ricciolo demonſtratum eſt *lib.* 3. *Almag. cap.* 27. *num.* 7. *& Geograph. lib.* 5. *cap.* 3. *num.* 3. ac proinde angulus F Z *o*, æqualis eſt angulo *q o a*, qui priorem

q 15. lib. 1. *c o a* excedit angulo *q o c*, ſeu *b* L*o*F, ſub quo ſpectatur Solis ſemidiameter F L, qui eſt 15′, aut 16′ minutorum. Unde ipſo *q o a*, adeoque & F Z *o*, ſeu B Z *a* eſt grad. 7. 27′, aut 28′. Quare etiam *a*B arcus Meridiani inter Alexandriam, & Syenem fuit Grad. 7. 27′, aut 28′ min. Hinc cùm Meridiani arcus *a*B grad. 7. 27′. ex aſſumpto 3 conficiat 5000 ſtadiorum, per regulam proportionum, 1 gradus conficiet ſtadia 671, vel correctione adhibitâ, (ex eo quod Alexandria & Syene non ſint præcisè ſub eodem Meridiano) ſtadia 600, quæ multiplicata per gradus 360, producunt ſtadia 216000 pro totâ Meridiani circumferentiâ, hoc eſt ambitu orbis terræ.

| | |
|---|---|
| Ut grad. 7. 27′ | Ad ſtadia 5000 |
| Ita grad. 1. | Ad ſtadia..... |

Quod ſi, ut valdè probabile eſt, ſtadia illa fuerint Alexandrina, 600 ſtadia debita uni gradui maximi terræ circuli efficient 72 milliaria Bononienſia: & ſtadia 216000 debita toti circumferentiæ, dabunt milliaria Bononienſia 25920, ut eruditè probat Ricciolus. Quoniam verò *cap.* 1. oſtenſum eſt milliare Belgicum, ſive horarium eſſe triplum Bononienſis, unus gradus terreni ambitus, ex ratiocinio Eratoſthenis ritè correcto, continebit milliaria Belgica 24: ambitus verò totus 8640.

## PROBLEMA III.

### Ambitum Orbis Terræ aliter inveſtigare.

Fig. 79. ELigantur duæ urbes *l*, *s*, poſitæ ſub eodem Meridiano, qui in cælo ſit C B F Z, in terrâ, *q l s v*, horizon urbis *l* ſit C A Z; urbis verò *s*, ſit horizon X A R: puncta ipſis verticalia B, F. Diſtantia harum urbium *l s*, per *Probl.* 3. *cap.* 5 quàm accuratiſſimè fiat nota in milliaribus, adhibito inſtrumento exquiſito & amplo; aut certè longo uſu & commeatione frequenti ea diſtantia ſit nota; id quod, ſi urbes ſint celebres, & una ſit paſſim omnium æſtimatio diſtantiæ, obtineri poteſt citra errorem ſenſibilem.

Notâ hunc in modum urbium aſſumptarum diſtantiâ *l s* in milliaribus, reliquum eſt, ut eadem quoque nota fiat in gradibus. Quod ita fiet: menſuretur C I altitudo poli urbis *l* ſuprà horizontem ejus C Z: ſimiliter altitudo poli X I ſuprà horizontem X R urbis *s*. Minor X I ſubtrahatur à majori C I, & nota erit earum differentia C X. Quoniam ergo B C, F X æquales ſunt, (ſunt enim ambo meridiani quarta pars) ablato communi X B, erunt reſidui arcus C X, F B æquales. Quia ergo notus eſt C X, etiam B F notus erit; hoc eſt ſcietur quot gradus contineat B F Meridiani cæleſtis. Atqui tot gradus *c* continet meridiani terreſtris *q l v*, arcus *l s*, quot gradus meridiani cæleſtis continet B F. Ergo etiam noti ſunt gradus *l s*, qui eſt diſtantia urbium *l*, & *s*. c Cor. 2. prop. 33 l 6

Hoc ipſum etiam per altitudines meridianas alicujus ſtellæ ita poterit obtineri. Eligatur ſtella quæpiam O, cujus altitudo meridiana Z O ſuprà horizontem C Z urbis *l* fiat nota; & nota fiat ſimiliter altitudo ſtellæ O meridiana R O ſuprà X R horizontem urbis *s*. Tum minore Z O ſubtractâ à majore R O, noti fient gradus arcus R Z: cui cùm æqualis ſit arcus B F (ſunt enim rurſum ambo arcus B Z, & F R quadrantes meridiani, adeoque æquales inter ſe *t* à quibus proinde demptis communi F Z, remanent B F, Z R etiam æquales) gradus quoque ipſius B F noti erunt. Ergò, ut ſuprà, noti erunt *d* etiam gradus *l* Z. d per idem.

Ponamus igitur arcum *l s*, ſive hac methodo, ſive præcedenti, repertum eſſe graduum 2; milliaria verò continere $144\frac{1}{2}$. Si gradus 2 efficiant milliaria $144\frac{1}{2}$: gradus 360, hoc eſt totus terræ ambitus, quot milliaria efficiet? per regulam proportionum provenient milliaria 26010.

Hoc artificio uſus eſt Poſſidonius Philoſophus, laudatus à Plinio, Strabone & Cicerone, ille, cujus januæ Pompejus Magnus, cùm ad eum audiendum accederet, imperij faſces ſubmiſit. Uſi ſunt eâdem Alamon Rex Arabiæ, multique Arabes, Naucleri item recentiores, ex longo navigandi uſu rei maritimæ peritiſſimi, ex quorum obſervationibus debentur uni gradui milliaria Bononienſia ſaltem 70.

## PROBLEMA IV.

### Tertius modus indagandi Ambitum Orbis Terræ.

ELigantur duo loca *l*, *s* aliquot milliaribus horarijs diſſita, ſive ſint ſub eodem Meridiano, ſive non; quorum ea poſitio ſit, ut eorum diſtantia *l s*, per Probl. 3. *cap.* 5, poſſit menſurari: quod fieri debet ſummâ curâ & Quadrante amplo. Inveniatur deinde arcus B F, verticalis circuli inter loci utriuſque vertices B & F interceptus, cujus inventionis quæ planè Aſtronomica eſt, modum tradere hujus loci non eſt. Notis gradibus arcus B F in cælo, innoteſcunt etiam gradus totidem arcus *l s* in terrâ. Tum, ut ſuprà, ratiocinabimur: ſi tot gradus diſtantiæ *l s*, efficiant milliaria tot: gradus 360 quot milliaria efficient? Per regulam Trium prodibit numerus milliariorum toti circumferentiæ orbis terræ debitorum. Fig. 79.

Hanc viam tenuit Ioannes Baptiſta Ricciolus Noſter. Elegit is diſtantiam inter villam Collegij noſtri Bononienſis ſitam in monte Serrâ propè Paternum, & Turrim Mutinenſem quam juxta methodum *Probl.* 3. *cap.* 5. maximâ curâ & induſtriâ dimenſus reperit paſſuum Bononienſium 21176, hoc eſt milliariorum Bononienſium 21 & paſſuum 176. Intervallum autem, quod ad hanc dimenſionem peragendam, applicatâ decempedâ, notum fecit, fuit paſſuum Bononien-

pedibus, quanta eſſe ſolet ſtatura hominis juſta. Quæritur ad quantam diſtantiam ejus viſio porrigatur: hoc eſt quanta ſit longitudo à puncto O, cui pedibus inſiſtit, uſque ad punctum B, in quo radius viſualis globum terraqueum tangit.

Altitudo oculi A O concipiatur producta uſque ad terræ centrum Z, & ex centro Z ad punctum contactus ducta ſemidiameter Z B. Per *prop.* 18. *lib.* 3. Z B cum tangente A B conſtituit angulum rectum, ac proinde trigonum Z B A rectangulum eſt: in quo latus Z B eſt ſemidiameter terræ, quæ per præcedens problema jam inventa eſt milliariorum Bononienſium 4139, ſeu pedum Bononienſium 20 (695000: baſis verò A Z compoſita eſt ex altitudine oculi A O, 6 pedum, & O Z ſemidiametro terræ, adeoque eſt pedum Bonienſium 20 (695, 006. Ex his cognitis, per prob. 4. *cap.* 3 reperitur angulus A Z B, ſeu O Z B minutorum 2′. 37″. 2‴ $\frac{17119017950}{18131889354}$ hoc eſt min, 2′. 37″. 3‴ ferè. Cùm ergo per prob. 4. uni gradui terreſtris ambitus, ſive minutis 60 debeantur milliaria Bononienſia 72. 2′. 5″. hoc eſt pedes Bonon. 361250: minutis 2′. 37″. 3‴. quot pedes debentur? per regulam Trium reperies minutis 2′ competere pedes $12041\frac{2}{3}$; ſecundis 37′, pedes $3712\frac{61}{72}$; tertijs 3, pedes $5\frac{11}{144}$. Horum ſumma facit pedes Bononienſes $15759\frac{29146}{186624}$, & tantus eſt arcus O B, trium videlicet milliariorum Bononienſium & pedum Bononienſium 759, hoc eſt paulò major uno milliari horario.

Quod ſi altitudo oculi detur unius milliarij Bononienſis, eodem ratiocinio reperietur arcus O B major grad. 1. 16′; minor verò grad. 1. 17′. ac proinde O B quàm proximè erit milliariorum Bononienſium 91.

## *Aliter.*

*Quoniam pulchra eſt hujus rei diſquiſitio, eam placet aliâ adhuc viâ ſcrutari.*

a Per 36. lib. 3. Ponatur rurſum altitudo oculi eſſe 6 pedum. Quia radius A C tangit globum terræ, erit a rectangulum L A O æquale quadrato A B. Rectangulum porrò L A O notum eſt. Nam per prob. 4. L O terræ diameter continet milliaria Bononienſia $8279\frac{17}{72}$, hoc eſt pedes Bononienſes $41391197\frac{11}{72}$, quibus ſi addas A O pedes 6, oculi nempè altitudinem, fiet [illegible], L A pedum $41391203\frac{1}{4}$. Hâc ductâ in A O ped. 6. producitur rectangulum L A O, hoc eſt (ut jam oſtendi) quadratum A B, pedum quadratorum Bon. $248347219\frac{2}{72}$. Quare radix quadrata hujus numeri exhibebit pedes tangentis A B. Radix porrò illa major eſt quàm 15759, & minor quàm 15760. Igitur tangens A B (hoc eſt O B; differunt enim inſenſibiliter) eſt pedum 15759 & particularum aliquot unius pedis, planè quanta fuit priori methodo inventa.

Porrò tangentem A B non excedere ſenſibiliter arcum O B, ſic oſtendes: angulus B A Z ex praxi primâ reperitur grad. 89. 57′. 22″. 57‴. Sed demus eum eſſe juſto minorem, nempè grad. 89. 57′. 20″: ducaturque B X perpendicularis ad A L: erit B X ſinus anguli B A X grad. 89. 57′. 20″ ad A B ſinum totum ut 9999996991 ad 10000000000; quorum differentia 3009 nequidem eſt pars millioneſima ipſius A B 10000000000. Quare cùm arcus O B major ſit perpendiculari B X, patebit de hoc intentum à fortiori.

*Cæterùm hæc via adhiberi ſolùm poteſt quando altitudo non eſt tanta, ut O B arcus horizontis ob magnitudinem ſuam, non ſit ſenſibiliter curvus, ac proinde ſenſibiliter minor tangente A C: Tunc enim ſolus adhiberi debet modus præcedens.*

## *Scholium.*

*Quo altitudo oculi fuerit major, eò etiam major terraquei globi portio ſpectabitur; quæ tamen neceſſariò ſemper minor erit parte dimidiâ, ſeu hemiſphærio, quantacumque fuerit oculi diſtantia. Quod quamvis ad Opticam pertineat, placet tamen hic obiter demonſtrare.* Fig. 81.

*Data ſit ſphæra oculo major,* o F q b, *& oculus in C ab eâ quantumcumque diſtans. Ab oculo C emiſſi radij tangentes in F, & L, determinent portionem viſam F Q L. Dico eam eſſe hemiſphærio minorem. Ex centro enim ad contactus F, L, ducantur rectæ A F, A L, & ad oculum recta A C. Quia* a *A F C rectus eſt, F A C neceſſariò* b *acutus eſt. Similiter quia A L C rectus eſt, erit L A C acutus. Ergo duo acuti ſimul F A C, L A C; non efficiunt duos rectos, ſed obtuſum angulum F A L duobus rectis minorem, ac proinde F A, L A non ſunt una recta, ſed inclinantur verſus oculum C. Ducatur ergo per A centrum recta* o *A* b*: hæc determinat hemiſphærium* o *Q* b*; unde portio viſa F Q L à radijs tangentibus incluſa, minor eſt hemiſphærio.* a 18. lib. 3. b Coroll. 5. p. 32. l. 1.

*Si duobus oculis ſphæram intueamur, ſupponitur diametrum eſſe majorem intervallo oculorum.*

## PROBLEMA VI.

### Ex quantâ diſtantiâ vertex alicuius montis, aut ſummitas mali navis conſpici poſſit.

AD ſolutionem problematis determinanda inſuper eſt altitudo oculi. Fig. 84.

Altitudo montis, aut malus navis ſit C F, à cujus vertice C, ducta concipiatur recta globum terraqueum tangens in B. Si oculus ſtatuatur in ipsâ terræ, ſeu maris ſuperficie, manifeſtum ob terræ ac maris rotunditatem non poſſe cerni apicem B ultra punctum B, ex. gr. in O. Quod ſi oculo detur altitudo aliqua O A ſuprà terræ aut maris ſuperficiem, poterit videri apex C etiam ultra contactum B ab oculo exiſtente in puncto aliquo A tangentis C B productæ.

Quæritur ergo quantus ſit arcus F O. Id verò ex problemate præcedenti in promptu eſt invenire. Per hoc enim reperietur arcus F B tangentis C B: item arcus O B tangentis A B: qui juncti dabunt arcum quæſitum F O. Quare ſi F C ſit altitudo unius milliaris Bononienſis, reperietur arcus F B milliariorum 91; & ſi A O ſit pedum 6, reperietur arcus O B milliariorum 3, pedum 759. Quare totus arcus F O erit milliariorum 94. ped. 759: ac proinde ex tanto intervallo oculus 6 pedes altus, ſpectabit præcisè apicem montis alti uno milliario Bononienſi.

Quod ſi major oculo detur altitudo, ex majori etiam diſtantiâ poterit conſpicere ſummitatem altitudinis datæ.

*Corollarium.*

Ex his poterimus colligere, quanta ſit diſtantia nubium apparentium in margine horizontis.

# CAPUT VII.

## Ex inventâ ſemidiametro terræ, prodigioſæ quorumdam montium altitudines demonſtrantur.

EXiſtimavit Keplerus, alijque, altiſſimos montes non attolli ultra 2, aut 4. milliaria Italica. Quantoperè fallantur, ex ijs, quæ ſubjungam, fiet manifeſtum. Artificium metiendi altitudines montium tradidi *cap. 5. prop. 7.* & 8. Verùm deficere illud, cùm menſoris à monte diſtantia unum gradum adæquat, demonſtravi in ſcholio 8. Problematis. Atqui tanta & major erit aſſumenda, ut montium quorundam prodigioſam altitudinem inveſtigemus. Quare alia metiendi ratio, cui non officiat terræ rotunditas, à Ricciolo excogitata eſt, ſed quæ inventam prius terræ ſemidiametrum ſupponat: neque enim alia ſupereſt via, quâ ſcrutari dictorum montium altitudines poſſimus.

### PROBLEMA I.

### Altitudinem montis inacceſſi (AB) datis ſemidiametro terræ, & alterius montis altitudine (OC) invenire.

Fig. 82. OPortet autem altitudinem montis OC, quæ datur, eſſe notabilem. Menſuretur in pede montis dati angulus AOC, & in montis vertice angulus ACO: quod quomodo fieri debeat, apparet in figura 83; inſtrumento enim (ut iſthic expreſſum eſt) collocato, abſciſſus à perpendiculo arcus *xo* manifeſtat angulum *coa* (ſunt enim ob parallelas *kx*, *co*, a 27. *lib.* 1. Fig. 82. alterni *xko*, & *coa* [a] æquales) arcus verò *ns* indicat angulum *ocs*, qui additus recto *sca*, manifeſtat totum *aco*. Quoniam igitur in triangulo *oac* b *Prob.* 9. *cap.* 3. dantur anguli *coa*, *aco*, & latus *co*, ex his innoteſcet [b] latus *ac*. Deinde quia in triangulo *acz*, notus jam eſt angulus *c*, & latus *ac*; itemque latus *zc* notum eſt (nam *zo* eſt ſemidiameter terræ quæ inventa eſt *cap. præc.* c *Prob.* 10. *cap.* 3. eſt verò *oc* altitudo montis data), ex his [c] elicietur *za*: à quâ ſi demas *zb* ſemidiametrum terræ, nota relinquetur *ab* altitudo montis quæſita.

### PROBLEMA II.

### Altitudinem montis (CF) cujus vertex (C) in margine horizontis appareat, data ſemidiametro terræ, & menſoris ab eo diſtantia (OF) invenire.

Fig. 84. MEnſor exiſtat in AO. Radius ab Oculo globi terreni ſuperficiem tangens atque inde ad C verticem montis FC pertingens, eſto ABC, terminus igitur horizontis ab Oculo A viſibilis eſt contactus B; cujus amplitudo OB reperitur per prob. 5. *cap. præc.* quâ ſubtractâ à dato arcu ſeu diſtantiâ OF, notus relinquitur arcus FB, ac proinde & angulus CZB. Continuentur deinde altitudines montis CF, & Oculo AO uſque centrum Z; à quo ad contactum B ducatur ZB per *prop.* 18. *lib.* 3. angulus CBZ rectus eſt. Quoniam ergo in trigono rectangulo CBZ dantur angulus CZB, & latus ZB, terræ ſemidiameter, quæ *cap. præc.* reperta eſt; ex his *f* invenietur ZC: à quâ ſi demas terræ ſemidiametrum ZF, nota relinquetur altitudo montis quæſita CF. f *Probl.* 3. *cap* 3.

### PROBLEMA III.

### Inquiritur altitudo Æthnæ.

REferunt Maurolycus & Melitenſes Æthnam Fig. 84. conſpici ex inſulâ Melitâ, & ultrà, ex diſtantiâ milliariorum 216. Hoc dato,

Altitudo Æthnæ colligitur milliariorum Italicorum Bononienſium 5 [illegible],

Ponantur & conſtruantur eadem, quæ in Problemate præcedenti, ſitque altitudo Æthnæ FC, & oculus ſpectatoris in Melita eſto A: altitudo autem oculi AO, ſit pedum 6. Igitur OB amplitudo horizontis reperitur *g* milliariorum Bononienſium 3, pe- g *Prob.* 5. *cap.* 6. dum 759, qui hic poterunt contemni. Quare ſi arcum OB 3 milliariorum demas ab arcu, ſeu diſtantiâ OF, quæ ex hyp. eſt milliariorum 216, reſtat arcus BF milliariorum 213. Jam ſi milliaria 26010, quantus *cap. præc. prob.* 4. totus terræ ambitus eſſe oſtenſus eſt, efficiunt gradus 360, milliaria 213 arcus BF quot efficient? per regulam Trium proveniunt pro arcu BF gradus 2. min. 56′. & 88 centeſimæ unius minuti. Sed demus juſto minus arcui BF, adeoque & angulo CZB, nempè grad. 2. 56′. Secans grad. 2. 56′ eſt 100131: poſito ſinu toto 100000. Quoniam igitur per prob. 3. cap. 3. eſt

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ut | Sinus totus 100000 | Ad | ſecantem anguli CZB grad. 2. 56′. 100131 |
| Ita | ZB ſemidiameter terræ milliariorum 4139, | Ad | ZC ZC milliariorum. |

Per regulam Trium reperitur ZC milliariorum 4144 [illegible]. Ab hac ſi auferas ZF ſemidiametrum terræ milliariorum 4139, relinquitur CF altitudo Æthnæ milliariorum Bononienſium 5, [illegible]: à quâ detrahere aliquid oportet, ut compenſetur refractio, quæ fortè intervenit, & altitudinem verâ majorem facit.

### PROBLEMA IV.

### Inquiritur altitudo Pici.

PIcus mons, eſt rupes altiſſima inſulæ Teneriffæ; quæ una eſt ex Fortunatis, ſeu Canarijs. Hujus altitudo tanta eſt, ut ſub ejus Meridiano tam versùs Auſtrum, quàm Boream navigantibus appareat ex diſtantiâ 4 graduum; hoc eſt 289 milliariorum Italicorum, & ex inſulâ Materiâ, quæ ab eo diſtat grad.

4.

4. 10′, cacumen ejus inſtar alicujus templi conſpiciatur. Ita Cadamuſtus, Ioannes Hugonis, Snellius, Furnerius Noſter. Hoc dato,

Altitudo Pici demonſtrabitur æquare 10 milliaria Bononienſia ut minimum.

Fig. 84. Picus eſto C F, Oculus A altus pedes 6; cætera ponantur ac ordinentur ut in præcedentibus. Arcus, ſeu diſtantiâ ex obſervatione eſt grad. 4. 10′; hoc eſt 300 milliariorum Bononienſium, imò longè major: cùm enim Picus ex eâ diſtantiâ inſtar templi appareat, haud dubiè adhuc longè ultra Materiam inſulam ſpectaretur. Sed demus arcui O F ſolùm gradus 4. 10′. Arcus O B per prob. 5. *cap. præc.* eſt grad. 0. 2′. 37″. 3‴, quæ ablata ab arcu O F grad. 4. 10′, relinquunt arcum F B, adeoque & angulum CZB, graduum 4. 7′. 22″. 57‴, juſto minorem; in quo etiam ſecunda & tertia negligemus. Porrò ſecans anguli C Z B grad. 4. 7′, eſt 100258. Quoniam igitur per prob. 3. cap. 3. eſt

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ut | Sinus totus 100000 | Ad | ſecantem anguli C Z B gr. 4. 7′, nempè 100258 |
| Ita | Z B ſemidiameter terræ milliariorum 4139 | Ad | Z C |

Per regulam Auream reperitur Z C milliariorum Bononienſium 4149 [illegible]. Ab hac ſi demas ſemidiametrum terræ Z F, milliariorum 4139, relinquitur C F altitudo Pici mill. Bonon. 10 [illegible], quæ longè eſt minor verâ, quòd arcum F B ſumpſerimus multò minorem verò. Quare ſi hoc defectu compenſemus augmentum altitudinis à refractione cauſatum, remanent pro altitudine Pici milliaria ſaltem 10.

### PROBLEMA V.

### Altitudo Caucaſi inquiritur.

HUjus montis altitudo jure meritò incredibilis videretur, niſi fidem demonſtratio extorqueret. Caucaſus mons ſitus in Aſiâ ultra mare Caſpium longiſſimo tractu in Ortum & Septemtrionem porrigitur. Hujus montis ſummitates Ariſtoteles ſcribit *lib. 3. Met. textu* 63. videri à locis, quæ vocantur profunda, & à navigantibus in ſtagnum; hoc eſt ex eo tractu Ponti Euxini, ubi Palus Mæotis in Euxinum influit. Ea porrò ſecundùm Ptolomæum eſt diſtantia grad. 9. 32′. Hoc dato,

Altitudo Caucaſi complectitur ſaltem milliaria Italica 51; hoc eſt, plus quàm 16 milliaria Belgica, ſeu horaria.

Fig. 84. Repetito enim diſcurſu præcedentium problematum, altitudo Caucaſi eſto C F, Oculus A, Ab arcu, ſeu diſtantiâ O F, quæ datur grad. 9. 32′, ſi demas O B arcum horizontis viſibilis, qui eſt per *prob. 5. cap. præced.* grad. 0. 2′. 37″. 3‴; remanet arcus B F grad. 9. 26′. 22″. 57‴: cujus Secans (ſecundis prætermiſſis) eſt 101370. Quia igitur per *prob. 3. cap.* 3, eſt

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ut | Sinus totus 100000 | Ad | anguli CZB grad. 9. 29′ Secantem 101370; |
| Ita | Z B ſemid. terræ milliar. 4139 | Ad | Z C, |

Per regulam Trium reperietur ZC milliariorum Italicorum 4195 [illegible]: à quâ ſi demas ſemidiametrum terræ Z F milliar. 4139, relinquuntur pro altitudine Caucaſi C F milliaria 57 [illegible]: ac proinde excedit milliaria 57.

Hinc verò oportebit aliquid ſubtrahere ut compenſetur augmentum à refractione inductum: quod cùm 6 milliaria non excedat, manet Caucaſi altitudo 51. milliariorum Bononienſium.

*Non abſimile diſcurſu reperietur altitudo montis Athos, quem Xerxes perforaſſe fertur, ut per ipſum mare tranſmitteret, milliariorum 28; & Caſius Siriæ milliariorum ſaltem 20.*

### *Scholium.*

*Poſſunt etiam ex longitudine aſcensûs & deſcensûs altitudines montium æſtimari. Aſcenſum ac deſcenſum Alpium ſcribit Polybius complecti ſtadia 1200, quæ milliaria efficiunt Italica 150. Demus igitur aſcenſui ſoli dimidium hujus itineris, milliaria nempè 75. Altitudinem Alpium repræſentet A B ad horizontem C A perpendicularis. Quia verò non ubique eadem via, quâ aſcenditur, inclinatio eſt, ſed uno loco præceps magis, quàm altero; ſtatuamus æquatione factâ eam ubique uniformem eſſe ſecundùm rectam lineam C B, quæ cùm horizontali C A efficiat inclinationis angulum B C A grad. 7. 40′. Quæ ſanè modica cenſeri inclinatio debet: ac proinde & altitudo B A inde collecta minor juſtâ. Quoniam igitur in triangulo rectangulo B A C datur C B 75 milliariorum, & angulus C grad. 7. 40′; ex his per prob. 2. cap. 3. reperietur A B altitudo Alpium quæſita, major 10 milliariis.* Fig. 85.

*Vnde meritò concluditur Alpium altitudinem milliaria 10 excedere.*

## CAPUT VIII.

### Quo artificio Lunæ à Terra diſtantiam Aſtronomi inveſtigaverint.

AD hujus problematis maximè ardui ſolutionem præter ſubſidium Trigonometricum opus eſt notitiâ Parallaxeos; de quâ proinde pauca hic ex Aſtronomiâ erunt præmittenda.

### *Quid parallaxis.*

Variæ ſunt Parallaxium ſpecies. Nos hic de eâ ſolâ agimus, quæ fit in circulo altitudinis, ſeu Verticali. Parallaxis igitur eſt angulus quem in centro Aſtri efficiunt duo radij, quorum unus ducitur ex centro Terræ, ſeu mundi, alter ab Oculo in ſuperficie Terræ poſito.

Fig. 87. Centrum Aſtri eſto C, Verticalis circulus per illud tranſiens Z C O: Oculus in ſuperficie Terræ in B; Terræ centrum A. Angulus B C A eſt Parallaxis Aſtri C. Vocatur etiam Diverſitas aſpectus, quia exiſtens in B, videt Aſtrum C quaſi ſuppoſitum firmamenti puncto F; exiſtens verò in centro A idem Aſtrum C videt ſuppoſitum firmamenti puncto diverſo L.

Quod ſi Aſtrum exiſtat in O, in margine videlicet Horizontis viſibilis, quem determinat tangens B O, vocatur Parallaxis horizontalis, eſtque angulus AOB. Commodior ea eſt ad inveſtigandam Aſtri diſtantiam, quod triangulum A B O rectangulum ſit, ut patet ex *prop.* 18. *lib.* 3.

Non eſt autem hujus loci modum tradere, quo Parallaxeos magnitudo inveniri debeat: id enim ad profundiorem pertinet Aſtronomiam, eſtque inter conatus Aſtronomicos unus è difficillimis. Vide *lib.* 3. *Aſtronomiæ noſtræ cap.* 2. ubi inventionem ab ipſis trado fundamentis.

## P O R I S M A.

### *Quo Parallaxis major eſt, eò Aſtrum Terræ vicinius eſt; quò minor, eò remotius.*

Fig. 87. Sit Aſtrum demiſſius unum in O, alterum altius in Q; quorum Parallaxes ſint anguli BOA, BQA. Angulus B O A externus eſt reſpectu trianguli A O Q. Ergo B O A æqualis eſt utrique *a* interno oppoſito O Q A, O A Q; ac proinde major ſolo O Q A, ſive B Q A.

a 32. *lib.* 1.

## P R O B L E M A I.

### Diſtantiam Lunæ à Terra inquirere.

Fig. 88. SEmidiameter Horizontis Viſibilis eſto B*o*, Lunæ centrum *o*, ejuſque Parallaxis B*o*A. Ex Aſtronomis recentioribus, qui longè majori induſtriâ in hoc negotium incubuêre, quàm veteres, nullus unquam deprehendit *a* Parallaxim Horizontalem Lunæ tantam, quæ æquaret grad. 1. 8'. Verùm aſſumamus tantam Parallaxin: ſic enim *b* certò conſtabit veram Lunæ diſtantiam ſemper longè majorem eſſe eâ, quæ ex Parallaxi aſſumptâ colligetur. Quoniam B*o* ſemidiameter Horizontis tangit ſuperficiem Terræ in B, & ad contactum B, ducta eſt ex centro A recta A B; erit angulus A B O *c* rectus; ac proinde trigonum Parallacticum eſt rectangulum. Ergo *d* A*o* eſt ſinus totus, nempè 100000, A B ſinus anguli *o*, grad. 1. 8', qui ex Canone Sinuum datur 1977. Divide A C 100000 per A B 1977: reperies hanc ab illâ contineri plus quàm quinquagies: ac proinde A C diſtantiam Lunæ à Terræ centro majorem eſſe 50 ſemidiametris terrenis A B. Atqui hæc diſtantia deducta eſt ex Parallaxi nimis magnâ, grad. 1. 8', quantam videlicet nullus è poſterioribus Aſtronomis repêrerit. Ergo

a vide *Aſtron. l.* 3. *num.* 12.
b *per poriſma.*
c 18. *lib.* 3.
d *defin.* 6. *cap.* 2.

*Certum o eſt diſtantiam Lunæ à Terræ centro ſemper majorem eſſe 50 ſemidiametris Terræ; hoc eſt milliarijs Bononienſibus 163250, ſive horarijs 54400.*

o *per poriſma.*

Milliaria deduxi ex ſemidiametro terræ omnium hactenus inventarum minimâ, milliariorum Bononienſium 3265, ſive horariorum 1088.

## P R O B L E M A II.

### Lunarium montium altitudinem inquirere.

SUperficiem Lunæ non æquabilem eſſe, ſed aſperam montibus ac rupibus, certiſſimâ obſervatione conſtat. Vide ipſe tubo optico longiori duobus vitris convexis inſtructo in obſcuro Lunæ hemiſphærio *a f c* apicem quemdam *b* luce clarâ micantem longè ultra *a*, ubi lucis ac tenebrarum confinia ſunt. Id ipſum ab alijs quoque Aſtronomis obſervatum. Ex quo manifeſtiſſimè convincitur apicem illum in tenebroſo Lunæ hemiſphærio micantem, neceſſariò eſſe verticem alicujus montis *o b*, qui ob altitudinem ſuam priùs illuſtretur à Sole, quàm partes Lunæ humiliores *a o*. Complures autem ejuſmodi eſſe montes in Lunâ eodem indice tubo evidenter cognoſcimus: ſi enim limbus extremus Lunæ non-Plenæ obſervetur, is apparebit quaſi dentatus, & tamquam rupibus continuis interciſus. Vide de his plura Aſtronomiæ noſtræ *lib.* 8. in tractatu de luce & maculis Solis ac Lunæ *num.* 5. Fig. 86.

Unum ex his montibus, quem *S. Catharinæ* appellant, obſervavit Ricciolus, comperitque illius verticem illuſtratum *b* diſtare à confinijs lucis & umbræ $\frac{1}{16}$ parte diametri. Eam diſtantiam repræſentet recta *b a*, quam ſupponamus tangere Lunæ ſuperficiem in *a* extremitate diametri *a c*, & contineatur *b o* altitudo montis uſque ad centrum Lunæ *z*. Per *prop.* 18. *lib.* 3 angulus *b a z* rectus eſt. Ergo quadratum *b z* quadratis *a* *b a*, *z a* æquale eſt. Quoniam verò *b a* *b* eſt 1, & *a z* 8, erit quadratum *b a*, 1. & quadratum *z a*, 64. quorum ſumma 65 æqualis jam oſtenſa eſt quadrato *b z*. Quare ſi ex eâ ſummâ 65 extrahatur radix quadrata, nota fiet *b z*, eritque 8. 0'. 6''. 9''': à quâ ſi demas 8 ſemidiametrum *z o*, remanebit *o b* altitudo montis Lunaris 69 milleſimæ, quarum *z a* eſt 8.

a 47 *lib.* 1.
b *ex obſer.*

Quare cùm ſemidiameter Lunæ (ut *b* alibi oſtendam) major ſit milliarijs Bononienſibus 711; ſi fiat per regulam proportionum ut 8 ad 69 milleſimas, ita milliaria 711 ad alium numerum milliariorum: erit is major quàm 6 milliaria, debitus monti *o b*, ac proinde

b *in Corol. prob.* 8. *cap.* 20.

*Certum eſt* ob *altitudinem montis Lunaris altiorem eſſe 6 milliarijs Bononienſibus.*

CA

# CAPUT IX.

## Qua via indagari poſſit diſtantia Solis à Terra.

DUabus maximè vijs hujus tam ardui problematis ſolutionem Aſtronomi ſunt aggreſſi, videlicet per Umbram Terræ in Eclipſibus, & Lunæ Dichotomiam. Priore uſus eſt Ptolomæus, & Aſtronomi poſt illum plerique omnes. Alteram primus aperuit Ariſtarchus Samius; quam ex recentioribus inſtaurarunt Keplerus ac Vendelinus, & excoluit præ omnibus Ioannes Baptiſta Ricciolus noſter. Hanc poſtremam, quia eſt priore illâ multò certior, etiam nos tenebimus, nonnullis ad clariorem rei intelligentiam præmiſſis.

Dichotomia Lunæ idem eſt ac Lunæ biſectio. Tunc autem Luna dichotoma, ſeu biſecta dicitur, cùm nobis apparet dimidiata, ſive inſtar ſemicirculi. Pro quo notandum ex Opticâ. Primò, quia Sol Lunâ major eſt, Lunæ portionem à Sole illuminatam ſemper majorem eſſe dimidiâ; ſed ob ingentem diſtantiam exceſſum eſſe tam modicum, ut dimidia appareat. Secundò, Partem viſam Lunæ, aut corporis alterius cujuſcumque Oculo majoris ſemper eſſe minorem dimidiâ, (quod etiam in *ſcholio probl. 5. cap. 6.* demonſtratum eſt). Verùm, cùm diſtantia eſt valdè magna, defectum eſſe adeò parvum, ut quoad ſenſum pars viſa cenſeri poſſit dimidia. Tertiò, quamvis Solis ac Lunæ ſuperficies ſint ſphæricæ, ob immanem diſtantiam apparere tamquam planas inſtar circuli. Unde fit, ut cùm pars Lunæ illuminata à nobis tota conſpicitur, plana appareat inſtar circuli: & cùm nobis conſpicitur biſecta, appareat inſtar ſemicirculi.

### *PORISMA 1.*

Fig. 89. Cùm Luna nobis apparet biſecta, planum $b\,o\,c$ ſemicirculum lucidum $b\,z\,c$ ab obſcuro $b\,x\,c$ diſcriminans productum tranſit per $o$, centrum Lunæ & oculi centrum A; & recta linea $o$ S centra Lunæ Soliſque jungens ad rectam A$o$ perpendicularis eſt.

Primum per ſe ſatis clarum eſt. Alterum ſic oſtendo. Cùm planum ſeparans partem obſcuram à lucidâ tranſeat per $o$ centrum Lunæ, & A centrum Oculi; patet rectam A$o$ eſſe in plano ſeparante. Atqui recta S$o$ ad planum ſeparans perpendicularis eſt; quia pars illuſtrata $b\,z\,c$, adeoque & baſis ejus, ipſum nempè planum ſeparans, directè ſemper Soli obvertitur. Ergo etiam S$o$ ad rectam $o$ A$o$ in plano ſeparante poſitam, perpendicularis eſt. [o *per defin 3. 11.*]

### *PORISMA 2.*

Quò Sol fuerit à Terrâ remotior, eò major erit Lunæ, cùm nobis biſecta apparet, diſtantia à Sole; & contra. Quantacumque tamen eſſet diſtantia Solis à Terrâ, ſemper tamen ejus à Lunâ, dum biſecta apparet, diſtantia minor erit gradibus 90, ſeu quadrante circuli.

#### *I. Pars demonſtratur.*

Fig. 89. Oculus in Terrâ eſto A; Lunæ centrum in $o$; Solis in S. Ducantur radij AS, $o$S; & Lunæ diameter $b\,c$ ſemicirculum lucidum ab obſcuro ſeparans juxta poriſma 1. tranſeat per Oculum A. Producatur deinde $o$S in infinitum, inque ejus puncto altiori F intelligatur conſtitui centrum Solis ducaturque AF. Sole poſito in S, diſtantiam ejus à Lunâ biſectâ metitur arcus $o\,q$; ſeu angulus $o$AS: Solis, verò conſtituti in loco altiori F diſtantiam à Lunâ dichotomâ metitur arcus $o\,i$, ſive angulus $o$AF: qui cum priori major ſit, patet 1 pars poriſmatis.

#### *II. Pars demonſtratur.*

In rectâ $o$S infinitè productâ ſumatur punctum F quantumcumque diſtans à Terrâ A: ducaturque radius AF. Per poriſma 1. in triangulo A$o$F, angulus ad $o$ rectus eſt. Ergo per *prop. 32. lib. 1.* FA$o$ eſt minor recto, ſeu gradibus 90. *His præmiſſis eſto*

### PROBLEMA I.

## Diſtantiam Solis à Terra inquirere.

OCulus in terrâ eſto in A; huic Luna apparens biſecta inſtar ſemicirculi $b\,z\,c$, cujus diameter $b\,c$ producta per poriſma 1 tranſibit per Oculum A: Fig. 89. Centrum Solis ſit in S, ad quod ab Oculo, & centro Lunæ ducantur radij AS, $o$S. Atque ita habemus triangulum Dichotomicum AS$o$ à tribus radijs centra Oculi, Solis, Lunæ connectentibus comprehenſum. In hoc triangulo Dichotomico angulus A$o$S per poriſma 1. rectus eſt. Quare ſi notus fiat acutus SA$o$, qui metitur diſtantiam Lunæ biſectæ à Sole, etiam proportio laterum per *prob. 1. cap. 3* innoteſcet. Atqui in hujus anguli inventionem ſummo ſtudio Aſtronomi incubuêre, quorum nullus jam inde ab Ariſtarcho eum deprehendit minorem gradibus 87. quin verò eſt manifeſtò major. Aſſumatur tamen graduum 87: ſic enim ex poriſmate 2 certò conſtabit altitudinem Solis inde collectam, eſſe verâ minorem. Quoniam igitur in trigono rectangulo A$o$S acutus SA$o$ eſt grad. 87, erit $b$ alter $o$SA grad. 3, cujus ſinus eſt 523360. Quare cùm $o$A ſit ſinus $c$ anguli $o$SA: AS verò ſinus totus; erit latus A$o$ 523360 partium, quarum AS eſt 10000000. Divide 10000000 per 523360: comperies AS diſtantiam Solis à Terrâ continere Lunæ à Terrâ diſtantias A$o$ 19. 0'. 0''. 0'''. 5''''. 6. 7''. 9''. Et quoniam oſtendi ſuprà $d$ diſtantiam Lunæ minimam à Terrâ excedere 50 ſemidiametros Terræ, ductis 50 in 19, diſtantia Solis à Terrâ excedet 950 ſemidiametros Terræ. [b *p. 32. l. 1.* c *deſin. 6. cap. 2.* d *Prob. 1. cap. 8.*]

*Certum eſt igitur altitudinem Solis excedere altitudinem Lunæ plus quam decies & novies; ac proinde majorem eſſe Terræ ſemidiametri 950, hoc eſt milliarijs Italicis Bononienſibus 3101750, horarijs 1033583.*

Milliaria deducta ſunt ex ſemidiametro Terræ milliar. Bonon. 3265, hactenus inventarum minimâ, quam ſatis conſtat eſſe verâ minorem. Aſſumptâ ſemidiametro veræ proximâ, milliariorum Bononienſium 4139, erit diſtantiâ Solis à Terrâ major milliarijs Bonon. 3932050, horarijs 1310683.

## PROBLEMA II.

### Altitudinem Solis veræ propinquiorem determinare.

Fig. 89. LUnæ Dichotomæ diſtantiam à Sole præ cæteris omnibus inveſtigatur Keplerus, Vendelinus, Ricciolus. Et primus quidem, quamvis ſibi in eâ determinandâ non plenè ſatisfecerit, cenſet tamen non minorem grad. 89. imò majorem. Secundus aſſerit ſe primò comperiſſe Lunam apparere Dichotomam, cùm à Sole diſtat gradibus 89. Deinde verò majori curâ adhibitâ, compertum ait à ſe, Dichotomiam accidere, cùm Luna abeſt à Sole grad. 89. 30′, vel potiùs 45′. Tertius omnium accuratiſſimus obſervator ſummo conatu in hoc negotium incubuit: ex pluribus obſervationibus ſuis tres recenſet; primâ comperit Lunæ biſectæ diſtantiam à Sole, *o q*, grad. 89. 28′. 26″: alterâ gr. 89. 29′. 45″; tertiâ omnium accuratiſſimâ, (eam refert in *Almag. pag.* 734. priores *pag.* 108) invenit grad. 89. 34′. 50″. Itaque certum videtur diſtantiam Lunæ Dichotomæ à Sole non eſſe minorem gradibus 89. Hoc dato

*Demonſtrabimus Solis altitudinem excedere altitudinem Lunæ non minùs quàm quinquagiesſepties; ac proinde Solem à Terrâ non minùs diſtare quam* 2850 *Terræ ſemidiametris; hoc eſt non minus quàm milliariorum Italicorum Bononienſium* 9305250.

Cùm enim arcus *o q*, adeoque & angulus *o* A S ſit non minor gradibus 89; erit *o* S A non major gradu 1, cujus ſinus eſt 174524. Quare cùm in trigono A *o* S, per poriſm. 1. rectangulo, A *o* ſit *a* ſinus anguli *o* S A, & A S ſinus totus, erit A *o* partium 174524, quarum A S eſt 10000000: quibus per 174524 diviſis, reperies A S altitudinem Solis continere altitudines Lunæ A *o* 57, 0′. 0″. 5‴. 2ⁱᵛ. 1ᵛ: hoc eſt (quia demonſtratum eſt ſuprà *b* altitudinem Lunæ excedere ſemper 50 Terræ ſemidiametros) altitudinem Solis A S excedere ſemidiametros Terræ 2850: quibus ad milliaria reductis aſſumendo minimam Terræ ſemidiametrum milliariorum Bonon. 3265, erit Solis altitudo, ſaltem milliariorum Bononienſium 9305250.

*a* Def. 6. cap. 2.

*b* Prob. 1. cap. 8.

*Porrò diſtantiam tam Solis quàm Lunæ à Terrâ accuratiùs, & à primis principiis inveſtigamus Aſtronomiæ noſtræ lib.* 3. *cap.* 2. & 3.

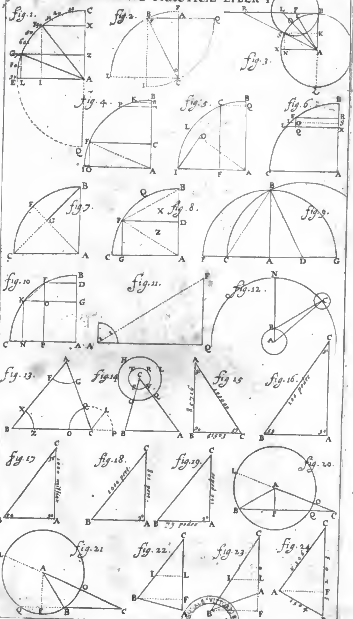
### *Scholium.*

*Ricciolus ex ſuâ Lunæ Dichotomæ à Sole diſtantiâ grad.* 89. 28′. 26″ *elicit diſtantiam Solis à Terrâ* 7260 *ſemid. Terræ: ex alterâ verò grad.* 89. 29′. 45″, *ſemidiametros Terræ* 7572: *ex tertiâ, ſemidiametros* 8333. *Vendelinus autem ex diſtantiâ Lunæ dichotomæ à ſe obſervatâ vix grad.* 89. 45′. *deducit Solis diſtantiam ſemidiametrorum Terræ ſaltem* 13740, *Riccioli ſcrutinium videtur quàm proximè ad veritatem accedere. Dando igitur altitudini Solis ſaltem* 7000 *ſemid. Terræ*, diſtantia Solis à Terra æquabit ſaltem milliariorum Bononienſium 22855000, *hoc eſt plus quàm* 7000000 *milliariorum horariorum.*

## FINIS LIBRI PRIMI.

GEOME-

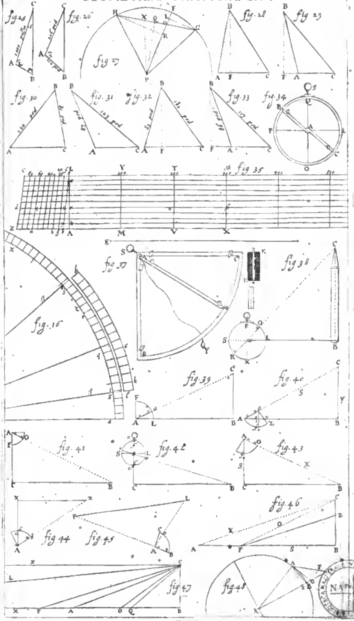
GEOMETRIÆ PRACTICÆ LIBER I



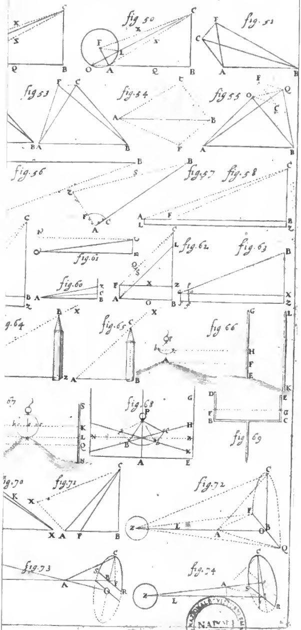

NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google




Digitized by Google




NAPOLI
Digitized by Google

# GEOMETRIÆ PRACTICÆ
# LIBER SECUNDUS
## DE SUPERFICIE PLANA.

A Lineis rectis transeo ad ſuperficies ſed planas, curvas enim rejeci in librum tertium, quod minùs commodè à corporibus ſejungantur. Non interrumpo ſeriem capitum primo libro inchoatum, ut evitetur prolixitas citationum.

## CAPUT X.

## Problemata, quorum uſus ad ſequentia.

### *Lemma.*

*Lineam rectam in ſuperficie terræ deſignare.*

EXtende funem inter duos limites datos. Abſque funis adminiculo idem efficies, ſi per Quadrantis binas dioptras collimans in terminum datum, jubeas plures bacillos certis intervallis infigi perpendiculariter terræ, ſic ut omnes ſimul bacillos per dioptras conſpicias. Ita enim, quot placuerit, puncta ad rectam lineam quæſitam exiſtentia notabuntur.

### PROBLEMA I.

### Ex datæ in ſuperficie terræ lineæ rectæ (G B) puncto dato (A) perpendicularem ducere.

Fig. 1. APplica normæ baſim rectæ datæ, ſic ut latus normæ reſpondeat dato puncto: funis ſecundùm latus normæ extenſus dabit perpendicularem quæſitam.

Verùm quia longitudo normæ, quâ in mechanicis utimur, ad ſummum eſt pedum trium quatuórve, non ſatis tuta eſt praxis jam tradita; quia funis à latere tam brevis normæ deviatio, quamvis oculo percipi vix poſſit, ſi valdè longa perpendicularis expetitur, in fine erit ſenſibilis & magna.

### *Aliter & certiùs per Quadrantem.*

Fig. 1. Inſtrumentum conſtitue horizonti parallelum, ſic ut ejus centrum ſit directè ſuprà rectæ datæ G B punctum datum A, quo ita permanente, unum latus inſtrumenti A E ſic verte, ut per ejus dioptras conſpicias baculum perpendiculariter humi defixum in datæ rectæ puncto quopiam C: quo facto inſtrumenti latus A E reſpondebit rectæ datæ GB. Deinde baculum alterum jube perpendiculariter defigi ex adverſo, quanto placuerit intervallo in L, ſic ut in eum collimans per dioptras lateris A F, intueri poſſis. Recta per A & L extenſa, eſt perpendicularis quæſita.

Si recta data G B eſt baſis muri, non poterit inſtitui hæc operatio, niſi priùs ducatur M N ad G B parallela, quod ita fiet: præſidio normæ ducantur G M, B N ad G B perpendiculares & æquales, recta M N connectens extremitates erit parallela ad G B; cujus diſtantia à muro ea ſufficiet, quæ requiritur ut poſſis inter eam & murum conſiſtere. Jam ad M N ducatur L K perpendicularis modo ſuprà explicato: hæc protracta in A, etiam ad G B perpendicularis erit. Facilè autem erit opus ſic ordinare, ut L K protracta incidit in datum punctum A, ſi priùs normâ ex A ducatur A K perpendicularis ad G B, occurrens M N in K, & tùm ex K reperiatur K L perpendicularis ad M N. Fig. 1.

### *Aliter ſolo fune.*

Ad puncti dati A partem utramque ſume duo æqualia intervalla A E, A F. In E & F fige duos funes æquales juſtæ longitudinis, eoſque ſuprà terram extende, dum ſe mutuò tangant in D. Recta per D ad A ducta eſt perpendicularis quæſita, ut patet ex *prop. 8. lib. 1.* Fig. 2.

### PROBLEMA II.

### Ad rectam (B D) in terra datam, ex dato extra eam puncto (A) perpendicularem ducere.

APplica latus normæ puncto A dato: baſim verò datæ rectæ: linea ſecundùm normæ latus ducta eſt perpendicularis quæſita. Fig. 3.

Verùm ſi normâ utimur, oportet diſtantiam puncti dati non excedere longitudinem normæ. Meliùs igitur quæſitum obtinebitur.

### *Quadrante.*

Fige palos in dato puncto A, & puncto aliquo E Fig. 3.

datæ rectæ. Deinde in datâ rectâ quære punctum C, ſuprà quod conſtituto Quadrantis centro poſſis per dioptras laterum C F, C G intueri palos fixos in E & A. Recta per C & A extenſa, eſt perpendicularis quæſita.

*Solo fune.*

Fig. 4. Funem in dato A puncto fixum obliquè ad datam rectam B D extende, donec eam tangat extremitate ſuâ in E. Extende ſimiliter ad partem alteram in F. Intervallum E F ſeca biſariam in C; quod fiet funem ipſi E F æqualem complicando conjunctis extremitatibus. Recta per A & C ducta, eſt perpendicularis quæſita.

P R O B L E M A III.

## Angulum in terra datæ quantitatis deſignare ad datæ rectæ (A K) punctum datum (A).

Fig. 5. QUæratur primò angulus recto minor, ex. gr. graduum 34. Regulam A E Quadrantis ſtatue ſuprà gradum quæſitum, ſic ut arcus B E ſit grad. 34. Statue centrum A ſuprà datum punctum, & in aliquo datæ rectæ puncto D fige palum. Collima deinde per dioptras lateris A B, donec videas palum in D. Rurſum alium humi palum fige eo loco, putà in F, ut eum videre poſſis collimando per dioptras regulæ A E. Recta per A & F ducta cum datâ A K efficiet angulum 34. grad.

Fig. 6. Petatur deinde angulus recto major, ex. gr. 117. exceſſum anguli dati ſuprà 90, nempè 27 grad. numera in Quadrantis limbo ex C in E, & ſuprà E pone regulam. Tum centrum Quadrantis ſtatue ſuprà datum punctum A, & latus Quadrantis A B ita colloca, ut oculo poſito in B per dioptras lateris conſpicias palum defixum in datæ rectæ A K puncto aliquo D. Oculo deinde ad centrum A applicato baculum figi jube eo loco in F, ut eum videre poſſis per regulæ A E dioptras collimans. Recta per A & F ducta conſtituet cum datâ A K angulum grad. 117, ut patet.

P R O B L E M A IV.

## Quemvis viſualem angulum metiri.

Fig. 5. 6. VIſualem angulum efficiunt duo radij F A, K A ex duobus punctis K & F ad oculum pertingentes, eſtque idem cum eo, quem *cap. 5. defin. 5.* angulum diſtantiæ appellavi. Quare hoc Problema non differt à Poriſmate 2 ibidem.

Per dioptras lateris A B, ac regulæ A E collima in puncta data K & F. Arcus B E manifeſtabit quantitatem anguli dati in Fig. 5. In caſu figuræ 6. arcus E C additus quadranti, idem præſtabit.

P R O B L E M A V.

## Ad datam in terra rectam (B C) per datum punctum (A) parallelam ducere.

Fig. 7.

EX dato puncto A duc [a] A D perpendicularem ad B C. Ad hanc deinde ex dato in eâ puncto A, deſcribe [b] perpendicularem A F. Hæc eſt parallela ad D C. Patet ex *prop. 29. libri 1.*

a *per prob. 2.*
b *per prob. 2.*

*Aliter.*

Stans in quovis rectæ datæ puncto D, metire [c] angulum viſualem B D A. Tum ad rectæ A D punctum A fac [d] angulum D A F æqualem angulo BDA. Recta A F eſt parallela quæſita. — Fig. 8.

c *per prob. 4.*
d *per prob. 3.*

[e] Patet ex *prop. 28. lib. 1.* cùm anguli alterni BDA, D A F æquales ſunt.

*Aliter.*

*Cùm ad datam rectam B C acceſſus negatur.*

Fig. 9. In datâ rectâ oculo deſigna duo ſigna D, E, in quæ ex dato puncto A collimans, metire angulum D A E. Tum aliam quære ſtationem F, ex quâ collimans in eadem puncta D, E, æqualem ipſi D A E reperias angulum D F E. Dein metire [b] angulum *o*, eique parem deſigna [f] angulum *n*, ſeu E A T. Erit recta A T ad B C parallela.

b *per prob. 4.*
f *per prob. 3.*

*Demonſtratio.* Quoniam anguli D A E, D F E ſunt æquales, patet [a] per D, A, F, E tranſire circulum. Ergo quia anguli *o*, *m*, ſunt in uno ſegmento AFED, æquales [k] erunt. Atqui *n* per conſtr. æquatur *o*. Ergo etiam *n* ipſi *m* æqualis eſt. Ergo A F, B C, ſunt [n] parallelæ. Quod erat demonſtrandum.

a *ex 21. lib. 3.*
k *per 21. lib. 3.*
n *per 28. lib. 1.*

*Hac praxis, ut accepi, eſt Clariſſ. Viri Gerardi Gutſchovij Regij Matheſeos in Academiâ Lovanienſi Profeſſoris, cujus lucubrationes Mathematicas avidè jam pridem expectamus.*

P R O B L E M A VI.

## Regularium figurarum angulos tam centri, quàm circumferentiæ invenire.

Fig. 10. REgularis ſeu ordinata figura eſt, cujus omnia latera, & omnes anguli inter ſe æquantur.

Angulus centri eſt (B A C) quem continent duo radij ab unius lateris extremitatibus ad centrum ducti. Unde figura ordinata tot habet centri angulos, quot latera, quos omnes inter ſe conſtat eſſe æquales.

Anguli circumferentiæ ſunt, qui figuræ lateribus continentur; ut B C D, C D E &c.

*Inventio anguli ad centrum.*

360 gradus divide per denominatorem figuræ: ut ſi figura data eſt Septangula, per 7. Provenient gradus debiti angulo centri.

*Demonſtratio* eſt manifeſta: nam omnes ſimul anguli centri conficiunt [m] 4 rectos, ſeu grad. 360. Quare unus ex illis eſt graduum 360 pars ab ipſorum multitudine, ſeu denominatore figuræ, denominata. Ergo &c.

m *Cor. 3. prop. 13. 1.*

*Inventio anguli circumferentiæ.*

A duplo numero laterum deme 4. Reſiduum multiplica per 90. Productum divide per denominatorem figuræ: provenient gradus debiti angulo circumferentiæ.

In Pentagono duplus laterum numerus eſt 10. Ab hoc ſi demas 4, remanent 6, quæ ducta in 90 producunt 540: hæc autem diviſa per 5 denominatorem figuræ, exhibent 108 gradus, qui debentur angulo circumferentiæ Pentagoni.

Demon-

b *Per theor. 2. Schol. poſt 32. 1.* *Demonſtratio.* Omnes ſimul anguli *b* cujuſvis polygoni, ſeu figuræ rectilineæ, conficiunt bis tot rectos quot ſunt latera figuræ, demptis quatuor. Quare ſi duplum laterum numerum demptis 4, ducas in 90 gradus uni recto debitos; provenient gradus debiti omnibus ſimul figuræ angulis. Quare unus ex illis eſt pars horum graduum ab angulorum multitudine, ſeu, denominatore figuræ denominata. Ergo &c.

| Denominatores figurarum | Anguli centri | Anguli circumferentiæ. |
|---|---|---|
| III | 120 | 60 |
| IV | 90 | 90 |
| V | 72 | 108 |
| VI | 60 | 120 |
| VII | 51. 25'. 43" | 128. 34'. 17" |
| VIII | 45 | 135 |
| IX | 40 | 140 |
| X | 36 | 144 |
| XI | 32: 43'. 38" | 147. 16'. 22" |
| XII | 30 | 150 |

## PROBLEMA VII.

x *Vide def. 3. l. 4. elem.*

### Figuram quamvis x regularem in charta delineare; etiam dato radio vel latere.

*Fig. 10.* *o per prax. 3. Schol. poſt 23. l. 1.* *q Probl. 6.* FAc *o* angulum O æqualem angulo centri ejus *q* figuræ, quam volebas delineatam. Deinde centro A anguli vertice, intervallo lubito deſcribe circulum lateribus anguli occurrentem in H & B. Recta H B eſt latus figuræ quæſitæ.

*a per prax. 3. Schol. poſt 23. l. 1.* Exemplum. Oporteat ſeptangulum ordinatum deſcribere. Ejus centri angulus eſt grad. 51. min. 26' ferè. Tantum fac *a* angulum O. Centro A deſcriptus circulus ſecet anguli latera in H, & B. Recta H B ſepties per circumferentiam traducta, dabit ſeptangulum ordinatum ad radium collibitum.

*b per eand.* Si figuram deſideras, cujus latus ſit longitudinis datæ, ſic operare. Angulum O centri figuræ quæſitæ *b* deſcribe, ut ſuprà. Centro A deſcribatur circulus ſecans anguli latera in H & B, & duc H B. Inter latera anguli O aptetur latus datum I K, ut ſit parallelum ad H B. Centro A deſcribe circulum per puncta I & K (ambo enim ad circulum ſunt.) K I per circumferentiam hujus circuli ſæpiùs repetita, dabit quæſitum.

*Fig. 11.* *c Per 34. lib. 1.* Aptabitur porrò data recta inter latera dati anguli, ſic ut ſit alteri H B parallela, hoc modo. Per anguli verticem A duc infinitam A P, parallelam ad H B, & ſit A M par datæ. A *b* M duc M K parallelam ad A B, ſecantem A H in K. Per K ducatur K I parallela ad H B: hæc etiam *c* æqualis erit datæ A M.

*Aliter.*

*Fig. 10.* *d per prax. 3. Schol. poſt 32. l. 1.* *o Probl. 6.* *b per 5. l. 4.* Deſcribe *d* angulum L E N circumferentiæ *a* ejus figuræ, quamvis delineatam. A lateribus anguli abſcinde E F, E D æquales lateri dato. Tum per tria *b* puncta F E D, deſcribe circulum. Hic capiet figuram quæſitam, ſi F E, vel E D per circumferentiam ſæpiùs traducatur.

## *Scholium.*

*Caterùm, nondum via reperta eſt, quâ certò & infallibiliter, nihil videlicet tentando, figura omnes ordinata deſcribantur. Pendet enim ea deſcriptio à diviſione circumferentia in partes aquales 3, 4, 5, 6, 7. & ſic deinceps ſecundùm omnes ſequentes numeros; qua quidem diviſio adhuc deſideratur. Libro 4. elem. ſolo circino & regulâ dividitur circumferentia in partes aquales 3, 4, 5, 6: ac proinde inſcribuntur circulo, Triangulum, Quadratum, Pentagonum, Hexagonum. Et quoniam arcus quivis Geometricè ſecari poteſt biſariam circino & regulâ; conicè verò triſariam parabolâ aut hyperbolâ: manifeſtum eſt figuras eas omnes viâ, & ratione deſcribi poſſe, quarum denominatores ſunt termini progreſſionum duplarum & triplarum incipientium ab his quatuor numeris 3, 4, 5, 6. Quibus ſi eas adjungamus, quarum denominatores producantur ex duarum quarumlibet figurarum jam inventarum denominatoribus inter ſe multiplicatis, reperta erunt figura ordinata omnes, quas aliquâ certâ viâ, ſeu methodo infallibili poſſimus deſcribere. Catera prater has omnes hactenus non niſi mechanicè, hoc eſt tentando, conſtruuntur. Non aliter circuli circumferentia in gradus 360 dividitur. Vnde qua ejus adminiculo conſtruuntur Problemata, non Geometricè ſed mechanicè ſoluta dicuntur. Sectiones porrò conica non videntur à conſtructione Geometricâ excludenda: has enim ſi adhibueris, perinde viâ ac ratione procedis, atque ſi rectam lineam aut circulum; neque alia differentia eſt, quàm quòd minùs expedita ſit conicarum linearum deſcriptio.*

## PROBLEMA VIII.

x Vide def. 3. l. 4. elem.

### Figuram quamvis x ordinatam in terrâ deſcribere, etiam dato radio vel latere.

Fig. 10. n Prob 6.

PEr Probl. 3. deſcribe in terrâ angulum O, centri n figuræ quæſitæ: ex lateribus anguli abſcinde radios collubitæ magnitudinis A H, A B, ducaturque recta H B: hæc erit latus unum figuræ quæſitæ. Fiat deinde angulus alter B A C par priori O; & recta A C par ipſi A B, jungaturque B C: erit hæc latus ſecundum. Eâ methodo cætera latera reperientur. Ubi latus penultimum F G fuerit deſignatum, quod tum ſupererit intervallum G H, neceſſariò æquale erit lateribus cæteris, aut malè fuit & oſcitanter inſtituta delineatio.

Quòd ſi figuram deſideras habentem latus longitudinis datæ ex. gr. heptagonum, cujus latus ſit pedum 1000, ex latere dato quære radium: quo reperto, deſcribe ad eum radium, modo jam explicato, figuram quæſitam, putà heptagonum; habebitque illa latera etiam data, putà 1000 pedum. Reperietur porrò radius ex latere in triangulo H A B: in quo quia notus o eſt angulus O, etiam ſumma n reliquorum nota eſt; ac proinde & ſinguli, cùm inter ſe ſint m æquales. Cùm igitur in Trigono H A B anguli dentur, & latus unum, etiam latus q A B, nempè radius innoteſcet.

o per prob. 6. n per corol. 8. p. 32. l. 1. m per 5. l. 1. q per 9 c. 3.

### Aliter.

*Cum ſtatio non conceditur in centro figuræ A.*

Fig. 10. a Prob. 3. b Prob. 6.

Deſcribe a in terrâ angulum L E N b circumſerentiæ ejus figuræ, quam cupis delineare & à lateribus abſcinde partes utrimque æquales E F, E D magnitudinis collibitæ. Ad punctum D conſtitue ſecundum circumferentiæ angulum E D C, & fac D C parem E D, E F; atque ita in orbem operare. Ubi deſignatum fuerit latus penultimum H G, quod tum ſupererit intervallum G F, ſi exactè fueris operatus, æquale erit lateribus prioribus, angulíque circumferentiæ G, & F prioribus circumferentiæ angulis æquales erunt, quod infrà demonſtrabitur *Probl.* 10.

## PROBLEMA IX.

### Rectilineo irregulari cuicumque (Z) in chartâ dato, ſimile in terra deſcribere.

Fig. 12. a Per prob. 3.

FAc in terrâ a angulum æqualem angulo C, & ab ejus lateribus abſcinde tot pedes vel paſſus, vel perticas (prout magnam figuram deſideras) quot partes ſcalæ continent C B, C D. Ita in orbem operando, quæſitum obtinebitur.

## PROBLEMA X.

### Dati loci (Z) ichnographiam deſcribere.

Fig. 12. 13. a Per prob. 4.

HOc eſt figuræ in terræ ſuperficie datæ, ſimilem in chartâ delineare.

Metire a loci dati angulos A, B, &c. item latera præſidio perticæ; & eorum magnitudines inventas nota inter ſuos quoſque angulos: nimirùm primo loco ſcribe gradus anguli A, ſecundo pedes lateris A B, tertio gradus anguli B; atque ita deinceps.

Deinde fac b in chartâ angulum F parem angulo A, ejuſque latera F G, F K tot partium ſcalæ, quot pedum erant latera A B, A E. Rurſum angulus G fiat æqualis angulo B, ejuſque latus G H tot partium ſcalæ, quot pedum erat B C. Pari modo angulus H par fiat angulo C, & latus H I tot partium ſcalæ, quot pedum erat C D. Jungantur poſtremò puncta I & K, eritque (ut mox oſtendam) I K tot partium ſcalæ, quot pedum erat D E, angulíque I, & K pares erunt angulis D, & E; adeoque figura X ſimilis erit loco dato Z.

b per prax. 3. Schol. poſt 32. l. 1.

*Demonſtratio.* Ductis mente ex I & D ad oppoſitos angulos rectis lineis, figuram utramque in triangula partire. In triangulis D C B, I H G, quia latera D C, C B, & I H, H G circa c æquales angulos C, H, proportionalia d ſunt, erunt o anguli o, n: item q, r, æquales: & B C erit ad B D, ut G H ad G I. Quia verò jam oſtendi pares eſſe angulos q, r, & per conſtr. toti B ac G æquales ſunt: etiam reliqui s, t æquales o erunt. Deinde quia f A B eſt ad B C, ut F G ad G H, & (quod jam oſtendi) B C ad B D, ut G H ad G I; etiam ex p æquo A B erit ad B D, ut F G ad G I. In triangulis igitur A B D, F G I, latera A B, B D; & F G, G I circa æquales angulos s, t proportionalia ſunt. Ergo etiam s A B eſt ad A D, ut F G ad F I: & anguli m, p, itemque l, u æquales; ac proinde, quia æquantur k toti A, F; etiam y, δ m æquales erunt. Jam quia oſtendi A D eſſe ad A B, ut F I ad F G; A B verò eſt ad A E, ut F G ad F K; ex æquo erit A D ad A E, ut F I ad F K. In triangulis igitur A E D, F K I, latera A D, A E; & F I, F K circa æquales angulos y & δ proportionalia ſunt. Ergo q A E eſt ad E D, ut F K ad K I (quod erat unum ex demonſtrandis) & p anguli E, K æquales ſunt (quod erat alterum) itemque anguli ω, θ æquantur: quibus ſi addamus oſtenſos ſuprà æquales m o, & p n, toti D & I æquales erunt, quod erat tertium.

c Conſtr. d Conſtr. e per 6 l. 6. o per 32. l. 1. t Conſtr. p per 22. lib. 5. s per 6 l. 6. k Conſtr. m per 32. lib. 1. q per 6. l. 6. p eand.

### Scholium.

*Ex demonſtratione patet tantùm eſſe neceſſarium, ut menſurentur omnes anguli loci dati præter duos ex. gr. præter D. & E; & omnia latera præter unum (E D) quod angulis non menſis interjacet.*

## CAPUT XI.

### Figurarum rectis lineis comprehenſarum dimenſio.

REvocanda huc ſunt, quæ *cap.* 1, de menſuris ſcripſi. Metimur ſuperficies quadrato alicujus notæ menſuræ, ut quadrato Pede, vel Paſſu quadrato, vel quadratâ Perticâ: hoc eſt quadrato, cujus latus eſt Pes, vel Paſſus, vel Pertica.

### *Definitio.*

Area, ſeu quantitas alicujus ſuperficiei menſurari, produci, reperiri dicitur, cùm innoteſcit quot quadratis alicujus notæ menſuræ, (quadratis ex. gr. pedibus vel perticis) æqualis eſt.

Et cùm dicitur area alicujus figuræ produci ex multiplicatione duarum linearum, ex. gr. altitudinis in baſim: ſenſus eſt, aream tot continere Pedes quadratos

dratos ex. gr. quantus eſt numerus qui fit ex numero pedum altitudinis ducto in numerum pedum baſeos.

## PROBLEMA I.

### Aream quadrangularem rectam metiri.

*Fig. 14.*

SI eſt oblonga, producitur ex multiplicatione duorum contiguorum laterum A B, A C; ſi quadrata (*ut in Fig. 15,*) ex multiplicatione unius lateris per ſeipſum.

*Exemplum* areæ oblongæ. Metire contigua latera A B, A C; & ſit A B pedum 3, A C, 6. Multiplica A B, 3, per A C, 6, proveniunt 18 pedes quadrati, quibus area A L æqualis eſt. Si A B fuiſſet 3 paſſuum, & A C paſſuum 6: tunc 3 per 6 multiplicatis, proveniſſent 18 quadrati paſſus pro areâ oblongâ A L: atque ita per alias quaſvis menſuras procedendo: id quod erit deinceps in ſequentibus obſervandum.

*Exemplum* areæ quadratæ. Metire latus unum A B, quod ſit pedum 3. Multiplica 3 per ſe. Proveniunt 9 pedes quadrati, quibus area quadrata A D æqualis eſt.

*Fig. 14.*

*Demonſtratio.* Latera contigua A B, A C diviſa intelligantur in ſuas æquales menſuras ex. gr. in pedes: & per diviſionum puncta ducantur lateribus A B, A C parallelæ, ſic ut tota area A L ſit cancellata, hoc eſt in minores areas diviſa. Demonſtrandum eſt ſingulas minores areas eſſe quadrata pedalia, ſive pedes quadratos, & quidem tot, quantus eſt numerus qui fit ex pedibus lateris A B ductis in pedes lateris A C.

a *per conſt.*
b *per 27. lib. 1.*
c *per hyp.*
d *per conſt.*
e *per 27. l. 1*
f *per conſt.*
g *per 27. 1.*
h *per conſt.*
i *per 30. lib. 1.*
r *per defin. 35. lib. 1.*

Accipiatur areola quævis E P N G. Quia P D eſt *a* parallela A B, erit externus angulus P D M *b* æqualis angulo B A D interno: ſed B A D rectus *c* eſt. Ergo etiam P D M rectus eſt. Rurſum quia *d* E G æquidiſtat A C; angulus externus P E G interno P D M *e* æqualis eſt. Cùm ergo P D M oſtenſus ſit rectus; etiam P E G rectus eſt. Deinde, quia P N, A C ſunt *f* parallelæ, & angulus P D M oſtenſus eſt rectus; etiam D P N *g* rectus erit. Pari modo oſtendam angulos G & N eſſe rectos. Areola igitur E B N G rectangula eſt. Ulteriùs quia P N & E G parallelæ *h* ſunt ad A C, erunt inter ſe *i* parallelæ; & quia N G, P E ſunt parallelæ ad A B, erunt & parallelæ inter ſe. Ergo E P N G eſt *r* parallelogrammum; eodem modo oſtendemus areolas D G, F P, & reliquas omnes eſſe parallelogramma. Ergo *l* E G æqualis eſt D M; & P E æqualis Q F. Sed D M, Q F ſunt æquales, ſunt *m* enim ambo unus pes. Ergo etiam E G, E P æquales ſunt. Quare cùm EPNG ſit parallelogrammum, patet omnia *n* ejus latera eſſe æqualia. Oſtendi verò etiam omnes ejus angulos eſſe rectos. Areola igitur E P N G quadratum eſt, & quidem unius pedis, cùm oſtenderim E G æquari ipſi D M, quæ ex hyp. unus pes eſt. Eâdem ratione oſtendetur omnes reliquas areolas eſſe quadrata pedalia, ſive pedes quadratos.

l *per 34. l. 1.*
m *hyp.*
n *per 34. lib. 1.*

Reliquum eſt ut demonſtremus in tot areolas ſubdiviſam eſſe ſuperficiem A L, quantus eſt numerus, qui fit ex numeris laterum A C, A B inter ſe multiplicatis. Manifeſtum eſt aream A L tot continere oblonga quadrangula A I, F S, Q L, quot ſunt pedes in latere A B. Atqui iſta oblonga tot continent pedes quadratos, quot ſunt pedes in latere A C. Ergo tota figura A L tot continet pedes quadratos, ſive in tot pedes quadratos diviſa eſt, quot ſiunt ex numero lateris AB multiplicato per numerum lateris A C.

Conſtat igitur veritas dimenſionis areæ quadrangularis rectæ, quæ fuerat demonſtranda.

*Ex demonſtratione dimenſionis areæ quadrangularis rectæ, demonſtrationes dimenſionum pendent reliquarum omnium figurarum. Unde ea fuit in gratiam diſcentium accurate deducenda. Hæc etiam cauſa fuit, cur a quadrangulo potius, quam a triangulo initium duxerimus metiendi.*

### *Corollaria.*

1. Quot milites ſtare poſſunt in campo quadrato unius Belgici milliaris, dato ſingulis paſſu quadrato?

Milliare Belgicum, ſive horarium, continet 18000 pedum Rhynlandicorum, quæ ducta in ſe efficiunt 324000000 pedum quadratorum pro areâ quadrati milliaris Belgici, quæ ſi dividantur per 25 (tot enim pedes quadratos continet quadratus paſſus: nam unus paſſus facit 5 pedes, qui ducti in ſe faciunt 25 pedes quadratos pro uno paſſu quadrato) proveniunt 12960000 paſſuum quadratorum, hoc eſt 12 milliones & 960 millia pro numero quæſito. Tot igitur ſtare poterunt in quadrato milliari Belgicô ſingulis quadratum paſſum occupantibus.

2. Eſt area recta quadrangula, longa pedes 160, lata 70. quot ea homines capiet, 4 pedibus quadratis in ſingulos aſſignatis?

Duc areæ latera 160 & 70 in ſe mutuò proveniunt pedes quadrati 11200 pro areâ propoſitâ: quibus diviſis per 4, proveniunt 2800. pro numero hominum quæſito.

3. Pavimentum offertur porticus alicujus, & lapis quadratus datur. Quot quadratis lapidibus dato æqualibus opus eſt, ut pavimentum ſternatur?

Experire quot lapides juxta ſe poſiti expleant longitudinem porticus, quot latitudinem. Hi lapidum numeri per invicem multiplicati dabunt numerum eorum, qui requiruntur, ut pavimentum totum ſternatur.

4. Pavimentum alicujus porticus ſtratum eſt lapidibus quadratis. Petitur numerus lapidum. *Fig. 14.*

Inquire quot lapides ſint in duobus lateribus contiguis A B, A C. In A C ſint 500, in A B 50: hi numeri per invicem multiplicati producunt 25000, numerum quæſitum lapidum dato pavimento contentorum.

### *Scholium.*

*Quoniam 3 & 4 Corollario attigi quædam de quadratis lapidibus pavimenti, juvat aliquid his affine, nec ſcitu injucundum attexere.*

*Dantur quadrata areæ bina, quarum altera alterius dupla eſt. Petuntur æquales quadrati lapides quibus utraque ſternatur præcisè. Fruſtra hîc ſe torqueat Architectus Matheſeos imperitus: quod enim quærit, nunquam inveniet, cùm quæſitum impoſſibile ſit, quoſcumque æquales lapides aſſumpſerit, ſive magnos, ſive quantumvis parvos. Neque ſolùm, id erit verum, ſi areæ ſint, altera alterius dupla; verùm etiam ſi tripla, aut quintupla, vel univerſim*

 eam

*eam inter ſe proportionem habeant, quam aliquis numerus primus ad numerum primum.*

*Demonſtratio pendet ex theoremate* 2, Arithmeticæ noſtræ lib. 5. cap. 7. *Nam ſi dua quadrata area, habentes eam inter ſe proportionem, quam* 2 *ad* 1, *aut quam aliquis numerus primus habet ad alium primum, lapidibus quadratis æqualibus ſtrata eſſent præciſè tota: manifeſtum eſt ipſos lapidum numeros areas tegentium etiam fore quadratos numeros: ac proinde quadrati dabuntur numeri, qui ſint inter ſe ut* 2 *ad* 1, *ſive ut primus numerus ad primum numerum. Atqui inter duos quadratos quoſcumque dari* q *poteſt medius proportionalis. Ergo etiam inter* 2 *&* 1, *aut inter duos alios primos numeros dari poterit medius proportionalis, quod fieri non poſſe theoremate ſuprà citato demonſtravi.*

q per 11. lib. 8.

## PROBLEMA II.

### Aream cujuſvis parallelogrammi invenire.

Fig. 16. Omnis parallelogrammi area producitur ex altitudine in baſim ducta.

Detur parallelogrammum ABCD, cujus magnitudinem oporteat invenire. Inter duo ejus latera, ubi id commodiùs fuerit, deſignetur *a* perpendicularis GN; & tam illa, quàm latus AD, in quod perpendicularis cadit, menſurentur. Numeri menſurarum in GN, & AD reperti per invicem multiplicati, dabunt numerum menſurarum quadratarum quibus æquale eſt parallelogrammum ABCD.

a per probl. 1. c. 10.

*Exemplum.* Altitudo GN reperta ſit pedum 10, AD baſis pedum 40. Duc 10 in 40: provenient 400 pedes quadrati, quibus area parallelogrammi AC æqualis eſt.

*Demonſtratio.* Ducatur ex A & D perpendiculares AE, DF. Quadrangulum rectum AEFD producitur ex multiplicatione ipſius EA; hoc eſt GN, in AD. Atqui AEFD *b* æquale eſt ipſi ABCD. Ergo etiam ABCD producitur ex multiplicatione ipſius GN in AD. Quod erat demonſtrandum.

b per 35. lib. 1.

Qui hæret in terminis, conſulat definitionem poſitam ante *Probl.* 1. Quod etiam erit in alijs hujus generis demonſtrationibus factitandum.

¶ Quando area parallelogrammi ob lacus, arbores vel alia obſtacula invervia eſt; ac proinde in eâ perpendicularis deſignari & menſurari nequit, confugiendum erit ad *Problema* 8. *hujus capitis.*

### *Scholium.*

**Occurrendum hîc eſt dubitationi Tyronum ſatis ordinariæ. Parallelogrammum obliquum ABCD, (& idem eſt de alijs figuris), nequit reſolvi in quadrata, ſic ut eo ſibi mutuò oppoſita obliquum parallelogrammum præciſè expleant, eiq; commenſurentur & congruant, ut vidimus in quadrangulo recto Problemate præcedenti. Qui ergo iſtud parallelogrammum poteſt menſurari per quadrata ex. gr. pedalia & certo talium quadratorum numero eſſe æquale? Eſt quidem illa hallucinatio valdè craſſa; ſed tamen, ut dixi, Tyronibus familiaris. Sciant igitur illi tam ſuperficies quàm corpora æquari inter ſe poſſe, licet ſint diſſimilia, ac proinde unum alteri nequeat congruere, ut ex totâ paſſim Geometriâ patet. Sic* propoſ. 42. lib. 1. *exhibetur triangulo æquale parallelogrammum, &* prop. 45. *parallelogrammum æquale cuivis alteri figuræ rectilineæ. Congruentia igitur ad æqualitatem non requiritur præterquam in rectis lineis & angulis rectilineis, in quibus hæc ab illâ inſeparabilis eſt.*

## PROBLEMA III.

### Aream quadranguli habentis duo inæqualia latera parallela, invenire.

Talis quadranguli area producitur ex dimidiâ ſummâ parallelorum laterum in altitudinem. Fig. 17.

Eſto quadrangulum ABCD, habens parallela latera inæqualia AD, BC. Inter hæc deſigna *a* perpendicularem KL, & tam hanc, quàm ipſa latera parallela metire, multiplica deinde perpendicularem KL, per dimidiam ſummam parallelorum laterum BC, AD. Provenient menſuræ quadratæ, quibus quadrangulum ABCD eſt æquale.

a per probl. 1. cap. 10.

*Exemplum.* Perpendicularis ſeu altitudo KL reperta ſit pedum 20, ſumma laterum parallelorum BC, AD, 60: cujus dimidium eſt 30. Duc 20 in 30; provenient 600 pedes quadrati quibus area ABCD æqualis eſt.

*Demonſtratio*, ſeca biſariam latera AB, DC in punctis O & P, per quæ duc ad AD, perpendiculares, quæ ipſi BC productæ occurrant in E & G. In triangulis OEB, OFA anguli *b* alterni E & F; itemque anguli ad *c* verticem O æquales ſunt: & latera BO, AO *d* æquantur. Ergo *e* etiam tota triangula & latera EB, AF æqualia ſunt. Eodem modo oſtendam æqualia eſſe triangula PGC, PND, & latera CG, ND. Ergo

b per 27. l. 1. c per 15. l. 1. d per conſt. e per 26. l. 1.

EG Æ BC
AF
ND

Quare ſi utrimque addatur FN, erunt

EG Æ BC
FN AF
ND
FN

hoc

hoc eſt E G, F N æquatur ipſis B C, A D. Ergo
*e per 34. lib. 1.* cùm E G, F N æquales *e* ſint; erit una ex duabus, nempè F N dimidia ſummæ ipſarum B C, C D. Deinde quia triangulo O E B, P G C oſtenſa ſunt æqualia triangulis O F A, P N D; ſi utrimque addatur
*f per prob. 1.* planum FOBCPN, erit FEGN æquale ipſi ABCD. Atqui F E G N; quia rectangulum eſt, producitur *f* ex E F; hoc eſt K L, ductâ in F N. Ergo etiam A B C D producitur ex K L ductâ in F N, quam oſtendi eſſe dimidiam ſummam laterum parallelorum. Liquet ergo quæſitum.

*Si area A B C D inpervia eſt, menſurabitur infrà*
*g probl. 8.* *Problemate g univerſali, ad quod etiam referenda erit reliquorum irregularium quadrangulorum dimenſio.*

## PROBLEMA IV.

### Metiri aream triangularem quæ pervia ſit.

*Fig. 18, 19.* CUjuſvis trianguli area producitur ex ſemiſſe altitudinis ductâ in baſim, ſive ex altitudine totâ ductâ in ſemiſſem baſis.

Detur triangulum A B C, cujus oporteat capacitatem invenire. Ex quovis angulo, putà ex B, de-
*a per prob. 2. c. 10.* ſignetur *a* perpendicularis B D in latus oppoſitum, quod Baſim voco, ſive ea cadat intra triangulum (ut in Fig. 18) ſive extra in latus productum (ut in Fig. 19.) commodiùs erit, ſi cadat intra. Menſuretur deinde tam perpendicularis B D, quàm baſis A C; & per invicem multiplicentur. Semiſſis producti exhibet quadratas menſuras, quibus area trianguli æqualis eſt.

Vel dimidia altitudo B D ducatur in baſim A C; aut tota altitudo B D in baſis A C ſemiſſem. Provenient utrobique menſuræ quadratæ trianguli dati.

*Exemplum.* B D reperta ſit pedum 14, A C, 20. Duc 14 in 20. Fiunt pedes 280, cujus producti ſemiſſis 140 exhibet pedes quadratos, quibus triangulum datum æquale eſt. Vel ex altitudine pedum 14 ſume dimidium 7, & duc in baſim 20. Proveniunt item 140 pedes quadrati pro areâ trianguli. Vel ex baſi pedum 20 accipe ſemiſſem, 10, & duc in altitudinem totam 14. Provenient rurſum 140 quadrati pedes pro areâ quæſitâ.

*Demonſtratio.* Fiat parallelogrammum A N O C ejuſdem cum triangulo A B C altitudinis B D, & ſuper eâdem baſi A C. Per *prop. 41. lib. 1.* triangulum A B C dimidium eſt parallelogrammi A N O C. Atqui area parallelogrammi producitur ex altitudine B D ductâ in baſim A C. Ergo area trianguli eſt iſtius producti dimidia, ſive producitur ex dimidiâ altitudine B D ductâ in baſim A C; quod erat demonſtrandum.

#### *Corollarium 1.*

*Fig. 21.* Area trianguli rectanguli habetur; ſi duo latera A B, A C angulum rectum continentia ducantur in invicem, & producti ſumatur dimidium. Ratio eſt, quia latus utrumlibet recto adjacens eſt altitudo trianguli, reliquum baſis.

#### *Corollarium 2.*

*Fig. 20.* Ex angulis ſingulis trianguli in latera oppoſita ducantur perpendiculares A E, B D, C F, quæ in ſua quæque latera ducantur. Semiſſis cujuſlibet horum trium productorum exhibet aream trianguli. Patet ex demonſtratione jam allatâ.

## PROBLEMA V.

### Aream trianguli inperviam invenire.

EX præcedenti patet ad dimenſionem trianguli opus eſſe, ut notum ſit latus unum unà cum perpendiculari in illud cadente ex oppoſito angulo. At quando trianguli area eſt inpervia, non poteſt in eo perpendicularis deſignari, & perticâ menſurari. Tunc igitur ea erit Geometricè indaganda, menſuratis primùm omnibus trianguli lateribus, quod fieri poteſt licet area ipſa inpervia ſit. Geometrica porrò perpendicularis inventio traditur *prob. 6. cap. 3* & adhuc aliter in Scholio *prop. 13. lib. 2.*

## PROBLEMA VI.

### Aream triangularem inperviam ſine perpendicularis adminiculo, ex ſolis notis lateribus indagare.

A Dimidiâ laterum ſummâ aufer ſingula latera; Tria reſidua quovis ordine inter ſe multiplica. Productum multiplica per dimidiam laterum ſummam. Producti ultimi radix quadrata dabit aream trianguli.

*Exemplum.* Detur triangulum B A C, cujus latus *Fig. 23.*
B A ſit pedum 45, A C 25, C B 40. Ergo ſumma laterum eſt 110, & ſummæ dimidium 55.

Ab hac dimidiâ laterum ſummâ 55, aufer ſingula latera: eruntque reſidua tria 10, 30, 15.

Hæc reſidua quovis ordine inter ſe multiplica (ſemper enim eumdem produci numerum demonſtravi *a* in *Scholio prop. 19. lib. 8*, qui mihi ſecundus *a vide Arithm. noſtram.*
eſt): proveniunt 4500.

4500 multiplica per 55, dimidiam laterum ſummam. Proveniunt 247500.

Hujus producti ultimi 247500 radix quadrata 497 pedes quadratos triangularis areæ exhibebit.

*Demonſtratio hujus Praxeos, pulchra & ſubtilis eſt, ſed prolixior, quàm ut à ſtudioſis nondum ſatis exercitatis facilè intelligatur. Minuetur difficultas, ſi in plura eam quaſi Theoremata, ſive partes diviſam proponamus.*

#### *Demonſtratio.*

#### I.

Trianguli A B C angulos B, & C biſecent rectæ *Fig. 22.*
B D, C D, concurrentes in D: & ex C ducantur ad ſingula latera normales D E, D F, D G.

Dico A E, E B, G C tres eſſe differentias inter latera trianguli ſingula, & ſemiſſem ſummæ laterum.

*Demonſtratio.* Junge A D. Ex hyp. anguli ad B ſunt pares; & B E D, B G D recti: latus autem B D
commune. Ergo *a* E D, D G ſunt æquales. Pari mo- *a Per 26. lib. 1.*
do æquantur F D, D G. Ergo & E D, F D, adeoque & quadrata E D, F D æquantur. Similiter per *prop. 26. lib. 1.* E B ipſi G B; & F C ipſi G C æqualis eſt. Quoniam verò quadratum A D per *prop. 47. lib. 1.* æquatur tam quadratis A E, E D, quàm A F, D F; erunt quadrata A E, E D, æqualia quadratis A F, F D: Demptiſque æqualibus E D, F D, reliqua A E, A F, adeoque & rectæ A F, A E æquantur. Quoniam igitur A E ipſi A F; & E B ipſi B G,

&

& F C ipſi G C oſtenſæ ſunt æquales; erunt A E, E B, G C; hoc eſt A B & G C æquales ipſis AF, B G, F C; hoc eſt ipſis A C, B G. Ergo tam A B cum G C, quàm A C cum B G, ſemiſſis eſt ſummæ laterum. Eodem modo oſtendam B C cum A F ſemiſſem eſſe laterum trianguli. Lateris ergo A B, & ſemiſſeos A B. G C differentia eſt G C: item lateris A C, ac ſemiſſeos A C, B G, differentia eſt B G, ſive B E: lateris demùm B C, ac ſemiſſeos B C, A F, differentia eſt A F, ſive A E. Differentiæ igitur inter ſemiſſem laterum trianguli, & ſingula latera ſunt A E, E B, G C: quod erat demonſtrandum.

## I I.

*Fig.* 22. Ijſdem poſitis: ex A B productâ ſume B H æqualem C G, quæ eſt una differentiarum, & ex H ducta normalis H K occurrat A D productæ in K.

Dico D E eſſe ad E B, ut B H, ſeu G C, ac H K.

*Demonſtratio.* Fiat B L par ipſi G C, ſeu B H; jungaturque K L: & ex A H, A C productis ſume H M, C I pares B G: junge demum B K. Oſtendi in demonſtratione præcedenti tam A B cum G C, hoc eſt cum B H, quàm A C cum B G, hoc eſt cum C I, ſemiſſem eſſe laterum trianguli. Ergo A H, A I æquantur, & latus A K commune eſt: anguli quoque *b per 8.l.1.* *c per 4.1.* ad *b* A ſunt pares, cùm oſtenſum ſit in præced. A E, E D, D A, æquari A F, F D, D A. Ergo H K par *c* eſt K I, & angulus A H K par angulo A I K. In triangulis igitur M H K, C I K; cùm etiam M H, C I ex *d per eamdem.* conſtr. ſint pares; *d* æquantur M K, K C. Quare cùm in triangulis M B K, C B K, ex conſtr. B M *e* ipſi *e per conſt.* B C; & M K ipſi K C; & B K ſibi ipſi, æqualia ſint; *f per 8.l.1.* anguli M B K *f*, C B K æquantur. Quia igitur in *g per 4.l.1.* triangulis H B K, L B K etiam latera H B, B K æquantur lateribus L B, B K; anguli *g* H K B, L K B: item K H B, K L B æquantur. Ergo cùm K H B ſit rectus ex conſt. erit & K L B rectus. Sed quadrila- *h per theo. 1. ſcho. poſt 32.l.1.* teri H B L K, 4 anguli faciunt 4 *h* rectos. Ergo quia H & L ſunt duo recti; facient H B L, H K L duos rectos. adeóque æquales anguli HBL, ABL. Dempto igitur communi H B L, reliqui H K L, A B L; ac proinde & E B D, H K B eorum ex hypotheſi & Demonſtratione dimidij, æquantur. Atqui etiam B E D, B H K ex hypotheſi ſunt recti, adeóque pares. Triangula ergo D E B, B H K æquiangula ſunt. *n per 4.l.6.* Ergo *n* ut D E eſt ad E B, ſic B H ad H K. Quod erat demonſtrandum.

## I I I.

*Fig.* 22. Ijſdem poſitis; concipiantur differentiæ AE, EB, G C, ſive B H, nec non & D E ſectæ eſſe in partes æquales ejuſdem menſuræ ex. gr. in Pedes; ac proinde concipiantur jam non ut lineæ, ſed ut numeri. Dico productum differentiarum A E, E B, B H, inter ſe multiplicatarum æquari quadrato ipſius D E ducto in A H;

*Demonſtratio.* Quoniam *m* D E eſt ad E B, ut B H *m oſtendi num præc.* ad H K; erit productum numerorum E D, H K, æquale producto differentiarum E B, B H. Ergo quadratus ipſius E D ad productum utrumque eodem modo ſe habet. Sed quadratus D E ad productum *r Per 1. lib. 6.* ex E D in H K *r* eſt ut E D ad H K. Ergo quadratus D E ad productum ex E B in B H, etiam eſt ut D E ad H K, hoc eſt (quoniam æquidiſtant E D, H K) ut *o Per 4. lib. 6.* AE ad *o* A H. Quoniam igitur eſt

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ut | quadratus ipſius D E | Ad | productum differentiarum E B, B H, |
| Ita | numerus A E | Ad | numerum A H |

erit quadratus ipſius D E ductus in A H par producto differentiarum E B, B H ducto in differentiam A E; hoc eſt, tribus differentijs A E, E B, B H inter ſe multiplicatis. Tres enim numeri *p* quomodocumque inter ſe multiplicati, idem produeunt. Patet ergo propoſitum. *p Demonſtravi ad p.19.l.8.*

## I V.

Ijſdem poſitis: productum differentiarum A E, E B, B H inter ſe multiplicatarum ductum in (AH) ſemiſſem laterum trianguli æquatur producto quadrati D E, multiplieati in quadratum ejuſdem ſemiſſeos laterum (A H). *Fig.* 22.

*Demonſtratio.* Per *num.* 3. productum differentiarum ſe mutuò multiplicantium æquatur producto ex quadrato D E & ſemiſſe A H. Ergo productum differentiarum ſe mutuo multiplicantium, ductum in A H æquatur producto ex quadrato D E & A H ducto in A H. Sed productum ex quadraro D E & A H ductum in A H, æquatur quadrato D E ducto in quadratum A H, ut patet ex Scholio *pag.* 19. 8. Ergo productum differentiarum in ſe mutuo ductarum, æquatur quadrato ipſius D E ducto in quadratum A H. Quod erat demonſtrandum.

## V.

Duo numeri A, B ſe mutuo multiplicantes faciant numerum D: & eorum quadrati ſint C & F. Dico, ſi C & F ſe mutuo multiplicantes producant N, hunc eſſe quadratum numeri D. *Fig.* 24.

*Demonſtratio.* Cùm A multiplicans ſeipſum, & B gignat C & D; erit (per *prop.* 17. *lib.* 7) ut A ad B, ſic C ad D. Item cùm B multiplicans ſe & A producat D & F; erit ut A ad B, (hoc eſt C ad D) ſic D ad F. Sunt ergo C, D, F in continuâ proportione. Ergo N productum quadratorum C, F, æquatur quadrato ipſius D.

## V I.

Ijſdem poſitis quæ *num.* 2.3.4: Dico: Radix quadrata numeri, qui fit ex producto differentiarum ſe invicem multiplicantium ducto in ſemiſſem laterum trianguli, exhibet aream trianguli in quadratis partium, ſecundùm quas latera ſunt nota. *Fig.* 22.

*Demonſtratio.* Triangulum *a* A D B producitur *a per prob. 4.* ex normali D E ductâ in ſemiſſem ipſius A B. Pari modo quoniam normales D E, D G, D F oſtenſæ *b* *b num. 1.* ſunt pares, triangula B C D, C D A, producuntur ex normali D E ductâ in ſemiſſes ipſarum B C, C A. Tota ergo area trianguli A B C producitur ex D E in ſemiſſem laterum omnium, id eſt in A H, ductâ. Ergo per *num.* 5. quadrati ipſorum D E & A H, inter ſe multiplicati producunt numerum quadratum areæ triangularis A B C. Atqui per *num.* 4. productum differentiarum A E, E B, B H, ſeu G C inter ſe multiplicatarum, ductum in A H ſemiſſem laterum. æquatur producto quadratorum D E, A H. Ergo productum differentiarum ductum in ſemiſſem laterum trianguli gignit quadratum numerum areæ triangularis A B C. Ergo radix ejus quadrata dabit aream trianguli in quadratis, nempe partium lateralium: quod erat demonſtrandum.

PRO.

## PROBLEMA VII.

### Aream ſuperficiei irregularis multangulæ cujuſcumque, quæ pervia ſit, invenire.

Reſolvenda eſt area in triangula vel quadrangula hactenùs menſurata.

#### *Modus I.*

Intra aream menſurandam deſignetur linea, quæ
Fig. 25. poteſt longiſſima B Q, ad quam ex omnibus angulis
a per prob. 2. cap. 10. deſignentur *a* perpendiculares, quæ locum datum ſecabunt in quadrangula, quorum duo ſint parallela latera, & in triangula rectangula. Metire ſingula per problemata 3 & 4. Summa ex omnibus collecta dabit aream quæſitam.

#### *Modus II.*

Fig. 26. Areæ menſurandæ rectangulum inſcribe, quàm potes maximum A B C D, aut certè quadrangulum maximum bina habens latera parallela. Spatia reſidua reſolve in triangula, &, ſi opus eſt, in quadrangula. Metire ſingula per *prob. 1.* 3. 4. Summa ex omnibus collecta aream quæſitam exhibebit.

#### *Modus III.*

Locum datum reſolve in ſola triangula, quæ me-
Fig. 27. tire ſingula per *prob.* 4. Omnium ſumma dat aream incognitam.

*Modus I. eſt ceteris commodior, quia non cogimur campum ſæpius obire. Ab hoc placet ſecundus. Tertius crebrâ diſcurſatione moleſtior.*

#### Scholium.

*Si area pars aliqua ſit curvilinea, inſcribe illi triangula & quadrangula, donec reſiduum curvilineum æſtimari non debeat.*

## PROBLEMA VIII.

### Aream inperviam ſuperficiei multangulæ irregularis invenire.

Varij modi ſunt: breviter recenſebo duos præcipuos.

#### *Modus I.*

Metire omnes loci dati *a* angulos (ſive interni ſint,
Fig. 27. 28. ſive externi, ut A) & omnia latera, quæ inter ſuos
a per prob. 4. c. 10. quæque angulos, quibus interjacent, ſcribe. Tum locum totum rectis ab uno angulo A, ad reliquos angulos mente deſignatis, in triangula partire. Expediet
b per prob. 10. c. 10. autem rudem *b* loci iehnographiam (nam exacta hîc non requiritur) in charta deſcribere A B C D E F G, annotatâ juxta angulos & latera ſingulorum quantitate, eamque, ut jam dixi, in triangula M, S, X, Z, N diſtribuere. Singula deinde triangula metienda hunc in modum.

In triangulo M quia dantur angulus G & latera
c per prob. 10. c. 3. eum continentia A G, G F; ex his *c* reperietur latus A F, unà cum angulo O, qui ad ſolutionem ſequentis trianguli reſervatur. Quoniam igitur nota ſunt omnia latera trianguli M, id menſurabitur per prob. 5 vel 6. Eadem erit trianguli N dimenſio. Intermedia triangula ſic metiemur. Quia notus eſt totus angulus F, & pars ejus O ſuprà facta eſt nota, etiam reliquus Q notus erit. Quoniam igitur in triangulo S nota ſunt latera E F ex hyp. & A F ex inventione ſuprà, notum angulum Q continentia, ex his *d* re- d per idem.
perietur latus tertium E A; ac proinde area trianguli S innoteſcet per prob. 5 vel 6. ac ſimili planè modo menſurabuntur triangula reliqua intermedia, X, Z. Colligantur tandem in unam ſummam ſingulorum triangulorum areæ jam inventæ, & prodibit area figuræ totius.

Rectas figuram datam partientes duxi ab uno omnes angulo, quia id erat ordinatiùs, non quia neceſſarium: & poteſt ea eſſe loci figura, ut debeant duci à diverſis. Tum verò ferè ſimilis eſt ſolutio triangulorum ex problemate rurſum 10 vel 11.

#### *Modus II.*

Loco menſurando ABCDEFG, circumſcribe Fig. 29. 30.
rectangulum I K L M: cujus exceſſum ſuprà aream, quæ metienda eſt, partire vel in triangula, vel in quadrangula, quæ bina habeant parallela latera, vel mixtim in ſimul utraque. Deinde metire totum rectangulum per probl. 1, & exceſſum ejus in triangula ac quadrangula reſolutum, per prob. 3 & 4. Menſuras quadratas in exceſſu repertas auſer à menſuris quadratis repertis in rectangulo. Menſuræ quadratæ reſiduæ debentur areæ quæſitæ inperviæ.

*Modus primus ſecundo præſtat.*

#### Scholium.

*Ex hactenus conſtructis & demonſtratis habetur agrorum quorumcumque dimenſio: quam multi dum exemplis adductis ſibi videntur illuſtrare, ob ingentem farraginem numerorum obſcurant potius & intricant: numeri enim quamvis in ipſo opere menſionis evitari non poſſint; ad docendum tamen majori hic impendio, quàm uſu adferuntur.*

*Vtrum inventio angulorum per inſtrumentum, ſit exacta, ita ſi omnes ſint interni, certò cognoſces: omnes angulos inventos collige in unam ſummam. Si eo non præcisè conficiat bis tot rectos demptis quatuor, quot latera habet figura menſuranda, anguli non erunt exactè inventi. Patet ex Theoremate* 2. Scholij *poſt* prop. 32. lib. 1.

## PROBLEMA IX.

### Aream cujuſlibet figuræ regularis invenire.

Figuram regularem datam referat B C D E F G:
centrum ſit A: radij ex centro ad angulos ducti Fig. 31.
A C, A B &c. Perpendicularis ex centro ad latus unum A O. Opus ita inſtitue.

Metire unum latus figuræ, C B. Erit C O ſemiſſis
*a* ipſius C B etiam nota. Quia in triangulo rectan- a Per 3. lib. 3.
gulo A O C notum eſt latus C O, & acutus A C O (eſt

b *per prob.* 3. *c.* 3. c *per prob.* 4 *c.* 11. (eſt enim ſemiſſis anguli D C B, qui repertus eſt *prob.* 6. *cap.* 10.) ex his *b* invenietur A O perpendicularis: quæ ducta in C O, dabit *c* aream trianguli C A B. Hæc toties ſumpta quot ſunt figuræ latera, dabit aream figuræ totius.

*Exemplum.* Datum ſit ſexangulum ordinatum, cujus latus C B repertum ſit pedum 20, ſemiſſis C O, d *Per prob.* 6. *c.* 10. 10. Angulus D C B eſt *d* grad. 120, adeoque A C O e *Per prob.* 3. *c.* 3. grad. 60. Ex latere C O pedum 10, & acuto A C O grad. 60, reperitur *e* A O pedum 20: quibus ductis in C O 10, proveniunt pedes quadrati 200 pro areâ f *Per prob.* 4 *c.* 11. trianguli *f* C A B. Hæc ſexies ſumpta exhibet pedes quadratos 1200, quibus ſexanguli dati area æqualis eſt.

Demonſtrandum eſt, angulum A C O eſſe ſemiſſem anguli D C B, & figuram totam reſolvi in tot æqualia triangula, quot ſunt figuræ latera: cætera enim ex conſtructione patent. Quia triangula CAB, l *Per* 8.1. CAD ſibi mutuo æquilatera ſunt, erit *l* angulus ACB par angulo A C D (quod erat primum); & triangum *Per eand.* lum *m* C A B æquale triangulo H. Eodem modo erit H ipſi I, & I ipſi K, & K ipſi L, & L ipſi M, & M ipſi demùm C A B æquale. Quare omnia triangula dicta inter ſe æqualia ſunt: quod erat alterum.

## PROBLEMA X.

### Quæ ſit proportio inter latera regularium figurarum eidem circulo inſcriptarum, indagare.

*Fig.* 31. ID obtinebimus, ſi cujuſlibet figuræ latus in partibus radij inveniatur.

Eſto figuræ cujuſvis ordinatæ latus C B. Ex centro ducatur ad C radius A C (qui ponatur eſſe 100000) & perpendicularis A O. Angulus centri a *Patet ex* 8.1. C A B datur per *prob.* 6. *cap.* 10. Hujus ſemiſſis *a* eſt b *Per def.* 6. *c.* 3. O A C. Ergo etiam O A C datur. Ergo & ſinus ejus, qui eſt *b* O C; ac proinde ſcitur quot partium ſit C O (adeoque & ejus dupla C B) quarum radius A C eſt 100000.

Hoc artificio confecta eſt tabella hic adjecta, quæ exhibet 9 primarum figurarum latera in partibus radij 10000000.

| Radius | 10000000 |
|---|---|
| III | 17320508 |
| IV | 14142135 |
| V | 11755705 |
| VI | 10000000 |
| VII | 8677674 |
| VIII | 7653668 |
| IX | 6840402 |
| X | 6180339 |
| XI | 5634651 |
| XII | 5176380 |

Ludolphus ſupputavit latera polygonorum uſque ad 81-angulum, in partibus radij 100000, 00000, 00000; ex quo hæc tabella deſumpta eſt numeris decurtatis.

## PROBLEMA XI.

### Quæ ſit proportio inter areas figurarum regularium eidem circulo inſcriptarum invenire.

ASſequemur propoſitum, ſi areæ ſingularum reperiantur in quadratis partium radij.

Figuræ ordinatæ cujuſlibet latus eſto C B, & ſit *Fig.* 31. radius A C, perpendicularis è centro A O. In triangulo rectangulo X, angulus A C O eſt notus: eſt enim *c* ſemiſſis anguli D C B, qui datur per *prob.* 6. *c.* 10. c *Patet ex* 8.1. hujus A O *d* eſt ſinus; ac proinde ſcitur quot AO par- d *Per def.* 6. *c.* 3. tium ſit, quarum radius A C eſt ex. gr. 10000000 ſed & C O in iiſdem radij partibus nota ex *problemate præcedenti*. Ergo A O nota in radij partibus ducta in C O ſemiſſem lateris C B, etiam notam in partibus iiſdem radij, dabit aream trianguli C A B in quadratis earumdem radij partium: quæ toties ſumpta quot ſunt figuræ latera, exhibebit in iiſdem quadratis partium radij, aream figuræ totius.

Inventâ hoc modo ſingularum figurarum magnitudine, manifeſta eſt earumdem inter ſe proportio.

# CAPUT XII.

## Circuli dimenſio & quadratura veræ propinqua.

## PROBLEMA I.

### Proportionem circumferentiæ ad diametrum tam propinquam veræ, quàm libuerit, invenire.

RAtionem circumferentiæ ad diametrum numeris exprimere primus ex omnibus Archimedes aggreſſus eſt. Inſcripſit ille circulo polygonum ordinatum 96 laterum, atque alium huic ſimile circumſcripſit: demonſtravit deinde perimetrum circumſcripti continere minùs quàm diametros $3\frac{1}{7}$, ſive $3\frac{10}{70}$; ambitum verò inſcripti continere plus quàm diametros $3\frac{10}{71}$. Atque inde conclusit etiam circuli circumferentiam, quæ ambitu circumſcripti ſibi polygoni minor eſt, inſcripti verò major, continere minùs quàm diametros $3\frac{1}{7}$, ſeu, $3\frac{10}{70}$ plus verò quàm $3\frac{10}{71}$; ac proinde rationem circumferentiæ ad diametrum minorem eſſe quàm 22 ad 7; majorem verò quàm 223 ad 71; hoc eſt minorem quàm 1562 ad 497, majorem autem quàm 1561 ad 497.

| | |
|---|---|
| Poſitâ igitur diametro | 497. |
| erit circumferentia major verâ | 1562. |
| & circumferentia minor verâ | 1561. |

Quare cùm circumferentiæ hunc in modum inventæ differant inter ſe tantùm $\frac{1}{497}$ parte diametri; different à circumferentiâ verâ inter ipſas media minùs quàm $\frac{1}{497}$ diametri parte.

*Modus appropinquandi.*

Quod verò ad modum attinet, quo ex polygonorum inſcriptorum & conſcriptorum collatione ad veram circumferentiæ cum diametro proportionem appropinquari in infinitum poteſt, is prout ab Archimede

mede inſtituitur, exactus quidem eſt & certus, ſed operoſior aliquantò & implicatior. Quare alium aſſeram magis expeditum, qui omnis ab hoc uno problemate deducatur: *dato ſinu alicujus arcus, ſinum ſemiſſeos ejuſdem arcus invenire*: cujus conſtructionem tradidi poriſmate 2. *cap.* 2. Ita ergo ratiocinabimur.

*Fig.* 32. Inſcriptum circulo ſit latus hexagoni ordinati *cf* ſubtendens arcum *cbf* grad. 60, quod in *o* perpendiculariter ſecet diameter *ſab*. Erit ergo tam *a* recta *cf*, quàm *b* arcus *cbf* biſectus, hæc in *o*, ille in *b*; ac proinde *co* ſemiſſis lateris hexagonici *cf*, eſt ſinus arcus *cb*, qui eſt grad. 30. cùm ſit ſemiſſis arcus *cbf* grad. 60. Quoniam igitur latus hexagoni ordinati circulo inſcripti æquale *d* ſemidiametro eſt; poſitâ ſemidiametro partium 100000, erit lateris hexagonici ſemiſſis *co*, nempè ſinus grad. 30, earumdem partium 50000.

*a* 3. 3. *b* 30. 3. *d* 15. 4.

Ex ſinu grad. 30 jam invento, reperietur *li* ſinus *e* ſemiſſeos, nempè grad. 15: & ex ſinu grad. 15 reperietur *f* ſinus grad. 7. 30′: ex hoc verò ſinus grad. 3. 45′; ex illo autem ſinus grad. 1. 52′. 30″, qui eſt 3271905. Atque ita initio facto ab ſinu grad. 30, ſinus omnes per biſectiones continuas procedendo in infinitum. reperientur in partibus ſemidiametri.

*e per poriſ. 2. cap. 2. f per idem.*

Quia porrò *co* ſinus grad. 30, eſt dimidium latus hexagoni, *li* ſinus ex biſectione primâ nempè grad. 15, erit dimidium latus dodecagoni; ſinus autem biſectionis ſecundæ, grad. 7. 30′ erit dimidium latus polygoni 24-anguli; ſinus verò biſectionis tertiæ, grad. 3. 45′, erit dimidium latus 48-anguli; & ſinus biſectionis quartæ, grad. 1. 52′. 30″, erit latus dimidium 96-anguli circulo inſcripti: atque eo deinceps in infinitum proceſſu, ſinus biſectionum omnium reliquarum, erunt latera dimidia polygonorum, quorum uniuſcujuſque numerus angulorum ſive laterum ſemper duplo major eſt, quàm ejus quod ipſum anteceſſit. Quare cùm ſinus prædicti noti jam ſint in partibus ſemidiametri, etiam dimidia latera horum omnium polygonorum in iiſdem ſemidiametri partibus nota erunt.

Quia verò eſt ut dimidium latus alicujus polygoni ad ſemidiametrum, ita totum latus ad totam diametrum, manifeſtum eſt eos ſinus, qui exhibebant latera polygonorum dimidia in partibus ex. gr. 100000 ſemidiametri, exhibere latera integra in partibus æquè multis (100000) totius diametri. Atque eo modo latera integra polygonorum circulo inſcriptorum, 12-anguli, 24-anguli, 48-anguli, 96-anguli, atque ea deinceps in infinitum ſerie reperiuntur in partibus diametri. Quare ſi uniuſcujuſque polygoni latus per denominatorem polygoni multiplicetur, in iiſdem diametri partibus, nota erit perimeter polygoni tota. Cæterùm quò plurium erunt laterum polygona, eò pluribus etiam cyfris taxanda diameter erit: unde ſi uſque ad 96-angulum diameter aſſumpta fuerit 100000, aut 10000000, pro 192-angulo, & ſequentibus deinceps, ea ſtatuetur, 100, 000000, aut 1000, 000000, & ſic deinceps.

Inventâ perimetro inſcripti polygoni, facilè erit perimetrum ſimilis circumſcripti invenire. Cujus enim arcus ſinus eſt dimidium latus (*co*) polygoni inſcripti, ejuſdem tangens eſt (*xb*) dimidium latus polygoni conſcripti: quod proindè per *prob.* 6. *cap.* 2. reperietur in partibus ſemidiametri, ac proinde totum latus *xz* in partibus æquè multis diametri totius: ut, ſi *xb* fuerit partium 2610523, quarum ſemidiameter *ab* eſt 10000000, etiam *xz* erit 2610523, quarum diameter *ſb* eſt 10000000.

### *Proportio vera proxima.*

Hunc itaque in modum biſectione continuâ, creſcente ſemper in duplum numero inſcriptorum conſcriptorumque laterum, ad proportionem veram ſine termino appropinquabitur. Omnium hoc in genere conatus vicit laborioſiſſimus logiſta Ludolphus à Ceulen, qui initio facto à latere quadrati biſectione ſexageſies repetitâ, hos tandem limites aſſecutus eſt:

Diameter

100000, 000000, 000000, 000000, 000000, 000000

Circumferentia minor verâ.

314159, 265358, 979323, 846264, 338327, 950288.

Circumferentia major verâ

314159, 265358, 979323, 846264, 338327, 950289.

differentia utriuſque eſt particula diametri denominata à numero, qui conſtat unitate, & circulis, ſive cyfris 35, cujus ad diametrum proportio minor eſt, quàm unius arenulæ ad orbem terræ. Aſſumpſit porrò Ludolphus pro diametro reſpectu integrorum laterum, unitatem cum 72 circulis; unde circumferentiæ per eam acquiſitæ conſtabant notis 73, ſed omiſſis 37 primis, ſolas 36 poſteriores retinuit. Ex quo apparet quàm accurata proportionis ſuprà traditæ calculatio ſit.

Ad uſum proportionis à Ludolpho inventæ obſerva, diametro ad pauciores circulos taxatæ ex. grad. ad 1, cum cyfris ſex (1000000) reſpondere circumferentiam totidem poſtremis notis expreſſam 3141592, cujus defectus à verâ ſit minor unâ 1000000 diametri, & diametro exiſtente 10,000000, circumferentiam eſſe 31, 415926, cujus defectus ſit minor unâ 10, 000000 diametri, & ſic deinceps.

Quæ quidem ſcienti logiſticam decimalem ſunt manifeſta.

### *Ratio proxima vera in numeris parvis; 355 ad 113.*

Ea traditur ab Adriano Metio; neque alia ulla eſt ad uſum præſtantior, in minimis quippè terminis ad veram accedens quàm maximè. Quarum partium diameter eſt 113, earum eſt circumferentia 355, tam veræ propinqua, ut eam ne unâ quidem ejus quindecim millioneſimâ parte excedat. Poſitâ enim diametro 10, 000000, ſi fiat ut 113 ad 355 ita 10, 000000 ad aliud, proveniet circumferentia 31415929, cujus ſeptem notæ cum Ludolphæa conveniunt, ſola primâ 9 differente binario. Nam circumferentia 31415926, conſtans nimirùm 8 poſtremis notis Ludolphi, eſt minor verâ; quæ enim con-



Digitized by Google

ſtat notis 36, poſtremâ exiſtente, 8, eſt minor verâ. Atqui 2 eſt numeri 31415926 pars minor parte denominatâ à numero 15707963, ut dividendo patet. Ergo à fortiori, 2 eſt veræ circumferentiæ pars minor, quàm denominata à numero 15707963; hoc eſt multò minor quàm una quindecim-millioneſima veræ circumferentiæ, ſeu una quinquemillioneſima diametri pars.

## PROBLEMA II.

### Ad proportionem veræ proximam circumferentiæ cum diametro jam inventam, aliâ viâ breviori pervenire.

Diligenter & eruditè in Cyclometrico ſuo hoc argumentum tractavit Willebrordus Snellius: qui tamen majorem laudem tuliſſet, ſi duo præcipua Theoremata nempè 28, & 29, quibus res ea omnis innititur, demonſtraſſet. Non ita pridem de eodem argumento tractatum inſignem edidit Chriſtianus Hugenius, in quo præter alia præclara non pauca, duo illa Theoremata, quæ Snellius indemonſtrata reliquerat, demonſtravit.

Fig. 33. Primum erat ejuſmodi: *circulum tangat recta B X; & diameter B S à tactu B educta producatur in R, ſic ut R S ſit par radio; & ex R ducatur recta circulum ſecans, & tangenti occurrens in X. Erit B X minor arcu B C.*

Fig. 35. Alterum verò tale: *Circulum tangat B H, & à tactu diametur educatur B S. Sit autem arcus B C triplus arcus S Q. Recta Q C abſcindet à tangente partem B H majorem arcu B C.*

Ex his magno calculi compendio ratio peripheriæ ad diametrum quantumvis propinqua veræ, reperietur hunc in modum.

#### *Modus appropinquandi.*

Ex ſinu grad. 30 (qui eſt ſemiſſis lateris hexagoni, hoc eſt per *prop.* 15. *lib.*4 ſemiſſis radij) inveniatur, per *poriſ. 2.cap.* 2, ſinus grad. 15, & ex hoc ſinus grad. 7. 30′ atque ita deinceps ſinus omnium arcuum ſibi mutuo ſubduplorum, qui erunt dimidia latera 6-anguli, 12-anguli, 24-anguli, & poligonorum ſubſequentium circulo inſcriptorum, quæ duplo ſemper plura habeant latera & angulos, quàm quod præceſſit.

Ducamus initium calculi ab inſcripto 96-angulo, hujus latus dimidium eſt ſinus grad. 1. 52′. 30″, qui modo jam dicto reperitur 327190828, quarum radius eſt 10000000000. Ex illo autem per *poriſma 1. cap.* 2 reperitur ſinus complementi 9994645875. Inſcriptum igitur circulo ſit latus 96-anguli C F (*vide Fig.* 33) quo biſecto in O, per O ducatur diameter perpendicularis B A S, quâ productâ in R, ſic ut S R ſit par radio A B, ex R per C & F educantur rectæ, circulum in B tangenti occurrentes in X & Z. Igitur C O ſinus grad. 1. 52′, 30″, eſt 327190828: V C verò, ſive A O, ſinus complementi eſt 9994645875, quo addito ad A R, quæ eſt 20000000000, utpote diametro par, ſit tota R O 29994645875. B R demùm cùm ſit par tribus radijs, erit 30000000000. Jam verò eſt per 4. 6, ut R O 29994645875 ad O C 327190828, ita R B 30000000000 ad B X; quæ proinde per reg. prop. reperitur 327249232, quarum ſemidiameter eſt 10000000000. Quare etiam tota tangens X Z eſt 327249232, quarum tota diameter eſt 10000000000. Atqui Z X, per Snellij *Theor.* 1. ſuprà, eſt minor arcu C F, qui eſt pars 96ta peripheriæ. Ergo etiam X Z 327249232, ducta in 96, nimirum 31415926272 minor eſt 96 arcubus C F, hoc eſt totâ circuli circumſerentiâ.

Terminus autem circumſerentiâ major ſic reperietur. Inſcribatur rurſum circulo Q L, latus 96-anguli; eoque biſecto in K, per K ducatur diameter perpendicularis S A B. Sumatur autem arcus B C triplus arcus S Q, & B F triplus arcus S L: eritque arcus C B F 32da pars peripheriæ, cùm Q S L ſit pars 96ta. Tangat deinde circulum in B recta H B Y, cui in H & Y occurrant rectæ per puncta Q, C, & L, F eductæ. Denique per L, & centrum A emiſſa recta, occurrat peripheriæ in I, tangenti in X. Quoniam anguli L A S I A B *a* æquales ſunt, etiam arcus æquales *b* erunt. Ergo cùm totus arcus B C ſit triplus *c* arcus Q S, ſeu L S; erit reliquus I C duplus ipſius Q S, hoc eſt par toti Q S L. Ergo Q H, L A X ſunt parallelæ. Sunt autem etiam parallelæ Q I., H Y. Ergo L Q H X eſt parallelogrammum. Ergo Q K L, duo nempè ſinus arcus Q S, æqualis eſt H X, B X verò eſt tangens arcus B I, hoc eſt L S, hoc eſt Q S. Quare tota B H æquatur arcus Q S tangenti, & ſinibus duobus. Atqui ſinus arcus Q S in primâ jam parte inventus eſt 327190828, cujus duplo 654387656, ſi addatur ejuſdem arcus Q S tangens, quæ per *Probl. 6. cap.* 2 reperitur 327366104, producetur tangens B H 981747760, quarum ſemidiameter eſt 10000000000. Quare etiam tota tangens H Y erit 981747760, quarum diameter tota eſt 10000000000. Atqui H B Y major *o* eſt arcu C B F, qui eſt pars 32da circumſerentiæ. Ergo etiam H Y, 981747760 trigeſies bis ſumpta, nempè 31415928320 major erit arcu C B F 32 bis ſumpto, hoc eſt totâ circumſerentiâ.

Fig. 35. — *a* 15.1. — *b* 33.6. — *c per conſt.* — *o Per Snellij th. 2. ſuprà.*

Poſitâ igitur diametro 10000000000, circumſerentia media eſt inter hoſce terminos.

31415926272
31415928320

qui cùm Ludolphæis in ſeptem notis poſtremis conveniunt, cum viâ Problematis præcedentis ex eodem 96-angulo inventi limites conveniant in notis ſolùm tribus.

Eodem artificio licebit ad veram circumſerentiam appropinquare in infinitum: ſi nimirum pro acquiſitione limitis minoris inſcribatur latus 192-anguli, tum 384-anguli, & ſic deinceps duplicando ſemper numerum angulorum ac laterum: pro limitis autem majoris inventione, ſi B C ſemiſſis arcus C B F à novo inſcripto latere ſubtenſi in *Fig.* 33, transferatur in S Q, in *Fig.* 34, ejuſque triplus accipiatur B C, ac cætera tum omnia peragantur ut prius.

#### *Scholium.*

***Circa modum approximandi Problemate 1, & 2 jam explicatum, hæc obſerva.***

*1. Quando limites, inter quos vera circumferentia concluditur, vel non poſſunt haberi exacti, quia acquiri debent per extractionem ex numero non quadrato, vel licet exacti habeantur, tamen adhæret illis fractio, tunc pro limite*

Digitized by Google

*limite minori, aſſumi debet vero minor, & pro limite majori aſſumendus eſt vero major, aliàs inferre certò non poteris circumferentiam quæ inter limites media eſt, eſſe hoc minorem, illo majorem, aut certè æqualem utrilibet: quod tamen omninò neceſſarium eſſe liquet ex diſcurſu ipſo approximationis utrinſque.*

2. *Quamvis approximationibus jam dictis, quantumvis ſine termino continuatis, ad veram circumferentiæ cum diametro rationem perveniri numquam poſſit; minimè tamen inde concluditur, circumferentiam & diametrum incommenſurabiles eſſe, cùm ad proportiones etiam rationales quaſcumque poſſit ſine termino appropinquari, ſic ut nunquam, quantumvis approximando, pervenire ad ipſam poſſit.*

*Etiamſi autem incommenſurabiles magnitudines eſſent circumferentia & diameter, ſciant tyrones, quod aliàs ſuſpicari forſan poſſent, nequaquam inde ſequi impoſſibilem eſſe lineam rectam circumferentiæ æqualem; cùm in Geometriâ notiſſimum ſit lineas rectas dari quæ inter ſe incommenſurabiles exiſtant.*

## PROBLEMA III.

### Ex diametro circumferentiam & ex circumferentia diametrum invenire quàm proximè.

Data ſit ex. gr. diameter orbis terræ, ſive maximi terræ circuli, milliariorum Belgicorum 2759. Oporteat ex eâ, terræ circumferentiam invenire.

Ex proportionibus diametri ad circumferentiam *Probl.* 1. allatis aſſumatur una, terminus minor ſtatuatur primo loco; major ſecundo; diameter data milliariorum Belg. 2759 tertio; quartus locus debetur circumferentiæ incognitæ. Sic ergo ſtabunt termini

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ut | 7 | Ad | 22 |
| Ita | diametri datæ milliar. 2759 | Ad | circumferentiæ milliaria..... |
| Ut | 113 | Ad | 355 |
| Ita | datæ diametri milliar. 2759. | Ad | circumferentiæ milliaria..... |

Per regulam Trium ex proportione 7 ad 22, proveniet circumferentia $8671\frac{1}{7}$ milliariorum Belg. quæ excedit veram ferè unâ parte 497$^{ma}$ diametri ut initio *primi Probl.* oſtenſum eſt.

Ex proportione autem 113 ad 355 proveniet circumferentia $8667\frac{13}{113}$, excedens veram minus quàm unâ diametri parte quinque millioneſimâ, ut oſtendi ſub finem *Probl.* 1. Quare ſi milliaria diametri 2759, hoc eſt pedes Rhynlandici 49662000 dividantur per 5000000, reperietur circumferentia terrena ſic inventa non integris 10 pedibus veram excedere. Ab hac autem circumferentiâ, quæ tantillo exceſſu peccat, prior illa milliariorum $8671\frac{1}{7}$, quæ ex ratione 7 ad 22 reperta fuit, differt circiter 4 milliarijs Belgicis.

Quare proportio 113 ad 355 cùm ſit priori incomparabiliter veræ propinquior, ſemper erit adhibenda, cùm exactum quid expetitur, & in circulis magnis.

Quod ſi adhuc amplior accuratio deſideretur, ex terminis Ludolphæis accipe pro circumferentiâ poſtremas notas 9 aut 10, aut plures, ſi placuerit. Sumuntur plures notæ quàm 8; quia ſi tantùm ſumerentur 8, nimirùm 10000000, & 31415926, ferè nihil amplius obtinebitur quàm per 113 & 355; quæ, poſitâ diametro, 10000000, exhibet ſeptem notas Ludolphæas.

Ut ex circumferentiâ reperiatur diameter, ſtatuere oportet primo loco terminum majorem 355; ſecundo minorem 113; tertio circumferentiam datam.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Ut | 355 | Ad | 113. |
| Ita | circumferentiæ. milliaria 8667 | Ad | diametri quæſitæ milliaria..... |

### *Ex inventâ ratione circumferentiæ ad diametrum Corollaria.*

#### I.

Circulus ad quadratum ſuæ diametri, (hoc eſt quod ipſi eſt circumſcriptum) eam ferè rationem habet, quam 355 ad 452.

*Demonſt.* In ſelectis ex Archimede, (quæ habes poſt *lib.* 12. elem. noſtrorum) *cor.* 2. *prop.* 5. oſtenſum eſt circulum eſſe ad quadratum circumſcriptum, ut circumferentia eſt ad 4 diametros. Quare cùm circumferentia [a] ſit 355, quarum diameter eſt 113, cujus quadruplum eſt 452; liquet circulum eſſe ad quadratum circumſcriptum, ut 355 ad 452. *a Vide prob. 1.*

Ex ratione Archimedæâ circumferentiæ ad diametrum, nempè 22 ad 7, elicitur ratio circuli ad quadratum diametri ea, quæ eſt 11 ad 14. Sed altera plus quàm millies exactior eſt.

#### II.

Circulus ad quadratum ſibi inſcriptum eſt ferè, ut 355 ad 226.

*Demonſtr.* Nam quadratum [o] inſcriptum dimidium eſt circumſcripti. Quare cùm circulus ſit ad quadr. circumſcriptum ut 355 ad 452, idem erit ad circumſcripti ſemiſſem, nempè ad quadr. inſcriptum, ut 355 ad 226 ſemiſſem numeri 452. *o per coroll. 7. 4.*

#### III.

Circulus ferè eſt ad quadratum circumferentiæ, ut 113. ad 1420.

*Demonſtr.* Circulus æquatur [b] rectangulo ſub quartâ parte diametri & circumferentiâ. Ergo circulus eſt ad quadratum diametri [c] ut quarta pars diametri ad circumferentiam, ſive ut tota diameter ad quatuor circumferentias. Quare cùm diameter ſit ad circumferentiam ut 113 ad 355; ſi numeri 355 ſumatur quadruplus 1420, erit circulus ad quadratum circumferentiæ ut 113 ad 1420. *b Vide ſelecta noſtra ex Archim. cor. 1. prop. 5.* *c per 1. 6.*

Ex Archimedæis terminis 22 & 7, proportio dicta elicitur 7 ad 88: Verùm prior plus millies accuratior eſt.

## PROBLEMA IV.

### Areæ circularis dimenſio veræ proxima.

a per prob. 3. b per idem

NOtam fac in aliquâ menſurâ diametrum, atque ex eâ *a* circumferentiam elice. Aut ſi detur circumferentia, ex eâ *b* elice diametrum. Semiſſem diametri multiplica per ſemiſſem circumferentiæ. Productus numerus exhibet aream circuli in quadratis partium diametri & circumferentiæ.

*Exempl.* Oporteat aream maximi Terræ circuli exhibere. Circumferentia maximi Terræ circuli eſt milliariorum Belgicorum (ſeu unius horæ) 8670, quam ſtabilivi *cap.* 6. hujus ſemiſſis eſt 4335. Ex hac *c* aſſumptâ ratione 355 ad 113, elicitur ſemidiameter $1379\frac{48}{71}$, ſed fractio negligi poteſt. Ducatur ſemicircumferentia 4335 in ſemidiametrum 1379. Proveniunt milliaria Belgica quadrata 5977965, quibus maximus Terræ circulus æqualis eſt.

c per prob. 3.

*Demonſt.* In ſelectis ex Archimede *prop.* 5. *Coroll.* 1. oſtendi circulum æquari rectangulo contento ſub ſemidiametro & ſemicircumferentiâ. Atqui rectanguli hujus capacitas producitur *d* ex multiplicatione laterum quibus continetur, nimirùm ſemidiametri & ſemicircumferentiæ. Ergo & circuli capacitas ex eâdem multiplicatione proveniet.

d per prob. 1 c.11.

## PROBLEMA V.

### *Dati circuli circumferentiæ rectam lineam proximè æqualem exhibere.

Fig. 35.

INſcribe circulo latus ſexanguli C F, ad quod per A centrum ducatur perpendicularis diameter B A S, quæ continuetur in R, donec S R ſit par radio. Ex R, per C, & F duc rectas R E, R G, quibus occurrat tangens Z B X. Recta X Z ſexies ſumpta tam proximè æqualis eſt circumferentiæ, ut ab eâ ſuperetur non integris 138 centimilleſimis partibus diametri, hoc eſt minùs quàm 1‴ 3″ 8′ vide *theor.* 1. *cap.* 10 noſtræ Arithm.

Quod ſi inſcripſeris N M latus duodecanguli, & cætera fiant ut priùs; erit tangens K L duodecies accepta, tam proximè æqualis circumferentiæ, ut ab eâ vix ſuperetur unâ decimilleſimâ parte diametri.

*Demonſtr.* Per modum approximandi traditum *Probl.* 2, poſitâ diametro 100000, reperitur circumferentia verâ minor 314022, ea nimirùm quæ conſtat ex rectâ Z X ſexies ſumptâ; major autem verâ elicitur 314160. Harum differentia cùm ſit 138 quarum diameter eſt 100000, manifeſtum eſt minorem 314022, quæ componitur ex Z X ſexies ſumptâ, à circumferentiâ verâ excedi minùs quàm partibus 138, quarum diameter eſt 100000, hoc eſt paulò amplius quàm unâ milleſimâ parte diametri.

Similis erit demonſtratio pro latere duodecanguli N M. Nam ex ratiocinio Problematis. 2 poſitâ diametro 10000000, circumferentia verâ minor, conſtans 12 rectis K L, reperitur 31415088; major autem verâ, 31416200: quarum differentia cùm ſit 1112 decimillioneſimæ diametri, patet circumferentiam verâ minorem, 12 nempè rectas N M, minùs excedi ab ipsâ circumferentiâ verâ, quàm 1112 decimillioneſimis diametri, hoc eſt *e* minùs, quàm 1‴ 1″ 1′ 2⁗, diametri

e per theor. 1. c 10. noſtræ Arithm.

### *Aliter.*

Fig. 34. a per 30.3. b per 15.4.

Ductâ utcumque diametro D E, ſecetur ſemiperipheria D A E *a* biſariam in A, reliqua triſariam *b* in B & C. Duæ rectæ A F, F G Quadrantem circuli excedunt non unâ quinque milleſimâ diametri. Conſtruxit & demonſtravit Chriſtianus Hugenius *lib. de circuli magnitudine prop.* 11.

### *Aliter.*

Diametro triplicatæ addatur una ſeptima ejuſdem. Tota recta ſic compoſita excedet circumferentiam non una 497$^{ma}$ parte diametri, ut oſtenſum eſt ſuprà ſub initium *Probl.* 1.

### *Aliter & omnium optimè.*

Triplicatæ diametro adde unam 16$^{am}$ ejuſdem. Tota compoſita excedet circumferentiam non unâ quinquemillioneſimâ parte diametri.

Nam ſi diameter ponatur 113, ea triplicata eſt 339, cui ſi addatur 16, fit circumferentia 355: quam eſſe tam exactam oſtendi ſub finem 1. Problematis.

## PROBLEMA VI.

### Dato arcui rectam proximè æqualem exhibere.

Fig. 36.

ARcus detur B Q: quem aliquoties biſecando reſolve in partes æquales; donec una earum B N fiat minor ſextâ parte circumferentiæ, & accedat ad duodecimam. Tum per B ducatur diameter B S, continueturque in R, donec S R ſit par radio. Ex R per N ducatur recta cui occurrat tangens B L, in L. Erit B L proximè æqualis arcui B N, ac proinde aliquoties accepta par toti arcui B Q.

Patet ex demonſtratis 5 *Problemate*, quamvis enim arcus B N non eſſet pars aliquota circumferentiæ totius, ſive non ſubtendens latus alicujus polygoni ordinati, nihilominus clarum eſt tangentem B L ab eo inſenſibiliter differre.

Quando arcus datus eſt pars aliquota, ex. gr. octava, totius circumferentiæ; tunc per *præced.* reperiatur recta toti circumferentiæ par: ejus pars ex. gr. octava, erit par arcui dato.

## PROBLEMA VII.

### Dato circulo quadratum quàm proximè exhibere æquale.

Fig. 37.

PEr *Problema* 5 dati circuli circumferentiæ æqualis inveniatur recta linea A C, quæ ponatur ad centrum A. Cum C A angulum rectum efficiat radius A B, ducaturque recta B C. Triangulum rectangulum B A C eſt æquale circulo tam exactè, quàm recta A C eſt æqualis peripheriæ.

Eſt Archimedis, & oſtenſum eſt à nobis in *ſelectis* ex eodem *theor. prop.* 5.

Vel Rectangulum conſtrue A G F B, cujus unum latus A G ſit par dimidiæ peripheriæ, alterum A B æquale radio. Etiam hoc erit circulo æquale, eſt enim æquale triangulo A B C ut patet ex 41. 1.

Ad

*Ad quadraturam circuli ſatu eſt quamlibet figuram rectilineam circulo æqualem exhibere, omnes enim ad quadratum reducuntur per 16. 2.*

### *Aliter.*

n ex Corol. 1. prop. 20. lib. 6.
a Per cor. 1. poſt prob. 3.
d oſtendi ſub fin. probl. 1.
o Per 9 5.

Ut 452 eſt ad 355, ita fiat n quadratum diametri ipſius circuli ad aliud quadratum, quod vocemus Z. Erit hoc circulo æquale quàm proximè.

Nam quadratum diametri a eſt ad circulum ut 452 ad 355, ſic d ut non peccetur unâ quinquemillioneſimâ parte diametri. Sed quadratum diametri per conſtr. etiam eſt ad quadratum Z, ut 452 ad 355. Ergo quadratum diametri eodem modo ſe habet ad circulum & ad quadratum. Ea igitur o æqualia ſunt.

*Reductiones circumferentia ad rectam lineam, ac proinde circuli ad quadratum per lineas curvas quadratricem & ſpiralem, Theoriam quidem habent pulcherrimam; verum ad praxim inutiles ſunt, quod earum deſcriptio ſit impedita ac lubrica: & habet ſpiralu præterea difficultatem ſibi propriam, quod ratio ducenda tangentu, quæ ad quadraturam requiritur, neque Geometricè, neque mechanicè ſit inventa: ſciunt verò Geometræ quantus error committatur, ſi in tangente vel pautillo peccetur.*

## *Scholium.*

### An quadratura & dimenſio circuli abſoluta poſſibilis ſit.

*Dubitatum de hoc fuit, & olim à multis, & (opinor) etiam modò à nonnullis dubitatur, iis præſertim, qui non admodum Geometriæ periti ſunt. Occaſionem dubitationi præbuit ingens Problematu difficultas, quæ bis mille annis propemodùm, præcipua totius orbis ingenia nequidquam exercuit. Dubitantium argumenta præter allatum jam præjudicium; hæc ferè ſunt.*

*1. Angulo ſemicirculi datur rectilineus angulus, & minor, acutus nempè quilibet, & major nimirùm rectus; neque tamen ullus dari poteſt æqualis. Quamvis igitur lineâ circulari detur recta linea minor, & recta linea major, conſequens non eſt ut dari poſſit etiam æqualis. Pari modo quamvis circulo dentur quadrata & minora, & majora, non ſequitur dari poſſe etiam æquale.*

*2. Circulus & quadratum ſeu figura alia rectilinea, ſunt ſpeciei diverſæ. Ergo non poſſunt ad æqualitatem revocari.*

*Ad 1. Reſpondeo, ſi (quod fecêre hactenus plerique) angulos fatearis eſſe quantos, urgere argumentum, cui proinde non facile fiat ſatis. Sin (quod alibi ad* prop. *16. 3. videor demonſtraſſe) anguli quanti non ſint, argumentum ruere ſponte ſuâ utpote falsâ nixum hypotheſi. Falſum igitur eſt angulo ſemicirculi dari rectilineum angulum minorem & majorem. Nullus enim angulus altero eſt major vel minor, vel æqualis, ut oſtendi loco citato, ſed alter alteri ſimilis & diſſimilis eſt. Non demonſtravit igitur Euclides angulum acutum quemvis eſſe minorem angulo ſemicirculi, ſed unum latus acuti cadere ſemper intra circumferentiam, ex quo tantùm ſequitur acutum angulum eſſe diſſimilem angulo ſemicirculi. Nequaquam igitur ab iſtis oſtenſum eſt, aut oſtendi ab ullo poteſt, eſſe quidpiam ejuſmodi, quo poſſit dari majus, & dari minus, neque tamen dari poſſit æquale.*

*Ad 2. Reſpondeo mirari me ullum reperiri, qui vim aliquam ineſſe huic argumento putet, cùm prorſus manifeſtum ſit ſpeciei diverſitatem non officere ut æqualitas habeatur, niſi talis ſit, quæ magnitudines inter ſe incomparabiles reddat, tum videlicet, cùm una è duabus quotieſcumque multiplicata nunquam poteſt alteram æquare vel excedere. Liquet autem rectam lineam toties ſumi poſſe ut circularem excedat, & quadratum ita poſſe augeri ut circulum ſuperet, ac proinde magnitudines eſſe comparabiles, & quarum aliqua ſit ad invicem proportio.*

*Diverſitas porrò ſpecifica inter quadratum & circulum hæc ſola eſt, quod hic ſuperficies ſit curvilinea, ſive intra curvam lineam comprehenſa, illud verò ſuperficies rectilinea, quam nimirùm recta linea ambiant. Atqui variæ ſuperficies curvilineæ jam ſunt quadratæ; Hippocrates enim Chius quadravit quaſdam lunulas; & Parabolam Archimedes & alii poſt illum. Deinde apud Pappum a quadratur pars ſuperficiei ſphæricæ. Denique partem ſuperficiei Cylindricæ quadravit P. Gregorius à S. Vincentio clariſſimus Geometra Societatis noſtræ operis ſui* Geom. lib. 9. *& poſt illum ego, ſed aliâ planè viâ,* Cylindric. & Annular. lib. 2. prop. 17 & 24.

a Prop. 30. lib. 4.

*Aliâ etiam paritate objectionis inanitas evincitur. Tanta eſt diverſitas inter ſuperficiem planam & curvam, quanta inter planam rectilineam & planam curvilineam. Atqui ſuperficies curva reducta eſt ad planam ab Archimede; is enim circulum exhibuit æqualem ſuperficiei b Cylindricæ, c conicæ, d ſphæricæ. Ergo etiam plana ſuperficies curvilinea, nempè circulus, reduci poteſt ad rectilineam planam.*

Vide ſelecta noſtra ex Arch.
b 11.
c 13.
d 24.

*Atque hæc dicta ſint ad objectiones partim negativa, quæ ferè ejuſmodi ſunt ut eas nequeas convellere, quin eâdem operâ quadraturæ poſſibilitatem evincas. Juvat nihilominus rem adeò celebratam exactiùs demonſtrare.*

### Quadratura circuli certò poſſibilis eſt.

Fig. 38.

*I. Inſcribe circulo quadratum A B C D, & aliud eidem circumſcribe E F G H. Biſectis deinde ſingulis arcubus, inſcribe octogonum A I B M C L D K, & aliud circumſcribe O N V T S R Q P. Si hoc modo duplicando ſemper laterum numeros, figuras circulo in infinitum inſcripſeris & circumſcripſeris, perimetri inſcriptarum & conſcriptarum figurarum, & inter ſe, & multò magis ab ipsâ peripheriâ circuli mediâ, differre poterunt a quantitate minori, quâvis datâ.*

a dem in ſelectis ex Archim. prop 3.
Fig. 39.

*Explicetur perimeter quadrati circumſcripti in rectam A B; & perimeter quadrati inſcripti in rectam A E: Perimeter item conſcripti octogoni in rectam A C, perimeter verò octogoni inſcripti in rectam A D. Atque ita ſine termino cogitemus perimetros inſcriptas & circumſcriptas in rectam lineam A B ex puncto A explicari. Differentia perimetrorum quadraticarum erit E D, Octogonicarum D C, & ſic deinceps: quæ differentiæ quoniam b fiunt quacumque datâ minores, liquet terminos perimetrorum hinc inſcriptarum, inde conſcriptarum ad invicem accedere ad intervallum quovis dato minus, quamvis nunquam ſe attingant. Ex quo manifeſtum eſt eſſe terminum quemdam intermedium ex. gr. punctum O, ad quem perimetri inſcriptæ ſemper creſcendo, circumſcriptæ verò ſemper decreſcendo, nunquam pertingant, appropinquent tamen eidem ad intervallum datu quocumque minus: ac proinde eſt recta quapiam A O major omni perimetro inſcriptâ, omni verò circumſcriptâ minor, in quam quaſi in terminum perimetri inſcriptæ ſemper creſcendo & perimetri circumſcriptæ ſemper decreſcendo deſinant. Hæc igitur recta linea A O circum-*

b Ibid.

*ferentiæ*

*ſerentia circuli neceſſariò æqualis eſt cùm etiam eodem modo inſcripta ac circumſcripta peripheria deſinant in ipſam circumferentiam.*

2. *Difficultas quadraturæ reducta eſt ad magnitudines homogeneas. Nullum autem dubium eſſe poteſt, quin duarum magnitudinum homogenearum aliqua ſit proportio, quæ proinde poſſit exprimi rectis lineis, & æqualitas inter eas reperiri.*

*Demonſtravi* lib. 4. Cyl. & Annul. prop. 42. *circumſerentiam circuli eſſe ad diametrum, ut ſuperficies annuli clauſi eſt ad ſuperficiem ſphæræ ſibi inſcriptæ. Atqui ſuperficies annuli ac ſphæræ prorſus homogeneæ ſunt, cùm ambæ genitæ ſint ab eâdem circuli circumferentiâ circulariter motâ, ac proinde earum aliqua proportio eſt, quæ poſſit rectis lineis explicari. Ergo & circumſerentiæ ad diametrum proportio eſt aliqua, & per rectas lineas explicabilis.*

3. *Rurſum* lib. 3. Cyl. & Annul. prop. 32. & 34. *demonſtravimus annulum clauſum circularem eſſe ad inſcriptam ſibi ſphæram, & ellipticum ad inſcriptam ſibi ſpheroidem, ut circumferentia circuli eſt ad duas tertias partes diametri. Atqui annulus & ſphæra ſunt corpora homogenea, fiunt enim ab eodem circulo circulariter moto, adeoq; proportio eorum cognoſci & rectis lineis explicari poteſt. Ergo etiam proportio circumſerentiæ ad rectam.*

*Quod autem ratio annuli ad ſphæram invenibilis ſit, ſic ulteriùs oſtendo. Tam ſunt homogenea corpora, annulus circularis & ſphæra ei inſcripta, quàm annulus clauſus parabolicus & inſcripta ipſi conoïs parabolica. Atqui horum proportio exhibita à me fuit* lib. 4. Cyl. & Annul. prop. 46. *eſt enim ea, quæ eſt 16 ad 3. Ergo etiam ratio circularis annuli ad inſcriptam ipſi ſphæram reperiri poteſt, & explicari ſi non per numeros, certè (quod ſatis eſt) per rectas lineas.*

4. *Exterior annuli pars, quæ gignitur à ſemicirculo exteriore, & pars interior annuli, quæ fit à ſemicirculo interiore, ſunt corpora prorſus homogenea, cùm ſint producta ab æqualibus ſemicirculis circulariter motis. Ergo aliqua eſt eorum proportio, quæ proinde cognoſcibilis eſt. Sed* lib. 3. Cyl. & Ann. prop. 49. *demonſtravimus, eâ proportione inventâ haberi quadraturam. Quadratura igitur poſſibilis eſt.*

*Quod autem exhiberi poſſit ratio quam habet pars exterior circularis annuli ad interiorem, inde ulteriùs fiet manifeſtum, quòd inventa à me ſit c ratio quam habet annuli clauſi parabolici pars exterior ad interiorem, eſt enim eadem, quæ 11 ad 5. Sunt verò utriuſque annuli partes, æqualiter homogeneæ.*

*c lib. 3. Cyl. & annul. prop. 48.*

5. *Major eſt diverſitas inter annulum parabolicum vel hyperbolicum, & ſphæram, quàm inter annulum circularem & ſphæram. Atqui annulo parabolico exhiberi poteſt ſphæra æqualis per* prop. noſtram 46. lib. 4. Cyl. & Annul. *Hyperbolici autem annuli parti interiori ſphæram æqualem exhibui* lib. 5. Cyl. & Annul. prop. 45. *Ergo etiam circulari annulo exhiberi poteſt ſphæra æqualis, adeoq; & Cylindrus, ut colligitur ex* p. 22. Selectorum ex Archimede theorematum. *Atqui habito Cylindro, qui æqualis ſit circulari annulo, habetur linea recta æqualis circumſerentiæ circuli, ut patet ex* prop. 5. lib. 3. Cyl. & Annul. *Ergo dari poteſt linea recta circumſerentiæ æqualis.*

*Finis non ſit ſi colligere omnia voluero, quæ ex noſtris quinque libris Cylindricorum, & Annularium huc ſpectant. Eò remittimus lectorem, qui plura deſiderat.*

6. *Semicirculus æquè habet centrum gravitatis ac triangulum, & figuræ cæteræ. Ergo illud in ſemicirculo cognoſcibile eſt perinde ac in alijs, in quibus id jam eſt repertum. Atqui dato centro gravitatis ſemicirculi, datur ejus quadratura, ut demonſtratum eſt à Ioanne La Faille, Guldino, Hugenio, & nobis* lib. 5. Cyl. & Annularium. *Ibi demonſtravimus* prop. 31. *circumſerentiam cujus radius eſt diſtantia centri gravitatis ſemiellipſeos à centro figuræ, eſſe ad quatuor tertias axis qui ſemiellipſeos baſis eſt, ut alter axis ad axem priorem; &* prop. 32. *circumſerentiam, cujus radius eſt diſtantia centri gravitatis ſemicirculi à centro communi, oſtendi eſſe ad diametrum ſemicirculi, ut 4 ad 3: &* prop. 33. *demonſtravi circumſerentiam circuli, cujus radius eſt diſtantia centri gravitatis ſemicircumſerentiæ à centro communi, duplam eſſe diametri. Ergo circuli quadratura poſſibilis eſt.*

*Alijs innumeris propè vijs eadem veritas demonſtrari poteſt. Sed abundè ſufficiunt quæ jam attulimus. Id ſolùm addo breviter, tam certum eſſe circumſerentiæ aliquam dari poſſe rectam lineam æqualem, & circulo aliquod æquale quadratum, quam certum eſt inter ea aliquam eſſe proportionem; eſſe verò proportionem æquè certum eſt, quam, datâ circumſerentiâ, exhiberi poſſe rectas majores & minores, & circulo dato quadrata majora & minora. Ea enim inter ſe proportionem habent quæ aliquoties ſumpta ſe mutuo poſſunt excedere.*

*Denique admonendi hic ſunt, qui Geometriæ non ſatis periti, ſibi perſuadent ad quadraturam neceſſarium eſſe, ut ratio lineæ circularis ad rectam aut circuli ad quadratum in numeris exhibeatur. Is ſanè error valdè craſſus eſt, & indignus Geometrâ, quamvis enim irrationalis eſſet ea proportio, modo in rectis lineis exhibeatur, reperta erit quadratura. Sit enim circumſerentia ad diametrum, ut linea A ad B, ſive A & B commenſurabiles ſint ſive non. Per* 12. 6, *fiat ut B ad A, ſic diameter ad rectam quampiam Z. Erit hæc æqualis circumſerentiæ. Nam cùm ex hyp. Diameter ſit ad circumſerentiam ut B ad A, ex conſtr. autem eadem diameter ſit ad rectam Z, etiam ut B ad A, habebit diameter ad circumſerentiam & ad rectam Z eandem rationem. Ergo per 9. 5, circumſerentia & recta Z æquales ſunt.*

| | |
|---|---|
| Circumſ. | A— |
| Diam. | B— |

PROBLEMA VIII.

## Quadratura partium circuli veræ proxima.

Datus ſit ſector ABDC. Per *Probl. 6.* arcui BDC reperiatur recta Z æqualis. Triangulum rectangulum cujus altitudo eſt radius A B, baſis verò recta Z, æquatur ſectori dato. *Fig. 49.*

*Demonſt.* Nam triangulum cujus altitudo eſt radius, baſis verò peripheria tota, æquatur toti circulo. Ergo triangulum cujus altitudo eſt radius, baſis verò arcus B D C, æquatur ſectori B D C. Duo enim illa triangula ſunt inter ſe *a* ut baſes, hoc eſt ut *b* circulus ad ſectorem. Cùm ergo circulus ſit æqualis uni triangulo, ſector erit æqualis alteri.

*a Per 1. 6.*
*b Per 33. 6.*

Detur deinde ſegmentum circuli B D C. Sectori A B D C fiat æquale triangulum, ut jam docui: ab hoc demátur triangulum A B C, reliquum erit æquale ſectori.

PRO-

## PROBLEMA IX.

### Partium circuli dimenſio.

Fig. 40. MEtiendus ſit ſector, ſive is ſit minor ſemicirculo, ut A B D C, ſive major, ut A B F C A.

Metire arcum ſectoris & radium A B: ſemiſſis producti ex radio in arcum ducto, dabit menſuras quadratas quibus ſector æqualis eſt.

*Exempl.* arcus ſectoris eſto pedum 200, radius 80. 200 in 80 efficiunt 16000, quorum ſemiſſis eſt 8000. Igitur ſectoris area continet pedes quadratos 8000.

*Demonſtratio* patet ex præcedenti, ſector enim æquatur triangulo, cujus altitudo eſt radius, baſis verò arcus ſectoris; hoc verò triangulum dimidium *c* eſt rectanguli ſub eâdem altitudine ac baſe contenti. (c per 41. lib. 1.) Atqui productum ex multiplicatione altitudinis in baſim, (hoc eſt radij in arcum) exhibet *o* aream dicti rectanguli. (o per probl. 1. cap. 11.) Ergo producti illius ſemiſſis exhibet aream trianguli, hoc eſt ſectoris quæſiti.

## PROBLEMA X.

### Ellipſeos & parabolæ dimenſio.

Fig. 41. INter duos ellipſeos axes A B, C D reperiatur media *a* proportionalis E F; & circa eam deſcribatur circulus, quem *b* metire: eſſe enim ellipſi æqualem demonſtravit Archimedes. (a per 13. lib 6. b per prob. 4.)

Fig. 42. Et quoniam ab eodem demonſtratum eſt, parabolam maximi inſcripti trianguli eſſe ſeſquiquartam, ſive ad illud eſſe ut 4 ad 3, neque hujus ignota poterit eſſe dimenſio. Fiat enim B G ad B C, ut 4 ad 3, ducaturque A G. Erit triangulum quoque B A G ad *e* triangulum B A C ut 4 ad 3. ac proinde æquale parabolæ B D A E C. Quare ſi nota fiat *n* area trianguli B A G, etiam area parabolæ nota erit. (e per 1 ⁶. n per prob. 4. 6. 11.)

# CAPUT XIII.

### Figurarum planarum transformatio, additio, ſubtractio, auctio vel diminutio, comparatio.

## PROBLEMA I.

### Figuras alias in alias transformare.

TRanſmutatio figurarum rectilinearum plenè tradita eſt in Elementis.

Triangulo dato exhibetur æquale parallelogrammum habens angulum datum, *prop.* 42. *lib.* 1.

Et *prop.* 44 dato triangulo fit æquale parallelogrammum, quod præter datum angulum, etiam latus habeat datum.

Deinde *prop.* 45. Dato cuicumque rectilineo fit æquale parallelogrammum, habens angulum & latus data.

In libro autem ſecundo *prop.* 14. parallelogrammum, ac proinde rectilineum quodcumque reducitur ad æquale quadratum.

Denique *libro* 6. *prop.* 25; quæ omnium hoc in genere univerſaliſſima & pulcherrima eſt, deſcribitur figura, quæ ſit magnitudinis datæ, & ſimilis alteri figuræ datæ; ac proinde quælibet in quamlibet transformatur.

*De converſione circuli in quadratum tractavi cap. præced.*

## PROBLEMA II.

### Datas quotvis figuras rectilineas in unam ſpecie datam colligere.

DEntur ex. gr. tria triangula, duo quadrata, & unum pentagonum, ſeu quinque-angulum; & oporteat his omnibus æquale ſexangulum ordinatum conſtruere.

Figuris datis in triangula vel quadrangula reſolutis, *a* fac ijs omnibus unum æquale rectangulum. Huic autem *b* conſtruatur æquale ſexangulum ordinatum. Id quæſito ſatisfaciet. (a Per 45. vel ſchol. p. 16 lib. 1. b Per 25. 6. elem. & prob. 7. c. 10.)

## PROBLEMA III.

### Datis quotcumque figuris ſimilibus, unam omnibus æqualem ac ſimilem exhibere.

DEntur ex. gr. tres circuli, A, B, C. Petitur unus æqualis omnibus. Circuli porrò inter figuras ſimiles computantur, ſunt enim inter ſe in duplicata ratione diametrorum, per 2. 12. Fig. 43. 44.

Fac angulum rectum E F G, lateribus infinitis. Fiat F I par radio circuli A, & F L par radio circuli B, ducaturque I L. Erit circulus radio I L deſcriptus *c* æqualis duobus A, & B. (c Per 31. 6.) Transfer I L ex F in M, & fac F K parem radio circuli C, ducaturque K M. Erit circulus D deſcriptus radio K M æqualis tribus circulis A, B, C.

*Demonſt.* Nam circulus radij K M *d* æquatur circulis radiorum K F, M F; (d per 31. 6.) quorum unus, qui deſcribitur radio M F, æquatur *o* circulo radij I L, hoc eſt duobus circulis radiorum *k* L F, I F. (o per conſt. k per 3 . 6. Fig. 46.) Ergo circulus radij K M æquatur tribus circulis radiorum, nempè K F, L F, I F; hoc eſt tribus datis C, B, A.

Si plures dentur circuli, quàm tres, eadem conſtructio continuata, dabit unum omnibus æqualem.

*Quemadmodum verò artificio jam explicato reperitur radius circuli, qui pluribus datis æqualis ſit; ita eodem, ſi aliæ dentur figuræ ſimiles quàm circuli, reperietur latus figuræ ſimilis per 18. 6. conſtruendæ quæ illis omnibus æqualis ſit.*

## PROBLEMA IV.

### Progreſſioni infinitarum ſimilium figurarum in eadem proportione decreſcentium, unam omnibus æqualem exhibere.

DAta ſit ex. gr. progreſſio infinitorum circulorum in quacumque proportione, ſed eâdem ſemper, decreſcentium; & oporteat unum omnibus exhibere æqualem.

Fiat *m* C F æqualis tertij circuli diametro D E. (m per 12. 6) Tum ut A F ad A C, ita fiat A C ad X. Inter A C (n per 13. 6.) & X reperi *n* mediam proportionalem Z. Circulus diametro Z deſcriptus infinitis circulis progreſſionis datæ æqualis eſt.

*Demonſtr.* Intra primum circulum O B deſcribe

circulum O R, parem ſecundo P Q; eritque annulus N exceſſus primi ſuprà ſecundum. Jam quia circuli per hypotheſim ſunt continuè proportionales, etiam diametri eorum A C, C D, D E &c. *a* continuè proportionales ſunt; ac proinde ratio A C ad D E duplicata *b* eſt rationis A C ad C D. Ergo primus circulus O B *c* eſt ad ſecundum P Q, ſive O R, ut A C ad D E, ſive *d* F C. Ergo dividendo, invertendo, componendo, & rurſum invertendo, annulus N eſt ad circulum O B, ut A F eſt ad A C. Atqui per conſtr. etiam eſt ut A F ad A C, ita A C ad X. Ergo annulus N eſt ad circulum O B, ut A C ad X. Sed quia A C, Z, X ſunt *e* proportionales, circulus O B etiam eſt ad circulum diametri Z, ut *f* A C eſt ad X. Ergo annulus N (exceſſus primi circuli O B, ſuprà ſecundum O R, ſive P Q) eſt ad primum circulum O B, ut idem primus circulus O B eſt ad circulum diametri Z. Ergo per theorema ſcholij poſt *prop. 11. lib. 6.* circulus diametri Z toti infinitorum circulorum progreſſioni æqualis eſt.

a *Patet ex* 22 6
b *per defin.* 10. 5.
c *per* 2. 12.
d *conſtr.*
e *per conſt.*
f *per* 2. 12. & *def.* 10. 5

### *Corollarium.*

*Fig.* 46. Quod ſi circulum deſideras, cujus circumferentia infinitorum illorum circulorum circumferentijs æqualis ſit; fiat ut primæ diametri A C ſuprà ſecundam C D exceſſus ad primam A D, *a* ita eadem prima ad aliam rectam A V. Circumferentia ex diametro A V deſcripta infinitis progreſſionis datæ circumferentijs æqualis eſt.

a *per* 12 6.

*Demonſtratio.* Per theorema Scholij poſt 11. *lib.* 12. recta A V infinitis diametris progreſſionis A C, C D, æqualis eſt. Jam peripheria diametri A V eſt ad peripheriam B, *b* ut diameter A V ad diametrum AC. Rurſum peripheria ex A V eſt ad peripheriam *c* Q, ut diameter A V eſt ad diametrum C D: atque ita ſemper. Ergo peripheria ex A V *d* eſt ad omnes totius progreſſionis peripherias, ut diameter A V eſt ad omnes progreſſionis diametros. Atqui A V omnibus progreſſionis diametris oſtenſa eſt æqualis. Ergo etiam peripheria ex diametro AV deſcripta, omnibus progreſſionis peripherijs æqualis eſt.

b *per* 6. 7. *ſelect. ex Archim. theor.*
c *Per eand.*
d *per* 24. 5.

### *Scholium.*

*De progreſſionibus Geometricis librum pulcherrimum ſubtiliſſimumq; ſcripſit noſter Gregorius a S. Vincentio, ad quem lectores remitto. In gratiam porrò tyronum ad* prop. 11. lib. 6. elem. *progreſſionum theoriam breviter demonſtravi: & ad* prop. 25. lib. 9. *in Arithm. noſtrâ oſtendi facillimum eſſe tranſitum a progreſſione finitâ ad infinitam. Quod ipſum adhuc clariùs oſtendi Arithm. practica* lib. 5. cap. 4. prop. 18, 19, 20, & cap. 5. prop. 7, 8, 9, 10, 11.

## PROBLEMA V.

### Figuræ datæ aliam ſimilem in datâ proportione majorem vel minorem exhibere: ſive figuram datam iuxta proportionem datam augere vel minuere.

*Fig.* 45. DAtus ſit circulus B E, vel quodcumque rectilineum, & oporteat ex. gr. circulum, vel rectilineum ſimile, dati quintuplum reperire.

Circuli dati radio, ſive figuræ datæ lateri A B, apponatur indirectum B C quintupla ipſius A B. Inter A B, B C reperiatur *a* media proportionalis B D, circulus hoc radio deſcriptus erit quantuplus dati B E, & figura datæ ſimilis ſuprà hoc latus per 18. 6. deſcripta, erit quintupla datæ.

a *per* 13 6.

*Demonſtr.* Quia ex conſt. A B, B D, B C ſunt proportionales, erit ratio A B, ad B C duplicata *b* rationis A B ad B D. Atqui ratio circuli B E ad circulum B F eſt duplicata *c* rationis radij A B ad radium B D; & ratio figuræ, cujus latus A B, ad figuram ſimilem, cujus latus B D, eſt duplicata *d* rationis lateris A B ad latus B D. Ergo circulus B E eſt ad circulum B F, & figura ex A B eſt ad ſimilem ex B D, ut A B, ad B C: hoc eſt per conſtr. ut 1 ad 5.

b *def.* 10. 5.
c *per* 2. 12.
d *per eand.*

## PROBLEMA VI.

### Similium figurarum proportionum cognoſcere, ſive earum magnitudines comparare.

DUobus homologis lateribus figurarum reperiatur tertium proportionale per 11. 6, ſi incommenſurabilia ſint; vel per 18. 9. ſi commenſurabilia. Ut primum latus ad tertium ita figura prima eſt ad figuram ſecundam. Patet ex 20. 6.

*Exemplum* 1. Dentur duæ quadratæ areæ; primæ latus ſit 1 perticæ, latus ſecundæ perticarum 3. hæc illâ eſt major novies. Cùm enim lateribus quæ ſunt, 1, 3, tertium proportionale ſit 9, erit ut latus primum nempè 1, ad tertium 9, ita area prima ad ſecundam.

1. 3. 9

*Exempl.* 2. Dantur binæ circulares areæ: primæ diameter eſt 1 perticæ, ſecundæ 10. Quantò hæc illâ major eſt? Fiat ut 1 ad 10 ita 10 ad 100. Prima ergo eſt ad ſecundam ut 1 ad 100, ac proinde hæc illâ eſt major centies.

1. 10. 100

*Exempl.* 3. Sint areæ duæ ſimiles, figuræ cujuſcumque; latus primæ ſit decempedarum 5, latus homologum ſecundæ decempedarum 6. Quanto ſecunda major eſt primâ? Lateribus 5 & 6 per 18. 9 reperitur tertium proportionale $7\frac{1}{5}$. Ergo area prima eſt ad ſecundam ut 5 ad $7\frac{1}{5}$.

5. 6. $7\frac{1}{5}$

*Ex his cernitur quantopere falli in æſtimandis & comparandis ſuperficierum quantitatibus Geometriæ imperitos neceſſe ſit.*

Proportio corporum ſimilium cognoſcetur ex *prob. 14. cap. 21.*

## PROBLEMA VII.

### Arearum diſſimilium proportionem cognoſcere.

SI areæ diſſimiles datæ ſint duo triangula, aut duo parallelogramma, ratio earum invenitur per *Corol. 3. prop. 23. lib. 6.*

Modus generalis pro quibuſvis areis diſſimilibus, hic eſt: per 45. 1, aut per Scholium *prop. 16. lib. 2.* areæ datæ reducantur ad rectangula æquè alta. Quæ eſt ratio inter baſes horum rectangulorum, eadem *a* eſt inter ipſa rectangula, adeoque & inter datas areas his *b* æquales.

a *per* 1. 6.
b *per conſt.*

PRO-

PROBLEMA VIII.

Superficiem minorem à majori altera ſubtrahere.

SI ſimiles ſunt, habetur intentum per *Problema 2. Scholij* poſt 47. 1. quod licet ad ſola quadrata iſthic pertineat, univerſale reddes per 31. 6.

*e per 45. 1. vel per ſchol. p. 16. lib. 2.* Si diſſimiles, reducantur ambæ ad rectangula *e* æquè alta, tunc enim ex 1. 6, liquet ſubductionis modus.

# DE FIGURARUM

## Rectilinearum Sectione.

## CAPUT XIV.

Sectio trianguli per punctum datum.

CUm hujus ſectionis modum à nullo hactenùs perfectè traditum animadverterem, integrum de eo tractatum ſcripſi: quem & ſeorſim edere in lucem ſtatueram. Verùm, mutato deinde conſilio, in hunc Geometriæ Practicæ locum ipſi quodammodò proprium rejeci.

## PRÆFATIO.

MIrabuntur fortaſſe, qui iſta lecturi ſunt, quod ejus problematis tractationem ſuſceperim, cujus ab alijs jam pridem data ſit ſolutio. Id ſanè verum ſi eſt, & juſta illorum admiratio erit, & labor meus aut ſuperfluus aut certè non admodum neceſſarius. Sed longè aliter ſe res habet.

Trianguli ſecundùm rationem datam ſectio ex puncto dato, tres caſus complectitur. Primus eſt, cùm punctum datur in ambitu trianguli: tum verò facilis atque obvia problematis ſolutio eſt.

*Fig. 47.* Nam ſi in perimetro trigoni A B C datum ſit punctum G, ex angulo adjacente A, qui à puncto G eſt non remotior altero C, dividatur triangulum ſecundùm rationem datam, rectâ A D per 1. 6; ſic ut pars minor (ſi ratio data ſit majoris ad minus)

*a Per 1. 6.* cadat versùs punctum datum G. Deinde ex ipſius A D termino D ad G ducatur recta D G; cùi ex A fiat parallela A F occurrens lateri B C in F. Ex G ad F ducta recta ſecabit triangulum in partes datam habentes proportionem.

Cùm enim A F, G D ſint per conſtr.

*d Per 37. 1.* parallelæ, triangula *d* G A D, D F G æqualia ſunt. Quare ablato communi G O D, reliqua A O G, F O D æqualia erunt: quibus addito communi trapezio G O D C, æqualia erunt triangula A D C, G F C. Quare etiam reſiduæ totius A B C, trianguli partes D A B, & A G F B æquales ſunt. Atqui per conſtruct. A D C ad D A B datam habet rationem. Ergo etiam G F C ad A G F B datam habet rationem. Igitur ex dato in ambitu puncto G ſectum eſt triangulum, ut petebatur. Quod autem A F parallela ad D G non cadat extra triangulum, ſic oſtendo: cùm ex conſtr. A G ſit non major, quàm G C, etiam F D erit non major quàm D C. Sed D C eſt ex conſtr. non major quàm B D. Ergo etiam F D eſt non major quàm B D; adeoque G F extra triangulum non cadit.

At præter hunc primum caſum alij prætetea duo ſuperſunt, quorum ſolutio haud paulò majus artificium requirit; videlicet quando punctum datum extra triangulum eſt, vel intra illud. Et quidem cùm punctum extra triangulum datur, ſubtiliter & ingenioſè à Geometris non paucis quæſita ſectio peracta eſt. At verò, puncto intra triangulum dato, qui plenam, hoc eſt univerſalem hujus problematis ſolutionem exhiberet, reperire hactenùs nullum potui. Cauſa difficultatis eſt quod caſus ille poſtremus determinationes ſatis multas, eaſque non vulgares aut obvias comprehendat: quas qui ignoraverit, non erit mirum ſi ad veram is ſolutionem minimè pertingat. Quæ cùm ita ſint nec ingratum, nec inutile Geometriæ ſtudioſis futurum putavi, ſi adæquatam hujus problematis ſolutionem, prout à me inventa fuit, prælo committerem. Id verò eò etiam feci libentiùs, quod determinatio dati problematis alia non pauca ſeu theoremata, ſeu problemata ſecum intimè connexa, involvat, ferè haud minus vel jucunda vel digna ſcitu quàm ipſum illud cujus gratiâ inventa ſunt. Omnium ſeriem ſequens ſynopſis exhibet.

# SYNOPSIS.

## PARS I.

De ſectione trianguli ex puncto dato extra triangulum.

PRimùm à dato angulo ex puncto extra ipſum dato triangulum datæ magnitudinis abſcindi- tur. *Prop.* 4.

Atque hinc deinde datum triangulum ſecundùm datam rationem dividitur ex puncto extra triangulum dato. *Prop.* 5.

## PARS II.

### De ſectione trianguli ex puncto intra triangulum dato.

A Dato angulo per punctum intra ipſum datum, triangulum minimum abſcinditur. *Prop.* 8.

A dato angulo per datum intra ipſum punctum, abſcinditur triangulum magnitudinis datæ. *Prop.* 10.

Pars minima, quæ per datum punctum à triangulo abſcindi poteſt, non trapezium, ſed triangulum eſt. *Prop.* 11.

A dato triangulo per punctum intra ipſum datum, pars minima, ſeu minimum triangulum abſcinditur. *Prop.* 13.

Intra quodvis triangulum datur punctum, ipſum videlicet centrum gravitatis, per quod tria minima triangula inter ſe æqualia abſcindi poſſunt. *Prop.* 14.

*vide Fig.* 72. Si in triangulo quovis ab angulorum uno ducatur recta B L bifariam ſecans latus oppoſitum, ex eâque ſumatur pars tertia L E, & dimidia L O; per quodvis punctum inter E & O abſcindi poſſunt duo minima triangula inter ſe æqualia. *Prop.* 15.

Poſtremò datum triangulum per datum intra illud punctum ſecatur in partes, quæ datam inter ſe habeant proportionem. *Prop.* 20.

## PARS I.

### De ſectione trianguli ex puncto extra ipſum dato.

### LEMMA I. PROPOSITIO I.

**A dato angulo (EAF) per datum in latere punctum (D) triangulum abſcindere æquale dato (GKH).**

*Fig.* 48. 49. Fiat ut D A ad G H, ita I K altitudo ad A C, quæ perpendiculariter ponatur ad F A, & per C ducatur C B parallela ad A F, ſecans A E, in B, ducaturque recta D B.

Erit triangulum D A B æquale dato G K A. Demonſtratio patet ex *Coroll.* 15. 6.

### LEMMA II. PROPOSITIO II.

*Fig.* 50. 51. **Data ſit recta infinita N Z, bis ſecta in A & K. Oporteat eam tertiò ſecare in E, ut N K, A E, N E ſint proportionales.**

*a Patet ex 31. 3 & Coroll. 2. p. 8. l. 6.*

*Conſtr.* Inter N K, N A inveni mediam proportionalem N H; quod fiet *a*, ſi ex A in *Fig.* 50, ex K in *Fig.* 51 erigatur perpendicularis; & N K in *Fig.* 50, N A verò in *Fig.* 51 biſectâ in O, centro O per N deſcribatur circulus, occurrens perpendiculari in H, jungaturque N H. Ex H erige ad H N perpendicularem H L. parem K I ſemiſſi ipſius K N. Centro L per H deſcribe circulum, qui tanget per 16. 3. rectam N H in H, & per N ac L duc rectam N P. Abſcinde ipſi N P ex A in E æqualem A E. Dico N K, A E, N E eſſe proportionales.

*b per* 17. 6. *Demonſtr.* Rectangulum A N K æquale eſt *b* quadrato mediæ H N; hoc eſt rectangulo *c* P N M. Rectangulum quoque ſub E A, K N æquatur ipſi N P M, ſunt enim æquales E A, N P, & K N, P M ex conſtructione. Ergo duo rectangula A N K, & E A, K N (hoc eſt *o* ipſum E N K) æquantur duobus P N M & N P M, hoc eſt *n* quadrato N P. Sed N P eſt A E per conſtr. Ergo E N K rectang. quadrato A E æquale eſt. Ergo ſunt *m* proportionales N K, A E, N E. Quod erat propoſitum.

*c per* 36 3. *o per* 1. 2. *n per* 2. 2. *m per* 17. 6.

### LEMMA III. PROPOSITIO III.

**Data ſit recta infinita Z N, ſecta in K, oporteat eam ſecare in E, ut N K, K E, N E ſint proportionales.** *Fig.* 52.

*Conſtr.* Ex K erige perpendiculariter K L parem dimidiæ K N centro L per K deſcribe circulum, & per N, L, duc N P. Hæc ponatur ex K in E. Erunt N K, K E, N E proportionales.

*Demonſtr.* Quadr. K E æquatur quadrato N P ex conſtr. hoc eſt *a* rectangulis P N M, & N P M. Sed P N M *b* æquatur quadrato tangentis N K, & N P M æquatur ipſi E K N (nam *c* N P eſt E K, & M P eſt K N) Ergo quadr. K E æquatur quadrato K N & rectangulo E K N, hoc eſt *d* ipſi E N K. Ergo proportionales ſunt E N, E K, K N.

*a per* 2. 2. *b per* 36. 3. *c per conſt.* *d per* 3. 2.

### PROBLEMA I. PROPOS. IV.

**A dato angulo (Z A F) triangulum abſcindere æquale dato (X) per lineam ductam dato extra angulum puncto (B).**

*Fig.* 53. 54. 55.

*Conſtr.* Duc B N parallelam F A, lateri Z A producto occurrentem in N. Ab angulo B N Z per punctum B abſcinde triangulum B K N æquale dato X, per *prop.* 1. Infinitam N Z ita ſeca in E, ut N K, A E, N E ſint proportionales per *prop.* 2 vel 3. Ducatur B E ſecans A F in G. Erit triangulum E A G æquale dato X.

*Demonſtr.* Quoniam N K, A E, N E ſunt proportionales, erit ratio N K ad N E, hoc eſt ratio trianguli N B K ad triangulum N B E, duplicata rationis A E ad N E. Sed etiam ratio *o* trianguli A G E ad triangulum idem N B E eſt duplicata ejuſdem rationis A E ad N E, cùm ſint propter G A, B N parallelas, ſimilia. Ergo triangula N B K, A G E ad triangulum N B E eandem habent proportionem, ac proinde æqualia ſunt. *o per* 19. 6.

#### *Corollarium.*

Sint proportionales N K, A E, N E, & ſit N B parallela quævis lateri A F, versùs B infinito: ex punctis autem K & E ad quælibet parallelæ puncta R citra ultraque B ducantur ſecantes latus anguli in I, I; erit ſemper triangulum E A I par triangulo K N R.

### PROBLEMA II. PROPOS. V.

Fig. 56. 57. 58. **Triangulum (C A D) per datum extra ipſum punctum (B) dividere ſecundùm rationem datam (M ad N).**

Fig. 56. DAtum ſit primò punctum B in aliquo, putà in C A, latere producto. Seca adjacens latus A D in puncto L, ſic ut ſegmenta A L, L D ſint inter ſe ut M ad N; & ab angulo C oppoſito ducatur C L. Hæc per 1. 6. ſecabit triangulum in ratione datâ M ad N. Deinde ex dato puncto B per rectam B E ab angulo D per 4. hujus abſcinde triangulum G E D, æquale triangulo L C D. Manifeſtum eſt rectam B E ſecare latus A D ante A (adeoque abſciſſum triangulum G E D totum cadere intra datum triangulum C A D) ſi enim B E ſecaret latus A D in A aut ultra, triangulum abſciſſum G E D majus eſſet ipſo L C D. Recta igitur B G E ex dato puncto B educta ſecat triangulum C A D in ratione datâ M ad N.

Cùm enim G E D æquale ſit ipſi L C D; hoc verò ad reſiduum LCA datam habeat rationem, etiam G E D ad reſiduum G E C A datam rationem obtinebit.

Fig. 57. 58. Quod ſi datum punctum B extra triangulum, in nullo exiſtat latere producto, ita conſtrue. Ex puncto dato B ad angulum oppoſitum C duc rectam, quæ latus oppoſitum A D ſecet in O. Si hæc ſecat latus A D ſecundùm rationem datam M ad N, ſecabit quoque per 1. 6. triangulum C A D in ratione datâ. Si non; ſeca A D in L, juxta rationem datam M ad N, atque ad L ex oppoſito angulo C duc rectam C L, quæ per 1. 6 ſecabit etiam triangulum C A D in ratione datâ. Tum per 4 hujus ab angulo D per rectam B E, abſcinde triangulum G E D, æquale ipſi L C D, vel ab angulo A abſcinde rectâ *Be* triangulum *ge*A par ipſi *lc*A. Manifeſtum eſt rurſus abſciſſum triangulum, totum cadere intra datum triangulum C A D. Recta igitur B G E educta ex dato puncto B ſecat triangulum C A D in ratione datâ M ad N.

Ex dictis liquet problema duplicem ſolutionem admittere.

## PARS II.

### De ſectione trianguli per punctum datum intra triangulum.

### LEMMA IV. PROPOS. VI.

Fig. 59. DAta ſit recta infinita A Z, ſecta in B, X, F. Accepta quoque ſit B O par A X; & ſit rectangulum F O B minus rectangulo F B A. Ut habeatur horum rectangulorum æqualitas. Dico ſectionem faciendam ultra F versùs Z.

*Demonſtr.* Fiat enim quælibet ſectio ante F, in Q. Quoniam X A major quàm B A, etiam O B, quia par ipſi X A, major erit. Unde factum ex F Q, O B,
a per hyp. majus eſt facto ex F Q, B A. Sed F O B eſt *a* minùs quàm F B A: quare ſi à minori F O B, auferas majus F Q, O B, & à majori FBA auferas minus F Q, B A, remanet Q O B jam à fortiori minus quàm Q B A. Ergo non habebitur rectangulorum æqualitas, ſi fiat ſectio ante F. Ergo poſt F, ut in Z, ſic enim poterit Z O B æquari Z B A.

### LEMMA V. PROPOS. VII.

**Data ſit recta infinita A K ſecta in N & M, ſic ut M N ſit quadrupla A N. Accepta ſit N C par A N. Patet CN, CA, M N fore proportionales. Accipiatur in M N quodvis punctum X diverſum A C. Dico ipſarum X N, X A tertiam proportionalem majorem eſſe quàm M N.** Fig. 60.

D*Emonſtr.* Fac N O parem A X, & biſeca M N in S. Ex datis patet S N eſſe duplam N A, unde quad. S N (ſive rectangulum M S N) duplum eſt rectanguli S N A; ac proinde æquale rectangulo M N A. Deinde, quia ex conſt. X A eſt inæqualis C A, hoc eſt S N; etiam O N par ipſi X A, inæqualis eſt S N. Ergo M N in O ſecta eſt inæqualiter. Ergo ex 5. 2. rectangulum M O N minus eſt rectangulo M S N, ſeu quadrato S N; hoc eſt (ut jam oſtendi) rectangulo M N A.

Fiat jam ut X N ad X A, ſic X A ad tertiam NK, ubicumque demùm cadat punctum K. Quia ON par
eſt *a* X A, erit X N, ad X A, ut O N ad K N. Igitur convertendo A N ad A X ut K O ad K N: & ſi pro A X ſubſtituas ei parem O N, erunt proportionales A N, O N, K O, K N. Ergo factum ex A N, K N, a ex conſtr.
ſive K N A, *b* æquatur facto ex ON, KO, ſeu KON. b per 16.6.
Cùm igitur antè oſtenſum ſit MON eſſe minus quàm M N A; patet ex *lem. præced.* ſectionem K cadere ultra M, ac proinde N K, ipſis X N, X A tertiam proportionalem majorem eſſe quàm M N. Quod erat demonſtrandum.

### PROBLEMA III. PROPOS. VIII.

**A dato angulo (S A G) per datum intra ipſum punctum (B) triangulum minimum abſcindere.** Fig. 61. 62.

C*Onſtr.* Per datum punctum B duc alterutri lateri parallelam B N. N A pone ex N in C. Per C & B recta tranſiens abſcindet triangulum minimum C A D.

*Demonſtratio.* Abſcindatur ſuprà vel infrà C quodvis aliud X A P. Oſtendam hoc eſſe majus. Accipe N M quadruplam N A. Patet C N, C A, M N fore proportionales. Fiat deinde rectis X N, X A, tertia prop.; hæc erit major quàm N M per prop. 7. Quare poſita ex N verſus M finietur ultra M in G. Ergo ſi ducantur B M, B G, erit triang. G N B majus quàm M N B. Quoniam verò C N, C A, M N ſunt proportionales, erit ratio C N ad M N (hoc eſt 1. 6. ratio trianguli C B N, ad triang. M B N) duplicata rationis C N ad C A. Sed etiam
ratio trianguli ejuſdem CBN ad triang. CDA eſt du- a per 19.6.
plicata *a* rationis C N ad CA. Ergo triangulum CBN ad triangula M B N & C D A eamdem habet rationem, quæ proinde æqualia ſunt. Eodem diſcurſu æqualia oſtendemus triangula X A P, G N B. Quare cùm G N B ſit majus quàm M N B, etiam X A P majus erit quàm C A D. Minimum igitur eſt CAD. Quod erat propoſitum.

*Corollarium* I.

Triangulum minimum à dato angulo A per punctum datum B reſecabile, æquatur triangulo, cujus altitudo eſt diſtantia puncti B à latere A G, baſis verò

quadrupla rectæ N A, quam abſcindit ex latere A G, linea B N alteri lateri A S parallela.

*Corollarium 2.*

Si à puncto C ducantur quotcumque rectæ ſecantes parallelam in finitam N L in punctis O, abſcindentur infinita triangula minima eorum, quæ per ſingula puncta O abſcindi poſſunt.

*Corollarium 3.*

Ex demonſtratis patet ut triangulum M N B ſit par minimo, M N debere eſſe quadruplam N A; ut verò majus ſit minimo quemadmodum GNB, oportere ut G N ſit major quadrupla N A.

## LEMMA VI. PROPOSITIO IX.

### Datam rectam AK finitam, ſemel ſectam in N, ita denuò ſecare inter N & K in E, ut NK, AE, NE ſint proportionales.

Fig. 63. CONſtr. Inter K N, N A inveni mediam proportionalem N F ut traditur p. 13. 6. deſcripto nimirùm circa A K ſemicirculo, & ex N erectâ perpendiculari uſque ad peripheriam in F. Deinde circa K N alium forma ſemicirculum, & ex F duc parallelam ad A K, occurrentem ſemicirculo in puncto H, ex quo dimitte perpendicularem H Q; Rectam NQ pone ex A in *e*, rectam verò K Q ex A in E, erunt tam N A, A*e*, N*e*, quàm N A, A E, N E proportionales; ac proinde duplex habetur ſolutio, cùm parallela per F ſecat ſemicirculum K H N: Quod ſi tangeret, haberetur ſolùm unica: ſi ne tangeret quidem, nulla.

Oportet igitur ut N F media prop. inter K N, A N, ſit non major ſemiſſe ipſius N K.

*Demonſtratio.* Quoniam H F, id eſt Q N, eſt major quàm A N, patet Q N ſi ponatur ex A, cadere ultra N, putà in *e*, eritque Q*e* par A N. Et quia rectangula K Q N, K N A æquantur quadratis Q H, N F æqualibus, erunt æqualia. Unde addito communi quadrato Q N, erit rectangulum KNQ æquale rectangulo K N A cum quadrato Q N, ſive A*e*. Ablatis igitur utrimque æqualibus, nimirùm rectangulo K N, Q*e* & K N A (cùm enim Q*e* & N A ſint æquales, etiam rectangula K N, Q*e*, & K N A æqualia ſunt) remanet rectangulum K N*e* æquale
i 17.6. quadrato A*e*. Sunt igitur proportionales *i* N K, A*e*, N*e*.

Quod etiam N K, A E, N E proportionales ſint, ſic oſtendo. Quoniam rectangula N Q K, A N K æqualia ſunt, ſi addatur commune quadratum K Q, erit rectang. N K Q æquale rectangulo A N K cum quadrato K Q, ſive A E. Sed rectang. N K Q eſt rectang. ſub K N, A E. Ergo rectang. ſub K N, A E æquatur ipſi A N K cum quadr. A E. Ergo ſi dematur utrimque rectang. A N K, ſeu K N A, remanet rectang ſub K N, N E æquale quadrato A E. Sunt ergo proportionales N K, A E, N E.

*Corollarium.*

Ex determinatione jam allatâ ulterior alia colligitur, nimirùm quod A N debeat eſſe non major quarta parte ipſius N K. Nam N F media inter NK, NA debet eſſe non major quàm dimidia N K, quæ erat determinatio prima.

## PROBLEMA IV. PROPOS. X.

### A Dato angulo (Z A G) per datum punctum (B) intra eum, triangulum abſcindere æquale dato. Fig. 64. 65.

COnſtr. Ex dato puncto B duc B N alterutri lateri parallelam, & ab angulo B N Z per punctum B in ejus latere datum, abſcinde triangulum B N K par dato per *prop.* 1.

Si jam K N eſt quadrupla N A, fac N E parem Fig. 64. N A, & per E ac B duc rectam E G, hæc abſcindet triang. E A G par triangulo K N B, hoc eſt dato, & minimum omnium, quæ per B abſcindi poſſunt, quæ omnia patent ex *prop.* 8.

Si K N eſt minor quadruplâ N A, problema eſt impoſſ. tunc enim triang. K N B (hoc eſt datum) eſt minus minimo eorum quæ per B reſecari poſſunt, ut patet ex *prop.* 8. ejuſque 3. *Corollario.* Hæ determinationes etiam patent ex præcedenti, ejuſque corollario.

Quod ſi K N eſt major quadruplâ N A, finitam Fig. 65. rectam A K, jam ſectam in N, ita denuò ſeca *a* in E, a *per præc.* ut N K, A E, N E ſint proportionales. Quæ ſectio quando in duobus punctis *b* fieri poteſt nempè in E, b *ibid.* & *e*, ab utroque puncto per B ducta recta abſcindet triangula æqualia dato. Unde geminam problema ſolutionem admittit. Quod ſi unica ſolùm haberi poteſt ſectio E, una ſolùm dabitur ſolutio problematis. Cæterùm, quando duæ haberi poſſint ſectiones E; quando una tantùm, determinatum eſt in præcedenti.

*Demonſtratio.* Quoniam E N, E A, N K ſunt proportionales, erit ratio E N ad N K (id eſt *c* ratio c *per* 1.6. trianguli E B N ad triang. K B N) duplicata rationis E N ad E A. Sed etiam ratio trianguli ejuſd. E B N ad triangulum E G A duplicata *d* eſt rationis d *per* 19.6. ejuſdem E N ad E A. Ergo triang. E B N ad K B N & E G A eandem habet rationem. Ergo E G A æquale eſt ipſi K B N, id eſt, dato. Quod erat propoſitum.

*Corollarium.*

Sint proportionales EN, AE, KN, & quævis parallela lateri anguli ſit N B verſùs B infinita, in quâ ſumatur quotcumque punctum I ultra citraque B: ſi ex punctis E per punctum I, ducatur recta occurrens lateri in X, erit ſemper triangulum E X A æquale triangulo K I N.

## THEOREMA I. PROPOS. II.

### Eſto triangulum A B C, & punctum intra ipſum quodlibet K Pars minima quæ à triangulo dato per punctum K datum abſcindi poteſt, non trapezium ſed triangulum eſt. Fig. 66.

DEmonſtratio. Si negas, pars minima non eſto triangulum, ſed trapezium C E D B. Ducantur D C, E B. Quoniam igitur C E D B pars minima eſt per K reſecabilis, erit etiam minor quàm EAD, adeoque

Digitized by Google

que adhuc minor quàm DCA. Ergo BCD eſt multò minus, quàm D C A. Ergo *a* B D eſt minor quàm D A. Pari modo quia C E D B pars minima ponitur, erit rurſum minor quàm E D A, adeoque adhuc minor quàm E B A. Ergo C B E multò minus eſt, quàm E B A. Ergo C E quoque minor quàm E A. Jam quoniam ipſarum D K, K E, alterutra eſt non minor alterâ, ponamus D K eſſe non minorem K E. Ex D due D F parallelam AC, & ex F per K rectam FKG, occurrentem lateri in G. Quoniam D K eſt non minor quàm K E, etiam D F erit non minor quàm G E ob ſimilitudinem triangulorum D F K, E K G. Et quia jam oſtendi B D eſſe minorem quàm D A, ac proinde minorem dimidiâ B A; etiam D F erit minor quàm dimidia A C (eſt enim *b* ut B D ad B A, ita D F ad A C). Atqui oſtenſum eſt D F eſſe non minorem quàm G E. Ergo G E minor etiam eſt quàm dimidia A C. Oſtendi autem etiam C E eſſe minorem quàm E A, adeoque minorem dimidiâ AC. Ergo tota G C eſt minor quàm A C. Ergo recta per F & K ducta occurrit lateri C A inter C & A, ac proinde à triangulo toto abſcindit triangulum, nempè F C G. Deinde quoniam triangula ſimilia ſunt DKF, E K G eſtque D K non minor quàm K E, patet *c* DKF eſſe non minus quàm E K G, ac proinde addito communi F K E C, trapezium D E C F eſſe non minus triangulo G F C. Liquet ergo trapez. totum B D E C eſſe majus triangulo F G C. Ergo trapezium B D E C non eſt pars minima, quæ per punctum K abſcindi poteſt. Pars igitur minima triangulum erit.

*a per 1.6.*
*b per 4.6.*
*c ex 19.6.*

### *Corollarium.*

Pars maxima à dato triangulo reſecabilis per datum punctum K, ſæpè trapezium eſt; quotieſcumque nimirùm linea D E minimum triangulum abſcindens, nullum angulum ſecat.

## *Scholium.*

*Hic diſcurſus exemplum rurſus clariſſimum prebet ejus ratiocinationis, quæ ex contradictorio aſſertionis directâ ac oſtenſivâ demonſtratione aſſertionem ipſam concludit. Similem dedi etiam* prop. 4. lib. 5. Cylind. & & Annul. *& alibi. Quæ ratiocinandi forma, quando nonnullis ita mirabilis viſa eſt ut eam crederent cum ratione pugnare, quàm ſit rationi conſentanea non erit alienum obiter hic declarare. Proprium eſt propoſitioni falſæ, ut ex eâ deduci poſſint contradictoria; quæ proinde in ipsâ mediatè ſeu virtualiter continentur. Iam licet plerumque contradictoria illa ſint ab ipsa falsâ propoſitione diſtincta utraque; contingit tamen ſubinde ut eorum alterum ſit ipſa propoſitio falſa, alterum propoſitionis falſæ negatio. Quod quando evenit, tum enimverò poteſt ex ipſo falſo ejus negatio elici, hoc eſt, verum: nam falſi negatio, verum eſt. Atque id quidem falſi naturæ eſt planè conſentaneum. Neque enim jam magis mirum erit ex falſo elici poſſe verum, quam in falſo contineri contradictoria, quorum alterum ſit falſum ipſum, alterum negatio ejuſdem falſi.*

### LEMMA VII. PROPOS. XII.

*Fig. 67. 68.* Datum ſit triangulum, A B C & punctum E intra illud, per quod ductæ ſint ſingulis lateribus parallelæ D F, K I, G H.

Si unum lateris alicujus ſegmentum D B (ut in *Fig.67*) inter parallelam unam D F, & latus aliud B C interjectum, ſit majus reliquo D A; Dico duo ſemper minima triangula, quæ ab angulis B, & C, lateri B C adjacentibus, reſecari poſſunt, extra triangulum cadere; tertium intra.

Si verò omnia laterum ſegmenta (ut in *Fig.68*) inter parallelas & latera interjecta, ſint non majora ſegmentis reſiduis (nimirùm ſi D B, F C, reliquis D A, F A; & B I, A K, reliquis I C, K C; & A G, C H, reliquis G B, H B ſint non majores.) Dico tria minima triangula, quæ à tribus trianguli angulis reſecari poſſunt, intra triangulum cadere.

*Fig. 67.* *Demonſt.* 1. *Pars.* Quoniam D B major eſt ex hyp. quàm D A, ergo ſi ipſi fiat æqualis, ut D N, ea cadet extra triangulum, ac proinde ductâ per N & E rectâ N M, etiam triangulum N B M extra triangulum A B C terminabitur. Eſt verò, per 8. *prop.* N B M minimum per E ab angulo B reſecabile. *Pari ratione*, quia C F eſt major quàm F A, (eſt enim ut B D, ad D A, ſic C F ad F A) ipſi æqualis, nempè F L, cadet ultra A. Quare ductâ L E O, triangulum L O C extra datum A B C cadet. Eſt autem rurſus L C O minimum ab *a* angulo C, reſecabile. *Demum* quia A D ponitur minor quàm D B, erit A G adhuc minor, quàm G B. Quare ipſi par G P terminatur ante B. Pari modo quia A F eſt minor quàm F C, etiam A K eſt minor quàm K C, adeoque ipſi par KS terminatur ante C. Ductâ igitur lineâ PES, quam ex 8 *hujus* patet eſſe rectam, abſcindetur triangulum intra datum cadens P A S, quod per *prop.* 8. eſt minimum ab angulo A per E reſecabile.

*a per 8. hujus.*

*Fig. 68.* *Demonſtr.* 2. *Pars.* Quoniam ex hyp. I B non major eſt quàm I C, & B D, quàm D A, ipſis æquales I R, & D O, cadent non ultra C & A. Ergo ductâ recta O E R, triangulum O B R ab angulo B reſectum, erit *b* minimum, & terminatum intra datum A B C. Similiter quia A K, A G ex hyp. ſunt non majores, quàm K C, G B, ipſis æquales K M, G N terminantur non ultra C, & B. Ergo ut prius &c. Demùm quia ex hyp. C F, C H, ſunt non majores quàm F A, H B, ipſis pares F X, H T, terminantur non ultra A & B. Ergo ut prius &c.

*b per 8. hujus.*

### *Corollaria.*

1. Vel duorum angulorum minima triangula cadunt extra datum triangulum, vel nullius: nunquam unius tantùm, patet ex 1 parte.

2. Vel unius anguli minimum triangulum cadit intra datum triangulum vel trium; nunquam duorum tantùm: ſi enim duorum tantùm caderent intra, ergo unius tantum anguli caderet extra: quod repugnat primo.

3. Nunquam omnium angulorum minima triangula cadunt extra triangulum datum, patet ex 1. parte prop.

### PROBLEMA V. PROPOS. XIII.

**A dato triangulo (ABC) per datum intra illud punctum (E) minimam partem abſcindere.** *Fig. 69.*

QVoniam minima pars à triangulo A B C reſecabilis non *a* eſt trapezium, ſed triangulum ab aliquo trium angulorum, A, B, C abſciſſum, & totum intra datum triangulum cadens, neceſſe eſt illud ſit

*a per 11. hujus.*

unum

unum ex tribus minimis, quæ à tribus angulis abſcindi poſſunt, ſic ut cadant intra datum ABC. Eorum autem vel unum tantùm vel omnia tria intra triangulum A B C cadere, patet ex *Coroll.* 2. *præced.* ſi unum tantùm intra cadit, illud erit minimum quod à triangulo ABC per E abſcindi poteſt. Si tria: quod ex tribus erit minimum quæſito ſatisfaciet.

*Conſtr.* 1. Ducantur igitur per E punctum datum ſingulis lateribus parallelæ D F, K I, G H. Si alicujus lateris ſegmentum, ut B D, inter unam parallelam D F, & latus aliud B C interjectum, ſit majus reſiduo D A, accipe G N parem G A: per N & E duc N X: hæc à triangulo A B C abſcindet triangulum minimum N A F, per datum punctum E.

*Demonſtr.* Quoniam B D inter latus B C, & ipſi parallelam D F intercepta major eſt reliquâ D A, triangula minima ab angulis B & C reſecabilia per E, cadent extra triangulum A B C, ſolius autem A anguli minimum per E reſecabile cadet intra, per 1. *part. præced.* Sed pars minima à triangulo A B C reſecabilis per E, neceſſariò eſt triangulum per *prop.* 11, & quidem unum ex tribus minimis, quæ ab angulis A, B, C abſcindi poſſunt, ut patet. Ergo minima pars à triangulo A B C per E reſecabilis, eſt minimum triangulum per E reſecabile ab angulo E. Atqui N A X, per *prop.* 8. minimum reſecabile ab angulo A per E, cùm G E ſit parallela lateri A C, & G N par G A. Ergo &c.

Fig. 70. *Conſtr.* 2. Si ductis per E punctum datum ad latera parallelis tribus DF, KI, GH, omnia ſegmenta inter latera & lateribus parallelas intercepta ſuis reſiduis ſint non majora, nimirùm D B, F C non majora ſint reſiduis D A, F A; & A K, B I reſiduis K C, IC; & A G, C H, reſiduis G B, H B: fiat ut C H ad B I, ita C F ad Z. Vide quæ ex tribus rectis A K, C F, Z, ſit minima: (AK pertinet ad angulum A; C F ad angulum C; Z ad angulum B) cujus anguli linea eſt minima, ab eo angulo abſcinde per E minimum triangulum per *prop.* 8. erit hoc minima pars à triangulo ABC per E reſecabilis. *In caſu* quia Z eſt minima, fac DO parem D B: per O & E duc rectam O E X; hæc ſolvit Problema. Poterunt hæ tres rectæ omnes eſſe pares, ac proinde tria eſſe minima æqualia; ſubinde duæ pares erunt & minores tertiâ, ac proinde minima duo. Vide *prop. ſequentes.*

*Demonſtr.* Ex dato puncto E duc perpendiculares E Q, EP: per *coroll.* 1. *prop.* 8. triangulum minimum per E ab angulo A reſecabile, eſt æquale triangulo, cujus altitudo E Q, baſis quadrupla A K. Similiter minimum anguli C æquatur triangulo, cujus altitudo E Q baſis quadrupla C F. Sed hæc triangula ſunt ut baſes, nimirum ut quadruplæ rectarum AK, CF; hoc eſt ut ipſæ AK, CF. Ergo minimum anguli A eſt ad minimum anguli C, ut A K ad C F.

Pari modo triangula minima angulorum C & B per E reſecabilia, æquantur per idem *coroll.* triangulis, quorum altitudo E P, baſes verò quadruplæ rectarum CH, BI; ac proinde ſunt inter ſe ut quadruplæ C H, B I, hoc eſt ut ipſæ C H, B I. Ergo & minimum anguli C eſt ad minimum anguli B, ut CH ad B I; hoc eſt per conſt. ut C F ad Z. Igitur ex æquo, minimum anguli A eſt ad minimum anguli B, ut A K ad Z. Ergo minima angulorum A, C, B, per E reſecabilia, ſunt rectis AK, CF, Z ordine proportionalia. Ergo inter hæc tria minima illud erit minus, cujus recta erit minor. Quare cùm hic Z ſit minor, quàm A K aut C F; minimum anguli B erit minus minimo anguli A, & minimo anguli C. Ergo triangulum minimum anguli B per E nimirùm reſecabile, eſt abſolutè minimum triangulum quod à dato A B C triangulo per E abſcindi poteſt, ac proinde per *prop.* 11, etiam pars minima. Minimum autem ab angulo B reſecabile per E, eſt triangulum O B X per 8, eſt enim E D parallela lateri C B, & D O par D B. Ergo &c.

## THEOREMA II. PROPOS. XIV.

**Reperitur punctum intra quodvis triangulum, per quod à triangulo abſcindi poſſint tres partes minimæ, ſeu triangula tria minima, inter ſe æqualia. Punctum verò illud eſt ipſum trianguli gravitatis centrum.** Fig. 71.

D*Emonſtr.* In triangulo A B C ab angulo quovis B ducta ſit B L biſecans latus A C in L, ejuſque pars tertia ſit L E. Erit E [a] centrum grav. trianguli. Per E ducantur lateribus parallelæ G H, K I, D F, hæ omnia trianguli latera triſecabunt, eruntque triangula tria GBH, KCI, DAF inter ſe æqualia, & minima quæ à dato triangulo per E abſcindi poſſunt. Quæ omnia ſic oſtendo. Quia A L par eſt L C, erit [c] & G E par E H; ac proinde A K par erit F C. Jam quia L B ſeſquialtera eſt E B, etiam A C ſeſquialtera [d] erit G H, ac proinde tripla E H; hoc eſt A C tripla eſt A K, ſeu F C. Unde patet etiam K F eſſe tertiam partem A C; ideoque A C triſecta eſt in K & F. Deinde quia L E eſt tertia pars L B, erit etiam I H tertia pars C B. Rurſum quia K I eſt parallela A B, eſtque A K tertia pars A C, etiam B I eſt una tertia B C. Cùm ergo etiam C H ſit una tertia B C, patet quoque I H eſſe unam tertiam B C. Igitur B C triſecta eſt I & H. Eodem modo oſtendam A B triſectam eſſe in G & D.

[a] Archim.
[c] cor. 2. p. 4. 6.
[d] per 4. 6.

Quod triangula illa tria ſint æqualia ſic patet: ratio totius ABC ad GBH, duplicata eſt per 19. 6. rationis BA, ad G B, hoc eſt rationis ſeſquialteræ. Rurſum ratio totius ad K C I eſt duplicata rationis A C ad K C, hoc eſt rationis ſeſquialteræ. Et rurſum ratio totius ad D A F eſt duplicata rationis B A ad D A, hoc eſt iterum ſeſquialteræ. Ergo totum ad ſingula illa tria eandem habet rationem, ac proinde tria illa inter ſe æqualia ſunt.

Singula demùm eſſe minima ſic oſtendo. Jam oſtenſum eſt H I, eſſe parem B I, & E I eſt parallela lateri B A. Ergo per 8, G B H eſt minimum triangulum quod ab angulo B abſcindi poteſt per E. Similiter quia F K par eſt F C, & E F parallela lateri B C, per 8. erit K C I minimum ab angulo C reſecabile per E. Demùm quia K F eſt par K A, eſtque E K parallela lateri B A, rurſus per 8, erit D A F minimum ab angulo A reſecabile per E. Quare cùm G B H, KCI, DAF ſint minima per E reſecabilia ab angulis B, C, A, & inter ſe paria ſint; erunt quoque tria minima quæ à triangulo ipſo A B C abſcindi poſſunt per E.

*Corollarium.*

D F biſecatur in E. Nam E F æquatur H C, hoc eſt B I, hoc eſt D E.

THEO.

## THEOREMA III. PROPOS. XV.

Fig. 72. **In triangulo quovis ABC, recta B L biſecet A C, ejuſque pars tertia ſit L E. Sumatur inter L & E quodvis punctum Z. Dico per hoc abſcindi poſſe à triangulo toto A B C duo triangula minima inter ſe æqualia.**

DEmonſt. Ducantur lateribus parallelæ, per Z quidem, TV, MQ, D N; per E autem G H, K I. Quoniam ex præc. patet B C triſecari in I & H, ac proinde B I, C H æquari, patet B Q majorem eſſe quàm CV. Quare ſi fiat ut CV ad BQ, ita CN ad *a*, erit *a* major quàm CN. Jam quia T Z eſt ad Z V ut A L ad L C, erit T Z æqualis Z V, ideóque & A M ipſi C N æqualis. Patet autem ex *prop.* 12, minima triangula ab angulis A, C, B reſecabilia per Z cadere intra triang. ABC: & ex 13, habemus ea eſſe inter ſe ut rectas A M, C N, *a*; ſic ut A M reſpondeat minimo anguli A, C N minimo anguli C, *a* minimo anguli B. Ergo cùm oſtenderim æquales eſſe AM, CN, & *a* majorem quàm C N, adeoque & quàm A M, erunt minima angulorum A & C, inter ſe æqualia, & minora ſingula minimo anguli B: ac proinde erunt duo æqualia minima omnium quæ per Z ab triangulo toto A B C abſcindi poſſunt.

Fig. 73. Quod ſi punctum Z detur ſuprà E centrum gravitatis, non poterunt abſcindi duo minima æqualia, licet omnium angulorum minima triangula caderent intra A B C.

Nam tunc C V erit major quàm B Q, adeóque ſi fiat ut CV ad BQ, ita C N ad *a*, erit *a* minus quàm CN, & quàm AM, ac proinde minimum anguli B, erit minus quàm minima angulorum A & C. Ex quo patet determinatio.

### *Corollarium ad Duas praced.*

Fig. 71. In omni triangulo rectæ per gravitatis centrum E lateribus parallelæ GH, KI, DF, abſcindunt tres partes æquales maximas AGHC, AKIB, BDFC. Patet ex *prop.* 14.

Fig. 72. In datis verò *prop.* 15. per quodvis Z punctum inter E & L, abſcindi poſſunt duæ partes æquales maximæ.

## PROBLEMA VI. PROPOS. XVI.

**Triangulum per datum in ipſo punctum dividere ſecundùm rationem datam.**

DAtum ſit triangulum B A C, & punctum E, intra illud; data quoque ſit ratio quæcumque *a* ad β.

### *Conſtructio* 1.

Fig. 74. Ex quovis angulo B ducatur B D ſecans latus AC, adeóque etiam per 1.6. triangulum BAC, ſecundùm rationem datam *a* ad β. Deinde per datum punctum E abſcinde à triangulo BAC minimam partem F A Q per 13 *hujus*. Si triangulum BAD, quod altero BCD minus eſt, eſt minus minimo F A Q, impoſſibile erit Problema. Sciatur autem utrum minus ſit, ſi amborum ratio ad rectas lineas *a* revocetur.

a Per cor. 3.p.23.6.



### *Conſtructio* 2.

Si ratio data *a* ad β exiſtat intra limites determinationis jam datæ, dividatur ut prius, triangulum BAC rectâ BD ſecundùm rationem datam. Tum à ſingulis angulis A, B, C per datum punctum E abſcinde *a* duo triangula æqualia ipſi BAD, vel unum, ſi duo nequeant. Quando autem poſſint abſcindi duo, quando unum, vide *prop.* 10, & 9. Item à ſingulis angulis per E abſcinde *b* triangula duo, vel unum, æqualia alteri B D C. Quot ex his triangulis cadent intra triangulum datum BAC, tot habebimus Problematis ſolutiones. Fig. 74.

a Per 10. hujus. b per eam.

### *Conſtructio* 3.

Si ratio data fuerit ipſa ratio partis maximæ ad minimam, quæ à dato B A C triangulo abſcindi poteſt per E, & punctum E fuerit ipſum centrum gravitatis; per ipſum ducantur ſingulis lateribus parallelæ. Dico quamlibet harum ſolvere Problema, ut patet ex *prop.* 14. ac proinde triplicem hoc caſu haberi ſolutionem. Fig. 75.

### *Conſtructio* 4.

Si ratio data fuerit ipſa ratio partis maximæ ad minimam, & punctum datum E ſit infrà gravitatis centrum O, in rectâ A Z biſecante aliquod latus B C, duplex habebitur ſolutio, ſi nimirum per 8 *hujus* ab B & C abſcindantur duo minima triangula B X T, CVQ, per punctum E. Ea enim per 15 erunt æqualia & minima quæ à triangulo B A C abſcindi poſſunt. Fig. 76.

### *Conſtructio* 5.

Si ratio data *a* ad β fuerit majoris inæqualitatis & minor ratione partis maximæ ad minimam, & punctum datum E ſit ipſum gravitatis centrum, ſextuplicem Problema ſolutionem poterit admittere hunc in modum. Fig. 77.

Fiat ut *a* ad β, ita C F ad F A, & ducatur B F. A B angulo A per E abſcinde per 10 *hujus* duo triangula DAI, NAK, ipſi BAF, quod altero BFC minus eſt, æqualia. Ea abſcindi poſſe, & terminari intra triangulum BAC, oſtendam infrà. Dico tam B D I C ad DAI, quàm CBKN ad NAK eſſe ut *a* ad β. Eadem operatio ſi fiat circa angulos B & C (fieri autem poſſe oſtendam infrà) univerſim ſextuplex obtinebitur ſolutio Problematis.

Quando autem juxta determinationem in *prop.* 10 vel potiùs 9 demonſtratum ab angulo aliquo tantùm unum abſcindi poterit triangulum æquale ipſi B A F, pauciores erunt ſolutiones Problematis: ſemper tamen tres ſaltem ſolutiones poterunt obtineri.

*Demonſt.* Abſcindi poſſe triangula duo ipſi B A F æqualia ſic oſtendo. Cùm ratio *a* ad β, hoc eſt ex conſt. ratio C F ad FA, hoc eſt ratio *a* trianguli BFC ad BAF, ſit *b* minor ratione partis maximæ ad minimam, patet B F C eſſe minus maximâ parte, & BAF majus minimâ. Ergo per 10 *hujus* abſcindi poſſunt duo triangula, putà DAI & NAK æqualia ipſi BAF.

a Per 1. 6. b hyp.

Utrumque verò terminari intra B A C ſic demonſtro. Per E quod eſt gravitatis centrum trianguli BAC, duc Q L parallelam ad BC. Oſtenſum eſt in 14 *hujus* Q A L eſſe minimum triangulum, quod ab angulo A abſcindi per E poteſt. Deinde cùm ratio

*d hyp.* a ad β, hoc eſt ratio C F ad F A ſit ratio *d* majoris inæqualitatis, cujus major terminus ſit CF, patet CBF
*o Per* 1. 6. *o* eſſe majus quàm FBA; ac proinde FBA eſſe minus ſemiſſe trianguli BAC. Quod ſi ex B per E ducatur
*c oſtendi* 18. *hujus.* recta B X, ea *c* biſecabit A C, cùm punctum E ſit idem cum centro gravitatis. Ergo triangulum X B A ex B per E abſciſſum erit ſemiſſis ipſius BAC, adeoque majus quàm FBA. Ergo triangulum DAI quod ab angulo A pèr E abſcindetur æquale ipſi F B A, etiam minus erit quàm XBA, ac proinde erit vicinius minimo Q A L, adeoque neceſſe eſt ut terminetur intra triangulum B A C. Eodem modo probabitur alterum N A K, ipſi F B A æquale, totum cadere intra B A C.

Jam verò cùm DAI, & NAK ſint paria ſingula ipſi F B A, etiam reſidua BDIC, CBKN reſiduo FBC ſingula erunt æqualia: ac proinde triangulum B A C rectis DI, NK bis ſectum eſt per E in ratione datâ.

Denique quia eodem plane diſcurſu demonſtrabitur à reliquis angulis ſingulis B & C poſſe per E abſcindi duo triangula æqualia ipſi F B A & terminata intra B A C; manifeſtum in hoc caſu eſt ſex obtineri poſſe ſolutiones Problematis. Quod erat demonſtrandum.

## CAPUT XV.

### Cujuſcumque rectilinei ſectio per punctum datum.

Sectione trianguli ex dato puncto ad rationem datam adæquatè (niſi fallor) jam conſtitutâ, deſiderabunt, opinor, Geometriæ ſtudioſi ſimilem cujuſlibet dati rectilinei ſectionem. Quæ quando ex trianguli ſectione ferè pendet, eam priori tractatui hic adjungam, demonſtrationibus, quæ conſtructione inventâ ſatis ſunt faciles, aut tantùm indicatis aut breviter perſtrictis.

*Lemma.*

Rectilineorum datorum rationes rectis lineis exprimere: ſive datam rectam ita ſecare ut ſegmenta ejus ſint datis rectilineis proportionalia.

*a Per* 46. 1. Reducantur *a* rectilinea data ad rectangula æquè
*b Per* 10. 6. alta: tum ita ſeca rectam *b* datam ut ejus ſegmenta proportionalia ſint baſibus rectangulorum. Dico Factum. Demonſtratio patet ex 1. 6.

#### PROBLEMA I.

*Fig.* 78. Datam figuram rectilineam (BFEDC) ex puncto (A) in circumferentiâ dato, ſecare ſecundùm rationem datam (MO ad ON.)

Conſt. Ex puncto dato A ductis ad omnes figuræ angulos rectis lineis reſolvatur figura data in triangula, H, I, K, L. Tum ita ſeca *a* rectam M N, in
*a Per lem.* punctis P, Q, R, ut ejus ſegmenta ſint triangulis H, I, K, L ordine proportionalia.

Si aliqua ſectio incidat in punctum O, ſolutum eſt Problema.

Quod ſi nulla ſectionum còincidat cum puncto O, vide ſegmentum Q R, in quo erit punctum O, cui triangulo reſpondeat. Hic reſpondet triangulo K: hujus baſim E D ſeca in G rectâ A G, ut ſit E G ad
*b Per* 1. 6. G D (adeoque *b* & triang. EAG ad triang. GAD) ut Q O ad O R. Dico ABFEG eſſe ad AGDC, ut M O ad O N.

Demonſtratio utriuſque conſtructionis eſt manifeſta componendo, dividendo & ex æquo &c.

#### PROBLEMA II.

Rectilineum datum (B C D E F) ex dato puncto (A) in perimetro ſecare in quotvis partes quæ datas inter ſe habeant rationes. *Fig.* 79.

Conſtr. Rationes datas exprimant rectæ F G, G M, M O, O P. Per *præced.* figuram totam C E ex dato puncto A ſeca per rectam A K, ut ſit R ad reliquum K F ſicut eſt F G ad G P. Tum per eandem ſeca reliquum KF per rectam A N, ut ſit S ad reliquum N F ſicut G M ad M P: hoc reliquum rurſus ſeca per rectam A Q, ut T ſit ad V ſicut MO ad OP. Dico ſegmenta R, S, T, V eſſe rectis F G, GM, MO, OP proportionalia.

Demonſtratio eſt manifeſta componendo & ex æquo &c. Vide demonſtrationem *Probl.* 4. *cap.* 16.

#### PROBLEMA III.

Parallelogrammum (B C D E) ex dato extra illud puncto (A) ſecare in ratione datâ (F O, ad O P). *Fig.* 80. 81.

Conſtr. 1. Ex A ad duos angulos C, D, remotiores, ducantur rectæ A C, A D, quæ ſecent latus angulis oppoſitum in K, & G, (qui erit caſus primus) dirimentes parallelogrammum datum in duo triangula & unum trapezium. Tum *a* ſeca rectam FP *a Per lem.*
in ſegmenta F M, M N, N P ipſis C B K, C K G D, D G E ordine proportionalia, ſi aliqua ſectionum coincidat cum puncto O, habetur intentum, ut patet. Si nulla coincidat, vide ſegmentum (N P) in quo eſt punctum O, cui ſegmento parallelogrammi reſpondeat.

Si reſpondeat uni ex triangulis, ut DGE, per *p.* 5. *Fig.* 80.
*cap.* 14. ſeca triangulum D G E ex A, rectâ A Z X, ut DGZX ſit ad XZE ut NO ad OP. Dico totum parallelogrammum rectâ A Z X ſectum eſſe in ratione datâ F O, ad O P. Demonſtratur componendo, ex æquo, & dividendo.

Si ſegmentum, in quo eſt O, reſpondeat trapezio *Fig.* 81.
CKZD; ſeca KG recta AZX, ſic ut KZ ſit ad ZG, ut MO ad ON. Dico factum. Demonſtratio facilis eſt. Nam 1. 6. etiam K A Z erit ad Z A G, ac proinde & CAX ad XAD, ut MO ad ON. Ergo etiam CKZX eſt ad XZGD ut MO ad OP. Cætera patent componendo, ex æquo & dividendo &c.

*Conſtr.* 2. Quod ſi punctum datum A ſit in aliquo *Fig.* 82.
latere, ut C B, producto; ad oppoſitum angulum D duc rectam AKD. Tum rectam F P ſeca in ſegmenta F M, M P proportionalia ſegmentis CBKD, DKE. Cætera deinde ut ſuprà.

Si punctum A ſit in diametro D B productâ, biſe- *Fig.* 83.
ca F P in M. Tum ex A rectâ AZX ita ſeca *b* trian- *b Per* 5.
gulum DBE, ut DBZX ſit ad XZE ut MO ad OP. *cap.* 14.
Dico factum. Demonſtratio patet.

PRO-

## PROBLEMA IV.

Fig. 81. & 84. **Datum ſit trapezium DCKG habens duo latera coëuntia in A. Oporteat illud ex puncto A dividere in ratione datâ, MO ad ON.**

Fig. 81. SI duo reliqua latera D C, G K ſint parallela, ut in
a per 10.6. *Fig.* 81, fiat ut *a* M O ad O N, ita D X ad X C. Recta A X ſatisfaciet Problemati, ut jam in demonſtratione præcedenti oſtenſum eſt.

Si etiam reliqua duo latera concurrant, putà in F,
b Per lem. fiat *b* ut DCKG eſt ad CFK, ita MN ad NQ. De-
c Per 5. cap. 14. inde ex puncto A rectâ A X *c* ita ſeca triangulum DFG, ut ſit DXZG ad XFZ, ſicut MO eſt ad O Q. Dico etiam D X Z G fore ad X C K Z, ut eſt M O ad O N.

Fig. 48. *Demonſtr.* Quia D X Z G per conſtr. eſt ad XFZ, ut M O ad O Q; erit quoque DXZG ad D F G, ut M O ad M Q. Et quia per conſtr. eſt D C K G ad CFK, ut MN ad NQ, etiam erit DFG ad CFK, ut M Q ad N Q. Igitur ex æquo ita ratiocinabimur.

DXZG eſt ad DFG, ut M O ad M Q; & DFG eſt ad CFK, ut M Q ad N Q; & CFK eſt ad DCKG per conſtr. ut N Q ad M N. Ergo ex æquo DXZG eſt ad DCKG, ut MO ad MN. Ergo etiam DXZG eſt ad XCKZ ut M O ad O N. Quod erat demonſtrandum.

## PROBLEMA V.

Fig. 85. **Rectilineum quodcumque, ex dato extra ipſum Puncto (A) dividere ſecundùm rationem datam (KO ad OP).**

COnſtruct. Rectis ex dato puncto A emiſſis partire figuram datam utcumque in triangula &
o Per lem. quadrangula B, C, D, E. Tum rectam K P ſeca *o* in ſegmenta KN, NM, MQ, QP, planis B, C, D, E ordine proportionalia. Si aliqua ſectio coincidat cum O, habetur quæſitum, ſi nulla, tunc illud ſegmentum figuræ, quod reſpondet ſegmento rectæ K P, in quo
d per probl. 5. c. 14. vel probl. 4. hujus. eſt O, ita *d* ſeca, ut ipſum ſegmentum à puncto O ſectum eſt. Dico factum. Ex gr. quia ſegmentum C reſpondet ſegmento NM, in quo eſt, O, ſeca per 4. ipſum C rectâ AZ ſecundùm rationem NO ad OM, recta A Z ſecabit totam figuram in ratione KO ad OP.

Demonſtratio inſtituetur, componendo, ex æquo, dividendo &c. *vide demonſt. Prob.* 4. *cap.* 16.

### *Corollarium.*

*Quod ſi oporteat figuram datam ſecare in partes quotvis, quæ datas habeant inter ſe rationes, operare ut in* 2. Probl. *ut enim iſthic per* prop. 17; *ita hic per* 21 *quæſitum obtinebitur.*

## PROBLEMA VI.

Fig. 86. 87. **Datum parallelogrammum (BCDE) per punctum intra illud datum (A) dividere in ratione datâ (FO ad OP).**

Fig. 86. COnſtruct. Si Problema poſſibile eſt, recta illud ſolvens aut truncabit aliquem angulum parallelogrammi dati, aut ſecabit duo latera ejus oppoſita. Tentetur primùm ſectio ad angulum B, & ducatur C E. Seca *a* F P in ſegmenta F M, M P triangulis a Per lem.
BCE, DCE proportionalia. Tum ductâ per A rectâ LAI, divide *b* triangulum B C E in ratione F O ad b Per 16. cap. 14.
OM. Si LAI occurrat lateribus BC, BE inter B, & C, & inter B ac E, vel in C aut E, ſolutum eſt Problema, & patet demonſtratio: ſi occurrat ultra C & E, ſecando nimirùm rectam C E, tentetur eadem ſectio circa reliquos angulos.

Quod ſi in angulis ſectio quæſita non ſuccedat, Fig. 87.
tentanda ea erit ad duo latera oppoſita ex. gr. CD, B E, hunc in modum. Seca parallelogrammum B D in ratione datâ FO ad OP per rectam RS parallelam ad C B. Biſeca deinde R S in Q. Per A & Q ducta recta ſecans latera oppoſita in L, & I, ſolvet Problema. Nam L Q S, I Q R æqualia erunt: additoque communi CRQLB, erit CILB æquale ipſi B C R S. Ex quo patet quæſitum. Quod ſi recta per A & Q non occurrat lateribus CD, BE, niſi productis, tentetur eadem ſectio ad latera oppoſita C B, D E.

Si verò neque ad angulos ullos, neque ad ulla oppoſita latera quæſita ſectio ſuccedat, Problema impoſſibile erit.

Porrò ex inſpectione rationis datæ, & ſitu puncti dati, facilè diſcernet Geometra, utrum ad angulos, an ad latera oppoſita, item ad quem angulum & ad quæ oppoſita latera prædicta ſectio tentanda ſit.

## PROBLEMA VII.

**Trapezium (BCDE) per datum intra illud punctum (A) ſecare in ratione datâ (FO ad OP).** Fig. 88.

TEntetur primùm ſectio circa angulos, ut in præcedenti. Quod ſi ea non ſuccedat, tentetur circa latera oppoſita hunc in modum.

Vel trapezium nulla habet latera parallela, vel duo. Habeat primò nulla, & ſectio tentetur ad latera CD,
BE, quæ concurrant in L. Fiat ut *a* BCDE ad DLE, a Per lem.
ſic FP ad PZ. Tum per *b* punctum A ita ſeca trian- b Per 16. cap. 14.
gulum CLB, ut BCKX ſit ad XLK, ſicut FO ad OZ. Dico etiam DCKX fore ad XKDE, ut FO ad OP. Demonſtrabitur ut *Probl.* 4. Quod ſi talis ſectio trianguli CLB juxta determinationes *Probl.* 16. *cap.* 14. impoſſibilis ſit, aut recta ſecans X K ſecet latus ED, tunc latera CB, DE producantur, donec concurrant, & circa novum inde natum triangulum ſimili modo dicta ſectio iteretur. Quæ ſi etiam iſthic ſucceſſu careat, Problema erit impoſſibile.

Habeat deinde trapezium duo latera parallela. Tum verò quid facto opus ſit, facilè ex jam dictis, tum hic, tum in præcedenti, colligetur.

## PROBLEMA VIII.

**Rectilineum quodcumq; datum (BCDEG) per punctum intra illud datum (A) ſecare in ratione datâ (FO ad OP).** Fig. 89. 90.

COnſtruct. Si poſſibile eſt Problema, manifeſtum eſt rectam, quæ ſatisfaciet quæſito, aut truncaturam aliquem angulum, aut ſecturam duo latera oppoſita vel non contigua.

Tentetur primùm ſectio ad angulum B, hunc in Fig. 88.
modum. Reſolve figuram in triangula & quadrangula, ſic ut datum punctum A ſit in triangulo. Tum ſeca rectam F P in ſegmenta F M, M P, planis B C G,
GCDE proportionalia. Deinde triangulum *k* BCG, k Per 16. cap. 14.
per A, rectâ RAL ſeca in ratione F O ad O M. Si

RAL occurrat ipſis BC, BG non ſecando rectam GC, habetur intentum, & demonſtratio eſt manifeſta. Si verò recta per A ducta ſecat GC inter C & G, eadem operatio erit ad alium angulum tentanda.

*Fig.* 90. Quod ſi ad angulos ſectio quæſita non ſuccedat, tentanda eadem erit ad latera non contigua, ex. gr. CD, GE, hunc in modum reſolve figuram in triangula & quadrangula, ſic ut datum punctum A ſit in quadrangulo. Tum ſeca FP in ſegmenta FM, MP; planis BCG, GCDE proportionalia. Deinde quadrangulum GCDE, per A, rectâ RAL ſeca *n* in ratione MO ad OP. Si RAL ſecet latera CD, GE, habetur quæſitum, & demonſtratio eſt manifeſta: ſi verò ſecet GC, tentanda erit eadem ſectio ad duo alia latera non contigua.

n *per probl.* 6. *vel* 7.

Quod ſi neque ad angulos ullos, neque ad ulla latera non contigua ſectio quæſita ſuccedat, Problema impoſſibile erit.

Cæterùm etiam hîc perito Geometræ ex inſpectione rationis datæ, & dati puncti poſitione haud erit dijudicatu difficile, utrum ad angulos, an ad latera non contigua, item ad quem angulum, & ad quæ non contigua latera, utiliter ſectio quæſita tentari poſſit.

*Corollarium.*

Quod ſi figuram datam per datum in ipſâ punctum placuerit ſecare in partes quotcumque quæ datas inter ſe rationes habeant, id obtinebitur adminiculo hujus Problematis, operatione ad eum modum inſtitutâ, qui traditur Problemate 2. hujus capitis.

# CAPUT XVI.

## Rectilinearum figurarum ſectio per lineas parallelas.

### PROBLEMA I.

*Fig.* 91. **Triangulum (BAD) per rectam uni lateri (BD) parallelam, ſecundùm rationem datam (MN ad NP) dividere.**

a *per* 13. 6. b *per* 10. 6. Inter MP, & NP, reperiatur *a* media proportionalis OP. Tum ut MO ad OP, ita *b* fiat BF, ad FA. Per F duc FE parallelam ad BD. Dico BFED eſſe ad FAE ut MN ad NP.

o *per conſt.* *Demonſt.* Quia ut MO ad OP, *o* ita BF eſt ad FA, erit componendo ut MP ad OP, ita BA ad FA. Nunc *e* quia triangula BAD, FAE ſimilia ſunt, eorum ratio duplicata *n* eſt rationis laterum BA, FA, hoc eſt (ut jam oſtendi) rationis MP ad OP. Et quia MP, OP NP ſunt *p* proportionales, etiam ratio MP ad NP duplicata *d* eſt rationis MP ad OP. Quare cum rationes BAD ad FAE, & MP ad NP ambæ ſint duplicatæ rationis, MP ad OP, æquales *e* erunt. Igitur, dividendo, BFED eſt ad FAE, ut MN ad NP.

e *per corol.* 1. *p.* 4. 6. n *per* 19. 6. p *per conſt.* d *per defin.* 10. 5. e *per* 34. 5.

### PROBLEMA II.

*Fig.* 92. **Triangulum (BAC) per rectam datæ rectæ (AG) parallelam ſecundùm datam rationem (MO ad OQ) dividere.**

Ab angulo C ducatur ad oppoſitum latus recta CD parallela datæ AG. Si eſt BD ad DA ut MO ad OQ, erit quoque per 1. 6. BCD ad DCA, ut MO ad OQ, adeoque recta CD Problemati ſatisfaciet. Si verò non eſt, fiat *a* ut BD ad DA, ſic MN ad NQ. Deinde triangulum DAC per rectam FE parallelam datæ ita *b* ſeca, ut ſit DFEC ad FAE, ſicut NO ad NQ. Dico etiam BFEC fore ad FAE, ut MO ad OQ; adeoq; rectam EF quæſito ſatisfacere.

a *per* 10. 6. b *per præc.*

Demonſtratio inſtituetur, componendo; ex æquo; dividendo.

### PROBLEMA III.

**Trapezium BAGD bina habeat parallela latera BA, DG: reliqua BD, AG coëant in E. Oporteat ipſum recta (CF) lateribus parallelis parallela ſecare in ratione data PO ad OR.** *Fig.* 93.

Fiat PR ad RS *a*, ut BAGD ad GED. Deinde triangulum BAE rectâ CF lateri AB parallelâ ita ſeca, *c* ut BAFC ſit ad CFE, ſicut PO ad OS. Dico etiam BAFC fore ad CFGD, ut PO eſt ad OR.

a *Per lem. ante prob.* 1. c 15. c *per prob.* 1.

Demonſtrabitur ut *Probl.* 4. *cap.* 15.

### PROBLEMA IV.

**Superficiem rectilineam quamcumque, recta datæ rectæ (QS) parallelâ dividere ſecundùm rationem datam (GO ad ON).** *Fig.* 94.

Superficies data dividatur in triangula & quadrangula. A, B, C, D, E, F, per rectas a ſingulis ſuperficiei angulis eductas parallelè ad QS. Secetur deinde recta GN *a* in ſegmenta ipſis A, B, C, D, E, F, proportionalia. Denique ſuperficiei ſegmentum E, quod reſpondet rectæ GN ſegmento LM in ſe habenti punctum O, divide *o* per lineam PR datæ QS parallelam, ſecundùm rationem LO ad OM. Dico totam ſuperficiem eâdem illâ PR ſectam eſſe in ratione GO ad ON.

a *per lem. ante* 1. *cap.* 15. o *per præc.*

*Demonſtratio.* Quater componendo, & totidem vicibus argumentando ex æquo, concludes portionem ARP eſſe ad RVZP, ut GO eſt ad OM. Deinde quia eſt per conſtr. XTRP ad RVZP, ut LO ad OM, erit compon. & invert. RVZP ad E, ſive TVZX, ut OM ad LM. Atqui ex conſtr. E, ſive TVZX eſt ad F, ut LM ad MN. Ergo ex æquo RVZP eſt ad F, ut OM ad MN. Rurſum igitur invert. compon. iterumque invertendo RVZP eſt ad RVQP, ut OM ad ON. Cùm igitur oſtenderim ſuprà, ARP eſſe ad RVZP, ut GO ad OM, & jam ſtatim oſtenderim RVZP eſſe ad RVQP, ut OM ad ON, ex æquo tandem erit ARP ad RVQP, ut GO ad ON. Quod erit demonſtr.

*Scholium.*

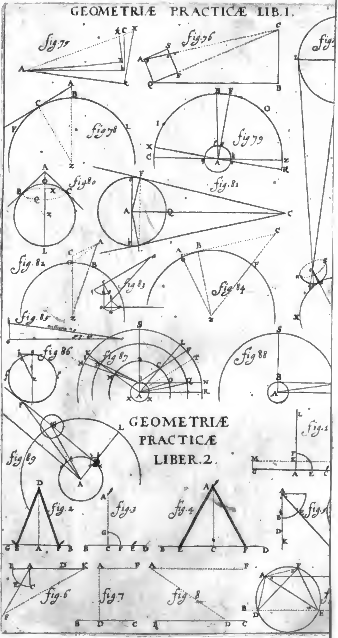
Superficierum ſectiones tribus capitibus proximis jam traditæ revocantur ad praxim in campo.

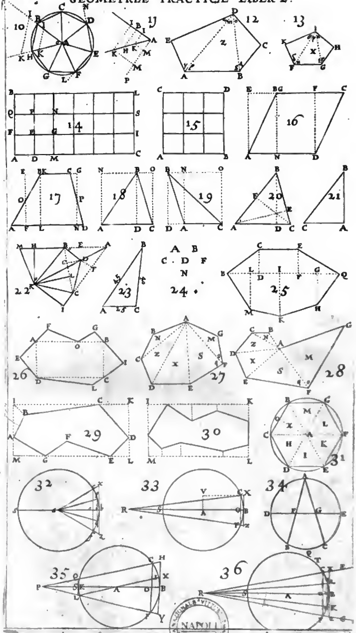
*Quoniam ſectiones omnes* cap. 14. 15. 16. *Geometricè, hoc eſt circino & regulâ peraguntur, neceſſe eſt modum edoceri tyrones, quo ea poſſint ad campum traduci, ubi circini ac regulæ non eſt uſus. Is verò eſt ejuſmodi.*

*Deſcribatur* a *ſuperficiei ſecandæ ichnographia, quæ ex. gr. ſit BCDEG. Hanc Geometricè ſeca, ut petitur. Sit autem linea ſecans ex. gr. LR. Tum adminiculo ſcalæ quàm accuratiſſimè conſtructæ inquiratur, quâ proportione ſecentur latera CD, GE à rectâ LR; ſive quot ſcalæ partes contineant laterum ſegmenta CL, GR. In campo deinde in iis lateribus, quæ ipſis CD, GE proportionaliter reſpondent, initio facto ab angulis, qui ipſis C, & G æquales ſunt, numerentur tot pedes, quot CL, GR continebant ſcalæ particulas. Recta linea numerationis terminos utrimq; conjungens, ſuperficiem datam eadem proportione dividet in campo, quâ ſuperficiem BCDEG recta RL ſecat in chartâ.* *Fig.* 90. a *per prob.* 10. c. 10.

*FINIS LIBRI SECUNDI.*

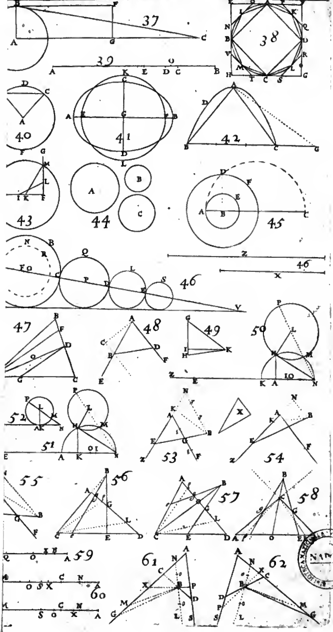
Google

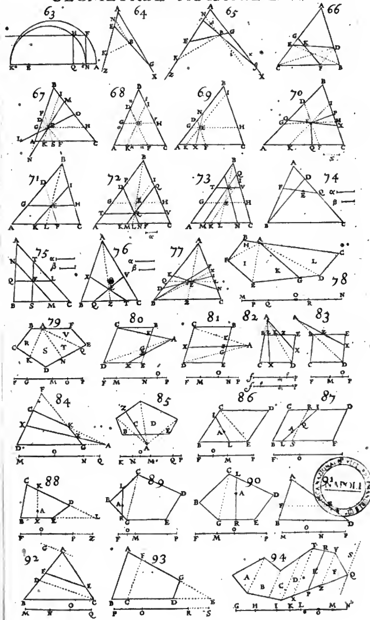

GEOMETRIÆ PRACTICÆ LIB.I.
fig.75
fig.76
fig.78
fig.79
fig.80
fig.81
fig.82
fig.83
fig.84
fig.85
fig.86
fig.87
fig.88
fig.89
GEOMETRIÆ
PRACTICÆ
LIBER.2.
fig.2
fig.3
fig.4
fig.6
fig.7
fig.8




NAPOLI

Digitized by Google


37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62


63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94

NAPOLI

# GEOMETRIÆ PRACTICÆ LIBER TERTIUS DE CORPORE.

CORPORUM menſura eſt cubus alicujus notæ menſuræ linearis, ut pollicis, palmi, pedis &c. Recta A B repræſentet longitudinem unius pedis, ſuprà quam deſcriptum ſit quadratum, ſive pes quadratus A B C. Cubus A O C B ſuprà hoc quadratum deſcriptus, eſt cubus unius pedis, ſive pes cubicus, cujus nimirùm & longitudo A B, & latitudo B C, & altitudo B O, unius omnes ſunt pedis. Atque idem de alijs menſuris intellige. Porrò cubi ac cæterorum corporum definitiones vide ante librum 11 ac 12 elem. Geometriæ. *Fig.* 3

## CAPUT XVII.

## Dimenſio corporum planis ſuperficiebus comprehenſorum.

### PROBLEMA I.

### Soliditatem parallelepipedi recti invenire.

*Fig.* 1. 2. 4. PArallelepipedum rectum producitur ex baſi in altitudinem ductâ, ſive (quod idem eſt) ex multiplicatione trium laterum angulum ſolidum continentium.

*Porrò baſis ad arbitrium eſt quodlibet unum è planis ſex, quæ parallelepipedum continent, ex. gr. planum ABCD; altitudo autem eſt perpendicularis inter baſim ABCD, & planum oppoſitum NEF extenſa, quæ in parallelepipedo recto eſt ipſum latus ejus BF.*

*Fig.* 1. 2. 4. *a per probl. 1. c. 11.* Metire igitur tria latera AB, CB, FB, angulum ſolidum continentia. Ex his duo quælibet, ex. gr. AB, CB inter ſe multiplica. Producetur *a* numerus quadratorum (ex. gr. pedum) quibus baſis A C æqualis eſt. Quo deinde per numerum altitudinis, ſeu lateris tertij B F multiplicato, proveniet numerus cuborum, quibus parallelepipedum A E æquale eſt.

*Fig.* 4. *b per eand.* Quod ſi parallelepipedum ſit cubus, uno latere noto, ejus ſoliditas innoteſcit. Nam latere A B in ſe ducto habetur *b* ejus quadrata baſis A C: quâ rurſum ductâ in B F altitudinem, quæ ipſi A B æqualis eſt (cubi enim omnia latera æqualia ſunt) habetur ſoliditas cubi dati A E.

*Fig.* 1. 2. *Exempl.* 1. Eſto B C pedum 3, B A, 5; B F, 3. Latera B C, 3, & B A, 5, per invicem multiplicata producunt 15 pedes quadratos pro areâ baſeos A C: quâ rurſum ductâ in B F 3. proveniunt 45 pedes cubici, quibus parallelepipedum A E æquale eſt.

*Fig.* 4. *Exemplum* 2, pro cubo, latus A B repertum ſit 3 pedum: hoc in ſe ductum exhibet 9 pedes quadratos pro quadratâ baſi A C: quæ rurſum ducta in 3, producit 27 pedes cubicos pro ſoliditate cubi A E.

*Demonſtr.* Intelligatur baſis A D C B, moveri verſus N E F, eâ lege, ut ſemper maneat ſibi ipſi parallela, & lateris B C extremitates rectas CE, BF non excedant. Quando baſis A D C B abſolverit unum pedem B G, liquet ſingula ejus quadrata, ſeu pedes quadratos, produxiſſe unum cubum, ſive unum pedem cubicum. Rurſum ubi abſolverit pedem ſecundum G K ſinguli baſeos pedes quadrati produxerunt cubicum pedem unum: & ſic deinceps per reliquos pedes lateris B F procedendo. Ergo quando baſis pervenerit in N E F, hoc eſt quando totum parallelepipedum deſcripſerit, manifeſtum eſt ipſam tot pariter produxiſſe pedes cubicos, quantus eſt numerus qui fit ex quadratis pedibus baſeos multiplicatis per pedes altitudinis B F: ac proinde ex multiplicatione dictâ, vera parallelepipedi quantitas innoteſcit. Quod erat demonſtr. *Fig.* 1. 2. 4.

### *Corollaria.*

I. quando conclavia, cubicula, aulæ, plerumque parallelepipeda ſunt, eorum capacitas ex hoc problemate nullo negotio reperitur.

II. Quia numerus cuborum ſoliditatem conficientium producitur ex multiplicatione duplicatâ, hinc fit, ut is enormiter excedat numeros laterum, ex quorum multiplicatione gignitur, adeoque ingentem plerumque admirationem moveat harum rerum inexpertis. Si enim numerus quadratorum ſuperficiem conſtituens, qui multiplicatione unicâ laterum gignitur,

tur, tantopere excedat ipſorum numeros laterum, ut oſtenſum eſt in corollariis *prob.1. cap.*11. quantùm excedat neceſſe eſt numerus ſoliditatem efficiens, quando is ex ſuperficie rurſum in latus ducta procreatur. Specimen ejus rei dabit milliare cubicum unius horæ.

Milliare quod unâ horâ commodè abſolvitur complectitur pedes Rhynlandicos 18000. Hi in ſe ducti producunt quadratos pedes 324000000, qui conſtituunt quadratum unius horæ milliare. Hoc rurſum per 18000 multiplicatum, producit pedes cubicos 5 (832,000,000, 000, hoc eſt pedum cubicorum quinque milliones millionum, & octingenta triginta duo millia millionum. Ex quo jam facilè lector perſpiciet, formidabilem illum carcerem quem in terræ viſceribus puniendis ſceleribus impiorum Divina Juſtitia conſtituit, exiguam omninò terreni orbis portiunculam eſſe poſſe: nam ſpatium cubicum, cujus latus, aut ſphæricum, cujus diameter duo vel tria milliaria non exceedat, abundè illi ſufficere, aſſumpto hominum numero multò majore, quàm futurus eſt, facilè ex jam dictis oſtendi poteſt.

Quod ſi tantus eſt numerus pedum cubicorum, qui uno milliario continentur, quantus erit arenarum cubicum unum milliare componentium! Si verò is numerus propè inæſtimabilis videatur, quis demùm animo comprehendat numerum arenarum, quem terræ globus univerſus complectitur! Demonſtravit nihilominus Archimedes hunc numerum & ſcribi breviter & facilè enunciari poſſe. Nos quoque *Arithm. practica lib.*5. *cap.*4. *theor.* 20. deductione breviſſimâ demonſtravimus eum longè minorem eſſe eo numero, qui conſtat unitate & ciſris 37.

III. Offertur murus quiſpiam, & quæſtio eſt, quot lateres eum conſtituant.

Explora quot lateres ſecundùm longitudinem ſuam diſpoſiti expleant longitudinem muri. Deinde quot lateres ſecundùm ſuam latitudinem diſpoſiti, expleant muri latitudinem. Numeri reperti inter ſe multiplicati, dabunt lateres qui baſim muri conſtituunt, ut patet ex *prob.* 1. *cap.* 11, perinde enim eſt, ſive æqualia rectangula, ſive quadrata æqualia ad menſuram adhibeas. Inquire tandem quot lateres ſuprà invicem poſiti expleant muri altitudinem. Numerus baſis ſuprà repertus, ductus in numerum altitudinis, dabit numerum laterum qui murum totum conſtituunt.

Quod ſi murus extruendus ſit longitudine, latitudine, & altitudine datis, & quæſtio ſit, quot lateres requirantur: proceſſus erit idem qui ſuprà, ſed habenda erit ratio ſpatij à calce lateribus intermixtâ occupandi.

### *Lemma.*

*Altitudinem ſolidi habentis duo parallela plana, item pyramidis & coni, metiri mechanicè.*

Si ſolidum ſit erectum, planum parallelum ſuperius producatur, imò & inferius, niſi ſolo æquabili inſiſtat. Tum è plano ſuperiori ad inferius, ſive baſeos, perpendiculum demitte, cujus longitudinem metire aliquâ menſurâ. Ea enim eſt altitudo ſolidi quæſita.

Si ſolidum jaceat in terrâ, inter utrumque parallelum planum productum funem aut perticam perpendiculariter normæ adminiculo extende ejuſque longitudinem metire ut prius.

Eadem operatio conveniet pyramidi, ſi vertici planum baſi parallelum impoſueris.

## PROBLEMA II.

### Soliditatem prisſmatis a cujuſcumque invenire.

a *vide def.* 12. 11.

PRiſmatis ſoliditas producitur ex baſi ductâ in altitudinem.

*Eſt autem baſis alterutrum è parallelis planis; quæ quoniam eſſe poſſint figuræ qualibet rectilinea, etiam priſmatum ſpecies innumeræ ſunt. Altitudo, eſt perpendicularis utraque parallela plana tangens. Si priſma rectum eſt, latus ipſum (B F) altitudo eſt.*

*Fig.* 5. 6. 7. *Fig.* 7. *Fig.* 7.

Fac igitur n notam priſmatis altitudinem in aliquâ menſurâ. Deinde, ut *cap.* 11 traditum eſt, ubi omnis generis figuræ rectilineæ menſurantur, unam ex baſibus E F G H K notam redde in quadratis ejuſdem menſuræ, quâ altitudinem feciſti notam. Numerus quadratorum baſis, ductus in numerum altitudinis, dabit numerum cuborum ejuſdem menſuræ, quibus datum priſma æquale eſt.

n *Per lem.*

*Exemplum.* Altitudo B F reperta ſit pedum 10: baſis verò per *cap.* 11 menſurata, contineat pedes quadratos 200. baſis 200 ducta in altitudinem 10 facit 2000. Igitur priſma continet pedes cubicos 2000.

*Demonſtr.* Super rectangulo, quod baſi EFGHKI æquale ſit, intelligatur erigi parallelepipedum rectum ejuſdem altitudinis cum priſmate K C. Erit hoc priſmati b æquale. Atqui parallelepipedum iſtud producitur ex baſi ſuâ ductâ in ſuam altitudinem; hoc eſt c ex priſmatis baſe E F G H K I in altitudinem priſmatis. Ergo etiam priſma K C producitur ex baſi EFGHKI in altitudinem priſmatis. Quod erat demonſtr.

b *Per cor.* 1. *p.* 9. 12.
c *per conſt.*

## PROBLEMA III.

### Cujuſcumque pyramidis quantitatem invenire.

SOliditas pyramidis a cujuſcumque habetur ex baſi ductâ in tertiam partem altitudinis.

a *vide defin.* 1. 12.

*Altitudo pyramidis eſt perpendicularis A O à vertice in baſim demiſſa. Quia porrò baſis eſſe poteſt qualibet figura rectilinea, innumeræ ſunt etiam pyramidum ſpecies.*

*Fig.* 10. 9. 8. *Fig.* 9.

Metire igitur n menſurâ aliquâ pyramidis altitudinem. Explora deinde b quot ejuſdem menſuræ quadrata baſis B C D E contineat. Numerus baſeos ductus in trientem numeri altitudinis, aut altitudo tota in baſis trientem, dabit cubos ejuſdem menſuræ, quibus data pyramis æqualis eſt.

*Fig.* 10. 9. 8.
n *Per lem.*
b *Per aliquod prob. c.* 11.

*Exemplum.* Altitudo pyramidis reperta ſit pedum 90; baſis verò pedum quadratorum 10000, contineat. Triens altitudinis 90 eſt 30; quæ ducta in baſim 10000 efficiunt 300000 pedum cubicorum, quibus pyramis data æqualis eſt.

*Demonſtr.* Concipiatur ſuper baſi B C D E pyramidis priſma æquè altum, atque pyramis. Erit pyramis tertia o pars hujus priſmatis. Atqui ſoliditas p priſmatis provenit ex altitudine totâ ductâ in baſim. Ergo pyramidis ſoliditas proveniet ex tertiâ altitudinis parte in baſim ductâ, aut ex totâ altitudine in baſeos trientem. Quod erat demonſtrandum.

o *Per* 7. 12.
p *per præc.*

### PROBLEMA IV.

### Quinque corporum regularium ſoliditatem inveſtigare.

Corpus regulare, ſeu ordinatum eſt, quod planis æqualibus & ſimilibus continetur. Talia ſunt quinque tetraëdrum, hexaëdrum, ſive cubus, octaëdrum, dodecaëdrum, icoſaëdrum. Præter hæc aliud poſſibile non eſt, ut oſtenſum ad *prop.* 21.*l.*11.

Tetraëdrum, ſive pyramis ordinata, continetur 4 æqualibus æquilateris triangulis. Latera habet 6, & angulos ſolidos quatuor, quorum ſinguli conſtant tribus angulis trianguli æquilateri.

Hexaëdrum, ſive cubus, continetur ſex æqualibus quadratis. Latera habet 12, & ſolidos angulos 8; quorum ſinguli conſtant tribus rectis.

Octaëdrum continetur æqualibus triangulis æquilateris 8. Latera habet 12, ſolidos angulos 6, quorum ſinguli conſtant tribus æquil. trianguli angulis. Exhibetur figurâ 11.

Dodecaëdrum 12 continetur æqualibus pentagonis ordinatis. Latera habet 30, & ſolidos angulos 12, quorum ſinguli conſtant tribus angulis pentagoni. Exhibetur figurâ 46.

Icoſaëdrum continetur triangulis æquilateris æqualibus 20. Latera habet 30, & ſolidos angulos 20, quorum ſinguli conſtant 5 angulis æquil. trianguli. Exhibetur figurâ 47.

#### *His præmiſſis.*

Tetraëdri & Cubi dimenſio tradita jam eſt *prob.* 3. & 1.

Fig. 11. *a Per lem.* Octaëdrum ſic metire. Notam fac diſtantiam angulorum *a* oppoſitorum A, & D. Hujus triens ductus in quadratum unius lateris E B, dabit ſoliditatem octaëdri. Demonſtratio patet ex *prob.* 3. Octaëdrum namque reſolvitur in duas pyramides E A C B & E D C B, quarum baſis communis eſt quadratum unius lateris E B, ſeu B C, altitudines verò conjunctæ efficiunt diſtantiam A D.

Fig. 46. Dodecaëdrum reſolvitur in pentagonas pyramides æquales 12, verticem communem in centro habentes. Ex his unam metire, eamque multiplica per 12: proveniet ſoliditas Dodecaëdri. Pyramidem porrò ex his unam ſic metire. Inquire diſtantiam *e* duorum pentagonorum æquidiſtantium. Illius ſemiſſis eſt altitudo pyramidis. Metire deinde pentagonum quod baſis eſt pyramidis. Triens altitudinis jam notæ, ductus in baſim, dabit ſoliditatem pyramidis. Patet ex *prob.* 3. (*e Per lem.*)

Fig. 47. Icoſaëdrum reſolvitur in 20 æquales pyramides, quarum vertex communis eſt centrum, baſes verò ſunt triangula Icoſaëdri ſuperficiem conſtituentia. Si ex his metiaris unam, & per 20 multiplices, habebitur ſoliditas Icoſaëdri. Unam porrò ſic metire. Diſtantiam inquire duorum triangulorum æquidiſtantium; illius enim ſemiſſis eſt altitudo pyramidis. Metire deinde triangulum quod pyramidis baſis eſt. Triens altitudinis ductus in baſim, dabit ſolidatem pyramidis ut patet ex *prob.* 3.

Poſſunt etiam pyramidum jam dictarum altitudines inveniri Geometricè, ſed opus non eſt, quia uſus exiguus. Legat, qui volet Clavij Geometriam practicam *lib.* 5. *cap.* 4.

Cætera corpora rectilinea quæcumque, imò & curvilinea, quantumvis inordinata, metiemur infrà.

## CAPUT XVIII.

### Dimenſio corporum ſuperficie curva, aut plano-curva comprehenſorum.

#### *Lemma.*

Diametrum baſis cylindri & coni, & circuli cujuſvis metiri.

Inſcribe circulo quamvis rectam, & biſeca. Per punctum biſectionis ducatur perpendicularis ad peripheriam utrimque pertingens, ea eſt circuli diameter, per 1. 3. Hanc igitur metire, & habes quæſitum.

### PROBLEMA I.

### Cylindrum metiri.

*Per cylindrum hîc intelligo, non eum tantummodo qui propriè cylindrus dicitur, & definitur definitione 3. lib. 12; ſed etiam omnia illa ſolida, quæ fiunt ex plano curvilineo quocumque ducto in aliquam altitudinem. Pro his omnibus regula univerſalis hæc eſt.* Fig. 12. 13.

Omnis cylindri ſoliditas habetur ex baſi in altitudinem ductâ.

Metire igitur cylindri *a* altitudinem D F aliquâ menſurâ; item baſis diametrum A C. Tum ex hac inquire *b* quot ejuſdem menſuræ quadrata baſis A B C O contineat. Hæc per altitudinem multiplicata, dabit ejuſdem menſuræ cubos, quibus cylindrus datus A B C D E æqualis eſt. (*a Per lem. ante prob.* *b* 2.c.17. *Per prob.* 4.c.12. *vel aliud*)

*Exemplum.* Altitudo cylindri D F reperta ſit pedum 30; baſis verò contineat pedes quadratos 100. Duc 100 in 30: provenient pedes cubici 3000, quibus cylindrus datus æqualis eſt.

*Demonſtr.* Concipiatur baſis rectilinea æqualis baſi cylindri A B C O, ſuperque eâ erectum priſma altitudine eâdem D F, quâ cylindrus. Erit priſma *d* cylindro æquale. Atqui priſmatis ſoliditas provenit *e* ex ſuâ baſi ductâ in ſuam altitudinem, hoc eſt per conſtr. ex baſi A B C O in altitudinem D F. Ergo etiam cylindri ſoliditas provenit ex baſi A B C O ductâ in altitudinem D F. Quod erat demonſtr. (*d Per Cor.* *e p.*11 12. *Per prob.* 2.)

#### *Alia cylindri recti dimenſio facilior.*

Metire latus *a* A E, & radium baſis A N: ea in ſe invicem ducta dabunt aream *b* rectanguli AM. Tum ex S N, radij A N ſemiſſe, tamquam radio elice peripheriam *c* illi debitam. Area rectanguli ducta in hanc peripheriam dabit cubos, quibus cylindrus æqualis eſt. (Fig. 12. *a Per lem.* *b Per prob.* 1.c.11. *c Per prob.* 3.c.12.)

*Demonſtratio* patet ex *prop.* 2. *lib.* 3. *cyl.* & *Annular. ejuſque corollario*, ubi demonſtravi cylindrum æquari parallelepipedo, cujus baſis eſt rectangulum N E, quod cylindrum genuit, altitudo autem par peripheriæ, cujus radius eſt S N radij A N ſemiſſis. Quare manifeſta ſunt reliqua ex *probl.* 1. *cap.*17.

PRO.

## PROBLEMA II.

### Curvam cylindri circularis recti ſuperficiem metiri.

*Fig. 12.*

CYlindrica ſuperficies producitur ex circumferentiâ baſis ductâ in altitudinem.

*Regula tantum pertinet ad cylindrum ſtrictè dictum, & quidem rectum.*

Metire igitur diametrum A C, baſis cylindri; ex quâ reperi *a* circumferentiam baſis. Tum menſurâ eâdem metire *b* altitudinem C D. Hæc in circumferentiam ducta exhibebit ejuſdem menſuræ quadrata, quibus cylindri curva ſuperficies (demptis nempè baſibus, quæ duo circuli ſunt) æqualis eſt.

a *Per prob. 4. c. 12.*
b *Per lem. prob. 2. c. 17.*

*Exemplum.* Baſis diameter A C reperta ſit pedum 10. Ex hac reperitur circumferentia pedum $31\frac{47}{113}$. Altitudo reperta ſit pedum 20. Hæc ducta in circumferentiam $31\frac{47}{113}$ dabit pedes quadratos $628\frac{36}{113}$ pro ſuperficie cylindri, demptis baſibus.

*Demonſtr.* Curva cylindri recti ſuperficies æqualis eſt rectangulo, *d* cujus baſis eſt circumferentia, altitudo autem eadem quæ cylindri. Atqui hujus area producitur ex eâ baſi in eam altitudinem. Ergo & cylindri ſuperficies. Quod erat demonſtrandum.

d *demonſtravi lib. 2 Cyl. & Annul. prop. 4. Item in ſelectis ex Arch. p. 11. cor. 1.*

*Nondum inventa eſt ratio metiendi ſuperficiem cylindri ſcaleni, multò minùs elliptici & aliorum.*

## PROBLEMA III.

### Trunci (A B C E D) à cylindro circulari recto obliquè abſciſſi, tam ſoliditatem, quàm ſuperficiem metiri.

*Fig. 14.*

IN Minimum trunci latus B C productum ex maximi lateris A D extremitate, deſigna perpendicularem D F. Tum F C ſeca bifariam in G; & ſit cylindrus rectus A B G E K. Hujus metiri ſoliditatem per *probl.* 1; ſuperficiem pro *probl.* 2; & quæſito ſatisfeceris.

*Demonſtr.* Fruſtum K O E D æquale eſt fruſto C O E G. Addito igitur communi fruſto KOECBA, fit truncus DECBA, æqualis cylindro ABGK. Una igitur utriuſque demenſio eſt. Pari modo ſuperficies cylindricæ K D E & C G E æquales ſunt. Quare adjectâ utrimque KECBA ſuperficie, æquales proveniunt ſuperficies D E C B A & K E G B A. Una igitur utriuſque dimenſio eſt.

## PROBLEMA IV.

### Coni *a* ſoliditatem invenire.

a *vide defin. 2. 12.*
*Fig. 15. 16.*

COnus producitur ex baſi ductâ in trientem altitudinis.

Metire igitur aliquo genere menſuræ coni altitudinem *a* A E, & baſis diametrum B C. Tum ex notâ diametro reperi quot *b* ejuſdem menſuræ quadrata baſis B D C O contineat. Hæc ducta in altitudinis trientem dabit cubos menſuræ ejuſdem, quibus conus B D A C æqualis eſt.

a *Per lem. ante 2. c. 17*
b *per prob. 4. c. 12.*

*Exempl.* Ex notâ BC diametro baſis reperta ſit ipſa baſis continere pedes quadratos 100. ſit verò altitudo A E inventa pedum 12: hujus triens eſt 4, quo ducto in baſim 100. proveniunt 400 pedes cubici, quibus conus datus B A D C æqualis eſt.

*Demonſtr.* Intelligatur ſuper eâdem baſi B D C O, & altitudine A E erectus eſſe cylindrus B F. Hic coni B A D C triplus *d* eſt. Atqui cylindrus B F producitur ex baſi B D C O ductâ in altitudinem totam A E. Ergo conus B A D C producitur ex eâdem baſi ductâ in altitudinis A E trientem. Quod erat demonſtr.

d *Per 10. 12.*

### *Alia coni recti dimenſio facilior.*

Axem coni duc in ſemiſſem radij E B: proveniet area trianguli *a* B E A, quod conum genuit. Tum ex triente radij B E, tamquam radio, elice peripheriam *b* illi debitam: in quam ducta trianguli area dabit cubos, quibus conus B A C D æqualis eſt.

*Fig. 15.*
a *Per prob. 4 c. 11.*
b *Per prob. 3 c. 12.*

*Demonſtr.* Biſeca EB in N, & junge A N, cujus triens eſto N Q. Erit *c* punctum Q, centrum gravitatis trianguli B A E. Ex Q duc Q P parallelam ad N E, ut A Q ad A N, *d* ſic Q P eſt ad N E. Sed A Q eſt duæ tertiæ ipſius A N. Ergo etiam Q P eſt duæ tertiæ ipſius N E, ac proinde una tertia ejus duplæ B E. Ergo peripheriæ à gravitatis centro Q deſcriptæ, radius Q P eſt triens ipſius B E. Ergo peripheria centri gravit. Q, rectè eſt inventa. Atqui ſoliditas coni B A C D producitur ex triangulo B A E ducto *e* in peripheriam centri gravitatis Q. Ergo coni B A C D ſoliditas nota eſt. Quod erat demonſtr.

c *Archim.*
d *Per cor. 1. p. 4. l. 6.*
e *Per 2 partem prob. 18. c. 18.*

## PROBLEMA V.

### Curvam coni recti ſuperficiem metiri.

*Fig. 15.*

OMnis coni recti curva ſuperficies producitur ex circumferentiâ baſis ductâ in ſemiſſem lateris coni.

Metire igitur aliquo genere menſuræ coni latus A B, & baſis diametrum B C; ex quâ eodem genere menſuræ inveni circumferentiam *a* B D C O. Ea in lateris B A ſemiſſem ducta dabit quadrata ejuſdem menſuræ, quibus conica ſuperficies æqualis eſt.

a *Per prob. 4. c. 12.*

*Exempl.* Ex notâ per menſuram baſis diametro B C reperta ſit circumferentia BCDO 150 pedum. Latus verò A B inventum ſit pedum 12. Circumferentia 150 ducta in ſemiſſem lateris 6, efficit pedes quadratos 900, quibus æquatur data ſuperficies conica.

*Demonſtr.* Curva ſuperficies coni recti eſt æqualis triangulo, *b* cujus baſis eſt circumferentia baſis coni, altitudo autem latus coni. Atqui hoc triangulum producitur *c* ex ſuâ baſi (nempè baſis circumferentiâ) in ſemiſſem altitudinis (nempè lateris coni). Ergo & coni ſuperficies curva producitur ex circumferentiâ baſis in lateris ſemiſſem. Quod erat demonſtrandum.

b *Demonſtravi in ſelectis ex Archim. p. 13 cor. 1. item Cyl. & annul. l. 2. p. 2.*
c *Per prob. 4. c. 11.*

*Superficies cylindricam & conicam ad circulum reductas, & inſignes utriuſque proprietates vide in ſelectis noſtris ex Archimede theorematis prop. 11, 12, 13, 14 & corollarijs earumdem.*

Quod attinet ad ſuperficiem coni ſcaleni, nondùm reperta eſt ratio, quâ revocari ad menſuram poſſit.

PRO-

## PROBLEMA VI.

Fig. 17. **Trunci conici duobus parallelis circulis (AL, EQ) intercepti ſoliditatem invenire.**

ALtitudo trunci ſit O N, circulorum diametri C D, A F. Metire aliquo genere menſuræ O N, A F, C D. Tum ut differentia diametrorum AF, CD ad minorem diametrum, ita trunci altitudo N O fiat ad aliud. Iſtud exhibebit O B altitudinem coni CEBD, qui trunco deeſt. Hanc adde altitudini trunci N O; & habebis N B altitudinem coni totius AGBF. Metire igitur per modum 2. problematis 4 (is enim facilior) tam conum AGBF, quàm conum CEBD, & hunc ab illo ſubtrahe. Reſiduum dabit ſoliditatem trunci quæſitam.

*Exempl.* altitudo trunci N O eſto pedum 10, diameter major A F, 14, minor C D, 12: harum ergo differentia eſt pedum 2. Fiat per regulam Trium ut differentia 2 ad minorem diametrum C D 12, ita trunci altitudo N O 10 ad alium numerum. Dabit is altitudinem ignotam O B 60 pedum, cui ſi addas N O 10, fit tota altitudo incognita N B pedum 70. His ita inventis per prob. 4 reperiatur ſoliditas coni A G B F pedum cubicorum & coni C B E D. Minorem ſubtrahe à majori: remanent pedes cubici, quibus truncus conicus æqualis eſt.

*Demonſtr.* Ducatur D P parallela lateri C A, eritque C D par ipſi A P, ac proinde diametrorum A F, C D differentia eſt F P. Per 2. 6. F P eſt ad P A, (hoc eſt ad D C), ut F D ad D B. Atqui rurſum per 2. 6. F D eſt ad D B ut N O ad O B. Ergo F P eſt ad A P, ſeu C D, ut N O ad O B. Ritè ergo inventa fuit O B. Cætera demonſtratio ex conſtructione patet.

### *Corollarium.*

Fig. 18. Ex hoc Problemate habetur dimenſio doliorum, quæ componuntur plerumque ex duobus truncis conicis A B D C, A B F E, baſi communi A G B O ex adverſo inſiſtentibus. De his agam uberiùs *cap.* 19. Hic ſolùm moneo, ut liquoris dolio contenti quantitas habeatur à diametris A B, C D, & latere A C, deducendam eſſe aſſerum craſſitiem, antequam operatio in Problemate præſcripta inſtituatur.

### *Corollarium 2.*

Fig. 17. Dimenſio ſuperficiei conicæ inter duos parallelos circulos G L, E Q conſtitutæ habetur ex *Corollario prop. 3. lib. 2. Cylind. & Annularium*, ubi oſtendi eam æqualem eſſe rectangulo ſub A C trunci latere, & ſemiſſe peripheriarum A G F L, C E D Q comprehenſo.

*Accedimus deinceps ad corporis omnium perfectiſſimi, ſphæræ videlicet dimenſionem; quam totam Archimedis ingenio debemus. Hujus ſelecta de ſphærâ & Cylindro theoremata faciliori methodo demonſtrata Elementis Geometriæ ſubnexui.*

## PROBLEMA VII.

**Datæ ſphæræ diametrum metiri.**

QUovis puncto A, in ſuperficie ſphæricâ aſſumpto, eo tanquam polo deſcribe in ſuperficie ſphæricâ circumferentiam B E C D; cujus diametrum metire hunc in modum. Fig. 19 20

In circumferentiâ deſigna tria puncta utcumque, E, B, D. Tria horum intervalla E B, B D, D E circino accepta tranſcribe in chartam aut æquam terræ ſuperficiem, ex iiſque conſtrue a triangulum K I L. a per 22. 1.
Per tria puncta K, I, L deſcribe b circulum, ejuſque b per 5. 4.
diametrum I M; quam metire. Erit enim circulus K I L M æqualis circulo B E C D, ut patet; adeoque diameter I M, par diametro B C intra ſphæram latenti.

Accipiatur deinde circino intervallum A B, diſtantia nimirum poli à circumferentiâ BECD, atque eo latere fiat ſuprà jam inventam I M triangulum æquicrure I N M: & per tria puncta I, N, M c deſcribe circulum I N M P, ejuſque diametrum N P; quam metire. Ea enim ſphæræ diametro æqualis erit. c per eand.

*Demonſtr.* Circuli BECD diameter eſto B C, ducanturque AB, AC. Quoniam A polus eſt circuli BECD, triangulum BAC rectum eſt circulo BECD. Quare ſi per illud ſphæra ſecetur, ſectio ACFB erit circulus maximus, ejuſque diameter erit diameter ſphæræ. Atqui circulus N M P I, circulo A C F B æqualis eſt; triangulum enim I N M cui circulus N M P I eſt circumſcriptus, æquilaterum eſt triangulo B A C, cui circulus A C F B circumſcribitur. Nam I M oſtenſa eſt par BC, & per conſtr. IN, MN, æquales ſunt ipſis B A, C A. Ergo etiam diameter circuli N M P I, diametro circuli A C F B, adeoque & ſphæræ diametro, æqualis eſt. una igitur eſt utriuſque dimenſio. Quod erat demonſtrandum.

*Intervalla punctorum in ſuperficie ſphæræ accipiuntur circino, cujus crura ſunt inflexa, ſeu incurva, eodemq; circuli in ſphæricâ ſuperficie deſcribuntur.*

## PROBLEMA VIII.

**Sphæricæ ſuperficiei dimenſio.**

MEtire diametrum ſphæræ, ex quâ a elice circumferentiam, utriuſque ſemiſſes per invicem multiplicatæ dabunt b aream maximi ſphæræ circuli: quæ quater ſumpta ipſam ſphæræ ſuperficiem dabit. a per prob. 3. cap. 12. b per probl. 4. cap. 12.

Nobiliſſimum quippe Archimedis theorema eſt, omnis ſphæræ ſuperficiem eſſe quadruplam maximi circuli; cujus demonſtrationem reperiet lector in *ſelectis ex Archim. prop.* 24.

*Exempl.* Sphæræ diameter reperta ſit pedum 3. Ex hac elicitur circumferentia pedum $9\frac{48}{113}$. Diameter 3, & circumferentia $9\frac{48}{113}$ inter ſe multiplicatæ, efficiunt pedes quadratos $28\frac{31}{113}$. Hujus producti ſemiſſis, nimirum pedes quadrati $14\frac{31}{226}$ conficiunt aream maximi circuli. Hæc quater ſumpta facit quadratos pedes $65\frac{124}{226}$, quibus ſphærica ſuperficies æqualis eſt.

*Ad inveniendam aream maximi circuli quoniam perinde eſt, ſive ſemiſſes diametri & circumferentiæ inter ſe multiplices; ſive totas, modò producti ſumas dimidium, ea ex duabus via tenenda, quâ fractiones evitantur. Idem in triangulo, pyramide, cono, aliiſque uſui venit:*

*Aliter & facilius.*

Multiplica diametrum ſphæræ per circumferentiam, productum ipſa erit ſphæræ ſuperficies.

*Demonſt.* productum ex diametro & circumferentiâ quadruplum eſt producti ex ſemidiametro, & ſemicircumferentiâ, hoc eſt maximi ſphæræ circuli. Atqui etiam ſphæræ ſuperficies quadrupla eſt maximi circuli. Ergo productum ex diametro & circumferentiâ, ſuperficiei ſphæræ æquale eſt. Quod erat demonſt.

## PROBLEMA IX.

### Superficiei ſphæricæ ſegmenta, datis ſegmentis axeos, metiri.

Fig. 21. SEgmenta ſuperficiei ſphæricæ parallelis circulis (EHF, BGC) diviſæ, eam habent rationem ad totam ſphæræ ſuperficiem, quam axis ſegmenta, hoc eſt eorum altitudines, ad axem totum. Demonſtrationem vide *prop.27. ſelect. ex Archimede.*

Hinc in promptu eſt ſegmentorum ſphæricæ ſuperficiei dimenſio. Oporteat metiri ſegmentum EHDF, cujus axis P D notus ſit in partibus axis to-
d Præced. tius A D. Metire totam ſphæræ *d* ſuperficiem. Deinde fiat ut axis A D, ad ſegmentum axis P D, ita ſphæræ ſuperficies tota ad aliud; erit hoc, ipſum EHDF ſegmentum quæſitum.

Eodem modo menſurabitur ſegmentum ſuperficiei inter duos parallelos circulos B G C, E H F interceptæ.

Quod ſi ſegmentum B E F C non exiſteret inter circulos parallelos, tunc metire, ut jam tradidi, tam ſegmentum B D C, quàm ſegmentum E D F. Majus aufer à minore. Reſiduum dabit ſegmentum quæſitum.

## PROBLEMA X.

### Dimenſio ſphæræ.

OMnis ſphæra producitur ex ſuperficie ſphæricâ ductâ in ſextantem diametri, ſeu trientem ſemidiametri.

*Exemplum.* Per *Problema* 8, reperta ſit ſphæræ ſuperficies pedum quadratorum $452\frac{44}{113}$ ex diametro pedum 12: hujus ſextans ſunt pedes 2; per quos multiplicata ſuperficies $452\frac{44}{113}$ producit pedes cubicos $904\frac{88}{113}$, pro ſoliditate ſphæræ datæ.

*Demonſtratio* pendet ex nobiliſſimo Archimedis theoremate, cujus demonſtrationem intellectu perfacilem dedi *prop.* 38. *ſelect. ex Archimede.* Eſt autem tale: omnis ſphæra æqualis eſt cono, cujus baſis par eſt ſuperficiei ſphæræ, altitudo autem radius ſphæræ. Ex *hoc* igitur *theoremate, & Problemate* 4. res patet.

## PROBLEMA XI.

a Vide def. 1. ante ſelecta ex Archim.

### Sectorem *a* ſphæræ (ACBD) metiri.

Fig. 22. SEctor ſphæræ producitur ex ſuâ ſphæricâ ſuperficie, ductâ in trientem radij ſphæræ.

Metire igitur ſuperficiei ſphæricæ ſegmentum CBD, ejuſque ex. gr. pedes quadratos duc in trientem radij A B. Provenient pedes cubici, quibus ſector æqualis eſt. Eadem eſt ſectoris A C E D dimenſio.

*Demonſtr.* Archimedeum eſt theorema ſphæræ ſectorem æquari cono, cujus baſis eſt ſphærica ſectoris ſuperficies, altitudo autem radius ſphæræ: cujus demonſtrationem vide in *ſelectis ex Arch. prop.* 29. Atqui hic conus ſit *b* ex triente altitudinis in baſim. Ergo & b per probl. 4.
ſector &c.

## PROBLEMA XII.

### Sphæræ ſegmenta, data eorum altitudine, metiri.

SEcta ſit ſphæra circulo C Q D in duo ſegmenta Fig. 23.
QCBD, QCED, quæ metiri oporteat.

Diameter ad circulum CQD recta, ſit BOE, ac proinde ſegmentorum altitudines ſint O B, O E. Quoniam minor ſphæricus ſector ACBD componitur ex cono CAD, & ſegmento QCBD, major verò eodem cono exceditur à ſegmento majore; metire primò *d* ſectores, deinde *e* conum: qui ablatus à ſe- d per præc.
ctore minori, relinquit ſegmentum Q C B D; ad- e per probl.
ditus verò ſectori majori, exhibet ſegmentum C E D Q.

Diameter circuli C Q D, ad dimenſionem coni Q C A D neceſſaria, reperitur ſub initium *Problematis* 7. Coni autem altitudo O A etiam nota eſt; quia ſemidiameter tota B A reperta eſt *Probl.* 7. & B O datur, ergo & reliqua O A nota eſt.

Detur deinde ſegmentum ſphæræ inter duos circulos C Q D, F R G (ſive paralleli ij ſint, ſive non) interjectum. Metire ſegmenta utraque R F B G, Q C B D. Minus aufer à majori. Reſiduum dabit ſegmentum R F C Q D G.

*Aliter.*

Metiri oporteat ſegmenta QCBD, QCED. Ut O E ad radium A E, ita fiat O B ad aliam B K. Conus ex baſe CQD, & altitudine OBK, æqualis eſt *a* a per prop. 31. ſelectorum noſtr. ex Archim.
ſegmento QCBD. Hunc igitur conum metire.

Pari modo ut O B ad radium, ita fiat O E ad aliam Z. Conus ex baſi CQD, & altitudine conſtante dua- b per eand.
bus rectis O E, & Z, æquatur *b* ſegmento Q C E D. Quare hoc per *Probl.* 4, menſurato, habetur ſegmenti ſoliditas.

*Hæc praxis brevior eſt præcedenti.*

*Corollarium.*

Ex hoc Problemate habetur dimenſio vaſorum ſphæricorum: ea enim ſunt ſphæræ ſegmenta, ſed inania.

Eſto vas ſphæricum Q B D C: ad opus dimenſionis ejus nota eſſe debent diameter orificij B Q C E, altitudo vaſis, & diameter ſphæræ, cujus vas eſt ſegmentum: quæ nota facies hunc in modum.

Bacillo ſeu funiculo ſubtende arcum aliquem EBF, & biſeca tam arcum, quàm ſubtenſam, in punctis B & G, per quæ extenſa recta funiculi ductu vel regulæ, eſt diameter *o* circuli ECQB, quam metire. o patet ex 30. & 1. lib. 3.

Deinde B C diametrum jam inventam biſeca in A, & ex A demitte perpendiculum donec fundum baſis contingat in D. Erit A D vaſis altitudo, quam metire.

Denique fiat ut DA jam nota ad radium AB etiam notum,

Google

notum, ita hic idem ad aliud. Hoc erit notum, & æquale *p* rectæ A H, quæ cum DA diametrum ſphæræ conſtituet. Cùm igitur D A, & A H ſint notæ etiam diameter tota erit nota.

*p per corol. 13. 6.*

His ſic inventis, vas ipſum metiere, ut in Problemate præſcriptum fuit.

## PROBLEMA XIII.

### Sphæroidis tam longæ quàm latæ dimenſio.

*Fig. 25.*

*Sphæroïs longa eſt quæ fit ab ellipſi circa majorem axem circumactâ: lata ſphæroïs eſt, quæ fit ab eâdem ellipſi circa minorem axem revolutâ.*

Omnis ſphæroïdeos ſoliditas producitur à maximo ejus circulo O B D C, ducto in duos trientes illius axis, circa quem producta eſt ſphæroïs.

*a Vide lem. ante probl. 2. cap. 17. b per probl. 4. c. 12.*

Metire igitur mechanicè *a* axes A E, B C, & ex B C elice *b* aream circuli maximi OBDC. Hæc ducta in duos trientes axis A E, circa quem ſphæroïs producta eſt, dabit ſoliditatem ſphæroïdis quæſitam.

*Demonſtr.* Intelligantur duo coni DBAC, DBEC inſcripti eſſe ſphæroidi. Demonſtravi *lib. 1. Cylind. & Annul. prop. 25*, ſphæroïdem hujus rhombi conici eſſe duplam. Conus autem BAC fit ex *c* baſi OBDC ductâ in trientem altitudinis A O, quæ eſt ſemiſſis axeos A E, uterque ergo (ſunt enim æquales) totus nempè rhombus, fit ex baſi OBDC ductâ in trientes duos ſemiaxeos, hoc eſt in trientem unum axis totius A E. Ergo ſoliditas horum dupla, ipſius nempè ſphæroïdeos, fit ex eodem circulo O B D C ducto in duos trientes axeos AE. Quod erat demonſtrandum.

*c per probl. 4. c. 18.*

## PROBLEMA XIV.

### *Fig. 26.* Sphæroideos ſegmenta (BFACE, BDGCE) circulo ad axem (AD) recto ſecta, metiri.

Intelligantur ſegmentis inſcripti eſſe coni EBAC, EBDC; axis autem A D biſectus ſit in N. Inventis mechanicè altitudinibus QD, QA, & diametro B C, metire *a* conos B A C, B D C. Tum fiat ut Q D ad ſummam rectarum N D, Q D, ita numerus cuborum coni E B A C ad alium numerum: dabit hic cubos ſegmenti B F A C E.

*a per probl. 4. c. 18.*

Et ſic fiat ut Q A ad ſummam rectarum NA, QA, ita numerus cuborum coni E B D C ad alium numerum: dabit ille cubos ſegmenti E B D G C.

*Demonſtratio* patet ex *Archim. lib. de ſphæroid. & conoid. prop. 31*, ubi demonſtrat conum B A C E eſſe ad ſegmentum B F A C E ut Q D ad ſummam rectarum N D, Q D, & conum B D C E eſſe ad ſegmentum B D G C E: ut Q A ad ſummam rectarum N A, Q A.

## PROBLEMA XV.

### *Fig. 27.* Truncum ſphæroideos circulis ad axem rectis (CSF, HVG) utrimque terminatum, metiri.

*a Vide lem. ante probl. 2. cap. 17.*

Metire axem AD, & diametros CF, HG, nec non trunci axem alterum O P, adeoque ejus ſemiſſes O Q, P Q omnia *a* mechanicè. Axem verò alterum I K ſphæroidis totius, cujus truncus datur, ita reperiès. Centro C intervallo ſemiaxis dati A Q deſcribe arcum, qui O Q ſecet in N. Ex C per N ducatur recta occurrens axi A D in M. Erit recta *o* C M par ſemiſſi axis quæſiti I K. Hæc verò effici ut poſſint, rectæ O Q, C O, A Q deſcribendæ prius ſunt in æquâ ſuperficie ſervatis ad O & Q rectis angulis, ac tum quæ jam præſcripta ſunt, exequenda. Axem I K ſic inventum, itidem metire. Quia ergo Q K, Q I axis ſemiſſes jam notæ ſunt, ſuprà verò etiam Q P, C O factæ ſunt notæ; etiam P K, S I notæ erunt.

*o Clavius l. 1. Aſtrol. in ſchol. lem. 50.*

Igitur ex diametro A D, & axe I K, elice ſoliditatem *b* ſphæroideos IABD; & ex diametro H G, ac altitudine P K *c* reperi ſoliditatem ſegmenti H K G; & ex diametro C F ac altitudine OI, ſoliditatem ſegmenti CIF. Tum aufer cubos ſegmentorum HKG, CIF, à cubis totius ſphæroidis; remanebunt cubi, quibus truncus F S C H V G æqualis eſt.

*b per probl. 13. c per probl. 14.*

### *Corollarium.*

Ex Problemate habetur dimenſio capacitatis eorum doliorum, quæ ad trunci ſphæroïdici figuram accedunt. Sed in dimenſione mechanicâ linearum, craſſitudo aſſerum ab inventis lineis ſubducenda eſt.

## PROBLEMA XVI.

### Conoidis parabolicæ tam obtuſæ quàm acutæ dimenſio.

*Fig. 28.*

*Conoïs parabolica obtuſa eſt quæ fit à ſemi-parabola BAD circa axem (AD) revolutâ: acuta verò quæ fit ab eâdem ſemi-parabolâ circa ordinatim axi applicatam (BD) circumactâ.*

Parabolica conoïs obtuſa (BACF) producitur ex baſi (BFCN) quæ circulus eſt, ductâ in ſemiſſem axis D A.

Conoïs parabolica acuta (ABEG) producitur ex baſi (DGAI) quæ etiam circulus eſt, ductâ in 8 decimas-quintas altitudinis D B.

*Demonſtratio* 1. partis patet ex noſtrâ *prop. 31. lib. 1. Cylind. & Annul.* ubi demonſtravi Cylindrum BK conoidi parabolicæ obtuſæ B A C F circumſcriptum, eſſe duplum conoidis. Quare cùm *a* Cylindrus B K producatur ex baſi B F C N in altitudinem totam D A; ejus ſemiſſis, nempè conoïs B A C F, producetur ex baſe eâdem, in altitudinis ejuſdem D A, ſemiſſem.

*a per prob. 1.*

Quod ad 2am partem attinet, non tradidit Archimedes quam proportionem habeat conoïs parabolica acuta ad obtuſam, vel ad Cylindrum A L acutæ circumſcriptam. Quare ex eo dimenſio hujus ſolidi non habetur. Nos ergo *prop. 27. lib. 5. Cylind. & Annul.* demonſtravimus acutam eſſe ad obtuſam, ut baſis, ſive ordinatim applicata B D eſt ad 16 decimasquintas axis D A; eandem verò acutam eſſe ad Cylindrum A L ſibi circumſcriptum ut 8 ad 15: ex quo poſtremo manifeſta eſt ſecundæ partis demonſtratio.

## PROBLEMA XVII.

## Conoidis hyperbolicæ obtuſæ dimenſio.

Fig. 29. *O* *Btuſa eſt quæ gignitur à ſemihyperbolâ (G F M H) circa axem (F H) revolutâ: acutâ verò, quæ gignitur ab eadem ſemihyperbolâ circa ordinatim axi applicatam (G H) circumactâ.*

Reperiatur ex conicis hyperbolæ datæ axis tranſverſus, ejuſque ſemiſſis ſit X, quam metire, uti & axem H F, ac diametrum G I.

Demonſtratum eſt ab Archimede in libro de Conoid. & ſphæroid. *prop.* 27, conum maximum NGFI conoidi hyperbolicæ obtuſæ N G M F I inſcriptum eſſe ad conoidem, ut compoſita ex axe H F, & duplâ X, ad compoſitam ex axe H F & triplâ X.

*a per prob. 4.* Quare ſi notus fiat *a* conus N G F I, ac deinde fiat ut compoſita ex axe H F, & duplâ X, quæ nota eſt, ad compoſitam ex axe H F & triplâ X, quæ etiam nota eſt; ita conus NGFI, & ipſe notus, ad aliud; erit hoc ipſa conois quæſita, in cubis menſuræ aſſumptæ.

### *Scholium.*

*Quam proportionem habeat conoïs hyperbolica acuta (F G K) ad conum ſibi inſcriptum, & ad conoidem hyperbolicam obtuſam (G F I) adhuc latet. Imò, quod admiratione dignum eſt, inventâ hac proportione haberi quadraturam hyperbolæ oſtendi* lib. 5. Cylind. & Annul. prop. 45.

## PROBLEMA XVIII.

## Dimenſio corporum & ſuperficierum Annularium.

*A* *Nnularia corpora, ſi quæ alia, affectiones habent planè admirabiles. De his atque unà de Cylindricis, quatuor libros vulgavi anno 51: quibus anno deinde 59. quintum adjunxi.*

Fig. 41. *Hujuſmodi ſolidorum duas quaſi claſſes, ſive genera conſtituo. Primi generis ſunt, quæ fiunt ex quâcumque figurâ planâ (C K B F) axem aliquem (K F) habente, circa aliquam lineam (X Z, quæ Axis revolutionis dicitur) hâc lege in orbem ductâ, ut (K F) axis figuræ, revolutionis tempore axi revolutionis (X Z) ſemper æquidiſtet. Multiplices horum formas expreſſas, reperiet lector in ſchematiſmis* lib. 3 & 4. Cylindr. & Annul. *præſertim in ſchematiſmo* 8, *Fig.* 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66.

*Secundi generis ſunt ea omnia, quæ gignuntur ex revolutione figurarum vel axem nullum habentium, aut certè, dum revolutio fit, non parallelam axi revolutionis. Vide Figuras* 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20 *&c.* libri 5. Cyl. & Annul.

*Quanta ſit horum corporum varietas intelligi poterit ex figuris jam citatis, & definitionibus* libro tertio Annul. *ac inprimis* quinto *præfixis.*

*Quia verò definitionum jam facta eſt mentio, monendus mihi eſt lector, ut errorem emendet, qui irrepſit in definitionem* 1. lib. 3. Cylind. & Annul. Paginâ 116, verſu 1 *hæc leguntur*: Sicut recta A B C in uno feratur plano, & figura dum circumducitur, ſibi ipſi maneat parallela, *quæ ſic emenda, vel potius ſupple*: ſic ut recta ABC in uno feratur plano ad EK recto, & figura dum circumducitur, E K ſibi ipſi maneat parallela.

### *Solidorum ac ſuperficierum annularium primi generis dimenſio.*

Soliditas cujuſcumque corporis annularis primi generis producitur ex figurâ genitrice (E C K B F) ductâ in peripheriam mediam (E D) cujus radius eſt diſtantia axis figuræ (F K) ab revolutionis axe (X Z). Fig. 41.

*Exemplum.* Figura E C K B F quæ annulum genuit, reperta ſit pollicum quadratorum 1000, peripheria verò media E D pollicum 2000. Hæc invicem multiplicantia efficiunt pollices cubicos 2000000, quibus ſolidum annulare æquale eſt.

Superficies verò annulares primi generis producuntur ex circumferentiâ (CKBF) figuræ genitricis ductâ in eamdem peripheriam mediam (A D)

*Exempl.* Peripheria C K B F eſto pollicum 100, E D pollicum 30. Hæ ductæ in invicem efficiunt pollices quadratos 3000, quibus annularis ſuperficies propoſita æqualis eſt.

*Demonſtratio* primæ partis deducitur ex prop. noſtrâ 5, *lib.* 3. *Annular.* quæ ita habet: Omnis annulus qui à figurâ planâ quacumque, axem habente revolutionis axi perpendicularem, producitur, æqualis eſt cylindro, cujus baſis eſt figura annulum deſcribens, altitudo autem peripheria media. Geometricam hujus theorematis demonſtrationem attuli ibidem. Demonſtrationes Cavallerij, & Guldini non concludunt: Guldini quidem quia aſſumpto indemonſtrato nititur, de quo mox infrà. Cavallerij autem quia per ſuperficies concludit de ſolido, & per lineas de ſuperficie, quæ argumentatio per ſe eſt nulla, cùm inter lineas & ſuperficies, atque inter has & ſolida, proportio non ſit. Hunc modum probandi hauſit à Kepplero in *Stereometriâ novâ theor.* 2. ubi aliquod iſtius methodi rudimentum apparet. Cæterùm ratiocinatio à Kepplero iſthic allata planè ageometrica & vitioſa eſt, & à mente Archimedis quam non eſt aſſecutus, penitùs aliena.

*Demonſtratio* partis ſecundæ patet ex *prob.* 6. *lib.* 4. *Annularium*, quæ eſt ejuſmodi: ſuperficies annuli, quem figura plana curvilinea quæcumque genuit, æqualis eſt curvæ ſuperficiei cylindri recti, cujus baſis eſt genitrix annuli figura, altitudo verò peripheria media. Geometricam hujus theorematis demonſtrationem loco jam citato reperies.

### *Solidorum & ſuperficierum annularium ſecundi generis dimenſio.*

Soliditas cujuſcumque corporis annularis ſecundi generis producitur ex figurâ (DECB) quæ annulum genuit, ductâ in circuli circumferentiam, quam in revolutione (Z) centrum gravitatis figuræ (DBCE) deſcripſit. *Fig. 6. 7. 8. 9. 10. 11. l. 5. cyl. & Annul.*

Superficies verò annulares ſecundi generis producuntur ex perimetro figuræ annulum gignentis ductâ in circumferentiam à figuræ gravitatis centro deſcriptam.

Bimembris iſta aſſertio, ſeu potiùs regula generalis quævis rotunda ſolida metiendi à Paulo Guldino noſtro abſque demonſtratione ullâ aſſumitur *cap.* 8. *lib.* 2, *Centrobarices*: à qua deinde reliqua libri illius ſecundi pars, tertius verò quartuſque integri dependent. Eſt porrò ea regula longè pulcherrima ac uſus propè immenſi: veritatis autem tam eſt arcanæ, tan-

tumque

tumque abeſt ut abſque demonſtratione legitimâ aſſumi poſſit, ut nudè propoſita nullam veriſimilitudinem oſtendat. Quæ etiam cauſa me impulit ut in ejus demonſtrationem incumberem; quam dedi libro 5 Cyl. & Annul. primâ & ſecundâ parte ejuſdem libri.

## CAPUT XIX.

### Dimenſio liquidorum.

CUm humidum non ſuo ſed alieno termino contineatur, manifeſtum eſt ut ejus quantitas cognoſcatur, invertiendam eſſe vaſis, quo continetur, quantitatem. Quamvis autem vaſis quantitas, ſeu potius capacitas iiſdem rationibus quibus aliud quodcumque ſolidum, indagari poſſit: tamen quia ſolidum inane ſpatium varias intra ſe operationes admittit, quas ſolida plena excludunt, fit ut liquidorum dimenſio etiam methodo perficiatur ſibi propriâ, quam hoc capite ſtatui exponere; ſed ſtrictim & quàm potero, clarè. Neque enim probare poſſum quorumdam hoc in genere ſcribendi rationem, qui in re non admodum difficili eâ prolixitate, & (quod etiam deterius eſt) obſcuritate verſantur, ut tyronibus deſperationem intelligendi, peritioribus tædium moveant vel riſum. Quod tribus verbis ſi ad figuram referas, exponi poteſt, longis & obſcuris verborum ambagibus intricant magis quàm explicant; ſoliciti nimirùm ut ſtylum in Geometrico argumento exerceant, de accuratâ verò ſchematis deſcriptione unicè ſecuri, ut ſubinde vix duæ treſve litteræ textus deſignatrices cum litteris ſchemati appictis conveniant. Non eò iſta dico, ut (quod agreſtis ingenij eſt) puritatem ſermonis contemnam: ſed hoc ago ne intempeſtivâ ſermonis curâ brevitas amittatur & claritas, quibus primæ in omni ſcriptione partes debentur.

#### *Menſura liquidorum.*

Pro locorum varietate ſunt variæ. Hoc omnibus commune, unam eſſe minimam; ſive primam, ex quâ cæteræ majores componuntur. Quantitas liquidi minimam menſuram efficiens à repub. determinanda eſt: quæ quia offertur plerumque contenta vaſe irregulari, aut certè non rectangulo, artificio Geometrico ad cubos ex. gr. pollicares (ut infrà tradam) erit reducenda.

Menſuræ liquidorum in pleriſque Belgij locis uſitatiores ſunt hæ,

| | | | |
|---|---|---|---|
| Chopina | | | *een uperken* |
| Pinta | Æ | 2 | Chopinis |
| Poculum | Æ | 4 | Chopinis, 2 pintis. |
| Stupa | Æ | 8 | Chopinis, 4 pintis, 2 poculis. |
| Cadus | Æ | 400 | Chopinis, 200 pintis, 100 poculis. |

#### *Quæ requirantur ad dimenſionem liquidi.*

Metiri liquidum ex. gr. dolium vini, nihil aliud eſt, quàm invenire quot contineat menſuras, ex. gr. quot chopinas, vel pintas &c. Ut hoc obtineatur, tria ſunt exequenda.

1. Quantitas liquidi, ſive capacitas vaſis liquidum continentis metienda eſt cubis pollicaribus (hi enim ſunt huic negotio accommodati) hoc eſt indagare oportet, quot pollices cubicos contineat.

2. Iiſdem cubis pollicaribus metienda eſt una aliqua liquidi menſura, ex. gr. una chopina, vel una pinta.

3. Ex collatione cuborum totius liquidi, cum cubis menſuræ unius, eliciendus eſt per regulam proportionum (ut docebo infrà) numerus menſurarum, in dato liquido contentarum.

Hæc tria igitur, quantum erit neceſſe deinceps exequemur. Porrò quod ad primum attinet, id jam effectum eſt *cap.* 17. *&* 18. Non facilè enim vas offeretur liquidum continens, cujus quantitas per iſthic tradita in placito genere cuborum non innoteſcat. Tamen circa perticam, ſeu regulam menſoriam, cujus formam tradidi *cap.* 5. ad *deſin.* 8, obſerva, neceſſe eſſe ut pollices ſinguli (qui ſunt partes decimæ unius pedis) diviſi ſint in 10 partes æquales; convenire autem ut hæ ſingulæ rurſum in 10 æquales ſubdividantur, aut in 5 ſaltem, vel duas. Ubi etiam illud nota, commodius eſſe, ut numerus pollicum applicatione regulæ inventus accipiatur pro integro, non verò (ut aliàs fieri aſſolet) numerus pedum ex. gr. hoc numero 38. 6′. 9″ deſignentur pollices 38, ſex decimæ unius pollicis, & novem centeſimæ ejuſdem. Non verò pedes 38; 6 decimæ unius pedis, & 9 centeſimæ.

Cæterùm quia vaſa, ſive dolia, quibus cereviſia & vinum, ſolent contineri plerumque conſtant ex duobus truncis conicis, in hujus ſolidi dimenſione facili & expeditâ præcipua cura verſari debes. Geometrica trunci conici dimenſio tradita jam eſt *prob.* 6. *cap.* 18. Sed quia hæc requirit integrationem utriuſque trunci ACDB, AEFB, aliam hic novam afferemus, quæ trunci integratione non indigeat. *Fig.* 18.

## PROBLEMA I.

### Capacitatem vaſis ex duobus conicis truncis compoſiti, aliter quàm prob. 6. cap. 18, reddere notam in cubis pollicaribus.

SEctio vaſis per axem FI eſto planum GAHKCD: Sectio autem unius trunci ſit GACD. GD eſt diameter minoris circuli, ſeu baſeos trunci, AC diameter baſeos majoris, quæ ſunt ambæ ad axem rectæ. Intelligatur deinde, ductâ GM parallelâ ad FB, adeoque ad AB rectâ, trapezium FGAB diremptum eſſe in rectangulum FGMB, & triangulum MGA: quæ ſi ſimul utraque circa axem FB circumagantur, producetur à rectangulo FGMB, cylindrus; à triangulo ſegmentum coni intus cavum, ſive tubus conicus; à toto trapezio FGAB truncus ipſe, cujus ſectio eſt DGAC; qui proinde ex dicto cylindro & tubo conico compoſitus eſt. Itaque ad dimenſionum trunci tantùm opus duo illa ſolida metiri: quod fiet hunc in modum. *Fig.* 30.

*Praxis.* Regulâ menſoriâ axem FB, & diametros GD, AC fac notas in pollicibus, hoc eſt, reperi quot pollices contineant, ſubductâ utrobique aſſerum craſſitie. Tum verò etiam noti erunt radij GF, AB, eorumque differentia AM. His peractis,

Semiſſem axeos FB, ſive GM, duc in differentiam AM: provenient pollices quadrati trianguli ⁿ rectanguli AMG. *n per prob. 4. c. 11.*

Trientem N M differentiæ A M adde radio minori G F, ſeu M B, erit tota N B nota: ex quâ tamquam radio elice *a* circumferentiam ipſi debitam. Hanc circumferentiam duc in aream trianguli AMG: producentur *o* cubi pollicares quibus æquatur tubus conicus, à triangulo circa F B rotato genitus.

*a Per prob. 3. c. 12.*
*o Per 2. partem prob. 18. cap. 18.*

Axem F B duc in minorem radium F G: productum dabit *p* pollices quadratos rectanguli F G M B. Tum ex F Q ſemiſſe minoris radij F G tamquam radio elice *q* circumferentiam: quâ ductâ in aream rectanguli F G M B, provenient cubi pollicares debiti cylindro genito à rectangulo F G M B circa F B rotato.

*p per prob. 1. cap. 11.*
*q per prob. 3. c. 12.*

Denique cubos pollicares tubi conici & cylindri collige in unam ſummam: hæc dabit pollicares cubos, quibus trunci AGDC inane ſpatium æquale eſt.

Quod ſi truncus alter A H K C priori, ut fit plerumque, ſimilis & æqualis eſt, duplicata capacitas prioris, dabit capacitatem totius vaſis. Sin verò diſſimilis eſt, menſurabitur eâdem methodo, quâ prior.

*Demonſtratio.* Biſeca M A in E, & duc rectam G E, cujus triens ſit O E. Erit O centrum gravitatis trianguli M G A. Ducatur deinde O P ad axem F B recta, adeoque parallela ad A B. Ut GO ad GE *e* ſic O S ad E M. Sed G O eſt duæ tertiæ ipſius G E. Ergo O S etiam eſt duæ tertiæ ipſius E M, hoc eſt una tertia ejus duplæ M A. Ergo O P radius circumferentiæ ab gravitatis centro O circa axem F B deſcriptæ, componitur ex M B, ſive G F, & triente ipſius A M. Benè ergo inventa eſt circumferentia centri gravitatis O. Atqui ſoliditas tubi conici geniti à triangulo M G A, circa F B circumacto, producitur *d* à triangulo M G A ducto in circumferentiam centri gravitatis O. Ergo nota eſt tubi dicti ſoliditas.

*e per coroll. 1. p. 4. l. 6.*
*d Per 2. partem prob. 18. cap. 18.*

Rectè etiam fuiſſe inventam ſoliditatem cylindri B G, demonſtratum eſt in modo 2. *probl.* 1. *cap.* 18.

Totus igitur truncus, cujus ſectio A G C D, notus eſt: quod erat demonſtrandum.

*Non ſolum hæc praxis, ſed etiam illa quam tradidi cap. 18. probl. 6, ejuſque corollario, facilior eſt ys quæ paſſim traduntur, cum neutra egeat dimenſione trium vaſis circularium arearum, A G B, C K D, E L F, quas alia requirunt.*

### PROBLEMA II.

### Unam aliquam liquidi menſuram, ex. gr. chopinam vel pintam notam facere in cubis pollicaribus.

HOc opus quàm accuratiſſimum ſit oportet, quia una menſura ſemel ad cubos reducta ad omnes deinde cujuſvis liquidi dimenſiones adhibetur. Quoniam igitur, ſi unam menſuram tantùm ſemel acceptam tentemus ad cubos reducere; ſiquis in opere error vel tantillus committatur, is in magni liquidi dimenſione toties multiplicatur quoties una menſura in liquido continetur, quamplurimas oportebit menſuras accipere, & quot omnibus ſimul ſumptis pollicares cubi debeantur invenire: tum verò quot uni menſuræ conveniant, per regulam Auream innoteſcet.

*Fig. 31.* *Praxis.* Oporteat ex. gr. pintam ad cubos reducere. Paretur vas parallelepipedale rectangulum plurium cadorum capax A F, cui infundantur aliquot pintarum centuriæ quàm accuratiſſimè dimenſæ, ex. gr. 600, quæ efficiunt 3 cados: & pertingat liquidi ſuperficies uſque in K L E D. Debet autem vas ita collocari ut planum A B C exactè æquidiſtet horizonti. Explora deinde quot pollices contineant latera AB, BC, BD (ſubductâ aſſerum craſſitie) quæ per invicem *a* multiplicata, dabunt cubos pollicares, quibus liquidum A K E C æquale eſt. Sint ex. gr. pollices cubici 39609. Tum ita ratiocinare; 600 pintæ æquantur cubis pollicaribus 39609: igitur una pinta quot pollicaribus cubis æqualis erit? Per regulam proportionum, quæ hic abſolvitur ſolâ diviſione cuborum 39609 liquidi AKEC, per 600 pintas eodem liquido contentas, reperiuntur cubi pollicares debiti pintæ uni 66. 0′ 1″. 5‴.

*a juxta prob. 1. c. 17*

### PROBLEMA III.

### Dati liquidi quovis vaſe contenti dimenſio.

VAs liquidum continens ſi (quod fit plerumque) ex duobus truncis conicis compoſitum ſit, ad cubos pollicares revoca per *probl.* 1. *cap. hujus*, aut per *probl.* 6. *cap.* 18: ſi alterius figuræ exiſtat, reducetur ad cubos per ea, quæ toto *cap.* 17, & 18 ſunt tradita. Quoniam igitur ſcitur liquidum propoſitum quot cubos pollicares contineat, & per *prob. præced.* notum eſt etiam quot pollicares cubos contineat una menſura, ex. gr. una pinta; inde quot pintæ in dato liquido contineantur, innoteſcet hunc in modum. Statuamus repertum eſſe liquidum datum æquari cubis pollicaribus 60, 000, pintam verò unam cubis pollic. 66. 0′. 1″. 5‴. Tum ita ratiocinare: cubi pollicares 66. 0′. 1″. 5‴ efficiunt pintam 1; igitur pollicares cubi 60, 000 quot pintas efficiunt? Per regulam proportionum (quæ hic abſolvitur ſolâ diviſione cuborum 60, 000 totius liquidi, per cubos 66. 0′. 1″. 5‴ unius pintæ) reperiuntur pintæ in dato liquido contentæ 908.

## CAPUT XX.

### Dimenſio corporum Mundanorum.

### PROBLEMA I.

### Orbis terræ ſuperficiem metiri.

PEr ſuperficiem Terræ ſemper intelligo ſuperficiem totius globi ex terrâ & aquâ compoſiti, niſi contrarium indicavero.

Demonſtratum eſt *prob.* 8. *cap.* 18. cujuſvis globi ſuperficiem haberi ex diametro globi multiplicata per circumferentiam ejuſdem. Capite autem 6. *prob.* 4. oſtendimus circumferentiam orbis terræ veræ proximam eſſe milliariorum Bonon. 26010, ex quâ elicitur diameter milliar. Bonon. 8279[illegible]. Quare ſi milliaria Bonon. 26010 ducantur in milliar. Bonon. 8279, fractione neglectâ, provenient milliaria quadrata Bonon. 215 (336, 790, conſtituentia ſuperficiem Terræ proximam veræ.

Si placet ad pedes quadratos revocare, ſic operare: Quia milliare Bonon. continet 5000 pedum Bonon. ſi hæc ducantur in ſe, provenient 25 (000,000 pedum quadratorum pro milliari quadrato Bonon. Quare ſi quadrata milliaria ſuperficiei Terræ jam inventa ducantur in 2(500, 000 pedum quadratorum unius

unius milliaris quadrati, provenient 5,383(419, 750 (000, 000 pedum quadratorum Bonon. in ſuperficie orbis Terræ contentorum.

Et quia milliare horarium, triplum eſt Bononienſis, ac proinde milliare horarium quadratum noncuplum eſt milliaris quadrati Bonon. ut patet ex *prob.6. cap.13.* ſi numerus quadratorum milliariorum Bonon. jam inventus dividatur per 9, provenient milliaria quadrata horaria ſuperficiei Terræ 23(926, 310.

Quod ſi hæc ipſa voluerimus reducere ad pedes Rhynlandicos, quorum 18, 000 conficiunt milliare unius horæ; due 18,000 in ſe: provenient 324(000, 000 quadrati pedes pro uno quadrato milliari horario: per quæ ſi multiplices quadrata milliaria jam inventa, 23 (926, 310; provenient pedum quadratorum Rhynland. 7, 752 (124, 440(000,000, quibus Terræ ſuperficies æqualis eſt.

*Superficies Terræ proxima vera continet*

Milliaria quadrata Bonon. 215 (336, 790
Milliaria quadrata horaria 23 (926, 310
Pedes quadratos Bonon. 5, 383 (419, 750 (000, 000
Pedes quadratos Rhynl. 7, 752 (124, 440 (000, 000
*Mill. quadr. Bonon. continet pedum quadr. Bonon,* 25 (000, 000
*Milliare quadr. horar. continet pedum quadr. Rhenolandicos.* 324 (000, 000

*Superficies Terræ omnium hactenus inventarum minima ea eſt, quæ continet*

Milliaria quadrata Bonon. 134 (030, 859
Milliaria quadrata horaria. 14 (890, 680
Pedes quadratos Rhynlandicos 4,824 (580, 320 (000, 000

Hæc Terræ ſuperficies minima, deducta eſt ex minimâ diametro & minimâ circumferentiâ, quas vide ad finem *prob. 4. cap. 6.*

## PROBLEMA II.

### Quantam ſuperficiei Terrenæ partem occupatura ſit tota hominum collectio in extremo judicio.

IMperiti Geometriæ univerſam terræ ſuperficiem vix ſuffecturam arbitrantur. Quantùm errent ex ijs, quæ hîc ſubjungam, apparebit.

Quoniam tam mundi duratio, quàm hominum multitudo ſunt nobis incognitæ, ſtatuenda erunt quædam, ut certi aliquid liceat de quæſtione propoſitâ definire. Ponantur verò hæc 1. mundum duraturum 10, 000 annorum. 2. Numerum hominum ſimul viventium ſemper eſſe 1, 000 (000,000, id eſt mille millionum. 3. Singulis 50 annis totum genus humanum innovari adæquatè. 4. Singulis hominibus detur ſpacium 5 pedum quadratorum Rhynl.

His poſitis, dico locum à totâ illâ hominum collectione occupandum, minorem fore reſpectu ſuperficiei terreſtris quàm ſit, 1 reſpectu 4824 quod ſpatium minus eſt quàm Anglia, & vix quintam æquat partem Hiſpaniæ.

*Demonſtratio.* Ut propoſitum conficiatur efficaciùs, aſſumam terræ ſuperficiem omnium hactenus inventarum minimam, quam ſatis conſtat eſſe verâ minorem; videlicet pedum quadrat. rhynland. 4,824 (580,320 (000,000.

Quia per poſitionem 1, mundus ſtabit 10, 000, annorum, & numerus ſimul viventium ſemper eſt mille milliones per poſit. 2, & hic numerus per poſit. 3, ſingulis 50 annis totaliter innovatur; manifeſtum eſt in totâ hominum collectione toties contineri mille milliones, quoties 50 continetur in 10, 000; nimirum ducenties. Quare tota hominum collectio efficiet ducenta millia millionum, 200, 000 (000, 000. Per hunc numerum ſi dividatur numerus ſuperficiei terrenæ minimæ ſuprà allatus, proveniet quotiens 24122 [illegible] qui indicabit, quoties hominum tota collectio ſtare poſſit in ſuperficie Terræ, ſingulis unum pedem quadratum Rhynl. occupantibus. Hic quotiens ſi rurſum dividatur per 5; proveniet quotiens novus 4824 [illegible], indicans quoties tota collectio hominum ſtare poſſit in ſuperficie terræ, ſingulis 5 pedes quadratos Rhynl. occupantibus, ac proinde quota ea ſit terrenæ ſuperficiei pars, quæ à dictâ hominum collectione occuparetur, dando ſingulis, ut dixi pedes quadr. 5. Itaque quoniam numerus partem occupatam denominans, eſt 4824 cum fractione, ac proinde major quàm 4824, liquet partem ſuperficiei terrenæ occupatam minorem eſſe parte quatermilleſimâ octingenteſimâ vigeſimâ quartâ.

Reliquum eſt ut oſtendam hoc terræ ſpatium eſſe minus Angliâ.

Circulus terræ maximus ſit B F C H, in quo perpendiculariter ſe interſecent duæ diametri BC, FH. *Fig. 32.* Ex B in D & E numerentur utrimque duo gradus, ducaturque recta D E, quæ diametro B C occurret perpendiculariter in G. Abſcindatur deinde plano ad B C recto ſuperficies D V E B. Hæc erit minor quàm Angliâ: ſi enim circini crure uno fixo in puncto maximè centrali hujus provinciæ, crus alterum ad duos gradus deductum per ſuperficiem globi Geographici circumduxeris, ſuperficies hoc circuitu comprehenſa, erit ipſa DVEB, totaque exiſtet intra limites Angliæ, adhuc excluſâ magnâ ejuſdem portione. Experimentum ipſe ſumpſi in globo, cujus diameter erat pedum ferè trium. Atqui ſuperficies quæ ab hominum collectione ſuprà dictâ occuparetur, minor eſt ſuperficie DVEB; quod ſic oſtendo. Quia arcus B D eſt grad. 2, erit F D grad. 88. cujus ſinus D K, ſeu G A, eſt 99939; quo ſublato ab A B radio 100000, relinquuntur 61 pro BG: per quæ ſi dividatur B C diameter 200000, prodit quotiens $3278\frac{42}{61}$ indicans quoties B C contineatur in B C. Quare cùm ſit ut BG ad BC, ita a ſuperficies DVEB ad totam Sphære terr. ſuperficiem, idem quotiens $3278\frac{42}{61}$ etiam indicabit quoties ſuperficies D V E B continetur in ſuperficie totâ Sphæræ terreſtris. Atqui ſuprà

*a per p. 27. ſelect. noſtrorum ex Archim.*

ſuprà oſtenſum eſt ſuperficiem à ſupradictâ hominum collectione occupandam contineri pluſquam vicibus 4824 in ſuperficie terrenâ, ac proinde ſæpius quàm portio D V E B, quam jam oſtendi contineri ſolùm vicibus 3278. Ergo ſuperficies ab hominum collectione occupandâ minor eſt quàm D V E B; hoc eſt (ut ſuprà probavimus) minor quàm Anglia.

*Nihil eſt igitur, quod vereantur aliqui ne judicandæ hominum multitudini locus deſit. Illud nobis cura ſit, ita vitam inſtituere, ut in die illâ tremendâ non hæreamus in terrâ damnandi cum impijs, ſed corporibus induti glorioſis, in nubibus obviam Chriſto rapiamur in aera.*

### PROBLEMA III.

### Quanta orbis Terræ pars ſit aliquod regnum vel provincia, licet tam ejus, quàm Terræ quantitas ignoretur, facili conjecturâ explorare.

Fig. 32. EXemplum ſtatuamus in regno Hiſpaniæ. In globo Geographico intra eam portionem, quæ Hiſpaniam repræſentat, eligatur punctum, quàm maximè fieri poteſt, medium, ſeu centrale, in quo uno circini crure fixo, alterum ita deducito, ut eo per ſuperficiem globi circumducto, ſuperficies eo circuitu incluſa, oculorum judicio ſit quàm proximè æqualis Hiſpaniæ. Tum eam circini aperturam transfer in Æquatorem & vide quot gradus comprehendat. In caſu propoſito reperi contineri gradus 4 min. 20.

Fig. 32. His peractis, circulum Terræ maximum referat B F C H, in quo perpendiculariter ſe interſecent diametri B C, F H, & ex B numerentur in D, & E, utrimque gradus 4. 20′. Deinde per D & E plano ad B C recto abſcindatur ſuperficies D V E B, quæ erit Hiſpaniæ æqualis. Et quoniam arcus B D eſt grad. 4. 20′, erit arcus D F grad. 85. 40′, cujus ſinus D K, ſeu GA eſt 99714; quo oblato à radio 100000, remanent 286 pro B G: per quæ ſi dividatur diameter B C 200000, fit quotiens 699 $\frac{86}{286}$ indicans quoties B G contineatur in B C. Atqui ut B G ad B C, ita *a* eſt ſuperficies D V E B ad ſuperficiem totam terreſtris globi. Ergo idem quotiens 699 $\frac{86}{286}$ indicat etiam, quot vicibus ſuperficies DVEB, hoc eſt Hiſpania, contineatur in totâ ſuperficie Terræ, nempè plus quàm 699 vicibus. Hiſpania igitur eſt pars orbis Terræ minor quàm ſexcenteſima nonageſima nona.

*a per p. 27. ſelectorum noſtr. ex Archim.*

Similis conjectura, eodem artificio de alijs etiam provincijs formabitur.

### PROBLEMA IV.

### Quæ ſit inter Zonas frigidam, torridam, temperatam magnitudinis proportio, licet tam earum, quàm Terrenæ ſuperficiei quantitas ignoretur, invenire.

Fig. 33. CIrculus Terræ maximus per polos B, C tranſiens, eſto BFCH; axis mundi B C, diameter Æquatoris F H; diametri Tropicorum I L, & P Q; diametri circulorum Polarium D E, & R T.

Polaris circuli à polo diſtantia, nimirum arcus D B eſt grad. 23. 30′. quibus ſubductis à 90, reſtant grad. 66. 30′ pro arcu D F; cujus ſinus D K, ſeu G A, 91706 ſi auferatur à radio A B 100000, remanent 8294 pro B G.

Diſtantia Tropici ab Æquatore, arcus nempè I F, eſt grad. 23. 30′. hujus ſinus I X, ſive M A eſt 39874.

Quod ſi M A 39874 auferas ab G A 91706, remanent pro G M 51832. Igitur BG, GM, MA ſunt inter ſe ut hi numeri 8294, 51832; 39874.

Atqui ſegmenta ſuperficiei ſphæricæ, quarum latitudines ſunt arcus B D, D I, I F (hoc eſt zonæ ipſæ, frigida, temperata, torrida) eam inter ſe rationem habent *a* quam partes axis B G, G M, M A. Ergo etiam zonæ frigida, temperata, torrida ſunt inter ſe ut hi numeri 8294, 51832, 39874.

*a per p. 27. ſelect. à nobis ex Arch.*

| | |
|---|---|
| Frigida | 8294 |
| Temperata | 51832 |
| Torrida | 39874 |

Itaque temperata continet frigidam plus quàm ſexies, torridam minus duplo, ut diviſione factâ apparebit: utriſque verò ſimul ſumptis major eſt, quod patebit additione.

Nota: *cùm zona temperata una comparatur cum torridâ, unam ejus ſemiſſem tantùm accipi: Æquator enim torridam zonam dividens, duas quaſi torridas zonas utrimque conſtituit.*

### PROBLEMA V.

### Orbem Terræ metiri.

PRoblemate 10, *cap.* 18, demonſtratum eſt ſoliditatem globi cujuſvis haberi ex ſuperficie globi ductâ in diametri ſextantem. Superficies Terræ proxima veræ *Probl.* 1. reperta eſt in milliarijs quadratis Bonon. in milliarijs quadratis horarijs; in pedibus quadratis Rhynl. Diameter Terræ veræ proxima inventa eſt *cap.* 6. *Probl.* 4. milliariorum Bonon. 8279, (quorum ſextans eſt 1379); milliariorum verò horariorum 2759, quorum ſextans eſt 459, fractionibus ubique (quod hic ſine detrimento licet) neglectis. Itaque ſi milliaria quadr. Bonon. ſuperficici Terræ 215 (336, 790 ducantur in milliaria Bonon. 1379, ſextantem diametri, proveniunt milliaria cubica Bonon. 296, 949 (433, 410 pro ſoliditare Terræ. Quod ſi milliaria quadrata horaria ſuperficiei Terræ 23 (926, 310 ducantur in milliaria horaria 459 ſextantem diametri, provenient milliaria cubica horária 10,982 (176,290 pro eâdem ſoliditate Terræ. Denique ut habeatur ſoliditas Terræ in pedibus cubicis Rhynlandicis, prius ſextans diametri, mill. nimirum Rhynlandica 459, reducenda ſunt ad pedes Rhynl. quod fiet ſi 459 ducantur in 18000, tot enim in uno milliari horario Pedes Rhynl. continentur. Productum hujus multiplicationis exhibet 8 (262, 000 Pedes Rhynl. pro ſextante diametri: per quos ſi multiplicentur pedes quadr. Rhynlandici ſuperficiei Terræ 7, 752 (124, 440,000,000, provenient pro ſoliditate Terræ pedes cubici Rhynlan. 64,048(052,123 (280, 000 (000, 000 quæ omnia ſequenti Tabellâ exhibentur.

*Soliditas Orbis Terræ vera proxima*

*Continet*

| | |
|---|---|
| Milliaria cubica Bonon. | 296, 949 (433, 410 |
| Milliaria cubica Horar. | 10,982 (176, 290 |
| Pedes cubicos Rhynlan. | 64,048 (052, 123 (280, 000 (000, 000. |

Milliare cubicum Bonon. continet Ped. cub. Bonon. 125, 000 (000, 000. Milliare cubicum Horar. continet Ped. cubic. Rhynlan. 5 (832, 000 (000, 000.

Quod ſi deſideretur ſoliditas Terræ minima, ad hanc aſſumenda eſt minima ſuperficies *præced. Problemate* inventa, diameter item minima quæ *cap.* 6. *Probl.* 4. reperta fuit milliariorum Bonon. 6531 (quorum ſextans eſt 1088), milliariorum verò horariorum 2177, quorum ſextans eſt 362, fractionibus ubique omiſſis. Cum his datis operando ut ſuprà, prodibit Terræ ſoliditas minima, ut in Tabellâ ſequenti cernitur

*Orbis Terræ ſoliditas omnium hactenus inventarum minima*

*Continet*

| | |
|---|---|
| Milliaria cubica Bonon. | 145, 825 (574, 592 |
| Milliaria cubica Horaria | 5, 390 (426, 160 |
| Pedes cubicos Rhynlandicos | 1 (746,498 (075,840 (000, 000 |

## PROBLEMA VI.

### Soliditatem Oceani explorare.

PRænoſci debent Oceani ſuperficies, & profunditas. Superficies, ut in omnibus ſphæris Geographicis cernitur, ſuperficiei terrarum ferè æqualis eſt, ac proinde dimidia ſuperficiei totius globi terraquei. Tantam ergo hic aſſumemus. Profunditas quo artificio exploranda ſit, dicam in Staticâ. Interim ex nautarum experimentis Oceani ordinaria profunditas non exeedit 500 paſſus. Alicubi profunditatis inſcrutabilis eſt. Ut exceſſus defectu compenſetur, demus æquare eam ubique unum millare Bonon. hoc eſt trientem milliaris horarij, hoc eſt 6000 pedum Rhynlandicorum.

Hîs datis, ſoliditas maris ſic innoteſcet. Terræ diameter continet milliaria Bonon. 8279. ab hac aufer 1. milliare profunditatis Oceani, remanent 8278. Superficies globi cujus diameter eſt milliaria Bonon. 8278, reperitur per *Probl.* 8. *cap.* 18, milliariorum quadr. Bononienſ. 215 (225, 656: quæ ducta in ſextantem diametri 8278, nimirùm in 1379, exhibent *b* milliaria cubica Bonon. globi, cujus diameter eſt 8278, nempè (296, 796 (179, 624: quibus ſubductis à ſoliditate ſphæræ, cujus diameter eſt 8279, hoc eſt à ſoliditate Terræ conſtante milliarijs cubicis Bonon. (296, 949 (433, 410, remanent milliaria cubica Bonon. 153 (253, 786 quibus æqualis eſſet Oceani ſoliditas, ſi totam globi terraquei ſuperficiem occuparet. Nunc quando ſolùm dimidiam partem occupat, numeri poſtremi ſemiſſis 76 (626, 893 exhibet milliaria cubica Bonon. ſoliditatis Oceani. Per hanc ſi dividatur Terræ ſoliditas (296, 949 (433, 410: reperietur in hâc illa contineri plus quàm vicibus 3875. Ex quo apparet quàm ridiculi fuerint nonnulli Philoſophi, qui neſcio quibus freti conjecturis, elementa decuplam inter ſe habere proportionem exiſtimarunt.

*b Per prob. 2. c. 18.*

## PROBLEMA VII.

### Modus generalis inveſtigandi magnitudinem cujuſvis Aſtri.

UT inveniatur magnitudo Aſtri cujuſcumque, prænoſci debent ejus diſtantia à Terræ centro vel ſuperficie, & quantitas apparens diametri, ſive angulus B F C, ſub quo Aſtrum videtur, is enim metitur quantitatem arcus, adeoque & diametri B C, quæ ab arcu inſenſibiliter differt. Quo artificio innoteſcant diſtantiæ Lunæ ac Solis à Terrâ, expoſui *cap.* 8. & 9. Sed accuratiùs iſta deduxi Aſtronomiæ *lib.* 3, ubi etiam traditus eſt modus obſervandi diametrum apparentem Solis & Lunæ. *Fig. 34.*

His ergo datis, magnitudo Aſtri ita inveſtigabitur. Centrum terræ eſto A; oculus F in ſuperficie Terræ; B F C angulus ſub quo videtur Aſtrum E B D C. Centro F per N Lunæ centrum intelligatur deſcripta periphería circuli G C B K. Quoniam *a* angulus B F C notus eſt, etiam notus eſt arcus B C, quota nimirùm pars ſit peripheriæ totius K B C G. Quare cùm Aſtri diameter arcum ſubtendens ab arcu inſenſibiliter differat, ſcietur etiam quota pars peripheriæ K B C G ſit Aſtri diameter. Deinde quia F N diſtantia Aſtri à Terrâ, nota *b* eſt in Terræ ſemidiametris A F, eſtque F N radius peripheriæ K B C G, etiam ipſa peripheria K B C G in Terræ ſemidiametris fiet *c* nota. Atqui jam invenimus ſuprà quota Peripheriæ K B C G pars ſit diameter B C. Ergo etiam hæc in Terræ ſemidiametris aut in partibus ſemidiametri innoteſcet; hoc eſt innoteſcet proportio diametri ipſius Aſtri ad diametrum Terræ. Quæ ratio

*a Per hyp.*

*b Per hyp.*

*c Per prob. 3. c. 12.*

Diam. Aſtri. Diam. Ter. X; Z

ſi per 4 terminos continuetur, hoc eſt ſi fiat ut diameter Aſtri ad diametrum Terræ, ita hæc ad X, & ita X ad Z; erit Aſtrum ad Terram, ut diameter Aſtri ad quartum numerum Z; uti patet ex ultimâ, *lib.* 12.

NOTA *B C diametrum apparentem minorem eſſe diametro verâ, ſed inſenſibiliter, ut oſtendi in* Aſtron. lib. 4. *Quare B C tum hic tum* Probl. 7 *&* 8 *aſſumo pro verâ, ſic enim Lunæ & Solis magnitudo colligetur (quod intendo) verâ minor.*

### *Corollarium.*

Quò diſtantia Aſtri à Terrâ, & diameter ejuſdem apparens aſſumuntur minora, eò minor proveniet Aſtri moles, & è converſo. Patet ex diſcurſu toto Problematis.

## PROBLEMA VIII.

### Inquiritur magnitudo Lunæ.

Fig. 34. Solem eſſe Terrâ majorem, Lunam Terrâ minorem, manifeſtum eſt ex eclipſe Lunari. Sed quantò hæc minor, ille major, deinceps inveſtigabitur.

Terræ centrum eſto A; in ſuperficie Terræ oculus F; angulus ſub quo Luna ſpectatur, B F C; peripheria centro F per Lunæ centrum deſcripta, ſit K N G. Demonſtravi *Probl.* 1. *cap.* 8. E N diſtantiam Lunæ Perigeæ à Terrâ in quadraturis eſſe majorem 50 ſemidiametris Terræ. Deinde ex obſervatione omnium Aſtronomorum conſtat diametrum *f* apparentem Lunæ Perigeæ, ſive angulum BFC majorem eſſe minutis 30. Aſſumam tamen diſtantiam E N ſemid. Terræ 50, & apparentem diametrum 30 minutorum: ſic enim certò conſtabit molem Lunæ ex ijs deductam, fore verâ minorem.

f *vide Ricciolum pag.* 233 *to.* 1.

Quoniam F N radius peripheriæ K B C G eſt ſemid. Terræ 50, ac proinde diameter tota continet ſemidiametros Terræ 100. Ex eâ per *Prob.* 3. *cap.* 12. elicitur peripheria K N G ſemid. Terræ $314\frac{18}{113}$, ſive 314. 1'. 5''. 9'''. 2''''. Eſt autem angulus B F C, adeóque & arcus B C 30. min. Si ergo peripheria tota, hoc eſt gradus 360 efficiunt ſemid. Terræ 314. 1'. 5''. 9'''. 2'''': 30 minuta, ſive ½ gradus unius quot efficiet ſemidiametros? Per regulam proport. proveniunt 0. 4'. 3''. 6'''. 3''''. 3'. 2''. unius ſemidiametri Terræ pro arcu B C, hoc eſt pro diametro Lunæ, quæ ab arcu B C quoad ſenſum non differt. Quæ quidem quantitas Lunaris diametri vera minor eſt, cùm deducta ſit ex diſtantiâ, & apparente diametro quæ minores ſunt veris. Sed demus Lunæ diametrum eſſe 0. 4'. 3''. 6'''. 3''''. 3'. 2''. quarum Terræ ſemidiameter eſt 1, ac proinde tota Terræ diameter eſt 2; imò demus ſolum eſſe 0. 4'. 3''. 6''': & continuetur ratio 0. 4'. 3''. 6'''. ad 2 per quatuor terminos

| Diam. Lunæ | Diam. Ter. | | |
|---|---|---|---|
| 0. 4'. 3''. 6''' | 2 | 9. 1'. 7''. 5'''. | 42. 0'. 9''. 1'''. |

erit ut primus 0. 4'. 3''. 6''' ad quartum 42. 0'. 9''. 1''', ita Luna *d* ad Terram. Diviſo autem quarto per primum, quotiens prodit 96 cum fractione?

d *Per* 18. 12.

*Itaque certum eſt Lunam eſſe majorem parte* 97^ma *Terræ.*

Nota, terminis tertio & quarto, loco fractionum ipſis adhærentium, adjectam eſſe unitatem; unde evaſerunt juſto majores, ex quo etiam capite, præter cætera, prodijt Lunæ quantitas verâ minor.

### *Corollarium.*

Semidiameter Lunæ certò major eſt millarijs Bonon. 711.

Nam ſemid. Terræ eſt ad ſemid. Lunæ in minori ratione, quàm 2 ad 0. 4'. 3''. 6'''. Semidiameter autem Terræ minima hactenùs inventarum continet mill. Bonon. 3265. unde per *reg. prop.* elicitur Lunæ ſemid. major milliarijs Bonon. 711.

### *Scholium.*

*Si data aſſumamus cum Ricciolo veris ſimiliora, nimirum diſtantiam mediocrem Lunæ à Terræ centro ſemid. Terræ* 59, *&* *diametrum apparentem min.* 30'. 30''. *reperiemus diametrum Lunæ veram eſſe ad diametrum Terræ ut* $26\frac{4}{5}$ *ad* 100; *atque inde Lunam eſſe ad Terram ut* 1 *ad* 55. *Quæ magnitudo ad veram propiùs accedit.*

## PROBLEMA IX.

### Inquiritur magnitudo Solis.

Aſſumatur ſchema *Problematis præced.*

Ex obſervatione omnium Aſtronomorum conſtat diametrum Solis apparentem, ſive angulum B F C majorem eſſe minutis 29: & *cap.* 9. *Probl.* 1. demonſtravi F N diſtantiam Solis à Terrâ majorem eſſe 949 ſemidiametris Terræ. Sed aſſumamus utrumque juſto minus, diametrum videlicet apparentem minutorum 29, & diſtantiam F N ſemid. Terræ 949; ſic enim certò conſtabit molem Solis inde deductam adhuc eſſe verâ minorem.

Ex oculo F tanquam centro per centrum Solis N deſcripta intelligatur peripheria K N G. Quoniam radius F N eſt 949 ſemid. Terræ, ex hoc elicietur *a* circumferentiæ K N G ſemiſſis $2981\frac{41}{113}$. Sed omittamus fractionem: ſic enim adhuc minor evadet Sol. Cùm igitur ſemiſſis circumferentiæ, hoc eſt minuta 10800, efficiant ſemidiametros Terræ 2981; minuta 20 quot ſemid. Terræ efficient? Per *reg. prop.* proveniunt ſemid. Terræ $8\frac{49}{10800}$ pro arcu B C, ſive diametro Solis minutorum 29. Verùm ut adhuc minor evadat Sol, aſſumamus pro Solis diametro tantùm ſemidiametros Terræ 8, ſive diametros 4, ſic ut diameter Terræ ſit ad diametrum Solis, ut 1 ad 4. Hæc ratio ſi per quatuor terminos continuetur

a *Per prob.* 3. *cap.* 12.

| Diam. Terræ. | Diam. Sol. | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 16 | 64 |

erit ut primus terminus nempè, 1, ad quartum 64, ita *b* Terra ad Solem.

b *Per* 18. 12.

*Certum eſt igitur Solem plus quàm quater & ſexagies eſſe Terrâ majorem.*

Atque hoc quidem omninò certum. Cæterùm ſatis etiam exploratum eſt Solem continere Terram amplius quàm 1727 vicibus. Nam *cap.* 9. *Probl.* 2. oſtendi diſtantiam Solis à Terrâ continere plus quàm 2850 Terræ ſemidiametros: & ſatis etiam certò conſtat diametrum Solis apparentem majorem eſſe minutis 30. Ex quibus datis per diſcurſum *præced.* elicitur Solis diameter major 12 ſemidiametris Terræ. Atque inde ratione 1 ad 12 per quatuor terminos continuatâ (1. 12. 144. 1728.) habetur ratio Terræ ad Solem minor eâ, quæ eſt 1 ad 1727.

Imò verò cùm ex accuratiſſimis Lunæ dichotomæ obſervationibus Ricciolus invenerit Solis à Terra diſtantiam *x* continere ſemidiametros Terræ plures quàm 7000, ut dixi in *Scholio Probl.* 2. *cap.* 9. reperietur inde Sol Terrâ major plus quàm vicies ſepties millies. Quam ſaltem magnitudinem Soli tribuendam confirmatur ex ſcrutinio Vendelini, qui ex ſuis Lunæ dichotomæ obſervationibus deduxit Solis à Terrâ diſtantiam æquare ſemidiametroos Terræ ſaltem 13740; ex quâ moles Solis reperitur major Terrâ plus quàm ducentis millies. Igitur

x *vide hæc accuratiùs deducta Aſtron. noſtræ lib.* 3. *n.* 19.

Summa

*Summa eorum, quæ de Solis diſtantiâ & magnitudine hactenus demonſtravimus.*

Hæc eſt.

*a Per prob. 1. c. 9.* Certum eſt *a* diſtantiam Solis à Terra excedere ſemidiametros Terræ 950, hoc eſt milliariorum Italicorum Bonon. tres milliones.

*b per prob. 2. c. 9.* Imò ſatis certum *b* eſt excedere milliariorum Bonon. milliones novem.

*c per dicta ibid. prob. 2 ejuſque Scholio.* Valdè probabile eſt *c* excedere milliarium Bonon. milliones 43.

*d per probl. 8. ibid.* Certum eſt Solem *d* eſſe Terrâ majorem plus quàm ſexageſies & quater.

*e Schol. f ibid.* Ferè certum eſt *e* Solem eſſe Terrâ majorem plus quàm millies ſeptingenties.

Valdè probabile eſt Solem *f* eſſe majorem Terrâ plus quàm vigeſies ſepties millies.

## PROBLEMA X.

### Inquiritur amplitudo Orbis Magni.

ORbis magnus eſt cælum Solis, vel potiùs ea ſphæra, cujus radius eſt diſtantia Solis à centro Terræ, ita dictus ab Aſtronomis paſſim, comparatione orbis longè minoris, quem Luna percurrit.

Semidiameter Orbis Magni (ut dixi) eſt diſtantia Solis à centro Terræ; quam *cap. 9. Probl. 1.* demonſtravi majorem eſſe 950 ſemidiametris Terræ. Quare ſi ratio 1 ad 950 per quatuor terminos continuetur,

1 950 902500 857(375000

*a Per 18. 12.* erit *a* ut primus nempè 1, ad quartum 857(375000, ita Terra ad Orbem Magnum. Cùm igitur ſecundus terminus 950 aſſumptus ſit vero minor, etiam quartus erit vero minor.

*Quare certum eſt Orbem Magnum continere terram ſæpiùs, quam 857375000 unitatem.*

Imò cùm ex accuratiſſimis Lunaris dichotomiæ obſervationibus *a* ſatis conſtet diſtantiam Solis à centro Terræ nunquam minorem eſſe 7000 ſemidiametrorum Terr. ſi ratio 1, ad 7000 per quatuor terminos continuetur, 1 7000, 49000000, 343000(000000, erit Terra minor ad Orbem Magnum quàm 1, ad 343000(000000. *a Vide Aſtron. lib. 3. n. 19.*

# CAPUT XXI.

## Solidorum auctio & diminutio, transformatio, comparatio.

AUgere corpora & diminuere in ratione datâ, ſeu (quod idem eſt) dato corpore aliud exhibere juxta rationem datam majus minúſve, ſi corpora non requirantur ſimilia, facilè erit Geometriæ ſtudioſo elementum Euclidis undecimum ac duodecimum non ignoranti. Pyramides enim, Coni, Priſmata, Cylindri, cùm ea quæ ejuſdem ſunt generis, comparantur; ſi baſes habeant æquales, ſunt inter ſe ut altitudines; ſi eaſdem altitudines, inter ſe ſunt ut baſes; ſi neque baſi, neque altitudine conveniant, rationem habent inter ſe ex baſium & altitudinum rationibus compoſitam. Ex quibus horum corporum auctio ac diminutio juxta rationem datam in promptu eſt vel tyronibus ipſis, quorum exercitationi proinde hoc argumentum relinquo.

At ſi duo corpora ſimilia, ex. gr. duo cubi, duæ ſphæræ, duo ſimiles coni &c. deſiderentur quæ datam inter ſe habeant proportionem, ardua res petitur, quæ non niſi duarum mediarum proportionalium inter duas datas rectas inventione poſſit abſolvi. Atque hoc eſt celeberrimum illud Problema, quod Deliacum veteres appellarunt, in cujus ſolutionem Platonis hortatu omnes Græciæ Geometræ ſummo conatu incubuerunt. Modi ac viæ ad duas medias reperiendas ſubtilitate mirabili à Platone, Architâ, Menechmo, Eratoſthene, Philone Byſantio, Herone, Apollonio Pergæo, Nicomede, Diocle, Sporo, Pappo excogitati, ab Eutocio in commentario ad 2 Archimedis librum de Sphærâ & Cylindro recenſentur. Antiquorum inventis ſua recentiores addidêre Ubernerus, Villalpandus, Gregorius à S. Vincentio, Carteſius. Verùm quia tanta conſtructionum varietas diſpendio potius, quàm adjumento ſolet eſſe tyronibus, ex omnibus tres potiſſimùm modos, quorum tam conſtructio, quàm demonſtratio eſt cæteris viſa facilior, ſelegi, breviterque expoſui ac demonſtravi in *Scholio prop. 13. libri 6. noſtrorum elementorum*, ad quem locum ſtudioſos remitto.

Reſtant quædam à tyronibus notanda.

1. Corpora ſimilia definiri *defin. 9. lib. 11. & defin. 4. lib. 12.*

2. Inter ſimilia corpora cenſeri ſphæras, quemadmodum circuli cenſentur inter ſimilia plana.

3. Corpora ſimilia eſſe inter ſe in triplicatâ ratione laterum homologorum. Demonſtratum id eſt de parallelepipedis *p. 33. lib. 11:* de omni Priſmate *corol. 2. p. 9. lib. 12,* de Pyramidibus *p. 8. lib. 12:* de Conis & Cylindris *p. 12. lib. 12.* de Sphæris *p. 18. lib. 12.*

4. Latera homologa definiri *defin. 11. lib. 5.* In ſphæris latera homologa cenſentur ipſæ diametri; in Conis & Cylindris diametri baſium.

5. Omnes Sphæras eſſe neceſſariò ſimiles: ſimiliter omnes Cubos neceſſariò ſimiles eſſe, ut patet ex *defin. 9. lib. 11.* omnes enim cubi continentur 6 quadratis, quæ ſunt plana ſimilia. Hoc ipſum ad reliqua corpora regularia extende.

## PROBLEMA I.

### Dato ſolido aliud ſimile juxta datam rationem majus vel minus exhibere.

DEtur primò Sphæra, cujus diameter A, & ratio data ſit A ad B. Oporteat exhibere Sphæram novam ejuſmodi, ut ſphæra data ſit ad novam, ut A eſt ad B. *Fig. 35. 36.*

Inter A & B terminos rationis datæ inveniantur duæ mediæ *b* proportionales, X, Z; ſic ut A ſit ad X, ſicut X eſt ad Z, & X ſit ad Z, ſicut Z ad B. Sphæra diametri X eſt quæſita. *b per ſchol. p. 13. lib. 6.*

*Demonſt.* Nam cùm per conſtr. A, X, Z, B ſint quatuor continuè proportionales, erit ratio primæ A ad quartam B triplicata *c* rationis, quam prima A habet ad ſecundam X. Atqui ratio ſphæræ cujus diameter A, ad ſphæram cujus diameter X, eſt etiam triplicata rationis A ad X per 18. 12. Ergo ratio ſphæræ cujus diameter A, ad ſphæram diametri X, æqualis eſt rationi A ad B. Quod erat demonſtr. *c per defin. 10. lib. 5.*

Datus deinde ſit Cylindrus vel Conus, cui alius petatur ſimilis in ratione datâ.

Diameter baſis ſit A, ratio data A ad B: inter A

& B inveniantur duæ mediæ X, Z. Erit X diameter baſeos Coni aut Cylindri quæſiti. Quare ſi circa X deſcribatur circulus, & ſuprà eum fiat Conus vel Cylindrus ſimilis dato, is erit qui quæritur.

*Demonſtratio* eadem, ſed per 12. 12.

Detur tandem Cubus, vel Priſma quodvis, vel Pyramis, cujus latus ſit A: ratio autem data ſit A ad B.

Rurſum inter A & B inveniantur mediæ X & Z: ſolidum quod ſuper X tanquam latere ipſi A homologo extruetur ſimile dato, eſt ipſum quod quæritur.

*Demonſtratio* eadem, ſed per 33. *lib.* 11. vel per *coroll.* 2. *p.* 19. *lib.* 12. vel per 8. *lib.* 12.

Quod ſi ratio data numeris exprimatur, tunc inter duos datos numeros inveniendi ſunt duo medij proportionales, ſi id erit poſſibile, ut docui *lib.* 5. *Arith. cap.* 7. *Probl.* 2. Sin verò id impoſſibile eſt, reperientur duæ mediæ proportionales Geometricè. Exemplum eſto in duplicatione cubi. Termini rationis datæ ſunt 2 & 1: inter hos *a* nulli poſſunt reperiri medij proportionales numeri ſeu integri, ſeu fracti. Quare ut Problema abſolvi poſſit ad Geometriam oportebit refugere. Latus ergo cubi dati eſto A, cujus dupla ſit B. Inter A, & B inveniantur duæ rectæ mediæ prop. X, Z. Erit X latus cubi qui dati duplus eſt.

*a per theor. 2. c. 7. l. 5. Arith. noſtræ.*

*Fig. 36.*

PROBLEMA II.

## Priſmati Pyramidem, Cylindro Conum, Sphæræ Cylindrum exhibere æqualem, & contrà.

SUper baſi Priſmatis fiat Pyramis triplo altior Priſmate, & ſuper baſi Cylindri fiat Conus triplo altior Cylindro: erit Pyramis *d* Priſmati, & Conus *e* Cylindro æqualis.

*d Per 7. 12*

*e Per 10. 12.*

Contra ſi Pyramidi Priſma, vel Cono Cylindrus petatur æqualis, ſumantur altitudines ſubtriplæ, retentiſque ijſdem baſibus, erit Priſma Pyramidi triplo ſe altiori, & Cylindrus Cono etiam triplo altiori æqualis.

*Fig: 38.* Ut datæ Sphæræ P V Cylindrum æqualem exhibeas, ſume F O duas tertias diametri F N pro altitudine Cylindri, & maximum Sphæræ circulum pro baſi. Patet ex *prop.* 32 *ſelectorum noſtr. ex Archimede*, Cylindrum GIKH altitudinis F O, æquari Sphæræ.

*Hu perceptu quis non pariter credat in promptu eſſe Cylindro æqualem exhibere ſphæram? Atqui hoc non niſi per duas medias obtinebitur, pro quo ſit*

PROBLEMA III.

## Dato Cylindro (A B) ſphæram æqualem invenire.

*Fig. 37. 38.* EX diametro A E baſis Cylindri ſume A S duas tertias, atque inter latus Cylindri A L, & A S inveni duas medias X A, Z A, ut ſint 4 proportionales continuè LA, XA, ZA, AS. Harum proportionalium tertiæ Z A parem accipe F O, quam auge dimidiâ ſui parte O N, ſic ut F O ſit duæ tertiæ totius F N. Sphæra P V, cujus diameter eſt F N, Cylindro dato A L æqualis erit.

*Demonſtr.* Sphæræ Cylindrum H Q circumſcribe, à quo per O abſcinde Cylindrum G K, qui per præced. Sphæræ F P N æqualis eſt. Sumptâ deinde ex Cylindri A B latere A L rectâ A C, pari A S, duabus tertijs baſeos A E, per C abſcinde Cylindrum A M. Quoniam G H diameter baſeos Cylindri G K eſt par ſphæræ diametro F N, quæ *a* eſt ſeſquialtera ipſius F O, ſive G I; etiam G H erit ſequialtera ipſius G I. Sed etiam A E eſt ſeſquialtera *b* ipſius A C. Ergo G H eſt ad G I, ut A E ad A C; & permut. G H eſt ad A E, ut G I ad A C. Ergo Cylindri G K, A M *c* ſimiles ſunt, ac proinde eorum ratio triplicata *d* eſt rationis quæ eſt inter baſium diametros G H, A E, ſeu inter altitudines G I, C A. Atqui G I, ſeu F O eſt par rectæ Z A, adeoque ratio G I ad C A eſt ratio Z A ad C A. Ergo ratio Cylindrorum G K, A M eſt triplicata rationis Z A, ad C A, hoc eſt (quia *e* continuè proportionales ſunt L A, X A, Z A, C A) rationis L A ad X A. Atqui etiam ratio Cylindri A L ad Cylindrum A M eſt triplicata rationis L A ad X A, nam Cyl. A L, eſt ad Cyl. AM, ut *f* L A ad C A, ratio autem L A ad C A eſt triplicata *g* rationis L A ad X A. Ergo ratio Cylindri A B ad Cylindrum A M par eſt rationi Cylindri G K ad eundem A M. Ergo Cylindrus G K, hoc eſt ſphæra F P N, æqualis eſt Cylindro A L. Quod erat demonſtrandum.

*a per conſt.*

*b per conſt.*

*c per defin. 4. 12.*

*d per 12. 12*

*e per conſt.*

*f per 13. 12*

*g per defin. 10. 5.*

PROBLEMA IV.

## Superficies Cylindricam, Conicam, Sphæricam ad Circulum reducere.

1. INter latus Cylindri recti & baſis diametrum inveni *a* mediam proportionalem: hæc eſt radius circuli, qui curvæ ſuperficiei Cylindricæ æqualis eſt. Demonſtrationem *vide in ſelectis noſtris ex Archimede prop.* 11.

*a Per 13. 6*

2. Inter latus coni recti, & radium baſis inveni mediam prop. Hæc eſt radius circuli, qui conicæ ſuperficiei curvæ æqualis eſt. Demonſtrationem habes *in ſelectis ex Arch. prop.* 13.

3. Circulus cujus radius eſt ſphæræ diameter, æquatur ſuperficiei ſphæricæ. Demonſtrationem vide in *ſelectis ex Arch. prop.* 24. *ejuſque corollario.*

PROBLEMA V.

## Dato parallelepipedo cubum æqualem invenire.

SI datum parallelepipedum non habeat baſim quadratam, ad eam reducatur, quod fiet ſi baſi parallelogrammæ fiat æquale *a* quadratum A M, ſuperque illo ſtatuatur in eâdem altitudine parallelepipedum A R; erit hoc *b* dato æquale. *Fig. 39. 40.*

*a Per 16. 2.*

*b Per 31. 11.*

Sit jam factum, quod quæritur, & cubus F K æqualis eſto parallelepipedo A R. Igitur *c* B A altitudo eſt ad altitudinem F N, ſive F G, ut baſis F Q ad baſim A M, hoc eſt ut quadratum ex F G ad quadratum ex A C. Oportet igitur, datis duabus rectis B A, AC, invenire aliam F G, talem, ut ſit quemadmodum B A ad F G, ita quadratum F G ad quadratum A C: quod non niſi per duas medias perficitur hunc in modum.

*c Per 34. 11.*

Inter B A & A C *d* inveniantur duæ mediæ X A, Z A. ut ſint 4 continuè proportionales BA, XA, ZA, AC. Tertia Z A eſt quæſita. Unde ſi ipſi Z A ſumatur æqualis F G; cubus rectæ F G eſt parallelepipedo A R æqualis.

*d per Schol. p. 13. 6.*

*Demonſtr.* Quoniam B A, X A, Z A, A C ſunt conti-

continuè proportionales, ratio B A ad Z A eſt duplicata *e* rationis B A ad X A, hoc *f* eſt rationis Z A ad A C, hoc eſt *g* rationis F G ad A C. Sed etiam ratio quadrati F G ad quadr. A C duplicata *i* eſt rationis F G ad A C. Ergo ratio B A ad F G, ſive F N, æqualis eſt rationi quadrati F G ad quadratum A C, hoc eſt baſeos A Q ad baſim A M. Ergo *k* parallelepipedum A R & cubus F K æquales ſunt: quod petebatur.

*e per defin. 10. 5.*
*f per conſt.*
*g per conſt.*
*i per 20. 6.*
*k per 34. 11.*

PROBLEMA VI.

## Dato cylindro parallelepipedum, ſive aliud priſma, vel dato cono pyramidem proximè æqualem exhibere.

CIrculo, qui cylindri vel coni baſis eſt, inveniatur *o* æqualis figura, rectilinea, qualis deſideratur. Super eâ ſtatuatur priſma ejuſdem altitudinis, cum cylindro, vel pyramis ejuſdem altitudinis cum cono: æquale erit priſma cylindro; pyramis cono.

*o Per prob. 7. c. 12.*

*Demonſt.* Cùm cylindrus & priſma æquè alta, ſint inter ſe *a* ut baſes; baſes aurem æquales ſint; etiam ipſa erunt æqualia. Eadem eſt ratio coni & pyramidis.

*a Per 11. 12. ejuſque Coroll.*

PROBLEMA VII.

## Datæ ſphæræ cubum proximè æqualem invenire.

SPhæræ æqualis *b* reperiatur cylindrus; cylindro *c* æquale parallelepipedum; parallelepipedo *d* æqualis cubus: erit is ſphæræ datæ æqualis.

*b Per prob. 2.*
*c Per prob. 6.*
*d Per prob. 5.*

Igitur ad ſphæræ cubaturam opus eſt quadraturâ circuli, atque inſuper duabus medijs.

PROBLEMA VIII.

## Dato annulo circulari cylindrum vel ſphæram proximè æqualem invenire.

*Fig. 41.*

SI hoc problema Geometricè ſolvatur, habebitur linea recta circulari æqualis.

Circumferentiæ E D à centro E genitoris circuli CKBF circa A deſcriptæ, reperiatur *a* quàm proximè æqualis recta. Cylindrus, cujus baſis eſt circulus annuli genitoris CKBF, altitudo autem recta peripheriæ E D æqualis, ipſi annulo æquatur; & cylindrica ejuſdem ſuperficies ſuperficiei annuli etiam æqualis eſt. Demonſtravi *prop. 5. lib. 3. Cylind. & Annul. & prop. 6. lib. 4.*

*a Per prob. 5. c. 12.*

Invento cylindro æquali, habetur & ſphæra per *prob. 3.*

PROBLEMA IX.

## Dati annuli circularis ſuperficiem ad circulum reducere quàm proximè.

*Fig. 41.*

INter CB genitoris circuli CKBF diametrum, & peripheriam E D à genitoris circuli centro E deſcriptam circa A, reperiatur media proportionalis. Hæc erit radius circuli, qui ſuperficiei annulari æqualis eſt.

Demonſtravi *lib. 4 Cyl. & Annul. prop. 24.* Porrò ad conſtructionem jam traditam neceſſe eſt, ut prius circumferentia ED reducatur ad lineam rectam; quod fiet quàm proximè per *prob. 5. cap. 12.* Quare etiam ab hujus ſolutione problematis pendet circuli quadratura.

PROBLEMA X.

## Quodvis annulare ſolidum in rectum extendere.

UT ſtatum quæſtionis intelligas, vide quæ dixi ſub initium *prob. 18. c. 18.* & inprimis lege definitionem primam *lib. 5. Cyl. & Annul.*

Solutio problematis habetur, ſi figura quæ ſolidum annulare genuit, ducatur in longitudinem parem ei circumferentiæ, quam figuræ centrum gravitatis circa revolutionis axem deſcripſit: atque ita corporis annularis non tantùm ſoliditas, ſed etiam ſuperficies in rectam æqualem, & ſoliditatem & ſuperficiem erit extenſa.

Demonſtratio pendet à theoremate, quod demonſtravi *lib. 5. Cyl. & Annul. totâ parte 1 & 2.*

PROBLEMA XI.

## Annulo parabolico obtuſo circularem cylindrum vel ſphæram abſolutè æqualem exhibere.

DUæ æquales & ſimiles parabolæ BDC, BGC ita ſint diſpoſitæ, ut axes DF, GF habeant indirectum & parallelos axi revolutionis XZ, baſim verò BC communem & tam ad DFG quàm XZ perpendicularem: Hæ parabolæ circa XZ circumactæ annulum producunt parabolicum, quem obtuſum voco. *Fig. 42.*

Oporteat igitur huic annulo cylindrum abſolutè æqualem reperire.

*Conſtr.* Divide ſemibaſim FC in 8 æquales partes, & fiat ut tres octavæ ipſius FC ad FA, ita GD ad aliam, quam vocemus Y. Dico cylindrum cujus altitudo eſt Y, baſis verò circulus diametri BC, ſeu RQ, æqualem eſſe dato parabolico annulo.

*Demonſtr.* Conois parabolica duplicata, genita à parabolis BDC, BGC circa DG rotatis, eſt ad annulum genitum ab ijſdem rotatis circa XZ, *a* ut tres decimæ ſextæ ipſius FC ad FA. Atqui cylindrus QP conoïdi parabolicæ circumſcriptus, conoideos *b* duplus eſt. Ergo cylindrus QP eſt ad annulum parabolicum, ut 6 decimæſextæ ipſius FC ad FA, hoc eſt ut tres octavæ ipſius FC ad FA. Atqui cylindrus QP eſt ad cylindrum ejuſdem ſecum baſis, ſed altitudinis Y, ut GD eſt ad Y, hoc eſt *c* ut tres octavæ ipſius FC ad FA. Ergo cylindrus QP ad cylindrum altitudinis Y, & baſis ejuſdem, eamdem rationem habet, quam ad annulum parabolicum. Quare cylindrus ille annulo dicto æqualis eſt. Quod erat propoſitum.

*a demonſtravi l. 3. Cyl. & Annul. prop. 47.*
*b Ibidem per prop. 31. lib. 1.*
*c Per conſt.*

PROBLEMA XII.

## Annulo parabolico acuto cylindrum vel ſphæram abſolutè æqualem exhibere.

DUæ æquales & ſimiles parabolæ BDC, BGC, ita ſint diſpoſitæ, ut axes FD, FG habeant poſitos indirectum & perpendiculariter ad revolutionis axem XZ, baſim verò communem BC perpendicularem ad BFC, & revolutionis axi XZ parallelam. Hæ parabolæ circa XZ rotatæ producunt annulum, quem voco Parabolicum acutum. *Fig. 43.*

Pari modo ſolidum, quod fit à paraboli BDC

circa baſim B C revolutâ, Conoidem parabolicam acutam appello.

*Conſtructio.* Fiat ut quinta pars axis F G ad F A revolutionis radium, ita C B baſis ad aliam, quam vocemus S. Ex hac ſume octo decimasquintas. Dico cylindrum cujus baſis eſt circulus diametri D G, altitudo autem octo decimæquintæ ipſius S, æqualem eſſe annulo dato.

*Demonſtr.* Conoidi acutæ parabolicæ circumſcriptus ſit cylindrus Q N: cylindro autem altitudinis S ſuprà baſim ejus inſcripta intelligatur parabolica conois acuta. Cylindrus Q N eſt ad acutam conoidem parab. DBGC, ut *a* 15 ad 8. Pari modo cylindrus altitudinis S ad ſibi inſcriptam, eſt ut 15 ad 8. Igitur permutando ut cylindrus Q N eſt ad cylindrum altitudinis S, ita conoïs acuta parabolica D B G C eſt ad illam alteram. Atqui cylindrus Q N eſt ad cylindrum altitudinis S, ut *b* altitudo C B ad altitudinem S, hoc eſt *c* ut quinta pars axis F C ad F A. Ergo etiam conois acuta parabolica B D G C eſt ad illam alteram conoidem acutam parab. cylindro altitudinis S inſcriptam, ut quinta pars axis FG ad FA. Atqui etiam conoïs acuta parab. D B G C eſt ad datum annulum acutum parabolicum, ut *d* quinta pars axis F G ad F A. Ergo conois, DBGC ad annulum datum & ad conoïdem dictam cylindro altitudinis S inſcriptam, eamdem rationem habet, ac proinde dicta conois acuta annulo dato æqualis eſt. Atqui cylindrus cujus baſis eſt circulus diametri D G, ſeu Q P, altitudo verò octo decimæ-quintæ rectæ S, conoidi dictæ æqualis eſt (nam cylindrus cujus baſis eſt circulus diametri D G, altitudo S, ad cylindrum cujus eadem baſis, altitudo autem 8 decimæ-quintæ ipſius S, eſt *o* ut 15 ad 8; & idem ille cylindrus altitudinis S, eſt ad dictam conoidem acutam parab. ſibi inſcriptam ut *e* 15 ad 8). Ergo cylindrus cujus baſis eſt circulus diametri D G, altitudo autem 8 decimæquintæ rectæ S, dato annulo acuto parabolico æqualis eſt. Quod erat demonſt.

(a *Demonſtravi l. 5. Cyl. & Annul. in Coroll. prop. 20.* b *Per* 13. 12. c *Per conſt.* d *demonſtravi l. 5. Cyl. & Annul. prop. 25.* o *Per* 13. 12. e *Per Cor. p. 20. lib. 5. Cyl. & Annul.*)

## *Scholium.*

*Quis primo aſpectu non putet annulo parabolico cylindrum parabolicum æqualem exhibere facilius eſſe, quàm circularem? Atqui hunc quidem problemate hoc & præcedenti ex noſtris Annularibus, favente Deo, jam in lucem protulimus: alterum nemo dabit, quin unà circuli quadraturam exhibeat.*

## PROBLEMA XIII.

## Solido annulari hyperbolico Sphæram abſolutè æqualem exhibere.

*Fig. 44.*

ESto hyperbola B G C, cujus axis F G; centrum A; baſis ad axem recta B C; axis revolutionis X Z ad F G A rectus.

Oporteat ſolido annulari, genito ab hyperbolâ B G C circa X Z in orbem ductâ ſphæram abſolutè æqualem exhibere.

*Conſtr.* Si latus rectum hyperbolæ axi debitum, tranſverſo axi (nimirùm ipſi G A bis ſumptæ) æqualis eſt, erit ſphæra cujus diameter eſt ipſa hyperbolæ baſis B C dato annulari ſolido hyperbolico æqualis. Quod ſi latus rectum tranſverſo axi eſt inæquale, fiat ut latus rectum ad axem tranſverſum, ita ſphæra diametri B C ad aliam ſphæram: erit hæc dato hyperbolico annulari ſolido æqualis.

*Demonſtr.* habetur ex *prop. 42. lib. noſtri 5. Cyl. & Annul.* quæ una ex iſtius libri præcipuis eſt.

*Equidem fateor me hoc invento lætatum fuiſſe, adeoq; veniſſe in ſpem fore ut alterum quoque annulare ſolidum, quod fit ab hyperbolâ B D C circa eumdem axem X A, ad ſphæram reducerem. Quo obtento, haberi quadraturam hyperbolæ demonſtravi ibidem prop. 43. At me quidem hactenùs ſpes iſta fefellit.*

## PROBLEMA XIV.

## Similium corporum proportionem cognoſcere.

DEntur ex. gr. duæ ſphæræ F G, K L quarum diametri ſint A, B. Quæritur quanto ſphæra F G major ſit ſphærâ K L. *Fig. 45.*

Ratio diametri A ad diametrum B continuetur *a* per 4 terminos, hoc eſt fiat ut A ad B, ita B ad C, & C ad D. Erit ſphæra F G ad ſphæram K L, ut recta prima A ad quartam rectam D.

(a *per* 13. 6. *vel potius per prob. Scholij.*)

Nam ſphæra eſt ad ſphæram in triplicatâ ratione diametrorum per 18. 12; hoc eſt per defin. 10. 5, ut A prima proportionalium ad D quartam.

Exemplum addamus numericum. Diameter ſphæræ minoris eſto unius pedis, diameter ſphæræ majoris 10. Quæritur ſphærarum proportio.

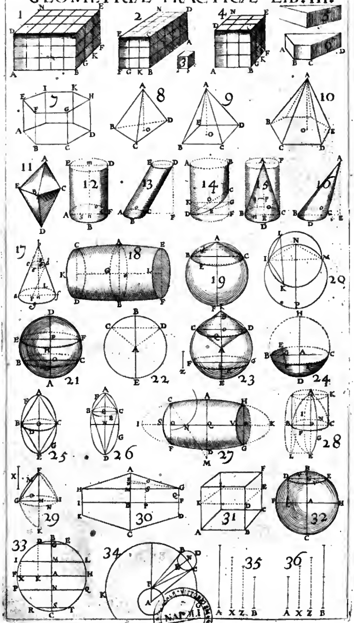
Continuetur ratio diametrorum quæ eſt 1 ad 10, per quatuor terminos.

1 —— 10 —— 100 —— 1000

Erit ſphæra minor ad majorem ut primus terminus, nempè 1, ad quartum 1000, ac proinde major ſphæra minorem continet millies, licèt diameter major minorem ſolùm decies contineat. Pari modo ſi diameter ſit ad diametrum ut 1 ad 3, continuetur ratio 1 ad 3 per quatuor terminos 1. 3. 9. 27. Erit ſphæra minor ad majorem ut 1 ad 27.

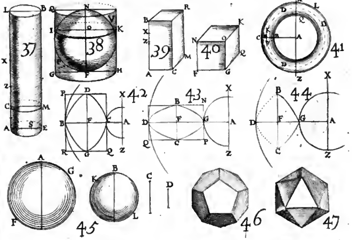
Quæ de ſphæris tradidimus ad omnia ſimilia corpora extende. Ex quibus ſanè manifeſtò apparet homines Geometriæ imperitos quàm graviter falli neceſſe ſit in æſtimandâ magnitudine corporum, inter quæ verſantur aſſiduè, & quæ quocumque ſe verterint, in eorum manus atque oculos incurrunt.

# FINIS.



NAPOLI

Digitized by Google




NAPOLI

Digitized by Google

# ANDREÆ TACQUET E SOCIETATE JESU OPTICÆ

## LIBER PRIMUS.

## DE APPARENTIIS RERUM SIMPLICIBUS AC DIRECTIS.

APparentias rerum ſimplices aç directas voco, quæ reflexioni, & refractioni non ſunt obnoxiæ. Eas hoc primo libro ita proſequar, ut, rejectis futilibus, quæ congeri plurima hîc ſolent, ea ſolùm afferam quæ aut nova ſint, aut cæteris meliora.

### HYPOTHESES.

1. RΕs omnes aſpectabiles ſui ſpecies, ſeu imagines quaquaverſùm diffundunt, quæ intra oculum receptæ, viſionis ſenſum determinant.

Conſtat illuſtri experimento, quod veteres ignorarunt; jam neſcit nemo. De quo plura in Dioptricâ.

2. Propagatio ſpecierum & luminis fit viâ rectâ, ſive per lineas rectas, quas Radios appellamus.

#### *Definitiones.*

1. *Objectum* voco, quidquid aſpectabile eſt.

Fig. 1. 2. *Triangulum Opticum* eſt, quo ſpecies lineæ (B C) ad oculum allabitur. Illius vertex (A) in oculo eſt, baſis eſt ipſa linea (B C), quæ cernitur.

Fig. 2. 3. *Pyramis Optica*, eſt via, ſeu figura quâ corporum ſpecies ad oculum propagantur. Vertex illius (A) eſt in oculo, baſis eſt corporis viſi ſuperficies (B E F C G) oculo obverſa.

4. *Angulus viſorius*, ſive *Opticus*, eſt Optici trianguli vel Opticæ Pyramidis acumen ipſum ad oculum pertingens. Atque hic eſt angulus ille, ſub quo res videri dicuntur, continetur que ſub radijs ab extremitatibus objecti ad oculum emiſſis. Quia verò objectorum magnitudines penes rectas lineas, ſeu diametros plerumque æſtimamus, potiùs ad angulum viſualem planum, quàm ad ſolidum ſolent Optici attendere.

Quæ porrò de angulo viſuali jam definivi, nemo velim ita accipiat, quaſi nihil ultra dicendum de illo quærendúmve ſuperſit. Veterum ſit error ille, qui ſtructuram oculi ignorarunt. Nunc quando illa penitùs perſpecta eſt, longè aliter ſentiendum. Oculi humani tres ſunt partes præcipuæ ad viſionem concurrentes, foramen rotundum quod pupillam dicimus; humor cryſtallinus figurâ convexus; tunica, quam retinam dicunt, in oculi fundo expanſa. Per pupillam radij ſpecierum ingrediuntur, quos humor criſtallinus excipit & refringendo ordinat, atque ita ordinatos ad tunicam retinam tranſmittit; quâ excepti, diſtinctas in eâ objectorum imagines depingunt; pro quarum magnitudine vel parvitate, diſtinctione vel confuſione, res magnæ vel parvæ, diſtinctæ vel confuſæ apparent. Quæ omnia in Dioptricâ, cùm de viſionis artificio tractabitur, accuratè exponentur. Jam quia totum objectum ad ſingula cryſtalli puncta radios emittit, manifeſtum eſt ab objecto non unam tantùm Pyramidem Opticam profluere, ſed plurimas, quarum vertices, ſive apices ad diverſa cryſtalli puncta terminentur, baſis verò ſit objectum ipſum, ac proinde viſualem angulum ſuprà definitum non unum, ſed multiplicem eſſe. Nunc tamen, quando de ſimplicibus ac directis objectorum apparentijs agimus, ex omnibus iſtis Pyramidibus anguliſque Opticis ſatis erit unum illum expendere, cujus vertex ad medium cryſtallinæ ſuperficiei punctum terminatur, ibidemque refractis decuſſatiſque lateribus versùs retinam tunicam denuò expanditur; pro magnitudine ſiquidem vel parvitate hujus anguli ut in Dioptricâ oſtendam, objecti imago magna vel parva in oculi fundo depingitur: atque etiam harum imaginum conſideratione ſecluſâ, experimentis a conſtat apparentes rerum magnitudines ad hujus anguli magnitudinem proportionari.

a *Vide prop. 3.*

## PROPOSITIO I.

### Quantitatem diſtantiæ ſecundùm ſe, viſus non percipit.

CONſtat experimentis quotidianis. Luna vel Sol aliquâ ſui parte poſt tectum latens, apparet tecto contiguus, quamvis ſciamus immensùm diſtare. Pari modo cælum apparet horizonti incumbere, licet non ignoremus abeſſe longiſſimè, & turris ſuprà ædificium humilius, atque oculo propinquius eminens videtur ipſi adhærere, ut ſi diſtare à ſe mutuò aliunde neſcias, & alia indicia *prop. ſequenti* adferenda deſint, id dijudicare nullâ ratione poſſis. Neque hoc ſolùm in objectis remotioribus, ſed etiam in vicinis contingere, experientiâ quotidianâ reprehendimus. Liquet igitur magnitudinem diſtantiæ ratione ſui à viſu non percipi. Ratio eſt; quia diſtantiæ objectorum ſunt lineæ rectæ per oculum ad objecta ductæ; quæ neceſſariò apparent ut puncta; hoc eſt non apparent.

## PROPOSITIO II.

### Quomodo diſtantiam viſus percipiat.

DIſtantiam viſu percipimus potiſſimùm ex corporibus interjectis, vel infrà oculum, ut terræ ſuperficie, vel lateraliter, ut muro aut ſerie domorum, vel ſuprà, ut tabulato. Percipitur etiam diſtantia ex intenſione vel debilitate coloris, & diſtinctione vel confuſione quâ res cernitur. Ita fit ut tenebris ingruentibus, quæ propè ſunt, remota appareant, & turres ac montes per nebulam viſa longiùs, quàm cælo ſereno diſtare videantur.

b *Prop. 4. & 5. lib. 3. optic.* *Fig. 3.*

Putavit Aguilonius b cum alijs Opticis minores diſtantias à viſu ſemper etiam percipi ex axium Opticorum longitudine hunc in modum. Oculorum centra ſint A, B, eaque connectens recta A B; axes optici A I, B P. Sunt autem axes optici rectæ lineæ ab oculorum centris eductæ. Objectum exiſtat in C, ad quod colliment uterque oculus A, B. Aſſumit igitur Aguilonius utrumque axem ſemper dirigi in punctum C, id enim ſibi viſus erat demonſtraſſe *prop. 12. lib. 2.* Quo poſito, affirmat ab oculo A percipi longitudinem axis BC ex angulo CAB, longitudinem verò axis A C colligi ab oculo B ex quantitate anguli C B A.

Verùm hæc demonſtratio, quòd falſo nitatur fundamento, eſt nulla. Neque enim quod primus Gaſſendus animadvertit, dum quidpiam utroque oculo intuemur, oculi utriuſque axem eò dirigimus, ſed ſolùm unius plerumque, altero quodammodo feriante. Sint enim oculorum centra in A, B, & ex adverſo murus I L, in medio objectum quodpiam C. Clauſo oculo ſiniſtro B, conſpiciens dextro A, objectum C, notavi in pariete punctum illi reſpondens E. Deinde clauſo dextro A, intuens ſiniſtro B eundem apicem C notavi rurſum in pariete punctum illi reſpondens D, quod ſemper aliud eſt à priori. Aperto tandem oculo utroque eundem apicem C conſpicatus, ſemper obſervavi idem illi reſpondere punctum D, quod tum reſpondebat cùm oculo ſiniſtro B ſolo aſpicerem. Manifeſtum eſt igitur cùm oculo utroque conſpicerem punctum C, non fuiſſe utriuſque oculi axem directum in C, ſed oculi ſiniſtri tantùm. Si enim directus fuiſſet uterque, debebat C apparere non potiùs in D, quàm in E, ac proinde nec in D nec in E, ſed in puncto quodam intermedio O. Quare deſtructo fundamento corruere Aguilonij ratiocinium neceſſe eſt.

*Fig. 4.*

## PROPOSITIO III.

### Quæ ſub æquali angulo videntur, apparent æqualia; quæ ſub majori, majora; minora ſub minori; & qualis eſt angulorum opticorum, talis eſt & magnitudinum apparentium proportio.

ID veteres optici ad unum omnes axiomatis loco habuêre, conſtatque experimentis manifeſtis & quotidianis. Sol quippe & Luna ſpectantur à nobis ſub angulo quoad ſenſum æquali, 30 videlicet minutorum quàm proximè, ſivè gradus dimidij, & apparent æquales, quamvis hanc illo ſciamus plus quàm centies eſſe minorem. Rurſum inter binas arborum ſeries B D, C E conſtituti, dum per earum terminos D, E cæli portionem F G intuemur, hæc æqualis apparet arborum intercapedini D E, utpote ſub eodem conſpecta angulo F A G. Similiter objecta foris exiſtentia, aut etiam cæli portio per feneſtræ patentis margines viſa, latitudini feneſtræ æqualia apparent, modò intuitu uno & latitudinem feneſtræ, & objecta ultrà eam poſita comprehendas. Infinitum ſit, experimenta omnia recenſere quibus eadem veritas explorari quotidie & à quocumque poteſt. Deinde quis ignorat delineationes ſcenographicas, quas vulgò perſpectivas appellant, nobis apparere ut objecta ipſa quæ repræſentant? Atqui illæ ſub ijſdem radijs anguliſque, quibus objecta ipſa, ſpectantur. Poſtremò, ut alia omnia prætermittam, cùm anguli optici ſunt æquales, etiam ſpecies, ſeu imagines objectorum in oculi fundo pinguntur æquales, & creſcente angulo, creſcunt illæ, decreſcente decreſcunt. Atqui jam eſt opticis peritioribus exploratum, prout ſpecies in oculo ſunt æquales, majores vel minores, objecta inter ſe apparere æqualia, majora vel minora. Idem ergo pro variâ angulorum opticorum magnitudine continget.

*Fig. 5.*

Immeritò igitur nonnulli recentiores, neſcio quibus ducti præjudicijs, angulos prædictos, ut fallaces, & ineptos ad apparentes rerum magnitudines determinandas rejiciunt. Dicent, credo, objecta non apparere æqualia, quamvis eodem vel æquali angulo conſpiciantur, quando viſus inæquales diſtantias percipit. Quæro igitur, an Sol propè horizontem poſitus major appareat, cùm terræ ſuperficies illum inter atque oculum interjecta cernitur, quàm dum manu vel pileo terræ conſpectu impedito ſpectatur ſolus? quiſquis voluerit experiri, æqualem utroque caſu deprehendet. Pari modo ſuprà montis altiſſimi verticem conſpectus Sol nequaquam apparet major, quàm dum nullo corpore interjecto conſpicitur; & tamen primo caſu montis interpoſitio facit ut diſtantia longè videatur major quàm altero. Quare falſum eſt diſtantiam majorem ſenſu præceptam apparentes rerum magnitudines ſemper augere. Non affirmo tamen id nunquam accidere: imò aſſero manente eodem angulo viſuali, eâdemque ſpecie in oculi fundo, objectum modò majus, modò minus apparere poſſe, tum videlicet, quando cum objectis alijs atque alijs componitur. Sic ſpatium inter binas domorum

rum vel arborum ſeries apparet longiſſimum, quia cum illius exiguâ latitudine comparatur, quæ ſimul eodem tempore viſui objicitur. Quod ſi arbores longiùs diſtent, jam longitudo ſpatij apparebit minor, quia cum latitudine majori componitur; multoque adhuc minor videbitur, ſi arboribus ſublatis, cælo undique patente ac libero cernatur. Simili de causâ ſi fuerint binæ turres ducentos pedes altæ, quarum una gracilis ſit, craſſa altera; quæ gracilior eſt, apparebit altior. Verùm hæc contra ſpecies perindè militant, ac contra angulos: quas uti propterea nemo rejicit, ita neque anguli erunt rejiciendi.

Maneat igitur firmum ac ſtabile illud Opticæ pronunciatum: *quæ ſub æqualibus angulis ſpectantur, apparent æqualia; niſi quidpiam, quod rarò accidit, apparentiæ æqualitatem elidat.*

## PROPOSITIO IV.

### Amplitudo tota angulorum, ſub quibus diſtantiæ & altitudines ſpectari poſſunt, intra limites recti anguli continetur.

*Fig. 6.* DAta ſit diſtantia ſeu altitudo infinita B Z, incipiens à perpendiculari A B, quæ ab oculo A in ipſam cadit, ducaturque ipſi parallela A F. Erit igitur angulus B A F rectus. Zumatur deinde ex B Z portio quantumvis magna B E, & ducatur A E quæ cadet infrà parallelam A F. Spectatur ergo B E quantumvis magna ſub angulo B A E, qui minor eſt recto B A F. Liquet igitur amplitudinem totam angulorum, quibus diſtantiæ ab oculo & altitudines videntur, recto angulo contineri.

## PROPOSITIO V.

### Longitudo æqualis diſtantiæ visûs ab ipsâ, ſub majori ſpectatur angulo, quàm reliqua longitudo tota in infinitum extenſa.

*Fig. 6.* ESto longitudo infinita (hoc eſt indefinita) B Z, oculus in A, à quo ducta ſit perpendicularis A B ipſius diſtantiam determinans. Sumatur B C æqualis diſtantiæ A B oculi. Dico C B videri ſub angulo majori, quàm totam reliquam longitudinem C Z quantumcumque protenſam. Sumatur enim quantumvis magna C E, ducanturque A C, A E, & A F parallela ad B Z. Quia per hyp. æquales ſunt A B, B C, erit angulus B A C *a* æqualis angulo B C A, hoc eſt *b* angulo F A C. Ergo B A C ſub quo videtur B C, major eſt angulo C A E ſub quo videtur C E.

*a per 5.1.*
*b per 27.1.*

Ducatur deinde ab oculo A ad longitudinis B Z punctum quodvis O recta A O, eique par ſumatur O D. Dico rurſum O D videri ſub angulo majori, quàm totam reliquam D Z quantumlibet prolongatam. Demonſtratio eadem.

## PROPOSITIO VI.

### Longitudines diſtantiæ ab oculo ſpectatoris, non niſi parvas & mediocres viſus comprehendit, ingentes minimè.

*Fig. 6.* DEtur longitudo infinita B Z, & oculus in A, cujus diſtantia à B Z ſit A B. Sumatur B D æqualis 57 diſtantijs oculi A B. Dico B D ab oculo A ſpectari ſub angulo graduum 89. Ducantur enim A D, & A F parallela ad B Z. Supponamus tantiſper angulum B A D, ſub quo videtur B D, eſſe grad. 89. In trigono igitur rectangulo A B D *c* ſinus totus eſt A B, B D verò tangens anguli B A D grad. 89. Quare ex tabulâ ſinuum quarum partium A B eſt 100000, earum B D reperitur eſſe 5728996: quibus diviſis per 100000, quotiens prodibit $57\frac{28996}{100000}$, ac proinde B D ſubtendens angulum grad. 89, continet 57 A B. Igitur ſi hypotheſi converſâ, B D ſit æqualis 57 diſtantijs A B, erit angulus BAD, ſub quo ſpectatur B D, graduum 89.

*c defin 9. cap 9 Geo. pract.*

Cùm igitur longitudo tantilla B D (quæ, ſi A B ſit pedum 10, non excedet pedes 570) ab oculo in A poſito ſpectetur ſub angulo B A D grad. 89, pro totâ longitudine reliquâ D Z in infinitum extensâ, reſtabit ſolummodo angulus D A F unius gradus, qui cum B A D grad. 89, componit angulum rectum F A B.

Sumatur deinde B E æqualis 3437 diſtantijs A B. Dico B E ſpectari ab oculo A ſub angulo BAE grad. 89. & min. 89. Nam ſupponendo rurſus B A E eſſe grad. 89. min. 89, ejus tangens B E erit partium 343774667, quarum A B ſinus totus eſt 100000. Igitur diviſione factâ patebit B E continere 3437 diſtantias A B. Quare hypotheſim convertendo ſi B E ponatur æqualis 3437 diſtantijs A B, erit angulus, ſub quo videtur B E. grad. 89, & min. 89. Ergo reſtat angulus viſualis E A F unius tantùm minuti pro totâ reliquâ longitudine E Z, quam proinde viſus nequit percipere. Quare ex infinitâ longitudine B Z ad ſummum viſu comprehendimus portionem B E, quæ diſtantijs oculi 3437 æqualis eſt, cùm ea totam viſualis anguli amplitudinem, quæ recto *d* angulo definitur, unico minuto dempto, exhauriat. Liquet igitur ingentes longitudines diſtantiæ ab oculo ſpectatoris, viſu non comprehendi: quod erat demonſtrandum.

*d Per prop. 4.*

#### *Corollarium.*

Ex demonſtratis jam patet cur ingentium diſtantiarum vel altitudinum differentiæ, quantumvis magnæ ſint, viſum effugiant.

## PROPOSITIO VII.

### Nullius objecti dimenſiones apparent eâ partium proportione, quâ ſunt.

CОrporum dimenſiones ſunt tres, longitudo, latitudo, profunditas ſeu altitudo. Sit ergo corporis alicujus longitudo M N, cujus partes quæcumque ſint B C, C D, D E, E M. Oculus autem exiſtat in A, à quo ducantur rectæ A B, A C, A D, A E. Centro A per C deſcribatur arcus I C F, oc- *Fig. 7. 8.*

currens rectis AB, AD in F & I. Quoniam ſector AFC major eſt triangulo ABC, ſector autem ACI minor triangulo ACD, major erit proportio ſectoris AFC ad ſectorem ACI, quàm proportio trianguli ABC ad triangulum ACD, hoc eſt quàm *a* a Per 1 6. rectæ BC ad rectam CD. Atqui proportio angulorum FAC, CAD eadem *b* eſt, quæ ſectorum. b Per 33. 6. Ergo etiam major eſt proportio anguli FAC, ſeu BAC, ſub quo videtur BC, ad angulum CAD ſub quo CD, quàm ipſius BC ad CD. Ergo proportio ipſius BC ad CD apparet *c* major, quàm ſit. Eodem c Per p. 3. hujus. modo oſtendam proportionem rectæ CD ad DE apparere majorem quàm ſit. Idemque de cæteris omnibus longitudinis datæ NM portionibus demonſtrabitur. Liquet ergo propoſitum.

## PROPOSITIO VIII.

### Circumferentia circuli eâ partium proportione apparet, quâ eſt, cùm viſus in centro, vel quovis circumferentiæ puncto exiſtit.

Fig. 9. Circumferentiæ partes quæcumque ſint CD, DE, EF, FG, GH; oculus ſit in centro A, à quo ducantur radij AC, AD, AE, AF, AH. Angulorum CAD, DAE &c. ſub quibus videntur arcus b Per 33.6 CD, DE, &c. eadem eſt proportio, *b* quæ arcuum CD, DE &c. Ergo arcus prædicti eâdem inter ſe c Per p. 3. hujus. proportione *c* apparent oculo in A, quam revera habent. Ponatur deinde oculus in peripheriæ puncto quovis B, ducanturque rectæ BC, BD, &c. Cùm rurſus eadem ſit proportio angulorum CBD, DBE d Per 33.6 &c. *d* quæ arcuum CD, DE &c. etiam oculo poſito i Per p. 3. in B apparebunt arcus CD, DE &c. *i* eâ proportione quâ ſunt. Liquet ergo propoſitum.

## PROPOSITIO IX.

### In parvis diſtantijs minori proportione decreſcunt apparentes rerum magnitudines, quàm diſtantiæ.

Fig. 10. Sit objecti longitudo ſeu latitudo AB; nam penes dimenſiones in longum vel latum ſolemus rerum magnitudines æſtimare. Ex E puncto medio ipſius AB ducatur perpendicularis infinita, in quâ ſumatur o Per 5. 4. diſtantia modica EF. Deſcribatur circulus per tria *o* puncta B, A, F perpendicularem ſecans in O, itemque alius centro F per A & B, ſecans perpendicularem infinitam in G. Igitur angulus AGB ad cira Per 20.3 cumferentiam dimidius *a* eſt anguli AFB ad centrum. Quare oculo poſito in G apparebit AB dun Per p. 3. plo *n* minor quàm in F. Jam quia FE minor eſt quàm FO, ſeu FG, ſumatur FQ æqualis FE, eritque QE dupla ipſius FE, angulus autem AQB *b* major anb Per 21. 1 gulo AGB: qui cùm oſtenſus ſit eſſe dimidius anguli AFB, erit AQB plus quàm dimidius ipſius AFB. Ergo AB, oculo poſito in Q, nondum apparet duplo minor, quàm in F, licet diſtantia AQ dupla jam ſit diſtantiæ FE; ſed ut appareat duplo minor, adhuc removeri debet oculus intervallo QG æquali ipſi EO, quod in parvâ oculi diſtantiâ omninò ſenſibile eſt, ut ex ipſo ſchematis conſpectu patet. Quare in modicis diſtantiis minori proportione decreſcunt apparentes rerum magnitudines, quàm diſtantiæ. Quod erat demonſtrandum.

## PROPOSITIO X.

### In diſtantijs majoribus proportio decrementi apparentium magnitudinum non differt ſenſibiliter à proportione incrementi diſtantiæ.

Iiſdem poſitis quæ propoſ. præcedenti, ſumatur in perpendiculari infinitâ diſtantia major aliqua EF, Fig. 11. & per tria puncta deſcribatur rurſum circulus occurrens perpendiculari in O. Centro deinde F per A & B alius deſcribatur circulus occurrens perpendiculari in G. Quia iterum angulus AGB duplo minor eſt angulo AFB, apparebit AB duplo minor in G, quàm in F. Diſtantia quoque GE quoad ſenſum eſt dupla diſtantiæ FE; quamvis enim in rigore Geometrico GF (hoc eſt FO) ſit major quàm FE, adeoque GE major duplâ FE; differentia tamen OE permodica eſt, auctâque diſtantiâ quodammodo evaneſcit, quod vel ipsâ ſchematis inſpectione liquet. In diſtantiis igitur majoribus abſque differentiâ perceptibili objectum apparet minus eâdem proportione, quâ augetur diſtantia: quod erat demonſtrandum.

In demonſtratione egi tantùm de proportione duplâ; ſed ex illâ facilè erit de alijs judicium.

## PROPOSITIO XI.

### Oculo poſitione dato, reperire altitudinem, ex quâ data longitudo appareat æqualis minori longitudini datæ.

Structuræ alicujus altitudinem repræſentet BR, Fig. 12. & 13. & data Problematis ſint hæc:

Diſtantia oculi pedum 12.

Altitudo coloſſi alicujus pedum 18.

Quantitas, quâ apparere debet, pedum 6.

Quæritur in quâ altitudine collocandus ſit coloſſus, ut ex datâ oculi diſtantiâ appareat pedum 6.

*Conſtructio.* Ex ſcalâ pedum, cujus conſtructionem & uſum vide in *Geometria Practica cap. 4.* accipe pedes 12 pro diſtantiâ oculi, quos ex B in A perpendiculariter conſtitue ad altitudinem BR, eritque oculus in A poſitione datus. Tum pedes 6 ex ſcalâ acceptos transfer ex B in C, ducaturque CA, erit CAB angulus ſub quo longitudo pedum 6 ab oculo in A ſpectatur de plano. Accipiatur deinde ex eâdem ſcalâ longitudo coloſſi FE pedum 18, ſupraque eam circuli conſtruatur *a* ſegmentum EFX capiens angulum N æqualem angulo CAB, & ex centro D a Per 33.3 ducatur DO perpendicularis ad FE. Intervallo DO duc SQ parallelam ad RB, & centro A intervallo radij DZ deſcribe arcum occurrentem parallelæ SQ in M. Rurſus centro M per A deſcribe circulum QPS, qui æqualis erit ipſi EFX. Hic abſcindet ex BR longitudinem KP partem datæ EF, quæ viſa ex A in altitudine BP apparebit æqualis datæ BC pedum 6. Scies autem quot pedum ſit altitudo BP, ſi acceptam circino ſcalæ applicaveris.

*Demonſtr.* Ducatur recta AM, & ex M recta MI perpendicularis ad BR, quæ par erit ipſi DO, cùm parallela SQ per conſtr. diſtet ab RB intervallo

vallo D O. Quoniam igitur radius M A, hoc eſt per conſtr. radius D Z, major eſt quàm D O, hoc eſt quàm M I, patet circulum centro M per A deſcriptum, ſecare ipſam B R, ex eâque auferre (ut dixi) rectam P K. Deinde quia perpendiculares è centris MI, DO æquales ſunt in circulis æqualibus, ex 14. 3. patet K P æqualem eſſe coloſſi datæ longitudini EP, & ex 26. 3, æquales eſſe arcus K P, F E. Ergo angulus K A P, æqualis eſt angulo N, hoc eſt per conſt. angulo CAB. Ergo P K longitudo coloſſi viſa ex
*b Per p. 3.* A in altitudine B P apparet *b* æqualis ipſi B C pedum 6. Factum eſt igitur, quod petebatur.

## PROPOSITIO XII.

### Oculo poſitione dato altitudinem reperire, ex qua latitudo data appareat æqualis minori datæ latitudini.

*Fig. 14.* DAta ſint
Diſtantia oculi pedum 10,
Latitudo pedum 14.
Latitudo minor pedum 6.

Quæritur quantâ altitudine opus ſit, ut latitudo pedum 14 appareat ex dato oculi ſitu pedum 6.

*Conſtructio.* Ex ſcalâ pedum ſume rectam B D pedum 6, ex cujus puncto quovis C duc perpendicularem CA pedum 10 pro oculi diſtantiâ, ducanturque rectæ AB, AD. Ex ſcalâ deinde ſume longitudinem X, pedum 14, quæ poſita in ſublimi ad horizontem parallela apparere debet æqualis BD pedum 6. Inter productas deinde A B, D A, aptetur recta E G æqualis ipſi X & parallela ad B D, cui A C producta occurrat in F. Tum centro A per F deſcribe circulum, qui ſecet D B productam in M. Erecta deinde ad horizontem perpendiculari infinita C Z, ex eâ ſume C I æqualem C M. Hæc eſt altitudo quæſita. Si enim per I duxeris H K parallelam ad B D & æqualem E G, ſive X, ſic ut I H ſit æqualis F E, & I K æqualis F G; Dico H K (hoc eſt X) viſam ex A apparere æqualem rectæ B D pedum 6. Scies autem quot pedum ſit altitudo reperta C I, ſi eam ſcalæ applicaveris.

*Demonſtr.* Ducantur rectæ AH, AI, AK, AM. In
*a per conſt.* triangulis AMC, AIC, quia latera AC, CM *a* æquan-
*b per conſt.* tur lateribus AC, CI, & anguli *b* ACM, *c* ACI, ſunt
*c per conſt. & def. 3.11* recti, etiam baſes *d* AM, AI æquales erunt. Sed æ-
*d per 4. 1.* quales ſunt AF, A M, utpotè ex centro ad circum-
*i per conſt.* ferentiam. Ergo etiam AF ipſi AI æqualis eſt. Rur-
*o per conſt.* ſum, quia rectus eſt angulus *i* B C A, nec non *o* BCI
*& def. 3.11* erit B C plano *r* IAC recta. Ergo cùm H I ſit *ſ* pa-
*r per 4. 11.* rallela ad B C, etiam HI *t* recta eſt plano IAC. Ergo
*ſ per conſt.* rectus *u* eſt angulus HIA. Deinde, quia EF *x* eſt pe-
*t per 8. 11.* rallela ad B C, anguluſque BCA rectus, etiam EFA
*u per defin. 3. 11.* *n* rectus erit. In triangulis igitur IAH, FAE cum la-
*x per conſt.* tera AI, AF. ſuprà oſtenderim æqualia eſſe, latera
*n per 27. 1.* verò IH, FE æqualia ſint per cônſtr. anguliique HIA, EFA oſtenſi ſint recti, etiam angulus HAI angulo
*m per 4. 1.* EAF, ſeu BAC *m* æqualis erit. Eodem modo oſtendam æquales eſſe K A I, D A C. Toti ergo K A H, B A D æquales erunt. Igitur H K, hoc eſt X, viſa
*p per. p. 3.* ex A in altitudine C I æqualis apparet *p* longitudini B D pedum 6. Fecimus ergo quod petebatur.

## PROPOSITIO XIII.

### Oculo poſitione dato, reperire longitudinem quæ ex datâ altitudine appareat parvitatis datæ.

DAta ſint *Fig. 15.*
Diſtantia oculi pedum 30.
Altitudo pedum 50.
Parvitas data pedum 6.

Quæritur quanta requiratur longitudo ſtatuæ, quæ ex altitudine 50 appareat pedum 6.

*Conſtr.* Duc infinitam B X; tum accipe ex ſcalâ pedes 6, quos transfer ex B in C; item pedes 50, quos transfer ex B in D pro altitudine datâ. Ex B verò perpendicularem excita B A æqualem 30 pedibus ſcalæ, quæ referat oculi diſtantiam. Ductis deinde rectis AC, AD, centro A quadrantem deſcribe F P ſecantem rectas AC, AD in G & M. Arcui demùm F G æqualem fac M N, & ex A per N ducta recta occurrat ipſi B X in E. Dico D E viſam ex A in altitudine datâ B D apparere pedum 6. Quanta porrò ſit D E ſcies ubi ſcalæ applicaveris.

*Demonſtr.* eſt manifeſta, cùm enim arcus MN, GF æquales ſint, etiam *a* anguli D A E, B A C æquales *a per 29. 3.*
erunt. Ergo oculo in A poſito D E æqualis *b* apparet *b per p. 3.*
ipſi B C, quæ per conſtr. eſt pedum 6.

## PROPOSITIO XIV.

### Oculo poſitione dato latitudinem reperire, quæ ex altitudine datâ appareat datæ parvitatis.

DAta ſint *Fig. 14.*
Diſtantia oculi pedum 30.
Altitudo pedum 50.
Parvitas data pedum $2\frac{1}{3}$.

Quæritur quanta ſit oportet latitudo ſtatuæ, quæ iſtis datis appareat pedum $2\frac{1}{3}$.

*Conſtructio.* Ex ſcalâ pedum accipe rectam B D pedum $2\frac{1}{3}$, ex cujus puncto quovis C duc perpendicularem C A *a* æqualem partibus ſcalæ 30, pro diſtantiâ oculi, ducanturque ex A per B & D rectæ infinitæ A E, A G. Erigatur ex C perpendicularis ad horizontem infinita C Z, in quam transfer ex C in I partes ſcalæ 50 pro altitudine datâ. Ex CB productâ ſume C M æqualem ipſi C I. Centro A per M deſcribe arcum qui ſecet A C productam in F. Per F ducatur E G parallela ad B C. Hæc eſt latitudo ſtatuæ quæſita Si enim per I ducatur H K parallela ad B C, ſic ut HI, EF, item KI, GF æquales ſint: Dico H K viſam ex A in altitudine datâ C I apparere æqualem ipſi B D pedum $2\frac{1}{3}$.

*a In ſchemate incommodum fuiſſet proportiones datas exprimere.*

Demonſtratio eadem quæ *prop.* 12.

### *Lemmata ad ſequentia.*

*Lemma.* 1. Si inæqualium circulorum ſegmenta ADB, ACB eamdem habeant ſubtenſam; quod majoris eſt circuli, minorem capit angulum. *Intellige ſegmentum majoris circuli majus, & quod eo concluditur ex circulo minori.* *Fig. 16.*

Angulus enim ADB minor *a* eſt interno ACB. *a Per 32. 1.*

*Lemma.* 2. Datæ ſint parallelæ BM, CN, quarum *Fig. 17.*

intervallum ſit P O, quod eſt utrique perpendiculare. Hoc ſecet biſariam in Q perpendicularis L X. Extra parallelas autem detur punctum A. Dico circuli per tria puncta P, O, A tranſeuntis centrum eſſe in rectâ L S.

Ducatur enim O A, quam biſariam in Z ſecet pendicularis Z S occurrens rectæ L X in S, ducanturque rectæ SA, SO, SP. Ex. 4.1. patet æquales eſſe S A, S O, item SO, S P. Tres igitur S A, S O, S P æquales ſunt. Circulus igitur centro S, quod eſt in L X rectâ, tranſit per puncta P, O, A.

*Lemma.* 3. Iiſdem poſitis, oporteat centrum ipſum reperire in rectâ L S. Id verò jam habetur ex demonſtratione lemmatis 2.

## PROPOSITIO XV.

**Parallelorum intervallorum non ſemper, quod remotius eſt apparet minùs.**

*Fig.* 18. VIdetur hoc primo aſpectu paradoxum, cùm enim parallela intervalla (hoc eſt perpendiculares B C, D E &c. inter binas parallelas BH, CI conſtitutæ) omnia inter ſe æqualia ſint, videntur debere ea quæ longiùs diſtant, minora apparere. Id quidem ita ſe habere, quando oculus exiſtit in A inter utramque parallelarum, vel in earum alterutrâ, manifeſtum eſt, cùm angulus (DAE) intervalli remotioris ſemper minor ſit angulo (B A C) intervalli viciniotis.

*Fig.* 19. At cùm oculus extra parallelas, ſed in eodem planò, ponitur, putà in A, longè aliter ſe res habet. Intervallum quippe B C, quod productum tranſit per oculum A, apparet inſtar puncti. Inde per aliquod ſpatium intervalla remotiora apparent majora vicinioribus, donec veniatur ad intervallum ex.gr. EF, quod omnium apparet maximum. Inde verò in infinitum procedendo versùs M N, intervallorum apparentiæ perpetuò decreſcunt. Speculatio igitur non injucunda offertur, quam aliquot propoſitionibus proſequemur.

## PROPOSITIO XVI.

*Fig.* 19. **Datæ ſint parallelæ B N, C N, & oculus in A extra eas, ſed in eodem plano. Oporteat invenire intervallum, quod ex omnibus parallelis intervallis maximum appareat.**

AB oculo A duc A C B perpendicularem ad parallelas, & B C biſectâ in D, centro D per A circulus deſcribatur occurrens ipſi C N in F. Per F ducatur. perpendicularis F E. Dico hanc apparere omnium maximam.

Ducatur inter B C (quæ inſtar puncti apparet) & E F, quævis alia perpendicularis P O. Deinde per D punctum biſectionis intervalli B C duc perpendicularem infinitam Z S. Circuli per tria puncta P, O, A, tranſeuntis centrum eſt in perpendiculari Z S, puta in S, per lemma 2. & ex eodem lemmate colligitur circulum centro D per A & F jam antea deſcriptum tranſire per intervalli F E extremitatem alteram E. Jam quia angulus ADS rectus *b* eſt, erit DA *c* minor quàm S A, ac proinde circulus AFE centro D deſcriptus per A, minor eſt circulo qui deſcriptus eſt

b *per conſt.*
c *per* 19.1.

centro S per A. Quare cùm æquales ſint ſubtenſæ EF, PO, erit angulus EAF major *d* angulo PAO. Sumatur deinde ad partem alteram intervallum aliud quodcumque Q R. Centrum circuli per puncta Q, R, A tranſeuntis rurſum *e* erit in perpendiculari S Z, puta in I. Quia verò rectus eſt *i* angulus A D I, iterum erit D A minor *m* quàm I A, adeoque DEFA circulus centro D deſcriptus per A, minor eſt circulo I Q R A qui centro I deſcribitur per A. Cùm igitur æquales ſint ſubtenſæ E F, Q R, rurſum *n* angulus E A F major erit angulo Q A R. Igitur E F ſpectatur ex A ſub angulo majori, quàm aliud quodlibet intervallum ad utramlibet ipſius partem deſignabile. Ergo E F apparet omnium *o* maximum. Quod erat demonſtrandum.

d *per lem.* 1.
e *per lem.* 2
i *per conſtr.*
m *per* 19. 1.
n *per lem.* 1
o *per p.* 3.

## PROPOSITIO XVII.

**Iiſdem poſitis & conſtructis quæ in præcedenti, intervallum, quod apparet maximum ſit E F; detur autem versùs Z aliud Q R quantumvis remotum ab E F. Oporteat ad partem alteram reperire intervallum, quod ipſi Q R æquale appareat.** *Fig.* 19.

PEr tria puncta Q, R, oculi locum A, circulum deſcribe, cujus centrum in perpendiculari ZDS intervalla parallela biſecante exiſtet per 2 lemma, idque in eodem lemmate exhibetur, puta in I. Accipe D S æqualem D I. Centro S per A circulum deſcribe, occurrentem ipſi C N in O. Dico intervallum O P tranſiens per O, apparere dato ad partem alteram Q R æquale.

In triangulis enim IAD, SAD, cum anguli ad *a* D ſint recti, & DA, DI æquales ipſis D A, D S; etiam IA, SA *b* æquales erunt. Quare circulus SAO (qui tranſit *c* etiam per P) centro S deſcriptus, æquatur circulo IARQ deſcripto ex centro I. Cùm igitur æquales ſint ſubtenſæ P O, Q R, etiam anguli *o* PAO, Q A R æquales erunt. Intervalla igitur P O, Q R viſa ex A apparent *r* æqualia. Quod erat propoſitum.

a *Vide conſtr. p. præc.*
b *per* 4. 1.
c *per lem.* 2
o *per* 26. *&* 29. 3.
r *per p.* 3.

*Notatu dignum hic eſt varietatem omnem apparentiarum, quæ contingit in ſpatio infinito E M N F, exhiberi poſſe in ſpatio finito E F C B.*

## PROPOSITIO XVIII.

**Iiſdem poſitis, & conſtructis, quæ propoſ. 16. parallelæ S Q, T R ad utramque partem oculi A producantur infinitè.** *Fig.* 20.

DIco. 1. Intervallum parallelarum duobus locis, in EF, & XZ, apparere maximum.

Patet ex *prop.* 16. circulus enim centro D per A deſcriptus parallelas interſecat duobus locis, nimirùm in E F, & X Z.

*Dico.* 2. Dato cuivis intervallo Q R diverſo ab EF, & XZ, tria illi intervalla alia (PO, IK, ST) apparere æqualia.

Nam dato Q R, inter EF, BC per *prop.* 17. apparet aliud æquale P O. Ipſi verò P O æquale apparet I K, quod à B C diſtat æqualiter. Rurſum ipſi Q R apparet æquale S T quod æqualiter remotum eſt à B C.

### PROPOSITIO XIX.

**Fieri poteſt ut objecto ab oculo recedente, vel accedente, apparentia unius partis aſſiduò creſcat, alterius verò decreſcat. Rurſum fieri poteſt ut quamvis objecti totius apparentia aſſiduè decreſcat, partis tamen longè maximæ apparentia aſſiduè creſcat.**

Fig. 21. SIt objecti longitudo B A, in cujus termino A, ſtatuatur oculus. Ex B A ſume partem B C quantam placuerit, ducantur perpendiculares parallelæ BM, CN, AS. Tum B C biſectâ in D, centro D per A circulum deſcribe occurrentem rectæ C N in P. Per P duc F P G parallelam ad BCA. His poſitis ſi recta B C A inter parallelas B M, A S feratur motu ſibi ipſi parallelo versùs M, N, pars B C manebit ſemper inter parallelas BM, CN; pars autem CA inter parallelas CN, AS. Jam quia oculus A eſt in unâ parallelarum CN, AS, nempè in AS, apparentia
a Per p. 15. partis CA perpetuò a minuetur, ſic ut minor ſit in P F, quàm in Q I: quia verò oculus eſt extra parallelas CN, BM, apparentia alterius partis B C eodem tempore aſſiduè augebitur uſque dum B A pervenerit in GF, ubi BC, hoc eſt GP, apparebit maxima, ut *prop.* 16 demonſtravimus. Quod erat primum; ex quo etiam patet ſecundum: quamvis enim apparen-
b Per p. 15. tia totius B A aſſiduè decreſcat (nam B A minor b apparet in G F quàm in K I,) tamen eodem tempore apparentia partis longè maximæ B C (ut jam oſtendi) aſſiduè creſcit.

### PROPOSITIO XX.

**Data ſit objecti cujuſpiam longitudo A B, & parallela ipſi linea infinita X Z. Oporteat invenire punctum in XZ, in quo AB appareat maxima.**

Fig. 22. SEca bifariam A B in C, ex C perpendicularem ducito C F, occurrentem ipſi X Z in F. Dico A B cerni maximam in F.

Sumatur enim quodvis punctum aliud N, & per tria puncta A, F, B circulus deſcribatur quem patet tangere rectam Z X in F; ducanturque rectæ A N,
a Per 21. 3. BON, AO. Anguli a BFA, BOA æquales ſunt. At-
b Per 32. 1. qui BOA major eſt b quàm BNA. Ergo etiam BFA major eſt quàm BNA. Ergo A B major c apparet in
c Per p. 3. F, quàm in N puncto alio quocumque.

### PROPOSITIO XXI.

**Data ſit objecti alicujus longitudo A B, extraque eam linea infinita non parallela Z X. Quæritur in quo hujus rectæ puncto maxima appareat A B.**

Fig. 23. d hyp. i Per 13. 6. QUoniam B A, Z X non d ſunt parallelæ, B A producta occurret ipſi Z X, puta in C. Inter B C, A C mediam i reperi proportionalem, quam pone ex C in D, ad partes videlicet anguli BCX qui eſt minor aut non major angulo BCZ. Dico B A apparere maximam in D.

Sumatur enim ad partem alterutram puncti D aliud quodcumque F, ducanturque rectæ A F, B F. Quia m proportionales ſunt BC, DC, AC, erit rectangulum B C A n æquale quadrato D C. Quare ſi
m Per conſtr. per tria puncta B, A, D, deſcribatur circulus, tanget
n Per 17. 6. ille o rectam C X in D, ac proinde ſecabit neceſſariò rectam B F in O. Junge igitur A D. Anguli ergo
o Per 37 3 BDA, BOA r æquales ſunt. Atqui BOA major eſt quàm BFA. Ergo & BDA major eſt quàm BFA.
r Per 21. 3. Ergo B A in D apparet u major alio quocumque
ſ Per 32. 1. puncto F. Eodem modo demonſtratio proce-
u Per p. 3. det ſi aliud ſumatur punctum quodcumque G, ad partem alteram.

*Corollarium.*

Si media proportionalis inter BC, AC ponatur ex C in Q, apparebit A B in Q major quàm in quovis alio puncto rectæ infinitæ C Z: minor tamen quam in D.

### PROPOSITIO. XXII.

**Iiſdem poſitis, dato puncto G quantumvis remoto à maximæ apparentiæ loco D, reperire ad partem alteram punctum in quo A B apparet æquè magna ac in G.** Fig. 23.

PEr tria puncta A, B, G a circulus deſcribatur, qui ſecabit rectam X C inter D & C, puta in F. Dico B A in F & G apparere æqualem. a per 5. 4.

Ductis enim rectis AF, BF, AG, BG, erunt anguli BFA, BGA in eodem circuli ſegmento b æquales. Ergo B A in F & G æquè c magna apparet. b per 21. 3. c per p. 3.

*Notatu dignum eſt, varietatem omnem apparentiæ quæ contingit in lineâ infinitâ D X, reperiri in lineâ finitâ D C.*

### PROPOSITIO XXIII.

**Iiſdem poſitis & conſtructis quæ in duabus præcedentibus, ſi B A ſit perpendicularis ad X Z.** Fig. 24.

DIco. 1. B A in duobus locis apparere maximam. Si enim accipiatur C Q æqualis C D, patet A B æquè magnam apparere in Q ac in D. Sed in D apparet d maxima. Ergo & in Q.

*Dico.* 2. Si in infinitâ F X detur punctum quodvis G, in tribus alijs locis apparere A B æquè magnam ac in G. Apparebit enim æquè magna in puncto i aliquo F inter D & C. Quod ſi fiat C O æqualis C F, apparebit A B æquè magna in O ac in F, hoc eſt quàm in G. Rurſum ſi fiat CN æqualis C G, apparebit A B æquè magna in N quàm in G, hoc eſt æquè magna quàm F & O. In tribus igitur locis N, O, F, apparet A B æquè magna, quàm in dato loco G. d per p. 21. i per præc.

### PROPOSITIO XXIV.

**Cur parallelæ longitudines oculo inter illas poſito, ſenſim coire videantur.**

Fig. 25. SInt longitudines parallelæ CH, BN, interque illas oculus in A, per quem recta intelligatur educta AZ ipſis CH, BN, parallela. Inter parallelas ducantur perpendiculares DMK, FPL, HZN, item radij AD, AF, AH, AK, AL, AN. Quia angulus FAP minor eſt angulo DAM, intervallum E P minus apparet, quàm D M intervallum. Ergo punctum F apparet propinquiùs parallelæ A Z per oculum tranſeunti, cujus apparentia invariabilis eſt, quàm punctum D. Eodem modo punctum H rectæ A Z apparet viciniùs quàm punctum F: & ſic deinceps.

Ergo linea C H quò longiùs producitur, eò apparet accedere magis ad rectam A Z. Quare cùm idem eodem modo probetur de lineâ BN, habetur ratio cur C H, B N ſenſim coire videantur.

## PROPOSITIO XXV.

### Plana horizontalia infrà oculum poſita videntur in fine attolli, poſita ſuprà oculum deprimi: & terminus elevationis ac depreſſionis eſt recta linea per oculum horizonti parallela.

Fig. 25. SIt oculus in A, & duo plana horizonti parallela, vel potiùs eorum longitudines, B N infrà oculum, C H ſuprà. Linea deinde per oculum horizonti parallela ſit A Z. Jam oſtenſum eſt in præcedenti, lineas CH, BN, quò longiùs producuntur, eò videri propiùs accedere ad A Z, cujus apparentia invariabilis eſt; quod fieri non poteſt, quin B N appareat aſcendere, C H deſcendere: cujus apparentis aſcenſus deſcenſuſque terminus eſt linea A Z.

Idem aliter ſic oſtenditur. Partes remotiores longitudinis B N poſitæ infrà oculum, altioribus radijs ſuas ſpecies ad oculum emittunt: nam radius V A altior eſt radio K A, & L A quàm V A, & ſic deinceps. Contrà longitudinis C H ſuprà oculum conſtitutæ partes remotiores ad oculum penetrant radijs demiſſioribus; eſt enim T A demiſſior quàm D A, & F A quàm T A & ſic deinceps. Ergo &c.

Rurſum aliter: ſi ſpecies longitudinum infinitarum KN, DH excipi, ſeu intercipi concipiamus lineâ DK, puncta V, L, N projiciuntur in puncta S, G, I, remotiora in altiora, ſic ut numquam perveniatur ad M. Contrà D, F, H puncta projiciuntur in puncta R, Q, O, remotiora nimirum in demiſſiora, ſic ut numquam deſcendatur uſque ad M. Ergo &c.

*Corollarium.*

Mare apparet gibboſum, non quia ſphæricum eſt, ſed ob cauſam in propoſitione jam datam. Pars ſiquidem globi ex terrâ & aquâ compoſiti, quæ ſub aſpectum cadit, tam eſt exigua ut ſenſibiliter curva non ſit. Vide Geom. Pract. *cap. 6. probl. 5.* Deinde licet eſſet ſenſibiliter rotunda, vi rotunditatis deberent ejus extrema potiùs apparere demiſſiora.

## PROPOSITIO XXV.

### Templorum frontiſpicia ac turres ad perpendiculum extructæ propè aſpectanti videntur antrorſum inclinare.

Fig. 26. SIt altitudo B D, & propè eam oculus in A; per quam agatur recta AZ altitudini parallela. *Propoſ.* 24. jam oſtendi partes remotiores ipſius B D videri propiùs accedere ad lineam A Z, quàm viciniores; quod fieri non poteſt, quin altitudo B D videatur versùs intuentem inclinari. Ita ſubinde accidit, ut Opticis imperiti, ſtructuræ vitio falsò imputent, quod naturæ viſionis erat tribuendum.

## PROPOSITIO XXVI.

### Subtenſa in circulo per totum ſegmenti arcum, diameter verò per totam circuli circumferentiam æqualis apparet.

EXimia circuli proprietas eſt, quòd omnes anguli in eodem ſegmento ſint æquales, & omnes anguli in ſemicirculo recti; quæ *prop. 21. & 31. lib. 3.* elementorum demonſtrantur. Ex his propoſiti jam theorematis veritas patet. Sit enim ſegmenti ADEB ſubtenſa A B. Quoniam anguli omnes ACB, ADB, AEB &c. *a* ſunt æquales, etiam A B ſemper eâdem *b* magnitudine apparebit oculo per totum ſegmenti arcum ACDEB circumducto. Fig. 27. a *per* 21.3. b *per p.* 3.

Sit deinde circuli diameter A B. Quoniam omnes anguli BCA, BDA, BEA, BFA *d* ſunt recti, ideóque æquales, liquet rurſum, oculo per totam peripheriam circumlato, A B diametrum ſemper æqualem videri. Fig. 28. d *per* 31.3.

Hinc patet nullam obliquitatem in circulo poſſe apparentem magnitudinem diminuere.

## PROPOSITIO XXVII.

### Recta circulo inſcripta per totam peripheriam circumducta ſemper æquè magna apparet oculo in aliquo peripheriæ puncto perſiſtenti.

PErſiſtat oculus in peripheriæ puncto A, & diameter quovis reſpectu oculi ponatur ſitu, in FG, BC, DE, quantumcumque etiam obliquo. Cùm anguli FAG, BAC, DAE omnes ſint recti per 31. 3, liquet *e* diametrum quovis ſitu apparere æquè magnam oculi exiſtenti in A. Fig. 29. e *per p.* 3.

Deinde ſubtenſa quæcumque quamvis in circulo reſpectu oculi in A poſitionem obtineat in BC, CD &c. Quoniam eadem ſemper recta eſt quæ transfertur, arcus omnes BC, CD &c. *a* æquales erunt. Ergo *b* & anguli BAC, CAD &c. erunt æquales. Ergo & ſubtenſa omnibus illis locis æquè magna apparebit oculo perſtanti in A. Fig. 30. a *per* 26. 3. b *per* 28.3.

Hinc rurſum liquet nullam obliquitatem in circulo tollere apparentiæ æqualitatem.

*Corollarium.*

Latera polygoni regularis oculo in A angulorum uno exiſtenti apparent æqualia. Patet ex jam demonſtratis.

## PROPOSITIO XXVIII.

### Forma theatris aptiſſima eſt circuli ſegmentum, in quo arcus ſpectatoribus, ſubtenſa ſpectaculis tribuitur.

SPectatoribus enim per totum arcum ACB diſtributis longitudo theatri A B ſub æqualibus *c* angulis, adeoque æquè omnibus magna ſpectabitur, ut *prop.* 26 jam diximus. Accedit quod hæc forma ſit capaciſſima ſpectatorum: item quod ſinguli totum ambitum conceſſus intueri poſſit, cùm ex. gr. ad locum quemvis C rectæ QC, PC, OC, RC &c. à ſingulis punctis ambitus BCA emiſſæ, omnes intra circulum cadant. Fig. 31. c *per* 21.3.

PRO-

## PROPOSITIO XXIX.

### Fieri poteſt, ut ad objectum per ſpatium longiſſimum accedas, vel recedas, & tamen æquè magnum ſemper appareat.

Fig. 27. SIt A B longitudo alicujus urbis, ſive muri, vel etiam duorum montium turriumve intervallum. Per extrema hujus puncta A, B, deſcriptus intelligatur circulus quantumvis magnus, cujus diameter ex. gr. milliare unum alterúmve adæquet. Oculo per totam B O D A peripheriam incedenti ſub æqualibus ſemper ſpectabitur angulis A O B, A E B, A D B, A C B intervallum datum A B. Quantumvis igitur per dictum arcum accedas recedáſve ad A B, eâdem hæc ſemper magnitudine apparebit.

*Ex theorematis jam allatis (quod etiam in ſequentibus uſu veniet) quamvis nonnulla, demonſtratione conveniant, differunt tamen applicatione ad res diverſas; quam, quod non injucunda fortaſſe lectoribus futura eſſet, minimè prætermittendam judicavi.*

## PROPOSITIO XXX.

### Quivis arcus maximi in cælo circuli duplo major apparet in terrâ, quàm in cælo.

Fig. 32. ESto maximus in cælo circulus BFD, ejuſque arcus B C, tellus autem in centro A, quæ ad cælum eſt puncti inſtar. Sumatur deinde in circulo punctum D quantumvis vicinum arcui B C, vel quantumvis remotum, ducanturque radij BA, CA, BD, CD. Per 20. 3. angulus ad centrum A duplo major eſt angulo D ad circumferentiam. Ergo arcus B C duplo major apparet in terrâ, quàm in cæli puncto D, quantumvis arcui propinquo.

## PROPOSITIO XXXI.

### Datur locus quem videri totum eſt impoſſibile.

Fig. 33. TAlis eſt, qui duobus ſemicirculis ac binis tangentibus A B, C D continetur. Supponitur autem ejus ambitum viſui pervium non eſſe.

Intra hunc locum ponatur oculus in quovis puncto X, ex quo ducatur ad contactum A, recta X A. Hæc ſecabit *a* peripheriam in N. Ergo ſi ex X ducatur tangens, illa non pertinget in A, ſed occurret ipſi B A in P, tangetque ſemicirculum in O puncto citeriori quàm A. Quoniam igitur per hypotheſim loci ambitus viſui pervius non eſt, manifeſtum eſt triangulum mixtilineum APO conſpici non poſſe ab oculo in X. Pari modo ductis tangentibus XIQ, XVS, XMR, liquet trilinea IQB, NSC, MRD videri ab oculo in X conſtituto non poſſe. Atque iſtud ſemper eveniet ubicumque oculum intra locum dictum collocaveris. Dedimus ergo locum, quem videri totum ſit impoſſibile. *a per 16. 3.*

## PROPOSITIO XXXII.

### Diameter ſphæræ per totam ſphæræ ſuperficiem æqualis cernitur.

ESto ſphæræ diameter D E, oculus in ſuperficiei ſphæricæ puncto quocumque A, F, X, Z. Si per diametrum D E, & punctum A ſphæra plano ſecetur, ſectio erit maximus circulus, cujus diameter eſt ipſa D E. Junctis igitur rectis A D, AE, angulus DAE in ſemicirculo *a* rectus eſt, ſub quo ſpectatur D E. Item ob eamdem cauſam junctis XE, XD, angulus EXD rectus erit, uti etiam anguli EFD, EZD. Cùm igitur D E ab oculo poſito in A vel F, vel X, vel Z puncto denique quocumque ſuperficiei ſphæricæ ſpectetur ſub angulo ſemper recto, liquet eam per totam ſphæræ ſuperficiem eâdem *b* magnitudine apparere. Fig. 34. *a per 31. 3.* *b per p. 3.*

#### *Corollarium.*

Intervallum igitur quo ſtellæ diametraliter oppoſitæ, aut Sol & Luna in oppoſitionibus diſtant à ſe invicem, quâcumque cæli parte conſtiterit oculus, ſemper æquè magnum apparet: Syderum enim oppoſitorum diſtantia eſt ſphæræ diameter.

## PROPOSITIO XXXIII.

### Maximus ſphæræ circulus per totam ſphæræ ſuperficiem æqualis apparet.

Fig. 35. ESto maximus ſphæræ circulus QDACB, & oculus in quocumque ſuperficiei ſphæricæ puncto O, qui maximum circulum intuebitur ſub angulo conico, cujus baſis ſit ipſe circulus, vertex in O. Hunc conicum angulum oſtendam eſſe rectum. Sphæram & Conum per O & centrum Q ſeca plano, quod in cono producet angulum A O B, in ſphæra circulum maximum, qui cùm à dato maximo circulo DACB biſariam *a* dividatur, liquet ANOB ſemicirculum eſſe, cui angulus AOB inſcriptus eſt. Igitur per 31. 3. angulus AOB, quo conus viſualis per axem dividitur, rectus eſt. Quod ſi alio rurſum plano ſphæram & conum ſecueris per O, & centrum Q, producetur in ſphærâ ſemicirculus iterum maximus DOPC, in cono autem angulus DOC ſemicirculo inſcriptus, ac proinde rectus. Atque iſtud ſemper eveniet quomodocumque conum per O & Q, hoc eſt per axem ſecuerimus. Cùm igitur ſectiones omnes per O Q axem coni rectos angulos exhibeant, liquet ſolidum coni angulum, ſub quo maximus circulus QDACB ſpectatur ab oculo in O, eſſe rectum. Atqui eodem modo demonſtrabimus, ſi in quovis alio ſuperficiei ſphæricæ puncto oculus ſtatuatur, eundem circulum ſpectatum iri ſub angulo conico recto. Ergo cùm anguli conici recti omnes æquales ſint, idem maximus circulus per totam ſphæræ ſuperficiem ſub ſolido angulo ſemper æquali, ac proinde eâdem *b* ſemper magnitudine apparebit. Quod erat demonſtrandum. *a 1. 1. ſph. Theod.* *b per p. 5.*

#### *Corollarium.*

Ex demonſtratis patet, quemadmodum plani anguli in ſemicirculo omnes recti ſunt, ita & ſolidos ſive conicos omnes in hemiſphærio rectos exiſtere.

PRO-

## PROPOSITIO XXXIV.

**Circuli quantumvis obliquè viſi omnes diametri æquales apparent ex diſtantia à centro, quæ ſemidiametro ſit æqualis. Non tamen circulus eo caſu apparet ut circulus directè ſpectatus.**

Fig. 35. D*Emonſtratur* 1. *Pars.* Eſto circulus DACB, cui ad centrum Q inſiſtat recta ſemidiametro æqualis Q O quantumvis obliquè. Dico nihilominùs circuli dati diametros viſas ex O apparere æquales: quod ſic oſtendo. Ducatur in circulo diameter DQC. Quoniam Q O æqualis eſt ſemidiametro circuli QDACB, erit punctum O in ſuperficie ejus ſphæræ, quæ producitur à circulo dicto. Hanc ſphæram ſeca plano per rectas D C, Q O: patet ſectionem fore maximum circulum, cujus diameter D C. Ductis igitur rectis DO, CO, angulus DOC, ſub quo ex O
a per 31.3. ſpectatur diameter D C, rectus *a* eſt, utpote exiſtens in ſemicirculo DOPC. Eodem modo demonſtrabimus diametrum A B, & quaſcumque alias ſpectari ex O ſub recto angulo. Ergo diametri omnes circuli DACB viſæ ex O, apparent æquales. Quod erat primum.

*Demonſt.* 2. *Pars.* Ut circulus obliquè viſus appareat inſtar circuli directè ſpectati, deberent non ſolùm omnes diametri, ſed etiam omnes ſemidiametri æquales apparere. Atqui apparent inæquales. Nam cùm ex hypotheſi Q O ſemidiameter obliquè inſiſtat circulo QDACB, inæquales erunt anguli DQO, CQO, uno caſu excepto, quo recti ſunt. Quare cùm rectæ QD, QC æquales ſint, patet angulos DOQ, COQ, inæquales exiſtere, Semidiametri igitur Q D, Q C ex O viſæ, apparent inæquales, quod ipſum de cæteris eodem modo demonſtrabitur. Neque illæ ſolùm quæ ſibi mutuo ſunt indirectum, ſed etiam aliæ, AQ, QD &c. inæquales apparent, quia anguli quoque AOQ, DOQ ſunt inæquales, ut *b* ab alijs eſt
b Eucl. Vitell. Aguilonio. demonſtratum. Circulus igitur QDACB non apparet hic ut circulus directè ſpectatus. Quòd erat alterum.

### *Corollaria.*

1. *Nullo caſu circulus obliquè viſus apparere inſtar directè ſpectati circuli poteſt.*

Nam ſi id fieri unquam poſſet, tum certè contingeret, quando oculus à centro abeſt intervallo ſemidiametri. At ne tum quidem iſtud accidere parte ſecundâ *prop. præcedentis* jam demonſtravimus. Ergo nunquam.

Euclides Perſpect. *prop.* 41. & Aguilonius *lib.* 4. *prop.* 66. in ipſâ determinatione propoſitionis, & inprimis pag. 289. paulò ante conſectarium & in conſectario ipſo, putaverunt circulum obliquè viſum ex diſtantiâ à centro quæ ſit æqualis ſemidiametro, apparere ut circulum: quod ad ſenſum propoſitionis noſtræ verum non eſt.

2. *Circulus in caſu propoſitionis neque ut circulus apparet, neque ut ellipſis directè ſpectata.*

a parte 2. propoſ. Non ut circulus, quia, ut jam *a* oſtenſum eſt, ſemidiametri apparent inæquales. Non ut ellipſis, quia æquales apparent diametri, ut oſtenſum eſt *parte* 1. *prop.* Ergo nec ut circulus, nec ut ellipſis.

3. *Circulus maximus oculo per ſphæræ ſuperficiem circumducto ſibi ipſi diſſimilis, & tamen ſemper æqualis apparet.*

Quod ſemper æqualis appareat, oſtenſum eſt *prop.* 33. Quòd tamen ſibi ipſi diſſimilis videatur, ſic oſtendo. Si oculus ponatur in polo maximi circuli, is apparebit ut circulus, quia non ſolùm diametri, ſed etiam ſemidiametri æquales apparebunt: ſi verò oculus ſtatuatur extra polum in alio quocumque puncto ſuperficiei ſphæricæ, tunc maximus circulus ſpectabitur obliquè ex diſtantiâ pari ſemidiametro, ac proinde per *coroll.* 2. nec ut circulus apparebit nec ut ellipſis, & infinitas ſubibit quoad ſemidiametros apparentiarum varietates. Ergo &c.

## PROPOSITIO XXXV.

**Circulus obliquè viſus ex diſtantia à centro majore vel minore quàm ſemidiameter, apparet altera parte longior: non tamen ut ellipſis directè ſpectata.**

C Irculus ZBECD ſpectetur obliquè ex A ſub Fig. 36.
cono ſcaleno BEACD. Ex A ad planum in quo 37.
circulus datur, perpendicularis demittatur A F. Ex F per centrum circuli Z ducatur FCB, atque ad hanc perpendicularis per centrum EZD. Si A Z diſtantia oculi à centro Z ſit major ſemidiametro Z C, inter omnes dati circuli diametros maxima apparet E D, minima B C; ac proinde circulus apparet longior ad E D, contractior ad B C: ſi diſtantia A Z eſt ſemidiametro minor, maxima apparet B C, minima E D, adeoque circulus longior apparet ad BC, contractior autem ad E D. Quod erat primum aſſertionis membrum. Demonſtrationem vide apud Vitellonem *lib.* 4. *prop.* 55, & 56. vel Aguilonium *lib.* 4. *prop.* 65 & 66,

Neque diametri ſolùm, ſed etiam (quod ab ijſdem Authoribus oſtenſum eſt) ſemidiametri omnes apparent inæquales tam eæ quæ ſibi mutuo ſunt indirectum ut BZ, CZ, quàm quæ angulum efficiunt, ut B Z, N Z. Atque inde veritas etiam ſecundæ partis innoteſcet, quâ aſſeritur circulum in hypotheſi datâ, quamvis oblongus videatur, non tamen apparere ut ellipſim, directo ſcilicet viſu conſpectam. Nam ellipſeos directè viſæ inæquales quidem apparent primò diametri, deinde & ſemidiametri, quæ angulum efficiunt; at ſemidiametri quæ ſibi mutuo ſunt indirectum, omnes inter ſe æquales videntur, quæ omnia facilè lector per ſe oſtendet. Cùm igitur circulo obliquè viſi etiam ſemidiametri quæ indirectum ſunt inæquales appareant, patet eum licet obliquè, & ſub eodem cono quo ellipſis O P, aſpiciatur, non poſſe in caſu aſſertionis inſtar ellipſeos apparere.

### *Corollarium.*

Ex hac propoſitione & *corollario* 2 *præcedentis* patet circulum obliquè viſum nullo caſu poſſe inſtar ellipſeos apparere.

Rurſum igitur diſſentio à Vitellone & Aguilonio, qui oppoſitum aſſeruêre, hic quidem *lib.* 4. *prop.* 66 & *ſequentibus*, ille *lib.* 4. *prop.* 55. & 56. Fateor circulum dum obliquè cernitur, alterâ parte longiorem videri poſſe: ſed hoc non ſufficit ut inſtar ellipſeos directè ſpectatæ, appareat.

### PROPOSITIO XXXVI.

**Quemadmodum circulus, quantumvis obliquè viſus, nunquam apparet ut ellipſis; ita neque ellipſis, quantumlibet ſpectetur obliquè, apparebit unquam, ut circulus directè ſpectatus.**

Fig. 38. PUtavi aliquando me oppoſitum demonſtraſſe hunc in modum. Suprà circulum DBEC conus exiſtat rectus BFC, axem videlicet F A habens rectum ad baſim. Secetur conus plano ad axem obliquo. Sectio a ellipſis erit QGPM, cui axis occurrat in puncto O. Liquet hoc diverſum eſſe à centro ellipſis K. Per O ducantur rectæ quotcumque GOM, QOP. &c.

a *Per 9 & 13. lib. 1. conic.*

Dico viſui poſito in F coni vertice æquales apparere tam rectas omnes GOM, QOP, quàm omnes OQ, OG, OP, OM.

Conus enim planis ſecetur per axem FOA, & rectas GOM, QOP tranſeuntibus, quæ in circulo DBEC producent diametros BAC, DAE. Quoniam circulus DBEC ex puncto F, ſpectatur directè, manifeſtum eſt æquales videri tam omnes diametros BAC, DAE, quàm omnes ſemidiametros AD, AB, AE, AC. Atqui GOM, QOP ſpectantur ſub ijſdem angulis, ſub quibus BAC, DAE; ſimiliter & OQ, OG, OP, OM ſub ijſdem ſpectantur angulis, ſub quibus AD, AB, AE, AC. Ergo etiam æquales inter ſe apparent tam GOM, QOP, quàm OQ, OG, OP, OM. Atque hoc non ſolùm in ellipſi QGPM, ſed etiam in quavis aliâ, imò & in parabolâ ac hyperbolâ continget.

Cùm igitur omnes lineæ GM per O utrimque ad peripheriam terminatæ, item omnes OQ quæ ex O ad peripheriam educuntur, æquales appareant; videtur ellipſis apparere inſtar circuli, ejuſque centrum apparens eſſe O.

Reſpondeo nihilominùs hoc argumento non concludi propoſitum, cùm clarum ſit ut ellipſis inſtar circuli appareat, non ſufficere quòd omnes lineæ per aliquod punctum ductæ æquales appareant, ſed requiri, ut punctum illud ſit ipſum ellipſeos centrum verum; ac proinde requiri, ut omnes veræ tam diametri, quàm ſemidiametri æquales appareant. Quod cùm fieri non poſſit, nequit unquam ellipſis apparere ut circulus.

Ex his patet etiam hîc falli Aguilonium, qui *lib. 4. prop. 72. & 73.* oppoſitum affirmat. Equidem non diffiteor longitudinem majorem ellipſeos contrahi ex aſpectus obliquitate: at nego iſtud ſufficere, ut tanquam circulus directè ſpectatus appareat.

### PROPOSITIO XXXVII.

**Quo longiùs abes à ſphæra, eò majorem partem conſpicies; eò minorem, quò propiùs. Sed quò pars conſpecta fuerit major, eò apparebit minor; quò minor, eò major apparebit.**

Fig. 40. SIt oculus primùm in C, deinde in B. Vel ex ipſo ſchematis conſpectu patet rectas ſphæram tangentes ex puncto remotiori B, includere ſphæræ portionem IOP majorem portione SPQ, quam includunt tangentes ex C puncto viciniori. Quare cùm id ſolùm ex ſphærâ videatur, quod à tangentibus ab oculo ductis includitur, pars major videbitur ab oculo cùm remotior eſt. Verùm illa ipſa apparebit minor, quia angulus OBI minor eſt o angulo NCR, hoc eſt QCS.

o *Per 21. 1*

### PROPOSITIO XXXVIII.

**Sphæræ pupilla minoris dimidium videri nequit oculo uno: videbitur autem dimidium ſi pupillæ æqualis fuerit, & pluſquam dimidium, ſi major.**

DIſtet oculus à ſphærâ quantumlibet in B, à quo tangentes ducantur BI, BO. Ex centro autem rectas emitte AO, AI, AB. Quoniam in triangulis ABO, ABI, anguli BOA, BIA ad contactus c recti ſunt; erunt OAB, IAB ſinguli recto d minores, ac proinde ambo ſimul minores duobus rectis. Igitur lineæ OA, IA, non ſunt i in directum, ſed angulum efficiunt verſùs oculum B inclinatæ. Ducatur ergo per A centrum recta DAE. Erit ſphæræ portio DPE major portione OPI à tangentibus BO, BI comprehenſa, quæ ſola ſpectari poteſt ex B. Atqui portio DPE hemiſphærium eſt. Ergo OPI portio viſa ex B hemiſphærio minor eſt.

Fig. 40.
c *Per 18. 3*
d *Per 32. 1*
i *Per 14. 1.*

Idem breviter ſic oſtendes. Cùm portio major videri nequeat eâ, quam tangentes ſphæram & pupillam intrare valentes comprehendant, ad videndum hemiſphærium DPE pupillâ majus, opus eſſet ut radij DX, EZ, qui ſphæram tangunt ad diametri extremitates D, E, verſùs oculum concurrerent, aliàs enim intromitti in oculum per pupillam non poſſent. Atqui tangentes DX, EZ, nequeunt concurrere; cùm enim anguli ADX, AEZ ſint m recti, DX, EZ n æquidiſtant. Ergo nunquam poteſt videri integrum hemiſphærium pupillâ majus. Atque inde jam patet etiam pars 2 & 3. Si enim ſphæra ſit pupillæ æqualis, poterunt radij tangentes DX, EZ hemiſphærium includentes per pupillam intromitti: & ſi ſphæra ſit pupillâ minor, intrare pupillam poterunt etiam tangentes quæ portionem verſùs oculum hemiſphærio majorem comprehendunt.

m *Per 18. 3.*
n *Per 29. 1.*

Nota. *Cum ſphæra corpus ſit, pupilla verò non aliud quàm foramen circulare, non poteſt hæc illi æqualis eſſe, aut major minórve. Quando igitur brevitatis causâ æquales dixi aut minores, majoréſve, hæc dicta de diametris intellige.*

***Corollarium.***

Cùm ſphæra ab oculo valdè diſtat, ut Luna, Sol, Planetæ ac ſtellæ, pars viſa hemiſphærio inſenſibiliter minor eſt.

### PROPOSITIO XXXIX.

**Cùm ſphæræ diameter major eſt utriuſque oculi intervallo, nequidem utroque oculo hemiſphærium integrum videri poteſt: poteſt autem, ſi ſphæræ diameter ſit intervallo oculorum par, & pluſquam hemiſphærium, ſi minor.**

Vide demonſtrationem ſecundam præcedentis, quæ huic facilè applicabitur.

### PROPOSITIO XL.

**Sol plus illuminat quàm dimidium Terræ, Luna minùs dimidio.**

**Fieri poteſt, ut Lunæ numquam minor portio illuminetur, quàm dum nobis apparet plena.**

**Sol numquam minorem terræ partem illuminat quàm æſtate media; numquam majorem, quàm media hyeme.**

Horum veritas vel ex ſolâ ſchematum inſpectione intelligetur, hoc uno obſervato; portionem obſcuri corporis nonniſi eam illuminari, quam radij tam obſcurum quàm lucidum tangentes, ex obſcuro versùs lucidum comprehendunt.

*Fig.* 41. Sit enim Sol A, terra B. Quia Sol major eſt terrâ, radij utrumque tangentes CE, DF, portionem Terræ versùs Solem comprehendunt EGF majorem hemiſphærio. Atqui portio EGF ea eſt quam Sol illuminat. Ergo Sol illuminat plus quàm Terræ [a] hemiſphærium. Sit jam Luna B, Terra A. Cùm Luna ſit Terrâ minor, radij utramque tangentes EC, FD ex Terrâ versùs Lunam includunt portionem CND minorem hemiſphærio. Ergo Luna minùs illuminat quàm hemiſphærium Terræ. Quod erat primum.

*a vide Aſtron l 4. num. 18.*

*Fig.* 42. Sit deinde Sol A; Luna primùm in B, deinde in C. Manifeſtum eſt portionem QSP à tangentibus ex Lunâ propinquiore in B comprehenſam, eſſe majorem portione NXO quæ à tangentibus comprehenditur ex Lunâ remotiore in C; ac proinde quò remotior eſt à Sole Luna, eò minorem ejus partem illuminari. Atqui remotiſſima ſubinde eſt cùm nobis plena apparet, quando nimirùm Soli apogeo opponitur. Fieri ergo poteſt ut Lunæ numquam minor portio illuminetur à Sole quàm dum plena eſt. Quod erat ſecundum.

*Fig.* 42. Poſtremò ſphærulæ B, C jam Terram repræſentent, Solem (ut priùs) A. Portio Terræ illuminata NXO, cùm Sol abeſt longiùs, minor eſt portione illuminatâ QSP, cùm ab eâ Sol abeſt propiùs, ut patet ex dictis ſuprà. Atqui æſtate mediâ Sol eſt in Apogeo Eccentrici, hoc eſt remotiſſimus à terrâ, in hyeme eſt in Perigeo, adeoque viciniſſimus. Ergo Sol numquam minorem Terræ partem illuminat, quàm æſtate mediâ, numquam majorem quàm mediâ hyeme. Quod erat tertium.

*Facilè iſta demonſtrabit Geometricè lector elementis utcumque tinctus.*

### PROPOSITIO XLI.

**Cylindro & oculo poſitione datis, portionem Cylindri uno oculo viſam exhibere.**

Datus ſit Cylindrus BG, & oculus in A. Per oculum A planum agatur baſibus Cylindri parallelum, quod in Cylindro producet circulum [a] MKPN: hunc ex A [b] tangant in N & K rectæ AN, AK. Per NK ducatur planum axi SQ parallelum, quod producet in Cylindri ſuperficie [c] rectas OND, HKE. *Fig.* 43.

*a Per 5. Sereni.* *b Per 17.3.* *c Patet ex ſeren. p. 3. lib. 1.*

Dico portionem OFHEBD videri ab oculo in A conſtituto, & non ampliùs.

Ducatur enim planum per tangentem AN & rectam OND; item aliud per tangentem AK & rectam HKE. Manifeſtum eſt hæc plana Cylindrum tangere in rectis OND, HKE. Manifeſtum quoque eſt omnes radios qui ab oculo A prodeuntes Cylindrum tangunt, in dictis planis tangentibus exiſtere & Cylindrum tangere in punctis rectarum OND, HKE, in quibus Cylindrum tangunt ipſa plana. Patet igitur ab oculo A videri portionem HFODBE & ſolam.

#### *Corollarium.*

Portio Cylindri uno oculo conſpecta eſt minor Cylindri dimidio. Si nimirum latitudo Cylindri ſit major diametro pupillæ. Eodem modo propoſitio 37 Cylindro applicabitur.

### PROPOSITIO XLII.

**Detur conus BHC, & oppoſitus illi KHG, infinitus uterque. Dico, ſi oculus ponatur in quovis puncto ſuperficiei coni oppoſiti, vel quovis puncto intra eam, ſpectari totum conum BHC.** *Fig.* 46.

Exiſtat oculus in quovis oppoſitæ ſuperficiei puncto M, & in ſuperficie coni BHC detur punctum quodvis O. Secetur uterque conus plano per axem & per M producente triangula BHC, KHG. Deinde per M & O planum agatur rectum ad triangula, producens in earum plano rectam MZT, in ſuperficie autem coni BHC lineam curvam LOZV; quæ erit [a] hyperbola, latus habens tranſverſum ZM; quo biſecto in R erit R centrum hyperbolæ. Cùm igitur tangentes hyperbolam concurrant omnes cum diametris inter [b] centrum R & verticem Z, patet hyperbolam LOZV totam, adeoque & punctum O, videri in R, ac proinde etiam in M, & ultra M intra conum KHG. Cùm igitur O ſit punctum quodcumque ſuperficiei conicæ BHC, liquet eam videri totam in M puncto quovis ſuperficiei coni oppoſiti. Eadem erit demonſtratio ſi oculus ponatur ubivis intra ſuperficiem KHG.

*a Per 12. 1 conic.* *b Per 31. 2 conic.*

### PROPOSITIO XLIII.

**Cono atque oculo poſitione datis portionem coni uno oculo viſam exhibere.**

Datus ſit conus BHC. Per coni verticem ducatur [a] HN baſi BDC [a] parallela. *Fig.* 44.

CA-

## CASUS 1.

Sit primò oculo infrà parallelam H N in A. Seca
d Per 4.1. conic. conum plano ad baſim parallelo. Sectio erit *d* circulus ZOFS, quem ex A *i* tangant rectæ ASV, AOY,
i Per 17.3. m Per 3.1. conic. in S & O. Secetur deinde conus alio plano per verticem H & contactuum puncta S, O: ſectio erit *m* triangulum DHω, cujus latera H D, H ω erunt in coni ſuperficie. Dico videri ab oculo in A portionem BHDω, quæ minor eſt coni dimidio.

Concipiatur enim per rectam HSω, & tangentem ASV planum infinitum, itemque aliud per rectam HOD & tangentem AOY. Hæc plana conum tangunt in rectis HSω, HOD, eorumque ſectio communis eſt recta AHX, in quâ oculus. Omnes ergo radij, qui profecti ab oculo A conum contingunt, in planis dictis exiſtunt, & conum tangunt in punctis rectarum Hω, HD, in quibus eumdem tangunt plana ipſa. Ergo oculus in A conſtitutus videt portionem DBHω; quam patet eſſe coni dimidio minorem.

## CASUS 2.

Sit deinde oculus ſuprà parallelam ωHN, ſed extra conum oppoſitum ↓H ζ, ex. gr. in X. Per X & verticem coni duc rectam XHβ. Sumptoque in Hβ puncto quovis A per id ſeca conum plano baſi parallelo. Sectio rurſum erit circulus ZOFS; quem ex A tangant ASV, AOY, in punctis O, S: ductoque plano per O, S, H, producatur in cono triangulum DHω.

Dico videri ab oculo in X portionem HDωCH, quæ major eſt coni dimidio.

Concipiantur enim rurſus per trianguli latera HSω, HOD, & tangentes ASV, ADY plana infinita. Hæc ſe mutuo interſecabunt rectâ AHX, & conum contingent in rectis HSω, HOD. Cùm ergo oculus X ſit in communi planorum ſectione, liquet radios omnes, qui ab oculo prodeuntes conum contingunt, exiſtere in dictis planis, conumque contingere in punctis rectarum HSω, HOD, in quibus plana ipſa conum contingunt. Ex quo patet oculum in X ſuprà parallelam NHω conſtitutum, cernere portionem HDωCH, quæ major eſt coni dimidio, cùm baſis ejus DCω ſit major ſemicirculo.

## CASUS 3.

Fig. 45. Sit oculus poſtremò in ipsâ parallelâ ωHN extra verticem coni H.

Dico videri coni dimidium.

Per rectam H N & coni axem H E ducatur planum ſecans baſim coni diametro BEC, quæ erit parallela ad H N, cùm ipſa H N per hypotheſim ſit baſi coni parallela. Ducatur deinde diameter DEω perpendicularis ad BC, & conum tangant in D & ω rectæ PD, Oω, quas patet eſſe parallelas ad BC, adeoque etiam ad NH. Cono tandem ſecto per axem HE, & diametrum Dω triangulum exiſtat DHω, cujus latera Hω, HD ſunt in coni ſuperficie. Jam quia Oω, NH ſunt parallelæ, adeoque in uno
n Per 7.11 plano, etiam Hω in uno *n* cum ipſis plano erit. Per tres igitur rectas HN, Hω, Oω extendi planum poteſt, quod cùm tranſeat per tangentem Oω, conum in rectâ Hω continget. Eodem modo per rectas PD, DH, HN tranſit planum quod tangat conum in rectâ HD. Cùm igitur oculus exiſtat in rectâ HN ſectione communi planorum dictorum, patet omnes radios, qui ab illo profecti conum tangunt, exiſtere in planis prædictis & conum tangere in punctis rectarum Hω, HD, ac proinde videri portionem HDBω, quæ per conſtr. eſt coni dimidium.

## PROPOSITIO XLIV.

**Per coni verticem H ducatur recta XHM utrimque infinita, baſi BDCω non æquidiſtans, oculus incedens per infinitam H M eamdem ſemper portionem coni intuebitur: incedens verò per infinitam HX, ſpectabit ſemper portionem quæ complementum eſt prioris.** Fig. 44.

SEcetur conus circulo quocumque ZOFS, cujus planum occurrat infinitæ XHM in A. Ex A circulum tangant AOY, ASV. Per contactus O, S, & verticem ſecetur conus triangulo DHω. Plana infinita per tangentes ASV, AOY & trianguli latera HSω, HOD conum tangent in rectis Hω, HD, & eorum ſectio communis erit ipſa recta infinita, XHA. Patet igitur oculo perambulante rectam HMA quantumcumque productam ſemper conſpici portionem HDBω planis tangentibus incluſam; oculo autem incedente per rectam HX etiam quantumlibet protractam perpetuò cerni portionem alteram HDCω ab iiſdem planis versùs Y X incluſam.

*Quod ſi oculus incedat per rectam NHω baſi parallelam, ſpectabit ſemper coni dimidium, quantumcumque, ſeu versùs ω, ſeu versus N à cono elongetur.*

Patet ex caſu 3 præcedentis.

## PROPOSITIO XLV.

**Si oculus fuerit infrà lineam ωHN, quæ per coni verticem H ducitur baſi parallela, quò radius (MH) ab oculo ad coni verticem emiſſus, majorem cum axe H P angulum effecerit (MHP), eò plus de cono intuebitur. Si autem fuerit ſuprà parallelam ωHN & extra conum oppoſitum ↓H ζ: quò radius ab oculo ductus ad verticem cum axe H S producto, majorem fecerit angulum (Q H S), eò ſpectabit de cono minus.** Fig. 44.

SIt oculus infrà parallelam in G & per G ac verticem H ducatur recta GHL. Tum per G ducto plano ad baſim parallelo producatur in cono circulus ZOFS: hunc ex G tangant rectæ GQ, GR. Conſpiciet oculus in G portionem HQφ3TRH planis tangentibus infinitis GHR, GHQ incluſam ut patet ex *caſu* 1. *prop*. 43. Quod ſi oculus ſtatuatur ſuprà NHω in puncto quopiam θ rectæ GHL, quæ communis eſt ſectio planorum tangentium, conſpiciet portionem HQφCTRH, ut patet ex *caſu* 2. *prop*. 43.

Ponatur deinde oculus in M, à quo per coni verticem ducta MHX efficiat cum axe HP angulum MHP majorem præcedenti GHP. Occurrat autem planum circuli FOZS ipſi XHM in A, & ex A circulum tangant rectæ AO, AS. Includent illæ portionem circuli OZF majorem portione QZR, adeoque &

PROPOSITIO XXXIX.

**Cùm ſphæræ diameter major eſt utriuſque oculi intervallo, nequidem utroque oculo hemiſphærium integrum videri poteſt: poteſt autem, ſi ſphæræ diameter ſit intervallo oculorum par, & pluſquam hemiſphærium, ſi minor.**

VIde demonſtrationem ſecundam præcedentis, quæ huic facilè applicabitur.

PROPOSITIO XL.

**Sol plus illuminat quàm dimidium Terræ, Luna minùs dimidio.**

**Fieri poteſt, ut Lunæ numquam minor portio illuminetur, quàm dum nobis apparet plena.**

**Sol numquam minorem terræ partem illuminat quàm æſtate media; numquam majorem, quàm media hyeme.**

HOrum veritas vel ex ſolâ ſchematum inſpectione intelligetur, hoc uno obſervato; portionem obſcuri corporis nonniſi eam illuminari, quam radij tam obſcurum quàm lucidum tangentes, ex obſcuro versùs lucidum comprehendunt.

*Fig. 41.* Sit enim Sol A, terra B. Quia Sol major eſt terrâ, radij utrumque tangentes CE, DF, portionem Terræ versùs Solem comprehendunt EGF majorem hemiſphærio. Atqui portio EGF ea eſt quam Sol illuminat. Ergo Sol illuminat plus quàm Terræ a hemiſphærium. Sit jam Luna B, Terra A. Cùm Luna ſit Terrâ minor, radij utramque tangentes EC, FD ex Terrâ versùs Lunam includunt portionem CND minorem hemiſphærio. Ergo Luna minùs illuminat quàm hemiſphærium Terræ. Quod erat primum.

*a vide Aſtron. l. 4. num. 18.*

*Fig. 42.* Sit deinde Sol A; Luna primùm in B, deinde in C. Manifeſtum eſt portionem QSP à tangentibus ex Lunâ propinquiore in B comprehenſam, eſſe majorem portione NXO quæ à tangentibus comprehenditur ex Lunâ remotiore in C; ac proinde quò remotior eſt à Sole Luna, eò minorem ejus partem illuminari. Atqui remotiſſima ſubinde eſt cùm nobis plena apparet, quando nimirùm Soli apogeo opponitur. Fieri ergo poteſt ut Lunæ numquam minor portio illuminetur à Sole quàm dum plena eſt. Quod erat ſecundum.

*Fig. 42.* Poſtremò ſphærulæ B, C jam Terram repræſentent, Solem (ut priùs) A. Portio Terræ illuminata NXO, cùm Sol abeſt longiùs, minor eſt portione illuminatâ QSP, cùm ab eâ Sol abeſt propiùs, ut patet ex dictis ſuprà. Atqui æſtate mediâ Sol eſt in Apogeo Eccentrici, hoc eſt remotiſſimus à terrâ, in hyeme eſt in Perigeo, adeoque viciniſſimus. Ergo Sol numquam minorem Terræ partem illuminat, quàm æſtate mediâ, numquam majorem quàm mediâ hyeme. Quod erat tertium.

*Facilè iſta demonſtrabit Geometricè lector elementis utcumque tinctus.*

PROPOSITIO XLI.

**Cylindro & oculo poſitione datis, portionem Cylindri uno oculo viſam exhibere.**

DAtus ſit Cylindrus BG, & oculus in A. Per oculum A planum agatur baſibus Cylindri parallelum, quod in Cylindro producet circulum a MKPN: hunc ex A b tangant in N & K rectæ AN, AK. Per NK ducatur planum axi SQ parallelum, quod producet in Cylindri ſuperficie c rectas OND, HKE. *Fig. 43.*

*a Per 5. Sereni.*
*b Per 17.3.*
*c Patet ex Seren. p. 3. lib. 1.*

Dico portionem OFHEBD videri ab oculo in A conſtituto, & non ampliùs.

Ducatur enim planum per tangentem AN & rectam OND; item aliud per tangentem AK & rectam HKE. Manifeſtum eſt hæc plana Cylindrum tangere in rectis OND, HKE. Manifeſtum quoque eſt omnes radios qui ab oculo A prodeuntes Cylindrum tangunt, in dictis planis tangentibus exiſtere & Cylindrum tangere in punctis rectarum OND, HKE, in quibus Cylindrum tangunt ipſa plana. Patet igitur ab oculo A videri portionem HFODBE & ſolam.

*Corollarium.*

Portio Cylindri uno oculo conſpecta eſt minor Cylindri dimidio. Si nimirum latitudo Cylindri ſit major diametro pupillæ. Eodem modo propoſitio 37 Cylindro applicabitur.

PROPOSITIO XLII.

**Detur conus BHC, & oppoſitus illi KHG, infinitus uterque. Dico, ſi oculus ponatur in quovis puncto ſuperficiei coni oppoſiti, vel quovis puncto intra eam, ſpectari totum conum BHC.** *Fig. 46.*

EXiſtat oculus in quovis oppoſitæ ſuperficiei puncto M, & in ſuperficie coni BHC detur punctum quodvis O. Secetur uterque conus plano per axem & per M producente triangula BHC, KHG. Deinde per M & O planum agatur rectum ad triangula, producens in earum plano rectam MZT, in ſuperficie autem coni BHC lineam curvam LOZV; quæ erit a hyperbola, latus habens tranſverſum ZM; quo biſecto in R erit R centrum hyperbolæ. Cùm igitur tangentes hyperbolam concurrant omnes cum diametris inter b centrum R & verticem Z, patet hyperbolam LOZV totam, adeoque & punctum O, videri in R, ac proinde etiam in M, & ultra M intra conum KHG. Cùm igitur O ſit punctum quodcumque ſuperficiei conicæ BHC, liquet eam videri totam in M puncto quovis ſuperficiei coni oppoſiti. Eadem erit demonſtratio ſi oculus ponatur ubivis intra ſuperficiem KHG.

*a Per 12. 1. conic.*
*b Per 31. 2. conic.*

PROPOSITIO XLIII.

**Cono atque oculo poſitione datis portionem coni uno oculo viſam exhibere.**

DAtus ſit conus BHC. Per coni verticem ducatur a HN baſi BDC a parallela. *Fig. 44.*

CA-

### CASUS 1.

Sit primò oculo infrà parallelam H N in A. Seca conum plano ad baſim parallelo. Sectio erit [d] circulus ZOFS, quem ex A [i] tangant rectæ ASV, AOY, in S & O. Secetur deinde conus alio plano per verticem H & contactuum puncta S, O: ſectio erit [m] triangulum DHω, cujus latera H D, H ω erunt in coni ſuperficie. Dico videri ab oculo in A portionem BHDω, quæ minor eſt coni dimidio.

d Per 4.1. conic.
i Per 17.3.
m Per 3.1. conic.

Concipiatur enim per rectam HSω, & tangentem ASV planum infinitum, itemque aliud per rectam HOD & tangentem AOY. Hæ plana conum tangunt in rectis HSω, HOD, eorumque ſectio communis eſt recta AHX, in quâ oculus. Omnes ergo radij, qui profecti ab oculo A conum contingunt, in planis dictis exiſtunt, & conum tangunt in punctis rectarum Hω, HD, in quibus eumdem tangunt plana ipſa. Ergo oculus in A conſtitutus videt portionem DBHω; quam patet eſſe coni dimidio minorem.

### CASUS 2.

Sit deinde oculus ſuprà parallelam ωHN, ſed extra conum oppoſitum ψHζ, ex. gr. in X. Per X & verticem coni duc rectam XHβ. Sumptoque in Hβ puncto quovis A per id ſeca conum plano baſi parallelo. Sectio rurſum erit circulus ZOFS; quem ex A tangant ASV, AOY, in punctis O, S: ductoque plano per O, S, H, producatur in cono triangulum DHω.

Dico videri ab oculo in X portionem HDωCH, quæ major eſt coni dimidio.

Concipiantur enim rurſus per trianguli latera HSω, HOD, & tangentes ASV, ADY plana infinita. Hæc ſe mutuo interſecabunt rectâ AHX, & conum contingent in rectis HSω, HOD. Cùm ergo oculus X ſit in communi planorum ſectione, liquet radios omnes, qui ab oculo prodeuntes conum contingunt, exiſtere in dictis planis, conumque contingere in punctis rectarum HSω, HOD, in quibus plana ipſa conum contingunt. Ex quo patet oculum in X ſuprà parallelam NHω conſtitutum, cernere portionem HDωCH, quæ major eſt coni dimidio, cùm baſis ejus DCω ſit major ſemicirculo.

### CASUS 3.

Fig. 45. Sit oculus poſtremò in ipsâ parallelâ ωHN extra verticem coni H.

Dico videri coni dimidium.

Per rectam H N & coni axem H E ducatur planum ſecans baſim coni diametro BEC, quæ erit parallela ad H N, cùm ipſa H N per hypotheſim ſit baſi coni parallela. Ducatur deinde diameter D E ω perpendicularis ad B C, & conum tangant in D & ω rectæ P D, O ω, quas patet eſſe parallelas ad B C, adeoque etiam ad N H. Cono tandem ſecto per axem H E, & diametrum D ω triangulum exiſtat DHω, cujus latera H ω, H D ſunt in coni ſuperficie. Jam quia Oω, N H ſunt parallelæ, adeoque in uno plano, etiam H ω in uno [n] cum ipſis plano erit. Per tres igitur rectas HN, Hω, Oω extendi planum poteſt, quod cùm tranſeat per tangentem O ω, conum in rectâ H ω continget. Eodem modo per rectas PD, DH, HN tranſit planum quod tangat conum in rectâ HD. Cùm igitur oculus exiſtat in rectâ HN ſectione communi planorum dictorum, patet omnes radios, qui ab illo profecti conum tangunt, exiſtere in planis prædictis & conum tangere in punctis rectarum Hω, HD, ac proinde videri portionem HDBω, quæ per conſtr. eſt coni dimidium.

n Per 7.11

## PROPOSITIO XLIV.

**Per coni verticem H ducatur recta XHM utrimque infinita, baſi BDCω non æquidiſtans, oculus incedens per infinitam H M eamdem ſemper portionem coni intuebitur: incedens verò per infinitam HX, ſpectabit ſemper portionem quæ complementum eſt prioris.** Fig. 44.

SEcetur conus circulo quocumque ZOFS, cujus planum occurrat infinitæ XHM in A. Ex A circulum tangant AOY, ASV. Per contactus O, S, & verticem ſecetur conus triangulo DHω. Plana infinita per tangentes ASV, AOY & trianguli latera HSω, HOD conum tangent in rectis Hω, HD, & eorum ſectio communis erit ipſa recta infinita, XHA. Patet igitur oculo perambulante rectam HMA quantumcumque productam ſemper conſpici portionem HDBω planis tangentibus incluſam; oculo autem incedente per rectam HX etiam quantumlibet protractam perpetuò cerni portionem alteram HDCω ab iiſdem planis versùs Y.X incluſam.

*Quod ſi oculus incedat per rectam NHω baſi parallelam, ſpectabit ſemper coni dimidium, quantumcumque, ſeu versùs ω, ſeu versus N à cono elongetur.*

Patet ex caſu 3 præcedentis.

## PROPOSITIO XLV.

**Si oculus fuerit infrà lineam ωHN, quæ per coni verticem H ducitur baſi parallela, quò radius (MH) ab oculo ad coni verticem emiſſus, majorem cum axe H P angulum effecerit (MHP), eò plus de cono intuebitur. Si autem fuerit ſuprà parallelam ωHN & extra conum oppoſitum ψHζ; quò radius ab oculo ductus ad verticem cum axe H S producto, majorem fecerit angulum (Q H S), eò ſpectabit de cono minus.** Fig. 44.

SIt oculus infrà parallelam in G & per G ac verticem H ducatur recta GHL. Tum per G ducto plano ad baſim parallelo producatur in cono circulus ZOFS: hunc ex G tangant rectæ GQ, GR. Conſpiciet oculus in G portionem HQφCTRH planis tangentibus infinitis GHR, GHQ incluſam ut patet ex caſu 1. *prop.* 43. Quod ſi oculus ſtatuatur ſuprà NHω in puncto quopiam ϑ rectæ GHL, quæ communis eſt ſectio planorum tangentium, conſpiciet portionem HQφCTRH, ut patet ex *caſu* 2. *prop.* 43.

Ponatur deinde oculus in M, à quo per coni verticem ducta M H X efficiat cum axe H P angulum MHP majorem præcedenti GHP. Occurrat autem planum circuli FOZS ipſi XHM in A, & ex A circulum tangant rectæ AO, AS. Includent illæ portionem circuli OZF majorem portione QZR, adeoque &

plana tangentia infinita AHS, AHO includent coni portionem HODBαSH, majorem portione HQφTRH. Atqui oculus in A videt portionem HODBαSH. Ergo oculus, cùm major eſt angulus MHP, plus de cono intuetur. Quod ſi oculus ſtatuatur ſuprà NHα in Q puncto aliquo rectæ AHX,
*a Per caſ. 2.p.43.* quæ planorum tangentium eſt ſectio communis, conſpiciet *a* portionem HODCαSH minorem portione HQφCTRH, quam videbat exiſtens in ϑ ubi recta ab eo ad verticem coni emiſſa angulum cum axe PH producto faciebat ϑHS minorem angulo QHS.

## PROPOSITIO XLVI.

*Fig. 44.* **Oculus à cono (BHC) recedens per lineam (ZA) baſi parallelam infrà verticem (H), quò recedit longiùs, eò plus de cono intuebitur, eò autem minùs, quo recedet longiùs per baſi parallelam ſuprà verticem.**

Sit oculus primò in ipſius ZA puncto G, & ex G ad verticem ducatur recta GH: ſit autem coni axis HP. Procedat deinde ex G in A, ducaturque recta AH. Erit angulus AHP, major angulo GHP. Ergo per *præced.* plus de cono ſpectatur in A puncto remotiori parallelæ ZA, quàm in G viciniori. Quod erat primum.

Sit deinde oculus ſuprà verticem H, in rectæ πϑ baſi parallelæ puncto λ, ducaturque λH. Inde verò procedat in Q, jungaturque QH. Angulus igitur QHS quem conſtituit QH cum PH axe producto in S, major eſt angulo λHS. Ergo per *præced.* oculus in Q remotior minus de cono intuebitur, quàm in λ vicinior: quod erat alterum.

## PROPOSITIO XLVII.

*Fig. 46.* **Oculus à cono dato (BHC) versùs conum ſibi oppoſitum (KHG) aſcendens, quò aſcenderit altiùs, eò plus de cono dato intuebitur.**

Ducatur recta utrique cono occurrens CX, & ſit oculus primùm in puncto A, ex quo ad verticem H ducatur recta AH, per verticem verò ipſum ſit NHQ baſi parallela. Ex A deinde procedat oculus in E, ducaturque recta EH. Axis autem coni eſto PHα. Quoniam angulus EHP major eſt angulo
*a Per p.45* AHP, plus de cono videbitur in *a* E, quàm in A. Ubi
*b Per caſum 3.p.43* verò perventum fuerit in I ad parallelam NHQ, ſpectabitur coni *b* dimidium, adeoque plus quàm in quovis puncto infra I, cùm id quod de cono ſpecte-
*c Per caſ. 1 ibid.* tur infra I, ſit *c* minus ſemper coni dimidio. Aſcendat deinde oculus ex I in F, & inde in S, ac tandem pertingat ad conum oppoſitum in X, ducanturque re-
*d Per caſ. 2 ibid.* ctæ FH, SH. Quia in F ſpectatur plus quàm *d* coni dimidium, in I verò dimidium; plus de cono videbitur in F quàm in I. Quia verò angulus SHα minor eſt
*i Per p.45.* angulo FHα, plus de cono ſpectabitur *i* in S, quàm in F. Atque ita pars viſa coni perpetuò adaugebitur, donec tandem in X totus videatur conus BHC.

## PROPOSITIO XLVIII.

**Datæ ſint hyperbolæ oppoſitæ QZ, BS, quarum axis tranſverſus BQ, & centrum X, ex quo perpendiculariter ſit erecta XA potens quartam partem figuræ.** *Fig. 47.*

**Dico hyperbolas quantumcumque productas atque ab invicem divaricatas, ſi conſpiciantur ex A, æquidiſtantes apparere.**

Ex centro X ducatur infinita XO perpendicularis ad BQ, atque inter hyperbolas quotvis ponantur rectæ SZ ad XO perpendiculares SZ hyperbolarum intervalla ſemper creſcentia exhibentes: Ea verò manifeſtum eſt ita creſcere, ut quâvis longitudine datâ evadant majora. Demonſtrandum igitur eſt hæc intervalla omnia ex A conſpecta inter ſe æqualia apparere.

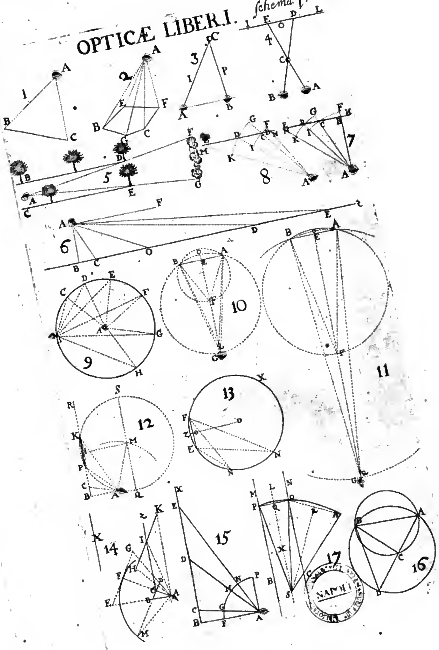
Fac MF æqualem BQ, quâ biſectâ in C, ex C duc CA perpendicularem ad MF & æqualem ipſi *Fig. 48.* AX. Ex A per F duc infinitam AV, & ex A infini- *47.* tam AR perpendicularem ad CA, adeoque & parallelam ad MF. Circa AR tanquam axem in orbem acta AV deſcribat conum rectum, qui ſectus plano ad AR axem recto, exhibeat circulum QHP, ſectus autem per axem AR & parallelam axi MF, plano alio triangulum exhibeat QAP, cujus baſi QP ipſa MF occurrat in I, & ex I ducatur IH perpendicularis ad QP. Tum denuò conus ſecetur plano per rectas MFI, IH, quâ ſectione producatur in coni ſuperficie curva linea FGH.

Latus coni PA productum occurrat rectæ IFC in Y. Quoniam CFI, AR æquidiſtant, erit angulus CFA æqualis ſibi alterno FAR: ſed hunc, quia conus rectus eſt, liquet æqualem eſſe angulo RAP. Ergo CFA ipſi RAP æqualis eſt. Atqui ob parallelas *a* IFCY, AR, etiam angulus IYP æquatur ipſi *a per conſtr.* RAP. Ergo CFA, & IYP, ſeu CYA, æquales ſunt. Anguli autem YCA, FCA per conſtr. recti ſunt. Cùm igitur in triangulis YAC, FAC duo anguli dicti ſint æquales & latus CA commune; etiam YC, FC æquales erunt. Atqui per conſt. etiam MC ipſi FC æqualis eſt, æquantur igitur YC, MC. Quare punctum Y, in quo latus coni PA occurrit ipſi IFC, idem eſt cum puncto M. Linea igitur *b* FGH hyperbola eſt, cujus diameter tranſverſa eſt MF, centrum C, *b Per 12. 1. conic.* ordinatim applicata HI. Neque ſolùm MF diameter eſt, ſed etiam axis; cùm enim AR ſit recta plano *c* *c per conſtr* QGH, etiam MFI parallela *d* ad AR, eſt eidem *i* pla- *d per conſtr* no recta; ac proinde angulus MIH, quem HI ordi- *i per 8.11.* natim applicata facit cum diametro, rectus *m* eſt. *m per def. 3.11.* Præterea *a* ab alijs eſt demonſtratum rectam AC poſ- *n per eand.* ſe quartam partem figuræ quæ fit ad axem hyperbolæ *o per 8.11.* FGH. Cùm igitur tranſverſus axis MF ſit æqualis *a Bettini apiario 3. pag. 26.* dato axi tranſverſo BQ, & AC potens quartam figuræ partem hyperbolæ FGH æqualis ſit rectæ AX potenti quartam figuræ partem hyperbolæ QZ, liquet hyperbolam FGH eandem eſſe cum datâ QZ. Præterea quia jam oſtendi MFI eſſe plano QPH rectam, recti *n* erunt anguli MIP, MIH. Ergo RI ad planum hyperbolæ FGHI recta eſt per 4.11. Atqui AC eſt parallela ad RI, cùm ACI per conſtr. rectus ſit, & RIC, ſeu MIP ex paulò ante demonſtratis.

Ergo

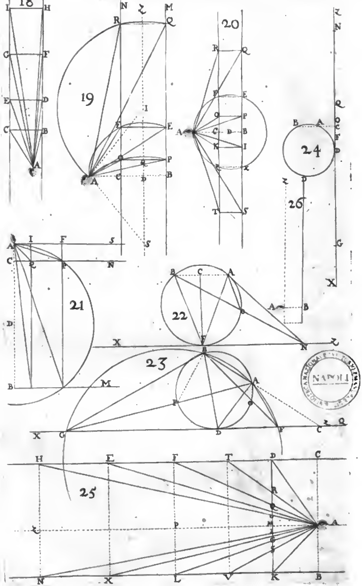
# OPTICÆ LIBER I.

ſchema 1um



NAPOLI

Digitized by Google

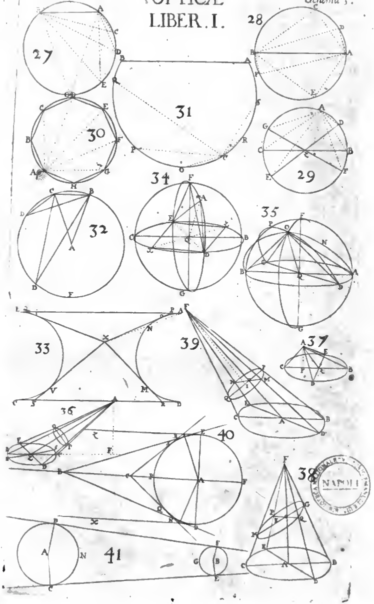



NAPOLI

Digitized by Google

OPTICÆ LIBER. I.

*Schema 3.*




NAPOLI

Digitized by Google

Ergo etiam A C ad hyperbolæ planum *o* recta eſt. Quare cùm A C etiam par ſit ipſi A X ſi oculus ponatur in vertice coni A, eundem habebit ſitum ad hyperbolam FGH, qui datur reſpectu hyperbolæ Q Z. Poſtremò in hyperbolæ plano ducatur ex centro C infinita C D perpendicularis ad axem F M, interque eam & hyperbolam rectæ quotvis EG, EG perpendicularis ad C D. Liquet C D fore X O, & EG, EG fore ZO; ZO. Quare cùm in cono habeantur conditiones omnes theorematis dati, ſi oſtendero intervalla omnia CF, EG, EG viſa ex altitudine CA inter ſe apparere æqualia, oſtenſum pariter erit, intervalla XQ, OZ, OZ, viſa ex altitudine C A, inter ſe apparere æqualia, oſtenſum pariter erit, intervalla XQ, OZ, viſa ex altitudine YA, inter ſe æqualia apparere. Id porrò hunc in modum præſtabitur.

*q per conſtr* Ducantur rectæ AE, AE, & AG, AG, quæ erunt *r per 4. 11.* in coni ſuperficie. Quoniam recti ſunt *q* anguli DCI, *s per 8. 11.* ACI, erit I C recta plano *r* DCA. Ergo axis RA ipſi I C per conſtr. æquidiſtans, eidem plano *s* DCA rectus eſt. Quare anguli CAR, EAR omnes ſunt re- *u per 6. 11.* cti, & æquales. Deinde quia tam F C quàm E G *x per conſtr* ſunt perpendiculares ad C D, erunt CF, EG *u* parallelæ. Sed etiam parallelæ erant *x* CF, AR. Ergo & EG, AR ſunt parallelæ, adeoque in uno plano exi- *z per 7. 11.* ſtunt. Quare etiam A G illas connectens cum ipſis AE, AR *z* in uno plano exiſtet. Angulus igitur FAR pars eſt recti anguli EAR. Cùm autem ex conſtr. in uno plano ſint CA, FA, AR, etiam angulus FAR pars eſt recti anguli CAR. Jam quia conus per conſtr. rectus eſt, liquet omnes angulos FAR, GAR, æquales exiſtere. Atqui oſtendi ſuprà æquales eſſe omnes CAR, EAR. Ergo ſi ab his æqualibus demas æquales, FAR, GAR, reliqui CAF, EAG æquales erunt. Intervalla igitur CF, EG, viſa ex altitudine C A, hoc eſt (ut oſtendi ſuprà) intervalla X Q, O Z viſa ex altitudine X A, inter ſe æqualia apparebunt. Ergo etiam intervalla BX, SO, adeoque & intervalla tota BQ, SZ, SZ viſa ex altitudine A X, quæ poſſit quartam partem figuræ, apparebunt æqualia; hoc eſt hyperbolæ B S, B Z æquidiſtantes apparebunt. Quod erat demonſtrandum.

## PROPOSITIO XLIX.

### Phaſes Lunæ exponere.

Rem omnem aliquot aſſertionibus quaſi punctis complectar.

1. Quamvis id quod de Lunâ cernimus, ſit hemiſphærio minus, tamen quia ob ingentem diſtantiam *a* inſenſibiliter differt ab hemiſphærio, poteſt aſſumi pro *a per corol. p. 38.* hemiſphærio, & circulus partem viſam à non viſâ diſcriminans, pro maximo Lunæ circulo haberi.

2. Pari modo quamvis portio Lunæ à Sole illuminata ſit major hemiſphærio, quia tamen ob ingentem a Sole diſtantiam inſenſibiliter ab hemiſphærio differt, aſſumi etiam poteſt pro hemiſphærio, & circulus partem illuminatam ab obſcurâ ſeparans, pro circulo maximo.

3. Ex his ſequitur, quod de hemiſphærio illumi- *Fig. 49. 50. 51. 52.* nato à nobis conſpicitur extra plenilunium, id duobus maximis ſemicirculis comprehendi, quorum unus ACB eſt medietas maximi circuli ACBD qui hemiſphærium viſum à non viſo diſtinguit, alter AIB eſt medietas maximi circuli, qui hemiſphærium lucidum ſeparat ab obſcuro.

His poſitis, per Oculum & Lunæ centrum Z planum agatur rectum circulo CBDA hemiſphærium viſum à non viſo ſeparanti, idque repræſentet recta *Fig. 49.* A Z B.

4. Itaque ſi hemiſphærium lucidum Lunæ ita à nobis ſit averſum, ut (quod in Luminarium conjunctionibus accidit) ſemicirculus A I B congruat ſemicirculo A C B, nihil de hemiſphærio lucido conſpiciemus.

5. Poſtquam verò Luna cœperit à Sole elongari, & ſemicirculus AIB ſuprà circulum ACBD nonnihil attolli, pars ACBIA de lucido hemiſphærio à nobis viſa acutiſſimè corniculata apparebit ob ſemicirculorum eam comprehendentium vicinitatem, & *Fig. 50.* acumen angulorum A ac B.

6. Poſt longiorem à Sole receſſum, quia ſemicirculi ACB, AIB majores jam angulos A, B comprehendunt, pars lucida, quæ videtur, corniculata qui- *Fig. 51.* dem, ſed minus acuta minuſque cava apparet.

7. Paulò ante quadraturam primam, cùm ſemicirculus AIB coincidit cum plano AZB pars lucida apparet inſtar ſemicirculi & cavitas omnis evaneſ- *Fig. 52.* cit, quia arcus AIB directè aſpicitur.

8. Quando hemiſphærium illuminatum ita nobis obvertitur, ut ſemicirculus AIB incipiat cadere ultra planum A B versùs D, quod poſt quadraturam primam contingit, portio lucida nobis conſpicua ACBIA apparet gibboſa.

9. Tandem lucido hemiſphærio (quod in oppoſitione Luminarium contingit) ita ad nos converſo, ut ſemicirculi AIB, ADB coincidant, totum lucidum hemiſphærium nobis conſpicuum redditur.

# FINIS LIBRI PRIMI.

# OPTICÆ
## LIBER SECUNDUS
## DE PERSPECTIVA
### SIVE
## PROJECTIONIS SCENOGRAPHICÆ
### THEORIA ET PRAXI.
## CAPUT PRIMUM.
### Definitiones & hypotheſes ponuntur & explicantur.

*Definitiones.*

1 R*Adius opticus*, eſt via, quâ ſpecies puncti ad Oculum allabitur.

In *Fig.* 1. linea R B eſt radius opticus puncti R. Et S B, puncti S, &c.

2 *Triangulum opticum*, eſt via, quâ ſpecies lineæ ad Oculum penetrat. Ejus baſis eſt ipſa linea, vertex in Oculo eſt.

In *Fig.* 1. BQL eſt triangulum opticum lineæ QL, quia ejus ſpecies per hoc triangulare ſpatium penetrat ad oculum B. BLE eſt triangulum opticum lineæ L E.

3 *Pyramis optica*, eſt via quâ ſpecies plani vel ſolidi ad Oculum propagatur. Ejus baſis eſt ipſum objectum, vertex in Oculo eſt.

In *Fig.* 1. ſpecies plani quadrilateri QFEL ad Oculum propagatur per ſpatium pyramidale QFELB, cujus baſis eſt ipſum objectum QFEL; vertex autem in Oculo B. Pari modo ſpecies plani SQLR ad oculum penetrat per pyramidem SQLRB.

4 *Projectio Scenographica*, eſt magnitudinis datæ in planum quod ſecat pyramidem opticum, tranſcriptio.

Ad projectionem requiruntur tria; objectum, planum, Oculus. Objectum eſt projectionis principium, à quo radij ſpecifici ad Oculum profunduntur. Hos planum inter objectum & oculum exiſtens dum intercipit & ſecat: in ipſo illo plano quædam objecti imago efficitur, objectumque ipſum in planum quaſi tranſcribitur. Atque hæc objecti in planum tranſcriptio & transfuſio appellatur *Projectio*. quæ omnia clariùs ex ſequentibus definitionibus intelligentur.

5 Planum horizonti rectum, in quod objecti ſpecies projicitur, *Diaphanum*, ſive *Vitrum* deinceps appellabimus ob rationem infrà dandam; eritque ſemper horizonti rectum. In *Fig.* 1. planum illud eſt T X E F.

6 *Lineam Sectionis*, ſive *Sectionem* voco eam rectam, ſecundùm quam Vitrum ſecat, ſeu tangit planum quod projiciendum eſt. In *Fig.* 1. Sectio eſt F E recta ſecundùm quam Vitrum TXEF ſecat vel tangit planum projiciendum S F E R infrà Oculum exiſtens. Pari modo ſectio erit tam recta T F, quàm X E ſecundum quas plana projicienda, lateralia TFS2, XER3 ſecantur à Vitro. Similiter T X eſt Sectio, quia ſecundùm hanc Vitrum ſecat planum projiciendum 3XT2 ſuprà Oculum exiſtens.

7 *Punctum projici* dicitur in illud punctum in quo radius opticus Vitrum ſecat. In *Fig.* 1. punctum R dicitur projici in punctum M, in quo radius opticus R B ſecat Vitrum TXEF: & punctum M dicitur projectio, ſeu imago, ſeu apparentia puncti R.

8 *Linea recta projici* dicitur in eam lineam in quâ triangulum opticum & Vitrum ſe mutuo interſecant. In *Fig.* 1. lineæ L E triangulum opticum eſt L B E. Vitrum autem & triangulum LBE ſe mutuo interſecant in aliquâ rectâ, quæ ſit E K. Dicetur linea L E projici in lineam Vitri E K. Pari modo linea Q L projicitur in rectam N K ſecundùm quam Vitrum & triangulum Opticum QLB ſe mutuo ſecant &c. Vocabitur autem N K imago, ſeu projectio, ſeu apparentia rectæ L Q. Et ſic de alijs.

9 *Planum*, ſeu *ſuperficies projicitur* in id planum, in quo pyramis Optica ſecatur à Vitro. In *Fig.* 1. ſuperficies FELQ projicitur in planum FNKE, quod eſt communis interſectio pyramidis opticæ BQLEF & Vitri: diciturque FNKE *imago* plani QFEL.

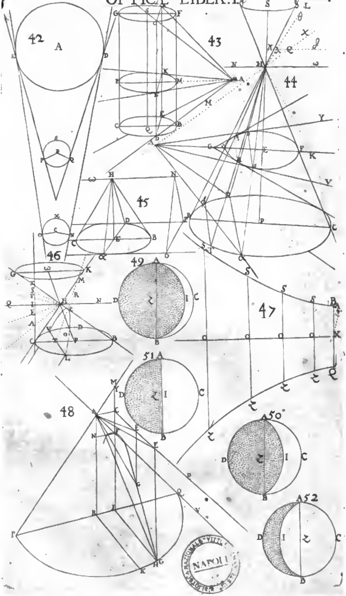
In gratiam eorum qui planorum interſectionem minus capiunt, duas poſtremas definitiones aliter ſic expono.

10 *Linea recta projicitur* in eam Vitri lineam quæ connectit imagines extremitatum lineæ projiciendæ.

Radius opticus L B occurrat Vitro in puncto K, ac proinde per *defin.* 7. punctum L ſit projectum in punctum K. Recta EK in Vitro puncta E, K jungens erit projectio, ſeu imago rectæ E L. Pari modo ſi puncta R & L projecta ſint in Vitri puncta M & K: dicetur recta R L projici in rectam K M, puncta K & M connectentem. Denique ſi puncta Q & L projecta ſint in puncta Vitri N & K, dicetur recta Q L projici in rectam N K, puncta N & K conjungentem.

11 *Figurata qualibet ſuperficies projicitur*, in eam Vitri partem, quæ continetur ab imagine circumferentiæ

Schema 4.




NAPOLI

Digitized by Google

ferentiæ ipſius ſuperficiei. Sic quadrilateri F L circumferentia, hoc eſt 4 latera ambientia, QF, FE, EL; LQ ſint projecta in 4 lineas Vitri FN, NK, KE, EF, dicetur ſuperficies F L, projici in Vitri partem KFNE. Pari modo ſi 4 latera QS, SR, RL, LQ, projecta ſint in 4 Vitri lineas NP, PM, MK, KN, dicetur quadrilaterum QRLS projici in Vitri partem PKMN. Eritque hæc imago ipſius plani QRLS.

12 *Lineæ directæ* vocantur quæ cum Sectione concurrunt aut poſſunt concurrere. Sic in plano inferiori lineæ directæ ſunt SF, 10D, RE, quia concurrunt cum ſectione FE. In plano laterali ſuprà horiz. erecto, directæ lineæ ſunt 8ϑ, 7G, 6α &c. utpote concurrentes cum ſectione TF. In plano ſuperiori directæ ſunt 2T, 94. 3x quia concurrunt cum ſectione Tx.

13 *Lineæ directæ perpendiculares* ſunt, quæ Sectioni ad angulos rectos occurrunt: *obliquæ* quæ ad angulos non rectos.

14 *Lineæ tranſverſæ*, ſunt, quæ Sectioni æquidiſtant. Sic QL, & SR ſunt tranſverſæ in plano horiz. quia æquidiſtant ſectioni FE: recta 23 in plano ſuperiori: recta 2S in plano laterali.

15. Angulus (RED) quem directæ faciunt cùm ſectione, vocatur *Situs directarum.*

16 *Situs objecti projiciendi rectus*, dicitur cùm directæ ſunt perpendiculares: *Situs* verò *obliquus*, eſt cùm directæ ſunt obliquæ.

17 *Altitudo Oculi*, eſt recta perpendicularis BC ab Oculo B ad horizontale planum demiſſa.

18 Punctum C, *punctum diſtantiæ*, vocabitur, & quæ ab eo ducitur ad FE ſectionem perpendicularis CD, dicatur *Oculi diſtantia.*

19 Si ab oculo B ducta fuerit recta BA directis lineis æquidiſtans & Vitro occurrens in A: Punctum A dicetur *Punctum Oculi, Punctum concurſus, Centrum projectionis*, quòd ad iſtud omnium directarum ipſi BA æquidiſtantium imagines EM, DV, FP, ϑR, GM. αβ, T α, 4 Z, X ϖ, &c. confluant, in eoque ſi producantur, concurrant. Ut demonſtrabitur *prop.* 1.

20 Recta quæ per centrum projectionis A ducitur ad horizontem parallela *Horizontalis*, ſive *Finitrix* dicatur. Eſt hæc ejuſdem cum Oculo altitudinis, ut patet ex *defin. præced.*

21 Rectæ, quæ à punctis, in quibus directæ ſectionibus occurrunt, ducuntur ad A centrum projectionis, nimirùm EA, DA, FA, ϑA &c. vocentur *Radiales.*

22 Rectæ quæ ab Oculo ad aliquod rei projiciendæ punctum ducuntur, ut BS, BR, BQ &c. *diamentales* appellentur, vel *radij optici*. Hæ ſecant radiales.

23 *Rectus Oculi ſitus*, ſeu *medius*, eſt cùm perpendicularis è puncto diſtantiæ C ducta ad ſectionem FE, biſecat ſectionem, *obliquus*, cùm non biſecat.

24 Porrò tres projectionum differentiæ ſunt *Stereographica*, in quæ Oculus rem projiciendam tangit; *Ortographica*, quæ fit per radios opticos parallelos, ac proinde infinitam Oculi diſtantiam ſupponit: *Schenographica*, quæ fit ad juſtam Oculi diſtantiam. Hanc poſtremam, miſſis cæteris, hoc libro exponemus.

# HYPOTHESES.

Quæ ſub æquali, ſive eodem videntur angulo. æqualia & ſimilia apparent: quamvis inæqualia & diſſimilia ſint. Sic in *Fig.* 1. rectæ QL, NK Oculo B apparent æquales, quia ſub eodem ſpectantur angulo: item planum FNKE æquale ac ſimile apparet plano QFEL, quia ſub eodem ſpectatur angulo ſolido, ſive pyramidali.

Quæ ſub majori ſpectantur angulo, apparent majora, quæ ſub minori, minora.

Hæc principia quando Euclides, Alhazenus, Vitellio atque Optici hactenùs omnes aſſumpſerunt, nos iiſdem pari jure etiam utemur.

# CAPUT II.

## Projectionis Schenographicæ Theoria.

### PROPOSITIO I.

### Rei projectio, ſive imago in Vitro expreſſa eodem modo apparet quo res ipſa.

DEmonſtratur aſſertio ex hyp. 1. Sit Oculus in B elevatus ſuprà terram ad altitudinem CB: data quoque ſit recta QL; inter Oculum verò B & rectam QL, poſitum ſit Vitrum TXEF ad terram perpendiculare. Dum igitur recta QL ſpeciem ſuam per ſpatium trianguli optici QBL propagat ad Oculum B, neceſſe eſt ut ſpecies per triangulare ſpatium opticum QBL profuſa, pertranſeat Vitrum, illudque ſecet ſecundùm rectam NK. Hæc recta NK eſt projectio, ſive imago ipſius lineæ QL, (per *defin.* 8) ab ejus ſpecie per Vitrum tranſeunte in Vitro relicta. Atqui NK ſub eodem videtur angulo QBL, quo ipſa linea QL. Ergo per hyp. 1. NK imago rectæ QL, eodem apparet modo quo ipſa recta QL. *Fig.* 1.

Pari modo quadrilaterum QFEL ut ſui ſpeciem tranſmittat ad Oculum, neceſſe ut ſpecies per opticam pyramidem QFELB profuſa, pertranſeat ac ſecet Vitrum TXEF, quâ ſectione & tranſitu relinquitur in Vitro quoddam quaſi veſtigium & imago ipſius QFEL, figura nempe FNKE. Atqui hæc (nimirùm FNKE) ſub iiſdem radiis opticis, eodemque angulo pyramidali ſpectatur ab Oculo B, ac res ipſa QFEL. Ergo per hyp. 1. FNKE imago ipſius QFEL eodem modo apparet, quo ipſum QFEL.

Eâdem ratione oſtenditur figuram NPMK, quæ eſt imago, ſeu projectio plani SQLR eodem modo apparere quo planum ipſum SQLR. Atque hoc ipſum de aliis quibuslibet projectionibus eundem in modum demonſtrabitur.

*Conſectarium.*

Ex propoſitione colliges ſcopum ac finem perſpectivæ; qui alius non eſt, quàm in dato plano, ſive tabulâ eam figuram deſcribere, quam objectum depingendum, dum ſui ſpeciem tranſmittit ad Oculum, in Vitro Oculum inter ac rem poſito exprimeret.

PRO-

## PROPOSITIO II.

**Omnium directarum linearum inter ſe parallelarum, ſive infrà Oculum, ſive ſuprà exiſtentium imagines concurrunt in eo Vitri puncto, in quo linea ab Oculo directis ipſis æquidiſtans Vitrum ſecat.**

D*Emonſtr.* Sit Oculus in B: altitudo Oculi B C: Vitrum ante oculum poſitum ſit TXEF, in plano horizontali SFER ſint directæ S F, 10D, RE: in plano laterali ſuprà horiz. erecto 2TSF ſint directæ 8δ, 7G, 6α. in plano ſuperiori 2TX3 directæ ſint 2T, 94, 3X. Sint autem directæ omnes inter ſe parallelæ. Ab Oculo demùm B ducatur B A directis datis æquidiſtans, quæ Vitro occurrat in A. *Oſtendendum eſt* omnium directarum harum imagines concurrere in A.

Sumatur in plano horizontali directa S F occurrens ſectioni F E in F. Ab F ad A duc in Vitro rectam F A. Quoniam lineæ BA, FS ex hyp. ſunt parallelæ, in eodem erunt plano, quas cùm ſecent tam recta F A, quàm radius opticus S B, etiam F A, SB per 7. 11, in eodem cum ipſis (nempè cum AB, SF) plano erunt. Ergo radius opticus neceſſariò ſecat rectam F A in Vitro ductam, puta in P. Ergo punctum S projicitur in P punctum rectæ F A. Ergo per *deſin.* 10. recta F S projicitur in rectam F P, quæ proinde ipſius imago eſt. Sed F P producta incidit in A. Imago igitur directæ FS producta incidit in A. Eodem protſus diſcurſu oſtendam imagines reliquarum directarum eſſe partes rectarum radialium EA, DA, δA, GA, & αA, TA, 4A, XA &c. quæ nimirum à punctis in quo directæ ſectionibus FE, TF, XT occurrunt, ducuntur ad A. Ergò directarum æquidiſtantium omnium imagines ſive ſuprà &c.

Ex propoſitione ſequentia deduco conſectaria.

### *Conſectarium I.*

Quantumvis directæ lineæ extendantur in infinitum, earum projectiones accedunt quidem ſemper, nunquam pertingunt ad centrum A, ac proinde earum, imagines ſemper ſunt radialibus minores. Extendatur enim directa F S quantum placuerit ex. gr. uſque in 13: radius opticus ex puncto 13 ad Oculum B tendens, radialem F A ſecabit quidem ſuprà P, ſed tamen neceſſariò infrà punctum A, quòd B A, 13F ſint parallelæ, unde projectio ſive imago directæ F S quantumvis productæ ſemper erit minor radiali F A. Pari modo in plano lateri 2TFS, quoniam BA. δ8 ſunt parallelæ, radius opticus ab extremitate δ8 quantumvis productæ ad Oculum B emiſſus, neceſſariò ſecabit radialem δ A infrà A. Idemque accidet in plano ſuperiori. Quare &c.

### *Conſectarium II.*

Directarum ut ER, FS, δ8, &c. infrà Oculum exiſtentium imagines, EM, FP, δR &c. in Vitro aſcendunt, exiſtentium verò ſuprà Oculum ut α6, T2, 49, &c. imagines αβ, Tα, 4Z &c. deſcendunt. Ipſius autem G7 quæ ejuſdem cum Oculo altitudinis eſt, imago (Gμ) incidit in ipſam finitricem GAH.

### *Conſectarium III.*

Si aliæ fuerint directæ F O, D Z, E K &c. (*vide Fig.* 2) ſive infrà Oculum, ſive ſuprà, inter ſe quidem parallelæ, ſed non prioribus FS, D10, ER &c. æquidiſtantes tamen plano horizontali; coibunt illarum imagines in alio Vitri puncto N; eo nimirùm, in quo linea B N ab Oculo B ad directas novas parallela, Vitrum ſecat. Hoc autem N centrum ſecundarium, omniaque ſecundaria reliqua, erunt in lineâ finitrice G H quæ per centrum primarium A ducta fuit ad horiz. parallela. Fig. 2.

### *Conſectarium IV.*

Quod directæ aliæ fuerint neque prioribus parallelæ, neque eidem plano æquidiſtantes, cui priores, earum centrum non erit in lineâ horizontali.

## PROPOSITIO III.

**Si à puncto diſtantiæ C ducatur in plano horizontali recta ED (vide *Fig.* 1) directis FS, RE &c. parallela, occurrens ſectioni FE in D: ex D autem in Vitro ducatur perpendicularis ad F E, & æqualis altitudini Oculi C B; extremum ejus punctum erit in A centro projectionis.**

D*Emonſt.* Quoniam B C ex hyp. eſt ad horizontem recta, etiam planum ABCD 18. 11 per ipſam ductum, erit horizonti rectum. Sed per hyp. etiam Vitrum TXEF eſt ad horiz. rectum. Ergo communis eorum ſectio, ipſa nimirùm recta D A, ex D ad A centrum ducta, erit 19, 11, horizonti recta. Patet igitur ex *deſin.* 3, 11, D A eſſe perpendicularem ad F E. Eſt autem extremitas D A in centro ipſo A. Ergo &c. Fig. 1.

## PROPOSITIO IV.

**Directarum perpendicularium imagines ad reliquas radialium partes eam habent proportionem, quàm directæ ipſæ ad diſtantiam oculi.**

D*Emonſtr.* In pavimento ſit directa perpendicularis aliqua S F, projecta in E P partem radialis F A. A puncto diſtantiæ C duc C D perpendicularem. Erit hæc oculi diſtantia & par ipſi B A, quæ ab oculo ad Vitrum ducta, eſt directis lineis parallela. Oſtendendum igitur eſt F P eſſe ad P A, ut S F ad C D, ſive B A. Fig. 1.

Quoniam radius Opticus S B ſecat radialem F A in P, inter duas parallelas BA, SF: ex elem. F P eſt ad PA, ut SF ad BA, ſive CD.

Idipſum eodem diſcurſu oſtendam de directis quæ ſunt in muris & tabulato, ſit enim in muro 2TFS directa quæpiam 8δ projecta in δR. Igitur radius Opticus ab 8 emiſſus ad oculum B, ſecat radialem δA in A, inter duas parallelas BA, 8δ, quare rurſum δR eſt ad R A, ut 8δ ad BA, hoc eſt C D.

## PROPOSITIO V.

**Directarum obliquarum tam ſuprà quàm infrà oculum exiſtentium imagines ita ſe habent ad reliquas radialium partes, ut diſtantia extremi puncti directæ à Vitro ad diſtantiam Oculi à Vitro.**

Fig. 1. DEmonſtr. in plano inferiori directa quævis obliqua S F, projecta ſit in F P partem radialis FA, ducantur ad ſectionem F E productam ex S & C perpendiculares S16 & C15. Oſtendendum eſt F P imaginem directæ F S eſſe ad reliquam radialis partem P A, ut eſt S16 diſtantia puncti S ab Vitro, ad C15 diſtantiam Oculi à Vitro.

Cùm enim poſitis & conſtructis ijſdem quæ in precedentibus CD10 ſit parallela F S, erit angulus 16FS par angulo FD10, hoc eſt angulo ad verticem oppoſito CD15. Anguli quoque S16F, C15D, utpote recti æquantur: quare cùm in triangulis SF16, CD15 bini anguli æquales ſint, etiam reliqui 16SF, 15CD æquales erint. Ergo per 4. 6. Eucl. S16 eſt ad SF, ut C15 ad C D: & permutatim S16 eſt ad C15, ut S F ad C D, hoc eſt ad B A.

Deinde quia radius opticus S B ſecat radialem F A in P inter duas parallelas B A, S F, triangula SFP, BAP æquiangula ſunt, ac proinde per 4. 6. F P eſt ad P A ut S F eſt ad B A. Sed jam oſtenſum eſt S16 eſſe ad C15, ut S F eſt ad B A. Ergo F P eſt ad P A ut S16 ad C15.

Hoc ipſum de directis quæ ſunt in plano erecto 2TFS, & in ſuperiori 2TX3 eodem diſcurſu demonſtrabimus. Sit enim directa δδ projecta in δR partem radialis δA. Sumatur in plano horiz. directa quæpiam S F par directæ datæ δδ. Oſtendam ut ſuprà δR eſſe ad R A ut δδ, hoc eſt F S ad BA. Sed etiam per ſup. demonſtrata S16 eſt ad C15 ut F S ad B A. Ergo δR eſt ad R A ut S16 eſt ad C15. Idem diſcurſus valebit in reliquis directis omnibus. Liquet ergo propoſitum.

Ad duas præced. propoſitiones deduco ſequentia Conſectaria.

### *Conſectarium 1.*

Si directæ inter ſe parallelæ omnes fuerint æquales, ex projectione unius, reliquarum projectiones facillimè in Vitro reperientur hunc in modum.

Directa R E projecta ſit in EM. Ex M duc in Vitro MP parallelam ad F, E occurrentem radialibus DA, FA in V & P. Ex P duc in Vitro P ω, parallelam ſectioni F T, occurrentem radialibus in λ, μ, β, ω: rurſum ex ω duc ωϖ parallelam ſectione TX, ſeu FE, occurrentem radialibus in ω, Z, ϖ.

Dico parallelas MP, Pω, ωϖ terminare, ſeu ex radialibus abſcindere projectiones omnium directarum ipſi R E æqualium.

Quoniam ex hyp. EM eſt imago directæ ER, erit per *prop.* 4. ut R E ad C D, vel per 5 ut S16 ad C15, ita EM ad MA, ſed quia PM eſt per conſt. parallela FE, erit ut EM ad MA ſic FP ad PA. Ergo ut RE ad CD, vel ut S16 ad C15, ita FP ad PA. Ergo per 4 vel 5 F P ad parallelam MP terminata, eſt imago directæ SF. Rurſum jam oſtendi eſſe ut S16 ad C15, vel, ut R E ad C D, ita F P ad P A. Sed ut F P ad P A, ſic δR ad RA. Ergo ut RE ad CD, vel ut S16 ad C15, ita δR ad RA. Ergo per 4 aut 5, δR ad parallelam Pω terminata, eſt imago directæ δδ. Eodem modo demonſtrabitur de reliquis.

### *Conſectarium 2.*

Tranſverſarum imagines ſunt lineæ in Vitro ſectionibus parallelæ.

In plano inferiori ſit tranſverſa S R inter binas directas parallelas F S, E R poſita. Quoniam ex hyp. SR eſt tranſverſa, erit per *defin.* 14. parallela ſectioni F E. Sunt & F S, E R parallelæ ex hyp. Ergo SFER parallelogrammum eſt. Ergo SF, ER æquantur. Sit jam E R projecta in E M, & ducatur M P parallela E F occurrens radiali F A in P. Ergo per *conſect.* 1. F P erit imago directæ F S, ac proinde punctorum R, S, imagines erunt puncta M, P. Quare per *definit.* 10, tranſverſæ S R imago eſt recta P M, quæ per conſt. parallela eſt ſectioni F E. Pari diſcurſu oſtendam tranſverſam 2S in plano erecto poſitam, projici in ωP parallelam ſectioni T F, & tranſverſæ 23 in plano ſuperiori poſitæ imaginem eſſe ωϖ, ſectioni T X parallelam.

### *Conſectarium 3.*

Habitâ projectione directarum & tranſverſarum, habetur projectio parallelogrammi dati. Sic quia EM, FP ſunt imagines directarum ER, FS, & FE, PM imagines transverſarum F E, S R, erit *defin.* 12 FPME imago, ſive projectio parallelogrammi, ſeu pavimenti FSRE. Sic quoque PNKM erit imago parallelogrammi QSRL. Pari modo TωPF & XϖME erit imago planorum erectorum, ſive murorum 2TFS, X3RE. Demum TωϖX erit imago plani ſuperioris. ſeu tabulati 2TX3: quæ omnia patent ex *definit.* 12.

### *Conſectarium 4.*

Ex projectione FPME plani horiz. ſeu pavimenti SFER, facillimè reperientur in Vitro projectiones lateralium planorum erectorum, ſive murorum 2TFS, 3XER, item plani ſuperioris ſeu tabulati, modò ſint ejuſdem cum inferiori SFER longitudinis. Nam ſi ducantur radiales TA, XA, & Pω parallela FT ſectioni; ωϖ parallela T X, erit ϖM parallela X E: eritque TωPF projectio, ſeu imago muri plani 2TFS, & XϖME imago muri plani 3XRE, & TωϖX, imago tabulati 2TX3. Patet ex *conſect.* 1. & 2. & *def.* 12.

### *Conſectarium 5.*

Imago plani inferioris pavimenti quantumcumque illud protendatur in infinitum, ſemper manet minor triangulo FAE, & quamvis ſemper ad A centrum accedat, nunquam tamen pertingit. Pari modo projectio tabulati 2TX3 quantumvis protenſi, ſemper fiet intra triangulum T A X; & projectio murorum 2TFS, 3XER quantumcumque prolongatorum, perpetuò fiet intra triangula TAF, XAE. Itaque ſi quatuor dicta plana, pavimentum nempè, tabulatum, & duo utrimque muri ſine fine longiùs atque longiùs extenderentur; creſcent quidem eorum in Vitro projectiones, atque undique & ſuprà & infrà & lateraliter utrimque intra ſua quæque triangula accedent propiùs ſemper ac propiùs ad centrum A: numquam tamen pervenient. Patet ex *Conſect.* 1, *prop.* 2.

*Conſectarium 6.*

Planum ipſi Vitro oppoſitum 2SR3 projicitur in PωπM. Nam 4 ejus latera, quæ nimirùm tranſverſæ ſunt, projiciuntur in PM, Mπ, πω, ωP. Ergo per definit. &c.

## PROPOSITIO VI.

### Altitudo (S8 ſeu Fδ) vera eſt ad apparentem (PR) ut diſtantia ejuſdem à ſectione cum diſtantiâ Oculi, ad diſtantiam Oculi.

D*Emonſtr.* Nam EP eſt ad PA ut SF ad BA, hoc eſt ut 10D ad DC. Ergo comp. ut 10C ad DC, ſic FA ad PA, hoc eſt Fδ ad PR. Quod erat demonſt.

# CAPUT III.

## Projectionum Schenographicarum praxis.

AD praxim Perſpectivæ aptiſſima porticus alicujus projectio eſt, quòd in hujus conſtitutione Theoria omnis priori capite expoſita redigatur ad opus. Sex igitur propoſitionibus ſequentibus, porticum ſcenographicè delineabimus hiſce datis:

| | |
|---|---|
| Erit porticus longitudo | 100 pedum |
| Latitudo | 15 |
| Altitudo | 23 |
| 10 Intercolumnia | |
| Singula | 10 ped. |
| Situs rectus | |
| Oculi altitudo | 6 ped. |
| Oculi diſtantia | 30 |
| Oculi ſitus rectus. | |

His inquam datis, porticum projiciemus; hoc eſt talem in dato plano (quod hîc erit charta) figuram deſcribemus, qualem porticus jam dictis dimenſionibus conſtans, per Vitrum tranſparens, in Vitro exprimeret, dum ſpectaretur ab Oculo pedes 6 alto, diſtante pedes 30, & ſitum habente rectum.

## PROPOSITIO VII.

### Pavimenti projectio.

Fig. 3. 1. EX ſcalâ ſume rectam DK 15 pedum pro latitudine porticus, adeoque & pavimenti; erit hæc Sectio.

2. Quia ſitus Oculi rectus datur, DK biſeca in Z: & ex Z erige perpendicularem ZA, 6 pedum ſcalæ, parem nempè altitudini Oculi: Tum per A due VS parallelam KD. Eritque A centrum projectionis, & VS horizontalis.

3. Ex K & D duc rectas KA, DA, erunt hæ radiales.

4. Ex horiz. abſcinde rectam AB 30 pedum ſcalæ, parem nempè diſtantiæ Oculi, ex DK productâ reſeca lineam DT 100 pedum ſcalæ, parem nempè longitudini porticus: ducaturque BT ſecans radialem AD in E; & ex E duc EC parallelam KD. *Erit KCED projectio porticus data ad poſitionem Oculi datam.*

Quod ſi tabulæ non patiantur anguſtiæ tam longas eſſe lineas AB, DT, ſumantur aliæ βA, Dδ, quantumvis parvæ, ſed ipſis AC, DT proportionales. Juncta βδ ſecabit AD in eodem puncto in quo BT.

*Demonſtr.* Quoniam AD, BT ſe interſecant in E inter parallelas AB, DT, patet triangula BAE, DET æquiangula eſſe. Quare erit AB ad AE, ut DT ad ED, & permut. ut AB diſtantia Oculi ad DT longitudinem, ſive latus porticus datæ, ſic AE ad ED. Concipiatur deinde pavimentum datum, KDωλ deſcriptum eſſe ſuprà rectam KD: planum verò VSDK cum triangulo KAD erigi perpendiculariter ſuper KD, quod jam repræſentabit Vitrum TXEF figuræ 1. Oculus demùm intelligatur poſt planum VSDK, ſic ut planum ſit medium inter pavimentum KDωλ & Oculum. His ita conſtitutis,

Quoniam ſitus Oculi datur medius; ergo def. 24, recta à puncto diſtantiæ ducta ad ſectionem KD occurret ipſi KD in puncto biſectionis. Ergo cùm ex Z ducta ſit ZA in plano, ſeu Vitro VSDK, par altitudini Oculi, ejus extremum punctum A, erit [a] centrum projectionis, ad quod proinde ductæ DA, ZA KA, erunt *def.* 22, radiales. Cùm igitur ante oſtenderim DE eſſe ad EA, ut longitudo porticus DT, ſive Dω ad diſtantiam Oculi patet [b] DE projectionem eſſe ipſius Dω. Eſt autem ex conſtr. EC parallela ad DK. Ergo [c] latus tranſverſum extremum porticus projectum eſt in EC. Item quia EC eſt parallela DK, ex radialibus abſcindit [d] projectiones omnium directarum reliquarum, ac proinde KC eſt projectio lateris Kλ. Ergo [e] pavimentum datum KDωλ projectum eſt in KCED, ad datam Oculi poſitionem. Quod erat faciendum.

a *per prop.* 3.
b *prop.* 4.
c *conſ.* 2. *prop.* 5.
d *conſ.* 1. *prop.* 4.
e *def.* 11.

## PROPOSITIO VIII.

### Planorum lateraliter erectorum & tabulati projectio.

1. EX K & D erige perpendiculares KG, DR 23 pedum ſcalæ, pro altitudine porticus, & junge GR. Fig. 4.

2. Ex G & R ad centrum à duc radiales GA, RA. Ex C & E erige CO, EN parallelas ad KG, DR, occurrentes GA, RA radialibus in O & N, & junge ON. Erunt KGOC, RNED projectiones murorum, ſeu planorum pavimento inſiſtentium, *&* CONR projectio tabulati, ſeu plani ſuperioris.

Demonſtratio patet ex *conſectario* 4. *prop.* 5.

*Conſectarium.*

Hinc collige quomodo deſcribi debeat projectio muri ſolitariè ſumpti, item quâ methodo projiciatur una ſeries vel plures parallelæ ſeries domuum, arborum &c.

## PROPOSITIO IX.

### Directarum longitudinum projectio.

*Fig. 4.* Directas longitudines quæ ſunt in planis lateralibus (nam de tranſverſis agetur 10 & 11 *prop.*) cujuſmodi conſtituunt feneſtræ, capitella & baſes columnarum longâ ſerie diſpoſitæ, ita projicies altitudinem baſium ex ſcalâ deſumptam abſcinde ex KG, & ſit KT. Et poſita regula ſuper T, & à centro duc rectam uſque ad parallelam CO. Inter hanc & KC conſiſtent omnium columnarum baſes. *Deinde ſcapum columnæ* ex ſcalâ deſumptum, abſcinde ex TG & ſit Tδ: poſitâque regulâ ſuprà T & A, duc rectam ex T uſque ad parallelam CO. Inter has 2 lineas ex T & δ eductas, conſtituentur omnes columnæ, capitella, ac cætera omnia pari ratione conſtituentur. *Quod ſi feneſtras* deſideras; altitudinem feneſtrarum ex ſcalâ ſumptam abſcinde ex KG, & ſit KF. Tum feneſtrarum longitudinem itidem ex ſcalâ ſumptam abſcinde ex FG, & ſit FX. Deinde ex F & X duc rectas binas uſque ad parallelam CO, coituras in A. Inter has feneſtrarum ſeries tota continebitur. Ad eumdem modum directæ longitudines in plano inferiori & ſuperiori projicientur.

Horum omnium demonſtrat. patet ex conſectario 1. *prop.* 5.

## PROPOSITIO X.

### Intervallorum tranſverſis lineis contentorum projectio.

Ejuſmodi ſunt intervalla columnarum in pavimento & planis lateralibus, intervalla trabium in tabulato tranſverſim poſitarum &c.

Oporteat columnarum intervalla 10 ſuperius data projicere.

*Fig. 3.* 1. Quoniam intervalla ſingula dantur ſuprà, 10 pedum, ex lineâ DK productâ abſcinde 10 partes D2; 23, &c. ſingulas 10 pedum ſcalæ: quæ ſimul ſumptæ conficient 100 ped. ipſam porticus datæ longitudinem DT.

*Fig. 4.* 2. Sumptam ex ſcalâ diſtantiam Oculi, quæ 30 pedum erat data, transfer ex A in B. Ex B ad puncta 2, 3, 4 &c. duc rectas, quæ BC interſecabunt in punctis G, H &c. *Dabunt hæ columnarum intervalla* DG, GH &c. Quod ſi ex punctis G, H &c. uſque ad rectam RN, erexeris lineas ipſi DR æquidiſtantes projeceris columnas ipſas vel potius axes columnarum. Tandem ſi duxeris parallelas GM, HP, &c. inventa erunt columnaria intervalla in latere oppoſito.

*Fig. 3.* Demonſtr. Quoniam triangula AGB, 2GD æquiangula ſunt inter ſe, erit ut 2D ad DG, ſic BA, ad AG. Ergo permut. ut 2D ad BA, ſic DG ad AG reliquam partem radialis. Ergo per 4, erit 2D projecta in DG. Rurſum, quoniam æquiangula inter ſe triangula ſunt 3HD, AHB, erit ut 3D ad DH, ſic BA ad AH. Ergo perm. ut 3D ad BA, ſic DH, ad HA. Ergo per 4. erit 3D projecta in DH. Cùm igitur D2 ſit projecta in DG; &, D3 in DH, erit per def. 10, 2, 3 projecta in GH. Eodem diſcurſu oſtendam 3, 4 projici in Hϖ. Et ſic de cæteris. Quod erat propoſitum.

Quod autem columnæ ipſæ projectæ ſint in parallelas ex punctis G, H &c. erectas, patet ex *conſect.* 2. *prop.* 5.

Deinque quod parallelæ GM, HP &c. determinent intervalla colum. in latere altero, patet ex *conſ.* 1. & 2. *prop.* 5.

*Conſectarium.*

Intervallis tranſverſis in planis inferioribus & lateralibus inventis, eadem quoque habentur in ſuperiori.

## PROPOSITIO XI.

### Intervalla tranſverſis lineis contenta aliter projicere.

1. Ex DK abſcinde D2, 10 pedum ſcalæ pro uno intercolumnio, & duc A2; ſitque AB 30. ped. ſcalæ Oculi diſtantia (vel loco AB, & D2 ſumantur duæ aliæ adhuc minores ipſis AB & D2 proportionales). *Fig. 3.*

2. Ex B ad 2 duc rectam B2 ſecantem DA in G. *Erit DG projectio intercolumnij primi D2*, ut oſtendi in 10.

3. Ex G duc GM parallelam ad DK, quæ ſecet rectam 2A in L, & ex B ad L duc rectam BL, ſecantem GA in H: *Erit GH projectio 2 intercolumnij.*

4. Pari modo ex H ad DK duc parallelam HP, ſecantem 2A in Q; & junge BQ ſecantem HA in ϖ. *Erit Hϖ projectio intervalli* 3. Atque hunc in modum reliqua intervalla projicientur.

*Demonſtr.* produc BL donec occurrat DK in 3. Quoniam in triangulo 2AD eſt LG parallela ad 2D, erit ut 2A ad LA, ſic 2D ad LG. Item quia in triangulo 3B2, LG eſt parallela ad 23, erit ut 3B ad LB, ita 32 ad LG: ſed ut 2L ad LA, ſic 3L ad LB; & componendo ut 2A ad LA, ſic 3B ad LB. Ergo 2D eſt ad LG, ut 32 ad LG. Æquantur ergo 32 & 2D. Quare cùm 2D ſit intercolumnium primum, erit 32 ſecundum. Sed 32 projectum eſt in GH, ut patet ex 10. Ergo BL abſcindit GH projectionem 2 intercolumnij. Produc deinde BQ in 4. Eodem diſcurſu probabo 43 æ D2 eamdem habere rationem ad QH, ac proinde æquari. Quare 43 erit intercolumnium 3. Sed hoc projectum eſt in Hϖ. Ergo BQ abſcindit Hϖ projectionem 3 intercolumnii.

Tertius modus habetur ex *prop ſequenti.*

## PROPOSITIO XII.

### Projectio lapidum pavimenti.

Poterat res perfici methodo præcedenti; ſed aliam habet praxim ſibi propriam magiſque expeditam, quæ eſt hujuſmodi. *Fig. 5.*

KCED eſt projectio pavimenti *prop.* 7 delineata. A centrum horizontalis RS, diſtantia Oculi AB.

1. KD latitudinem pavimenti ſeca in tot æquas partes, quot in eâ ſunt poſiti lapides Figura exhibet tantùm 4 lapides per latitudinem KD diſpoſitos, ne multitudo linearum figuram perturbet, Ex diviſionum punctis ad centrum A duc radiales HA, GA, FA.

2. Ex B ad K duc rectam BK radiales omnes DA, FA, GA, HA interſecantem, in NI, L, X. Et per interſectionum puncta duc parallelas ad DK; quarum poſtrema erit NZ. Intra ſpacium KZND habebitur projectio omnium lapidum, qui continen-

tur in quadratâ pavimenti portione, cujus longitudo eſt DK.

3. Ex B per Z duc rectam BEZ radiales omnes interſecantem in 2. 3 &c. & per interſectionum puncta duc parallelas ad DK, quarum ultima erit EC. Habebitur ſic projectio lapidum alterâ pavimenti quadratâ portione contentorum.

4. Si plures ſuperſint lapides projiciendi, eâdem operatione continuatâ projectio reliquorum perficietur.

*Demonſtr.* Quoniam DF, KH æquantur, erit DE ad AB, ut KH ad AB; hoc eſt (quoniam ſimilia ſunt triangula BXA, KXH) ut HX ad XA; hoc eſt ut DQ ad QA. Ergo à primo ad ultimum, ut DF eſt ad AB, ſic DQ eſt ad QA. Ergo per 4 DF projecta eſt in DQ. *Pari modo* quoniam pares ſunt DG, KG, erit DG ad AB, ut KG ad AB, hoc eſt ob ſimilitudinem triangulorum ALB, KLG, ut GL ad LA; hoc eſt ut DP ad PA. Ergo à primo ad ultimum ut DG ad AB, ſic DP ad PA. Ergo per 4 DG projicitur in DP. *Eodem diſcurſu* erit DH projecta in Do: DK verò patet eſſe projectam in DN.

Producatur deinde BZ donec ipſi DK occurrat in T. Quia ZN eſt parallela ad TK, erit TK ad ZN, ut TB ad ZB, hoc eſt ut KA ad ZA, hoc eſt ut KD ad eamdem illam ZN. Æquantur ergo TK, KD. Poterit igitur TK ſecari in partes totidem, in quot ſecta fuit KD, ſic ut his illæ ſint æquales. Sint diviſionum puncta in 4, 5, 6. Igitur D4 par eſt ipſi TH, adeoque erit D4 ad AB ut TH ad AB; hoc eſt ob triangulorum B2A, T2H ſimilitudinem, ut H2 ad 2A; hoc eſt ut DM ad MA. A primo igitur ad ultimum ut D4 eſt ad AB ſic DM ad MA. Ergo per 4, D4 projicitur in DM. Eodem modo oſtendam D5, projici in D7, & D6 in D8. DT verò patet projici in DE.

Quoniam igitur DT longitudo cum intervallis lapidum in EA diſpoſitorum projecta ſit in DE, ejuſque puncta Q, P, O &c. Ex *conſ.* 2. 5, liquet omnes lapidum tranſverſas projici in parallelas QX 9, PL 10 &c. Sunt autem & directæ lapidum lineæ projectæ in partes radialium, per 2. Quare cùm lapides ipſi à directis ac tranſverſis ſe interſecantibus contineantur, liquet ritè peractam eſſe lapidum projectionem.

Poteſt hic modus transferri etiam (ut dixi ſuprà) ad projectiones intercolumniorum, de quibus actum p. 19. & 11.

### *Conſectarium I.*

Igitur ex propoſitionibus 6 præcedentibus habetur projectio porticus datæ ad poſitionem Oculi datam. Quamvis enim hactenùs ſitum Oculi rectum poſuerimus, faciliimum tamen erit eadem omnia ad obliquum Oculi ſitum præſtare.

Fig. 6. 7. Sit DK latitudo porticus. Ex diſtantiæ puncto, ſeu baſe Oculi X ducatur XZ directis datis æquidiſtans, occurrens ipſi DK (productæ ſi opus eſt) in Z, Sit autem DZ tot partium ſcalæ, quot pedum aut paſſuum eſt à parte rei. Ex Z erige perpendicularem ZA parem altitudini Oculi ex ſcalâ deſumptæ. Tum cætera omnia præſtantur, quæ *prop.* 7, 8, 9, 10, 11, 12 præſcribantur. Prodibit porticus datæ projectio ad datum obliquum Oculi aſpectum.

### *Conſectarium II.*

Objectorum aliorum projectio ex eâdem Oculi poſitione ſpectatorum, quâ porticus hactenùs delineata quorum directæ lineæ non ſunt directis datæ porticus parallelæ; hunc in modum peragetur. Ex baſe Oculi X, ducatur XP directis lineis objectorum aliorum parallela occurrens ſectioni DK in P. Ex P, ad horizontalem VB duc perpendicularem PQ. Erit Q centrum projectionis novum pro aliis illis objectis patet ex 2. Cætera ad horum projectionem ſpectantia facilè colliges ex 5, & hactenùs dictis in delineatione porticus. Fig. 6.

## PROPOSITIO XIII.

## Porticum nullis datis ſchenographicè delineare in tabulâ aut plano dato.

Differt hæc projectio à præcedentibus, quod nullis adſtringatur datis, ſed omnia pro voluntate determinentur.

Datum ſit planum DKGR, quod projectione aliquâ depingi totum debeat. Fig. 4.

1. Duc in plano lineam VS pro horizontali parallelam KD baſi tabulæ, quam licebit pro arbitrio propinquiorem ducere ipſi KD, aut remotiorem prout ad majorem minorémve altitudinem Oculi projectionem factam deſideras.

2. In horizontali VS, determina punctum quodcumque *a* pro centro. Si rectus Oculi ſitus placet, centrum biſariam ſecet VS; ſi obliquum, inæqualiter.

3. Ex 4 plani angulis ad centrum ducantur lineæ D*a*, K*a*, G*a*, R*a*. Item *c*E, EN, NO, parallelas ad KD, DR, RG, & junge *oc*. habebis projectionem pavimenti, planorum pavimento inſiſtentium & tabulati. Quò porticus longioris projectionem deſideras, eò parallelogrammum *c*oN minus facito.

4. Projectio directarum longitudinum cæterarum, columnarum, item & pavimenti, fiet ut in *prop.* 9, 10, 11, 12: iiſdem, quæ iſthic, datis, aut aliis pro arbitratu. Si iſthic data teneantur, Oculo gratâ evadet projectio.

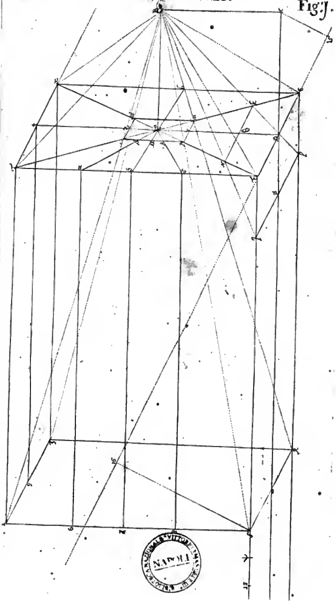
### *Scholium.*

*Situm objectorum projiciendum infinities variari poſſe patet ex defin. 15 & 16. cùm angulus ſub quo directa longitudines ſectioni occurrunt alius ſemper atque alius eſſe poſſit. Iam quæri poteſt an mutato ſitu objecti, non mutetur ſemper & projectio? Id ſanè videtur omninò fieri oportere. Sed longè aliter ſe res habet. Fieri enim poteſt ut infinita porticus diverſa & diverſum ſingula habentes ſitum, eamdem nihilominus projectionem ſemper retineant. Quod ſic demonſtro,*

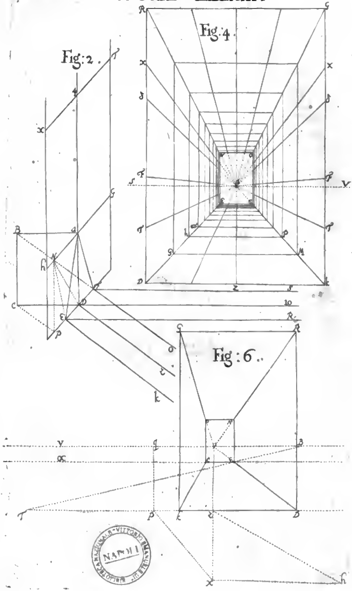
*Ponatur Fig. 6 porticus ſitum rectum habentis exhibere projectionem reſpectu Oculi poſiti in x. Concipiatur ſuper baſi KD extendi obliquum parallelogrammum inter eaſdem parallelas inter quas exiſtit pavimentum porticus jam delineata: per x duc xh parallelam infinitam ad KD: & ex Z rectam Zh parallelam directis lateribus parallelogrammi novi, occurrentem ipſi xh in h. Manifeſtum eſt ex 2 præced. Parallelogrammi novi projectionem eſſe figuram, eamdem KcED, pro oculo poſito in h. Pari modo ſi ſuper KD & inter eaſdem parallelas cum priori. adhuc obliquiora conſtituantur parallelogramma quotquot placuerit, horum omnium eadem demonſtrabi-* Fig. 6. 2. & 5.

*tur*

Fig. J.



BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III NAPOLI




BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III NAPOLI

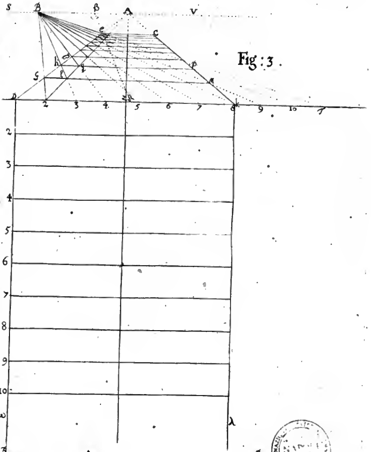


Fig: 3.

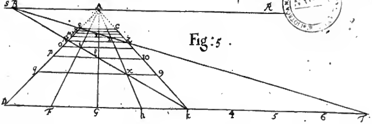


Fig: 5.

Digitized by Google

*tur eſſe projectio* KCED, *ac proinde & figura* KDRGONEC *erit projectio omnium porticuum eamdem habentium altitudinem* KG,*quæ ſuper parallelogrammis illis omnibus ut pavimentis eriguntur.*

Hæc ſatis de porticu: ad alia objecta tranſeamus.

## PROPOSITIO XIV.

### Cujuſvis planæ ſuperficiei perſpectivam deſcribere.

Fig. 8. DAtum ſit ex. gr. pentagonum ABCDE.

1. Ducantur parallelæ *q*R, SG, quarum *q*R referat ſectionem, SG horizontalem. In horizontali determina punctum F pro centro, & punctum G, pro puncto diſtantiæ, Utrumque pro arbitrio.

2. Ex pentagoni angulo B demittatur B*b* perpendicularis ad ſectionem *q*R, eique occurrens in *b*. Et ex *b* duc ad centrum F rectam *b*F. Perpendicularem B*b* transfer in h3, centro *b*, intervallo *b*B ducendo arcum *b*3. Ex 3 ad G duc 3G ſecantem *b*F in B. Erit B projectio puncti B.

Pari modo invenietur *c* projectio puncti C. & *d* projectio puncti D; & *e* puncti E, & *a* puncti A.

3. Puncta B, *c*, *d*, *e*, *a*, rectis lineis conjungantur. Quæ exiſtet figura dabit perſpectivam pentagoni dati.

*Demonſtr.* quoniam inter duas parallelas F*g*, *q*R ſe interſecant rectæ *b*F, 3G. Similia erunt Triangula 3B*b* & GBF; ac proinde *b*B eſt ad reliqoam radialis partem BF, ut *b*3, hoc eſt per conſt. ut directa ipſa *b*B, eſt ad diſtantiam Oculi FG. Ergo per 4. B eſt projectio puncti B. *Eadem erit* reliquorum demonſtratio.

#### *Conſectarium.*

Hac methodo deſcribes perſpectivæ quamcumque figuram planam, ut ichnographiam, ſive plantam ædificii, templi, munimenti &c.

### *Scholium.*

*Si projectionem deſideras data poſitioni tum Oculi tum objecti adſtrictam, ſic operare.*

1. *Menſurentur diſtantia à ſectione tum Oculi, tum angulorum pentagoni* (vh) *hoc eſt perpendiculares quæ ab Oculo & ſingulis pentagoni punctis duci poſſunt ad ſectionem. Item menſurentur harum perpend. intervalla in ſectione.*

2. *Ducatur infinita* qR *pro ſectione in quâ ponantur intervalla perpendicularium ex ſcalâ quâpiam deſumpta,* hi, *IK, KN, NP, item intervallum* hK *quod inter perpend. ab Oculo ductam, & perpendicularem ductam ab angulorum aliquo, puta B interjicitur.*

3. *Ex punctis,* h, *I, K, N, P ducantur perpendiculares ex ſcalâ deſumpta veris proportionales,* hB, *Ic, Ka, ND, PE. Si harum extrema puncta* B, c, d, e, a *conjungantur, patet figuram conſtitui, data ſimilem ſimiliterq́ poſitam.*

4. *Ex puncto K in quo perpendicularis ab Oculo ducta occurrit ſectioni, exige normalem KF parem altitudini Oculi ex ſcalâ deſumptam. Per F duc SG horizontalem in quâ præſidio item ſcalæ ponatur FG diſtantia Oculi.*

Cætera fac ut in *prop.* Hoc Scholium ad ſequentem *prop. 15.* extende.

## PROPOSITIO XV.

### Cujuſcumque ſolidi Perſpectivam delineare.

#### *Sedis Perſpectivam exhibere.*

1. DEſcribatur baſis, ſive ichnographia ſedis, quæ ſit ABCD. Scalæ præſidio hujus perſpectiva iuxta methodum *prop.* 14. delineata, erit *abcd*. Fig. 9.

2. Ex angulo aliquo *b* præſidio ſcalæ erige perpendicularem *bq* parem altitudini ſedis; ſumptoque in ſectione puncto aliquo, & in horizontali puncto quovis R, duc rectam *k* R & ex *b* duc *bk* parallelam ſectioni. Ex *k* erige *k*F parem *bq*; ducaturque RFX infinita.

3. Ex punctis *c*, *d*, *a*, duc parallelas ſectioni *cl*, *d*G, *a*I. Ex punctis, *l*, G, I, erige normales *l*Z, GM, IX uſque ad rectam RX. Ex punctis X, M, Z, duc ſectioni parallelas infinitas, *xo*, M*p*, Z*u*. Ex punctis *a*, *d*, *c* erige perpendiculares, *ao*, *dp*, *cu* quæ prioribus parallelis occurrant in *o*, *p*, *u*. Junge rectas *qo*, *op*, *pu*, *uq*.

4. Jn præſidio ſcalæ fac *q*S æqualem altitudini reclinatorii ſedis: ponaturque indirectum cum *bq*. Producaturque KF in *b*, ut F*b* par ſit *q*S. Ex R per *b* duc infinitam R*b*β: & *l*Z produc in *a*. Ex *a* duc *a*T parallelam ſectioni, cui *cu* protracta occurrat in T.

His peractis habetur proiectio ſedis quoad lineamenta primaria.

#### *Aliter & Melius.*

1. Ichnographia ſedis ſit ABCD, ſcalæ præſidio delineata. Huius projectio per *præced.* delineetur & ſit *abcd*. Fig. 9.

2. Sumpto in ſectione puncto E, & in horizontali puncto R, duc rectam ER. Ex E erige perpendicularem infinitam ED, in quam ſcalæ præſidio transfer omnes altitudines ſedis proiiciendæ E6:6, 11:11, N:N, 17: 17, 27:20, D: & per ſingula puncta 6, 11, N, 17, 20, D, ex R rectæ emittantur.

3. Ex punctis *a*, *b*, *c*, *d*, ad rectam RE duc *a*I, *d*G, *bk*, *cl* parallelas ſectioni. Ex punctis I, G, erige ipſi ED parallelas I*x*, GM uſque ad rectam RN. Item ex *k*. *l*, erige ipſi ED parallelas *kb*, *la* uſque ad rectam RD, Rectæ ex punctis I, G, K, *l* iam erectæ ſecabuntur à lineis ex R emiſſis in punctis, quæ adſcripti numeri oſtendunt.

4. Rectam I*x* cum punctis in ea notatis 7. 13 transfer in rectam *ao* ex *a* perpendiculariter erectam: GM cum ſuis punctis in *dp*: *kb* cum ſuis punctis in *b*S, *la* cum punctis ſuis *c*T.

5. Rectis lineis connecte puncta 9, 7, 8, 10, item puncta 13, 15, 16, 14: item puncta *q*, *o*, *p*, *u*: item puncta 18, 19, item puncta 21, 22.

His peractis, habetur adæquata ſedis datæ projectio.

*Demonſtr.* Per centrum N, & *a*, duc rectam N*a*4, quoniam per conſt. A proiicitur in *a*, & punctum 4 eſt commune, patet ex *defin.* 10, 4A perpendicularem projici in rectam 4*a*. Ergo per 4. 4A ad N*a* diſtantiam Oculi, ut 4*a* ad *a*N, hoc eſt ut EI ad IR. Ergo compon. 4A, cum diſtantiâ Oculi, eſt ad diſtantiam Oculi ut ER ad IR, hoc eſt ut E6 ad I, 7. Sed I7 per conſt. eſt par *a*7. Ergo E6 eſt ad *a*7 ut 4A perpend. directa cum diſtantia Oculi eſt ad ſolam

Oculi diſtantiam. Igitur Altitudo A6, ſive E6, puncto A inſiſtens, projicitur in *a*7. Pari modo oſtendam altitudines D6, B6, C6, ipſi A6 æquales projici in *d*8, *b*9, *c*10. Eademque erit reliquorum omnium demonſtratio.

### *Projectio ſuppedanei cum tribus gradibus.*

Fig. 10. 1. SEctio ſit φω, & huic parallela δλ horizontalis. Ichnographia ſuppedanei cum gradibus ſcalæ præſidio deſcribatur, & ſint parallelogramma A*ss*, *o*TT, PVV, *q*DD. Ichnographiæ projectio per 13, delineetur, & ſint parallelogramma *co*, SP, T*q*, VB.

2. Sumptis in ſectione & horizontali punctis E, R, duc ER. Ex E erige infinitam perpend. Eδ. In hanc ſcalæ præſidio transfer ſingulorum graduum altitudines E2, E3, E4, & EF, ipſius ſuppedanei. Per ſingula puncta 2, 3, 4, F ex R rectæ emittantur. T*c*, quæ eſt ad ſectionem parallela, protracta occurrat RE in G. Ex G erige normalem occurrentem rectis ex R emiſſis in 5, 6, 7, *b*.

3. EF perpendiculariter transferatur in Aλ, & *oi*, & junge λi: E4 in O4, P4, & junge, 1, 4; 4, 4: E3 in P3, *q*3, & junge 4, 3; 3, 3: E2 in *q*2, *b*2, & junge 2, 3: 2, 2: 2B, B*d*: *gb* in *c*Z *s*ω, & junge λz, zω: *g*7 in *s*7, T7 & junge ω7, 7. 4; 7, 7: *g*6 in T6, V6 & junge 76, 63, 66: *g*5 in V5, *d*5 & junge 65, 52, 55, 5*d*.

His peractis, habetur projectio ſuppedanei dati cum gradibus tribus.

### *Projectio Octaëdri.*

Fig. 11. 1. Sit φω ſectio & horizontalis δλ, ſectioni parallela. Quoniam ichnographia octaëdri quadrata eſt; deſcribatur quadratum AA, BB, CC, DD, EE cujus centrum ſit EE. Pro Ichnographiâ dati octaëdri Y. Et per *prop*. 14 reperiatur Ichnographiæ Perſpectiva, quæ ſit A*bcd*E.

2. Sumptis in ſectione puncto F quovis, & in horizontali puncto R, junge FR. Ex F erige perpendicularem infinitam Fδ, in quam ſcalæ præſidio transfer omnium octaëdri dati punctorum altitudines. Et quidem altitudines NT, MV, PZ, IS, quoniam inter ſe æquales ſunt, transferantur in F2: *hq* verò in F4. Deinde ex R per puncta 2, 4, emittantur rectæ R2, R4.

3. Ex punctis *bd*E, D, duc ſectioni parallelas *b*G, *d*G, EG quæ per accidens hic coincidunt, item ex puncto *c* parallelam *ck*. Ex G erige perpendicularem ſecantem rectas ex R emiſſas in 5 & 3. Item ex *k* perpendicularem erige occurrentem R2 in 6.

4. Rectam F2 perpendiculariter transfer in punctum AA, & ſit AA2: G5 in *d*5, & *b*5. G3 in E3. *k*6 in *c*6. Connectantur puncta 5, 6, 5, 2. & à punctis 3, *e*, ad eadem quatuor puncta 5, 6, 5, 2 ducantur rectæ.

Vel utere primâ methodo propoſitionis 14 ducendo 3, 3; 6, 6; 5, 5; &c. parallelas ſectioni, concurrentes cum perpendicularibus *b*5, C6, E3 &c.

His peractis, habetur projectio octaëdri dati.

### *Scholion.*

*Ex his tribus projectionibus facilè intelligetur quomodo ſit in reliquis ſolidis procedendum. Res enim tota ad huiuſmodi Problema revocatur; Dati puncti exiſtentis in ſublimi projectionem invenire. Hoc autem quomodo præſtari debeat, ſatis ex propoſitione intelligetur.*

## PROPOSITIO XVI.

### Datæ projectionis centrum invenire.

DUos quoſlibet in Perſpectivâ datâ directos ductus ut DE, KC, vel DE, RN regulæ beneficio protrahe, & nota punctum in quo concurrent. Ipſum erit centrum perſpectivæ datæ. Fig. 4.

Cùm enim omnes directi ductus in uno puncto concurrant, ſi producatur per *prop*. 2 neceſſariò concurrent in eo puncto in quo duo ex ipſis concurrunt, ac proinde punctum illud erit centrum.

## PROPOSITIO XVII.

### Ex datâ oculi diſtantiâ à ſectione rei projectæ longitudinem invenire.

PEr præced. inveni A centrum projectionis & præſidio ſcalæ ſive pantometri inquire proportionem directi in perſpectivâ ductus DE. Ad ejus à centro diſtantiam AE. Deinde fiat ut AE ad ED, ſic diſtantia Oculi à ſectione quæ per hyp. datur, ad aliud. Dabit hoc longitudinem rei projectæ, in partibus diſtantiæ Oculi. Fig. 6.

Eſt enim per *theor*. 4 & 5 ut AE ad ED, ſic diſtantia Oculi ad longitudinem lineæ cuiuſvis directæ, hoc autem eſt ipſa proiectionis longitudo.

## PROPOSITIO XVIII.

### Ex datâ longitudine rei projectæ diſtantiam Oculi à ſectione invenire.

REperto projectionis centro per 16, notifica proportionem DE, ad EA: & fiat ut DE ad EA, ſic longitudo rei projectæ ad quartum. Dabit hoc diſtantiam Oculi in partibus rei projectæ. Patet ex 4 & 5 *hujus*. Fig. 6.

### *Conſectarium.*

Ex datâ rei proiectæ longitudine & diſtantiâ Oculi, eiuſdem altitudinem invenies; ſi fiat ut diſtantia Oculi cum longitudine rei proiectæ ad longitudinem rei projectæ, ita altitudo apparens ad aliud. Patet ex *corol*. 7. *prop*. 5.

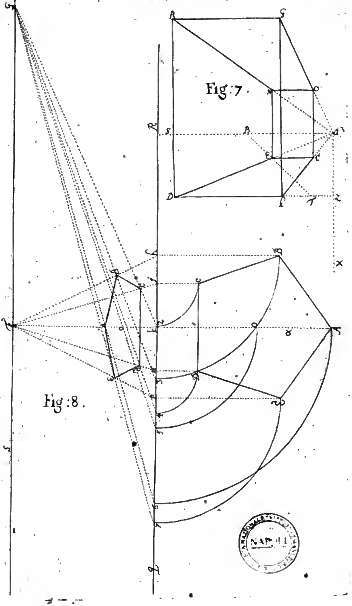
### *Scholium.*

*In multorum objectorum projectionibus ſitus Oculi aut objecti nequit reperiri, quæcumque dentur. In Scholio enim* prop. 13. *oſtenſum eſt infinitas porticus quarum ſingula & figurâ ac ſitu differant, & ab Oculo diverſimodè poſito ſpectentur, eamdem ſortiri poſſe projectionem:*

## PROPOSITIO XIX.

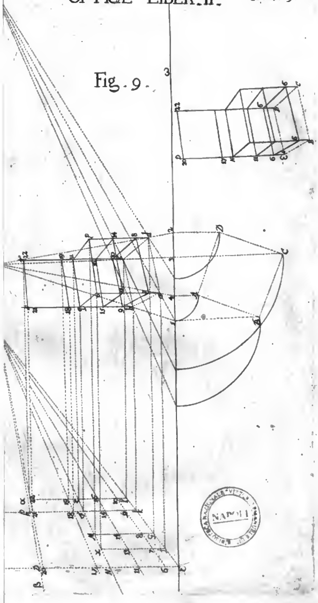
### Efficere ut data porticus duplo, imò decuplo appareat longior quàm ſit.

COnſtr. In muro porticum datam terminante, delinea perſpectivam porticus duplo, aut quantum placuerit datâ longioris ad diſtantiam Oculi, parem longitudini porticus datæ. Sint autem latitudo &




NAPOLI

Fig. 9.



NAPOLI

Schema 10.

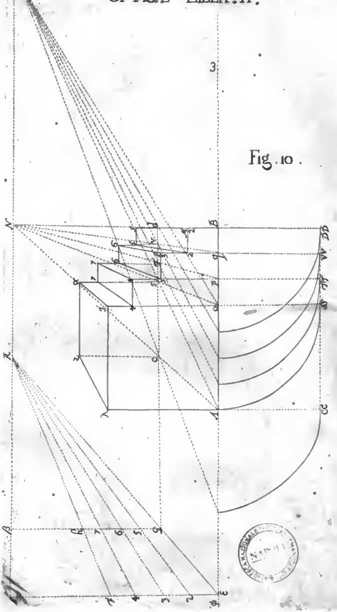
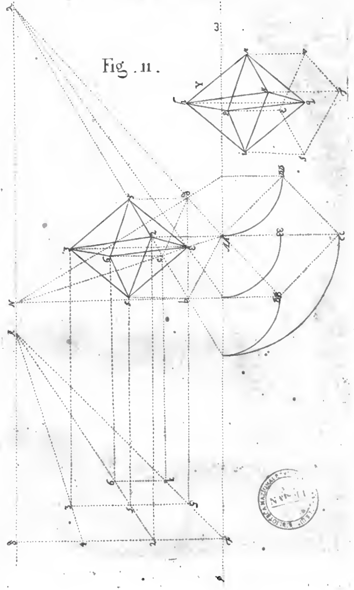


Fig. 10.

Digitized by Google

Digitized by Google

Fig. 11.



& altitudo perſpectivæ eadem quæ porticus datæ. Stanti in altero porticus extremo apparebit porticus duplo aut decuplo (ſi ita placuerit delineare) longior quàm ſit.

*Demonſtr.* Projectio enim quæ in muro oppoſito eſt delineata, eodem modo apparebit ac ſi porticus data reverà fuiſſet continua poſt murum.

Quod ſi perſpectiva in muro facta, ſit ad diſtantiam Oculi minorem longitudine porticus datæ, v.g. parem longitudini ejus dimidiæ, ut debitus apparentiæ effectus conſequatur, ſtandum erit in medio datæ porticus &c.

### PROPOSITIO XX.

**Projectio ſcenographica in planum ſuprà Oculum Horizonti parallelum.**

HOc projectionum genus inter ſcenographicas difficillimum cenſeri ſolet. Aliter ſe rem habere ex paucis illis quæ ſubiicio apparebit.

Objectum horizontali plano ſupra Oculum perpendiculariter inſiſtens, concipiatur eâdem ſervatâ Oculi diſtantiâ ita cum plano ſuo horizontali circumagi, ut planum fiat horizonti rectum, objectum verò horizonti parallelum & quaſi jacens. Manifeſtum eſt eamdem in plano optico projecturam fore objecti in hoc ſitu quæ in priori. Quare ut res inſiſtens plano parallelo ſuprà Oculum poſita v.g. à tabulato in tabulatum proiiciatur, rem illam ut inclinatam ſive jacentem per *prop.* 7. aut ſequ. projice in planum opticum ad horizontem rectum ad diſtantiam Oculi parem ei quæ eſt Oculi à tabulato. Hæc projectura tabulato applicata dabit propoſitum.

*Corollarium.*

Hoc genere projectionis fieri poteſt ut ſtructura appareat altior quàm ſit, ſi nimirùm ea ſtructuræ pars quæ ultra tabulatum promineret, in tabulatum proiiciatur. Hic obſerva ut obiecta non valde alta, cuiuſmodi eſſent ſublimes columnarum ordines, ſed humilia potiùs ac ſubmiſſa in tabulato depingas, ut podia, pilas breviores, pergulas aliaque ſimilia. Cùm enim rerum ad horizontem rectarum proiecturæ hic coëant in centro proiectionis, ſi eæ forent longæ, non apparerent extra viſus punctum conſtitutis rectæ ut debent, ſed inflexæ ac ſinuoſæ, quo fieret ut tota ſtructura, inſuavis Oculo, & ingrata redderetur.

## CAPUT IV.

### De projectionibus monſtroſis.

TEmpus eſt ut planum proiectionis cui hactenùs medium rem inter ac Oculum dedimus locum, extremo iam collocemus, quod ad exhibendas proiectiones ſcenographicas monſtroſas, ſeu deformatarias quas deinceps brevibus tractaturi ſumus, fieri ſolet.

### PROPOSITIO XXI.

**Data ſi recta CD in partes quotcumque & qualeſcumque ſecta, & ad planum ſubjectum projectionis recta. Punctum diſtantiæ ſit B, altitudo Oculi BA. Ex B per C duc infinitum BH. Quoniam autem CD, BA æquidiſtant, utpote eidem plano rectæ, erunt AB, BCH, CD in eodem plano 7. 11. Ergo radij qui ab Oculo A per D, E, F, G ducentur, occurrent ipſi BH in punctis aliquibus H, I, K, N.** *Fig. 12.*

**Dico DC cum ſuis partibus proijci in H, I, K, N, C.**

DEmonſtratio patet ex *defin.* Cùm enim HC, ſit communis ſectio plani AHC per Oculum & lineam proiiciendam DC ducti cum plano dato projectionis; liquet ex *def.* DC projici in CH. Eodem modo oſtendam DE projici in HI, & EF in IK &c.

Vel ſic: Puncta D, E, F, G projiciuntur per *def.* in puncta H.I, K, N. Projicitur ergo DE in HI; EF in IK; FG in KN; GC in NC; & tota DC in totam HC.

### PROPOSITIO XXII.

**Datum ſit parallelogrammum rectangulum CF, FC dato plano DCCD rectum, in minora ſectum parallelogramma ſive cancellatum. Altitudo Oculi ſit BA. Per omnia puncta C, C, S, C, ex B ducantur infinitæ BCD, BCD, BSD. Ab Oculo deinde A per lateris erecti unius puncta F, I, K, C, ducantur rectæ, quæ, ut mox oſtendam, occurrent BND, in punctis aliquibus D, G, E. Demùm ex punctis D, G, E duc rectas DDDD, GGGG, EEEE parallelas ad CC.**

*Fig. 13. Figuram dum inſpicis, ita teneto ut recta DB ſit parallela horizonti, & aB ad horizontem perpendicularis; litteræ aliter quam debent, ſunt inclinatæ.*

**Dico parallelogrammum CFFC cum parallelogrammis minoribus projectum eſſe in planum datum.**

DEmonſtr. Quoniam parallelogrammum datur rectangulum, recta FQC normalis eſt ad CC. Quare cum parallelogrammum ſubjecto plano ſit rectum, per *def.* 4. 11 FQC ſubjecto plano recta eſt. Ergo, ut oſtenſum in *præced.* AF, AI, AK occurrent ipſi BND in punctis ex. gr. E, G, D, & latus FQC cum partibus ſuis projicietur in DGEC. Ducatur iam altera AF occurrens BCM in X (occurret autem cùm FOC recta ſit plano ſubiecto eodem diſcurſu quo FQC) per *præc.* FOC projicietur in CX. Sed BX eſt ad CX ut AB ad FOC, hoc eſt ut AB ad FQC, hoc eſt ut BND ad CND, hoc eſt quoniam CC, DD ex datis æquidiſtant, ut BMD ad CMD. Dividendo igitur BC eſt ad CX ut BC ad CMD. Quare X & D unum eſt idemque punctum. Igitur FOC projicitur in CMD. Eodem modo probabitur IOC projici in CG: & KOC, in CE, neceſſe eſt

igitur

igitur FF projici in DD, & II in GG, & KK in EE. Ulteriùs ab A ducatur recta per punctum R occurrens DD in Z. Cùm igitur punctum R projiciatur in Z patet RS projici in SZ. Quoniam verò DD, FRF, ambæ ſunt parallelæ ad CC, erunt & inter ſe. Ergo DD in Z ſecta eſt à radio AZ, ut ab eodem FF in R, hoc eſt ut CC dividitur in S per rectam RS. At quia DD, CC æquidiſtant, etiam DZD diviſa eſt in D per rectam BSD ut CC in S. Ergo DZD in D & Z punctis eſt ſimiliter ſecta. Unum igitur idemque punctum eſt Z & D. Ergo RS projicitur in SD. Similiter oſtendam rectam F$\beta$C projici in rectam C$\delta$D. Cùm igitur omnes FOC, F$\beta$C, RS, FQC projiciantur in rectas CMD, C$\delta$D, SD, CND, & FF, II, KK, in DD, OG, EE, neceſſe eſt interſectionum puncta media II, KK projici etiam in puncta interſectionum media EE, GG. Totum igitur parallelogrammum datum cum ſuis partibus in planum datum projicitur. Quod erat demonſtr.

### *Corollarium I.*

Quo altitudo Oculi BA fuerit minor, eò latior erit longiorque projectio. Item ſervatâ Oculi eâdem altitudine quantò longiùs ab objecto abeſt Oculus, tantò projectio longior erit.

### *Corollarium II.*

Quantò Oculus longiùs à re proiiciendâ abfuerit, tantò projecturæ latera CMD, CND minus divaricabuntur, poteritque nihilominus longitudo projecturæ haberi quantam volueris, ſi altitudinem Oculi imminuas.

## PROPOSITIO XXIII.

Fig. 14. **Datam lineam CD utcumque ſectam, ex datâ diſtantiâ BC in datam longitudinem CP cum ſuis partibus projicere.**

CONſtr. Ex puncto C normaliter erige datam rectam CD. Tum ex P per D ducatur infinita PD cui occurrat BA normalis ad BCP. Demùm ex A per O & N ducantur AO, AN ſecantes CP in I, L.

*Duo Datam DC projectam eſſe cum ſuis partibus in datam lineam CILP.*

*Demonſtr.* Patet ex 21 hujus, ſi manente lineâ BP, triangulum BAP cum omnibus lineis in ipſo ductis ſtatuatur rectum plano ſubjecto.

Quomodo operandum ſit ſi loco diſtantiæ detur Oculi altitudo, ex conſtructione jam poſitâ facilè colligetur.

## PROPOSITIO XXIV.

**Datum parallelogrammum rectangulum DCK in quovis rectangula, ſive quadrata ſectum, ex datâ diſtantiâ & ſitu in figuram datæ longitudinis projicere.**

Fig. 14. CONſtr. Deſigna punctum B dato ſitu & diſtantiâ remotum à latere CK parallelogrammi dati. Ex B per C ducatur infinita linea BP & abſcinde CP æqualem longitudini datæ. Tum ex B per puncta E, F, G, H, K, duc itidem infinitas. Deinde latus CD conſtitue normaliter ad BP, ducaturque PD, cui in A occurrat BA normalis ad BP. Tum ex A per N, O rectas ducito AN, AO, ſecantes CP in L, I. Erit ergo per *præced.* DC cum ſuis partibus projecta in CILP. Ducantur demùm PRR, LQQ, IMM parallelæ ad CK.

*Dico parallelogrammum datum cum ſuis partibus in figuram CPRK data longitudinis CP eſſe projectum.*

*Demonſtr.* Patet ex 22 ſi manente BP, triangulum BAP cum omnibus lineis in eo ductis ſtatuatur ſubjecto plano rectum.

Quod ſi loco diſtantiæ, data fuerit Oculi altitudo, qui ſit inſtituenda conſtructio, ex his facilè colliges.

## PROPOSITIO XXV.

**Monſtroſam in dato plano figuram delineare quæ certo ſpectata loco, formoſæ inſtar imaginis appareat.**

CONſtr. Sume quadrilaterum aliquod rectangulum KCD, in quo depicta ſit imago quæpiam v. g. vultus hominis, & diſtingue in quadrata minora quæ quò plura fuerint, eò res erit accuratior. Tabulam ita cancellatam proiice per 24 in figuram quam volueris longam CPRK, & nota diſtantiam BG Oculique altitudinem BA. Deinde quæ in cancellis ſingulis imaginis KCD ſunt depicta, depinge in iis cancellis figuræ in quos projecti ſunt cancelli tabulæ, efformabitur imago in figurâ CPRK informis & monſtroſa. Fig. 14.

*Dico tamen ſi ſpectetur ex puncto A apparere ſimilem imagini in tabula KCD depictæ.*

*Demonſtr.* Imago figuræ CPRK eſt projectura imaginis in tabulâ KCD pictæ. Ergo in A projectionis principio & tota & partes eius ſingulæ ſub iiſdem ſpectantur angulis, ſub quibus imago tabulæ ejuſque partes videntur. Eidem ergo ſimilis apparet. Factum igitur quod petebatur.

Diſtantia & altitudo Oculi in promptu ut ſint, alliga projecturæ bacillum æqualem altitudini Oculi, filo quod diſtantiæ viciſſim eſt æquale.

### *Scholium.*

*Satis eſt ſi habeatur unius parallelogrammi cujuſcumque projectio ut in eo imagines quæcumque deformentur, modò ſint parallelogrammo projecto ſimiles; quod ipſum in reliquis propoſitionibus obſerva.*

## PROPOSITIO XXVI.

**Datam imaginem in dati coni convexâ ſuperficie deformare & reformare.**

DAtus ſit conus ARC, & imago ADCB quæ per radios circuloſque concentricos, prout præſcribetur propoſitione ſequenti, cancelletur. Fig. 15. & 16.

1. Deſcribatur triangulum rectangulum $\alpha\delta\omega$, ſitque $\alpha\delta$ par AO ſemidiametro baſis coni, & $\delta\omega$ par axi OR. Erit quoque $\alpha\omega$ par lateri AR. Et in quot æquas partes ſectus eſt radius imaginis OA, in tot ſecetur $\alpha\delta$ in punctis $\beta$, $\gamma$. Fig. 17.

2. In $\delta\omega$ producta ſume punctum quodvis $\phi$ pro Oculi diſtantiâ, iunganturque $\beta\phi$, $\gamma\phi$ ſecantes $\alpha\omega$ in $\zeta$, $\theta$.

3. Trans-

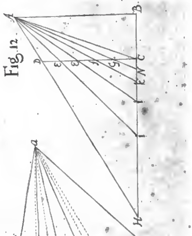


Fig. 12.



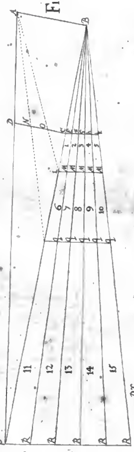


Fig. 14.

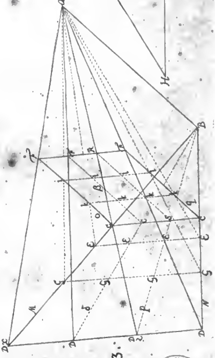


Fig. 13.

NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

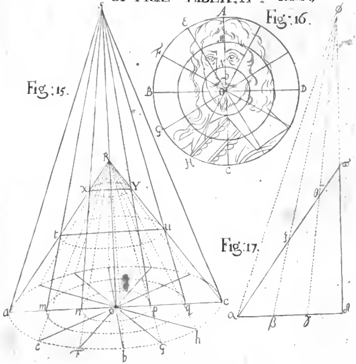
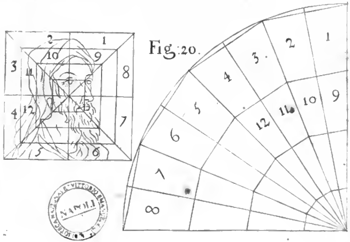



Fig: 20.




BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III NAPOLI

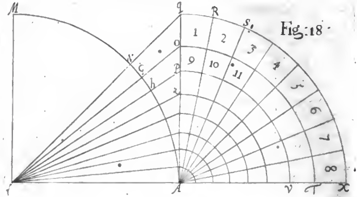



Fig: 18.

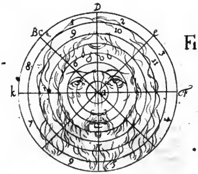



Fig: 17.

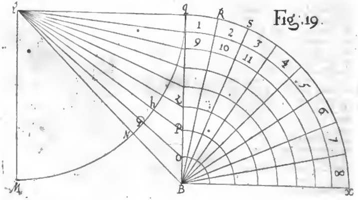



Fig: 19.

Digitized by Google

3. Transfer ſectiones πθ, πζ in latus coni, ſintque RX, RT, & per X & T deſcribe circulos baſi parallelos XY, TV.

4. Baſim coni in tot ſeca æquales arcus AE, EF, FB &c. in quot ſectus eſt circulus ADCB. Ducanturque in coni ſuperficie rectæ ER, FR &c. His peractis tota coni ſuperficies in tot erit ſecta cancellos, in quot imago.

Quare ſi cancelli imaginis transferantur in cancellos coni, habebitur imaginis deformatio: reformatur autem ſi ex producto axe abſcindas RS parem πφ Oculuſque in S collocetur.

*Demonſtratio.* Ducantur SX, ST, SY, SV occurrentes AC in M, N, P, Q. Patet AO ſimiliter eſſe ſectam ac αθ. Sed hæc ſecta eſt in æquales, ergo & AO, ac proinde & CO. Per puncta ergo M, N, P, Q ducantur concentrici & ex O centro, radij OA, OE, OF &c. Erit baſis coni in tot cancellos diviſa, in quot coni ſuperficies. Et in quot imago OADCB: ſingulique cancelli baſis Oculo poſito in S projecti ſunt in ſingulos cancellos ſuperficiei conicæ. Ac proinde ſi in baſi coni depicta eſſet imago ſimilis datæ, eſſet hæc in coni ſuperficiem projecta, ac proinde Oculus in S informem in ſuperficie coni depictam figuram videbit ſimilem imagini quæ eſt in baſi, hoc eſt ſimilem imagini datæ.

### *Corollarium.*

Cùm tota coni ſuperficies cerni poſſit ab Oculo ubicumque intra coni oppoſiti ſuperficiem conſtituto, licebit Oculum etiam extra axem collocare in quovis latere coni producto. Sed tum circuli circa imaginem deſcripti, ſe mutuo omnes in eodem puncto tangunt.

## PROPOSITIO XXVII.

### Imaginem datam in convexa ſuperficie conica aliter ita deformare, ut ex certo puncto reformata appareat.

*Fig.* 17. 1. CIrca datam imaginem circulum deſcribe, quem ſeca in arcus æquales v. g. octo per radios *abc*, *ad* &c. Atque unum ex radiis ſeca in partes æquales v. g. etiam octo, perque diviſionum puncta totidem deſcribe concentricos circulos,

*Fig.* 18. & 17. 2. Si vis deformatam in cono figuram datæ imagini non ſolùm ſimilem, ſed etiam æqualem apparere, ſume rectam A*q* duplam *k*F diametri circuli, eâque ut radio deſcribe *q*SX quadrantem, cujus peripheriam in totidem æquales arcus ſeca radiis A*q*, AR &c. in quot ſecta fuit peripheria circuli.

3. A*q* ponatur ipſi AX indirectum & æqualis, eâque ut radio deſcribe quadrantem LAM. Ducaturque L*q*: ſecabit hæc arcum AM bifariam in N. Arcum AN in tot ſeca arcus pares, in quot ſecuiſti *q*X, perque ſectionum puncta ex L duc radios occurrentes A*q* in O, P, Z &c. per quæ demùm centro A duc arcus OT, PV &c. Poſſunt quoque ſectiones lateris A*q* inveniri ex tabulâ tangentium, cùm A*q*, AO, AP ſint tangentes arcuum notorum AN, AG, A*b*.

4. In hoc cancellato quadrante depingatur imago ſic ut cancelli cancellis reſpondeant juxta numeros ſingulis inſcriptos.

Quibus peractis, ſi quadrans A*q*X conicæ ſuperficiei applicetur, Oculuſque ſtatuatur in eo axis puncto quod tantùm diſtat à coni vertice, quantùm hic à baſi, informis ſpecies in coni ſuperficiem projecta, apparebit datæ imagini æqualis & ſimilis.

### *Scholium.*

*Cancellatus quadrans hunc in modum ſemel deſcriptus inſerviet cuivis imagini deformandæ, ſi tot concentricis conſcribatur imago, quot arcus ducti ſunt in quadrante.*

## PROPOSITIO XXVIII.

### Datam imaginem in concava coni ſuperficie deformare & reformare.

OPerare ut in præcedenti, tantùm in numero 3 & 4 hæc immuta. In numero quidem 3 inverte LAM quadrantem ut monſtrat 19 figura: *Fig.* 19. In *num.* 4. Ut reformes, imaginem conſtitue in eo axis ultra baſim prolongati puncto, quod tantùm diſtet à baſi, quantùm hæc à vertice.

### *Corollarium.*

Quomodo imago data in pyramidis convexa & cavâ ſuperficie deformetur ac reformetur, intellectis duabus præcedentibus, ſatis colligitur ex figurâ oppoſitâ. *Fig.* 20.

### *Scholium.*

*Circa projectiones hæc obſerva.*

*1. Projectio valde longa parallelogrammi cancellati, adeoque & imaginis in eo picta in planum quodvis v.g. murum facillimè peragetur hoc modo. In pariete qui eum, in quo fit projectio, ad rectos contingit angulos,* *Fig.* 14. *duc rectam BA, quæ terminetur in januâ & diſtet ab horizonte ad ſtaturam hominis. In ejus extremo A quod in ipſa debet eſſe janua, ut ſtatui in eo poſſit oculus, filum affige. Tum in fine muri deſignentur puncta P, R pro latitudine projectionis ad quæ ex B funium adminiculo ducantur rectæ BP, BR. Deinde ſumptâ ad libitum rectâ PC pro longitudine projectionis duc CK horizonti rectam, quam ſeca in tot partes æquales in quot ſecta eſt altitudo imaginis projicienda. Eligatur autem pertica quæpiam in quâ deſignentur tot partes CO, ON, ND ipſis CE, EF, FG &c. æquales, in quot ſecta eſt imaginis latitudo CD, & ex uno punctorum C, E, F &c. in pariete erigatur & firmetur perpendiculariter. Filo denique quod in A alligatum fuit ad ſectiones O, N, D applicato & extenſo, ſignentur in muro puncta I, L, P quæ erunt ad unam rectarum ex B per C, E &c. ductarum. Si jam ex P, L, I ducantur rectæ horizonti perpendiculares PR, LQ, IM, peracta erit parallelogrammi cancellati projectio & deformatio, quæ tantò longior erit, quantò BA Oculi diſtantia à muro fuerit minor. Reformata apparebit oculo in januâ ingreſſu in A conſtituto.*

*Aliquantò operoſius, at longè exactiùs fit deformatio abſque reticulato parallelogrammo ſi iconis punctis ſingulis quæ præcipua lineamenta determinant, applicetur gemmula circa filum ſurſum deorſumque mobilis (quod ipſum filum etiam mobile per perticam, ſeu regulam terræ parallelam ex quâ pendet) ac deinde amotâ icone, ex*

*Oculo per gemmulam eductum filum parieti occurrens deſignabit in eo projectionem puncti dati cujuſcumque: porrò icon ad parietem circa cardines volvi debet, ut projectionis longitudinem liceat pro libitu determinare.*

2. *Cujuſvis rei projectio & deformatio in dato plano imò in datâ ſuperficie facillimè ſic peragetur. Objectum ſuprà planum normaliter ſtatue, & retrò candelam accenſam ſtatue, ut objecti umbra in planum datum cadat, quæ tantò erit major & deformior quantò candela fuerit propinquior & minùs elevata ſuprà planum projectionis. Si umbræ lineamenta notes & coloribus inducas, habebitur objecti deformatio, quod reformatum apparebit Oculo in loco facula poſito.*

3. *Perficietur quoque projectio imaginis datæ non ſolùm in plano dato, ſed quacumque etiam ſuperficie ut cylindricâ, conicâ &c. hunc in modum. Lineamenta præcipua acu pertundo: Si lumen retrò apponas, projicientur in datam ſuperficiem per radios luminoſos lineamenta illa pertuſa: quæ ſi notentur ac deinde coloribus inducantur, Oculo in loco luminis poſito, reformatam exhibebunt imaginem. Poſſet etiam luce Solari peragi projectio imaginis, ſed reformari non poſſet, cùm radij Solares non coeant in punctum in quo ſtatuendus Oculus eſſet.*

4. *In loco patenti exiſtat Oculus reformatam cernens imaginem, projectionis longitudo ea aſſumi debet, ut ejus pars citima & remotiſſima non appareant ſenſibiliter habere differentiam diſtantiæ. Ad quod etiam conducet ſi viciniora tenuiùs, remotiora intenſius ac vivaciùs pingantur. Item ſi parti citimæ aliud quidpiam intenſo colore appingatur, remotiſſimæ verò campi aperti &c. colore diluto. His enim omnibus tolletur obliquitas projectionis.*

5. *Diſtinctiùs apparet imago reformata ſi per foramen aut tubulum conſpiciatur. Quod ſi tubum Opticum adhibeas, adhuc longe diſtinctior evadet reformatio.*

6. *Longè admirabilior erit projectio, magiſq; latebit artificium, ſi inverſa ſit, ac deinde ex loco debito eam conſpicias tubo duobus vitris convexis inſtructo: reformata enim & erecta apparebit.*

7. *Plus admirationis habent projectiones illæ quæ non tantùm ex certo puncto obliquè ſpectatæ diſtinctam imaginem exhibent, ſed etiam directo viſæ intuitu res planè diverſas repræſentant. Modum artificij oſtendo in exemplo.*

*Projectus ſit in murum aliquem S. Ioannes Evang. veſte indutus viridi, chlamide purpureâ &c. In projecturâ veſtis pingo campos, ſylvas, nemora, hortos, beſtiolas, aves, ſinuoſos marium anfractus, ripas, naves &c. In zona candida projecturâ labentes fluminis aut fontis aquas, in candidis libri aperti folijs ingentem lacum in eoq; portus, littora, piſcatores &c. Sed in his omnibus hæc potiſſimùm obſerva.*

*Primò ut ea pingantur quorum colores cum projecturæ coloribus maximè conveniant.*

*Secundò ut ſint modicæ quantitatis, quæ nimirùm in puncto reformationis non appareant.*

8. *Tandem imago quævis in quamcumque ſuperficiem, duorum ſtylorum adminiculo alicui tabulæ perpendiculariter affixorum facillimè projicitur, ſi nimirùm tabulam ita vertas & moveas, ut umbra unius ſtyli per præcipua imaginis lineamenta feratur: eodem enim tempore umbra ſtyli alterius deſcribet in eodem quidem plano, in quo imago eſt, figuram omninò ſimilem imagini prototypæ; in plano verò diverſo aut ſuperficie quâvis aliâ diſſimilem, quæ tamen ex ſtyli vertice ſpectata ſimilis appareat.*

Demonſtratio ex elementis facilè colligitur.

## FINIS LIBRI SECUNDI.

# OPTICÆ
## LIBER TERTIUS
### DE
# PROJECTIONE
## ASTRONOMICA.

PRojectionem Aſtronomicam voco, quâ ſphæra cum ſuis punctis ac circulis in planum tranſcribitur, organumque conficitur cætera omnia longiſſimè antecellens, quod Planiſphærium, ſive Aſtrolabium appellamus. Duas illa ſpecies complectitur. Prima eſt quæ in ſuperficie ipsâ ſphæræ conſtituit Oculum, à quo radij per ſingula ſphæræ puncta emiſſi, & plano ad Oculum perpendiculariter oppoſito excepti, projecturam ſphæræ deſignant. Ex hac duplex Aſtrolabium enaſcitur, Polare & Æquinoctiale, hoc quidem Oculo in principio ♈ vel ♎ poſito; illud verò Oculo ad polum alterutrum tranſlato. Altera, quam Orthographicam dicimus, Oculum requirit à ſphærâ infinitè diſtantem, ac proinde radijs parallelis ſphæram in planum oppoſitum tranſcribit. Atque ex illâ tertium Aſtrolabij genus promanat, quod Orthographicum appellabimus. Quamvis porrò projectionis hujuſce uſus ad Aſtronomiam pertineat, ipſa tamen æquè ac ſcenographica, ad Opticam tota ſpectat. Quare illius artificium omne atque unà triplicis Aſtrolabij ſtructuram adjunctis ubique demonſtrationibus, hoc libro accuratè & breviter à fundamentis exponam. Quâ in re aliquod fortaſſe pretium operæ tuliſſe illis videbimur, qui ingens Chriſtophori Clavij de ſolo polari Aſtrolabio conſcriptum volumen aliquando viderint, cujus ea eſt prolixitas, ſchemata verò tam implexa ac intricata, ut à nullo mortalium hactenus perlectum fuiſſe totum exiſtimem.

## CAPUT PRIMUM.

### Exponitur ac demonſtratur artificium generale projectionis Aſtronomicæ, Oculo in ſphæræ ſuperficie conſtituto.

*Definitiones.*

1. PLanum projectionis voco, quod per ſphæræ centrum tranſiens Oculo in ſuperficie ſphæræ conſtituto perpendiculariter opponitur.

*Fig. 1.* Statuatur Oculus in ſuperficiei ſphæræ puncto quovis A, quo per ſphæræ centrum B ducatur diameter ABS: ad hanc perpendiculare ducatur planum infinitum per centrum B ſphæram ſecans maximo circulo BCLEω. Hoc planum vocabimus planum projectionis.

Hinc patet *primò* punctum A, ubi Oculus eſt, eſſe polum *a* circuli maximi BCLEω in projectionis plano conſtituti.

*a Per 8. 1. ſph. Theod.*

Patet *ſecundò* circulos maximos per Oculum A tranſeuntes, cujuſmodi ſunt ACSE, ALSω, ad planum projectionis rectos *b* exiſtere; omnes ſiquidem tranſeunt per diametrum ABS, quæ dicto plano eſt recta.

*b per 10.11.*

2. Punctum projicitur in punctum, quo radius ab Oculo per punctum projiciendum emiſſus, plano projectionis occurrit.

Eſto in ſphærâ punctum V, per quod ab Oculo A radius evibretur projectionis plano occurrens in X, puncti V projectura eſt punctum X.

3. Linea recta per Oculum non tranſiens projicitur in rectam lineam quâ planum per Oculum & lineam projiciendam tranſiens, interſecat planum projectionis.

Detur in ſphærâ recta NP, per quam & oculum A ducatur planum NAP ſecans projectionis planum rectâ GK. Hæc eſt projectura rectæ NP.

4. Quivis ſphæræ circulus projicitur in eam portionem plani projectionis, quâ illud interſecat conum, cujus vertex eſt Oculus, baſis verò circulus proiiciendus.

Detur in ſphærâ circulus NSP: conus ſub quo is ſpectatur ab Oculo A, eſt NAPZ: illius ſectio communis cum plano projectionis eſto GφKθ. Projectura circuli NZP eſt ſuperficies GφKθ. Pari modo PXTβ eſt projectura circuli DVF. Porrò circulos ſphæræ quoſlibet, ſive plano projectionis æquidiſtent, ſive non, ab Oculo in ſuperficie ſphæræ conſtituto proiici in circulos, demonſtrabitur *prop. 5. & 7.*

5. Circulum primitivum voco eum ipſum, qui proiiciendus proponitur. Idem de lineis intellige.

*Definitiones circulorum ſphæræ & ſi qua occurrent alia, petantur ex lib. 1. num. 1. Aſtronomiæ.*

## PROPOSITIO I.

**Hemiſphærii Oculo oppoſiti CLSEω projectura, eſt maximus ſphæræ circulus BCZEω, in projectionis plano exiſtens; circa hunc verò undequaque in infinitum extenditur projectura hemiſpherii ACLEω Oculum continentis.**

Fig. 1. Demonſt. *1. Pars.* Si ab Oculo A ad puncta quælibet hemiſpherii CLSEω radii emittantur, manifeſtum eſt omnes ſecare maximum circulum BCLEω. Ergo per *defin.* 2 puncta quælibet hemiſpherii dicti proiiciuntur in totidem puncta maximi circuli CLSEω. Et quoniam hemiſphærium & maximus circulus ab Oculo A ſpectantur ſub eodem cono, cujus baſis ſit ipſe maximus circulus, vertex autem in Oculo A, liquet hemiſpherii projecturam circulo maximo adæquari præciſè.

*Demonſt. 2. Pars.* Per quodvis hemiſphærii ACLEω punctum D emittatur radius ab Oculo A: is plano projectionis occurret extra maximum circulum, putà in R. Ex quo patet projecturam huius hemiſphærii totam extra maximum circulum exiſtere, eumque ambire, ſic ut incipiat à peripheriâ CLEω, cum hæc hemiſphærio ac projectionis plano ſit communis. Sumatur deinde in plano projectionis punctum quantumvis remotum Q, ad quod ab Oculo A radius ducatur AQ, & in plano AQB ſphæram tangat recta AY: quæ erit parallela ad planum projectionis, cùm tam ipſa per *16. 3*, quàm planum projectionis per *def. 1.* ad lineam AB ſint recta. Manifeſtum eſt igitur ex *16. 3.* radium QA, occurrere ſuperficiei ſphæræ infrà contactum A, putà in M. Liquet igitur ex *defin. 2.* punctum M projici in Q, ac proinde hemiſphærii ACLEω projecturam protendi in infinitum.

## PROPOSITIO II.

Fig. 1. **Linea recta per Oculum tranſiens, projicitur in punctum, in quo occurrit plano projectionis.**

Patet ex hypotheſi ipſâ & definitione ſecundâ. Sic recta ADR proiicitur in punctum R, & recta AS in punctum B.

## PROPOSITIO III.

**Circuli maximi per Oculum (A) tranſeuntis (BACSE) medietas Oculo oppoſita (CSE) projicitur in ſuam & ſphæræ diametrum (CE), medietas verò altera CAE, in rectas ad utramque diametri partem infinitè extenſas.** Fig. 1.

Signentur in ſemicirculo CSE quævis & quotvis puncta O. Quoniam diameter CE eſt communis ſectio circuli BACSE cum plano projectionis, liquet radios ab Oculo A ad puncta O emiſſos, ſecare diametrum CE in totidem punctis I, ac proinde puncta O a proiici in puncta I. Ex quo patet totum a per def. 2. ſemicirculum proiici in totam diametrum CE: quod erat primum. Eodem modo oſtendes ſemicirculum CAE proiici in diametrum CE utrimque protractam. Quod autem huius projecturæ non ſit terminus, ſic probabitur. Sumatur in diametro CE producta, punctum quantumvis remotum Q, à quo ad Oculum A radius ducatur QA; tangat autem circulum recta YA in A, quæ erit ad BEQ parallela, cùm ambæ YA, BEQ ſint ad AB perpendiculares, YA quidem per *16. 3*; BEQ verò per *defin. 1.* Patet igitur ex *16. 3.* radium QA ſecare peripheriam infrà contactum A, in M. Ergo punctum M projicitur ab Oculo A in Q. Ex quo liquet ſemicirculi EAC projecturam protendi in infinitum.

### *Corollarium.*

Ex his patet 1. Si Oculus ſit in A polo mundi, omnes meridianos ACSE, ALSω &c. projici in diametros Æquatoris CBE, LBω, quibus ipſi Æquatorem interſecant; polum verò A projici in Æquatoris centrum B.

Patet 2. Diametros Æquatoris per ſingulos eius gradus ductas, eſſe projecturas Meridianorum per ſingulos Æquatoris gradus tranſeuntium.

## PROPOSITIO IV.

**Circuli maximi per Oculum tranſeuntis & graduum ejus projecturas deſcribere.**

Tranſeat per Oculum A maximus circulus BACSE ſectus in quotvis æquales arcus CO, Fig. 1. OO, OO: huius projectura b eſt diameter CBE. b per prop. Oporteat in hanc tranſcribere projecturas arcuum CO, OO.

Circa CBE diametrum in plano projectionis dato deſcribe CLEω circulum dato ACSE æqualem, quem partire in arcus Cπ, ππ æquales arcubus CO, OO. Ductâ deinde ad diametrum CBE, perpendiculari diametri LBω, ex puncto ω, per diviſiones π, π radii emittantur ωπ, ωπ, occurrentes ipſi CBE in I, I. Erunt CI, II, projecturæ arcuum CO, OO.

*Demonſt.* Quoniam circuli CLEω, ACSE æquales ſunt, ſimiliterque diviſi in O, O; π, π, & anguli CBA, CBω recti, ſi circa immotam diametrum CBE, planum circuli CLEω unà cum inſcriptis ſibi lineis ωIπ, ωIπ convertatur donec rectum inſiſtat plano projectionis, manifeſtum eſt circulum CLEω, tunc congruere

congruere circulo ACSE; & puncta $b$, L punctis A, S; & arcus Eπ, ππ arcubus CO, OO, & radios ωlπ, ωlπ, radiis AO, AO, ſic ut radii ωlπ toto tempore converſionis dictæ ſecare pergant ipſam CE in punctis ſemper iiſdem I. Ex quo patet puncto O, O, projici in puncta I, I, ac proinde rectas CI, II, eſſe projecturas arcuum CO, OO.

## PROPOSITIO V.

*Fig. 2. 3.* **Circuli (DMGQ) projectionis plano paralleli projectura circulus eſt, cujus centrum idem eſt cum centro ſphæræ, in quod primitivi circuli centrum proijcitur, & partes projecturæ ſunt primitivi circuli pattibus proportionales.**

Coni DMGQA ſub quo ſpectatur ab Oculo A circulus DMGQ, cum plano projectionis ſectio communis eſto BKNL. Hæc per *defin.* 4, eſt projectura circuli DMGQ; quæ cùm ex hyp. circulo DMGQ æquidiſtet, per 4. 1. *Conic.* circulus erit: quod erat primum.

Ducatur deinde ab Oculo A ad centrum ſphæræ B radius AB, occurrens plano circuli MGQ in D. Per *defin.* 1. erit AB perpendicularis plano projectio-
*b Per hyp.* nis. Quare cùm huic æquidiſtet *b* circulus DMGQ,
*c Patet ex* erit quoque AB perpendicularis ad circulum
*14. 11.* DMGQ. Quare AD axis eſt coni DMGQA. Cùm ergo B ſit centrum circuli KNL, etiam D erit centrum circuli MGQ. Quare cùm D, B centra circuli & projecturæ eius exiſtant utraque in radio ADB,
*d per def. 2.* liquet D centrum circuli proiici *d* in B centrum projecturæ ejus: quod erat alterum.

Poſtremò circulus primitivus utcumque ſectus ſit in M, F, G, & ab Oculo emittantur radii AMK, AFO, AGN, ducanturque ad centra, D, B, radii MD, FD, GD, & KB, OB, NB. Quoniam plana per hyp. parallela DMGQ, BKNL ſecantur plano
*i per 16. 11.* OAB, erunt ſectiones *i* FD, OB parallelæ. Ob eandem cauſam parallelæ erunt GD, NB, item MD, KB. Igitur anguli ad centra MDF, KBO, item
*m per 10. 11.* FDG, OBN æquales *m* ſunt. Arcus *n* ergo MF, KO, itemque FG, OV ſimiles ſunt. Atqui arcus MF, FG
*n per 33.* proiiciuntur in arcus KO, ON, nam puncta M, F, G,
*o per def. 2.* proiiciuntur *o* in puncta K, O, N. Igitur KO, ON partes projecturæ KNL, ſimiles ſunt primitivi circuli MGQ partibus MF, FG. Quod erat tertium.

## PROPOSITIO VI.

**Dati in ſphæra circuli (DMGQ) projectionis plano paralleli, & in partes, ſeu gradus ſecti projecturam deſcribere.**

Maximus in ſphærâ circulus ACSE unà cum diametris ad invicem rectis AS, CE deſcribatur in plano, ut factum vides in *figurâ* 5; & quot graduum eſt arcus AM, ſeu AQ, diſtantia circuli ab Oculo A, totidem numera gradus ex *a* in *m* & ex *a* in *q*; ducaturque recta *mq*: ea referet diametrum circuli proiiciendi DMGQ. Ducatur tandem ex *a* per *m* recta *amk* occurrens ipſi *ce* in *k*, vel ex *a* per *q* recta *aql* occurrens *ce* in *l*. Tum centro *b* per *k*, *l* deſcribe circulum *knlx*. Hic eſt projectura dati in ſphærâ circuli DMGQ.

Demonſtratio ex *præc. prop.* manifeſta erit, ſi circulus *caes* unà cum rectis *abs*, *cbe*, *amk*, *aql* circa lineam *kbl* immotam converti intelligatur, uſque dum perpendiculariter inſiſtat plano projecturæ *bknlx*, uti vides in fig. 3. vel 4.

Seca deinde projecturam in *k*, *o*, *n* eâdem proportione, quâ ſectus in ſphærâ ponitur circulus MFGQ, in M, F, G. Erunt arcus *ko*, *on* projecturæ arcuum MF, FG, circuli primitivi, ut patet ex 3 parte propoſitionis præc.

## PROPOSITIO VII.

**Circuli ad projectionis planum non paralleli projectura etiam circulus eſt, cujus centtum diverſum à puncto, in quod primitivi circuli centrum proijcitur.**

Eſto quivis in ſphærâ circulus OFZGR obliquus ad projectionis planum. Conus FZGA, ſub quo *Fig. 6. 7. 8.* ab Oculo A ſpectatur circulus OFZG, produci intelligatur uſque ad planum projectionis efficiens in illo ſectionem KHQIX. Ex *defin.* 4. KHQIX eſt proiectura circuli OFZGR demonſtrandum eſt hanc circulum eſſe.

Secetur ſphæra per Oculum A & centrum B plano ad circulum OFZG recto. Tranſibit hoc etiam per *a* O circuli centrum, eiuſque polos V, T, producetque in circulo ſectionem diametralem FOG, in *a per 13. 1. ſph. Theod.* ſphærâ autem maximum circulum ACSE, in quo ducantur rectæ ABS, FS, AF, AG & AO, quæ erit axis coni FZGA. Deinde planum ABCFVGT ſecans prædictum, in quo (ut iam expoſui) exiſtunt circulus maximus ACSE, cum rectis ABS, FS, AF, AG, AO, efficiat in plano proiectionis rectam HBIE. Liquet igitur rectas AF, AG occurrere plano projectionis in duobus punctis ipſius HBE, putà in H & I, ac proinde HI eſt proiectura diametri FOG.

His ita conſtitutis, quia AB recta eſt *b* plano proiectionis, etiam recta eſt ad *c* ipſam HI in projectio- *b per def. 1.* *c def. 3 11.* nis plano exiſtentem. Cùm igitur rectus ſit angulus *e per 31. 3.* ABH, is æqualis erit angulo AFS, qui & ipſe rectus *e* eſt, utpote in ſemicirculo ACS. Quare in triangulis HBA, SFA cùm æquales ſint anguli ABH, AFS, & HAB, ſeu FAS communis, etiam reliqui *i* H & S *i 32. 1.* æquales erunt. Atqui S angulus æquatur angulo *m* *m per 21. 3.* AGF, quia ambò ſunt in eodem ſegmento FSGA. Ergo etiam angulus H ipſi AGF æqualis eſt. Conus igitur verticem habens in A, ſubcontrariè ſectus eſt *n per 5. 1. conic.* ſectione HQIX, quæ proinde eſt *n* circulus diametrum habens HI.

Deinde quia radius AO ductus ab Oculo A ad circuli FZG centrum O, & recta HBIE ſunt (ut oſtendi ſuprà) in eodem plano quod per A Oculum, ac B ſphæræ centrum tranſit, patet radium AO occurrere ipſi HBIE in puncto aliquo P, quod proinde eſt proiectura centri O. Punctum verò P non biſecare diametrum HI proiecturæ HQIX, ac proinde diverſum eſſe ab eius centro K, nimis eſt quàm manifeſtum.

*In fig. 8. circulus OFZG eſt parallelus axi projectionis ABS, & tunc ejus poli V, T, ac centrum O ſunt in ipſo plano projectionis.*

### *Corollaria.*

1. Punctum P in quod projicitur obliqui circuli centrum O, eſt in projecturæ HQIX diametro HI, quæ eſt communis ſectio plani BHFAVGT ad circulum obliquum recti cum plano projectionis. Patet ex demonſtratis.

2. Inter projecturas diametrorum obliqui circuli FZG maxima eſt HI projectura diametri FOG, quam in obliquo circulo producit planũ BHFAVGT ipſi rectum. Cùm enim centrum O projiciatur in ipſius HI punctum P diverſum à projecturæ HQIX centro K, patet diametros reliquas circuli OFZGR diverſas ab FG projici ab Oculo A in lineas projecturæ HQIX inſcriptas, & ſeſe mutuo interſecantes in P. Inter has porrò omnium maximam eſſe conſtat HI, quæ per K centrum projecturæ HQIX & punctum P incedit, eſtque projectura diametri FOG.

3. Iiſdem poſitis, poli V, T, obliqui in ſphærâ circuli OFZG projiciuntur in eandem illam diametrum HI, quæ inter projecturas diametrorum obliqui circuli eſt maxima. Cùm enim planum circulo OFZG rectum tranſiens per AB, quod in projectionis plano produxit ipſam HI, etiam tranſeat per polos T, V circuli OFZG, manifeſtum eſt radium ab Oculo A eductum ad polum T, occurrere ipſi HI in puncto aliquo N; quod proinde projectura *o* eſt poli T. Eodem modo radius ab Oculo A emiſſus per polum alterum V occurret alicubi diametro HI quantùm opus erit productæ. *o per def. 2.*

## PROPOSITIO VIII.

### Situm obliqui in ſphæra circuli determinare.

*Fig. 6. 7. 8* DEtur in ſphærâ circulus OFZGR obliquus ad Oculum A, & ad projectionis planum. Per oculum A & ſphæræ centrum B agatur planum circulo OFZGR rectum. Tranſibit hoc per O circuli *o* centrum, eiuſque polos T, V; producetque maximum in ſphærâ circulum AFTGV, & in obliquo circulo diametrum FG. *o per 13. 1. ſph Theod.*

Dico notis arcubus AF, AG, notum eſſe ſitum obliqui circuli in ſphærâ. Si obliquus circulus eſt *c* maximus, aut non maximus, ſed ad projectionis *d* planum rectus, ſufficit arcus alteruter: ſi nec *e* maximus nec rectus projectionis plano, uterque requiritur. *c Fig. 6. d Fig. 8. e Fig. 7.*

Idcirco autem ab his arcubus deſumitur determinatio poſitionis obliqui in ſphærâ circuli, quòd inter omnia FZG circumferentiæ puncta ab Oculo A diſtent F minimè, G maximè. Si enim ſphæra ſecetur quovis alio maximo circulo non recto ad circulum OFZG, occurrens circulo ex. gr. in Z, erit arcus AZ maior arcu AF, & minor arcu AG, quod facilè lector demonſtrabit.

Porrò circuli in ſphærâ ſitus, quem per diſtantiam ab Oculo determinavimus, æquè determinabitur per notam eius ab Æquatore diſtantiam FC, vel GE; quod facilè, jam dicta qui expenderit, intelliget.

## PROPOSITIO IX.

### Dati in ſphæra circuli ad planum projectionis non paralleli, (OFZGR) ejuſque centri ac polorum projecturam deſcribere.

SEcta ſit ſphæra per centrum ſuum B ac Oculum A maximo circulo BAFSG recto ad circulum obliquum OFZGR. Tranſibit hic *a* etiam per O centrum eiuſdem, & per polos V, T; producetque in eo diametrum FG; arcuſque AF, AG eiuſdem in ſphærâ *o* ſitum determinabunt. Circulus porrò BAFSG, rectus etiam erit plano *r* projectionis, ſecabitque illud diametro CBE, ad quam diameter altera ABS per oculum ducta, perpendicularis eſt, ut patet ex *p. 1. hujus & def. 3. 11.* *Ad litteras majuſculas inſpice fig. 6.7.8; ad minuſculas verò fig 9. 10. 11. a per 13. 1. ſph. Theod. o per præc. r per prop. 1.*

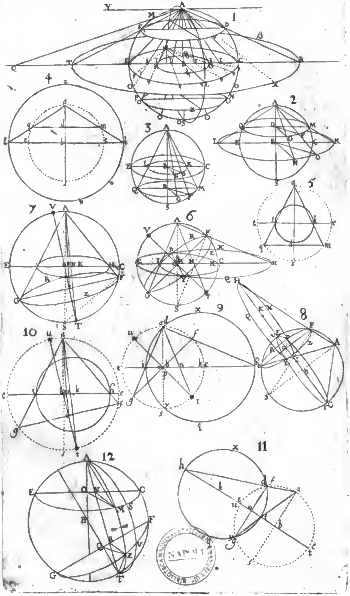
*Conſtr.* Deſcribe igitur in plano dato circulum, & per centrum *b* diametros *as*, *ce* perpendiculariter ſeſe interſecantes. Tum gradus arcuum AF, AG (ſupponuntur enim eſſe dati), numera ex *a* in *f* & *g*, ducaturque recta FG. Hæc diametrum repræſentat circuli projiciendi. Deinde *fg* biſectâ in *o*, per *o* & centrum *b* recta ducatur *ut*, occurrens circulo in punctis *u* & *t*. Hæc referent polos V, T circuli projiciendi. His peractis ex *a* per *f* & *g* rectæ emittantur *af*, *ag* occurrentes ipſi *ce* in *h* & i. Recta *hi* erit diameter projecturæ. Quare ſi *hi* biſectâ in *k*, centro *k* per *h* & *i* circulus deſcribatur *hqix*, hic erit projectura obliqui in ſphærâ circuli. Ducatur deinde ex *a* per *o* recta *ao* occurrens ipſi *ce* in puncto *p*. Hoc eſt projectura centri obliqui circuli. Rurſum ex *a* per *t* recta ducatur *at* occurrens ipſi *ce* in puncto *n*. Hoc eſt projectura poli *t*. Poſtremù ducta ex *a* per *u* recta *au* donec concurrat cum *ce*, dabit proiecturam poli alterius *u*.

*Demonſtr.* Planum circuli *bacse* unà cum rectis *afh*, *aig*, *fg*, *ao*, *ubr*, *ant*, circa rectam *hie* immotam converti intelligatur uſque dum perpendiculariter inſiſtat plano circuli *hqix*, uti exhibetur in *Fig. 6.7.8*, in quibus circulus HQIX exiſtens in plano projectionis per ſphæræ centrum B ducto, eſt circulus *hqix*, & circulus BACSE eſt circulus *abcse*; & puncta H, K, N, P, I ſunt puncta *h*, *k*, *n*, *p*, *i*; & puncta A, F, G, V, T reſpondent punctis *a*, *f*, *g*, *u*, *t*; & rectæ FOG, AFH, AIG, TV, ANT, AOP rectis *fog*, *afh*, *aig*, *tu*, *ant*, *aop*. Quoniam igitur per *def. 2.* ab Oculo A puncta F, G projiciuntur in H, & I, liquet obliqui circuli diametrum FG projici in rectam HI. Quare cùm per *prop. 7* obliqui circuli projectura circulus ſit, patet circulum HQIX circa diametrum HI deſcriptum, hoc eſt circulum *hqix*, eſſe projecturam obliqui circuli FZGR. Rurſum ex *def. 2* patet punctum P eſſe projecturam centri O. Atqui P eſt *p*. Ergo etiam *p* eſt projectura centri O. Poſtremò quia N eſt *e* projectura poli T; N verò idem eſt cum *n*, etiam *n* erit projectura poli T. Quare facta ſunt, quæ petebantur. *e def. 2.*

### *Corollarium.*

Quando obliquus in ſphærâ circulus ſecat planum projectionis ex. gr. ſecundùm rectam *i* DY, portio ab Oculo remotior DGY projicitur in minorem projecturæ portionem DIY, ſeu *diy*, quæ tota comprehenditur intra circulum ſphæræ maximum CYED; portio autem FYD ab Oculo remotior in maiorem DHY, ſeu *dhy*, quæ extra maximum circulum CYED protenditur. *i Fig. 6. 8. 9. 11.*

PO



## PORISMA.

Fig. 12. 13

*Dentur in ſphærâ duo æquales circuli CME, FZG, ſive maximi illi ſint, ſive non maximi, & polus unius ſit A, alterius verò (ſed priori oppoſitus) ſit T. Ducantur per polos A, T, circuli quotcumque ACFT, ASVT, AMZT. Dico arcus CS, FV, & SM, VZ, ac deinceps æquales eſſe.*

D*Emonſtr.* Unus circulorum per polos tranſeuntium ſimul etiam tranſeat per B centrum ſphæræ, ſitque ille ACFE: tranſibit is etiam *a* per O, Q centra circulorum CME, FZG, quorum proinde diametri CE, FG, uti & rectæ TB, AB à polis ad ſphæræ centrum emiſſæ, nec non recta TA polos connectens, ſunt in plano maximi circuli ACFE, rectaque TA occurret diametris CE, FG, putà in punctis N & R; à quibus ducantur rectæ NM, RZ, & à centris O, Q, radii OM, QZ. Jam quia TB, AB ductæ ſunt à polis T, A, ad ſphæræ centrum B, tranſibunt illæ *b* per Q, O centra circulorum FZG, CME, ac proinde ad plana eorumdem *c* circulorum ſunt perpendiculares. Quare etiam ad rectas CE, MO; FG, ZQ in ipſis ductas perpendiculares *d* erunt, adeoque recti ſunt anguli AON, TQR, item AOM, TQZ. Deinde quia æquales ſunt circuli CME, FZG, polorum à centris diſtantiæ AO, TQ *i* æquales erunt. In triangulis igitur MAO, STQ, cùm æqualia ſint latera AO, TQ, itemque OM, QZ, utpote radii æqualium circulorum, & anguli inſuper AOM, TQZ utpote recti; etiam baſes *o* AM, TZ, adeoque & arcus *x* AM, TZ erunt æquales. Quia verò triangulum ABT Iſoſceles eſt cùm latera AOB, TQB ſunt radii ſphæræ, anguli NAO, RTQ *m* æquales erunt. Quoniam ergo in triangulis ANO, TRQ æquales ſunt anguli AON, TQR, utpote recti, itemque anguli NAO, RTQ, & latera AO, TQ, *s* æqualia etiam latera NO, RQ, nec non AN, TR æqualia *n* erunt. Ulteriùs quia æquales oſtendi ſuprà arcus AM, TZ, ſi his addatur in *Fig.* 12, dematur autem in *Fig.* 13 communis arcus MZ, erunt arcus AZ, TM æquales. Quare *p* anguli ZTA, MAT, ſive ZTR, MAN, æqualibus arcubus inſiſtentes, erunt æquales. In triangulis igitur NAM, RTZ cùm æqualia ſuprà oſtenderim latera AM, TZ, item AN, TR, nec non angulos MAN, ZTR, etiam baſes MN, ZR æquales *r* erunt. Poſtremò in trigonis NMO, RZQ, cùm æquentur latera MN, ZR, & ſupra oſtenderim æquari etiam NO, RQ, itemque æquales ſint OM, QZ æqualium circulorum radii, liquet angulos MON, ZQR, hoc eſt MOC, ZQF, æquales *t* eſſe. Unde etiàm arcus CM, FZ *u* æquales erunt. Eodem ratiocinio æquari oſtendes arcus CS, FV. Demptis ergo æqualibus CS, FV ab æqualibus CM, FZ, etiam reliqui SM, VZ æquales erunt. Liquet ergo propoſitum.

*a per 13. 1. ſph. Theod.*
*b colligitur ex 10. 1. ſph. Theod.*
*c per 8. ibid.*
*d per def. 3. 12.*
*e per hyp.*
*i per 6. 1. ſph. Theod.*
*o per 4. 1.*
*x per 26. 3.*
*m per 5. 1.*
*s jam oſtendi.*
*n per 24. 1.*
*p per 21. 3.*
*r per 4. 1.*
*t per 8. 1.*
*u per 28. 3.*

## PROPOSITIO X.

### Projecturas graduum maximi in ſphæra circuli ad projectionis planum non paralleli, deſcribere.

*Ad majuſculas inſpice Fig. 14. ad minuſculas verò Fig. 15.*

E*Sto* maximus in ſphærâ circulus obliquus DFZG ſectus in arcus quotcumque FZ, ZZ, ZZ. Oporteat horum projecturas invenire. Per Oculum A & ſphæræ centrum B planum ducatur rectum circulo DFZG: erit hoc etiam *a* rectum plano projectionis DCYE, tranſibitque *b* per T, V polos circuli DFZG: producet autem in ſphærâ maximum circulum AFCTSGEV rectum (ut dixi) circulo utriq; DFZG & DCYE; in circulo verò DFZG diametrum producet FBG; in plano demùm projectionis rectam HCBIE, eritque HCI diameter *c* projecturæ dati circuli DFZG. His poſitis,

*a Per prop. 1.*
*b Per 13 1. ſph. Theod.*
*c vide dem. prop. 7.*

*Conſtructio erit ejuſmodi.* Deſcribatur in plano circulus *adfctyse* maximo ſphæræ circulo æqualis; qui repræſentabit duos maximos in ſphærâ circulos, nempè circulum DCYE in ipſo projectionis plano exiſtentem, & alterum AFCTSGEV rectum tam ipſi DFZG quàm plano projectionis DCYE, ſed reclinatum ſuprà projectionis planum. Reperiatur deinde per *prop.* 9. circuli obliqui dati DFZG projectura *xhqi*, cuius diameter erit *hcbi*. Reperiatur item per *prop.* 9. poli ab Oculo remotioris T proiectura *n*, quæ per *corol.* 3 *p.* 7 erit in diametro *hcbi*. Circumferentiam verò *dcye* partire in arcus *co*, *oo*, *oo*, æquales arcubus circuli dati FZ, ZZ, ZZ. Ex puncto *n* proiecturâ poli *t*, ſive T, per *o*, *o*, *o*, emiſſæ rectæ determinabunt arcus *hq*, *qq*, *qq*, proiecturas arcuum dati circuli FZ, ZZ, ZZ.

*Demonſtr.* Circulus *dcye* cum ſuis diviſionibus *o*, *o*, *o*, ac diametro *cbe* concipiatur in plano projectionis, ſic ut *b* centrum ſit in ſphæræ centro B, & peripheria *docoyoe* in DOCYOE, & *cbe* in CBE. Ibidem concipiatur projectura *xhqi*, cum ſuis diviſionibus *q*, *q*, *q*, ac diametro *hcnbi*, ſic ut peripheria *xhqi* ſit in XHQI, diameter *hcnbi* in HCNBI, *n* projectura poli T in N, recta *noq* proxima ipſi *nb* in NOQ, arcuſque *co*, *hq*, in CO, HQ. Intelligatur deinde circulus *afctsge* unà cum inſcriptis ſibi lineis *abs*, *fbg*, *afh*, *aig*, *ant* quarum ope per *prop.* 9. reperta fuit projectura *xhqi*, circa rectam *hcnbiq* converti, donec ſitum ſuum priorem AFCTSGE in ſphærâ recuperet rectum videlicet tam plano projectionis DCYE quàm circulo dato DFZG. His ita conſtitutis, liquet ab Oculo A punctum F projici in H, & circulum BAFCSGE tranſire * per T polum circuli DFZG, itemque per Oculum A polum * circuli DCOYE. Per eoſdem polos T, A, & punctum Z aliud ducatur planum AZTA, efficiens in ſuperficie ſphæricâ arcum AZT occurrentem peripheriæ DCOYE in ω. Quoniam igitur peripheriæ AFCT, AZωT tranſeunt per circulorum DFZG, DCOYE polos oppoſitos A & T, intercipient per *Poriſma* æquales arcus FZ, Cω. Atqui arcus CO eſt idem cum arcu *co* qui per conſtructionem etiam æqualis eſt arcui FZ. Ergo etiam arcus Cω, & CO æquales ſunt, eademque ſunt puncta O & ω. Quare cùm ex conſtr. planum AZTA occurrat circulo DCOYE in ω, occurret eidem etiam in O, ac proinde O eſt in plano AZTA. Sed etiam recta AT adeoque & punctum N projectura poli T eſt in plano AZTA. Ergo recta NOQ etiam eſt in dicto plano AZTA. Ducatur iam in eodem illo plano AZTA per Z ab Oculo A radius AZ, qui productus neceſſariò occurret peripheriæ XHQI, cùm ipſa per hyp. ſit projectura peripheriæ DFZG. Occurrat in ω. Igitur ω eſt proiecturâ ipſius Z. Eſt verò (ut oſtendi ſuprà) H projectura ipſius F. Ergo arcus Hω eſt proiectura arcus FZ. Ulteriùs, quia iam oſtendi rectas AZ, NO eſſe in uno plano AZTA, cùm ſint ad invicem inclinatæ, hæc illi neceſſariò alicubi occurret. Quare cùm NO, tota ſit in plano projectionis, altera verò AZ projectionis plano in unico tantùm puncto

* *Per 13 1 ſph Theod.*
* *vide def. 1.*

puncto occurrat, nimirum * in peripheriæ XHQI puncto ϖ, liquet NO occurrere ipſi AZ in peripheriæ XHQI puncto ϖ. Atqui N O per conſtr. eidem peripheriæ occurrebat in puncto Q. Ergo eadem ſunt puncta ϖ ac Q, & æquales ſunt arcus Hϖ, HQ. Quare cùm arcus Hϖ oſtenſus ſuprà ſit eſſe projectura arcus F Z, etiam H Q (hoc eſt *hq*) projectura erit arcus F Z. Simili diſcurſu probabimus arcus reliquos *qq*, eſſe projecturas arcuum ZZ. Quæ erant demonſtranda.

** Oſtendi ſup.*

## PROPOSITIO XI.

### Projecturas graduum non maximi in ſphæra circuli & ad projectionis planum non paralleli deſcribere.

*Ad litteras majuſculas inſpice Fig. 16 ad minuſculas Fig. 17.*

*a per prop. 1.*

DEtur obliquus in ſphærâ circulus FZGψ non maximus, ſectus in quotvis arcus FZ, ZZ, ZZ, quorum oporteat projecturas exhibere. Per Oculum A & ſphæræ centrum B, planum agatur rectum circulo dato FZGψ. Hoc erit etiam rectum *a* plano projectionis, tranſibitque per circuli FZG centrum ψ ac polum T: producet autem in ſphærâ maximum circulum ACSE rectum (ut dixi) tam circulo FZGψ, quàm plano projectionis; in circulo verò FZGψ efficiet diametrum FψG; ac demùm in projectionis plano diametrum CBE, in quam proinde incidet projectura diametri FG circuli dati. Diameter porrò ABS per Oculum ducta perpendicularis eſt ad ipſam CBE, uti patet ex *defin.* 1. *hujus* & *def.* 3. 11. Concipiatur inſuper circulus in ſphærâ RYVδ projectionis plano parallelus & æqualis dato FZGψ, ac proinde æqualiter diſtans à ſphæræ centro B. His præmiſſis,

*Conſtructio erit ejuſmodi.* Deſcribe in plano circulum *bacse* æqualem ipſi BACSE, ductiſque ad rectos angulos diametris *abs*, *cbe*, ſume arcus *af*, *ag* pares arcubus AF, AG, & junge *fg*: ea erit diameter circuli projiciendi. Ductis igitur rectis *af*, *ag* ſecantibus ipſam *ce* in *h*, & *i*, circa *hi* deſcribe circulum *hqi*: hic per *prop.* 9, eſt projectura circuli dati FZGψ. Biſecta deinde *fg* in ψ, per *b* centrum ac ψ ducta recta dabit punctum *t*, repræſentans circuli dati polum T. Quare ſi ducatur recta *at* occurrens ipſi *ce* in puncto *n*; hoc per *prop.* 9 erit projectura poli *t*, ſive T. Accipiatur deinde *b*δ æqualis ipſi *b*ψ, & per δ ducatur *r*δ*u* parallela ad *cbe*: hæc erit diameter circuli RYVδ paralleli ad planum projectionis, & æqualis dato FZGψ; cùm enim ψ*b*, δ*b* diſtantiæ à centro æquales ſint, etiam diametri *fg*, *ru* æquales erunt. Ex *a* per *r* duc rectam *ar* occurrentem ipſi *ce* in *p*: centro *b* per *p* deſcriptus circulus *pom* per *prop.* 6. erit projectura circuli RYVδ. Circulum *pom* divide in arcus *po*, *oo*, *oo* ſimiles arcubus FZ, ZZ, ZZ, atque ex *n* projecturâ poli *t*, ſeu T, ad puncta *o*, *o*, rectæ emittantur *no*, *no*, ſecantes circulum *hqi* in punctis, *q*, *q*. Arcus *hq*, *qq*, *qq*, ſunt projecturæ arcuum FZ, ZZ, ZZ.

*Demonſtr.* Circulus *arcſsge* circa rectam *pcbnbiem* converti intelligatur, donec unà cum inſcriptis ſibi lineis *abs*, *f*ψ*g*, *abf*, *aig*, *r*δ*u*, *arp* rectus inſiſtat plano projecturarum *pom*, *hqi*: quod totum expreſſum cernitur in *Fig.* 16; in quâ majuſculæ ſingulæ, ſingulis minuſculis reſpondent. Ab Oculo A ad punctum O proximum ipſi P radius emittatur A O. Cùm peripheria POM ſit projectura peripheriæ RYV, patet radium AO ſecare peripheriam R Y, putà in Y. Quia igitur Y projicitur in O, & R in P, liquet arcum RY projici in arcum PO. Cùm igitur circulus RYVδ ſit plano projectionis parallelus, arcus R Y, PO ſimiles erunt. Quare cùm PO * ſimilis ſit ipſi FZ, etiam RY, FZ ſimiles erunt. Atqui per hypoth. æquales ſunt circuli RYVδ, FZGψ. Æquales ſunt igitur arcus RY, FZ. Jam quia Oculus A * polus eſt circuli cujus diameter CBE, huic autem æquidiſtat RYVδ, erit per 1. 2. *ſph. Theod.* etiam A polus ipſius RYVδ. Polus autem circuli FZGψ, eſt T, ut oſtenſum ſuprà. Per polos igitur A, T & punctum Y, planum agatur AYTA occurrens peripheriæ FZG in ω, producens in ſuperficie ſphæræ circumferentiam AYωT. Quoniam igitur per circulorum æqualium RYV, FZG polos adverſos A, T, tranſeunt circuli ARFTE, AYωT, arcus * intercipient æquales R Y, Fω. Atqui oſtendi ſuprà arcum R Y etiam ipſi F Z eſſe æqualem. Igitur Fω & FZ æquales ſunt, eademque proinde ſunt puncta ω & Z. Quare cùm circulus AYT occurrat circulo FZG in ω, occurret eidem quoque in Z, adeoque Z eſt in plano AYTA. Quia igitur etiam A eſt in plano AYTA, patet rectam AZ ab Oculo A ductam ad Z, eſſe in plano AYTA. Jam cùm ex conſtr. peripheria HQI ſit projectura peripheriæ FZG, recta AZ alicubi occurret peripheriæ HQI, putà in ϖ. Deinde in eodem plano AYTA cùm ſint tam recta AT adeoque & punctum N projectura poli T, quàm recta AYO, patet rectam quoque NO eſſe in plano AYTA. Cùm ergo rectæ NO, AZ ſint ambæ in plano AYTA, & non parallelæ, neceſſariò occurrent ſibi mutuo. Atqui per conſtr. NO tota exiſtit in plano projectionis, AZ verò illud ſecat in unico tantùm puncto, nimirùm in peripheriæ puncto ϖ. Ergo NO occurrit ipſi AZ in peripheriæ HQI puncto ϖ, hoc eſt NO tranſit per peripheriæ HQI punctum ϖ. Atqui ex conſtr. NO peripheriam HQI ſecabat in Q. Eadem igitur ſunt puncta ϖ & Q, iidemque arcus Hϖ, HQ. Sed arcus Hϖ eſt projectura arcus dati FZ, (H quippe projicitur in F, ϖ verò projicitur in Z, cùm ſuprà oſtenſum ſit radium AZ peripheriam HI ſecare in ϖ). Ergo etiam arcus HQ, ſive *hq*, eſt projectura arcus dati FZ. Simili diſcurſu oſtendam arcus *qq*, *qq*, eſſe projecturas arcuum ZZ, ZZ. Quæ erant demonſtranda.

** per conſtr.*

** vide def. 1.*

** Per poriſ. ante p. 10.*

*Atque ita propoſitionibus undecim theoriam omnem ac praxim ejus projectionis, quæ ab Oculo in ſphæra ſuperficie conſtituto promanat, complexi ſumus. Reliquum eſt ut doceamus, quo pacto ex his conſtructio planiſphærij, quò omnis hæc contemplatio potiſſimum ſpectat, deducatur.*

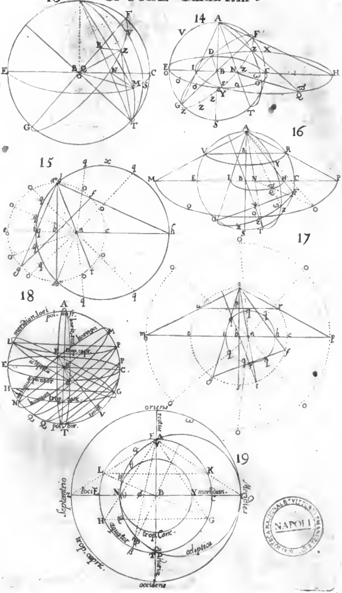
## CAPUT II.

### Projectio ſphæræ in planum Æquatoris, Oculo in alterutro polorum conſtituto; ſive deſcriptio Aſtrolabij Polaris ad datam altitudinem poli.

P*Laniſphæriorum, quæ vulgò Aſtrolabia dicuntur, duo ſunt genera. Primum deſcribitur in plano Æquatoris ab Oculo in alterutro polorum conſtituto, quod quamvis univerſale non ſit, ſed ad datam ſolummodo poli altitudinem accommodatum, uſus tamen habet propè innumeros ac prorſus admirandos, totamq́; Primi*

*Mobilis*

OPTICÆ LIBER. III. *Schema. 16.um*




NAPOLI

Digitized by Google

*Mobilis doctrinam uno conſpectu repræſentat. Alterum ab Oculo in ſectione horizontis cum Æquatore in oppoſito meridiani plano deſignatur. Hujus author eſt Gemma Friſius, eſtq; univerſale, hoc eſt ad quamvis poli altitudinem accommodatum. Illud excogitavit Ptolomæus, praxes ad conſtructionem aptas dedit Ioannes Stoflerinus, ſed abſque demonſtrationibus uterque: Clavius noſter utrumq; pereruditè complexus eſt. Verùm ille quia prolixitate ſuâ & figuris admodum implicatis lectores abſterret, tradam ego hoc capite conſtructionem quàm breviſſimè, cujus demonſtratio habebitur ex capite præcedenti; uſum* cap. 3. *adjungam. Acturus demum de catholico Gemmæ capite* 4. *Eſto igitur*

Fig. 18. Sphæræ cæleſtis centrum B, polus boreus T, auſtrinus A; Æquator BCDEF; Tropici GH, PL: horizon obliquus aliquis BMDNF interſecans Æquatorem diametro FBD; per quam eandem & polos T, A, circulus ducatur maximus BDTFA: is erit unus ex horizontibus rectis pro degentibus ſub Æquatore, Meridianus ad horizontem BMDNF perpendicularis (qui & Meridianus loci appellatur) ſit BTCAE, interſecans horizontem diametro MBN, Æquatorem diametro CBE, Tropicos diametris GH, PL. Poſtremò ductus per rectas FBD, GBL maximus circulus BGDLF Eclipticam exhibeat. His ita conſtitutis,

Manifeſtum eſt *primò*, Meridianum BTCAE, qui per hypotheſim rectus ad horizontem obliquum BMDNF, etiam eſſe tam horizonti recto BDTFA, quàm Eclipticæ BGDFL. Cùm enim Æquator BCDEF, & horizon obliquus BMDNF ambo recti ſint Meridiano BACTE, etiam DBF communis ipſorum ſectio ad Meridianum *a* recta erit. Ergo etiam rectus horizon BADTF & Ecliptica per lineam DBF, tranſeuntes ad eundem BACTE Meridianum *b* recti exiſtunt. Hinc

a *Per* 19. 11.

b *Per* 18. 11.

Manifeſtum eſt *ſecundò* horizontem rectum BADTF etiam eſſe circulum horæ ſextæ reſpectu obliqui horizontis BMDNF.

Manifeſtum eſt *tertiò* diametrum DBF eſſe rectam ad diametros CE, MN, GL. Cùm enim DBF ſit communis ſectio circulorum Meridiano BACTE, rectè inſiſtentium, etiam recta *c* erit ad diametros CE, MN, GL, in Meridiani dicti plano exiſtentium. Hinc

c *Per def.* 3. 11.

Manifeſtum eſt *quartò* DBF eſſe lineam veri ortus & occaſus, cùm perpendicularis ea ſit ad lineas meridianas CE, MN quæ ſunt communes ſectiones Meridiani BACTE cum Æquatore & horizonte obliquo. Liquet indidem, ſi in F ſtatuatur principium Arietis, in D fore principium Libræ, Cancri in G, Capricorni in L.

Manifeſtum eſt *quintò* horizontem rectum, ſive circulum horæ ſextæ BDTFA projici in lineam rectam quæ perpendicularis ſit ad eam lineam, in quam projicitur Meridianus loci BCTEA. Hic enim per *prop.* 3. projicitur in CBE, ille in DBF, quæ ad CBE per *manifeſt. tertium* perpendicularis eſt.

Manifeſtum eſt *ſextò* projecturas tam obliqui horizontis BMDNF, quàm Eclipticæ BFLDG tranſire per puncta F, D, in quibus Æquatorem ſecat recta DBF in quam projicitur rectus horizon, ſive circulus horæ ſextæ BDTFA.

*His præmiſſis.*

Fig. 18. Oporteat Oculo in polo auſtrali A conſtituto, loci ſeu obliqui horizontis dati Meridianum, horizontem rectum, & Meridianos alios per ſingulos Æquatoris gradus tranſeuntis, Tropicos item & Eclipticam cum ſignis ac gradibus, horizontem obliquum cum gradibus ſuis, circulos item altitudinum horizonti parallelos PQ (quos Almincantarath appellant) cum circulo crepuſculino; poſtremò Verticales, in planum Æquatoris projicere. His enim omnibus deſcriptio Planiſphærij, quæ projectionis Aſtronomicæ fructus ac ſcopus præcipuus eſt, continetur. Statuitur porrò Oculus in polo auſtrali potius quàm boreali, quod ſic borealis hemiſphærij projectio tota poſſit deſcribi, utpote *a* circumferentiam Æquatoris non excedens; id quod ſecùs contingeret ſi Oculus in polo boreo conſtituatur: tunc enim hemiſphærij borealis projectura evadit infinita, ut *prop.* 1 oſtenſum fuit.

• *Tacquet Optica.*

a *Per p.* 1.

PROPOSITIO XII.

## Meridianum loci, cæteroſque Meridianos & horarios circulos in planum projicere.

DEſcribatur circulus *a* CAFETD, qui repræſentabit duos ſphæræ circulos, nempe Æquatorem *b* CFED, & Meridianum loci CAET, ſed reclinatum ſuprà Æquatorem; id quod etiam pro ſequentibus uſui fuerit adnotaſſe, ut projectionum demonſtratio primis 11 propoſitionibus tradita, hiſce faciliùs applicetur. Deſcriptum jam circulum ad angulos rectos interſecent diametri *c* CE, FD. Erit CE utrimque producta projectura Meridiani loci, & DF utrimque etiam producta, projectura horizontis recti, ſive circuli horæ ſextæ.

a *Fig* 19.

b *Fig.* 18.

c *Fig.* 19.

Patet ex *propoſ.* 3, ejuſque corollario, & manifeſto quinto.

Reliquos Meridianos per ſingulos Æquatoris gradus tranſeuntes projicies, ſi diametri ducantur per gradus ſingulos circuli CAFETD, vel ipſi paralleli; quarum ſatis eſt extremitates deſcribere, ut factum vides in limbo *Figura* 24.

A Meridianis non differunt horarij circuli; ſunt enim Meridiani etiam ipſi quindenis gradibus diſtantes.

PROPOSITIO XIII.

## Æquatorem, Tropicos, & Eclipticam ejuſque polos projicere.

SUppoſitis ijs quæ *prop. præc.* conſtructa ſunt, numerentur ex E in L gradus 23.30', & totidem ex C in G, ductiſque per L & G ex A rectis AG, AZ, ſecantibus ipſam CE in Z & Y, centro B per Z & Y deſcribe circulos Zωl, YθN Æquatori concentricos, erit θY projectura Tropici Cancri, Zω verò Tropici Capricorni, Patet ex *prop.* 6.

Fig. 19. *Sed ſimul inſpice* Fig. 18. *quod etiam in ſequentibus obſerva.*

Deinde circa IN diametrum deſcribe circulum IAND: qui erit projectura Eclipticæ, ut patet ex *prop.* 9, tranſibitque per puncta F, T, in quibus projectura horizontis recti Æquatorem *d* interſecat. Et quidem arcus minor AND eſt projectura ſemicirculi Eclipticæ borealis, major verò AID projectura eſt ſemicirculi auſtralis, uti patet ex *corol. prop.* 9.

d *Per maniſ.* 6.

Poſtremò per centrum B ducatur Bβ perpendicularis ad GBL, & ex A ad β recta Aβ occurrens ipſi CE in puncto φ: hoc erit projectura poli Eclipticæ borei, uti patet ex *prop.* 9.

### PROPOSITIO XIV.

### Horizontem obliquum datum cum ſuo polo ſive Zenith, & circulos altitudinum horizonti parallelos projicere.

*Fig.* 20. & 18.

SUppoſitâ conſtructione, hucuſque factâ, ex puncto T repræſentante polum boreum numera uſque in N gradus altitudinis poli ſuprà horizontem datum ex. grat. gradus 51, ductâque ex N per centrum B diametro NM, ex A per N & M rectæ emittantur occurrentes projecturæ Meridiani in ♉ & R, circulus ♉FRD, circa ♉R diametrum deſcriptus, erit projectura horizontis obliqui dati, ut patet ex *prop.* 9. Et quidem arcus minor F♉D projectura eſt ſemicirculi vergentis ad polum borealem, arcus verò major FRD eſt projectura ſemicirculi vergentis ad auſtralem. Patet ex *corol. prop.* 9.

Ducatur deinde ex centro B recta BV perpendicularis ad MN, & ex A ad V recta AV occurrens ipſi R♉ in puncto S: hoe erit projectura Zenith, ſive poli horizontis. Patet ex *prop.* 9.

Circulos Almincantarath projicies hunc in modum. Numera ex M in P gradus ex. gr. 10, & totidem ex N in Q. Ex A per P & Q emiſſæ rectæ, occurrant ipſi R♉ in ω & X. Circulus ωψX circa ωX diametrum deſcriptus, eſt projectura *a* Almincantarathi per decimum gradum altitudinis ſuprà horizontem tranſeuntis. Eodem modo reliquos Almincantarath projicies ad ſingulos altitudinis gradus, quod in magnis Aſtrolabijs fieri aſſolet; in minoribus ſolùm per binos quoſque gradus, vel etiam per ternos aut quaternos deſcribuntur.

*a Patet ex p.* 9.

Totum igitur boreale hemiſphærium *b* MVN horizonti dato FMDN inſiſtens cum ſuis altitudinum circulis projectum eſt in planum circuli *c* ♉FRD. Verticales, qui adhuc deſunt, projicientur *prop.* 16.

*b Fig.* 18.
*c Fig.* 20.

### PROPOSITIO XV.

### Gradus tam obliqui Horizontis dati, quàm Eclipticæ projicere.

*Fig.* 21.
*d vide maniſ.* 5. & 6.
*i Per prop.* 14.

SUppoſitis ijs quæ hactenùs ſunt constructa, quadrantes quatuor, in quos circulum CAFETD dividunt *d* rectæ CE, FT, projecturæ Meridiani & recti horizontis, ſeu circuli horæ ſextæ ſingulos partire in Gradus 90. Deinde ex puncto S projecturâ *i* poli borei horizontis per ſingula partitionum puncta rectæ emittantur: hæ ſecando peripheriam horizontis projecti RF♉T graduum projecturas exhibebunt. Patet ex *prop.* 10. Gradibus numeri eo ordine adſcribuntur quem vides in figurâ; ſed in eâ ſolùm quindeni quique gradus exprimuntur.

*o Per prop.* 13.

Pari modo rectæ ex puncto φ projecturâ poli *o* borealis Eclipticæ emiſſæ per ſingula partitionum puncta circuli CAFETD graduum ſingulorum projecturas in Eclipticâ projecta YFZT deſignabunt: quod rurſum ex *prop.* 10. patet. Ordinem Signorum ac graduum utcumque exhibet figura 25, quam inſpice.

### PROPOSITIO XVI.

### Circulos Azimutales ſeu Verticales projicere.

*Fig.* 21.
*m Per prop.* 14.
*a Per maniſ.* 6.
*b Per maniſ.* 4.

SUppoſitâ conſtructione hactenùs inſtitutâ, in quâ projectura Zenith, ſive borealis poli Horizontis eſt *m* punctum S, puncta verò, in quibus *a* Horizon obliquus, Ecliptica, Horizon rectus, ſeu circulus horæ ſextæ Æquatorem interſecant, ſunt T & F; per quæ tranſit linea *b* Orientis & Occidentis T F. His inquam ſuppoſitis,

Deſcribe arcum circuli per tria puncta T, S, F: erit hic projectura ejus ſemicirculi verticalis primarij, qui ſuprà Horizontem extat.

Numera deinde in Horizonte projecto gradus ex. gr. 15 à T verſus R uſque in N, & totidem ab F verſùs ♉ uſque in P. Per tria puncta N, S, P. deſcriptus circuli arcus eſt projectura ſemicirculi Verticalis 15 gradibus à Verticali primario declinantis. Pari modo quot placuerit Verticalium ſemicirculos projicies. Solent porrò in Aſtrolabijs Verticales per denos tantùm gradus deſcribi. In *Fig.* 24 per tricenos quoſque gradus deſcripti exhibentur.

Projectionem ritè inſtitutam ſic oſtendes. Verticalis primarius tranſit per Zenith & puncta veri ortus & occaſus, in quibus Horizon & Æquator ſe interſecant. Quare cùm punctum S ſit projectura ipſius Zenith, & puncta T, F, ſint projecturæ interſectionum Horizontis & Æquatoris, liquet projecturam Verticalis primarij tranſire per tria puncta T, S, F. Cùm igitur quivis ſphæræ circulus projiciatur *c* in circulum, patet Verticalis primarij ſemicirculum qui ſuprà Horizontem extat, projici in arcum circuli per puncta T, S, F deſcriptum: quod erat primum. Deinde cùm Verticales cæteri tranſeant per Zenith, & puncta Horizontis bina diametraliter oppoſita, puncta autem N, P ſint projecturæ *i* punctorum Horizontis diametraliter oppoſitorum, gradibus 15 utrimque à primario Verticali diſtantium, manifeſtum eſt projecturam ſemicirculi Verticalis gradibus 15 declinantis tranſire per tria puncta N, S, P, ac proinde *d* eſſe circuli arcum per eadem puncta deſcriptum: quod erat alterum.

*c Per prop.* 7. & 5.
*i Per p.* 15.
*d Per p.* 7.

### PROPOSITIO XVII.

### Circulum Crepuſculinum projicere.

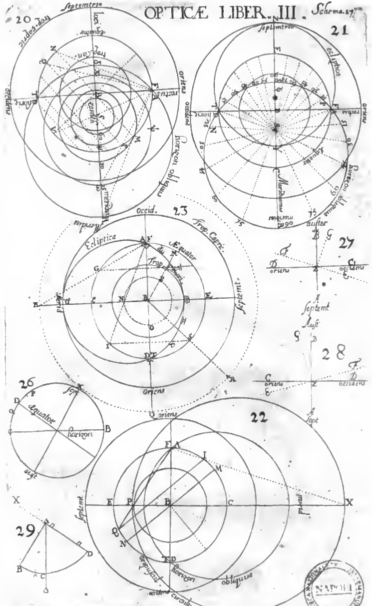
CRepuſculi circulus eſt Horizonti parallelus infrà eum gradibus 18 depreſſus. *Fig.* 22.

Continuanda eſt conſtructio *propoſitionis* 14, quâ obliqui Horizontis projectura deſcribitur. Ex punctis igitur M, & N, quibus recta MN Horizontis diameter ſecat circulum ACDE, numera gradus 18 uſque in I & Q. Tum ex A per I & Q emittantur rectæ ſecantes ipſam CE in X & P. Circulus circa XP diametrum deſcriptus, eſt projectura circuli Crepuſculini. Patet ex *prop.* 9.

### PROPOSITIO XVIII.

### Stellas Fixas projicere.

DUo requiruntur præcognita, ſtellæ declinatio ab Æquarore, ejuſque Aſcenſio recta. Utrumque paſſim in tabulis Aſtronomorum reperies. Artificium




NAPOLI

Digitized by Google

ſicium ipſum inventionis expoſui Aſtronomiæ *lib.* 5. *cap.* 1.

*Fig.* 23. Si ſtella declinet ab Æquatore ad Boream, declinationem ejus numera in circulo CAFETD ex C in I, ductâque ex A ad I rectâ A I, ſecante ipſam C E in N, centro B per N deſcribe circulum: hic erit *a Per p.* 6. projectura *a* Paralleli per datam ſtellam tranſeuntis, ac proinde projectura ſtellæ in aliquod circuli incidet punctum, quod ſic invenies. Numeretur in Æquatore Aſcenſio recta ſtellæ ſecundùm ordinem Signorum ex T in M. Tum ex B centro ad M ducatur recta B M, occurrens Parallelo ſtellæ jam projecto in P. Dico ſtellam datam projici in P: quod ſic oſtendo.

Ex *prop.* 3. ejuſque *Corollario* liquet Meridianum per terminum rectæ Aſcenſionis ſtellæ datæ projici in rectam BM. Quare cùm Meridianus *b* ille tranſeat per ſtellam, patet etiam ipſam projici in aliquod punctum rectæ B M. Atqui ſuprà oſtendi ſtellam projici etiam in aliquod punctum paralleli N O. Ergo ſtella projicitur in communem utriuſque ſectionem P.

*b Per def. Aſcenſionis rectæ, quam vide Aſtron. lib.* 1. *n.* 1. *def.* 39.

Si ſtella declinat in Auſtrum, declinationem ejus numera ex C in G, ductaque recta A G occurrat ipſi EC in K. Centro B per K deſcriptus circulus eſt projectura paralleli per ſtellam tranſeuntis. Numeretur deinde Aſcenſio Recta ſtellæ ex D in S, ductâque ex B per S recta occurrat parallelo projecto K Q in puncto R: hoc eſt projectura ſtellæ datæ.

### PROPOSITIO XIX.

### Planiſphærium ſive Aſtrolabium Polare ad datam poli altitudinem conſtruere.

*Schematiſmo* 18. *Fig.* 24. & 25. *b Fig.* 24. *c Fig.* 25. *d Fig.* 24.

HOc inſtrumentum, quod cætera omnia antecellit, duobus conſtat orbibus æqualibus ſibi mutuo impoſitis. Inſeriorem repræſentat circulus *b* BCREK qui Facies Aſtrolabij dicitur, ſuperiorem circulus *c* BOFIH, qui Rete nuncupatur. Superiorem limbus *d* ambit juſtæ latitudinis & ſuprà planum BCREK elevatus, ut eo contineri poſſit tam facies ipſa, quàm Rete faciei impoſitum, ac ſuprà faciem ipſam circumagi.

*e per p.* 12. *i per eand. k per p.* 13. *m per p.* 14. & 15. *n per eand. o per p.* 16. *p per p.* 17.

In faciem igitur Aſtrolabij projiciuntur hi circuli; Meridianus *e* ſive circulus horæ 12, Horizon *i* rectus ſive circulus horæ ſextæ, *k* Æquator, duo Tropici, Horizon *m* obliquus cum ſuis gradibus ad datam poli altitudinem graduum ex. gr. 51, circuli *n* Altitudinum ſeu Almincantarath, circuli Verticales *o*, ſive Azimutales, & circulus *p* Crepuſculinus. Solent etiam paſſim inſcribi circuli Domorum, & horarum inæqualium, quorum uſus mihi non fuit tanti, ut eorum deſcriptione Planiſphærij faciem ſat multis alioquin lineis impeditam, adhuc ampliùs intricarem. Limbus faciei radijs ex B centro eductis in gradus 360 dividitur: qui, quòd limbus ipſe ſit Æquatori concentricus, ipſius Æquatoris gradus repræſentant; ipſæ verò radiorum è centro emiſſorum partes, quæ gradus diſtinguunt, Meridianorum per ſingulos Æquatoris gradus tranſeuntium projecturas deſignant; è quibus illi, qui gradibus quindenis diſtant, projecturæ ſunt circulorum horas Aſtronomicas à Meridie & mediâ nocte commonſtrantium.

*Fig.* 25. Orbis alter BOFIH, quem Rete appellavimus, faciei BCREK præciſè æqualis ſit oportet, ita ut dum faciei impoſitus intra limbum circumagitur, centrum ejus cum faciei centro ſemper congruat. Reti inſcribenda eſt *r* projectura Zodiaci, ejuſque *s* Signorum ac graduum, quàm poterit exquiſitiſſimè. Projicienda item loca *t* ſtellarum primæ magnitudinis & præcipuarum aliquot ſecundæ. Adhæc per initia ♈ & ♎ deſcribenda linea O I, quæ Colurum Æquinoctiorum, per initia verò ♋ & ♑ linea H F, quæ Colurum Solſtitiorum repræſentet. Tum limbus Retis in gradus 360 diſtribuetur, initio facto à puncto O quod ♈ initio reſpondet; & numeri graduum ſecundùm ordinem Signorum procedent. Limbus porrò Retis in gradus ſic diſtributus repræſentabit gradus Æquatoris prout ille unà cum Zodiaco motu Diurno circumagitur, uſumque habebit inſignem Aſcenſionibus tam rectis quàm obliquis Solis & ſtellarum commonſtrandis. Gradus verò limbi alterius faciem *u* BCREK ambientis, repræſentant gradus Æquatoris concepti ut immobilis. Poſtremò Retis *x* BOFIH ſuperficies ita erit exſcindenda, ut ſola remaneant limbus, Zodiacus, & ſtellæ cum areolis quibuſdam, quibus nomina ſtellarum inſcribi poſſint, quæque efficiant ut limbus, Zodiacus & ſtellæ cohæreant. Sic enim fiet ut Reti ſuprà faciem conſtituto, circuli in facie deſcripti tranſpareant. Rete ſic conſtructum faciei CERK ſuperimpone, ſic ut intra faciei limbum contineatur. Adjungatur & regula binis dioptris inſtructa & volubilis circa centrum commune B. Quod ſi Rete ſuper faciem ex C per R in E circumagatur, univerſa Primi Mobilis theoria inſigni cum voluptate oculis ſubjicietur. Mutatâ porrò altitudine poli, ea ſolùm in conſtructione jam expoſita mutanda erunt quæ à poli altitudine dependent, nimirùm Horizon obliquus, Almincantarath, Verticales, Crepuſculi circulus: cætera in facie deſcripta, & Rete totum eadem perſeverant.

*r per p.* 13. *s per p.* 15. *t per p.* 18. *u Fig.* 24. *x Fig.* 25.

Hæc nobiliſſimi inſtrumenti conſtructio eſt; cujus multiplices atque admirandos uſus deinceps exponam.

## CAPUT III.

### Uſus Aſtrolabii Polaris ad datam poli altitudinem constructi.

*COnſtructio Aſtrolabij ad Opticam pertinet, uſus ad Aſtronomiam; quem tamen, quod ab illa dependeat hoc loco potiùs quam alio exponendum putavi.*

### PROPOSITIO XX.

### Stellæ & puncta graduum Eclipticæ, licet diurno motu circumferantur, in Retis proportionaliter ad diurnum cæli motum circumacti puncta ſemper eadem projiciuntur.

STatuatur Rete eo ſitu quo facta eſt ejuſdem projectio ut nempè initium Capricorni Z conſiſtat *Schemat.* 18. ſuprà Meridianum K R verſus R. Moveatur deinde *Fig.* 24. & 25. initium Capricorni Z, ex. gr. 20 aut 30 gradibus verſus Occidentem E, & ſimilis in cælo factus eſſe motus intelligatur.

Dico tunc ſtellas & ſigna ac gradus Eclipticæ projici in eadem Retis puncta, in quæ primo caſu fuere projecta, idque ſemper in quavis motus diurni parte contingere. Cùm enim motus diurnus fiat circa polos mundi ſive lineam per eos ductam, quæ axis dicitur, Oculus autem ſtatuatur in uno polorum,

manifeſtum eſt dum ab Oriente in Occidentem cælum movetur*, ſtellas & puncta graduum Zodiaci eundem ſemper ſitum retinere tam reſpectu Oculi projicientis, quàm plani Æquatoris, in quod ab Oculo projiciuntur. Stellarum igitur ac graduum Zodiaci projecturæ quoad ſitum quem inter ſe illa habent, per motum diurnum non variantur, ſed ſimul omnes transferuntur, quam tranſlationem Retis circumactio ad proportionem diurni motus facta repræſentat. Ergo Reti proportionaliter ad cælum moto ſtellæ & puncta ſingula Eclipticæ, in eadem ſemper Retis puncta projiciuntur. Quod erat propoſitum.

## USUS I. PROPOS. XXI.

### Si Rete Aſtrolabij ab Ortu (C) per Meridiem (R) in Occidentem (E) circumagatur, motus diurnus cæli & omnium Aſtrorum repræſentabitur.

[Schemat. 18. Fig. 24. 25.] UT clariùs, quod propoſui, intelligatur, obſerva, licet Æquator propria ſit menſura diurni motus; id tamen præſtari etiam à quovis circulo ad Æquatorem parallelo, quòd arcus Parallelorum & Æquatoris inter Meridianos intercepti, ſemper proportionales exiſtant. Artifices igitur non Æquatorem in Aſtrolabij facie deſcriptum; ſed, quia id commodius erat atque concinnius, limbum Æquatori concentricum ac parallelum in gradus & tempora diſtribuunt, qui proinde gradus & tempora Æquatoris repræſentant. Iſtud etiam tum hic, tum in ſequentibus obſervaſſe proderit plurimùm, latus regulæ per centrum tranſiens projecturam eſſe Meridiani vel horarij circuli per gradum Æquatoris, cui regula applicatur, tranſeuntis; ut patet ex *prop.* 3. ejuſque *corollario*.

His prænotatis, cùm ſtellæ & puncta Zodiaci, licet motu diurno agitentur, in puncta projiciantur ſemper [b per præc.] *b* eadem Retis proportionaliter ad motum diurnum circumacti, poli autem & axis mundi circa quem diurnus motus peragitur, ab Oculo in uno polorum [c Per p. 2.] poſito projiciantur *c* in B centrum Æquatoris, manifeſtum eſt Reti ab Ortu in Occaſum circa B centrum revoluto motum diurnum cæli & Aſtrorum evidenter repræſentari. Quantum porrò unaquæque Retis ſtella aut Zodiaci gradus à Meridiano in Occidentem, vel ultra proceſſerit, regulæ latus datæ ſtellæ vel dato Eclipticæ puncto applicatum oſtendet: arcus enim limbi à Meridiano R uſque ad regulam dabit quæſitum, ut ex ſuprà prænotatis patet. Hæc verò ſolummodo ſint in anteceſſum dicta: quæ quidem etſi rudia ſint & pauca præ ijs, quæ deinceps exponenda reſtant, ſi probè fuerint intellecta, lucis permultum ad uſuum reliquorum rationes percipiendas conferent.

## NOTA.

Omnes uſus ſequentes Aſtrolabij intelligendos eſſe reſpectu horizontis, ad quem conſtructum eſt Aſtrolabium.

## USUS II. PROPOS. XXII.

### Quâ horâ Sol oriatur & occidat, item diei ac noctis quantitatem quotidie invenire.

[Schematiſmo 18. Fig. 24. 25.] EX ephimeride quæ in dorſo Aſtrolabij deſcribi ſolet, vel aliundè notum habeto locum Solis in Zodiaco eumque quære in Zodiaco Retis. Tum Reti circumacto locum Solis ſtatue ſuprà horizontem obliquum ad Orientem. Regula per illum extenſa deſignabit in limbo extimo Aſtrolabij horam, quâ eo die Sol oritur, ſi, deſit regula, filum per centrum B & locum Solis extenſum, dabit eodem modo quæſitum. Deinde locum Solis ſtatue ſuprà horizontem obliquum ad Occidentem: & regula per Solis locum extenſa oſtendet in limbo horam quâ Sol eo die occidit. Siniſter limbi ſemicirculus KCK continet horas à mediâ nocte ad meridiem, dexter verò REK horas à meridie ad noctem mediam. Ex noto porrò tempore Ortus & Occaſus Solis habetur diei & noctis quantitas, ut patet.

Exemplo praxis illuſtrabitur. Conſtructum ſit Aſtrolabium (quod in omnibus deinceps exemplis ſupponam) ad poli altitudinem grad. 51; & velim ſcire 22 Febr. quâ horâ Sol oriatur. Quia 22 Febr. Sol attingit ♓ gradum tertium, hunc in Retis Zodiaco quære, & ſtatue ſuprà horizontem obliquum ad Orientem: applicata illi regula oſtendet eo die oriri Solem horis 6, minutis 53 poſt mediam noctem, hoc eſt horâ 7, minuto 7. Inde ad meridiem ſunt horæ 6, 53′, quæ duplicatæ exhibent quantitatem diei 22 Febr. horarum 13. 46′.

*Demonſt.* Quoniam motus diurnus *i* non variat [i Per prop. 20.] projecturas in Reti factas, & horizon in Aſtrolabij facie deſcriptus, eſt projectura horizontis dati, liquet Solis orientis centrum projici in illud punctum Aſtrolabij, in quo gradus 3 ♓, quem eo die Sol obtinet, horizontem in Aſtrolabio deſcriptum ſecat, ac proinde latus regulæ per B centrum tranſiens, eſſe projecturam *m* Meridiani, ſive horarij circuli per Solis [m Per prop. 3. & corol. ejus.] orientis centrum tranſeuntis. Quare cùm Meridiani horas in Æquatore deſignent, liquet latus regulæ horam, quâ eo die Sol oritur; in limbo Aſtrolabij Æquatorem *n* repræſentantis, oſtendere. [n vide dicta prop. præc.]

*Ex ijs, quæ hic & duabus præcedentibus oſtenſa ſunt, & ex demonſtrationibus projectionum primo capite allatis, facilè lector per ſe colliget rationes uſuum ſequentium, quos proinde abſque demonſtrationibus plerumq; proponam.*

## USUS III. PROPOS. XXIII.

### Quantitatem diei longiſſimi ac breviſſimi invenire.

INitium Cancri in Zodiaco Retis notatum ſtatue ſuprà horizontem obliquum ad Orientem: regula illi applicata in limbo Aſtrolabij oſtendet horam quâ Sol oritur die Anni longiſſimo. Statue deinde Cancri initium in horizonte ad Occidentem: regula per illud extenſa oſtendet horam quâ Sol occumbit die longiſſimo.

Pari modo initio Capricorni ſuprà horizontem conſtituto, regulaque per id extenſa cognoſces horam Ortus & Occaſus Solis die breviſſimo.

Ex noto tumpore Ortus & Occaſus diei longiſſimi ac breviſſimi quantitas innoteſcet.

## USUS IV. PROPOS. XXIV.

### Reperire Anni diem, quâ Sol dato tempore oriatur vel occidat.

TEmpus datum ſit oportet inter Ortus dierum longiſſimi atque breviſſimi.

Oporteat invenire diem quâ Sol oriatur horâ quintâ,

quinta. Statue regulam ſuprà horam quintam in ſiniſtro limbi ſemicirculo. Tum Rete eouſque verſa, donec gradus aliquis Zodiaci pertranſeat Horizontis punctum illud in quo regula Zodiacum ſecat. Erit is in præſenti caſu gradus 30 ♌, ſive initium ♍, quem locum Sol attingit 24 Aug. Igitur in locis ubi polus elevatur grad. 51, Sol oritur horâ 5, die 24. Auguſt.

## USUS V. PROPOS. XXV.

### Quâ plagâ Horizontis Sol oriatur & occidat quotidie, invenire.

Schemat. 18. Fig. 24. 25.

GRadum Zodiaci, quem die dato Sol obtinet, ſtatue ſuprà Horizontem obliquum, ſive ad Ortum ſive ad Occaſum. Tum gradus Horizonti adſcriptos numera ab Ortu T, vel Occaſu F uſque ad locum Solis: numerationis terminus oſtendet quot gradibus, eo die Sol extra Orientem, vel Occidentem versùs Septemtrionem vel Auſtrum, oriatur vel occidat.

## USUS VI. PROPOS. XXVI.

### Ortum & Occaſum Solis Borealiſſimum & Auſtraliſſimum invenire.

SOl oritur & occidit borealiſſimè in Cancri initio, auſtraliſſimè in initio Capricorni. Igitur Cancri initium ſtatue ſuprà Horizontem primò ad Orientem, deinde ad Occidentem. Ita Solem reperies in his regionibus gradibus ferè 40 versùs Boream extra Orientem oriri, cùm borealiſſimè oritur; extra Occidentem occumbere, cùm borealiſſimè occumbit.

Similiter initio Capricorni ad Horizontem ducto cognoſces Ortum & Occaſum Solis auſtraliſſimum eſſe graduum circiter 40.

## USUS VII. PROPOS. XXVII.

### Diem anni reperire, quâ Sol in data Horizontis plaga oriatur vel occidat.

DEbet autem plaga data Ortum vel Occaſum borealiſſimum vel auſtraliſſimum non excedere.

Oporteat reperire diem, quâ Sol oriatur extra Orientem T gradibus 200 versùs Septemtrionem. Reti in orbem acto vide quis Zodiaci gradus tranſeat per punctum Horizontis datum. Is erit in his regionibus Tauri gradus quintus. In eo Sol verſatur die Aprilis 25. Sol igitur 25 Aprilis oritur extra Orientem, Verum gradibus 20 ad Septemtrionem.

## USUS VIII. PROPOS. XXVIII.

### Quâ horâ quotidie crepuſcula incipiant manè, veſperi finiantur, durationem quoque atque omnem earum varietatem, cognoſcere.

CRepuſcula manè incipiunt, veſperi finiunt, ubi Sol attigerit circulum Horizonti parallelum infrà Horizontem 18 gradibus depreſſum, qui idcirco circulus Crepuſculinus dicitur.

Gradum, ſeu locum Zodiaci, quem die dato Sol obtinet, duc ad lineam crepuſculinam, primò versùs Ortum, deinde versùs Occaſum. Regula per Solis locum utrobique extenſa horam oſtendet, quâ crepuſcula manè incipiunt, & veſperi deſinunt. Quod ſi horam a quæſieris, quâ eodem die Sol oritur, & occidit, habebitur duratio tota crepuſculi tam matutini quàm veſpertini. a Per prop. 22.

Hunc in modum cognoſces breviſſima eſſe crepuſcula in Æquinoctijs, eaque in his regionibus horas circiter duas durare; in æſtate verò eſſe longiſſima, & in Solſtitijs per noctem totam extendi. Si enim Cancri initium duxeris ad Meridianum RK infrà obliquum Horizontem, videbis illud circulum crepuſculinum non attingere, ac proinde Solem in æſtivo Solſtitio ne quidem horâ noctis 12 infrà horizontem 18 gradibus deſcendere. Schemat. 18. Fig. 24. 25.

Quod ſi placuerit cognoſcere quotâ Æſtatis parte crepuſcula durent per totam noctem, Reti ſecundùm ordinem litterarum CREK circumacto, adverte quis Zodiaci gradus Meridianum RK infrà obliquum Horizontem primus tranſeat in eo puncto, quo illum interſecat circulus Crepuſculinus. In Aſtrolabio ad poli altitudinem grad. 51 conſtructo, comperies id accidere initio Geminorum. Sole igitur ibidem poſito, hoc eſt 21 Maij crepuſcula incipiunt durare nocte totâ. Reti deinde ulteriùs circumacto, conſpicies totum Signum ♊ & ♋ Meridianum pertranſire ſuprà lineam Crepuſculinam, initium verò ♌ Meridianum attingere in ipſo puncto, quo illum crepuſculi circulus interſecat, gradus autem ſequentes infrà illud. Quare toto eo tempore, quo Sol ſigna ♊ & ♋ perambulat, hoc eſt à 21 Maij uſque ad 23 Julij, numquam 18 gradibus infrà Horizontem deprimitur, ac proinde crepuſcula totam noctem adæquant.

## USUS IX. PROPOS. XXIX.

### Aſcenſionem rectam dati Eclipticæ puncti, ſive gradum Æquatoris qui cum dato Eclipticæ puncto Horizontem rectum (CE) & Meridianum (RK) attingit, invenire.

Schemat. 18. Fig. 24. 25.

PRæter limbum extimum Aſtrolabij in gradus & horas diviſum, alius præterea eſt OHIF limbus Retis in gradus etiam ſuos diſtributus, qui Reti ſuprà Aſtrolabij faciem collocato, intra limbum priorem præciſè continetur. Gradus porrò limbi Retis incipiunt à puncto O quod initio Arietis X reſpondet, in quo Colurus æquinoctiorum projectus IPBXO limbum interſecat, & graduum ordo ſecundùm ordinem Signorum procedit ex O in H, I. Quia verò limbus etiam ille eſt Æquatori concentricus & parallelus, atque unà cum Reti cui adhæret circumagitur, idem præſtant gradus ejus, quod Æquator unà cum Zodiaco diurno motu circumactus, efficeret gradibus ſuis, ſi in eos fuiſſet diſtributus. Numerantur autem gradus Æquatoris ſecundùm ordinem Signorum à Sectione vernâ Æquatoris & Eclipticæ, ſive initio ♈.

Hoc præmiſſo oporteat ex. gr. invenire cum quo gradu Æquatoris Horizontem rectum CE, adeoque & Meridianum RK attingat finis gradus 10 ♊.

Gradum 10 ♊ (hoc eſt finem gradus 10) Reti circumacto duc ad rectum Horizontem EBC versùs Ortum C. Tum vide quis gradus limbi Retis ad

eamdem partem Horizontem rectum attingat. Indicabit ille gradum Æquatoris, qui cum gradu 10 ♊ ad Horizontem rectum B C, & Meridianum B R appellit.

Ratio eſt, quia gradu 10 ♊ poſito ſuprà Horizontem rectum, Arietis initium X erit ex. gr. in G, & limbi Retis punctum O Arietis initio X reſpondens, ſtabit in Q, Colurus verò Æquinoctiorum BXO in
a vide def. 38 & 39. Aſtron. l. 1. num. 1. rectâ BGQ. Arcus igitur GXT, eſt Aſcenſio *a* recta gradus decimi ♊, & cum eo Horizontem rectum BC aſcendit gradus, ſeu punctum Æquatoris T; quod quantùm diſtet à Sectione vernâ X G ſecundum ordinem Signorum numerando, indicabit arcus limbi Retis QOC, eò quòd ſimilis ille ſit arcui GXT.

## USUS X. PROPOS. XXX.

### Obliquam dati Eclipticæ puncti Aſcenſionem & Deſcenſionem, ſive quis gradus Æquatoris cum dato Eclipticæ puncto ſuprà Horizontem obliquum aſcendat & deſcendat, invenire.

OPorteat reperire obliquam Aſcenſionem ac Deſcenſionem 15 gradus Cancri.

Gradum prædictum duc ad Horizontem obliquum versùs Orientem C. Tum vide quis gradus limbi Retis in Horizontis recti B C puncto C exiſtat. Indicabit ille gradum Æquatoris, qui cum gradu 15 Cancri Horizontem obliquum aſcendit. Ducatur deinde gradus 15 Cancri ad horizontem obliquum versùs Occidentem E, & vide rurſum quis limbi Retis gradus in Horizontis recti B E puncto E conſiſtat. Indicabit ille gradum Æquatoris, qui cum gradu 15 Cancri infrà obliquum Horizontem deſcendit.

Res patet ſi probè intelligatur definitio Obliquæ Aſcenſionis & Deſcenſionis: quam vide *Aſtron. lib.* 1. *num.* 1. *def.* 38. Gradu ſiquidem 15 Cancri poſito in Horizonte obliquo, initium Arietis X ſtabit ex. gr. in G, illique reſpondens limbi punctum O erit in Q, & Æquinoctiorum Colurus B X O in rectâ BGQ. Arcus igitur Æquatoris GXT à G uſque ad obliqui Horizontis ac Æquatoris communem ſectionem T juxta Signorum ordinem porrectus, eſt *b* Aſ-
b defin. 38. nu. 1. lib. 1. Aſtron. cenſio obliqua 15 gradus Cancri, cumque illo Horizontem obliquum aſcendit Æquatoris punctum T. Jam quia Horizon rectus EBC tranſit *c* per T ſe-
c vide manif. 6 ante prop. 12. ctionem obliqui Horizontis cum Æquatore, liquet arcum limbi Retis QOC ſimilem eſſe arcui Æquatoris GXT, ergo limbi Retis gradus in C exiſtens per numerum ſibi adſcriptum indicabit quantus ſit arcus Æquatoris GXT, ac proinde quotus ſit Æquatoris gradus T, qui cum 15 gradu Cancri Horizontem obliquum aſcendit.

## USUS XI. PROPOS. XXXI.

### Aſcenſionem rectam Solis, ſive cum quo gradu Æquatoris Sol ad Horizontem rectum, ac Meridianum appellat, quolibet anni die reperire.

PEr *prop.* 29. inquire Aſcenſionem rectam gradus Eclipticæ quem eo die Sol occupat; ea erit & Solis.

## USUS XII. PROPOS. XXXII.

### Obliquam Aſcenſionem ac Deſcenſionem Solis quolibet anni die inquirere.

PEr *prop.* 30. reperi Aſcenſiónem ac Deſcenſionem obliquas gradus Eclipticæ, quem die dato Sol obtinet: dabunt illæ quæſitum.

## USUS XIII. PROPOS. XXXIII.

### Aſcenſionum ac Deſcenſionum proprietates per Aſtrolabium explorare.

EXemplum dabo in unâ alterâve.

Prima ſit, *Quâlibet artificiali die, ſeu nocte, ſive longa ea ſit, ſive brevis, ſex Signa oriri & totidem occidere.* Hujus veritatem per Aſtrolabium ſic cognoſces. Dies data ſit Aprilis 20, quâ Sol Taurum ingreditur. Initium Tauri in Zodiaco Retis inventum ſtatue ſuprà Horizontem obliquum ad Orientem, videbiſque tum initium Scorpii ſigni Tauro oppoſiti contingere Horizontem in Occidente. Verſo deinde Reti, Tauri initium duc ad Horizontem versùs Occidentem, & conſpicies in Horizonte Orientali initium Scorpij. Liquet igitur 20 Aprilis ab Ortu Solis uſque ad Occaſum ſex Signa fuiſſe orta, ſex alia occidiſſe. Idem eodem modo quâvis die aliâ comperies.

Altera ſit, *In omni ſphærâ Aſcenſionem cujuſvis Signi Æqualem eſſe Deſcenſioni Signi oppoſiti.*

Per *prop.* 30. Inveni gradum Æquatoris cum quo ex. gr. oritur initium Tauri, gradum item cum quo oritur Tauri finis. Inventorum graduum intervallum dabit arcum Æquatoris cum quo toto Signum Tauri Horizontem aſcendit. Inquiratur deinde gradus Æquatoris quicum occidit initium Signi oppoſiti, nempè Scorpii, item gradus quicum occidit Scorpij finis. Graduum repertorum Intervallum dabit arcum Æquatoris, qui cum toto Scorpij Signo infrà Horizontem deſcendit: quem priori æqualem eſſe comperies. Pari modo reliquas Aſcenſionum proprietates explorabimus. Earum præcipuas vide recenſitas *Aſtron. lib.* 7. *num.* 43.

## USUS XIV. PROPOS. XXXIV.

### Altitudinem Solis Meridianam ejuſque Declinationem ab Æquatore, quolibet anni die invenire.

DEtur ex. gr. dies 20 Febr. quâ Sol ingreditur Piſces. Initium Piſcium ſtatue ſuprà meridianum R K versùs meridiem; videbiſque illud contingere Almincantarath Altitudinis graduum 27. Tanta igitur eo die eſt altitudo Solis Meridiana.

Notam deinde habeto altitudinem Æquatoris Fig. 26.
CD, quæ eſt complementum altitudinis poli BX, & ſit ex. gr. graduum 39, quæ quia major eſt altitudine Meridianâ Solis CO jam repertâ gr. 27: hæc ab illâ ſubſtracta relinquet D O Declinationem Solis Auſtralem ab Æquatore die 20 Febr. Si altitudo Solis Meridiana reperiatur C P major altitudine Æquatoris C D, hæc illi ſubtracta relinquet D P declinationem Solis Borealem.

USUS XV. PROPOS. XXXV.

Schemat. 18. Fig. 24. 25. Aſcenſionem rectam cujuſvis ſtellæ in Aſtrolabio deſcriptæ, ſive cum quo Æquatoris gradu illa ad Horizontem rectum (CE) & Meridianum (RK) appellat, invenire.

Stellam datam duc ad rectum Horizontem CE versùs Orientem, & vide quis gradus limbi Retis eundem tunc Horizontem contingat. Indicabit ille gradum Æquatoris, cum quo ſtella data ad Horizontem rectum appellit. Quod ſi ſtellam datam ad Meridianum duxeris BR, videbis eumdem gradum limbi Retis cum eâ ad Meridianum appellere. Demonſtratio eadem eſt quæ *prop.* 29.

USUS XVI. PROPOS. XXXVI.

Cujuſvis ſtellæ in Aſtrolabio deſcriptæ Aſcenſionem ac Deſcenſionem obliquam, ſive cum quo Æquatoris puncto ſuprà Horizontem obliquum aſcendat, ac deſcendat, invenire.

Schemat. 18. Fig. 24. 25. Stellâ datâ ſuprà Horizontem obliquum conſtitutâ ad Orientem, vide quis gradus limbi tunc exiſtat in puncto C Horizontis recti. Indicabit ille gradum Æquatoris, qui cum datâ ſtellâ ſuprà obliquum Horizontem aſcendit. Ducatur deinde ſtella data ad obliquum Horizontem versùs Occidentem, gradus limbi Retis tunc conſiſtens in E, indicabit gradum Æquatoris, qui cum ſtellâ infrà obliquum Horizontem deſcendit. Demonſtratio eadem eſt quæ *prop.* 30.

USUS XVII. PROPOS. XXXVII.

Stellæ cujuſlibet Aſtrolabio deſcriptæ altitudinem Meridianum & declinationem invenire.

Stellam datam duc ad meridianum BR, & cætera perage ut *prop.* 34. in Sole. Hæc Sola eſt differentia quod altitudo Meridiana & declinatio Solis mutentur quotidie, ſtellarum verò eædem permaneant quoad ſenſum.

USUS XVIII. PROPOS. XXXVIII.

Qua hora ſtella quælibet in Aſtrolabio ſignata, dato anni die oriatur, culminet, occidat.

Schemat. 18. Fig. 24. 25. Quæritur ex. gr. quâ horâ ſuprà Horizontem aſcendat *Sirius*, ſive *Canis major* die 20 Iulij. Ducatur *Sirius* ad Horizontem obliquum versùs Orientem. Die Iulij 20 Sol peragravit gradum Cancri 27. Igitur regula per finem gradus illius extenſa oſtendet horam 6 matutinam, quâ *Sirius* eo die oritur.

Pari modo *Sirio* ad Meridianum BR adducto regula per locum Solis extenſa indicabit horam, quâ eo die *Sirius* Meridianum pertranſit.

*Sirio* demùm ſuprà Horizontem obliquum versùs Occidentem conſtituto, regula Solis loco applicata deſignabit horam, quâ *Sirius* die illo occidit.

Hunc in modum evidenter cognoſces diebus ſingulis Ortus, Culminationes, & Occaſus Fixarum versùs horarum initia prorepere, hoc eſt citiùs quotidie ac citiùs contingere, atque anni unius ſpatio illam anticipationis periodum abſolvi.

USUS XIX. PROPOS. XXXIX.

Quâ horizontis plagâ ſtellæ in Aſtrolabio notatæ oriantur & occidant.

Stellam datam ſtatue in Horizonte obliquo ad Orientem primò, deinde ad Occidentem. Ex gradibus Horizonti adſcriptis addiſces, quàm longè versùs Aquilonem vel Auſtrum, extra Orientem T ſtella oriatur, extra Occidentem F occumbat. Schemat. 18. Fig. 24. 25.

USUS XX. PROPOS. XL.

Cum quo gradu Zodiaci ſtellæ oriantur, culminent, occidant, reperire.

Ducatur ſtella data ad Horizontem obliquum versùs Ortum, & vide quis tum gradus Zodiaci Horizontem eumdem tangat: is eſt cum quo ſtella oritur. Pari modo ſi ducatur ſtella ad Meridianum, vel ad obliquum Horizontem versùs Occaſum, cernes illicò cum quo gradu Zodiaci Meridianum attingat, vel occidat.

USUS XXI. PROPOS. XLI.

Quo anni die ſtellæ in Aſtrolabio deſcriptæ coſmicè oriantur & occidant, invenire.

Stella oritur coſmicè, quando Sole oriente oritur; coſmicè occidit, quando Sole oriente occidit.

Per *præced.* inveni gradum Zodiaci, cum quo ſtella oritur. Quo die Sol illum Zodiaci gradum attinget, ſtella coſmicè orietur. Reperi deinde gradum Zodiaci cum quo ſtella occidit. Quo die Sol erit in gradu huic oppoſito, ſtella coſmicè occidet. Gradus oppoſitus reperitur in margine Orientali Horizontis, ubi ſtellam poſueris in margine Occidentali.

USUS XXII. PROPOS. XLII.

Quo anni die ſtellæ in Aſtrolabio notatæ acronicè oriantur & occidant, invenire.

Stella acronicè oritur, quando oritur Sole occidente; acronicè occidit, quando Sole occidente occidit.

Per *prop.* 40. reperi gradum Zodiaci cum quo ſtella oritur. Quo die Sol erit in gradu huic oppoſito, ſtella orietur acronicè. Reperi deinde Zodiaci gradum cum quo ſtella occidit. Quo die Sol eum gradum obtinebit, ſtella acronicè occidet.

USUS XXIII. PROPOS. XLIII.

Quo anni die ſtellæ in Aſtrolabio ſignatæ heliacè oriantur & occidant, reperire.

Stella oritur heliacè, quando oritur unâ circiter horâ ante Solem; tunc enim è Solis radijs emergens, manè ſuprà Horizontem Orientalem incipit apparere. Heliacè Occidit, quando unâ circiter horâ occumbit

occumbit poſt Solem; exinde enim ſub Solis nimium vicini radijs occultata apparere veſperi deſinit.

*Schemat.* 18. *Fig.* 24. 25. Exemplum ſtatuemus in *Aquila*. Ducatur *Aquila* ad Horizontem obliquum versùs Ortum perque eam regulâ extensâ, à gradu quem regula in Aſtrolabij limbo deſignat, versùs Meridianum R numera gradus 15, hoc eſt unius horæ intervallum: transfer deinde ad finem dicti intervalli latus regulæ, eique verſo Reti *Aquilam* ſuppone. Tum vide quis tum Zodiaci gradus Horizontem aſcendat: is erit ♐ gradus 28. Manifeſtum proinde eſt ♐ gradum 28 oriri unâ horâ poſt ortum *Aquilæ*. Ubi igitur Sol eum gradum attigerit, quod 28 Nov. contingit, orietur is unâ horâ poſt *Aquilam*, ſive *Aquila* unâ horâ ante Solem, hoc eſt heliacè orietur.

Statuatur deinde *Aquila* in obliqui Horizontis margine Occidentali & à gradu quem in limbo regula deſignat, numera versùs Meridianum R gradus 15: regulæ deinde ſuprà finem gradus 15 collocatæ *Aquilam* ſuppone, & nota quis tum Zodiaci gradus infrà Horizontem deſcendat. Erit ille ♒ gradus 9 quem proinde liquet unâ horâ ante occaſum *Aquilæ* occidere. Quando igitur Sol gradum 8 ♒ ingreditur, quod accidit 8 Ianuarij, occumbit is unâ horâ ante *Aquilam*, ſive illa unâ horâ poſt Solem, hoc eſt heliacè occidet.

Eodem modo cujuſvis ſtellæ in Aſtrolabio notatæ, heliacos ortus occaſuſque reperies.

## USUS XXIV. PROPOS. XLIV.

### Quæ ſtellæ numquam occidant, quæ per Zenith quotidie pertranſeant, quæ præcisè ad Horizontem uſque aſcendant, ex Aſtrolabio cognoſcere.

*Schemat.* 18. *Fig.* 24. 25. HÆc omnia Reti ſemel per integrum circulum circumacto, licebit uno intuitu conſpicere, pro ijs videlicet regionibus ad quas deſcriptum eſt Aſtrolabium.

Stellæ ſiquidem quæ Reti circumacto intra obliquum Horizontem in Aſtrolabio deſcriptum, ſemper remanent, numquam occidunt: quæ tranſeunt per punctum S, ſemel quotidie Zenith pertranſeunt: quæ Septemtrionalem Horizontis cardinem N pertranſeunt, præcisè ad Horizontem uſque deſcendunt, non ultra, & talis in altitudine poli grad. 51 eſt *Gorgon*, ſeu *Caput Meduſæ*.

## USUS XXV. PROPOS. XLV.

### Quovis momento Aſtrolabium cælo conformare.

OPorteat ſitum totius cæli, quem habet ex. gr. 23 Ianuarij horâ poſt meridiem ſeptimâ, in Aſtrolabio repræſentare. Applica regulam horæ ſeptimæ pomeridianæ in Aſtrolabij limbo notatæ; & quia Sol 23 Ianuarij verſatur in gradu quarto ♒, Rete ita circumage ut gradus ♒ quartus regulæ ſubſit. Talis eo tempore erit in cælo Zodiaci & omnium ſtellarum ſitus, qualis in Aſtrolabio exhibetur.

## USUS XXVI. PROPOS. XLVI.

### Aſtrolabio ad cælum conformato quàm multa ſimul conſpectui exhibeantur.

COnſpectu uno videntur ſequentia.

1. Diei hora & Zodiaci gradus in quo Sol verſatur, quamquam ea propriè habentur ex hypotheſi.

2. Si tempus diurnum eſt, Altitudo Solis ſuprà horizontem: eam quippe oſtendit circulus Almincantarath, per Solis locum tranſiens.

3. Cæli plaga, quâ Sol exiſtit, hoc eſt quantùm ab Ortu vel Occaſu ad Septemtrionem vel Auſtrum declinet: id deſignat azimuth, ſeu Verticales per Solem tranſiens.

4. Quis Zodiaci gradus ſuprà Horizontem aſcendat, quis item infrà Horizontem deſcendat. Gradus porrò Zodiaci ſuprà Horizontem aſcendens, ſimpliciter dicitur Aſcendens, & ſimpliciter Deſcendens, qui deſcendit infrà horizontem.

5. Quâ plagâ Horizontis Aſcendens & Deſcendens exiſtant.

6. Quis gradus Æquatoris cum Aſcendente oriatur, & cum Deſcendente occidat: Gradus enim limbi Retis in Horizonte recto tunc exiſtentes, erunt quæſiti.

7. Quis gradus Zodiaci ſit in Meridiano tam ſuprà, quàm infrà Horizontem.

8. Item quis Æquatoris gradus in Meridiano tam ſuprà quàm infrà Horizontem exiſtat.

9. Ex ſtellis in Aſtrolabio ſignatis, quæ ſuprà Horizontem, quæ infrà exiſtant.

10. Altitudines ſtellarum ſuprà Horizontem exiſtentium: exhibebunt illam Almincantarath per ſingulas tranſeuntes.

11. Quâ cæli plagâ ſtellæ ſingulæ ſuprà Horizontem poſitæ exiſtant: oſtendent illam Verticales quos ſingulæ tangunt.

12. Gradus Zodiaci & gradus Æquatoris, cum quibus unaquæque ſtella in Aſtrolabio notata, Meridianum pertranſit & in Sphærà rectâ oritur atque occidit.

Hæc omnia in Aſtrolabio ad cælum conformato ſimul conſpicienda exhibentur: ex quo illius præ alijs inſtrumentis excellentia ſatis perſpicitur.

## USUS XXVII. PROPOS. XLVII.

### Horam interdiu ex Sole cognoſcere.

AStrolabio liberè ſuſpenſo & regulâ in Solem directâ metire Solis altitudinem ſuprà Horizontem: quod etiam Quadrantis ope licebit obtinere. Reperta ſit ex. gr. altitudo graduum 48. Zodiaci gradum, quem Sol eo die obtinet, duc ad circulum Almincantarath altitudinis graduum 48. Tum regula per gradum, ſeu locum Solis extenſa horam in limbo Aſtrolabij oſtendet.

## USUS XXVIII. PROPOS. XLVIII.

### Horam noctu ex ſtellis cognoſcere.

ALicujus ſtellæ in Aſtrolabio deſcriptæ altitudinem ſuprà Horizontem explora, quæ ſit ex. gr. graduum 38. Tum ita verſa Rete ut ea ſtella contingat Almincantarath graduum 38, eoque Retis

ſitu

ſitu retento regulam extende per gradum Zodiaci quem eo die Sol percurrit: oſtendet illa horam quæſitam.

Idem aliter aſſequeris hunc in modum: Obſerva utrùm è ſtellis in Aſtrolabio notatis aliqua oriatur vel occidat. Siquam oriri deprehenderis, eam ducito ad marginem Orientalem Horizontis obliqui in Aſtrolabio deſcripti; ſi occidere, ad Occidentalem. Tum regula per locum Solis extenſa horam oſtendet.

### USUS XXIX. PROPOS. XLIX.

### Altitudines Solis ſuprà Horizontem ad ſingulas horas & momenta quolibet anni die reperire.

SCire velim ex. gr. 22 Aprilis horâ 8 matutinâ quæ futura ſit altitudo Solis. Eo die Sol percurrit ♉ gradum ſecundum. Regulæ ſuprà horam datam collocatæ gradum 2, ♉ ſupone. Circulus Almincantarath per gradum dictum incedens, indicabit Solis altitudinem graduum 24.

Uſus inſignis eſt hujus praxeos in deſcribendis Horologijs, quæ per Altitudines Solis horas monſtrant.

### USUS XXX. PROPOS. L.

### Quantùm murus ab Ortu vel Occaſu verſùs Auſtrum vel Aquilonem declinet cognoſcere.

*Schemat.* 17. *Fig.* 27. 28. LInea Orientis & Occidentis ſit CD, Aquilonis & Auſtri AB, baſis muri declinantis EF, ad quam perpendicularis eſto GZ: hæc erit communis ſectio Horizontis & Verticalis ad murum recti. Porrò muri declinatio eſt angulus EZC, ſive FZD, cujus quantitas oſtendit quantùm murus ab Oriente & Occidente ad Septemtrionem vel Auſtrum declinet.

Deſigna in muro ope perpendiculi lineam Horizonti perpendicularem, quam Verticalem vocabimus, eique ſtylum inſige muro rectum. Liquet tam Verticalem lineam quàm ſtylum eſſe in plano circuli Verticalis ad murum recti. Obſerva deinde quando ſtyli umbra lineæ verticali congruat; atque eo momento metire Altitudinem Solis ſuprà Horizontem. Tum verò Zodiaci gradum quem Sol eo die percurrit, duc ad Almincantarath Altitudinis inventæ; & vide quis Verticalis ſive Azimuth tranſeat per locum Solis: quot gradibus ille ab Oriente vel Occidente declinat, tot graduum eſt angulus GZC: quo dempto à grad. 90 recti anguli GZE, notus remanet angulus CZE, quo murus declinat ab Oriente vel Occidente.

*Demonſt.* Quando umbra ſtyli lineæ Verticali congruit, conſtat Solem tunc eſſe in plano circuli Verticalis ad murum recti. Quare cùm locus Solis per operationem præſcriptam ſit in Aſtrolabio legitimè determinatus, etiam Verticalis per locum Solis in Aſtrolabio tranſiens, referet Verticalem muro rectum, ac proinde declinatio ejus ab Ortu vel Occaſu in Aſtrolabio reperta, dabit angulum GZC: quo dempto ab angulo recto GZE, remanet angulus CZE muri quæſita declinatio ab Ortu vel Occaſu.

### USUS XXXI. PROPOS. LI.

### Horologium Solare debito ſitu collocare, quamvis linea Meridiana non habeatur.

ELige diem & horam, quâ velis Horologio deſcripto ſitum juſtum tribuere, ex. gr. diem 20 Maij, & horam 7 matutinam. Inquire per *prop.* 49, quæ futura ſit altitudo Solis ſuprà Horizontem die Maij 20, horâ 7 matutinâ. Paulò deinde ante ſeptimam ita quadrantem ſtatue ut perpendiculum abſcindat arcum BC æqualem altitudini Solis inventæ. Tum inſtrumento in eo ſitu relicto obſerva quando Solis radius per utramque lateris AD dioptram tranſeat; tunc enim erit hora 7. Quare ſi momento eodem ita collocetur Horologium ut umbra ſtyli incidat in lineam horæ 7 matutinæ, debitum illi ſitum aſſignaveris. *Schemat.* 17. *Fig.* 29.

Expediet autem tempus æſtivum eligere, & horam diei 7 aut 8 matut. vel 4 aut 5 pomeridianam: tunc enim intra breve tempus Solis altitudines variantur, & parùm aut nihil officiet Refractio.

*Hactenus de uſu nobiliſſimi inſtrumenti, quem inſigni auctario concludo.*

### PROPOSITIO LII.

### Aſtrolabium particulare hactenùs explicatum quoad pleroſque uſus Catholicum efficere.

IN dorſo Orbis BCREK quem Faciem Aſtrolabij appellavimus, ſive in orbe alio huic æquali, præter Meridianum RK, Horizontem rectum CE, Æquatorem ac Tropicos, deſcribe Horizontes obliquos 89 ad ſingulos videlicet gradus altitudinis poli, eàdem prorſus methodo, quâ ad datam unam altitudinem poli hunc deſcripſimus *prop.* 14. Si novum orbem illum ſive faciem Reti ſubjeceris, Aſtrolabium ex particulari catholicum efficies quoad omnes uſus, hucuſque recenſitos, modò eos excipias qui à circulis Verticalibus & Almincantarath dependent; qui pro ſingulis Horizontibus ob nimiam multitudinem deſcribi non poſſunt. *Schemat.* 18. *Fig.* 24.

## CAPUT IV.

### Projectio ſphæræ in planum Coluri Solſtitiorum, Oculo in principio Arietis vel Libræ conſtituto.

HOc ſitu Oculi ſphæra projecta exhibet Aſtrolabium univerſale cujus uſum Gemma Friſius expoſuit, quem conſule. Modum hujus projectionis dum expono, univerſim.

### NOTA.

1. Horizontis ſpeciem non variari mutatâ Longitudine, ſed Latitudine, ſeu Altitudine poli. Degentibus enim ſub eodem Parallelo omnia cæli phœnomena eodem modo apparent, cum eâ tantùm differentiâ, quòd magis Orientalibus appareant citiùs. Quare ſi per initia ♈ ac ♎, hoc eſt per Æquatoris & Eclipticæ ſectiones, ad ſingulos Coluri Solſtitiorum gradus circuli maximi deſcripti intelligantur, illi omnes Horizontium ſpecies repræſentabunt.

2. Quando igitur Oculum ſtatuimus in principio ♈ vel ♎, intelligere oportet conſtitui illum in communi interſectione Horizontis, Æquatoris & Eclipticæ; quod meminiſſe in ſequentibus propoſitionibus lector debebit.

3. Quando Oculus ponebatur in alterutro mundi polo, projecimus aſpectu uno in planum Æquatoris non ſolùm hemiſphærium Oculo oppoſitum, ſed ejus etiam, in quo erat Oculus, partem tantam, quantam capere plani dati amplitudo potuit. Verùm Oculo in principio ♈ vel ♎ conſtituto, commodiùs erit, ſi in planum Coluri Solſtitiorum aſpectu uno illud tantùm hemiſphærium projiciatur, quod Oculo oppoſitum eſt.

4. Oculo igitur poſito in principio ♎, hemiſphærium Arietis cum ſemiſſibus Eclipticæ, Horizontis, Æquatoris, Parallelorum, Meridianorum, in ipſo exiſtentibus in planum Coluri projicitur, eſtque projectura ipſi Coluro æqualis, ut patet ex *prop.* 1. Quod ſi Oculum ad ♈ initium tranſtuleris, in Colurum projicietur hemiſphærium ♎ cum ſuis ſemicirculis; eritque rurſum projectura non ſolùm Coluro æqualis, ſed etiam planè ſimilis projecturæ hemiſphærij prioris, ac proinde factâ projecturâ unius, habetur & alterius.

His prænotatis, ſit

## PROPOSITIO LIII.

### Colurum Æquinoctiorum, Æquatorum, Parallelos, ac Meridianos projicere.

*Schemat.* 18. *Fig.* 30. DEſcribatur circulus ADBEC referens Colurum Solſtitiorum, qui reliquorum circulorum projecturas excipiat: ſit B polus Borealis, C Auſtralis.

1. Principia ♈ & ♎ projiciuntur in A centrum Coluri Solſtitiorum. Cùm enim principia ♈ & ♎ ſint poli ipſius Coluri, manifeſtum eſt ſi Oculus ſtatuatur in principio ♎, ab eoque radius emittatur ad principium ♈, hunc Coluro, qui jam eſt planum projectionis, occurrere in ipſo centro A, ac proinde in hoc
b *Per def.* 2. [b] projici ♈ principium. Pari modo ſi Oculus exiſtat in principio ♈, principium ♎ in centrum A projicietur.

2. Colurus Æquinoctiorum projicitur in axem mundi BC. Cùm enim is tranſeat per initia ♈ & ♎,
c *Per. p.* 3. adeoque per Oculum, liquet [c] eum projici in rectam lineam, & quia tranſit per mundi polos, liquet projici in axem BC. Verùm tum hic, tum in ſequentibus memento notationis quartæ.

3. Æquator projicitur in Solſt. Coluri diametrum DE, quæ axem BC rectè interſecat. Nam quia Æquator tranſit per initia ♈ & ♎, hoc eſt per Oculum, etiam is projicitur [d] in lineam rectam, diametrum nempè Coluri Solſtitiorum: & quia à polis B, C,
d *Per eand.* æqualiter diſtat, patet eum projici in diametrum DE axi BC perpendicularem.

4. Semicirculum DCE partire in gradus 180.
*Fig.* 30. & 31. Ex B per ſingula partitionum puncta emiſſi radij
d *Per p.* 4. projecturam Æquatoris DE [d] in gradus ſuos diſtribuent in punctis P. Quare ſi per mundi polos B, C,
o *Per ſ.* 4. & ſingula puncta P deſcribantur [o] arcus circulorum BCP, erunt hi projecturæ Meridianorum per ſingulos Æquatoris gradus tranſeuntium.

Cùm enim gradus Æquatoris projecti ſint in P, P, liquet Meridianorum projecturas tranſire per P, P. Tranſeunt autem & per polos B, C. Cùm igitur
i *Per p.* 7. Meridianorum projecturæ ſint [i] circuli, liquet eas eſſe circulorum arcus per puncta B, P, C deſcriptos.

5. Quadrantes EB, EC divide ſingulos in gradus *Fig.* 30. & 31.
90. Radij ex D per ſingula diviſionum puncta emiſſi BC projecturam Coluri Æquinoctiorum in gradus ſuos diſtribuent in punctis, O, O. Quare ſi per gradus Coluri Solſtitiorum F, K æqualiter ab Æquatore DE diſtantes, & per puncta O deſcribantur [m] m *per ſ.* 4.
circulorum arcus, erunt hi projecturæ Parallelorum per ſingulos Latitudinis gradus tranſeuntium.

*Talis Meridianorum & Parallelorum projectio aptiſſima eſt ad deſcribendas mappas Geographicas, ut dicetur pluribus in Geographiâ.*

## PROPOSITIO LIV.

### Tropicos, Polares circulos, & Eclipticam projicere.

1. AB Æquatoris projecturâ DE numerentur *Fig.* 32.
utrimque gradus 23, 30′. DF, DI, item EH, EG, ducanturque rectæ DH, DG ſecantes BC in Q & R. Per tria puncta F, Q, H, deſcriptus arcus erit projectura Tropici ♋, arcus verò deſcriptus per tria puncta I, R, G, dabit projecturam Tropici ♑.

Arcus enim AQ eſt projectura graduum 23. 30′ Coluri Æquinoctiorum, ut patet ex *p.* 4. Liquet igitur projecturam Tropici ♋ tranſire non ſolùm per F, & H, ſed etiam per Q. Quare cùm Tropici projectura [n] ſit circulus, erit ea circuli arcus per tria n *Per p.* 7.
puncta F, Q, H deſcriptus.

2. A polis B, C, numera utrimque gradus 23. 30′, BK, BL, CM, CN, ducanturque rectæ DL, DN, ſecantes BC in S & T. Per tria puncta K, S, L, item M, T, N, deſcripti arcus ſunt projecturæ circulorum Polarium.

Patet ſiquidem ex *prop.* 4. BS projecturam eſſe graduum 23. 30′ Coluri Æquinoctiorum. Quare projectura Polaris Arctici tranſit non ſolùm per puncta K, L, ſed etiam per S. Ergò cùm Polaris circuli projectura ſit [p] circulus, ea erit circuli arcus per p *Per p.* 7.
puncta K, S, L deſcriptus.

3. Ducatur recta IH; tranſibit illa per centrum A, eritque projectura Eclipticæ.

Cùm enim Ecliptica tranſeat per Oculum in principio ♈ vel ♎ conſtitutum, projicietur in [r] rectam r *Per p.* 3.
lineam: & quia Tropicos Ecliptica tangit in I & H principiis ♋ & ♑, projicietur in rectam non aliam quàm FG.

## PROPOSITIO LV.

### Eclipticæ gradus ac Signa & Signorum Parallelos projicere.

1. SEmicirculum INH divide in ſex partes æquales, in punctis ω, hoc eſt in ſex arcus 30 graduum, & ex puncto K quod alterum ſemicirculum IKH bifariam ſecat, per diviſionum puncta ω radios emitte: quorum medius KωN tranſibit per centrum *Schemat.* 19. *Fig.* 32.
A. Secabunt illi in recta IH, projecturas [a] ſex arcuum 30 graduum, ſive ſex Signorum, quæ ſunt in a *Per p* 4.
Eclipticæ ſemicirculo qui Oculo opponitur. Eædem porrò etiam erunt projecturæ ſex Signorum reliquorum, iuxta notationem 4 ſuprà. Ordo Signorum projectorum is erit, quem figura monſtrat.

2. Circa rectas HG, FI ſemicirculos deſcribe HOG, FOI. Hos in 6 arcus æquales partire in punctis O, quorum ea quæ ſunt oppoſita rectis lineis connecte ſecantibus peripherias FDI, HEG in punctis Z & X. In his Signorum paralleli ſecabunt

peri-

peripheriam Coluri Solſtitiorum BDCE. Quare arcus per puncta ſingula rectæ H I, in quæ projecta ſunt Signorum initia, & bina puncta Z, X, illis reſpondentia deſcripti, erunt projecturæ Parallelorum per Signorum initia tranſeuntium.

3. Eclipticæ projecturam I H in gradus diſtribues, ſi ſemicirculo INH in gradus 180 diviſo, ex K per ſingula diviſionum puncta rectas ipſam I H interſecantes, emiſeris, ut patet ex *prop.* 4.

### PROPOSITIO LVI.

### Horizontem ad datam poli Altitudinem projicere, & in gradus diſtribuere.

*Schemat.* 19. *Fig.* 33. A Polo B in Coluro Solſtitiorum BDCE numera gradus datæ Altitudinis poli uſque in F. Per F & centrum A duc rectam FAG. Hæc eſt projectura Horizontis ſuprà quem Altitudine datâ polus attollitur.

*o vide not.* 2. *c Per p.* 3. Nam quia Oculus exiſtit *o* in communi ſectione Æquatoris, Eclipticæ, & Horizontis, liquet *c* eum projici in diametrum Coluri qui eſt planum projectionis. Projicitur ergo in diametrum F G, quæ abſcindit arcum BF datæ Altitudini poli æqualem.

Hinc patet regulam mobilem circa centrum A omnes Horizontium ſpecies repræſentare.

Horizontis projecturam F G in gradus ſuos diſtribues, ſi ſemicirculo FCG in partes 180 ſecto, ex puncto O quod alterum ſemicirculum biſecat, rectas ad ſingula diviſionum puncta ipſam F G interſecantes, emiſeris, ut patet ex *prop.* 4.

### PROPOSITIO LVII.

### Circulos longitudinum & Parallelos Eclipticæ projicere.

*Fig.* 30. PRojiciuntur eodem modo, quo Meridiani & Paralleli Æquatoris *prop.* 53. Quare ſi B, C ponantur eſſe poli Eclipticæ, & D E projectura Eclipticæ in gradus ſuos per *prop.* 55 diſtributa in punctis P, arcus BPC qui priùs erant projecturæ Meridianorum, jam erunt projecturæ circulorum Longitudinis: arcus verò FOK, qui fuerant projecturæ Parallelorum Æquatori, jam erunt projecturæ Parallelorum Eclipticæ.

### PROPOSITIO LVIII.

### Verticales & Horizonti Parallelos projicere.

*Schemat.* 18. *Fig.* 30. PRojiciuntur eodem modo ut Meridiani & Paralleli Æquatoris. Nam

Si Poli Horizontis ponantur eſſe B, C, & D E projectura eſſe Horizontis dati, eaque in ſuos gradus diſtribuatur in punctis P, quemadmodum *prop.* 53. *num.* 4. diſtributus eſt Æquator; arcus BPC erunt projecturæ Verticalium, arcus verò FOK projecturæ Parallelorum Horizonti.

### PROPOSITIO LIX.

### *Schemat.* 20. Aſtrolabium Æquinoctiale catholicum conſtruere.

*Figura ultima.* *a per prop.* 53. IN planum circuli ABXCZ, Colurum Solſtitiorum & loci cujuſvis Meridianum repræſentantis, projice *a* Colurum Æquinoctiorum, Æquatorem,

*Tacquet Optica.*

Parallelos, *d* Tropicos, Polares, Eclipticam, *e* cum ſuis Signis & gradibus Meridianos *f* ſeu horarios circulos. Planum verò Coluri BXDZ limbus ambiat juſtæ latitudinis, in quo gradus Coluri notentur. Deinde regulam conſtrue mobilem circa centrum A, cujus latus B A ſemper tranſiens per centrum A, ſit æquale aſſumptæ diametro Sphæræ, ſeu Coluri Solſtitiorum, & in gradus diſtributum *b*. Repræſentabit ea & Horizontem *c* quemcumque, & quemvis maximum circulum plano projectionis rectum, ut Æquatorem, Eclipticam &c. Fiat deinde regula N D æqualis ſemidiametro Sphæræ ſeu Coluri in quem Sphæra projicitur, habens eamdem ſecundùm gradus diviſionem quam habet regula Horizontalis & diameter Planiſphærij. Hanc deinde Horizonti Mobili B C internis excavato ita inſeres, ut, ſitu perpendiculari ſemper retento, moveri per eum ab extremitate unâ B ad C aliam poſſit, quâ ex cauſâ etiam Curſor appellatur. Aptetur denique Brachiolum cum ſuo apice ſeu indice, ut figura exhibet, affigi hoc ſolet Curſori. Atque hæc quidem anterior Aſtrolabij pars eſt, quæ etiam abſolutè Aſtrolabium vocari ſolet. Altera pars ſeu Dorſum continere poteſt in circulis exterioribus inſcriptos totius Anni dies & menſes, & gradus ac Signa Zodiaci illis reſpondentes, item horas Aſtronomicas. Interius verò, pars ſuperior complecti poteſt horas inæquales, inferior ſcalam altimetram. Regula denique circa centrum mobilis ac binis dioptris inſtructa apponitur. Hæc conſtructio: uſum unum alterumve ſubjungo.

*d per p.* 54. *e per p.* 55. *f per p.* 53. *b per p.* 56. *c per p.* 56.

### USUS PRIMUS.

### Ortum & Occaſum Solis & aliarum ſtellarum; item arcum nocturnum & diurnum in quacumque ſphæra, invenire.

SI ſphæra recta eſt, nulla eſt difficultas, cùm in illâ ſemper Sol & Stellæ reliquæ oriantur horâ ſextâ à mediâ nocte, occidant horâ ſextâ à meridie; & arcus nocturni & diurni ſemper ſint duodecim horarum.

Si ſphæra obliqua eſt, regula Horizontalis conſtituatur ad latitudinem Horizontis propoſiti, & notetur Parallelus per locum Solis aut Stellæ deductus; hic namque ubi concurret cum regulâ Horizontali, exhibebit horam Ortus & Occaſus cognoſcendam ex circulis horarijs propè quos interſectio occurrit. Ab eo autem loco uſque ad meridiem numerati gradus circuli paralleli dabunt arcum ſemidiurnum, numerati verò uſque ad lineam mediæ noctis exhibebunt arcum ſeminocturnum.

Si Parallelus ſtellæ aut Solis ſit totus ſuprà Horizontem, tunc non occidenr; ſi ſit infrà, non oriatur.

### USUS SECUNDUS.

### Horam à meridie aut media nocte ex Altitudine Solis aut ſtellæ invenire.

COnſtitue regulam Horizontalem ad lóci dati Latitudinem, & Apex Brachioli collocetur in Parallelo Solis aut datæ ſtellæ ad æſtimatam utcumque horam. Transferatur deinde Horizon cum Brachiolo ad lineam quæ Æquatorem exhibet, & ſi tum Apex Brachioli incidat in circulum Parallelum Altitudinis aut datæ aut inventæ Solis vel ſtellæ, hora aſſumpta erit vera: ſi verò indicaverit Altitudinem

majorem, quæratur hora propiùs ad meridiem: quod ſi minorem. quæratur hora remotiùs à meridie. Quare reductâ lineâ Horizontali ad loci Latitudinem ponatur Apex in Parallelo Solis aut ſtellæ remotiùs aut propiùs ad meridiem ſecundùm jam dicta, & tum rurſum, ut ſuprà, referatur ad Æquatorem. Quod tentamen toties repetatur donec Apex, in Parallelum Altitudinis Solis aut ſtellæ exactè incidat, conſtituto Horizonte ad Æquatoris lineam. Poſtquam ergo, repetito tentamine, res ſucceſſerit, collocetur iterùm Horizon ad loci dati Latitudinem, & Apex Brachioli exactè horam indicabit.

## USUS TERTIUS.

### Latitudinem ortivam & occiduam Solis aut ſtellarum ex Latitudine Loci cognita, invenire.

COllocetur regula Horizontalis ad Latitudinem Loci dati. Parallelus per locum Solis aut ſtellæ incedens ubi Horizontem interſecat, oſtendit amplitudinem ortivam ſecundùm numerum graduum Horizontis, qui intercipiuntur inter Regulæ centrum & dictam interſectionem. Et ſi Sol aut ſtella declinet in Auſtrum, erit Latitudo Auſtrina, ſi ad Boream, Borea; Latitudini ortiva, occidua æqualis eſt.

*Plures uſus qui deſiderat conſulat* (ut monui initio Capitis) *Gemmam Friſium alioſque: nobis ſufficit projectionis Theoriam, ex quo omnis uſus profluit, expoſuiſſe & demonſtraſſe.*

### *Scholium.*

*Geminum hactenus Aſtrolabium expoſuimus, alterum Polare, quod Oculus dedit in Polorum alterutro conſtitutus; Æquinoctiale alterum, quod ab Oculo in principio* ♈ *vel* ♎ *poſito profluxit: quæ ſi inter ſe conferre voluerimus, alterum alteri jam præſtare, jam cedere comperiemus. Æquinoctiale uſu univerſaliter Polari ſubinde antecellit quidem, ſed viciſſim ab illo in multis vincitur. Polare ſiquidem & diei noctiſq́, horam, quod in Aſtrolabijs inprimis expetitur, ex Altitudine Solis aut ſtellæ expeditiſſimè indicat, quam Æquinoctiale non niſi conjecturâ quâdam, & ſæpius pertentande exhibet. Deinde ſpectaculum oculis perjucundum præbet, dum ſtellæ oriri, culminare, & occidere paulatim ad Retis motum conſpiciuntur. Adhæc cælo conformatum, res duodecim diverſas, quas* prop. 46 *recenſui, uno aſpectu videndas exhibet. Accedit his omnibus, quod ipſum quoque quoad uſus pleroſque catholicum reddi poſſit, ut* prop. 52, *oſtenſum eſt. Quando igitur hæc inſtrumenta invicem excedunt exceduntúrq́, utrumque adhibere conſultum erit. Si quis autem etiam tertium (de quo infrà) his adjunxerit, is ad omnem Aſtronomicum uſum quàm optimè fuerit inſtructus.*

## CAPUT V.

## PROPOSITIO LX.

### Sphæram projicere Oculo in Zenith conſtituto.

HOc Problemate concludam genus illud projectionis, quod Oculum in ſphæræ ſuperficie collocat. Quamvis enim ad uſus Aſtronomicos parùm aut nihil faciat, ſubſervire tamen poteſt ad Geographicos, ut ſuo loco exponam.

Res porrò tota verbo propè uno abſolvitur, cùm ea projectio non differat ab illâ, quâ Oculus in polo conſtituitur, ſi nomina circulorum permutentur. Nam circulus qui in illâ referebat Æquatorem, in hac Horizontem repræſentat; & projecturæ Tropicorum reliquorumq́ue Æquatori parallelorum in illa, in hac ſunt projecturæ parallelorum Horizonti, ſeu Almincantarath: rurſum qui in illâ ſunt projecturæ Horizontis, Almincantarath & Verticalium, in hac projecturæ erunt Æquatoris & Parallelorum ejus, ac Meridianorum. Poſtremò rectæ lineæ quæ per centrum projectionis ductæ, erant projecturæ Meridianorum in illâ, in hac erunt Verticalium projecturæ. Quare qui illius projectionis modum, quem 2. *cap.* expoſuimus, probè intellexerit, hanc quoque nullo negotio perficiet.

## CAPUT VI.

### Projectionis Ortographicæ fundamenta.

SPecies altera projectionis Aſtronomicæ, ut huius libri principio dixi, ea eſt quâ ſphæra vel alia quævis magnitudo in planum tranſcribitur radijs ad ipſum planum perpendicularibus. Quod ſi projectionis etiam huius principium referre ad Oculum placuerit, neceſſe erit eum diſtantiâ quodammodo infinitâ à projectionis plano removeas: ita enim continget ut radij ab eo per ſingula magnitudinis projiciendæ puncta evibrati reddantur quoad ſenſum paralleli. Guido Ubaldo infinita illa Oculi diſtantia diſplicet: neque ego diffiteor fictitiam eſſe minimeque neceſſariam. Sed quidquid eâ de re ſenſeris, ad ſcopum hic intentum intereſt omninò nihil. Hoc certum, projectionem, de quâ agitur, à radijs ſubjecto plano perpendicularibus dimanare.

### *Definitiones.*

1. Projectio orthographica eſt quâ ſphæra cum ſuis circulis, vel alia magnitudo, tranſcribitur in planum radijs ad ipſum planum perpendicularibus.

2. Punctum projicitur in punctum quòd perpendicularis à puncto projiciendo ducta in plano projectionis deſignat.

3. Cùm perpendiculares nomino, intellige ad planum projectionis.

## PROPOSITIO LXI.

### Linea recta ad projectionis planum perpendicularis, projicitur in punctum, quo ipſa planum ſecat.

PAtet ex definitione 1.

## PROPOSITIO LXII.

### Recta linea (AB) projectionis plano non perpendicularis, projicitur in rectam (EF) à perpendicularibus extremis (AE, BF) in plano projectionis comprehenſam.

PEr EABF ducatur planum ſecans planum projectionis rectâ EF. Cùm AE, BF per hyp. ſint rectæ ad planum projectionis, etiam planum ª EABF eidem rectum erit. Sumptis igitur in AB *Schemat.* 18. *Fig.* 34. ª *per* 18. 11 punctis

punctis quotcumque, O, ſi ab his ad communem ſectionem EF, perpendiculares ducantur OF, hæ quoque ad projectionis planum *b* perpendiculares erunt. Omnia igitur puncta rectæ A B projiciuntur *c* in puncta ipſius G F. Ergo ipſa quoque AB projicitur in rectam E F.

*b Patet ex def. 4. 11.* *c per def. 2.*

PROPOSITIO LXIII.

*Schemat. 18. Fig. 34.*

**Projectura datæ rectæ (AB) maxima eſt, cùm (AB) fuerit plano projectionis parallela.**

Circa datam rectam circulum deſcribe, in quo ſitum habeat primò parallelum in AB, deinde obliquum in CD, & perpendiculares demittantur AE, BF. Per *præc.* A B projicitur in EF, & CD in GH. Jam quia anguli AEF, BFE *d* recti ſunt, eſtque A B parallela ad EF, etiam EAB, FBA recti erunt, adeoque EA, FB circulum *i* tangunt in A & B. Ergo perpendiculares CG, DH, cadunt intra perpendiculares AE, BF, ac proinde GF major eſt quàm I H. Ex quo liquet propoſitum.

*d Per hyp.* *i Per 16. 3.*

*Corollarium.*

Ex dictis patet rectam lineam, cùm ſitum habet projectionis plano parallelum, projici in rectam ſibi æqualem; in rectam verò ſe minorem, quandò ſitum habet obliquum.

PROPOSITIO LXIV.

*Schemat. 18. Fig. 35.*

**Plana ſuperficies (ACBD) ad projectionis planum recta projicitur in rectam lineam (AB), qua projectionis planum ſecat.**

In plano dato ducantur quotcumque COD, COD perpendiculares communi ſectioni A B. Quia planum datum ACBD perpendiculare eſt plano projectionis, rectæ COD perpendiculares ſectioni communi, erunt etiam perpendiculares *o* plano projectionis. Ergo rectæ COD, projiciuntur *m* in O, O, puncta communis ſectionis A B, ac proinde totum planum ACBD projicitur in totam A B.

*o patet ex def. 4. 11.* *m per def. 2.*

*Corollarium.*

Hinc patet circulum rectè inſiſtentem plano projectionis per centrum ſuum ducto, projici in rectam A B, quâ projectionis planum interſecat.

PROPOSITIO LXV.

*Schemat. 18. Fig. 35.*

**Circulum (ACBD) plano projectionis rectum, cum ſuis gradibus Ortographicè projicere.**

Ducatur in eo diameter A B, quæ per *præc.* ſit ipſius projectura. Sit autem peripheria circuli ſecta in gradus, ſeu arcus æquales in punctis C, C; D, D; ab his ducantur perpendiculares CO, CO: hæ projecturam circuli A B in gradus diſtribuent, ut patet ex ante dictis.

Vel puncta diviſionum oppoſita C, D; junge rectis CD, CD, ſecabunt itidem illæ projecturam A B in gradus ſuos.

PROPOSITIO LXVI.

**Circulus projectionis plano parallelus in æqualem ſibi circulum projicitur; obliquus in ellipſim.**

*Schemat. 19. Fig. 36.*

Prima pars patet; ſecundam ſic oſtendo.

Eſto circulus ACBDE projectionis planum interſecans diametro ſuâ CAD, ad quam alia ducatur diameter perpendicularis BAE. Projectura circuli radijs perpendicularibus BF, NI, EG, OM, alijſque infinitis producta, ſit ACFDG, in quâ ducatur FAG. Quia B F recta eſt ad planum projectionis DFCG, etiam per 18. 11 planum ABF rectum erit eidem. Cùm igitur D A ſit recta ad B A, erit quoque ad F A recta, ut patet ex *def.* 4. 11. Ducantur inſuper I P parallela ad FA, & NP parallela ad BA. Quia igitur BA, FA, ſunt rectæ ad DAC, etiam NP, IP ad DAC rectæ erunt. Deinde quia BF, NI perpendiculares ſunt projectionis plano, etiam erunt ad rectas F A, IP in eo ductas *a* perpendiculares, adeoque recti ſunt & æquales anguli BFA, NIP. Deinde cum NP, PI, parallelæ ſint ad BA, AF, etiam anguli BAF, NPI *b* æquales erunt. Triangula igitur BFA, NIP ſimilia ſunt, *i* ideoque FA eſt ad IP, ut BA ad NP, & quadratum FA ad quadratum IP, *m* ut quad. BA ad quadr. NP. Sed quadr. B A eſt ad quadr. NP, ut rectangulum CAD ad rectangulum CPD, cùm hæc illis ſint *o* æqualia. Ergo etiam quadr. F A eſt ad quadr. I P, ut rectang. CAD, ad rectang. CPD: quæ cùm *t* circuli & ellipſeos proprietas exiſtat, patet figuram AFDGC ellipſim eſſe vel circulum. Circulum non eſſe ſic oſtendo. Cùm B E plano projectionis non æquidiſtet, projicitur in rectam ſe *n* minorem. Atqui *r* projicitur in rectam FAG. Ergo FAG minor eſt quàm BAE, hoc eſt quàm CAD, quæ æquatur ipſi BAE. Quoniam igitur figuræ CFDG diametri FG, CD ſunt inæquales, liquet eam non eſſe circulum. Cùm ergo ſit ellipſis vel circulus, ellipſis erit, cujus major axis D C minor F G, eſt enim oſtenſum ſupra eſſe rectas ad ſe invicem DA, FA.

*a per def. 3. 11.* *b per 10. 11.* *i per 4. 6.* *m per 22. 6.* *o patet ex corol. p. 17. 6.* *t per 21. 1. conic.* *n per corol. prop. 62.* *r per p. 61.*

*Corollarium.*

In projectione Orthographicâ ſemicirculus DBC projicitur in ſemiellipſim DFC, alterque ſemicirculus DEC in ſemiellipſim alteram DGC. Secùs ſit in projectione priori quæ Oculum ſtatuebat in ſuperficie Sphæræ; in eâ ſiquidem inæquales projecturæ partes æqualibus circuli projiciendi portionibus reſpondent, ut patet ex *coroll. prop.* 9.

PROPOSITIO LXVII.

**Circulum projectionis plano non Parallelum cum ſuis gradibus Orthographicè projicere.**

*Schemat. 19. Fig. 36. Fig. 37.*

Detur circulus BDEC ad projectionis planum inclinatus angulo BAF, & ſectus in æquales arcus in punctis N, N, O, O.

Deſcribatur in plano dato circulus *b*D*e*C æqualis dato; per cujus centrum ducantur ad rectos angulos B*e*, DC, & BE, conſtituens ad centrum BA*b* angulum æqualem dato inclinationis angulo. Ex B & E perpendiculares eductæ abſcindent F G axem minorem ellipſeos, quæ projectura eſt dati circuli. Quare ſi circa axes DC, FG deſcribatur ellipſis, habetur quæſitum.

*Demonſtratio.* Patet ex *prec.* ſi circa rectam FAG triangula FBA, GEA ita circumagantur, ut rectè inſiſtant plano *b*D*c*C, unum ſuprà, alterum infrà; quod factum vides in *fig.* 36.

*Fig.* 36. Ut projecturam in gradus diſtribuas ita ratiocinare. In dato circulo obliquo per diviſionum puncta B,N, ducantur BA, NP perpendiculares ad DC, & ex iiſdem demittantur perpendiculares BF, NI. Patet arcus BN, NC projici in arcus FI, IC. Item patet ſi circa rectam CD circulus obliquus reclinetur ſuprà projectionis planum in D*bn*C*e*, rectæque BA, NP in *b*A, *n*P, eas tranſire per F, & I, ac manere perpendiculares ad DC.

*Fig.* 37. Efficies igitur quæſitum, ſi deſcriptum in dato plano circulum D*b*C*e* æqualem dato in gradus diſtribuas in punctis *n*, *n*, *o*, *o*, & à ſingulis diviſionum punctis perpendiculares emittas *n*P, projecturam DFCG ſecantes in punctis I & M: vel ſi oppoſita diviſionum puncta conjungas rectis *no*.

### PROPOSITIO LXVIII.

## Ellipſis projicitur in ellipſim; ſed uno caſu in circulum.

*Schemat.* 19. *Fig.* 38. Pars prima ſimili modo oſtenditur quo *p.* 65. Alteram ſic demonſtro. Ducatur in projectionis plano recta DB æqualis axi minori ellipſis datæ: cui in eodem plano æqualem deſcribe CE, ſic ut ambæ invicem biſariam & rectè ſecent in A. Ex AC productâ ſume AI parem axi majori. Tum centro A per I deſcribe circulum ad planum projectionis rectum, & ex puncto C erige rectam CO projectionis plano perpendicularem, circulo occurrentem in F. Per F & A duc rectam FA, eamque produc in G, ut ſint æquales FA, AG, jungaturque GE, quam patet eſſe parallelam ad FC. Quare cùm ad BCDE projectionis planum perpendicularis *a* ſit FC, erit *b* & GE. Præterea cùm BA ſit perpendicularis projectionis plano CBED, etiam planum CFA *c* eidem erit perpendiculare. Quare cùm BA *d* ſit perpendicularis ad CA, erit quoque ad *e* FA, adeoque BD, FG invicem ad rectos ſunt angulos. Poteſt igitur circa BD, FG tanquam axes ellipſis deſcribi DBGD, quæ eadem erit cum datâ, eò quòd illius axes axibus datæ ſint æquales.

a *per conſtr.* b *per* 8. 11. c *per* 18. 11. d *per conſtr.* e *patet ex def.* 4. 11.

Dico igitur ellipſim datam, ſuo axe majori inclinatam angulo CAF projici in circulum BCDE. Cùm enim FC ex conſtr. & GE ex demonſtratione ſint perpendiculares plano projectionis, liquet FG ellipſis axem majorem projici in *a* rectam CE, quæ quia per conſtr. æqualis eſt BD, patet projecturam BCDE circulum eſſe: quod erat oſtendendum.

a *per p.* 62.

# CAPUT VII.

## Orthographica projectio ſphæræ in planum Coluri Solſtitiorum.

Demonſtratis projectionis Orthographicæ fundamentis, facilè jam erit in quem libuerit maximum circulum Orthographicè ſphæram projicere. Sed quia ex maximis ſphæræ circulis nullus ad uſum aptus eſt præter Colurum Solſtitiorum, in hunc Orthographicè Sphæra projicitur: ex qua projectione altera catholici Aſtrolabii ſpecies enaſcitur, cujus conſtructionem atque uſum Ioannes de Roias expoſuit.

### PROPOSITIO LXIX.

## Colurum Æquinoctiorum, Horizontem quemcumque, Æquatorem, Tropicos, Polares, Eclipticam, Orthographicè projicere.

Cum hi circuli omnes ſint recti ad Colurum Solſtitiorum qui jam eſt planum projectionis, & repræſentatur per circulum AFXEZ, liquet *a* eos in Coluri Solſtitiorum diametros projici. Itaque *Schemat.* 19. *Fig.* 39. a *ex corol. p.* 64.

1. Per mundi polos X, Z, ducta diameter XAZ eſt projectura Coluri Æquinoctiorum, & principia ♈ ac ♎ projecta incidunt in centrum A.

2. A polo X in B numerentur gradus Altitudinis poli ſupra Horizontem datum. Diameter BAC eſt projectura Horizontis dati. Quod ſi per quadrantis XO gradus ſingulos ducantur diametri, dabunt hæ omnes Horizontium ſpecies Orthographicè projectas. Ex quo patet regulam mobilem circa centrum A, cujuſcumque Horizontis projecturam exhibere.

3. Diameter EF ad XZ perpendicularis, erit projectura Æquatoris.

4. Ab E in D, & O, item ab F in P, & Q numera gradus utrimque 23.30′, ducanturque DP, OQ, Erunt hæ projecturæ Tropicorum.

5. Ducatur recta OP, quæ tranſibit per centrum A. Hæc eſt Eclipticæ projectura.

6. A polis X, Z, in H, & K, item in T, & V, utrimque numera gradus 23. 30′ junganturque rectæ HK, TV. Erunt hæ projecturæ circulorum Polarium.

### PROPOSITIO LXX.

## Parallelos Signorum & graduum Eclipticæ projicere.

1. Semicirculos PHO, PVO. ſingulos divide in 6 partes æquales, & oppoſita diviſionum puncta rectis lineis conjunge: diſtribuent illæ Eclipticæ projecturam OP in Signa, eo ordine quem characteres adſcripti indicant. Quod ſi Coluri gradus ſingulos oppoſitos rectis item lineis *απ*, L*ω* connectas, dabunt hæ projecturas omnium graduum Eclipticæ. Utrumque patet ex *prop.* 65. Ducanturque deinde per Signorum initia jam projectæ rectæ SIN, &c. ad EF Parallelæ: erunt hæ projecturæ Parallelorum per Signorum initia tranſeuntium, ut patet ex *corol. p.* 63. Quod ſi per ſingulas graduum Eclipticæ projecturas deſcribantur Parallelæ lineæ ad EF, dabunt hæ projecturas Parallelorum diurnorum. *Schemat.* 19. *Fig.* 39.

2. Licebit etiam Signorum initia ac Parallelos projicere hunc in modum. Ducantur rectæ PQ, DO, circa quas ſemicirculi deſcribantur PMQ, DRO, quos in 6 arcus æquales partire, & oppoſita partitionum puncta rectis lineis *θφ*, MR connecte: ſecabunt hæ projecturam Eclipticæ PO in iiſdem punctis, in quibus eam ſecabant rectæ *απ*, L*ω*, ac proinde etiam ipſa Signorū initia deſignabunt. Quod ſic demonſtro.

Sumantur ex illis binæ ſibi mutuo reſpondentes MGR, LI*ω*. Quoniam arcus PL, PM ſimiles ſunt, ambo videlicet duæ ſextæ ſuorum ſemicirculorum PLO, PMQ, & rectæ LIC, MGR perpendiculares ſunt ad diametros PO, PQ, patet MGR ſecare PQ in eâdem ratione, quâ LI*ω* ſecat PO. Sed, quia MGR eſt parallela ad QO, etiam MGR ſecat PO in eâdem ratione, qua eadem MGR ſecat ipſam PQ. Ergo

MGR

MGR ſecat PO in eodem puncto I, in quo Lα ſecabat eandem ϸO. Pari modo oſtendam reliquas ϑΦ ſecare PO in iiſdem punctis, in quibus reliquæ ατ eandem PO interſecant. Quod erat demonſtrandum.

*Projectura circulorum duabus præcedentibus prop. deſcripta, conficiunt inſtrumentum, quod analemma Ptolemæus appellat, uſumq; habet multis in rebus ſingularem.*

### *Corollarium* 1.

Ex his patet Parallelos Signorum interſecare peripheriam Coluri Solſtitiorum in punctis N, N, S,S, in quibus eandem ſecant rectæ ϑΦ, MR: quod *prop.* 55 fuerat aſſumptum.

### *Corollarium* 2.

Si ex centro A, ad interſectiones N, N, ducantur inſuper AN, AN, deſcripta erit figura quam appellant, radiorum Zodiaci; cujus in variis rebus non modicus eſt uſus. Sunt porrò radii prædicti ſectiones Eclipticæ cum Meridiano pro diverſo Eclipticæ ſitu. Cùm enim initium ♋ eſt in Meridiano in P, tunc ſectio communis Eclipticæ cùm Meridiano eſt AP: quando initium ♊ vel ♌ eſt in Meridiano, putà in puncto N proximo ipſi P, tunc Eclipticæ ac Meridiani communis ſectio eſt radius AN, ille qui radio AP proximus eſt, & ſic deinceps.

## PROPOSITIO LXXI.

### Parallelos per ſingulos Coluri, & Meridianos per ſingulos Æquatoris gradus projicere.

Schemat. 20. Fig. 40. 1. PEr ſingulos gradus Coluri Solſtitiorum FXEZ ducantur rectæ OO, QQ, ad Æquatoris projecturam EF parallelæ. Erunt hæ projecturæ Parallelorum quæſitæ, uti patet ex *corol. p.* 64.

2. Oppoſitos Coluri gradus O, Q, rectis lineis connecte; diſtribuent illæ Æquatoris projecturam EF in gradus ſuos Orthographicè in punctis I, P. Cùm igitur Meridiani circuli ſint obliqui ad Colurum Solſt. FXEZ, ac proinde projiciantur in ellipſes, quarum axes ſunt XZ, IP, oportebit circa XZ & ſingulas IP ellipſes deſcribere, quæ erunt Meridianorum per ſingulos Æquatoris gradus tranſeuntium projecturæ, uti patet ex *prop.* 66, & 67. Colurus Æquinoctiorum, cùm ſit ad Colurum Solſt. rectus, ſolus ex omnibus Meridianis projicitur in mundi axem XZ, ut dictum *p.* 69.

Porrò ellipſes ſingulæ Orthographicè repræſentant duos Meridianos æqualiter utrumque à Coluro FXEZ diſtantes.

## PROPOSITIO LXXII.

### Horarios circulos projicere.

CUm circuli horarii Æquatorem dividentes in 24 arcus æquales ſint de numero Meridianorum, projectio eorum jam habetur ex præcedenti. Hæc ſola differentia eſt, quòd circulus FXEZ, ſive planum projectionis jam concipitur eſſe Meridianus loci dati, ad quem quia rectus eſt horæ 6 circulus, is in *o* rectâ lineam XZ, nempè mundi axem projicitur. *o per corol. p.* 64. Schemat. 20. Fig. 40. Poſitâ igitur Æquatoris projecturâ EF, ſemicirculos FXE, FZE ſingulos divide in æquales arcus 12. Rectæ lineæ oppoſita diviſionum puncta connectentes, Æquatoris projecturam EF diſtribuent in ſegmenta 12, quæ erunt projecturæ 24 arcuum æqualium Æquatoris. Quare ellipſes circa axes XZ,IP deſcriptæ, ſunt projecturæ horariorum circulorum, eo ordine quem in *Fig.* 42 numeri adſcripti oſtendunt.

## PROPOSITIO LXXIII.

### Circulos Almincantarath, Crepuſculi, & Verticales projicere.

HOrum projectio non differt ab projectione Parallelorum, Æquatoris & Meridianorum. Schemat. 20. Fig. 40. Quare ſi EF cogitetur jam eſſe projectura Horizontis, erunt rectæ OO, projecturæ Almincantarath, ellipſes verò XIZP projecturæ Verticalium.

Quod ſi ab Horizonte deorſum numerentur ex E in *n* gradus 18, recta ducta per *n* parallela ad EF dabit projecturam circuli Crepuſculorum.

## PROPOSITIO LXXIV.

### Stellas Orthographicè projicere.

NOtas habeto diſtantias ſtellæ ab Æquatore & Ecliptica, hoc eſt Declinationem & Latitudinem ſtellæ. Schemat. 20. Fig. 41. In peripheriâ Coluri Solſtitiorum verſus polum ſeptentrionalem numera gradus Declinationis ſtellæ ex D in K, & ex E in I, ſi ſtella declinat Borealiter, numerandi ſiquidem eſſent gradus dicti in partem oppoſitam, ſi declinaret ſtella Auſtraliter. Ducatur recta KI: hæc eſt projectura Paralleli ſtellæ. Numerentur deinde gradus Latitudinis ſtellæ ex Q in P, ex O in F, ducaturque recta PF: hæc eſt projectura circuli Latitudinis ſtellæ, ſecabitque KI ex. gr. in S. Dico ſtellam projici Orthographicè in Coluri punctum S. Cùm enim ſtella ſit in circulis utriſque, quorum projecturæ ſunt KI, PF, neceſſe eſt projici illam in communem earum ſectionem S.

## PROPOSITIO LXXV.

### Aſtrolabium univerſale Orthographicum conſtruere.

IN planum circuli ABXCZ, Colurum Solſtitiorum & loci cujuſvis Meridianum repræſentantis projice *a* Colurum Æquin. Æquatorem, Tropicos, Polares, Eclipticam, Parallelos Signorum & graduum Eclipticæ, Meridianos, ſeu horarios circulos. Fig. 42. *a per prop.* 69. 70. 71. 72. Planum verò Coluri BXDZ limbus ambiat juſtæ Latitudinis, in quo gradus Coluri notentur. Deinde regulam conſtrue mobilem circa centrum A, cujus latus BA ſemper tranſiens per centrum A ſit æquale diametro Sphæræ, & in gradus *b* Orthographicè diſtributum. *b per p* 65. Repræſentabit ea & Horizontem *c* quemcumque, & quemvis maximum circulum plano projectionis rectum, ut Æquatorem, & Eclipticam &c, *c per p.* 69. *num.* 2. His peractis reſtant Paralleli Horizontis, Æquatoris, Eclipticæ; quos ſi deſcribere omnes voluerimus, innumeris lineis Planiſphærium confundi intricarique neceſſe ſit. Schemat. 20. Fig. 43. Sed bene habet: quando regulâ unica ſupplere horum omnium vices poteſt, cujus ejuſmodi eſt conſtructio. Ex regulâ AQ accipe longitudinem AB ſemidiametro Sphæræ æqualem, quam in gradus 90 *d* Orthographicè diſtribues. *d per p.* 65. Hanc deinde Horizonti mobili BC interiùs excavato, ita inſeres, ut, ſitu perpendiculari ſemper retento, moveri per eum ab extremitate unâ B ad C aliam poſſit, quâ ex cauſâ etiam Curſor appellatur. Quod ſi regulam mobilem BC ſuprà Æquatorem conſtituas, curſor ab extremo uno motus in aliud, ſuis gradibus Parallelos Æquatoris deſignabit; ſi regulam BC ſtatueris ſuprà Eclipticam, deſignabit Curſor Parallelos Eclipticæ. Semper autem Horizontis Parallelos deſcribet, quemcumque ſitum habuerit regula BC, utpote Horizontem cùm libitum fuerit, ſemper repræſentans. Quod ſi regulâ

BC

B C circumactâ, Curſorem in partes oppoſitas dirigas, ibidem eoſdem omnes Parallelos deſignabit. Quorum omnium ratio ex *Corollario p. 64* eſt manifeſta. Poſtremò ſtellas aliquot primarias ſuis locis inſcribes. In Aſtrolabij dorſo hæc deſcribentur. Limbus dorſi diſtribuitur in gradus, horarum numeris ad quindenos quoſque gradus adſcriptis. Intra limbum ſic diviſum tympanum circa centrum verſatile conſtituitur, in quo deſcripta ſunt 12 Signa Zodiaci cum gradibus ſuis ſecundùm Aſcenſiones ſuas rectas projectis, item menſes, ac dies ſinguli prout Signorum gradibus reſpondent. Adhæc eædem ſtellæ, quas parti anteriori inſcripſiſti, etiam dorſo inſcribes ad eos gradus Zodiaci, cum quibus Meridianum attingunt. Ne verò ſtellæ gradus perturbent, ex centro ad gradum Zodiaci, cum quo ſtella culminat, radius emittitur, ad cujus punctum quodcumque * aſteriſcum ſigna; & ſtellæ nomen adſcribe. Regula denique circa centrum mobilis ac binis dioptris inſtructa apponitur. Hæc Aſtrolabij Orthographici forma eſt, cujus non modò ſtructuram jam dedi, ſed etiam quod Roias non fecit, demonſtrationem aperui. Reliquum eſt uſuum hujus organi ſpecimina nonnulla adjungam.

### USUS PRIMUS.

### Ad Altitudinem poli quamcumque, quovis anni die horam Ortus & Occaſus Solis, atque inde diei noctiſque quantitatem cognoſcere.

*Schemat.* 19. *Fig.* 42.

DEtur ex. gr. Altitudo poli grad. 49, & Aprilis dies 20, quâ ferè Sol initium ♉ ingreditur. A polo X in B numera gradus 49 datæ Altitudinis poli, & regulam Horizontalem B C ſtatue ſuprà B. Obſerva deinde punctum I, in quo Parallelus D P per initium ♉ incedens Horizontem B C interſecat. Tum vide quam ex horarijs ellipſibus interſectio dicta I attingat, vel cui proxima ſit. Comperies eam proximè attingere ellipſim horæ 5 matutinæ ac 7 veſpertinæ. Sol igitur in locis omnibus, quibus polus attollitur gradibus 49. die Aprilis 20 oritur paulò poſt horam 5. occumbit verò aliquantò ante 7.

Demonſtratio ex projectionis Orthographicæ legibus ſupra demonſtratis eſt manifeſta.

Intervallum porrò ab horâ ortus ad meridiem duplicando, habebis quantitatem diei: quâ ſubtractâ ab horis 24, etiam noctis quantitas prodibit.

### USUS SECUNDUS.

### Diei longiſſimæ quantitatem pro quâvis Altitudine poli invenire.

*Schemat.* 20. *Fig.* 41.

HOrizonte mobili D B ad datam poli altitudinem ex. gr. graduum 49 conſtituto, nota punctum S, quo is Parallelum ♋ interſecat, & vide quam ex horarijs ellipſibus interſectio S contingat, in caſu dato tangit ellipſim horæ 4 matutinæ & 8 veſpertinæ. Quibus igitur polus attollitur grad. 49, die longiſſimâ Sol oritur horâ 4; occidit autem horâ 8, adeoque dies longiſſima ijs eſt horarum 16.

### USUS TERTIUS.

### Ubicumque Terrarum fueris, diei horam ex notâ Altitudine Solis invenire.

*Schemat.* 20. *Fig.* 41.

HOrizonte mobili B C ad datam poli Altitudinem, ex. gr. graduum 49 conſtituto, inquire locum Solis ad diem datum, qui ſit ex. gr. in principio ♉. Reperta ſit autem Altitudo Solis ex. gr. graduum 18. Curſorem move per Horizontem B C, & nota punctum O, quo gradus 18 Curſorijs Parallelum ♉ D P interſecat. Obſerva deinde quam ex horarijs ellipſibus interſectio O attingat; quæ in caſu dato eſt horæ 7 matutinæ, & 5 Pomeridianæ; ac proinde ſi tempus antemeridianum ſit, cognoſces inſtare ſeptimam, ſin tempus Pomeridianum, quintam aliquantulò jam tranſijſſe concludes.

Demonſtratio eſt manifeſta. Cùm enim eo momento Sol exiſtat & in Parallelo Altitudinis gr. 18, quem Curſoris gradus 18 deſignat, & in Parallelo ♉, in communi eorum ſectione O exiſtat neceſſe eſt. Quare cùm Solis locus proximè attingat ellipſim XOZ in quam circulus horæ 7 matutinæ & 5 veſpertinæ, ea utique horam indicabit.

*Itaque Aſtrolabium Orthographicum, quod nec Polare nec Æquinoctiale præſtare poſſunt, Horologium Sciatericum univerſale exhibet ſane perquam expeditum, cui id unum deeſt, quod ſpatium horæ 11 & 1, nimium coarctetur.*

### USUS QUARTUS.

### Ex notâ Altitudine ſtellæ in Aſtrolabio deſcriptæ, horam noctis reperire ubivis Terrarum.

EXactè & expeditè quæſitum efficies, ſi utriuſque Planiſphærij, Orthographici & Polaris uſum conjungas hunc in modum. *Schemat.* 20. *Fig.* 41.

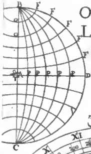
Horizonte mobili ad datam poli Altitudinem accommodato, numera in Curſore Altitudinem ſtellæ notam. Tum ita move curſorem ut terminus Altitudinis ſtellæ in eo notatus, Parallelum ſtellæ, qui ſit ex. gr. DP, contingat in O. Ellipſis horaria tranſiens per punctum O, horam ſtellæ, hoc eſt ejus diſtantiam à Meridiano indicabit. Sed præcognoſci aliundè debet, ſtellâne Meridianum jam tranſierit, an non, adeoque an reperta ſtellæ hora antemeridiana ſit, an Pomeridiana. Aſſumpto deinde Aſtrolabio Polari, in limbo ejus horam ſtellæ jam inventam quære, eique regulam applica: tum Reti circumacto ſtellam eandem ad regulæ latus advolve. Reti in eo ſitu relicto, regula ad locum Solis in Zodiaco Retis adducta, horam noctis quæſitam oſtendet. Si Parallelus ſtellæ in Aſtrolabio deſcriptus non ſit, is deſignabitur lineâ deletili, vel filo ad Æquatorem parallelo.

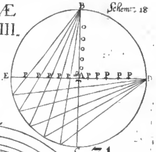
Demonſtratio ex utriuſque projectionis naturâ in præcedentibus demonſtratâ, facilè elicietur. Neque addo plura. Uſus reliquos in Planiſphærio Ioannis de Roias Lector reperiet, vel etiam haud difficulter per ſe ipſe deprehendet.

### *Scholium.*

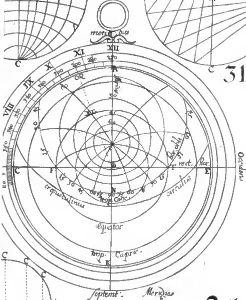
*Planiſphærij Orthographici laus propria & eximia quidem illa eſt, quod circuli plerique in rectas lineas projiciantur. Inde ſiquidem fit, ut & catholicum evadat, regulâ mobili quemlibet Horizontem repræſentante, & beneficio alterius regulæ currentis, Parallelos omnis generis exhibeat. Quo quidem ex capite Aſtrolabia priora duo longè antecellit. Illud tamen habet incommodi, quod ſpatia ſphæræ extrema propè Meridianum nimis coarctentur; ellipſium quoque, in quas Meridiani & horarij projiciuntur, operoſior deſcriptio ſit, quàm circulorum. Deinde Polari yſdem ferè in rebus cedit, quibus a Æquinoctiale. Sed tamen diei horam non ſolùm expeditè, in quo Æquinoctiale deficit, ſed etiam univerſaliter, quod deeſt Polari, commonſtrat. Quod ſi tria iſta organa conjungas, altero alterius defectum ſupplente, Aſtronomicos uſus pleroſque, qui quidem Opticæ fructus longè nobiliſſimus eſt, facilitate mirâ ac voluptate expedies.* a vide Schol. p. 59.

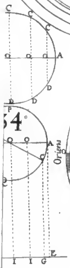
FINIS OPTICÆ.



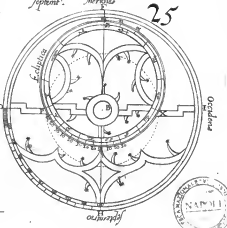



31



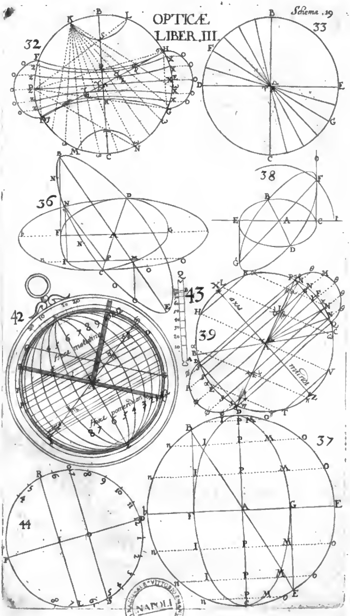
34




25

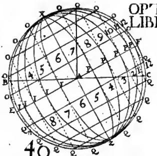
NAPOLI

Schema 19

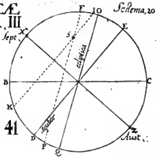


BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III NAPOLI

Schema, 20

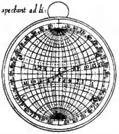



40

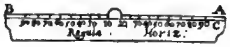



41

*In figura 40 numeri Romani ſpectant ad lineam quæ ipſis ad dexteram eſt.*









BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III NAPOLI

# ANDREÆ TACQUET

## E SOCIETATE JESU

# CATOPTRICA

## TRIBUS LIBRIS EXPOSITA.

# PRÆFATIO.

*TRiplici viâ in ſuis operationibus natura utitur rectâ, reflexâ, refractâ. Prima ad Opticam pertinet, tertia ad Dioptricam, media ad Catoptricam, cujus affectiones adeò ſunt multæ, & admirabiles, ut mihi ea inter ſcientias Mathematicas ex præcipuis ac jucundiſſimis una videatur. Scripſere de Catoptricâ Ptolomæus & Euclides jejunè admodum, copioſiſſimè & plurima Albazenus ac Vitello: verùm tantâ prolixitate verborum, adeò implexis ac longis demonſtrationum ambagibus, ut moleſtiam legendi ac tædium ſuperare vix poſſis. Erit igitur fortaſſe ſtudioſis non ingratus tractatus hic noſter, quo methodo nobis uſitatâ inventa aliorum ac noſtra ita complexi ſumus, ut ea ſperem & legenda abſque tædio & notitiam hujus ſcientiæ ſuis Lectoribus ſufficientem paritura.*

# CATOPTRICÆ

## LIBER PRIMUS

## DE FUNDAMENTIS CATOPTRICÆ.

*Definitiones.*

1. SVperficiem politam voco, quæ eſt vel perfectè plana, vel perfectè curva abſque ullo angulo.

2. *Superficiem* verò *aſperam*, quæ licet plana, vel curva videatur, minutis tamen valliculis monticuliſque reſperſa eſt.

3. *Speculum* voco omne corpus ſuperficiem politam habens, & rei ſibi incidenti imperviam.

4. *Radius Incidentiæ* eſt linea ſecundùm quam res in ſpeculum dilabitur.

5. *Radius Reflexus* eſt, linea ſecundùm quam res à ſpeculo repulſa regreditur.

6. *Via Reflexionis* eſt (ACB) quæ ex radijs inci-
Fig. 4. 8. 9. dentiæ ac reflexionis componitur.

7. *Punctum reflexionis* (C) eſt illud ſpeculi punctum, ad quod radius incidens à ſpeculo repellitur.

Fig. 8. 9. 8. *Perpendicularis*, ſive *Cathetus* in ſpeculis Sphæricis eſt recta (XZC) per ſpeculi centrum ad ſuperficiem emiſſa.

9. In ſpeculis irregulariter curvis *Perpendicularem*
voco (XC) quæ ad planum tangens in ipſo contactus puncto perpendicularis eſt. Fig. 10. 11.

10. *Planum reflexionis*, eſt quo radij incidentiæ & reflexionis continentur.

Hoc eſſe rectum ſpeculo patebit ex *prop.* 2.

11. *Linea Reflectens* eſt ſectio communis plani reflexionis cum ſpeculo.

12. In curvis ſpeculis *Tangentem* voco rectam lineam (FG), quæ in plano reflexionis exiſtens lineam reflectentem (HCK) tangit. Fig. 10. 11.

13. *Angulus Incidentiæ*, in ſpeculis planis eſt
(ACG); qui à radio incidente (AC) ad lineam reflectentem (FCG) conſtituitur: angulus reflexionis eſt (BCF) qui fit ad eamdem à radio reflexo (CB). Fig. 4.

14. In ſpeculis irregulariter curvis *Angulus incidentiæ* eſt (ACG), qui à radio incidente fit ad tangentem Fig. 10. 11.

gentem (FCG): *Angulus Reflexionis* eſt (BCF,) qui ad eamdem à radio reflexo conſtituitur.

15. In ſpeculis ſphæricis *Anguli Incidentiæ ac Reflexionis* perinde eſt, ſive ad Tangentem, ſive ad Reflectentem accipiantur.

Fig. 8. 9. *Angulus* igitur *Incidentiæ* in illis eſt tam ACG, quàm ACK; & *Reflexionis angulus* tam BCF, quàm BCH.

16. *Cathetus Incidentiæ* in planis & ſphæricis eſt, quæ à puncto objectivo ad lineam reflectentem perpendicularis eſt: *Cathetus oculi*, ſive *Reflexionis*, quæ ab oculo.

**Reflexionis prima ac perpetua lex eſt, ut angulus ſub quo lumen, ſpecies, ſonus, vel aliud corpus quodcumque in ſuperficiem reflectentem incidit, æqualis ſit ei, ſub quo ab eâdem ſuperficie excluſum regreditur. Hanc igitur & alia Catoptricæ fundamenta primo libro demonſtrabimus.**

## PROPOSITIO I.

### Radius in quamvis ſuperficiem perpendiculariter incidens, in ſeipſum reflectitur.

Fig. 1. 2. 3. PAtet experientiâ, & poteſt experientiæ hæc ratio dari. Radius AB ad ſuperficiem CD perpendicularis, in omnem partem ſuperficiei CD æqualiter propendet, ſic ut nullam in partem magis inclinetur, quàm in aliam. Nihil eſt igitur quod determinet, ut potiùs in unam partem reflectatur, quàm in aliam. Ergo æqualiter in omnes, hoc eſt in ſeipſum, reflectitur, eâdemque regreditur viâ, quâ illapſus eſt.

## PROPOSITIO II.

### Planum reflexionis ad ſpeculum quodcumque rectum eſt.

Fig. 4. COnſtat experientiâ, quam vide *prop. ſequenti*. Et poteſt ratione oſtendi ferè eâdem, quâ præcedens. Cùm enim ſit diverſitas inclinationum infinita, quas ſortiri poſſet planum KL, in quo exiſtunt AC radius incidens, & reflexus CB, nihil eſt quod ad inclinationem unam præ alterâ determinet. Caret igitur inclinatione omni, adeoque ſpeculo rectum eſt.

In ſpeculis curvis planum reflectionis rectum eſt plano ſpeculum tangenti, & tranſit per punctum contactus.

### *Corollaria.*

EX his patet,

1. Planum reflexionis tranſire per centrum ſphæræ.

2. Cathetos incidentiæ & reflexionis eſſe in plano reflexionis. Sequitur ex hac & *def.* 16.

## PROPOSITIO III.

### Ad planam ſuperficiem anguli incidentiæ & reflexionis æquales ſunt.

Fig. 5. COnſtat experientiâ. Modus experiendi unus è multis hic eſt. Speculo BC perpendiculariter impone ſemicirculum FKG in gradus diviſum; & numera arcus utrimque æquales FO, GE, puta graduum 40. Applicato deinde viſibili quopiam, ſed parvo in O, Oculus in E conſtitutus intuebitur in ſpeculo objectum O; & ſi tegatur ſpeculi punctum A ſemicirculi centro ſuppoſitum, non intuebitur. Ex quo manifeſtum eſt punctum reflexionis eſſe A; ac proinde radium incidentem eſſe OA, & reflexum AE, angulum verò incidentiæ OAF, & reflexionis EAG: qui quòd æqualibus arcubus FO, GE menſurentur, æquales ſunt. Exactior operatio erit, ſi oculus per diopt ras collimet in A.

Idipſum Minervâ rudiori licebit in menſâ trochorum, quam vocant, ludendò experiri. Ad menſæ latus unum deſignentur duo æquales arcus BC, EG. Si centrum globuli C dirigatur per C in A, reſiliet ex A per G in F, per angulum videlicet EAG æqualem angulo CAB ſub quo inciderat in A. Fig. 6.

Hæc angulorum incidentiæ & reflexionis perpetua æqualitas præcipuum Catoptricæ fundamentum eſt, cujus rationem Phyſicam, ſive cauſam quamvis multi ſint perſcrutati, tamen haud ſcio an ullus dederit. Referam breviter, quid nonnulli ſenſerint: ſed rem, non verba tranſſcribam.

### *Ratio Vitellonis.*

Libro 5. *prop.* 20, ita ratiocinatur. Axioma Phyſicum eſt: *natura agit via breviſſimâ*. Hoc dato, ſuperficies eſto plana DE, & duo quælibet dentur puncta A, B; ſitque planum reflexionis KL & linea reflectens FG. Via breviſſima quâ reflexio fieri poteſt ex A in B, ea eſt, quæ fit per æquales angulos ACG, BCF: quod *prop.* 6. demonſtrabitur. Ratio igitur quòd incidentiæ & reflexionis anguli æquales ſint, ea eſt, quia natura viam breviſſimam affectat. Fig. 4.

Sed hæc ratiocinatio non eſt univerſaliter vera: in cavis enim ſpeculis incidentiæ & reflexionis anguli æquales eſſe poſſunt, & tamen reflexio viâ peragi longiſſimâ, ut *prop.* 8. demonſtrabitur. Quare ex axiomate prædicto deſumi univerſim nequit vera cauſa æqualitatis angulorum incidentiæ ac reflexionis. An igitur falſum eſt axioma? minimè verò: Sed ita debet intelligi, ut natura viam breviſſimam teneat, cùm eſt poſſibilis aliqua breviſſima. Quod ſi breviſſima nulla ſit, ut evenire in cavis ſpeculis patebit ex *prop.* 8, nullum fit axiomati præjudicium, ſi alia via teneatur, nimirum longiſſima, quæ ſola inter infinitas inæquales determinata eſt.

### *Ratio a Carteſij.*

a in ſuâ Dioptricâ.

Supponatur ſuperficiem, quæ reflectit, eſſe perfectè duram, & motus celeritatem reflexione non diminui.

Hoc poſito, circulus deſcribatur CFBG, per cujus centrum C recta incedens EG reflectentem ſuperficiem repræſentet. Tum ex aliquo peripheriæ puncto A agatur obliquè pila in centrum C. Quia poſitum eſt reflexione celeritatem non diminui, quanto tempore pila venit ex aliquo puncto peripheriæ A ad centrum C, tanto inde ad aliud aliquod peripheriæ punctum reſiliet. Ducatur deinde AD perpendicularis ad EG, ſumptáque QC æquali CD, ex C & Q perpendiculares erigantur CI, QBF. Motus quo pila ex A defertur in C componitur ex motu perpendiculari deorſum per lineam ex. gr. AD, & ex motu parallelo ad EG putà AIB. Motui Fig. 7.

perpen-

Digitized by Google

perpendiculari ſoli reſiſtit ſuperficies reflectens E G, nequaquam autem motui parallelo, quo pila defertur à lineâ AD verſùs BQ. Cùm igitur hunc motum reflexio non afficiat, & æqualia ſint D C, Q C intervalla perpendicularium AD, IC, BQF, quanto tempore delata eſt pila ex A in C, hoc eſt à lineâ AD ad lineam IC, tanto tempore reſiliet à lineâ IC ad lineam BQF, hoc eſt tanto tempore ex puncto C reflexum pertinget ad aliquod punctum rectæ BQF. Atqui oſtenſum ſuprà tanto etiam tempore ex C reſilire ad aliquod punctum circumferentiæ. Eodem igitur inſtanti pila appellit, & ad aliquod punctum rectæ AQF, & ad punctum aliquod peripheriæ. Ergo ad punctum utrique commune, nimirùm ad B vel F. Non ad F, quia impedit ſuperficies EG. Ergo ad B. Inde verò conſequitur neceſſariò æqualitas angulorum ACD, & BCQ: ſiquidem ACD æquatur FCQ, & hic ipſi BCQ.

Sed hæc ſpeculatio procedit in caſu ficto quo ſupponitur ex motus celeritate per reflexionem nihil deperdi.

*Ratio alia.*

Ponatur rurſum motus celeritatem reflexione non diminui.

Fig. 7. In lineam reflectentem EG pila obliquè incidat per radium AC, ſumptóque ultra C puncto Q, per id ducatur perpendicularis SX. Cùm ex hypotheſi reflexio non debilitet motum pilæ, æquali tempore ac celeritate ex C reflexa pertinget ad rectam S X, quâ ad eamdem perveniret recta procedens ex A per C verſùs F. Ergo per vias CB, CF æquales. In triangulis igitur BQC, FQC rectangulis ad Q quia BC, CQ æquantur FC, CQ, facilè oſtenſu eſt ex 47. 1, æquari etiam BQ, FQ. Igitur per 8. 1. an-

a per 15. 1. guli BCQ, FCQ æquales ſunt. Sed FCQ *a* æquatur ACG. Ergo ACG, BCQ æquales ſunt.

Sed hæc ratiocinatio idem de motus celeritate non minutâ ſupponit, quod præcedens.

*Ratio alia.*

Fig. 7. Ponatur radium incidentem AC; à ſuperficie EG impeditum rectâ progredi, viam tenere ſimilem illi, quam tenuiſſet recta procedens ex A per C in F: quod quidem maximè videtur eſſe conſentaneum naturæ. Hoc dato liquet reflexionem fieri per radium C B, qui cum ſpeculo E C angulum efficiat B C E æqualem angulo FCE, quem feciſſet cum ſpeculo ſi rectà proceſſiſſet: ſic enim via radij incidentis A C non immutatur ſed transfertur. Æqualitatem porrò angulorum FCQ, BCQ, conſequitur neceſſariò æqualitas angulorum incidentiæ ACG, & reflexionis B C E.

Idem breviùs ſic probabitur. Si radius incidens AC rectà procederet, angulum cum ſpeculo conſti-

b per 15. 1. tueret FCE æqualem *b* angulo incidentiæ ACG. Atqui prohibitus rectà pergere, viam eamdem, ſive ſimilem retinet, quantùm poteſt. Ergo prohibitus rectà tendere, hoc eſt reflexus, efficiet etiam cum ſpeculo angulum B C E æqualem incidentiæ angulo A C G.

Licebit etiam hunc in modum ratiocinari. Si radius incidens A C reflecteretur per angulum inæqualem angulo incidentiæ ACG, cùm inæquales ſint numero infiniti, omnes magnitudine differentes, nihil eſt cur per unum potiùs ex iſtis inæqualibus reflectatur, quàm per alium ex illis quemcumque. Ergo

*Tacquet Catoptrica.*

per nullum ex illis. Ergo per æqualem angulo incidentiæ, qui unicus, ac proinde determinatus eſt.

Quando his meliora ab alijs proferentur, libenter ea amplectemur.

## PROPOSITIO IV.

**Non ſolùm ad planam ſuperficiem, ut prop. præcedenti oſtenſum eſt; ſed etiam ad ſphæricam tam convexam, quàm concavam radius incidens (AC) & reflectens (CB) cum reflectente lineâ (HCK) conſtituunt æquales angulos (ACK, BCH).** Fig. 8. 9.

Patet experientiâ. Ratio ſumi poteſt, ex *prop. præced.* Ea quæ à viâ breviſſimâ petitur, etiam ſphæricis convexis convenit, ut patebit ex *prop.* 7. ſed cavis non ſemper, ut oſtendam *d* infrà. d p. 8.

Vera eſt propoſitio in quâvis etiam curvâ ſuperficie axem habente, ſi radius incidat in punctum illud, ubi axis ſuperficiei occurrit: tunc enim incidentiæ & reflexionis æquales anguli ſunt poſſibiles.

*Corollarium.*

In ſphæricis convexis ac cavis etiam ad tangentem GF, incidentiæ & reflexionis anguli ACG, BCF, æquales ſunt.

## PROPOSITIO V.

**Cùm ſuperficies curva (ſive convexa ea ſit, ſive concava) eſt ejuſmodi, ut æquales ad reflectentem lineam (HCK) anguli ſint impoſſibiles, reflexio fit per æquales ad tangentem (FG) angulos (ACG, BCF).** Fig. 10. 11.

Conſtat experientiâ; cujus alia ratio melior non occurrit ea quàm quæ *prop.* 3. primo loco allata fuit, quam facilè erit huic loco accommodare. Porrò incidentiæ angulo ex. gr. ACK æqualis dari nequit angulus reflexionis ullus BCH, cùm lineæ reflectentis partes CK, CH ſunt curvaturæ diſſimilis: tunc enim & anguli ipſi diſſimiles erunt, ac proinde impoſſibilis erit eorum æqualitas, ut in ſcholio ad *prop.* 16. *lib.* 3. *elem.* oſtenſum eſt.

## PROPOSITIO VI.

**Ad planam ſuperficiem reflexio à puncto dato (A) in punctum datum (B) breviſſimâ fit viâ.** Fig. 12.

Via reflexionis eſto ACB. In plano dato ſumatur quodvis punctum F, quod primò ſit in lineâ reflectente GK, ducanturque AF, FC. Oſtendam viam ACB breviorem eſſe viâ AFB.

Duc perpendicularem AO, cui occurrat B C in M, & junge F M. Angulus MCO *a* æqualis eſt angulo GCB. Sed GCB eſt æqualis *b* angulo incidentiæ ACO. Ergo MCO æqualis eſt ACO. Sunt verò AOC, & MOC per conſtructionem recti, adeóque æquales. Ergo in triangulis ACO, MCO latera AC, MC, itemque AO, MO, æqualia *c* ſunt. Ergo ſi æqualibus AC, MC, addatur communis C B, erit via ACB, æqualis rectæ MB. Jam verò quia in trian- a per 15. l. 1. b per 3 hujus. c per 26. l. 1.

gulis OFA, OEM, duo latera AO, OF, æqualia ſunt duobus MO, OF, angulique ijs contenti ad O æquales, etiam baſes AF, MF æquales *d* erunt. Quare ſi addatur utriſque communis F B, via AFB, rectis MF, FB æqualis erit. Atqui M B unum latus trianguli MBF minùs *e* eſt duobus MF, FB. Ergo etiam via ACB, quam ſuprà oſtendi parem eſſe ipſi M B, minor eſt quàm M F, F B, hoc eſt ut jam oſtendi, quàm via A F B. Igitur via reflexionis A C B, omnium ad lineam reflectentem G K exiſtentium breviſſima eſt.

*d per 4. l. 1.* *e per 20. l. 1.*

*Fig. 13.* Accipiatur deinde in ſuperficie planâ datâ quodvis punctum P, extra lineam reflectentem GK. Ducanturque AP, PB. Oſtendam viam ACB etiam eſſe breviorem viâ APB. Ex P duc PO perpendicularem ad GK, & junge AO, OB. Quoniam planum AKCOB rectum *e* eſt plano Q S, erit P O perpendicularis ad G K communem ſectionem, etiam perpendicularis plano AKCOB, ut patet ex *def.* 4. *lib.* 11. Ergo per *def.* 3. *lib.* 11, PO cum lineis AO, BO in plano AKCOB exiſtentibus, angulos efficiet rectos POA, POB. Anguli igitur *f* OPA, OPB ſunt acuti. In triangulo igitur APO latus AO oppoſitum acuto OPA minùs *g* eſt latere A P, quod opponitur recto POA. Pari de cauſa latus BO minùs eſt latere B P. Igitur via tota AOB minor eſt viâ APB. Atqui via reflexionis ACB per 1. partem adhuc minor eſt viâ AOB. Ergo reflexionis via AC B, multò minor eſt viâ APB. Ergo eſt abſolutè omnium breviſſima, quæ ad planum datum reflectens Q S haberi poteſt. Quod erat demonſtr.

*e per 2. hujus.* *f per Corol. 5. p. 32. l. 1.* *g per 19. l. 1.*

## PROPOSITIO VII.

**Etiam ad convexam quamcumque ſuperficiem reflexio à puncto dato (A) in punctum datum (B) breviſſimâ fit viâ.**

*Fig. 14.* VIa reflexionis eſto A C B: linea reflectens FCQ. Sumatur in curvâ ſuperficie quodvis punctum; quod primò ſit E in lineâ reflectente FCQ, ducanturque rectæ, A E occurrens tangenti in O, & EB, ac BO. Per *prac.* via ACB eſt brevior viâ AOB. Atqui via AOB eſt brevior quàm AEB (nam per 20. *lib.* 1. BE, EO ſunt majores quàm BO, ac proinde, additâ communi OA, erit via BEA major viâ BOA). Ergo via ACB multò minor eſt viâ A E B.

Sumatur deinde punctum quodvis in ſuperficie convexâ, extra lineam reflectentem; eodemque diſcurſu, quo partim hic, partim in 2 parte demonſtrationis *præced.* uſi ſumus, oſtendetur via A C B eſſe brevior eâ, quæ ad punctum aſſumptum conſtituitur. Ergo via reflexionis eſt abſolutè omnium breviſſima, quæ ad convexam ſuperficiem haberi poſſunt. Quod erat demonſtr.

## PROPOSITIO VIII.

**Ad concavam ſuperficiem ſphæricam reflexio à puncto in punctum viâ fieri poteſt longiſſimâ.**

*Fig. 15.* COnſtat experimento, & demonſtrari poteſt reflexionem ex A in B fieri ad ſegmenti medium punctum C: nam ſi in C tangat X Z, erunt anguli ACX, BCZ æquales: quod quia ad nullum ſegmenti punctum aliud contingit, neceſſe eſt per 5 hujus reflexionem fieri ad C, viâ ACB. Atqui hæc aliâ quàvis AFB, AEB, &c. longior eſt, ac proinde omnium longiſſima, ut demonſtrat Serenus *lib.* 2. *p.* 44. Ergo hic reflexio fit viâ longiſſimâ.

Neque tamen, corruit axioma: naturam viâ agere breviſſimâ, id enim eâ cautione intelligi debet, ſi via aliqua breviſſima non ſit impoſſibilis, ut hic contingit, cùm à Sereno demonſtratum ſit vias omnes à longiſſima BCA, versùs A, & B perpetuò decreſcere; ſic ut ea, quæ puncto A vicinior eſt, ſemper remotiore ſit brevior.

## PROPOSITIO IX.

**In planam ſuperficiem KL incidat ex A ſpecies, ſive lux ſub figura quacumque ABQD, quæ reflectatur per viam ſolidam BQDMPN. In peripheria baſis incidentiæ BQD ſume quodvis punctum Q. Deinde per A & Q ſeca ſolidam reflexionis viam ABQDMPN, plano ad K L recto, faciente in K L ſectionem OG, in ſuperficie autem viæ ſolidæ reflexionis ſectiones AQ, QP.** *Fig. 16.*

**Dico angulos AQO, PQG æquales eſſe.**

DEmonſtr. Quoniam ex hypotheſi planum AQP eſt rectum plano reflectenti K L, per 1. hujus radij A Q radius reflexus erit in plano AQP. Rurſum quia radius incidens A Q, eſt in ſuperficie lucis incidentis, etiam reflexus ipſius radius, eſt in ſuperficie lucis reflexæ. Quare cùm radij AQ reflexus radius ſit & in plano AQP, & in ſuperficie BQDMPN, neceſſariò eſt communis utriuſque ſectio, quæ eſt Q P per hypotheſim. Cùm igitur radius A Q reflectatur per radium Q P, erunt per 3. hujus, anguli AQO, & PQG æquales. Quod erat demonſtr.

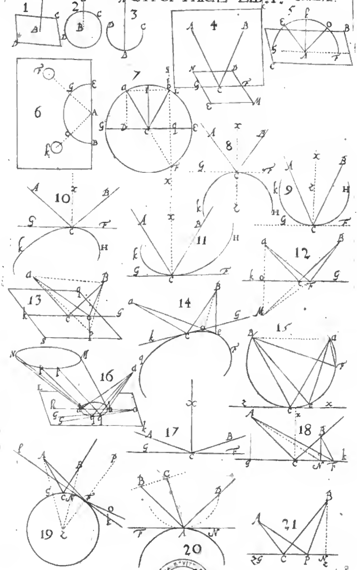
## PROPOSITIO X.

**Quæ hactenus demonſtrata ſunt de ſuperficiebus æqualiter extenſis, tam planis quàm curvis, cujuſmodi ſunt ſphærica, conica, cylindrica, elliptica, parabolica, hyperbolica, & aliæ infinitæ, eadem omnia particulis ſuperficierum aſperarum conveniunt.**

NAm aſperitas omnis oritur à minutis ſuperficieculis rectis, concavis, & convexis, inter ſe variè commixtis; neque enim alia ſuperficiei inflexio præter jam enumeratas excogitari poteſt. Cùm igitur illa ſuperficiecularum rectarum, convexarum, & concavarum mixtura nequeat in infinitum procedere; neceſſe eſt, ut particulæ omnes, quæ totius ſuperficiei aſperitatem componunt, ſingulæ ſint vel rectæ, vel convexæ, vel concavæ. Quare ſuperficies aſpera nihil aliud eſt, quàm innumerabilium ac minutiſſimorum ſpecillorum mixtura, quorum alia recta ſint, alia cava, convexa alia, à quibus proinde ſingulis incidentes radij juxta leges hactenus demonſtratas reflectantur.

Vide plura de his *Aſtronomia lib.* 8. in tractatu de luce & maculis Solis ac Lunæ *num.* 2.

PRO-



NAPOLI

Digitized by Google

### PROPOSITIO XI.

**Radius obliquè in quodvis ſpeculum incidens ad majoris anguli partes reflectitur ultra perpendicularem (CX) ex incidentiæ puncto erectam.**

Fig. 17. 8. 9. Linea reflectens, ſeu reflectentem tangens eſto FG, in quam radius obliquè incidat AC ſub acuto nimirùm angulo ACG. Dico eum reflecti ad perpendicularis partem alteram B. Aliàs enim angulus reflexionis (BCF) non poſſet æqualis eſſe angulo incidentiæ ACG.

### PROPOSITIO XII.

**Punctum reflexionis (C) in quovis ſpeculo exiſtit inter incidentiæ ac reflexionis perpendicula (AG, BN).**

Fig. 18. Detur primò ſpeculum planum, & C punctum reflexionis cadat extra (ſi fieri poteſt) in F, & via reflexionis eſto AFB. Tum verò radius incidens AF ſecabit BN in O. Quoniam igitur angulus incidentiæ AFG eſt m æqualis angulo reflexionis BFK, is verò major eſt interno n BNF; etiam AFG, ſeu OFN, major eſt quàm BNF, acutus recto: quod eſt abſurdum. Quod ſi velis cadere in N, ut via reflexionis ſit ANB, tum verò acutus incidentiæ angulus ANG æqualis eſt recto reflexionis angulo BNK: quod denuò abſurdum eſt.

m Per prop. 3. n per 32. 1.

Fig. 19. 20. Detur deinde ſpeculum ſphæricum convexum, & in eo linea reflectens FCG. Objecti punctum in A, oculus in B: perpendiculares ad ſpeculum BNZ, AGZ. Dico C punctum reflexionis ex A in B verſari inter cathetos AGZ, BNZ. Sit enim (ſi fieri poteſt) extra in F, ducanturque tangens KFL, & ex centro cathetus ZFP. Hæc neceſſariò cadet ultra BNZ. Cùm igitur radius incidens AF, per 18. reflecti debeat ultra cathetum ZFP verſus O, non poterit reflexio pertingere in B. Ac proinde reflexionis punctum nequit eſſe extra arcum NCG. Eodem modo oſtendam non poſſe incidere in puncta G, vel N. Igitur intra arcum NCG exiſtat neceſſe eſt: quod erat demonſtr.

*De concavis idem commodius demonſtrabitur lib. 3.*

### PROPOSITIO XIII.

Fig. 18. 8. 9. 10. 11. **In ſpeculo quocumque angulus (ACB) ab radio incidente & reflexo comprehenſus, ſecatur bifariam ab ea, quæ ad reflexionis punctum (C) perpendicularis eſt ſpeculo.**

Linea reflectens aut reflectentem tangens eſto FG. Incidentiæ & reflexionis anguli ACG, BCF æquales a ſunt. Anguli autem XCG, XCF ſunt recti, adeoque æquales per hypotheſim. Ergo etiam reliqui XCA, XCB æquales ſunt. Ergo ACB, à perpendiculari XC ſecatur bifariam.

a Per p. 3.

*Corollarium.*

Hinc patet cùm anguli circa perpendicularem ACX, BCX, æquales exiſtunt, reflexionem peragi viâ ACB in ſpeculo quocumque.

Cùm enim etiam æquales ſint XCG, XCF, utpotè recti, patet reliquos ACG, BCF æquales fore. Ergo per 3. 4. 5. reflexio fiet viâ ACB.

### PROPOSITIO XIV.

**Ab uno ſpeculi cujuſvis puncto (A) non poſſunt reflecti radij duo (BA, CA) ad punctum unum (D).** Fig. 20.

Linea reflectens, aut reflectentem tangens eſto FN. Si fieri poſſit, quod propoſitio negat, erunt incidentiæ anguli tam BAF, quàm CAF æquales b uni reflexionis angulo DAN; ac proinde BAF, CAF æquales inter ſe, pars & totum. Non igitur &c.

b per 3. 4. 5.

### PROPOSITIO XV.

**Radius unus (DA) in ſpeculo quocumque non reflectitur in duo puncta (B, C).** Fig. 20.

Linea reflectens, aut reflectentem tangens eſto FN. Si fieri poſſit id, quod negat propoſitio, erit unus incidentiæ angulus DAN æqualis duobus c reflexionis angulis CAF, BAF. Ergo etiam hi ſunt æquales, pars & totum. Non igitur &c.

c per 3. 4. 5. hujus.

### PROPOSITIO XVI.

**In planis & convexis ſpeculis non poſſunt ex puncto uno (A) duo radij (AC, AP) reflecti ad unum punctum (B). Sive non poſſunt duo puncta (A, B) reflecti ad invicem à pluribus ſpeculi plani aut convexi punctis, quàm ab uno.** Fig. 21. 22.

Ducantur perpendiculares AGZ, BNZ, & radij ambo AC, AP (ſi fieri poteſt) reflectantur in B. Per 12, reflexionum puncta C, P cadunt intra G, N. Angulus autem ACG æqualis eſt i angulo BCN. Atqui ACG quia perpendiculari AGZ vicinior, eſt major angulo APG. Ergo etiam BCN eſt major quàm APG. Atqui APG æquatur m BPN. Ergo etiam BCN major eſt quàm BPN: quod eſt abſurdum; angulus enim BCN, utpote remotior à perpendiculari BNZ, minor eſt quàm BPN, Non igitur &c.

i Per 3. & 4. m per 3 & 4.

*In concavis ſpeculis poſſe duo puncta reflecti ad invicem à pluribus punctis quàm uno patebit ex lib. 3.*

### PROPOSITIO XVII.

**In planis & convexis ſpeculis, ſi plura puncta, ut A, B, ad unam incidentiæ cathetum exiſtentia, ad unum viſum C reflectantur, punctum A à ſpeculo remotius, reflectetur à ſpeculi puncto O diſtante minùs à viſu C quàm punctum Q, à quo reflectitur punctum B ſpeculo vicinius.** Fig. 26. 25.

*Demonſtr.* Reflectatur enim, ſi fieri poteſt, in puncto remotiore, putà N. manifeſtum eſt AN occurſuram rectæ BQ in X. Ergo punctum X reflectetur ex N in C, & quia idem punctum etiam eſt in recta BQ, reflectetur etiam ex Q in C. Quod eſt abſurdum per *prop.* 16. hujus.

PROPOSITIO XVIII.

Fig. 24. 23. In planis & convexis ſpeculis, ſi lineæ AB extremitates reflectantur ad viſum C à ſpeculi punctis O, Q, tota AB ad viſum reflectetur à tota linea O Q.

*Quomodo ſe iſta habeant in concavis patebit ex lib. 3.*

DEmonſtratio. Accipiatur, rectæ B A, punctum quodlibet N, &, ſi fieri poteſt, reflectatur extra QO in M, vel V. Manifeſtum eſt NM, NV occurſuras rectis BQ, AO in D & X, adeoque punctum D reflectetur ex M in C & ex Q in C, item punctum X reflectetur ex O in C, & ex V in C: quod abſurdum eſt per 16. hujus.

PROPOSITIO XIX.

In omni ſpeculo plano ac convexo rectæ lineæ ad ſpeculum perpendicularis eſt imagini ſuæ indirectum.

CErtum eſt experientiâ, quam centies exploravi. Qui id in ſphæricis convexis & cavis negant contingere, eos opinor vel experimentum non ſumpſiſſe, vel imperitè & oſcitanter. Cùm enim recta ad ſphæricam ſuperficiem perpendicularis nulla ſit, niſi ea, quæ producta tranſit per centrum, oportebit longitudinem, quam in ſpeculo vis indirectum apparere, ita ſpeculo obvertere, ut ſi produceretur per centrum tranſiret. Quà in re niſi cura adhibeatur, cùm facilè errari poſſit, non erit mirum, ſiquis fallaci deceptus experimento fidem deneget experimento vero.

Cur verò ſemper perpendicularis ad ſpeculum ſit imagini ſuæ indirectum, hæc eſſe ratio videtur. Cùm perpendicularis recta in nullam ſpeculi partem magis inclinet, quàm in aliam; nihil etiam eſt, cur imago in ullam partem magis quàm in aliam inclinet, ac proinde unam cum prototypo ſuo debet rectam lineam efficere.

PROPOSITIO XX.

In omni ſpeculo plano & convexo unumquodque punctum objecti, apparet in ſuo catheto incidentiæ.

Fig. 27. 28.29. INſpiciantur tria ſchemata ad marginem indicata, quarum prima ſpeculis planis inſervit, altera ſphæricis convexis, tertia ſphæricis concavis.

Oculus eſto in A, objecti punctum F, ejus incidentiæ cathetus FBZ. Dico punctum F apparere in catheto F B productâ. Statuatur enim inter punctum F & ſpeculum ſtylus quiſpiam ad ſpeculum perpendicularis, repræſentans cathetum F B. Imago hujus ſtyli, ex. gr. B G, erit ipſi ſtylo indirectum per præcedentem, hoc eſt ſtylus & imago unam conficient rectam lineam ſpeculo perpendicularem FBG. Cùm igitur punctum F per conſtructionem ſit in extremitate ſtyli, etiam imago puncti F erit in G puncto extremo imaginis ſtyli; ac proinde in catheto, ſeu perpendiculari F B productâ.

Vera eſt propoſitio etiam tum, quando in cavis ſpeculis objectum apparet antè ſpeculum.

*Quouſque veritas hujus aſſertionis ſe extendat in cavis ſpeculis, patebit ex dicendis lib. 3.*

PROPOSITIO XXI.

In omni ſpeculo objecti punctum unumquodque apparet in radio reflexo. Fig. 27. 28.29.

ESto objecti punctum F, quod ad oculum poſitum in A ſui ſpeciem propaget viâ reflexâ FDA. Dico punctum F apparere in radio reflexo AD, producto quidem ſi punctum appareat poſt ſpeculum, in non producto, ſi (quod in cavis ſpeculis poteſt accidere) appareat ante ſpeculum.

Eſt certum experientiâ: ſi enim interponatur quidpiam quod intercipiet lineam jungentem punctum reflexionis & oculum, illicò diſparet imago puncti F; quod non contingeret, ſi imago non exiſteret in rectâ lineâ per A & D incedente, hoc eſt in radio reflexo A D. Ratio eſt; quia res apparent in radio, qui viſus organum immediatè afficit. Is verò cùm ſit radius reflexus, ſecundùm ejus directionem, hoc eſt in eo, objecta apparere neceſſe eſt.

PROPOSITIO XXII.

In omni ſpeculo plano & convexo objecti punctum unumquodque non alibi apparet quàm in concurſu radij reflexi cum catheto incidentiæ.

ESto punctum F viſum ab oculo A viâ reflexâ FDA: cathetus incidentiæ ſit FBZ, cum quâ radius reflexus DA concurrat in G. Dico punctum F oculo A apparere in G. Fig. 27. 28.29.

Id verò ex jam præmiſſis manifeſtum eſt. Nam per 20. punctum F apparet in catheto FBZ, & per 21. apparet etiam in radio reflexo A D. Neceſſe eſt igitur ut appareat in utriuſque concurſu G.

Hoc theorema totius Catoptricæ fœcundiſſimum eſt, ex quo ferè omnia ſpeculorum planorum & convexorum phœnomena demonſtrantur, ut ex toto libro ſecundo, ac tertio fiet manifeſtum. Unde viciſſim ejuſdem veritas egregiè ſtabilitur, cùm id falſum eſſe non poſſit, quod phœnomenis omnibus, nullo excepto, mirabiliter conſentit.

*Vtrum verò & quando locum habeat hæc propoſitio in cavis ſpeculis, planum fiet ex dicendis lib. 3.*

FINIS LIBRI PRIMI.

# CATOPTRICÆ
## LIBER SECUNDUS
## DE
## PLANIS SPECULIS.

EXpoſitis primo Libro generalibus principijs ac fundamentis Catoptricæ, ad ſingulas ſpeculorum ſpecies gradum facio. Et quando omnium ſimpliciſſima ſunt plana, horum tractationem hoc ſecundo libro complectar, convexis & concavis in tertium librum rejectis.

### *AFFECTIONES PRIMÆ PLANORVM SPECVLORVM.*

### PROPOSITIO I.

**In planis ſpeculis unius objecti tantùm una eſt imago non ſolùm reſpectu unius Oculi, ſed etiam utriuſque.**

*Fig. 1.*
*a Per 14. 1 Catop.*
*b Per 22. 1 Catop.*

ESto objectum BGF, & quodvis in eo punctum F, Oculus autem in A. Linea reflectens KL. Ex puncto F ad Oculum una *a* tantùm datur reflexio FEA, unuſque ſolùm radius reflexus EA. Cùm igitur in concurſu Q reflexi radij AE, cum F I incidentiæ catheto *b* appareat punctum F, liquet unius puncti F unam tantùm eſſe imaginem Q. Eodem modo oſtendam punctorum reliquorum G, B, non niſi ſingulas ſingulorum imagines eſſe S, P. Ergo totius objecti BGF in planis ſpeculis non niſi una eſt imago (PSQ) reſpectu unius Oculi: quod erat primum.

Eſto deinde alter Oculus in D, ad quem ſpecies puncti F reflectatur viâ FCD, & radius reflexus D C productus concurrat cum F I catheto incidentiæ in R, prior autem concurrebat in Q. Patebit ex demonſtratione propoſitionis ſequentis tam Q I, quàm R I eſſe æquales ipſi F I. Ergo Q I, R I æquales ſunt inter ſe, adeoque reflexi radij AE, DC cum incidentiæ catheto F I, in uno puncto concurrunt. Ergo utrique Oculo A, D in uno loco punctum F apparet. Ergo &c.

### PROPOSITIO II.

**Objectum eo poſt planum ſpeculum apparet intervallo, quo diſtat antè ſpeculum.**

*Fig. 1.*
*a Per 22. 1 Catop.*
*c Per 3. 1. Catop.*
*d Per 15. 1.*
*e Per 26. 1*

OBjectum eſto BGF, in quo deſignetur quodvis punctum B, ſpeciem reflexè ad Oculum A derivans viâ BCA. Perpendiculum incidentiæ ſit BK, cum quo radius A C concurrat in P. Apparebit *a* igitur B in P. Jam quia in triangulis KBC, KPC, latus K C commune eſt, & duo anguli æquales, (nam ad K recti ſunt, & BCK *c* æquatur ACE, hoc eſt *d* K C P) erunt BK, PK *e* æquales, ac proinde P imago puncti B tanto eſt intervallo poſt ſpeculum, quanto B ante ſpeculum. Idem eodem modo demonſtrabitur de imagine S cujuſlibet puncti G in objecto deſignabilis. Ergo imago tota PSQ eo diſtat intervallo poſt ſpeculum, quo objectum BGF ante ſpeculum. Quod erat demonſtr.

### PROPOSITIO III.

**In plano ſpeculo diſtantia imaginis ab Oculo, viæ reflexionis æqualis eſt.**

*Fig. 1.*
*f Per 26. 1.*

COnſtruantur eadem quæ in præcedenti. Quoniam in triangulis KBC, KPC latus KC commune eſt, & duo anguli æquales, ut in præced. oſtenſum eſt, erunt *f* BC, PC æquales: additâque communi CA, erit PA diſtantia imaginis P ab Oculo A, par viæ reflexionis B C A. Quod erat demonſtr.

### PROPOSITIO IV.

**Imagines in planis ſpeculis ſunt objectis æquales, & ſimiles, & ſimiliter poſitæ.**

*Fig. 1.*
*a ex 22. 1. Cat.*
*b Per 15. 1*
*c Per 3. 1. Catop.*
*d Per 13. 1*
*e Per 15. 1*
*f Per 3 1. hujus.*

OBjectum eſto quodcumque BGF Oculo A apparens in PSQ. Manifeſtum eſt *a* omnes radios reflexos A C. AO, A E cum perpendiculis incidentiæ BK, GN, FI, concurrere in imagine PSQ, quæ ex illis concurſibus determinatur. Deinde ex 17. 1. *Catopt.* patet eundem eſſe ordinem punctorum reflectentium C, O, E, qui eſt punctorum objectivorum BGF. Ex quo liquet imaginis punctum P reſpondere objecti puncto B, & S ipſi G, & Q ipſi F, ac proinde eundem eſſe ſitum imaginis qui objecti, quod erat ex demonſtrandis alterum. Jam verò, quia angulus PCK æquatur *b* angulo A C L, hoc eſt *c* angulo BCK, etiam reliqui *d* PCE, BCE æquales erunt. Eodem modo oſtendam ſingulos angulos SOE ſingulis GOE æquales eſſe. Deinde angulus QEC *e* æquatur angulo AEL; hoc eſt *f* angulo FEC: eodemque modo demonſtrabimus ſingulos SOC ſingulos GOC eſſe æquales. Eſt autem & demonſtratum in præced. ſingulos radios PC, SO, QE æquari ſingulis incidentiæ radijs BC, GO, FE. Liquet ergo pyramidis Catoptricæ PAQS, ſegmentum SPCEQ eſſe ſimile & æquale, ſimiliterque poſitum viæ incidentiæ GBCEF, adeoque etiam ſegmenti baſim PSQ, ipſam videlicet imaginem, objecto BGF, quod viæ incidentiæ baſis eſt, debere ſimilem eſſe & æqualem: quod reſtabat demonſtrandum.

Corol.

Digitized by Google

*Corollarium.*

Plana ſpecula objecta ſibi parallela & inclinata non invertunt. Patet ex demonſtratis hic.

### PROPOSITIO V.

### In planis ſpeculis dextra apparent ſiniſtra, & contra.

*Fig. 1.* CUm intueris quempiam ad te converſum ejus dextra reſpondet tuæ ſiniſtræ, & ejus ſiniſtra dextræ tuæ: ac proinde ut dextra appareat dextra, debet ea reſpondere tuæ ſiniſtræ. Cùm verò teipſum contemplaris in ſpeculo, dextra imaginis dextræ tuæ reſpondet; atque hoc eſt dextram apparere ſiniſtram.

Eſto igitur objectum BF, in quo dextra ſit B, ſiniſtra F, & conſtructis iiſdem quæ in præcedenti, imago ſit PSQ. Cùm igitur *a* partes imaginis objecti partibus ordinatim reſpondeant, punctum imaginis P refert objecti punctum dextrum B, & Q ſiniſtrum, adeoque P eſt imaginis dextra, Q ſiniſtra. Quando igitur ſpectator ad ſpeculum ſe convertet, ejus dextra reſpondebit imaginis dextræ P, hoc eſt objecti dextra B in ſpeculo viſa, illi apparebit ſiniſtra. Quod erat propoſitum. *a Per præc.*

### PROPOSITIO VI.

### Objecti (BF) plano ſpeculo perpendiculariter obverſi, punctum (F) ſpeculo vicinius, apparet etiam vicinius poſt ſpeculum (in N) quàm punctum objecti remotius (B).

*Fig. 2. 3.* LInea ſpeculi reflectens ſit GL, viſus in A. Per *coroll. 1.p.17.1. Catop.* punctum F reflectitur à puncto E remotiori à viſu A, B verò à viciniori C. Productis ergo radijs reflexis uſque dum concurrant cum catheto BFG in N, & K, apparebit F propiùs ſpeculo in N; B verò remotius in K. Quod erat propoſitum.

*Corollaria.*

Hinc patet.

1. Cur arbores, ædificia &c. ad ripam fluminis ſita appareant inverſa.

2. [illegible] in ſpeculo infrà ſupráve Oculum parallelè ad horizontem conſtituto, teipſum alioſque videas capite deorſum & pedibus ſurſum.

3. Cur in ſpeculo ad horizontem parallelo, ſi infrà Oculum eſt tabulatum, vel cælum appareat deorſum; ſi verò ſuprà Oculum, cur pavimentum ſeu terræ ſuperficies appareat ſurſum.

### PROPOSITIO VII.

### In plano ſpeculo ad angulum ſemirectum inclinato, teipſum videbis horizonti parallelum.

*Fig. 4.* HOrizontem repræſentet NC, cui longitudo ſtaturæ tuæ perpendiculariter inſiſtens eſto BAC; Oculus verò A. Angulum cum horizonte ſemirectum CND, faciat recta ND, concurrens cum CB in D; ducaturque DI parallela horizonti CN. Tum à punctis B, A, C ducantur ad DN perpendicula incidentiæ BEF, AGH, CKI, ac demùm rectæ FA, IA ſecantes rectam ND in O & P.

Dico ſi ſpeculum ſtatuatur in PO, ſtaturam tuam BC, Oculo tuo A apparituram in FI, horizonti videlicet parallelam.

Ducantur enim CP, & BO. Quoniam ID, NC ſunt ex conſtr. parallelæ, alterni anguli IDN, & N æquales *a* erunt, unde cùm N per hyp. ſemirectus ſit, *a Per 27.1* etiam IDN ſemirectus erit. Et quia *b* in triangulo *b Per hyp.* DNC angulus C rectus eſt, & N ſemirectus, etiam *c* *c Per 32.1* reliquus CDN ſemirectus eſt, ac proinde æqualis ipſi IDN. Quoniam igitur in triangulis IKD, CKD anguli tam ad D, ut jam oſtendi, quàm ad K per conſtr. æquales ſunt, latus verò KD utrique commune, etiam *d* IK, CK æquales erunt. In triangulis igi- *d Per 26.1* tur IPK, CPK, quia latera IK, KP, æquantur lateribus CK, KP, anguliſque ad K æquales ſunt, utpotè per conſtr. recti, anguli quoque *e* IPK, CPK æquales erunt. Atqui IPK par *f* eſt GPA. Ergo etiam *e Per 4.1.* *f Per 15.1.* CPK æqualis eſt GPA. Ergo ſpecies puncti *g* C re- *g Per 3.1.* flectitur ad Oculum A viâ CPA, radiuſque reflexus *Cat.* eſt PA: qui quia concurrit cum incidentiæ perpendiculo CK in I, punctum C Oculo A apparet in puncto I, quod per conſtructionem eſt in parallelâ DI. Eodem prorſus modo demonſtrabitur ſpeciem puncti B reflecti ad Oculum A viâ BOA, ipſumque B Oculo A apparere in F. Ergo ſtatura tota BC apparet in *o* tota IF Oculo A, ipſe autem Oculus A appa- *o Per 9.* rebit ſibi ipſi in H. Totam igitur ſtaturam tuam BC *18.1. Cat.* videbis in FI Horizonti parallelam. Quod erat demonſtr.

### PROPOSITIO VIII.

### Fieri poteſt, ut in plano ſpeculo te ipſum quaſi volantem conſpicias.

PTolomæus *lib. 2. prop. 6. Catoptr.* & Vitello *lib. 5. prop. 59.* duo ſpecula adhibent, cùm ſufficiat unicum, ut ex *theoremate* noſtro præcedenti jam oſtendam.

Linea horizontalis eſto NZ, cum quâ angulum ſe- *Fig. 5.* mirectum conſtituat recta infinita NX. Statura ſe intuentis ſit primò in CB, concurrens cum NX in D, cjuſque Oculus in A. Per D ducatur DI parallela ad NC. Ex B autem & C ducantur ad ND perpendiculares BF, CI, atque ex I & F ad Oculum A rectæ IA, FA ſecantes ipſam ND in P & O. Speculo conſtituto in PO, videbis CB, hoc eſt teipſum, ſublimem in IF horizonti parallelum, ut *prop. præced.* demonſtratum eſt.

Procede deinde ex C in *c* versùs ſpeculum, & ſtatura tua jam ſit in *cb* occurrens infinitæ NX in *d*, Oculus verò ſit in *a*. Per *d* ducatur rurſum *di* parallela ad NC. Ex *b* autem & *c* ad NX perpendiculares emittantur *bf*, *ci*, atque ex *i* & *f* ad Oculum *a* rectæ *ia*, *fa* ſecantes ipſam NX in *p* & *o*. Si ſpeculum ſtatuatur in *po*, videbis rurſum *bc*, teipſum nempè, ſublimem in *fi* & horizonti parallelum, ut in præcedenti demonſtravimus. Quare ſi vitra ſpecularia diſponantur per totum ſpatium *pod*PO, & ex *bac* retrocedas uſque in BAC, conſpicies te moveri ſitu ſemper ad horizontem parallelo, ac proinde ſi brachia extendas atque agites, quodammodo ſurſum evolantem. Verùm quia, ut dicetur *prop.* 10, ſimul etiam pavimentum CN, cui inſiſtis, erectum apparet, imò & inceſſus ipſe pedum, oportebit viſum quantùm fieri poterit inde avertere, atque eum dirigere potiſſimùm versùs brachia & caput imaginis: ſic enim volantis illa ſpecies minùs interturbabitur.

*Vitello* (ut dixi ſuprà) *cùm fruſtra binis ſpeculis utitur, tum inſuper paralogiſat in loco imaginis per bina ſpecula viſa aſſignando. Errorem viſà propoſitione noſtrâ 27, facile lector deprehendit, ſi ipſum adeat.*

## PROPOSITIO IX.

**In ſpeculo ad angulum ſemirectum inclinato, objecta quævis ſuprà terram erecta, apparent terræ parallela.**

Fig. 6.

SImilis eſt demonſtratio ei quam *prop.* 7 attulimus. Linea terræ eſto NC, & ſuprà eam perpendicularis longitudo EC, Oculus ubivis in A. Ducatur infinita ND faciens cùm NC angulum ſemirectum DNC, eique CE occurrat in D. Per D duc infinitam DI parallelam ad NC, ad quam ex E & C due EKL, CBI perpendiculares ipſi ND; tum ex L, atque I ad Oculum A jungantur LA, IA ſecantes ND in O & P.

Dico, ſi ſpeculum planum ponatur in PO, longitudinem CE Oculo A apparere in IL parallelam horizonti.

Ducantur enim EO, CP. Cùm ID, NC ſint pa-
a *Per* 27.1 rallelæ, anguli IDN, DNC æquales *a* ſunt. Quare
b *per conſtr* cùm DNC ſit *b* ſemirectus, etiam IDN erit ſemire-
c *per hyp.* ctus. Et quia *c* DCN rectus eſt, DNC verò ſemire-
d *per* 32.1. ctus, etiam *d* CDN erit ſemirectus, adeoque par ipſi
i *per conſtr.* IDN, ſeu LDN. Sunt autem *i* etiam recti, adeoque
m *per* 26.1 æquales LKD, EKD, & latus DK duobus triangulis
commune. Ergo LK, KE æquales *m* ſunt. Cùm igitur LK, KO æquentur ipſis EK, KO, & anguli
LKO, EKO æquales ſint, utpotè recti, etiam EOK
n *per* 4.1. *n* æqualis erit LOK, hoc eſt *o* ipſi AOP. Ergo pun-
o *per* 15.1. ctum E ad Oculum A *r* reflectitur vià EOA, & appa-
r *per* 3.1. *Catop.* ret in *s* puncto L parallelæ DI, in quo per conſtr.
s *per* 22 1. *Catop.* radius reflexus AO concurrit cum catheto incidentiæ
EK. Eodem modo oſtendam punctum C ad Ocu-
m *per* 18 1 *Catop.* lum A reflecti vià CPA, & apparere in I. Ergo tota
EC apparet in tota LI parallela terræ. Quod erat demonſtr.

## PROPOSITIO X.

**In plano ſpeculo ad angulum ſemirectum inclinato, Oculo infrà ejus planum conſtituto ſuperficies terræ apparet perpendiculariter erecta ſurſum: Oculo autem ſuprà ſpeculi planum exiſtenti, cælum & laquearia apparent erecta deorſum.**

Fig. 6.

COnſtructio & demonſtratio eadem quæ præcedentis. Si enim pro primâ parte figuram ſic invertas, ut CD ſit deorſum, repræſentans terræ ſuperficiem, ipſius portio CE reflexa à ſpeculo PO apparebit Oculo A in IL ſurſum erecta. Si autem figuram ita invertas ut IN deorſum ſpectans terram referat, CD verò ſurſum ſit terræ parallela, portio illius CE reflexa à ſpeculo PO Oculo A apparebit in IL erecta deorſum.

## PROPOSITIO XI.

**In duobus planis ſpeculis videbis te ipſum in oppoſitas partes eodem tempore moveri.**

Fig. 7.

POnantur ad angulum rectum ſpecula A, B, & ducatur GF parallela ſpeculo B. Si recedas à ſpeculo A per parallelam GF, imago tua apparens in ſpeculo A pari paſſu poſt ſpeculum retrocedet versùs X; imago autem apparens in ſpeculo B, te ſequetur versùs E. Simul igitur moveri te conſpicies in partes oppoſitas X & E: quod erat propoſitum.

## PROPOSITIO XII.

**In reflexione plana perpendicula incidentiæ (AE, BF) ſunt ipſorum à reflexionis puncto (C) intervallis (EC FC) proportionales.**

Fig. 8.

IN triangulis X, Z, anguli BCF, ACE æquales ſunt per 3. *lib.* 1. *hujus*, & BFC, AEC etiam æ-
quantur utpotè recti per hyp. Ergo *a* reliqui B, & A — a *Per* 32.1
æquales ſunt, Triangula igitur X, Z *b* ſimilia ſunt, ac — b *Per* 4.6.
proinde EC eſt ad CF, ut AE ad BF. Quod erat demonſtr.

### *Corollarium.*

Ex hoc theoremate elicitur praxis menſurandi altitudinem turris, ſpeculi adminiculo, modò detur turris diſtantia. Altitudo turris eſto BF & ſpecies apicis B ad Oculum A reflexa perveniat vià BCA. Notum fiat perpendiculum reflexionis AE & intervallum EC. Diſtantia turris CF nota eſt per hyp. Tribus igitur notis EC, CF, AE. reperiatur quarta proportionalis, dabit ea altitudinem BF.

Ut nota fiat EC, punctum reflexionis C prius erit determinandum, quod ſequenti theoremate docebitur.

## PROPOSITIO XIII.

**Datis puncto (B) Oculo (A) linea recta reflectente (EG), punctum reflexionis invenire.**

Fig. 9.

EX puncto B duc ad EG perpendiculum BQF, ſic ut BQ, FQ ſint pares. Tum ab F ad Oculum A ducatur FA, ſecans EG in O. Dico O eſſe punctum reflexionis.

Ducatur enim BO. Quoniam in triangulis X, Z duo latera BQ, QO, æquantur duobus FQ; QO, angulique his contenti BQO, FQO, ſunt pares, ut-
potè recti; etiam anguli BOQ, FOQ, *a* æquales — a *Per* 4 1.
erunt. Sed FOQ æquatur *b* AOG. Ergo etiam BOQ — b *Per* 15.1.
ipſi AOG æqualis erit. Ergo reflexio ex B in A fit per viam BOA, adeoque reflexionis punctum eſt O.

Idipſum aliter efficies per *præced.*

Mechanicè invenietur punctum reflexionis, ſi digito aut ſtylo deſignetur punctum ſpeculi, quod directè interjacet Oculum A inter & imaginem F. Hoc enim eſt ipſum illud reflexionis punctum C ſuprà Geometricè inventum; cujus probatio etiam inde eſt manifeſta, quod eo tecto imago repentè diſpareat.

Sic etiam proponi potuit Problema: *Pilam ex loco dato (B) in locum datum (A) reflectere.*

## PROPOSITIO XIV.

### Partem plani ſpeculi reflectentem determinare.

Fig. 10. DEtur primùm in objecto linea A B, ipſius putà longitudo. Inveniantur per *præced.* puncta C, D, ad quæ reflectuntur in Oculum E ſpecies punctorum A, B extremorum. Recta C D, eſt linea ſpeculi ſe tota reflectens. Patet ex *prop.* 18. *lib.* 1. *Catoptr.*

Si objectum datum ſit ſuperficies aut corpus, in ambitu ejus deſignentur quotlibet puncta, quorum
a per præc. ſingulorum *a* inveniantur reflexionis puncta, hæc
ſuperficiem reflectentem determinabunt.

### *QVÆ PROPORTIO IN PLANIS SPECVLIS EXISTAT SVPERFICIEI REFLECTENTIS AD OBIECTVM.*

Pulchra eſt hujus rei diſquiſitio, & cum egregijs planorum ſpeculorum affectionibus connexa; quam proinde vehementer miror ex Opticis nullum vel leviter attigiſſe.

## PROPOSITIO XV.

### Radij (BD, PO, CE) à plano ſpeculo in unum punctum (F) reflexi, ſi poſt ſpeculum producantur, concurrunt cum perpendiculo incidentiæ (FG) in eodem puncto.

Fig. 11. RAdius PO concurrat cum FG in H, & linea reflectens eſto GK. Angulus FOG per 3, *lib.* 1,
a Per 15.1 hujus æquatur angulo POK, hoc eſt *a* angulo GOH:
anguli quoque OGF, OGH æquantur, utpote recti,
& OG utrique triangulo latus commune eſt. Ergo
b Per 26.1 *b* HG, FG æquantur. Concurrat deinde radius CE
cum FG in I, & linea ejus reflectens ſit GR. Angulus
c per 3.1. Catop. FEG æquatur *c* angulo CER, hoc eſt *d* angulo IEG:
d Per 15.1 anguli quoque FGE, IGE æquantur, quia recti; latus
e Per 26.1 verò EG utrique triangulo commune eſt. Ergò *e* IG,
FG æquantur inter ſe. Quoniam igitur tam HG, quàm IG æquantur eidem FG, inter ſe æquales erunt. Ergo puncta concurſuum H, & I, eadem ſunt. Quod erat demonſtrandum.

*Corollarium.*

Ex demonſtratione patet etiam HE, FE, & HO, FO, & HD, FD æquales eſſe per 26. 1.

## PROPOSITIO XVI.

### Radij à ſuperficie (BPC) plano ſpeculo parallela, incidentes, ſuis quique reflexis ſunt proportionales.

Fig. 12. & 13. ACcipiatur incidens quivis radius CE, cum quo cæteri omnes comparentur, ut PO, BD & alij infiniti, ducantur rectæ PC, & OE. Quoniam ſuperficies BPC, DOE ſunt parallelæ, erit per 17. 11. ut HE ad EC, ſic HO ad OP. Pari ratione oſtendam eſſe ut HE ad EC, ſic HD ad DB. Ergo HO eſt ad OP, ut HD ad DB. Atqui per *corol. præc.* HE, HO, HD æquantur radijs reflexis FE, FO, FD. Ergo ut FE ad EC, ſic FO ad OP & FD ad DB. Quod erat demonſtr.

*Corollarium.*

Radij reflexi ad ſuas reflexionum vias eandem omnes habent proportionem.

Nam cùm ſit FE ad EC. ita FO ad OP, & FD ad DB, etiam compon. erit ut FE ad viam FEC, ita FO ad viam FOP, & F D ad viam FDB.

## PROPOSITIO XVII.

### Cùm longitudo (BC) plano ſpeculo parallela, ad unum punctum (F) reflectitur, linea reflectens (DE) ad ipſam (BC) eam habet proportionem quam radius quilibet reflexus (DF) ad ſuam reflexionis viam (BDF).

PRoducantur longitudinis datæ radij extremi BD, Fig. 12. & 13.
CE, donec concurrant cum perpendiculo incidentiæ F G: concurrent autem per 15 in uno puncto, putà in H. Quoniam igitur ex hyp. B C eſt parallela ad DE, erit D E *a* ad B C, ut H D ad H B, a per corol. 1. p. 4. lib. 6.
hoc eſt per *coroll. p.* 15 ut F D radius reflexus ad viam reflexionis FDB. Quod erat demonſt.

## PROPOSITIO XVIII.

### Cùm ſpecies ſuperficiei (BPC) plano ſpeculo parallelæ, ad unum punctum (F) reflectitur, proportio ſuperficiei reflectentis (DOE) ad ipſam (BPC) eſt duplicata proportionis, quam habet radius quivis reflexus (DF) ad reflexionis viam (BCF).

SUperficies reflectens DOE eſt Sectio coni ſeu Fig. 12. 13.
pyramidis Catoptricæ BPIC ad baſim BPC parallela. Ergo DOE ſimilis eſt objecto BPC: & quidem ſi BPC circulus eſt, etiam DOE circulus erit; Ex elem. conic.
ſi BPC rectilineum planum eſt, etiam erit DOE, & b ex demonſt. in lem. 1. ante 5. 12.
*b* illi ſimile. Ergo proportio DOE ad BPC eſt duplicata proportionis *c* DE ad BC; hoc eſt proportionis DI ad BI; hoc eſt (quia demonſtratum in *corol. prop.* 15 DI æqualem eſſe DF) proportionis DF ad reflexionis viam BDF. Quod erat demonſt. c Per 2.12 vel per 20. 6.

## PROPOSITIO XIX.

### Ut in plano ſpeculo te ipſum à vertice ad pedes contemplari poſſis, ejus longitudo debet eſſe tuæ dimidia.

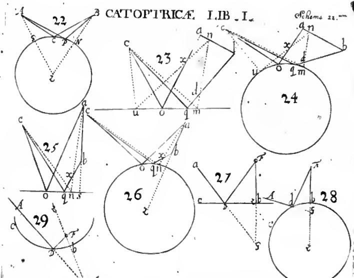
PLanum ſpeculum in quo te à capite ad pedes uſ- Fig. 14.
que conſpicias, eſto NP: ſtatura tua BF ſpeculo parallela: Oculus in A: linea reflectens C O. Demonſtrandum eſt hanc eſſe dimidiam longitudinis tuæ B F.

Ab Oculo A duc perpendiculum AGL, cum quo radius BC concurrat in L, & radius FO in K: ducanturque AC, AO. Quoniam C O ex hypotheſi ad Oculum A reflectit ſpeciem puncti B, via reflexionis
erit BCA, ac proinde angulus ACG *a* æqualis eſt an- a Per 3. 1. Catop.
gulo BCX, hoc eſt *b* angulo LCG. Eſt verò etiam b Per 15.1
AGC æqualis LGC, cùm ambo recti ſint & conſtr.
latuſque G C utrique triangulo commune. Ergo
AG, LG *c* æquales ſunt, ac proinde A L dupla eſt c Per 26.1
GL, Cùm igitur in triangulo ALB, recta GC ſit *d* d Per hyp.
paral-

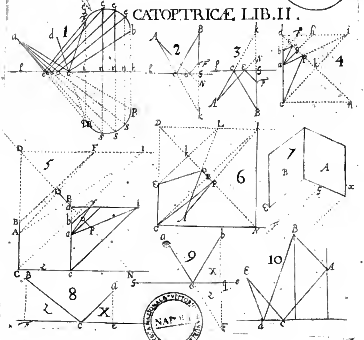
Digitized by Google

# CATOPTRICÆ LIB. I.






# CATOPTRICÆ LIB. II.




Digitized by Google

*e per corol. 1. p. 4. l. 6.* parallela ad BF, ideoque *e* ut AL eſt ad GL, ita AB ſit ad GC, etiam AB dupla erit GC. Eodem modo oſtendam AF eſſe duplam GO. Ergo tota BF longitudo tua dupla eſt totius CO, quæ eſt longitudo ſpeculi reflectentis. Quod erat demonſtr.

*Aliter.* Quoniam ob XZ & BF parallelas, angulus XCB *f* par eſt alterno B, & GCA alterno BAC, jamque ſupra oſtenſum eſt ipſos XCB, GCA æquales eſſe, etiam B & BAC æquales erunt. Ergo *g* AC, BC æquantur, adeoque AC radius reflexus, dimidius eſt viæ reflexionis BCA. Atqui GC *i* eſt ad AB, ut AC ad reflexionis viam ACB. Ergo etiam GC dimidia eſt AB. Eodem modo demonſtrabitur GO dimidia eſſe AF. Ergo tota CO, longitudo videlicet ſpeculi reflectentis, dimidia eſt longitudinis tuæ BF. Quod fuit demonſtrandum.

*f per 27. 1.*
*g per 6. 1.*
*i per 17.*

Idem adhuc aliter demonſtrabitur ductis perpendiculis ex B, & F, vel ex C, & O.

### *Corollarium.*

Eodem modo demonſtrabitur ut te ipſum in ſpeculo videre poſſis totum in latitudinem, ſpeculi latitudinem debere ſimiliter eſſe dimidiam tuæ.

## PROPOSITIO XX.

**Longitudines etiam aliorum objectorum plano ſpeculo parallelorum, & æqualem cum Oculo diſtantiam à ſpeculo habentium, ut totæ apparere poſſint in ſpeculo, debet hujus longitudo eſſe illatum dimidia.**

Demonſtratur ut præcedens.

## PROPOSITIO XXI.

**Cùm teipſum aliaque objecta ſpeculo parallela & eodem intervallo diſſita quo tu, tota vides in ſpeculo, portio ſpecularis reflectens objecti ſubquadrupla eſt.**

*Fig. 14.* Per 18 *hujus* ſuperficies reflectens ad objectum proportionem habet duplicatam ejus, quam habet radius reflexus AC ad viam reflexionis BCA. Atqui in caſu aſſertionis per demonſtrata in 19 *hujus* proportio AC ad BCA eadem eſt quæ 1 ad 2, cùm radius AC dimidius ſit viæ BCA. Ergo proportio ſuperficiei reflectentis ad objectum in caſu aſſertionis duplicata eſt proportionis 1 ad 2, ac proinde par proportioni 1 ad 4. Quod erat demonſtr.

## PROPOSITIO XXII.

**Cùm teipſum in aliquo ſpeculo vides præcisè totum, ſive accedas, ſive recedas, perges te ſemper totum videre.**

**Pari modo ſi objecta, quæ tecum æqualiter à ſpeculo remota vides tota, tecum accedant vel recedant, perges ſemper videre tota.**

Quod non habere locum in objectis quæ magis minúſve à ſpeculo diſtant, quàm Oculus patebit ex *prop.* 23. & 24.

*Tacquet Catoptrica.*

*Demonſtr.* Quocumque intervallo abſis à ſpeculo, ſemper linea reflectens, ſive ſpeculi longitudo, eſt dimidia *a* tuæ. Ergo ſemper ſibi ipſi illa æqualis eſt. Pari modo quocumque intervallo abſis à ſpeculo, ſemper reflectens ſuperficies eſt tuæ *b* ſubquadrupla, ac proinde ſemper æqualis ſibi ipſi. Eodem diſcurſu de alijs objectis ſpeculo parallelis & æqualiter tecum diſſitis, idipſum probabitur. Ergo ſpeculum quod ſufficit ut te tibi totum aliaque objecta tecum æqualiter remota à ſpeculo exhibeat in aliquâ diſtantiâ, ſufficit ut exhibeat in omni. Quod erat demonſt.

*a per 19. hujus.*
*b per 21. hujus.*

## PROPOSITIO XXIII.

*Fig. 15.* **Eſto objectum BR ab Oculo in A totum præcisè viſum in ſpeculo CG. Si id manente Oculo propiùs ad ſpeculum parallelè admoveatur, deſinet videri totum ab Oculo A; & quò erit propinquius, eò pars ejus videbitur minor: ſemper tamen major dimidia longitudinis, & maior quàm quarta ſuperficiei.**

Quoniam objectum totum BR ex hyp. Oculo A totum apparet in ſpeculo CG. Ergo viæ reflexionum, per quas ſpecies extremitatum B, & R perveniunt ad Oculum A, ſunt BCA, RGA, ad ſpeculi extremitates *a* terminatæ. Manifeſtum eſt ſi inter extremos incidentiæ radios BC, RG ducantur, longitudines MQ, SI, has quoque ab Oculo A videri præcisè totas in eodem ſpeculo CG; ac proinde eas, quæ hoſce extremos radios excedunt, ut MT, SV, non *r* poſſe apparere totas. Atqui BR, ſi parallela ſpeculo propiùs admoveatur, excedet neceſſariò radios extremos BC, RG; cùm enim CG per 20 hujus ſit dimidia BR, adeoque ipſâ minor, etiam MQ minor erit quàm BR. Ergo patet ſi BR propiùs ſpeculo admoveatur in MT, SV, Oculo A in ſpeculo CG non amplius apparere totam. Deinde quia SI eſt minor quàm MQ, liquet etiam quò BR accedet propiùs ad CG, eò minorem ejus videri partem. Quia tamen MQ, SI, ſive lineæ ſint, ſive ſuperficies, ſemper majores ſunt quàm CG; CG autem, ſi pro lineâ reflectente capiatur, ſit dimidia lineæ BR *p*, ſi verò capiatur pro ſpeculo, ſit quarta pars ſuperficiei objecti BR, ſemper ex objecti longitudine apparebit plus quàm dimidium, & ex ſuperficie plus quàm pars quarta. Quæ erant demonſtranda.

*a per 18. 1. Catop.*
*r ex eadem.*
*p ex 20 hujus.*

## PROPOSITIO XXIV.

**Iiſdem poſitis, quæ in præcedenti; ſi Oculo manente objectum longiùs removeatur, poterit in eodem ſpeculo CG apparere totum, licèt augeretur in infinitum.**

*Fig. 15.* *a ex p. 17. 1 Catop.* Producantur enim extremi incidentiæ radij CB, GR versùs P & H infinitè. Manifeſtum eſt *a* quidquid inter hos radios comprehenditur, ab Oculo A videri totum in eodem ſpeculo CG. Et quia ſi versùs PH recedatur longiùs ac longiùs, inter radios jam dictos interponi poteſt longitudo quâcumque datâ major, liquet objectum BR ſi longiùs ſemper ac longiùs Oculo manente recedat, videri totum in eo-

dem ſpeculo CG, licèt augeatur in infinitum. Quod erat demonſt.

*Quæ* Theor. 23. & 24 *dicta ſunt, proponemus univerſalius in ſequenti.*

*Objectum ſpeculi adæquatum voco, quod apparet in ſpeculo totum, & ſic, ut imago totum præciſe occupet ſpeculum, cujus proinde nulla ſit pars, quæ non reflectat.*

## PROPOSITIO XXV.

**Ejuſdem determinati ſpeculi objectum adæquatum, ſi objecti augeatur diſtantia, fit quocumque dato majus: imminuta verò diſtantia, etiam ipſum minuitur quidem, ſemper tamen manet ſpeculo majus.**

SI primò objectum lineare, longitudo videlicet aut latitudo rei cujuſcumque. Quò objectum longiùs à ſpeculo removetur, Oculo immoto, eò major evadit proportio radiorum incidentium ad radios reflexos, ſic ut ea tandem fiat quacumque datâ major. Quare etiam componendo proportio radij incidentis cum reflexo ad reflexum, hoc eſt proportio viæ reflexionis ad radium reflexum fiet quâcumque datâ major. Atqui *a* longitudo objecti ſpeculo parallela eſt ad lineam reflectentem ut via reflexionis ad radium reflexum. Ergo proportio longitudinis objectivæ ſemper ejuſdem in lineam reflectentem fiet quâvis datâ major. Ergo etiam ipſa longitudo, tota à ſpeculo dato repræſentabilis præciſè, poteſt eſſe quâvis datâ major.

*a per 17. hujus.*

Deinde objectum eſto ſuperficies. Jam oſtendi augendo diſtantiam, proportionem viæ reflexionis ad radium reflexum fieri quâvis datâ majorem. Ergo etiam proportio, quæ illius duplicata eſt, nempè proportio *b* ſuperficiei objectivæ ſemper ejuſdem ad ſuperficiem reflectentem, fiet quâvis datâ major. Ergo etiam ſuperficies objectiva, adæquatum videlicet ſpeculi objectum, fiet quâvis datâ major. Quæ erant demonſt.

*b per 18. hujus.*

Similiter facilè demonſtrantur reliqua in propoſitione aſſerta.

## PROPOSITIO XXVI.

*Fig. 15.*

**Datis Oculo (A), ſpeculo (CG) & objecti longitudine (K) quæ longitudine ſpeculi ſit major, locum reperire, in quo longitudo data (KO) fiat objectum ſpeculi adæquatum in longitudinem.**

DUcatur ab Oculo A perpendicularis AZS, ſic ut SZ, AZ æquales ſint. Tum ex puncto S per ſpeculi margines emittantur rectæ infinitæ SCP, SGH: fiatque ut CG ad NO differentiam longitudinis ſpeculi CG & longitudinis datæ KO, ita SC ad quartam CP.

Dico, ſi longitudo data ſtatuatur in P, inter radios CP, GH, ſpeculo parallela, eam fore objectum ſpeculi adæquatum in longitudinem.

*Demonſt.* Ducatur PH, ad ſpeculi longitudinem CG parallela. Jam ſæpiùs oſtenſum *a* eſt, cùm perpendicularis AZS æqualiter utrimque producta eſt, æquari angulos AGZ, & HGX, item ACZ, & PCX. Ergo *b* ſpecies rectæ PH reflectitur ad Oculum A per viam inter extremos radios PCA, HGA interceptam, ac proindè eſt objectum ſpeculi adæquatum, cùm à totâ ſpeculi longitudine CG reflectatur. Atqui PH eſt æqualis datæ K; quod ſic oſtendo: per conſtr. ut CG, ſeu KN eſt ad NO, ſic SC eſt ad CP. Ergo *c* etiam KN, ſeu CG, eſt ad KO ut SC ad SP, hoc eſt *o* ut eadem CG eſt ad PH. Cùm ergo CG ad KO, & ad PH eandem habeat rationem, KO & PH æquales erunt. Liquet ergo quæſitum.

*a in 13. & alibi.* *b per 17.1. Catop.* *c patet ex corol. 2. p. 18. 5.* *o per corol. 1. p. 46.*

### DE REFLEXIONE AD MULTA PLANA.

## PROPOSITIO XXVII.

**Planis quotcumque poſitione datis (LD, DE, EM) dato quoque reflexionis principio (B) ac termino (A) puncta reflexionis (O, T, X) invenire.**

HOc Problema unum eſt ex præcipuis Catoptricæ planæ. *Fig. 16.*

In planis datis lineæ reflectentes ſint, LD, DE, EM, quæ ſunt in eodem reflexionis plano cum punctis datis B, & A. Ex B reflexionis principio ducatur ad LD perpendiculum BCF, ſic ut BC, FC ſint æquales. Item ex F ad ED productam duc perpendiculum FGH, ſic ut FG, HG ſint æquales. Rurſum ex H ad ME productam duc perpendiculum HIK, ſic ut HI, KI, ſint æquales. Tum ex K ad reflexionis terminum datum A, duc KA, ſecantem ME in X; & ex H rectam HX, ſecantem DE in T; & ex F rectam FT ſecantem LD in O. Dico reflexionum puncta eſſe O, T, X, ac proinde viam reflexionis eſſe BOTXA.

Quod ſi ſectio X contingat inter E & I, aut ſectio T inter D & G, Problema eſt impoſſibile.

*Demonſtr.* Quoniam BC, FC perpendiculum utrimque æquale eſt, erit (quod jam *a* ſæpè oſtenſum eſt) angulus BOC æqualis angulo TOD. Pari modo quia perpendiculum FGH utrimque æquale eſt, erit angulus FTG par angulo XTE. Denique quia perpendiculum HIK utrimque æquale eſt, etiam anguli HXI, AXM æquales erunt. Ergo *b* via reflexionis ex B in A (vel contra) eſt BOTXA. Quod erat quæſitum.

*a in 13. & alibi.* *b per 3.1. Catop.*

### *Corollarium.*

Hinc patet ad quas datorum planorum partes ſpecula ſint applicanda, nimirùm circa O, T, X, ut Oculus A in ſpeculo circa X poſito, videat objectum B reflexum ad omnia ſpecula.

## PROPOSITIO XXVIII.

**Diſtantia apparens objecti per reflexionem ad unum vel plura ſpecula plana viſi toti viæ reflexionis (BOTXA) æqualis eſt.**

MAnentibus iiſdem, quæ in præcedenti, ſpecies objecti B, ex B ita pervenit ad Oculum A, ac ſi veniret ex F, eò quòd BO, FO ſint æquales, & FOT una recta. Rurſum ſpecies ex F ita refertur ad Oculum A, ac ſi veniret ex H, quia iterum æquales ſunt FT, HT, & HTX una recta. Ergo etiam ſpecies ita defertur ex B in Oculum A, ac ſi veniret ex H. Atqui ſi eſſet in H, appareret in K *d* quia perpendiculum incidentiæ HI cum radio reflexo AX con-

*Fig. 16.* *d per 22.1. Catop.*

concurrit in K. Ergo objectum B Oculo A apparet in K.

Atqui diſtantia KA æqualis eſt toti viæ BOTXA. Quod ſic demonſtr. Quoniam BO, FO, *i* æquales ſunt additâ communi OT, erit via BOT æqualis FT. Rurſum quia FT, hoc eſt (ut jam oſtendi) via BOT, æquatur HT, *m* additâ communi TX, etiam via BOTX par erit HX. Quare cùm HX par *n* ſit KX, etiam via BOTX ipſi KX æqualis eſt. Additâ igitur communi XA, erit via reflexionis, tota BOTXA æqualis KA. Quod erat demonſtrandum.

*i per cor. p. 15.*
*m ibid.*
*n ibid.*

### *Corollarium.*

Longè igitur alius eſt locus imaginis in plano (EM) ſpeculo, dum ſpecies objecti B, in illud mediatè incidit, priùs nempè reflexa ad alia ſpecula, quàm dum immediatè. Nihilominùs etiam hîc cum quadam analogiâ verum eſt objectum apparere in concurſu radij reflexi cum perpendiculo incidentiæ. Cùm enim oſtenſum ſit ſpeciem objecti B eodem modo allabi ad oculum A ex B & ex H, cenſeri poteſt objectum eſſe in H. Tum verò perpendiculum incidentiæ erit HI, cum quo in K concurrit radius reflexus AX.

## PROPOSITIO XXIX.

**Cùm res per plures reflexiones cernitur, dextra apparent ſiniſtra, ſi numerus reflexionum eſt impar; ſi autem par fuerit dextra apparent dextra.**

Cum enim per unam reflexionem dextra appareant ſiniſtra juxta 5. *hujus*, manifeſtum eſt per duas reflexiones dextra apparere dextra, nam ſecunda reflexio reſtituit, quod prima converterat. Quod ſi accedat reflexio tertia, ea rurſum convertet, quod reſtituerat ſecunda; & quarta reſtituet, quod converterat tertia, & ſic deinceps.

## PROPOSITIO XXX.

*Fig. 17.*

**Si in polygono quocumq; ordinato (F, G, H, I, K) ex lateris alicujus medio puncto (A) objecti ſpecies aut pila quæpiam dirigatur, in lateris vicini medium punctum (B); ad omnia latera polygoni reflexa, redibit in punctum idem (A): eritque reflexionis via polygonum ſimile ordinatum, priori inſcriptum.**

Biſecca etiam latera reliqua in C, D, E. Ducanturque præter AB jam ductam, rectæ BC, CD, DE, EA. Quoniam in triangulis P, Q, R, S, T anguli F, G, H, I, K ſunt æquales, utpotè polygoni ordinati, & latera æquales angulos ambientia æqualia ſunt, æquales erunt *a* anguli FBA, GBC; item GCB, HCD; item HDC, IDE; item IED, KEA. Ergo pila ex A incidens in B *b* reflectitur in C, & ex C in D, & ex D in E, & ex E in A: ac proinde via reflexionis eſt ABCDE.

*a per 4. 1.*
*b per 3. l. 1. hujus.*

Quod autem via reflexionis ſit polygonum regulare priori ſimile, ſic demonſtro. Quia triangula P, Q, R, S, T ſibi mutuo æquiangula ſunt per 1. partem, etiam ſibi mutuo æquilatera erunt, ac proinde æquales ſunt AB, BC, CD, DE, EA. Deinde, quia tres anguli ad B æquantur tribus ad C, & duo FBA, GBC, duobus GCB, HCD æquales ſunt ex 1. parte, etiam reliqui ABC, BCD æquales erunt. Eodem modo oſtendam omnes polygoni ABCDE angulos inter ſe eſſe æquales. Ergo polygonum ABCDE eſt ordinatum. Liquet ergo quæſitum

### *Corollarium.*

Si in A ponatur oculus videbit ſeipſum per tot reflexiones unâ minùs quot ſunt latera polygoni.

## PROPOSITIO XXXI.

**Oculo E, & objecto A poſitione datis, datum numerum ſpeculorum ita diſponere, ut objectum ad omnia ſpecula reflexum in uno ſpeculo videatur.**

Suprà AE diſtantiam oculi & objecti deſcribe polygonum ordinatum ABCDE, habens latera binario plura numero ſpeculorum: ut, ſi dentur tria ſpecula, deſcribe pentagonum. Deinde angulum ABC objecto A proximum biſecet recta BV, & ponatur primum ſpeculum in B perpendiculariter ad BV. Si eodem modo conſtituantur reliqua ſpecula in C, & D; Dico oculum E in ſpeculo HDI videre objectum A, reflexum ad tria ſpecula in B, C, D, exiſtentia. *Fig. 17.*

*Demonſtr.* Cùm BV ſit recta ſpeculo exiſtenti in B, etiam planum ABCDE per BV ductum erit *a* rectum ſpeculo in B exiſtenti, ac proinde & alijs ſpeculis eodem modo poſitis in C, & D. Ergo ABCDE planum reflexionis eſt, ejuſque ſectiones cum ſpeculorum planis, ſunt FG, GH, HI, quæ proinde ſunt lineæ reflectentes. Reſtat ut probemus angulos ABF, CBG, &c æquales eſſe. Quoniam BV eſt perpendicularis plano ſpeculi, etiam erit perpendicularis ad lineam *c* FG in plano ſpeculi exiſtentem. Quia igitur anguli FBV, GBV recti, adeoque æquales ſunt, ſi auferantur æquales per conſtr. ABV, CBV, reliqui ABF, CBG æquales erunt. Eodem modo oſtendam æquales eſſe BCG, DCH; & CDH, EDI. Ergo ſpecies objecti A reflectitur ex B in C, & ex C in D, & ex D ad oculum E. Quod erat quæſitum.

*a per 18. 11.*
*c per def. 3. 11.*

### *Corollarium.*

Hinc patet quomodo Oculo E videri poſſit objectum A, licèt murus interpoſitus directam viſionem impediat.

## PROPOSITIO XXXII.

**Oculo (A) & objecto (E) poſitione datis, efficere ut diſtantia imaginis ab oculo, ſit multiplex ad lubitum diſtantiæ datæ (AE) Oculi ab objecto.** *Fig. 17.*

Exempli grat. quadrupla. Super AE deſcribe polygonum ordinatum, cujus denominator ſit unitate major multiplo deſiderato diſtantiæ datæ AE. In caſu dato quoniam diſtantia imaginis petitur quadrupla ipſius AE, deſcribendum erit ſuper AE pentagonum. Angulis D, C, B, applicentur tria ſpecula, ut in præcedenti prop. factum. Oculo A ſpeculum in B poſitum intuenti apparebit imago objecti E, diſtans ab Oculo intervallo AE quater ſumpto. *Fig. 17.*

 Nam,

Nam, ut patet ex demonſtratione præced. via reflexionis EDCBA, quatuor videlicet pentagoni latera, quæ reliqui AE quadrupla ſunt. Atque per 28, diſtantia imaginis ab oculo viæ reflexionis æqualis eſt. Ergo etiam diſtantia imaginis ab oculo eſt quadrupla intervalli dati AE. Quod erat quæſitum.

*PLANORUM SPECULORUM ÆQUIDISTANTIUM AFFECTIONES.*

## PROPOSITIO XXXIII.

**Si duo plana ſpecula ſibi fuerint parallela, in ſingulis apparent unius objecti inter ſpecula conſtituti duæ ſeries rectæ imaginum infinitarum, in longitudinem infinitam excreſcentes.**

Fig. 18. INter duo plana ſpecula parallela, ſint Oculus A, & objectum B poſitione data, per quæ tranſiens planum reflexionis, faciat in ſpeculis lineas reflectentes ZE, XF: & per oculum A, ac objectum B ducantur perpendiculares ZX & RBK infinita. In hac fiat FG æqualis ipſi FB. Tum diſtantia ſpeculorum EF duplicata, transferibatur ex G in H, & ex H in I, & ex I in K, & ſic in infinitum. Pari ratione ſpeculorum diſtantia EF duplicata, transferatur ex B in α; ex α in β; ex β in γ; & ſic in infinitum.

*Dico I.* Oculo A, intuenti ſpeculum XF, objectum B apparere in locis G, H, I, K, L, & alijs infinitis. Item in locis α, β, γ, δ, & infinitis, quantum videlicet vis ſpecierum finita, per multiplicatas reflexiones ſenſim langueſcens, patitur.

Et in G quidem apparet objectum B per reflexionem unam: in H, per tres, in I, per quinque, in K per ſeptem, & ſic deinceps per numeros impares. At verò in α objectum B cernitur per reflexiones duas, in β per 4; in γ per 6; in δ per 8; & ſic deinceps per numeros pares.

*Dico II.* Si EP fiat per EB, & diſtantia ſpeculorum EF duplicata transferibatur ad partem alteram in infinitam FER, primò ex P, deinde ex B, Oculo A intuenti ſpeculum ZE eadem omnia apparebunt.

### *Demonſtratio.*

Claritatis gratiâ eam in plura membra partiemur.

Fig. 19. 1. Rectis FH, FI, FK, & reliquis infinitis, æquales accipiantur FL, FM, FR, &c. Oſtendam etiam EL, EM, ER &c. æquales fore, rectis EG, EH, EI &c. Per conſt. GH dupla eſt FE. Ergo FH (hoc eſt per conſt. FL) continet FE bis, & FG. Ergo EL continet FE ſemel & FG, ac proinde par eſt EG.

c per conſt. Deinde quia FI par eſt c FM; FI autem d continet FE

d per conſt. quater & FG; etiam FM continebit FE quater & FG. Ergo EM continet FE ter & FB. Atqui etiam

e patet ex conſt. EH continet e FE ter, & FB. Ergo EM æquatur EH. Pari ratione oſtendam ER æquari EI, & ſic deinceps in infinitum.

Fig. 20. 2. Rectis Fα, Fβ, Fγ &c. ſumantur æquales FP,

f per conſt. FR, FS &c. Oſtendam etiam EP, ER, ES, ipſis EB, Eα, Eβ &c. æquales eſſe. Quia αB f dupla eſt FE, continebit Fα ipſam FE bis, minùs FB. Ergo & FP

i per conſt par i ipſi Fα, continet FE bis, minùs FB. Ergo EP continet FE ſemel, minùs FB. Atqui etiam EB æquatur FE, minùs FB. Ergo EP, & EB æquales ſunt.

k per conſt. Rurſum, quia Bβ continet k FE quater, continebit Fβ, adeoque & FR l ipſi par, rectam FE quater, minùs FB. Ergo ER continet FE ter, minùs FB. Atqui etiam Eα continet FE ter, minùs FB, (nam Bα continet m FE bis, ac proinde Fα continet FE bis, minùs FB; ideoque Eα continebit FE ter, minùs FB). Ergo ER & Eα æquales ſunt. Eodem planè modo demonſtrabimus ES, & Eβ æquales eſſe, & ſic in infinitum. l conſt. m conſt.

Fig. 21. 3. His demonſtratis, reliqua demonſtratio omnis in promptu eſt. Nam quia per conſtr. perpendiculares FB, FG utrimque æquales ſunt, & latus FC utrique triangulo commune, anguliſque BFC, GFC recti, ideoque æquales, erit n angulus BCF etiam par angulo GCF, hoc eſt o ACX. Ergo BCA eſt p via reflexionis, radiuſque reflexus eſt AC: qui quia concurrit cum perpendiculo incidentiæ BF in G, objectum B q oculo A apparet in G. n per 4. 1. o per 15. 1. p per 22. 1. cat. q per 3. 1. cat.

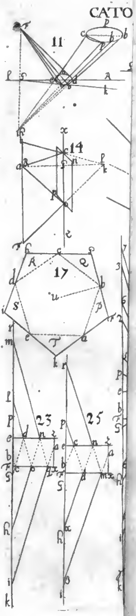
Fig. 22. 4. Quod etiam objectum B, Oculo A, appareat in H, per reflexiones tres, ſic oſtendo. Fiat rectæ FH æqualis FL: ducanturque rectæ AH ſecans XF in D; DL ſecans EZ in N; NG ſecans XF in O, ac demùm OB. Quoniam BF, GF æquantur, erunt, ut *num.* 3. jam oſtendi, æquales anguli BOF, NOD. Deinde quia FH, FL r æquales ſunt, etiam per demonſtrata *num.* 1. EG, EL, æquales erunt. Ergo rurſum anguli ENG, ZND æquales. Denique quia FH, FL s æquales ſunt, anguli NDF, XDA iterum æquales erunt. Ergo ſpecies objecti B reflexa ter in O, N, D, defertur ad Oculum A per viam BONDA; radiuſque ad Oculum pertingens eſt AD. r conſt. s conſt.

Deinde ſpecies ex B ita defertur ad Oculum A, ac ſi veniret ex G, quia BO, GO æqualis ſunt, & GON una recta; ex G verò ſic, ac ſi veniret ex L, quòd pares ſint GN, LN, & LND una recta; denique ſic ex L, ac ſi veniret ex H, quia pares ſunt LD, HD, & HDA una recta. Atqui L t appareret in H, quia AD radius ad Oculum pertingens cum perpendiculo incidentiæ LF concurrit in H. Ergo objectum B, Oculo A apparet in H, quod eidem Oculo A *num.* 3, oſtenſum eſt apparere etiam in G. t per 22. 1. cat.

Fig. 23. 5. Eodem planè ratiocinio, & adminiculo eorum quæ *num.* 1. & 4 oſtenſa ſunt, demonſtrabitur (non variatâ unquam objecti B, vel Oculi A poſitione) objectum B apparere in I per reflexiones quinque, ſi rectis FG, FH, FI accipiantur æquales FB, FL, FM, ac tum ducantur AI ſecans in Q, QM ſecans ZE in N, NH ſecans in O, OL ſecans in D, DG ſecans in C, ac tandem CB: erit enim via reflexionis BCDONQA.

Fig. 19. Quod ſi rectis FG, FH, FI, FK, fiant æquales FB, FL, FM, FR, ducanturque AK ſecans in Q, QR in S, SI in Y, YM in T, TH in V, VL in D, DG in O, ac tandem OB; eodem diſcurſu demonſtrabitur Oculo A, objectum B apparere in K per reflexiones ſeptem. Atque ita in infinitum.

Fig. 24. 6. Tranſeamus modò ad imagines in α, β, γ, δ &c. apparentes. Oſtendam primò objectum B, Oculo A (ſervatâ utriuſque eâdem ſemper poſitione) apparere in α per reflexiones duas. Fiat rectæ Fα æqualis FP, ducanturque Aα ſecans in D; DP ſecans in C; & CB. Quoniam ex conſt. Fα, FP, æquales ſunt, etiam per *num.* 2. EB, EP æquales erunt. Patet igitur angulos BCE, DCZ æquales eſſe. Deinde quia Fα, FP æquales ſunt, etiam angulos CDF, XDA liquet eſſe æquales. Ergo ſpecies objecti B reflexa bis in C, D, defertur ad Oculum A per α viam BCDA; radiuſque ad oculum pertingens eſt DA, concurrens cum u per 3. 1. Catop.




r.
: con-
tuetur

. fore *Fig.* 18.
s verò
c. ap-
γ &c.

. K, re- *Fig.* 21.
atet ex 22.23.
gitur ad 19.
es per
flexio-
ites de-
dei.
a, β, γ *Fig.* 24.
ſpecu- 25.20.
liquet *a per hyp.*
tes de-
rgi, ac
oculo
deban.

I.

eden- *Fig.* 18.
n eſſe
item
& K:
facies

r hyp.
n XF,
que & *b per præc.*
aginis
cùm
H ad *c per eand.*
ad in- *d per eand.*
inibus

culum *i per eand.*
t eas *m per eand.*
tet de

I.

atur
ines
nitur
&c.
ob-
tes a
. Ab
s: H

ſpe-
ria.
nt ab
acce-
dunt:

Digitized by Google

Nam,
reflexioni
tera, quæ
28, diſtar
lis eſt. E
quadrupl

*PLANOR*

P R

**Si duo
la, ir
inte
ſtæ i
dine**

I Nter
*Fig. 18.* & obj
planum r
tes ZE, X
tur perpe
FG æqua
duplicata
ex I in K,
diſtantia I
β; ex β i
*Dico I.*
B appare
Item in k
licet vis ſ
nes ſenſir
Et in (
nem una
per ſepte
verò in α
in β per
numeros
*Dico II*
rum EF
in infinit
A intuen

Clarit
*Fig. 19.* 1. Re
les accipi
EL, EM
&c. Per
per conſt
continet
*c per conſt.* Deinde q
*d per conſt.* quater &
FG. Erg
*e patet ex conſt.* EH cont
EH. Pa
deinceps
2. R
*Fig. 20.* FR, FS
*f per conſt.* Eα, Eβ
contineb
*i per conſt* par *i* ipſi
continet
tur FE,
*k per conſt.* Rurſum,

cum perpendiculo incidentiæ PF, in α. Ergo P appa-
*i per 22. 1. Cat.* tet in *i* α. Atqui ſpecies veniens ex B ita defertur ad
Oculum A, ac ſi veniret ex P. Ergo etiam B, Oculo
A apparet in α.

*Fig. 25.* 7. Quod verò B, Oculo A appareat etiam in β
per reflexiones quatuor, ſic demonſtro Rectis Fα,
Fβ æquales fiant FP, FR, ducanturque Aβ ſecans in
M, MR ſecans in N, Nα ſecans in D, DP ſecans in
*z conſt.* C, ac tandem CB. Quoniam *z* Fα, FP æquantur,
etiam per *num.* 2 EB, EP æquales ſunt. Anguli igitur
ad C ſunt pares. Et quia æquantur Fα, FP, anguli
quoque ad D pares erunt. Jam quia Fβ, FR æquan-
tur, etiam per *nu.* 2. Eα, ER æquales erunt. Æquan-
tur ergo anguli ad N. Et quia pares ſunt Fβ, FR,
etiam anguli ad M æquales erunt. Species igitur ex
B reflexa quater in C, D, N, M, pertingit ad Ocu-
*a per 3. 1. Cat.* lum A per viam *a* BCDNMA, radiuſque ad oculum
pertingens eſt AM: qui quia cum incidentiæ per-
*d per 22. 1. Cat.* pendiculo RF concurrit in β, ideirco R *d* apparet
Oculo A, in β. Atqui ſpecies objecti ex B in ocu-
lum A ita incidit, ac ſi veniret ex R, quod oſtendi-
tur ut *num.* 4. Ergo etiam B, Oculo A apparet in β.

*Fig. 20.* 8. Quod ſi rectis Fα, Fβ, Fγ, æquales ſumantur
FP, FR, FS, ducanturque rectæ AOγ, OMS,
MQβ, QLR, LCα, CNP, NB, eodem ratiocinio
& adminiculo eorum, quæ *num.* 2 & 4 oſtenſa ſunt,
demonſtrabitur objectum B, Oculo A, per reflexio-
nes ſex apparere in γ atque ita in infinitum.

Omnes igitur theorematis partes demonſtravimus.

## PROPOSITIO XXXIV.

**Iiſdem poſitis, Dico quamlibet imaginum ſupradictarum tanto intervallo diſtare ab oculo A, quanta eſt tota via reflexionis ſuæ.**

*Fig. 22.* D*Emonſtr.* Accipiamus in *Fig.* 22, imaginem in H
apparentem. Quoniam per conſtr. æquantur
BF, GF, OF utrique triangulo communis eſt, an-
*a per 4. 1.* guli verò ad F recti, erunt BO, GO *a* æquales. Ad-
ditâ igitur communi NO, erit GN æqualis viæ
BON. Rurſum quia per *num.* 1. *præced. prop.* EG,
*b per eand.* EL æquales ſunt, & NE communis, anguli verò ad
E recti, etiam *b* GN, (hoc eſt BON) & LN æquales
*c per eand.* erunt. Additâ ergo communi DN, erit LD viæ
BOND æqualis. Sed LD eſt par *c* HD, quod per
*num.* 1. *præced.* æquales ſint FL, FH; DF communis;
& anguli ad F recti. Ergo via BOND, æqualis eſt
HD. Additâ igitur communi AD, erit HA diſtantia
imaginis in H apparentis, toti viæ reflexionis
BONDA æqualis. Quod erat demonſtrandum.

Eodem planè modo idem demonſtrabitur de ima-
gine I in *Fig.* 23, & de imagine K in *figura* 19. & ſic
de cæteris: item de imagine α in *figura* 24, & de
imagine β in *Fig.* 25, & de imagine γ in *Fig.* 20,
& ſic de cæteris.

## PROPOSITIO XXXV.

**Iiſdem poſitis, ſtet in B homo facie converſus ad ſpeculum XF, quod intuetur oculus A.**

**Dico imagines in G, H, I, K, &c. fore** *Fig. 18.*
**converſas ad Oculum A, averſas verò in α, β, γ &c. ſive in G, H, I, K &c. apparere faciem Oculo A; in α, β, γ &c. tergum.**

NAm pro apparentiâ imaginum G, H, I, K, re- *Fig. 21.*
flexio prima fit ad ſpeculum XF, uti patet ex *22. 23.*
*num.* 3. 4. 6. *propoſitionis præcedentis.* Cùm igitur ad *19.*
ſpeculum XF non tergum hominis B, ſed facies per
hypotheſim converſa ſit, manifeſtum eſt per reflexio-
nem primam, adeoque & per eam ſubſequentes de-
ferri ad Oculum A ſpeciem non tergi, ſed faciei.

At verò quia pro apparentiâ imaginum α, β, γ *Fig. 24.*
reflexio prima (ut patet ex *num.* 6. 7. 8.) fit ad ſpecu- *25. 20.*
lum ZE, cui tergum *a* obvertitur hominis B; liquet *a per hyp.*
per reflexionem primam eamque ſubſequentes de-
ferri ad Oculum A ſpeciem non faciei, ſed tergi, ac
proinde imagines in α, β, γ eſſe averſas ab oculo
A, quæ in G, H, I, K ad eundem converſa videban-
tur. Quod erat propoſitum.

## PROPOSITIO XXXVI.

**Iiſdem poſitis, quæ in duabus præcedentibus: Dico converſas ad invicem eſſe** *Fig. 18.*
**facies hominis B, & imaginis G, item facies imaginum α & H: β & I: γ & K: averſas autem eſſe ab invicem facies imaginum G & α: H & β: I & γ.**

DEmonſtratio patet ex *præcedenti.* Nam per hyp.
facies hominis B eſt converſa ad ſpeculum XF,
imaginis autem G facies ad Oculum *b* A, adeoque & *b per præc.*
ad ſpeculum XF. Ergo facies hominis B, & imaginis
G ad invicem converti neceſſe eſt. Rurſum cùm
imago α ſit *c* averſa ab Oculo A, imago autem H ad *c per eand.*
eundem *d* converſa, liquet eas eſſe converſas ad in- *d per eand.*
vicem. Eodem modo idem patet de imaginibus
β & I.

Deinde cùm imago G *i* converſa ſit ad Oculum *i per eand.*
A, imago autem α *m* averſa ab eodem, liquet eas *m per eand.*
averſas eſſe ab invicem. Idem eodem modo patet de
imaginibus H & β: I & γ.

## PROPOSITIO XXXVII.

**Iiſdem poſitis, ſi objectum B moveatur verſus ſpeculum XF. 1. Imagines G, A, I, K, L &c. ad Oculum A videntur accedere, 2. imagines verò α, β, γ, δ, &c. recedere. 3. Accedunt ad invicem objectum B & imago G, item imagines α & H; β & I; γ & K, & ſic deinceps. 4. Ab invicem recedunt imagines G & α: H & β: I & γ: K & δ.**

**Quod ſi objectum B moveatur verſus ſpeculum ZE, omnia eveniunt contraria.**

NImirùm imagines G, H, I, K &c. recedunt ab
Oculo A: imagines verò α, β, γ, δ &c. acce-
dunt;

dunt: ab invicem autem recedunt objectum B & imago G, imagines item α & H: β & I: γ & K &c. Accedunt ad invicem imagines G & α: H & β: I & γ: K & δ, &c.

*Demonſt.* Quoniam imago G determinatur intervallo FB tranſlato in FG, patet accedente objecto B ad XF minui FG, adeoque G locum imaginis accedere ad XF, & ad Oculum A. Deinde quia loca imaginum H, I, K, &c. determinantur per duplicatum ſpeculorum intervallum EF tranſlatum ex G in H, & ex H in I, & ex I in K, & ſic deinceps: manifeſtum G, ut jam oſtendi, accedente ad XF, accedere etiam H, I, K, adeoque & imagines iſthic apparentes. Quod erat primum.

Quoniam verò loca imaginum α, β, γ, &c. determinantur per duplicatum ſpeculorum intervallum EF tranſlatum ex B in α, & ex α in β, & ex β in γ, & ſic deinceps, manifeſtum eſt, objecto B accedente ad XF, hoc eſt recedente ab A Oculo, recedere etiam ab A, puncta ſingula α, β, γ, δ, &c. adeoque & imagines iſthic apparentes. Quod erat alterum.

Deinde quia objecto verſùs XF moto, jam oſtendi imagines α, β, γ, δ, &c. recedere ab Oculo A, imagines verò H, I, K, L &c, ad eundem accedere, patet appropinquare ad invicem imagines α & H; β & I: γ & K, &c. Quod erat tertium.

Denique quia objecto B moto verſùs XF, imagines G, H, I, K &c. ad Oculum A accedunt, imagines verò α, β, γ, δ, &c. recedunt ab eodem, manifeſtum. eſt etiam recedere has ab illis, nimirum G ab α: H à β: I à γ, & ſic deinceps. Quod erat quartum.

Atque ex his facilè intelligetur omnia evenire contra, objecto B moto verſùs Z E.

*AFFECTIONES PLANORVM SPECVLORVM INCLINATORVM, SIVE DE REFLEXIONE INTRA ANGVLVM.*

Ad duo plana ſibi invicem inclinata à puncto dato in punctum datum reflexiones contingunt, non quidem infinitæ, ut in planis parallelis, ſed tamen eò plures, quò ſub minori angulo plana concurrunt. Hinc ſi duo plana ſpecula ſibi mutuo ad angulum acutum ſtatuantur. Oculo utcumque ſpeculum intuenti propriæ faciei ſive objecti alterius cujuſcumque imagines 14, imò 16 vel etiam 18 apparent quaſi in ellipſeos formam diſpoſitæ; cùm in parallelis vix ſex ſeptémve videantur. In his enim quamvis, ut *prop.* 33. oſtenſum eſt, objecti ſpecies infinities poſſit reflecti; tamen quòd repetitis reflexionibus ſpecies ſenſim debilitentur, neque viſus poſſit in utrumque parallelum ſpeculum ſimul intendere, pauciores imagines ſitus parallelus exhibet, quàm angularis. Hujus igitur phœnomeni ſanè peramœni cauſas aperiam, atque ita finem huic libro imponam.

## PROPOSITIO XXXVIII.

Fig. 26.

**Intra rectum angulum (A) vel obtuſum plures fieri reflexiones non poſſunt, quàm duæ.**

IN latus BA incidat radius FD ſub quocumque acutò angulo FDB: acutus enim *a* ſit oportet ut reflexio fieri poſſit in latus alterum AC. Quia angulus reflexionis ADE par eſt angulo incidentiæ FDB, etiam ADE acutus erit. Atqui A eſt rectus vel obtuſus. Ergo AED acutus eſt: cui cùm par ſit reflexionis angulus CEG, etiam ipſe acutus erit, ac proinde minor quàm A. Ergo radius EG non concurret cum latere AB. Quare plures in recto vel obtuſo angulo reflexiones haberi nequeunt, quàm duæ.

*a per* 11.1. *Catop.*

## PROPOSITIO XXXIX.

**In duobus planis ſpeculis ad angulum rectum CAB conſtitutis, ſi Oculus exiſtat extra rectam lineam AQ, quæ ab anguli vertice ducitur per punctum objecti datum G, ſemper tres puncti dati imagines apparent, & non plures.** *Fig.* 27.

POnatur Oculus extra rectam AQ, ubivis inter ſpecula CA, BA, putà in F. In ſingulis ſpeculis CA, BA, puncti G apparere imagines ſingulas per reflexionem unam patet ex *prop.* 13, *hujus libri.* Supereſt ut exhibeatur & tertia. Ex puncto dato G ad ſpeculum CA ducatur perpendicularis GM: quâ æqualiter protractâ in I, ex I ad BA productam ducatur perpendicularis IN; eâque æqualiter productâ in X, ab X ad Oculum F ducatur recta XF, quæ (ut mox oſtendam) ſecabit neceſſariò AB, ultra A verſùs B, putà in D. Ex D ad I ducatur recta DI ſecans AC in E. Dico puncti G imaginem tertiam conſpici in X ab Oculo F per reflexiones duas ad E ac D. Demonſtratum eſt *propoſ.* 27. *hujus.* Quod autem XF occurrat ſpeculo AB ſic oſtendo. Ducatur XG ſecans rectam CE in O. Quia *a* GM, MI æquales ſunt, erit IG dupla MG. Quare cùm æquidiſtent IX, CEO, erit ut *b* IG ad MG, ſic IX ad MO, adeóque IX ipſius MO dupla eſt. Atqui IX etiam dupla MA (cùm enim æquales ſint *c* IN, NX, erit XI dupla ipſius IN hoc eſt MA). Ergo MA, & MO æquales ſunt, ac proinde XG tranſit per A verticem anguli CAB. Ergo XF ſecat ſpeculum AB in D.

*a per conſtr.* *b per cor.* 1. *p* 4. *l.* 6. *c per conſtr.*

## PROPOSITIO XL.

**In duobus planis ſpeculis ad angulum rectum poſitis, ſi Oculus (F) exiſtat in rectâ per A verticem & G punctum datum tranſeunte, duæ ſolùm poſſunt puncti G imagines apparere.** *Fig.* 28, 29.

QUod duæ appareant patet ex *prop.* 13, *hujus.* Tertiam non poſſe ſic oſtendo. Ex puncto dato G ad ſpeculum utrumlibet (putà CA) ducatur perpendicularis GM; quâ productâ æqualiter in I, ex I ad alterum ſpeculum BA productum ducatur perpendicularis IN, quâ protractâ æqualiter in X, ab X ad Oculum F ducatur XF occurrens ſpeculo BA in D. Quoniam IM æqualis *a* eſt GM, erit IG dupla MG. Sed quia IX parallela eſt ad MO, ut IG ad *b* MG, ſic IX eſt ad MD. Ergo etiam IX dupla eſt MD. Atqui etiam IX dupla eſt MA (cùm enim *c* æquales ſint IN, NX, erit IX dupla IN, hoc eſt MA). Æquantur ergo MD, MA, ac proinde XF tranſit per verticem A. Atqui deberet XF ſecare ſpeculum BA ultra A verſùs B, ut haberi poſſet imago tertia, quemadmodum patet ex diſcurſu præcedentis, & ex *prop.* 27 *hujus.* Quare imago tertia hic eſt nulla.

*a per conſtr.* *b per cor.* 1. *p* 4. *l.* 6. *c per conſtr.*

## PROPOSITIO XLI.

**Acuto angulo & binis intra eum punctis poſitione datis, maximum numerum reflexionum, quibus puncta ad invicem poſſunt reflecti, cùm primus radius in latus ſiniſtrum incidit, invenire.**

Fig. 30. ANgulus acutus eſto ZTδ, & intra eum puncta poſitione data A, B; latera autem anguli ultra verticem producantur infinitè.

*Conſtructio prima.* Ex puncto A ad ZTλ latus anguli ſiniſtrum duc perpendicularem Aω, & extende in I, ut Iω ſit æqualis Aω. Ex I ad latus dextrum δTα duc perpendicularem Iβ, & extende in D, ut Dβ par ſit Iβ: & ſic deinceps alternatim ad anguli latera ZTλ, δTα perpendiculares æqualiter utrimque productæ continuentur, ut DVL, LYF, FφN, NαH, donec veniatur ad aliquam Hψθ, cujus producta ſemiſſis ψθ intra angulum αTλ terminetur.

Ducatur deinde ex θ ad punctum alterum datum B recta occulta. Si ea latus anguli ZTλ ad quod ultima perpendicularis Hψθ eſt ducta, ſecat ſuprà verticem T versùs λ, ut in hoc ſchemate contingit: Dico ſingulis perpendicularibus, demptâ ultimâ reſpondere, reflexionem unam ad illud latus ad quod unaquæque perpendicularis ſpectat: atque is maximus eſt reflexionum numerus, qui hiſce datis haberi poteſt.

*Hac demonſtro*, unaque reflexionum puncta ſingula, totamque adeò reflexionis viam exhibeo hunc in modum.

*Conſtr. altera.* Ex H extremitate perpendicularis NαH ducatur ad punctum B recta HB, ſecans latus anguli δTα in X. Tum ex N ad X ducatur NX, ſecans latus ZTλ in S. Rurſum ex F ad S recta FS, ſecans δTα in R: & ex L ad R recta LR, ſecans ZTλ in Q: item ex D ad Q recta DQ, ſecans δTα in P. Tandem ex I ad P recta IP, ſecans ZTλ in O, & ex O ad punctum datum A ducatur OA.

Dico reflexionum puncta eſſe O, P, Q, R, S, X totamque reflexionis viam ex A in B eſſe AOPQRSXB. Quod ſic oſtendo. Quoniam IOP eſt

a per conſtr recta a linea erunt ad verticem anguli IOω, b POT

b per 15.1. æquales. Sed in triangulis IωO, AωO latera Iω, ωO

c per conſtr æquantur c lateribus Aω, ωO, & anguli ad ω ſunt re-

d per 4.1. cti. Ergo d angulus AOω incidentiæ primus æquatur angulo IOω, hoc eſt angulo POT primo reflexionis.

e per eand. Eodem modo IPβ e æquatur DPβ, hoc i eſt TPQ:

i per 15.1. & DQV æquatur LQV, hoc eſt TQR: & LRY æquatur FRY, hoc eſt δRS: & FSφ æquatur NSφ, hoc eſt ZSX: & NXα æquatur HXα, hoc eſt δXB. Quare cùm ad puncta ſingula O, P, Q, R, S, X incidentiæ ac reflexionis anguli ſint æquales, reflexio

o Per 3.1. Cat. ex A in B fit o per viam AOPQRSXB. Atque ex hoc proceſſu manifeſtum eſt, ut perpendicularium prædictarum quæcumque, adeoque & ultima Hψθ novum reflexionis punctum prioribus ſuperaddat, neceſſe eſſe, ut recta ab ejus termino θ pertingens ad B, anguli latus, ad quod ipſa pertinet (nempè hic ZTλ) ſecet infrà verticem T versùs Z: quod quia in hac figurâ non contingit, tot hîc erunt reflexiones poſſibiles, quot ſunt perpendiculares, demptâ ultimâ Hθ, ſex nimirùm in ſchemate præſenti.

Quod ſi recta procedens ex θ in B, ſecaret latus ZTλ (ad quod ultima Hψθ perpendicularis eſt) infrà verticem T, tot, & non plures, haberi reflexiones poſſent, quot fuêre perpendiculares deſcriptæ, annumeratâ etiam ipsâ Hψθ intra angulum terminatâ. Quæ quidem ſuperiùs conſtructa ac demonſtrata expendenti erunt perſpicua.

## PROPOSITIO XLII.

**Iiſdem poſitis, quæ in præcedenti, invenire maximum reflexionum numerum, primâ incidentiâ factâ in latus anguli dextrum δTα.**

EX puncto dato A ad latus anguli dextrum δTα ducatur perpendicularis prima AQ, & protrahatur in Q, ut CQ ſit æqualis AQ. Tum ex C ad latus ſiniſtrum ZTλ perpendicularis ducatur CR, producaturque in K, ut KR, CR ſint æquales: & ſic deinceps alternatim ad latus dextrum ſiniſtrumque perpendiculares æqualiter utrimque productæ deſcribantur KPE, EαM, MβG, donec veniatur ad aliquam Gπζ, cujus producta ſemiſſis πζ intra angulum αTλ terminetur. Fig. 31.

Deinde ex ζ ad alterum punctum datum B ducta intelligatur recta linea: hæc ſi latus ZTλ, ad quod ultima Gζ perpendicularis exiſtit, interſecat infrà verticem T, reflecti poterit A in B tot reflexionibus, quot perpendiculares ſunt ductæ: ſi interſecat ſuprà T, tot haberi reflexiones poterunt, quot ſunt perpendiculares, demptâ ultimâ Gζ.

*Demonſtratio quamvis ſit eadem, quæ præcedentis*, juvabit tamen claritatis causâ exhibere reflexionis puncta, quæ in caſu hujus figuræ haberi poſſunt. Ex G ad B ducatur recta GB ſecans latus anguli dextrum δT in ω. Tum ex M ad ω recta ducatur Mω ſecans latus ſiniſtrum ZT in Y. Ducatur rurſum EY ſecans δT in V; & KV ſecans ZT in S; & CS ſecans δT in O, jungaturque demùm OA. Dico viam reflexionis ex A in B eſſe AOSVYωB. Quod ex conſtructione per 4. & 15. *lib. 1. elem.* ſic oſtendes. AOQ æquatur COQ, hoc eſt TOS: & CSR æquatur KSR, hoc eſt TSV: & KVP æquatur EVP, hoc eſt δVY: & EYα æquatur MYα, hoc eſt ZYω: & Mωβ æquatur Gωβ, hoc eſt δωB. Cùm igitur ad ſingula puncta O, S, V, Y, ω incidentiæ & reflexionis anguli ſint æquales, reflexio ex A in B fit per viam AOSVYωB.

### *Corollarium ad duas præcedentes.*

Quò datus angulus (FOG) acutior, eò plures haberi reflexiones poſſunt ex puncto dato in punctum datum. Quia plures duci poſſunt ad anguli latera alternatim perpendiculares, priuſquam veniatur ad aliquam quæ intra angulum dato ad verticem poſitum finiatur. Fig. 34.

## PROPOSITIO XLIII.

**Intra acutum angulum ZTδ punctis A & B poſitione datis, datum reperire numerum reflexionum, ſed maximo minorem.** Fig. 32.

OPorteat ex. gr. punctum A reflectere ad punctum B per reflexiones tres.

Ex A ducatur perpendicularis Aω prima ad latus

anguli ſiniſtrum ZT, æqualiter extenſa in I; & ex I ad δT perpendicularis ſecunda Iβ æqualiter protracta in D; & ex D ad ZT perpendicularis tertia DV æqualiter producta in L. Tum ex L ad B ducatur recta LB ſecans ZT in X; & ex D ad X recta DX ſecans δT in S; & ex I ad S recta IS ſecans ZT in R; jungaturque RA. Dico pilam ex A emiſſam in latus ſiniſtrum anguli ZT ſub angulo ARZ, pervenire in B viâ ARSXB per reflexiones tres factas in R, S, X. Demonſtratio patet ex diſcurſu duarum præcedentium.

Fig. 33. Ducatur deinde ex A perpendicularis prima AQ in latus anguli dextrum δT, producaturque æqualiter in C; tum ex C ad ZT perpendicularis ſecunda GR æqualiter producta in K; ac demùm ex K ad δT perpendicularis tertia KP, æqualiter extenſa in E. Deinde ex E ad B ducatur recta EB ſecans δT in Y; & ex K ad Y recta KY ſecans ZT in V; & ex C ad V recta CV ſecans δT in O. Dico Pilam ex A emiſſam, ſub angulo AOδ in latus anguli dextrum δT, pervenire in B viâ AOVYB per reflexiones tres factas in O, V, Y. Demonſtratio quæ ſuprà.

Eodem modo per duas perpendiculares habentur reflexiones duæ, & reflexiones quatuor per 4 perpendiculares, & reflexiones 5 per 5 perpendiculares: ac ſic deinceps.

*Ex tribus præcedentibus propoſitionibus planorum ſpeculorum ſub acuto angulo ad ſe invicem inclinatorum phænomena demonſtrabimus.*

## PROPOSITIO XLIV.

Fig. 34. **Duo plana ſpecula ſe mutuo tangant ſub angulo acuto ZTδ, cujus latera ultra verticem ſint producta infinitè. Intra angulum ZTδ ſit poſitione datum alicujus objecti punctum A: Oculus autem intra angulum ſit ubivis in B.**

**Oporteat demonſtrare quot in binis hiſce ſpeculis puncti dati B imagines appareant: item loca imaginum, & quot ſingulæ reflexionibus videantur, exhibere.**

Fig. 34. *Conſtruct.* Ex dato puncto A ad anguli latera ZTλ, δTα, initio facto à latere ſiniſtro ZTλ ducantur alternis perpendiculares utrimque ſemper æqualiter protractæ AαI, ID, DL, LF, FN, NH, donec veniatur ad aliquam Hθ, quæ terminetur intra angulum αTλ. Deinde incipiendo à dextro latere δTα ducantur iiſdem legibus perpendiculares AQC, CK, KE, EM, MG, donec rurſum ad aliquam veniatur Gζ, quæ intra αTλ angulum finiatur.

Fig. 34. *Dico I.* Quocumque loco intra angulum datum ZTδ. Oculus conſtiterit, objecti A tot imagines apparebunt, quot univerſim duci potuêre perpendiculares extrà angulum terminatæ: loca autem ipſa imaginum in dextro ſpeculo δT apparentium, ſunt in C, D, E, F, G, H; loca apparentium in ſiniſtro ZT, ſunt in I, K, L, M, N.

*Demonſtrationis* initium faciam ab imagine ultimâ H. Inſpiciatur deinceps ſchema a aliud citatum in margine. Quoniam perpendicularis NαH terminatur extra angulum αTλ, ubicumque fuerit Oculus intra angulum datum, recta ex H ad Oculum ducta ſemper occurret, putà in X, ſpeculo Tδ, ad quod

a Fig. 30.

protractum ipſa NH erat perpendicularis; ac proinde (ut ex dictis *prop.* 41. patet) exhiberi poteſt reflexionis punctum X, reſpondens ultimæ perpendiculari NαH. Reperiantur deinde reliqua reflexionum puncta perpendicularibus cæteris inter ſe connexis NF, FL, LD, DI, IA reſpondentia, adeoque tota exhibeatur reflexionis via AOPQRSXB per *prop.* 41; cujus proinde conſtructio tota huc revocanda. Quare eâ tota hic ſuppoſitâ, ſic ulterius ratiocinabimur. Quoniam IO, AO b æquales ſunt, & IOP eſt una c recta, ſpecies objecti A ex A ita defertur ad Oculum B per viam AOPQRSXB, ac ſi veniret ex I per viam IPQRSXB. Et ob eandem cauſam, ſic ex I, ac ſi veniret ex D per viam DQRSXB; & ex D, ac ſi veniret ex L per viam LRSXB; & ex L, ac ſi veniret ex F per viam FSXB, & ex F, ac ſi per viam NXB. Igitur à primo ad ultimum ſpecies puncti A ſic defertur ad Oculum B per viam AOPQRSXB, ac ſi veniret ex N per viam NXB. Atqui ſi veniret ex N, appareret in d H concurſu radij reflexi XB cùm catheto incidentiæ NαH. Ergo etiam A apparet in H.

b per 4. 1.
c per conſtr. p. 41.
d Per 22. 1 Catop.

Fig. 34. Quod ſi per *prop.* 42. exhibeatur reflexionis via tota reſpondens 5 perpendicularibus inter ſe connexis GM, ME, EK, KC, CA, oſtendam eodem modo A apparere in G. Rurſus ſi per *prop.* 43. exhibeatur via reflexionis debita perpendicularibus 4, FL, LD, DI, IA, demonſtrabitur ut ſuprà, punctum A apparere in F. Eodemque ratiocinio probabitur A apparere etiam in E, D, C. Ex quo proceſſu imagines in ſiniſtro ſpeculo ZT apparentes, N, M, L, K, I, haud difficilè jam erit demonſtrare.

*Dico II.* Unaquæque imago per tot reflexiones apparet, quot ad ipſam uſque ab objecto perpendiculares inter ſe colligatæ exiſtunt. Quare in ſpeculo δT imago prima videtur per unam reflexionem ob unam perpendicularem AC: imago ſecunda D per reflexiones duas propter duas perpendiculares AI, ID: imago tertia E per tres reflexiones propter tres perpendiculares AC, CK, KE: quarta F per reflexiones 4 propter 4 perpendiculares AI, ID, DL, LF: & ſic deinceps. Atque eadem accidunt in altero ſpeculo ZT. Demonſtratio patet ex *prop.* 43. 42. 41.

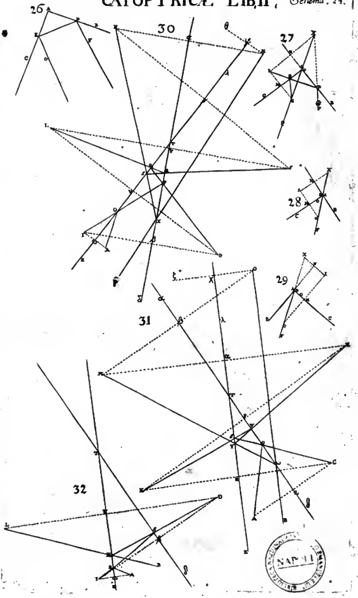
*Dico III.* Cùm teipſum in duobus ſpeculis ad acutum angulum conſtitutis, intueris, converti ad ſe invicem videntur tu & imago prima C; ſecunda D & tertia E; quarta F & quinta G; & ſic deinceps: averſæ autem ab invicem, prima & ſecunda, tertia & quarta, & ſic deinceps. Ratio patet ex aſſertione 2. & ex *prop.* 29.

*Dico IV.* Diſtantia uniuſcujuſque imaginis ab Oculo æqualis eſt toti viæ reflexionis, qua ad Oculum defertur.

Fig. 30. Exemplum demonſtrationis ſtatuamus in imagine H; idem quippè erit proceſſus in reliquis. Per *prop.* 41. reperiatur via AOPQRSXB, quâ ſpecies puncti A apparentis in H defertur ad Oculum B, ex tota conſtructio ad hanc requiſita, hìc ſupponatur. Quoniam AO par a eſt IO, additâ communi OP, erit AOP æqualis IP, hoc eſt DP. Ergo communi adjectâ PQ, erit AOPQ æqualis DQ, hoc eſt LQ. Additâ ergo rurſum communi QR, erit AOPQR par LR hoc eſt FR. Ergo communi adjectâ RS, erit AOPQRS par FS, hoc eſt NS: adjectâque iterùm communi SX, erit AOPQRSX æqualis NX, hoc eſt HX. Quare adjectâ demùm communi XB, erit tota reflexionis via AOPQRSXB æqualis diſtantiæ HB imaginis ab Oculo.

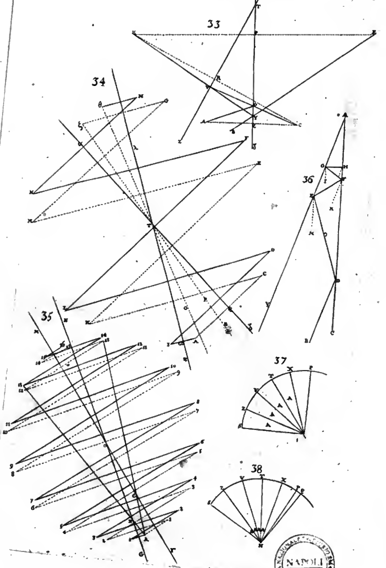
a Per 4. 1.

Dico




NAPOLI

Google




NAPOLI

Google

Fig. 34. *Dico V.* Si ex terminis ζ, θ perpendicularium intra angulum θTλ finitarum per T verticem dati anguli ducantur infinitæ θTO, ζTP, & Oculus ponatur inter ſpeculum ZT, & rectam TO; tunc præter imagines puncti A aſſertione primâ determinatas, apparebunt inſuper imagines in ζ & θ, & aliæ præter has nullæ.

Tum enim rectæ ex ζ & θ emiſſæ ad Oculum, interſecare poterunt ſpeculum TZ infrà T: quod requiri ad imaginum apparentiam patet ex diſcurſibus jam antè factis.

Quod ſi Oculus ſtatuatur inter rectas TO, TP, præter imagines aſſertionis tertiæ apparebit inſuper tantùm una *in* ζ.

*Dico VI.* Quò ſpecula ſub acutiori angulo conveniunt, eò plures ejuſdem objecti imagines apparebunt. Ratio eſt quia tantò plures duci poterunt perpendiculares antequam veniatur ad aliquam, quæ intra angulum MON finiatur.

Fig. 35. In angulo FOG graduum 11. quantùm eſt ex vi reflexionum apparere poſſunt imagines 31, quia totidem duci poſſunt ad anguli latera alternatim perpendiculares. Vide *fig.* 35. in quâ imaginum loca ſunt, 1,2,3,4,5 &c.

## PROPOSITIO XLV.

**Pilam in anguli acuti latus ita ex puncto intra angulum dato immittere, ut per datum numerum reflexionum, qui maximo non ſit major, ad punctum idem redeat.**

Fig. 35. INtra acutum angulum FOG datum ſit punctum A; ex quo juxta conſtructionem propoſitionis 44. ducantur ad anguli latera perpendiculares omnes, quæ ad determinandas reflexiones idoneæ eſſe poſſunt. Tum initio facto à latere GO numera perpendiculares conjugatas tot A 1: 1, 2: 2, 3: &c. quot reflexiones deſideras, ex. gr. 13. Et ex termino ultimæ ducatur ad punctum A recta 13 A, ſecans latus GO in C. Dico pilam ex A ſub angulo ACG immiſſam in latus GO, poſt reflectiones 13 redituram in A.

Idem continget ſi numerentur perpendiculares conjugatæ 13 initio facto à latere FO, ductaque rectâ 13 NA ſecante latus FO in N, pila dirigatur in latus FO ſub angulo ANF.

Demonſtratio patet ex ratiocinijs propoſitionum 43. 42. 41.

## PROPOSITIO XLVI.

**Pilam ex puncto intra acutum angulum dato (B) in latus anguli ita dirigere ut poſt aliquot reflexiones versùs anguli verticem peractas, eâdem viâ regrediatur.** Fig. 36. 37. 38.

P. Guilielmus Boelmans meus olim in Mathematicis Magiſter ita conſtruebat.

Ab angulo recto SNP aufer toties angulum datum A, donec relinquatur XNP vel æqualis dato A, vel proximè minor. Ex dato deinde puncto B duc rectam BD, quæ cùm latere CA faciat angulum BDC æqualem angulo illi reſiduo XNP.

Dico pilam ſub angulo BDC in latus CD directam poſt aliquot reflexiones versùs A verticem factas, eâdem, quâ venerat, regredi viâ in B.

*Demonſtr.* Reflexio ſecunda contingat in E, ducaturque EM parallela ad AC. Angulus MED *a* æquatur angulo ADE, hoc eſt *b* BDC, hoc eſt *c* XNP: angulus autem YEM æquatur *d* angulo A, hoc eſt per conſt. XNT. Ergo totus YED, æquatur angulis PNX, XNT, hoc eſt toti PNT. Deinde ex tertio reflexonis puncto F ducatur FK parallela ad AY. Angulus EFK *i* æquatur AEF, hoc *m* eſt YED, hoc eſt *n* PNT: & KFD *o* æquatur dato A, hoc eſt *r* angulo TNV. Ergo totus EFD æquatur ipſis PNT, TNV, hoc eſt toti PNV. Eodem modo oſtendam quartum incidentiæ angulum FGE æquari angulo PNZ, atque inde quintum GHF æquari toti recto PNS. Quare radius GH in ſeipſum reflectitur, adeoque pila eâdem viâ HGFEDB regreditur in B, unde venerat.

a *per* 27. 1.
b *per* 3.2. *Catop.*
c *per conſtr*
d *per* 27.1.
i *per eand.*
m *per* 3. 2. *Catop.*
n *jam oſtendi.*
o *per* 27 1.
r *per conſtr*

### Scholium.

*Ex ijs, quæ de multiplicatione imaginum per ſpecula ſibi mutuo parallela & inclinata demonſtravimus, facilè quivis intelliget, quâ arte conficiantur ciſta illa ſive arca Catoptrica jam vulgò nota, imò & Kircheri illæ haud paulò operoſiores, quas ipſe deſcribit Artis magnæ* lib. 1. cap. 2. *Totum enim artificium in eo ſitum eſt, ut multa plana ſpecula ſibi contigua ſitu ad ſe mutuò partim parallelo, partim inclinato diſponantur. Inde ſiquidem tanta illa ſpectaculorum varietas & multitudo enaſcitur. Quæ quidem uti facta conſpicere perjucundum, ita multis deſcribere tædioſum eſt, & nobis minimè neceſſarium.*

## FINIS LIBRI SECUNDI.

# CATOPTRICÆ
## LIBER TERTIUS
## DE
## SPECULIS CURVIS.

### *CONVEXORUM SPHÆRICORUM AFFECTIONES PRÆCIPUÆ.*

Revocanda hîc ſunt ad memoriam, quæ dicta ſuêre *prop. 2. lib. 1. Catop.* videlicet planum reflexionis (hoc eſt in quo peragitur puncti reflexio) rectum eſſe ad ſpeculum quodcumque, ac proinde ſi ſpeculum ſphæricum eſt, tranſire per centrum ſphæræ. Ex quo patet punctum incidentiæ centrum viſus, radios tam incidentem, quàm reflexum, centrum ſphæræ in uno eſſe plano ad ſpeculum recto. Adhæc circulum reflectentem voco eum, quo ſphæram ſpeculi interſecat planum reflexionis: quod quia per ſphæræ centrum tranſit, liquet reflectentem circulum eſſe maximum unumque ejus ac ſphæræ centrum exiſtere.

### PROPOSITIO I.

**In ſpeculis ſphæricis convexis unius objecti uni viſui apparet imago tantùm una.**

*Fig. 1.* Esto objecti punctum B, viſus in A. Per 16. 1. *Catop.* in planis & convexis ſpeculis ex puncto (B) ad punctum (A) reflexio fieri nequit à pluribus ſpeculi punctis quam uno, ac proinde unicus ſolùm eſt radius reflexus, putà CA. Quare cùm imago ſit in concurſu *a* radij reflexi cum catheto incidentiæ BEF, neceſſe eſt ut imago quoque tantùm ſit una, ex. gr. in D.

*a per 22. 1. Catop.*

### PROPOSITIO II.

**Sola portio ſphæræ conſpicua radios ſibi incidentes poteſt ad Oculum reflectere.**

*Fig. 2.* Ab Oculo A ducatur radius AQT ſphæram contingens in Q, & alius AFL per centrum F. Si angulus TAF circa immobilem AFL circumagatur, tangens AQ determinabit portionem ſphæræ QNGSP conſpicuam Oculo A, cujus baſis eſt circulus QNSP à puncto Q deſcriptus. Dico hanc ſolam incidentes ſibi radios poſſe reflectere ad oculum A.

Sumatur in eà punctum quodvis G, ducaturque AG; per quam ducto reflexionis plano, circulus reflectens eſto LQGS: hunc quia tangunt ex hyp. AQ, AS, patet ſecari ab AG. Alia igitur recta MR circulum tanget in G, efficiens cum AB angulum MGB recto non majorem, ut patet. Quare poterit illi ad partem alteram fieri æqualis RGB. Quoniam igitur æquales ſunt anguli BGR, AGM poterit *b* radius BG à puncto G reflecti ad Oculum A. Cùm ergo punctum G aſſumptum ſit quodlibet, liquet à totâ portione conſpicuâ fieri poſſe reflexiones ad viſum A.

*b per 41. Catop.*

Quod autem ab eâ ſolâ, excluſâ etiam ejus baſi QNSP, in quâ radij ab Oculo ducti ſphæram contingunt, ſic oſtendo. Incidat in contactum Q radius quicumque à tangente diverſus. Ex 16. 3. patet hunc eſſe ſuprà tangentem TQA. Eſto ille HQ, & anguli TQH, æqualis fiat AQI. Poſito igitur radio incidente HQ, reflexus erit QI; qui pertingere non poteſt ad Oculum A, cùm per illum ex hyp. tranſeat tangens TQA. Multò minùs ad Oculum reflecti poterunt radij incidentes in portionem ſphæræ QLS. Liquet ergo propoſitum.

#### *Corollarium.*

Ex his patet punctum nullum inter conicam ſuperficiem à tangentium portionibus infinitis QT, SV deſcriptam & portionem ſphæricæ ſuperficiei QLS inconſpicuæ exiſtens, reflecti poſſe ad Oculum A, reliqua omnia poſſe.

### PROPOSITIO III.

**Cathetus *c* infinita (CM) portioni conſpicuæ (QGS) ſpecularis ſphæræ inſiſtens, apparet intra ſphæram tota, & minor quartâ parte diametri.**

*c def 8. 1. Catop. Fig. 3.*

Viſus eſto in A, & continuetur cathetus CM uſque ad ſphæræ centrum F. Per A & CMF acto reflexionis plano producatur circulus reflectens SQL, quem contingant in Q & S rectæ venientes ab Oculo A. His poſitis,

Intelligatur ab Oculo A ducta eſſe recta AD ita ſecans peripheriam in B & in D radium MF, qui catheto CM indirectum eſt, ut BD ſit æqualis FD.

*Dico* MD imaginem eſſe adæquatam catheti infinitæ MC, & minorem eſſe quartâ parte diametri ſphæræ.

*De-*

*Demonſtr.* Ex centro F per B ducatur FP, & angulo PBA æqualis fiat PBK. Quodlibet ergo pun-
*l Per 13.1. Catop.* ctum radij BK reflectitur ad viſum A, *l* à ſpeculi
puncto B. Deinde quia BD, FD æquales *m* ſunt, erit
*m Per conſt.* angulus BFD æqualis *n* angulo FBD, hoc eſt *o* angu-
*n Per 5.1.* lo PBA, hoc eſt angulo *p* PBK. Ergo FMC, BK *q*
*o Per 15.1* æquidiſtant. Sumatur jam in infinitâ MC punctum
*p Per conſt.* quantumvis à ſpeculo remotum E; per idem ratioci-
*q Per 27.1* nium, quo uſi ſumus in demonſtratione propoſitio-
nis 17. *lib.* 1. *Catop.* 1. reflectetur punctum E ad vi-
ſum A à ſpeculi puncto O remotiore à viſu quàm
punctum B. à quo oſtendi ſuprà reflecti punctum K,
*s Per 12.1 Catop.* ſic tamen remotiore, ut exiſtat *s* inter B & M. Radius
ergo reflexus OA productus occurret catheto inci-
dentiæ CMF inter D & M, putà in I. Quare pun-
ctum E quantumcumque remotum à ſpeculo appa-
ret in I inter M & D, adeoque MI eſt imago rectæ
ME quantumvis magnæ. Ergo imago catheti infini-
tæ MC non eſt major rectâ MD.

Accipiatur deinde in MD punctum I quantumvis
vicinum puncto D, ſive recta capiatur MI deficiens
ab MD quantitate quantumvis parvâ; ducaturque
AI ſecans peripheriam in O, & ex centro F per O re-
cta FOT. Angulo deinde TOA æqualis fiat TOX.
*t Per conſt.* Quoniam æquales ſunt *t* BD, FD, patet OI minorem
*u Per 18.1* eſſe quàm FI. Ergo angulus FOI major *u* eſt angulo
*x Per conſt.* OFI. Atqui angulus TOX æqualis eſt *x* angulo
TOA, hoc eſt *z* angulo FOI. Ergo etiam TOX ma-
*z Per 15.1* jor eſt quàm OFI. Ergo OX concurret *a* cum FI,
*a colligitur ex 27.1.* putà in E. Cùm igitur angulus TOX, ſive TOE
*b Per conſt.* par ſit *b* angulo TOA, reflectetur *c* punctum E ad vi-
ſum A in ſpeculi puncto O, apparebitque in *d* I ubi
*c Per 13.1 Catop.* radius reflexus AI cum CMF incidentiæ catheto
concurrit. Ergo MI deficiens ab MD defectu quan-
*d Per 22.1 Catop.* tumvis parvo, eſt imago ipſius ME. Ergo MD non
eſt major imagine catheti infinitæ MC; ſive imago
catheti non eſt minor quàm MD. Sed neque major
eſt, ut oſtendi ſuprà. Ergo ipſi MD æqualis eſt. Quod
erat demonſtrandum.

Quod autem MD ſit minor quartâ parte diametri
*e Per 7.3.* eſt manifeſtum: cùm enim MD minor ſit quàm *e*
*i Per conſt.* BD, hoc eſt quàm *i* FD, erit MD minor ſemiſſe ra-
dij FM, hoc eſt minor quartâ parte diametri.

*Vera eſt propoſitio licet cathetus incidat in ipſum contactum Q.*

## PROPOSITIO IV.

*Fig. 4.5.* **Sphæra ſpecularis per Oculum A & centrum F ſecta, reflexionis plano exhibeat circulum reflectentem DHD, cujus ac ſphæræ centrum ſit F, eumque tangant in Q ductæ ab Oculo rectæ infinitæ AQα. Eumdem circulum ex Oculo A ita ſecet recta ABD, ut intercepta BD ſit æqualis ſphæræ radio, ſive lateri hexagoni. Deinde in arcus QD punctum quodvis C incidat cathetus infinita ZCF tangentem ſecans in K.**

**Dico catheti ZC partem KC non videri in ſpeculo, reliquam verò ipſius partem infinitam KZ partim intra ſpeculum, partim extra apparere.**

Claritatis causâ propoſitionis partes ſingulas ſingulis aſſertionibus demonſtrabo. Sit ergo

### *Aſſertio I.*

*Dico* CK omninò non videri.

Id verò ex corollario *prop.* 2. manifeſtum eſt; cùm enim CK exiſtat inter peripheriam QDL, & tangentem Qα, nullum ejus punctum reflecti poteſt ad Oculum A.

### *Aſſertio II.*

Ab Oculo A ad C ducatur recta AC reflectenti
circulo occurrens in O, & ex centro F per O recta *Fig. 4.*
FOV; fiatque angulo VOA æqualis VOω. Concurret Oω cum CZ (ut mox oſtendam) alicubi in G. Intelligatur deinde ſic eſſe ducta APN, ut intercepta PN ſit æqualis FN, quam cadere ultra rectam AD versùs F mox oſtendam.

*Dico* punctum G apparere in ipsâ ſpeculi ſuperficie, portionem verò catheti infinitam GZ apparere intra ſphæram, ejuſque imaginem eſſe CN, & minorem quartâ parte diametri.

*Demonſtr.* Quoniam OC *a* minor eſt quàm BD; *a Per 15.3*
hæc autem per hyp. par ſit radio FD, ſeu FC, erit *b Per 18.1*
OC minor quàm FC. Ergo angulus OFC minor eſt *c Per 15.1*
*b* angulo FOC, hoc eſt *c* VOA. Sed VOω eſt *d* æ- *d Per hyp.*
qualis ipſi VOA. Ergo etiam OFC minor eſt quàm
VOω. Ergo Oω *i* concurret cum FC puta in G. *i Patet ex 27.1.*
Quod erat è præmonſtrandis primum. Ducatur dein-
de ex F per B recta FBX, & ex π, ubi ABD ſecat
FC, recta πδ parallela ad FD. Quia igitur BD *m* par *m Per hyp.*
eſt radio FD, etiam Bπ *n* par erit ipſi πδ. Et quia *n Per 4.6.*
æquales ſunt BD radiuſque FB, pares erunt *o* anguli *o Per 5.1.*
BFD, FBD. Sed Fδπ *p* major eſt quàm FBD. Er- *p Per 32.1*
go etiam Fδπ major eſt quàm BFD, adeoque multò *r Per 18.1*
major quàm BFπ, ſeu δFπ. Ergo Fπ major *r* eſt
quam δπ, hoc eſt (ut jam oſtendi) quàm Bπ. Ex quo
patet rectam APN, quæ ſic eſt ducta ut FN interceptæ PN ſit æqualis, cadere ultra ipſam ABD verſùs F. Quod erat è præmonſtrandis alterum.

His poſitis, oſtendam punctum G apparere in C, quodvis autem punctum infinitæ GZ imaginem habere in rectâ CN, & quodvis punctum rectæ GN imaginem eſſe alicujus puncti infinitæ GZ. Unde conſequens erit infinitæ GZ imaginem adæquatam eſſe CN.

Quoniam angulus VOω, ſeu VOG æqualis eſt an-
gulo *s* VOA, liquet punctum G *t* reflecti ad Oculum *s per hyp.*
A viâ GOA, & radium reflexum eſſe OA: qui quia *t per 13.1. Catop.*
cum incidentiæ catheto GCF concurrit in C, appa-
rebit G Oculo *u* A in C. *u per 22.1. Catop.*

Sumatur deinde in infinitâ GZ punctum quodvis
T, ductâque ex F centro per P rectâ FPR, fiat an-
gulus RPM æqualis angulo RPA. Quoniam æquales
*x* ſunt FN, PN, erit angulus PFN, ſeu RFN æqua- *x per hyp.*
lis angulo FPN, hoc *z* eſt RPA, hoc eſt *a* RPM. Æ- *z per 15.1.*
quidiſtant ergo *b* PM, FGZ. Igitur TCF cathetus in- *a per conſt.*
cidentiæ puncti T longiùs diſtat à viſu A quàm ca- *b per 27.1.*
thetus incidentiæ puncti cujuſvis, putà M, in rectâ *c per 14.1. Catop.*
PM. Atqui ob æqualitatem angulorum RPM, RPA
punctum M ad viſum A *c* reflectitur in P. Ergo T ad
viſum A reflectitur à puncto aliquo B, quod ſit ultra
P, ut facilè oſtenditur eo ratiocinio quo uſi ſumus
*prop.* 17. 1. *Catop.* ſed tamen *n* citra O, à quo reflecti-
tur punctum G. Ergo radius reflexus AB cum inci- *n per 17.1 Catop.*
dentiæ catheto TCF concurrit in π inter N & C. *m per 22.1 Catop.*
Ergo *m* T apparet in puncto π rectæ NC.

Sumatur viciſſim in rectâ NC punctum quodvis

π, ducaturque Aπ ſecans in B, ductâque FBX fiat
*o per hyp.* angulus XBE par angulo XBA. Quia PN æqualis *o*
eſt FN, erit Bπ minor quàm Fπ. Ergo angulus BFπ
minor eſt quàm FBπ, hoc eſt quam XBA, hoc eſt
*p per conſt.* quam *p* XBE. Ergo BE cum FC *r* concurret, putà in
*r patet ex 27. 1.* T. Ergo aliquod punctum T rectæ GZ, ob æqualitatem angulorum XBT, XBA reflectitur in A viâ TBA, radiuſque reflexus eſt AB: qui quod cum incidentiæ catheto TCF concurrat in π, punctum T apparet in π. Ergo π punctum quodvis rectæ NC, eſt imago alicujus puncti infinitæ GZ. Sed oſtendi ſuprà etiam punctum quodvis infinitæ GZ imaginem habere in rectâ NC. Ergo recta NC eſt imago adæquata infinitæ GZ. Quod erat demonſtr.

### *Aſſertio III.*

Portio GK media inter jam dictam GZ & non apparentem KC, apparet tota extra ſpeculum, ejuſque imago eſt ipſa KC.

*Demonſtr.* Accipiatur in GK punctum quodvis P.
*Fig. 5.* Oſtendam hoc apparere inter C & K. In aſſertione præc. jam oſtendi G ad A reflecti à puncto O. Ergo P
*d per 17. 1. Catop.* ad A reflectetur à puncto *d* remotiori inter O & *s* Q,
*s per Corol. p 2.* putà ab I. Ergo radius reflexus IA concurret cum incidentiæ catheto PCF inter C & K, putà in S. Ergo
*g Oſtendi aſſert. 2.* P apparet in S. Cùm igitur & C appareat in *g* C, erit CK imago ipſius GK.

### *Aſſertio IV.*

Portio GK extra ſpeculum apparens ſemper creſcit, imò fit quacumque datâ major, ſi cathetus ſemper magis atque magis ad D terminum lateris hexagonici BD appropinquet.

Ratio eſt, quia quò cathetus ZCF fit vicinior puncto D, eò anguli VOα latus Oα longiùs concurrit cum ipsâ catheto uti patet ex aſſertione 2. imò quando cathetus inciderit in ipſum punctum D, tunc (ut *prop. ſeq.* oſtendam) latus prædictum fit ipſi catheto parallelum. ac proinde nuſquam concurrit. Cùm igi-
*a per aſſert. 2 & 3.* tur concurſu illo determinetur *a* quantitas ipſius KG extra ſpeculum apparentis, liquet eam per acceſſum catheti ad punctum D, fieri tandem quâcumque datâ majorem.

## PROPOSITIO V.

*Fig. 6.* **Iiſdem poſitis quæ *prop.* 4. in D terminum lateris hexagoni incidat cathetus infinita RLF ſecans tangentem in S. Dico partem ejus DS non apparere, portionem verò reliquam infinitam SR apparere totam extra ſphæram, ejuſque imaginem eſſe ipſam DS.**

NOn apparere DS patet ex *Coroll. prop.* 2. cùm enim ſit inter tangentem Qα & ſpeculum, non poteſt punctum ipſius ullum reflecti ad Oculum A.

Infinitæ verò SR imaginem eſſe DS ſic demonſtro. Sume in SR infinitâ punctum quodvis M. Oſtendam hoc apparere in aliquo puncto rectæ DS. Ductâ FBX, fiat angulo XBA par XBE. Quoniam per hyp.
*b per 5. 1.* BD æquatur radio FD, erit BFD par *b* ipſi FBD, hoc
*c per 15. 1.* eſt *c* XBA, hoc eſt *d* XBE. Ergo æquidiſtant *e* BE,
*d per conſt. e per 27. 1.* FDR. Unde per idem ratiocinium quo uſi ſumus *prop.* 17. *lib.* 1. *Catop.* (cum rectæ BE punctum quodvis, putà Y reflectatur in B ad Oculum A) facilè oſtenditur quod punctum M reflectatur ad viſum A, à puncto quopiam K quod ſit ultra B, ſed *o* tamen ci- *o per 2 huj*
tra contactum Q. Ergo radius reflexus KA, cum incidentiæ catheto MDF concurret inter D & S in O.
Ergo *x* M apparet in O. *x per 22 1. Catop.*

Sumatur deinde in rectâ DS punctum quodvis O. Oſtendam hoc imaginem eſſe alicujus puncti infinitæ SR. Ducatur OA ſecans arcum QB in K, ductâque FKT, fiat angulo TKA æqualis TKN. Angulus ex-
ternus OKI major *p* eſt interno AIK, hoc eſt FID. *p per 32. 1.*
Sed FID externus major eſt interno FBI. Ergo OKI, ſeu OKF multò eſt major quàm FBI, ſeu FBD, hoc
eſt (ob æqualitatem *r* laterum FD, FB) quàm *s* BFD, *r per hyp.*
ac proinde OKF adhuc multò major eſt quàm KFO. *s per 5. 1.*
Quoniam igitur OKF, hoc eſt *t* TKA, hoc eſt *u* TKN *t per 15. 1. u per conſt.*
major eſt quàm KFO, ſeu TFO, concurret KN *x* *x patet ex 29 1.*
cum FO in M. Ergo ob æqualitatem *z* angulorum
TKM, TKA punctum M reflectitur ad A *a* viâ *z conſtr.*
MKA, apparetque viſui A in O *b* concurſu radij reflexi KA cum incidentiæ catheto MDF. Ergo rectæ *a per 13. 1. Catop b per 22. 1. Catop.*
DS punctum quodvis O, eſt imago alicujus puncti in infinita SR. Sed & oſtendi ſuprà quodvis punctum infinitæ SR imaginem habere in rectâ DS. Ergo DS eſt imago adæquata infinitæ SR. Quod erat demonſtrandum.

## PROPOSITIO VI.

**Iiſdem poſitis: ducta ſit FLV parallela tangenti AQα, ſecans ſpeculi circulum in L, & arcum DL qui interjacet lateris hexagoni terminum D ac punctum L, ſecet utcumque cathetus infinita TSF tangenti occurrens in C. Dico partem SC non apparere: portionem verò reliquam CT infinitam apparere totam extra ſpeculum: poſtremò catheti VL apparere omninò nihil.** *Fig. 7.*

QUod ad viſum A omninò nihil reflectatur, ſive ex portione SC, ſive ex catheto totâ LV patet ex *Coroll. prop.* 2.

Imaginem verò portionis infinitæ CT extra ſphæram apparentem ſic exhibeo. Ducatur ad contactum ex centro recta FQ. Quia rectus *c* eſt FCQ, erit *d* *c per 18 3.*
FCQ acutus. Ergo *i* QC minor eſt quàm FC. Rur- *d per 32. 1.*
ſum quia BD per hyp. æqualis eſt radio FS, & DE *i per 19. 1.*
major *m* quàm SE, erit BE major quàm FE. Ergo ſi *m per 8. 3.*
ducta ſic fuerit AP, ut interceptæ OP, FP ſint æquales, cadet ea inter rectas AQC, & ABDE. Dico CP eſſe imaginem adæquatam infinitæ CT. Demonſtrabitur ut propoſitio 5, vel ut aſſertio 2. *prop.* 4.

## PROPOSITIO VII.

**Quæ objecta intra ſpecularem ſphæram appareant, quæ extra, determinare.** *Fig. 8.*

PEr Oculum exiſtentem in A, & ſphæræ centrum F ducto reflexionis plano producatur circulus FECD, quem ab Oculo A tangant in P & Q rectæ infinitæ AI, AK. Tum ſic ducantur AD, AE, ut interceptæ BD, CE ſint æquales lateri hexagoni, ſive radio

radio FD. Ductis deinde per D, & Q cathetis infinitis FQN, FDM, inter has aliæ quotcumque deſcribantur FX, FX etiam infinitæ, ſecantes tangentem in punctis φ. Oſtenſum eſt *prop.* 4. *Aſſertione* 2. & 3. infinitas OX partim intra ſphæram, partim extra apparere; & quænam illæ ſint, ibidem fuit determinatum. Partes igitur extra ſphæram apparentes ſint φG, φG. Per harum extremitates incedit curva linea verticem habens in contactu Q; quæ, quòd φG,
φG fiant tandem a quavis datâ majores, protenditur *a per aſſert.*
in infinitum: neque tamen cum rectâ infinitâ SM *4. p. 4.*
umquam concurret; quamvis illi ad intervallum quovis dato minùs appropinquet, eò quod SM, quæ infinita eſt, & per *prop.* 5. tota extra ſpeculum apparet, ſit terminus in quem apparentes extra ſpeculum finitæ φG ſemper creſcentes deſinunt. Similis porrò ad partem alteram linea porrigitur PV.

*Dico I.* igitur: puncta omnia versùs Oculum A citra curvas infinitas QG, PV exiſtentia apparent Oculo A intra ſphæram. Quæ verò ſita ſunt inter curvas infinitas QG, PV, & tangentes infinitas QI, PK, extra ſphæram apparent. Poſtremò quæ exiſtunt inter tangentes infinitas PK, QI, & arcum PωQ, omninò non apparent.

*Demonſt.* Sit primò quodvis punctum X inter curvam QG, & cathetum QN ductam per contactum, vel inter curvam PV & cathetum PR, atque à puncto illo X ducatur cathetus XGF. Per *aſſert.* 2. *prop.* 4. quâ geneſis curvarum prædictarum continetur, recta XG apparet viſui A intra ſpeculum. Ergo & punctum A. Accipiatur deinde, ſive in cathetis infinitis QN, PR, ſive in ſpatio inter ipſas conſtituto punctum quodvis H, ab eoque ducatur cathetus HBF. Per *prop.* 3. HB apparet intra ſpeculum, adeoque & punctum ejus H. Ergo puncta omnia citra curvas infinitas versùs Oculum A conſtituta intra ſpeculum apparent: quod erat primum.

Sit deinde in ſpatio MSQG punctum quodvis ω, perque illud ducatur cathetus ωφF. Per *aſſert.* 3. *prop.* 4. recta ωφ apparet extra ſpeculum. Ergo & punctum ω. Rurſum intra angulum ISM vel in ipsâ SM, ſume punctum quodvis Z, à quo ducatur cathetus ZβF. Per *prop.* 6 vel 5, recta Zβ extra ſpeculum apparet. Ergo & punctum Z. Igitur puncta omnia inter curvam QG, & tangentem QI exiſtentia, extra ſphæram apparent. Atque idem eodem modo de exiſtentibus inter curvam PV, & tangentem PK demonſtrabitur: quod erat alterum.

Ultimum patet ex *Coroll. prop.* 2.

*Dico II.* Curva linea infinita apparet in ſpeculi ſuperficie. Omnia quippè puncta G, G, per *Aſſertionem* 2. *prop.* 4. apparent in punctis ς, ς, ubi catheti ſpeculum interſecant, ac proinde arcus QD eſt imago infinitæ DG.

*Dico III.* Aſſertio prima ad objecta corporea accommodabitur, ſi pro curvis lineis QG, PV, intelligatur curva ſuperficies ab his circa cathetum ocularem AF circumactis deſcripta, & pro tangentibus QI, PK, ſuperficies conica ab his circa eandem AF producta.

## PROPOSITIO VIII.

### Quò puncta in eâdem catheto exiſtentia a ſpeculo diſtant longiùs eò imagines ipſorum ad ſpeculi centrum propiùs accedunt. Nullius tamen objecti quantumlibet diſtantis imago ad quartam diametri partem ſpeculi ſphæram ingreditur.

AD unam cathetum BDZ exiſtant puncta B, & *Fig.* 9.
C. Viſus autem ſit in A, ad quem reflectatur remotius punctum B à ſpeculi puncto Q. Ergo punctum vicinius C reflectetur ad viſum A à puncto O
quòd ſit a remotius à viſu A, quàm punctum Q, ta- *a per p. 17. l.*
men citra b punctum D. Productis igitur radijs re- *Catop.*
flexis AO, AQ uſque ad incidentiæ cathetum *b per 12. l.* *Catop.*
BCDZ, erit G imago puncti à ſpeculo remotioris B vicinior centro Z, quàm F imago puncti C vicinioris. Quod erat primum.

Objectorum intra ſpeculum apparentium limites *Fig.* 8.
ſint QG, & PV juxta *prop.* 7. intra quos objectum aliquod à ſpeculo diſtet quantumcumque, & ſit objecti iſtius punctum quodvis H; per quod ad centrum F cathetus ducatur infinita FςHψ. Imago tota ςϖ catheti infinitæ Bψ eſt minor quartâ parte diametri, ut *prop.* 3, & *aſſertione* 2. *prop.* 4. demonſtratum eſt. Liquet igitur imaginem puncti H quantumlibet diſtantis exiſtere inter ς & ϖ, ac proinde ad quartam diametri partem intra ſpeculum non admitti. Quod erat alterum.

## PROPOSITIO IX.

### Limitem imaginum intra convexum ſpeculum aſſignare.

LImites objectorum intra ſpeculum apparentium
per *prop.* 7. determinati, ſint QG, PV; & ad O- *Fig.* 8.
culo A ductæ ita ſint ſecantes AD, AE, ut à circulo interceptæ BD, CE ſint æquales radio FD, ſeu FE. Ducantur deinde radij quotcumque Fς, Fς, ad eoſque ab Oculo A ſic emittantur rectæ Aϖ, Aϖ, ut interceptæ, Oϖ, Fϖ ſint æquales.

*Dico I.* Lineam DϖϖE eſſe limitem quæſitum; hoc eſt, punctorum omnium intra ſpeculum apparentium imagines exiſtere inter arcum DBE & lineam DϖE.

Nam imagines cathetorum omnium XG; XG; NQ: ψς; 4ς, RP; 32; citra limites QG, PV versùs A exiſtentium in plano circuli reflectentis FECD, & abſque termino productarum ſunt c rectæ ςϖ, ςϖ; eò
quòd per geneſim lineæ DϖE interceptæ Oϖ, Fϖ *c per aſſert.*
ſemper æquales exiſtant. Quare cùm puncta omnia *2. p. 4. &*
quæ intra circulum FECD apparere poſſunt, exiſtant *per p. 3.*
d citra limites QG, PV, versùs A, neque horum pun- *d per 7.*
ctorum ſit ullum, quod non in aliquâ cathetorum prædictarum exiſtat, manifeſtum eſt eorum omnium imagines eſſe in rectis Oϖ, Oϖ, hoc eſt inter arcum DBE & lineam DϖE.

*Dico II.* Superficiem EϖDBCE imaginem eſſe adæquatam ſpatij infiniti, quod à limitibus VPCBQG porrigitur versùs RAN. Patet ex dictis.

*Dico III.* Radiorum partes ϖς, ϖς, à linea DϖE, & arcu DYE interceptæ omnes minores ſunt quartâ parte diametri, præter unam λY, quæ eſt in catheto viſuali AF.

Cùm

Cùm enim ex geneſi lineæ DπE, interceptæ Oπ, Fπ ſint æquales; ſint autem ſπ minores quàm *a* Oπ; etiam ſπ erunt minores quàm Fπ; adeoque minores ſemiſſe radij FO, ſive quartâ parte diametri. Quia autem ſπ minùs ſemper ac minùs deficiunt ab Oπ, hoc eſt ab Fπ, quò propiùs accedunt ad cathetum ocularem AF, in quâ coincidunt rectæ AOπ, & Fπſ; inde fit ut Yλ, & Fλ ſint æquales, ac proinde Yλ ſit quarta pars diametri.

*a per 7.3.*

*Dico IV.* Aſſertiones præcedentes ad objecta corporea transferentur, ſi pro arcu DYE ſphærica ſpeculi ſuperficies, & pro lineâ DπE curva ſuperficies ab eâ circa cathetum ocularem AF producta accipiatur.

## Scholium.

*Quæ hactenus demonſtrata ſunt cum experimentis congruere evidenter comperies præſidio ampullæ, ſeu ſphæræ vitreæ tranſparentis. Imagines quippe objectorum ab ejus convexa ſuperficie reflexas contineri intra ſphæram & quidem citra centrum manifeſto conſpicies.*

## PROPOSITIO X.

### Cur res in convexis ſpeculis parvæ appareant.

*Fig. 8.* CAuſa ex hactenùs demonſtratis in promptu eſt. Quantavis enim fuerit longitudo objecti, longitudo imaginis inter arcum ſpeculi & lineam DπE continetur, neque adæquare unquam poteſt rectas ſπ, quæ ſunt radij ſemiſſe minores. Rurſum quantacumque fuerit objecti latitudo, ex. gr. RN, latitudo imaginis continetur cathetorum extremarum RPF, NQF, ſegmentis Pζ, Qϑ.

*Fig. 10.* Poterit aliter propoſitio demonſtrari hunc in modum. Detur linea AB & Oculus Z in uno reflexionis plano, faciente in plano ſpeculo lineam reflectentem EF. Reflectatur autem ad viſum Z lineæ datæ extremitas A viâ ACZ, & extremitas B viâ BDZ. Tota igitur AB *a* reflectetur à totâ GD, & viſus Z ſpectabit in plano ſpeculo lineam AB ſub angulo CZD. Deſcribatur deinde per puncta C, D, in eodem reflexionis plano circulus POQ. Linea AB ad viſum Z non reflectetur à toto arcu COD, ſed ab ejus particulâ aliquâ OS; aliàs enim anguli incidentiæ & reflexionis æquales minimè poterunt obtineri: quod quidem facilè per ſeipſum demonſtrabit lector. Ergo AB à viſu Z in ſpeculo convexo ſpectabitur ſub angulo OZS multò minori quàm CZD, ſub quo in ſpeculo plano ſpectabatur, ac proinde multò apparebit minor. Atqui in plano ſpeculo AB apparet tanta, *b* quanta directè viſa. Ergo in convexo apparet minor quàm viſa directè.

*a Per p. 18. 1. Cat.*

*b Per 4. 2. Catop.*

## PROPOSITIO XI.

### Cur recta in ſpeculis convexis curva appareant.

RAtio eſt, quia ſpeculi convexitas efficit, ut puncta in quibus radij reflexi cùm incidentiarum cathetis concurrunt, in curvam lineam vel ſuperficiem diſponantur. Cujus rei demonſtrationi, cùm neque admodum ſit difficilis, & ob caſuum varietatem valdè prolixa, non eſt animus immorari.

Sed neque illa hic deducere opus erit, in quibus convexa ſpecula cum planis conveniunt; Cujuſmodi ſunt partes imaginis objecti partibus ordinatim reſpondere, ac proinde objecta ſpeculo parallela non inverti; item illa quæ *lib. 2. prop. 5. & 6.* demonſtrantur de planis. Ea enim omnia ſunt ejuſmodi, ut per ſe quemvis illa haud difficulter aſſequi poſſe exiſtimem.

## PORISMA.

**Si ellipſis & circulus ſe mutuò tangant, recta quæ alterutram figuram in contactus ipſarum puncto tangit, utramque tangit.**

TAngant ſe ellipſis & circulus primò exteriùs in A, & circulum ibidem tangat recta CA. Dico hanc etiam tangere ellipſim. Si non: ergo CA producta ellipſim ſecet in A & S, ſitque una recta CAS. Sumpto in arcu SA puncto quovis P, ab eo ducatur recta PA. Cadet ea intra arcum SPA. Sed arcus SPA totus extra circulum eſt, cùm ellipſis ponatur circulum contingere. Ergo etiam recta PA tota eſt extra circulum. Ergo inter SAC tangentem circuli & circulum cadit recta PA contra 16. 3. Ergo circulum tangens CA producta ellipſim non ſecat, ac proinde illam tangit. *Fig. 11.*

Tangant deinde circulus & ellipſis ſeſe invicem interiùs. Si circuli arcus tangens DAE cadat intra ellipſim ducatur recta BC tangens ellipſim in A. Hæc à fortiori (quod ajunt) etiam circulum continget. Quod ſi ellipſeos arcus tangens DAF intra circulum cadat, ducatur recta circulum in A contingens. Multò magis eadem ellipſim continget. Liquet ergo propoſitum. *Fig. 12, 13.*

## PROPOSITIO XII.

**Data ſint duo puncta quæcumque O, Q, à ſpeculo ſphærico DAE, ſive convexo, ſive concavo ad ſe mutuò reflexa. Si illis tanquam polis deſcribatur ellipſis ſpeculi circulum contingens in A: Dico reflexionis punctum eſſe A.**

DUcatur enim recta ellipſim contingens in A, junganturque rectæ, OA, QA. Erunt anguli *a* OAB, QAC ad ellipſis tangentem æquales. Sed per *Poriſma* recta BC etiam circulum EAD tangit in A. Ergo etiam anguli ad circuli tangentem OAB, QAC, æquales ſunt. Ergo puncta O, Q reflectuntur ad invicem *b* à circuli ſpecularis puncto A. Quod erat demonſtrandum.

*a per 48. 3. conic. Apol.*

*b per 4. 1. Catop.*

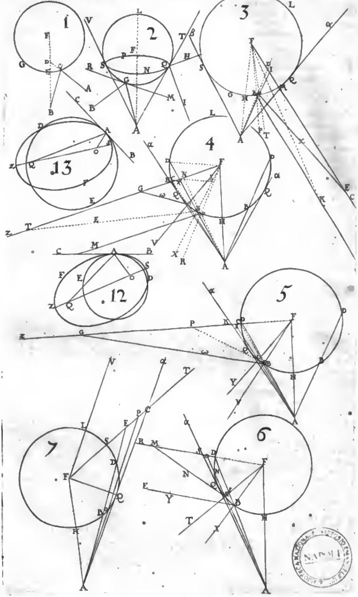
*AFFECTIONES PRÆCIPVÆ SPHÆRICORVM CONCAVORVM.*

## PROPOSITIO XIII.

**Speculi ſphærici cavi maximus circulus eſto EOGX, ad cujus peripheriæ punctum A ex punctis B ac D in circuli plano poſitione datis, ductæ ſint rectæ BA, DA, ſecantes inſuper peripheriam in E & G.**

**Dico, ſi æquales ſint interceptæ à circulo EA, GA, puncta B, D reflecti ad invicem à puncto A; non verò, ſi inæquales.**

DUcatur enim recta FP circulum tangens in A, junganturque EG. Si ponantur æquales AE, AG, etiam



Digitized by Google

*a per 27. 3.* etiam arcus *a* ANE, AOG, ideoque & anguli *b* AGE,
*b per 29. 3.* AEG æquales erunt. Sed angulus AGE æquatur an-
*c per 4. 1. Catop.* gulo FAE, & AEG ipſi PAG. Ergo etiam æquales
erunt FAE, PAG, uti & NAE, OAG. Ergo *c* refle-
ctuntur ad invicem puncta B, D à ſpeculi puncto A.

Quod ſi dentur puncta B, X, per quæ ductis ad A rectis BA, XA, interceptæ EA, MA ſint inæquales, tunc inæquales erunt anguli AME, AEM: quibus cùm æquentur FAB, PAX, etiam hi erunt inæquales. Quare puncta B, X, non reflectuntur ad invicem à puncto A.

### *Corollarium.*

Vera eſt propoſitio etiam in convexis. Vide *Fig.* 15.

## PROPOSITIO XIV.

**Centrum ſphæræ à totâ ſuperficie ſphæricâ in ſeipſum reflectitur.**

*a per 18 3.* OMnes enim radij è centro in ſuperficiem incidentes æquales utrimque, nempè *a* rectos, cum tangentibus angulos efficiunt. Ergo per 1. 5. *Catop.* &c.

Inde fit ut Oculus in centro poſitus ſeipſum per totam cavi ſpeculi ſuperficiem ſpectet, ſed confusè.

## PROPOSITIO XV.

*Fig. 16.* **Speculi ſphærici cavi maximus circulus eſto ACFEG, ejuſque diameter CE; in qua ſint puncta duo B, D, æqualiter remota à centro A. Dico hæc reflecti ad invicem ab uno tantùm puncto ſemicirculi CFE, & ab uno ſemicirculi CGE.**

PEr centrum A ducatur diameter FAG perpendicularis ad CE, junganturque BF, DF. Per 4. 1. æquales ſunt anguli BFA, DFA. Ergo per 13. 1. *Catop.* puncta B, D reflectuntur ad invicem à puncto F. Eadem erit demonſtratio de puncto G.

Quod autem à nullo alio, ſic oſtendes. Sumatur quodvis aliud punctum P, ducanturque BP, AP, DP. Item HI tangens circulum in P. Quia punctum P, cadit extra F, & DA, BA æquales: erit per Lemma ſequens angulus DPI major angulo BPH. Ergo
*b patet ex 31. Catop.* puncta D, B non *b* reflectuntur ad invicem à puncto P.

*Corollar.* Ex his patet puncta B, D reflecti ad invicem à totâ peripheriâ FOGQ, cujus diameter eſt FG, & ſolâ.

### *Lemma.*

*Fig. 17.* Datus ſit circulus NEM, cujus diameter NM; & à centro F æqualiter diſtent puncta G, H. Erigatur FE ex centro F perpendicularis ad diametrum. In NCEM ſumatur punctum quodvis extra E ut C, & ducantur CG, CH, item AD tangens circulum in C.

Dico angulum DCH majorem eſſe angulo BCG.

Ducantur enim ex H & G rectæ HD, GB perpendiculares ad AD & FC ex centro ad contactum.
*a 29 1.* Erunt illæ *a* ſibi mutuo parallelæ. Et cùm angulus
*b conſtr.* ACF *b* rectus ſit, angulus verò CFA *c* acutus quia
*c conſtr.* cadit intra NFE; rectæ AD, NH concurrent verſus

*Tacquet Catoptrica.*

N, puta in A. Erit itaque DH, major quàm BG, Sumatur in DH recta DI æqualis BG & jungantur CI.
Cùm *e* GF ſit ad FH ſicut BC ad CD, erunt BC, CD *e cor p. 2 6.*
æquales, quoniam GF, FH *f* æquales ſunt. Un *f* etiam *f conſtr.*
BG, DI. Et anguli ad B & D *g* ſunt recti: igitur etiam *g conſtr.*
angulus BCG æquabitur angulo *h* DCI; qui cùm ca- *h 4. 1.*
dat intra DCH, erit DCI, hoc eſt BCG minor quàm DCH. Quod erat demonſtrandum.

## PROPOSITIO XVI.

**Cavi ſphærici maximus circulus eſto ACFEG, cujuſque diameter CE, in qua ſint puncta B, D inæqualiter diſtantia à centro A, ducaturque diameter FG perpendicularis ad CE. Dico à nullo puncto ſemicirculi FCG, in quo eſt punctum à centro remotius B, reflecti ad invicem puncta B, D.** *Fig. 18.*

REflectantur enim, ſi fieri poteſt à puncto F, vel G, ducanturque BF, DF. Quia BA major eſt quàm DA, fiat OA ipſi DA æqualis, jungaturque
OF. Patet *d* æquales eſſe angulos OFA, DFA; ideo- *d ex 4. 1.*
que BFA, DFA ſunt inæquales. Ergo B, D non *e* re- *e patet ex*
flectuntur ad invicem à puncto F vel G. *13. 1. Cat.*

Sumatur deinde in ſemicirculo FCG quodvis aliud punctum P, ducanturque BP, AP, DP. Quo-
niam *i* obtuſus eſt angulus PAD, & DA minor quàm *i per hyp.*
BA, erit DPA *m* minor quàm BPA. Ergo puncta *m patet*
D, B non *n* reflectuntur ad invicem à puncto P. Er- *ex lem.*
go &c. *n 13. 1. Cat.*

*Vitello prop. 15. l. 8. Optic. paralogiſmum commiſit in demonſtratione hujus theorematis: aſſumpſit enim radium AP eſſe majorem quàm BP, cùm poſſit eſſe minor.*

## PROPOSITIO XVII.

**Iiſdem poſitis: ſi proportio BA ad DA fuerit æqualis vel major proportione BE ad ED. Dico non poſſe à puncto ullo circumferentiæ CFEG, imò neque ab ullo cavæ ſuperficiei ſphæricæ reflecti ad invicem puncta B, D.**

QUod puncta B, D non reflectantur ad invicem *Fig. 19.*
à puncto ullo ſemicirculi FCG patet ex præcedenti. Sed nec reflecti à puncto ullo ſemicirculi FEG ſic oſtendo. Reflectantur, ſi fieri poteſt, ad ſe invicem puncta B, D, à ſemicirculi FEG puncto quovis R, in quo circulum tangat OQ, occurrens diametro CE in K, ducanturque BR, AR, DR, & DQ paral-
lela ad BR. Angulus igitur DRQ æquatur *o* angulo *o per 4 1. Catop.*
BRO. Sed ob BR, DQ parallelas, BRO æquatur ipſi *r per 6 1.*
DQR. Ergo DRQ, DQR æquales ſunt. Æquantur *r*
ergo DR, DQ. Deinde quia puncta B, D reflectun- *s per 13 1.*
tur ad invicem à puncto R, æquales *s* erunt anguli *Catop.*
BRA, DRA. Ergo eſt BA ad AD, *t* ut BR ad DR, *t per 3 6.*
hoc eſt (quia æquales jam oſtendi DR, DQ) ut BR
ad DQ, hoc eſt ut *u* BK ad DK. Sed BA eſt ad AD
in æquali *x* vel majori proportione, quàm BE ad ED. *u per 4 6.*
Ergo etiam BK ad DK eſt in æquali vel majori, quàm *x per hyp.*
BE ad ED. Dividendo igitur BD eſt ad DK in *a* æ- *a per 17 & 29. 5.*
quali vel majori, quàm BD ad DE. Quod eſt abſurdum. Quare puncta B, D non reflectuntur ad invicem à puncto R, vel alio quocumque ſemicirculi FEG. Sed neque ab ullo ſemicirculi FCG: à nullo igitur totius circuli CFEG.

Eodem modo oſtendam non reflecti à puncto ullo alterius cujuſcumque maximi in ſphærâ circuli. Cùm [b Per 2.1. Catop.] igitur reflexio fieri debeat in b plano ad ſphæram recto, ac proinde in aliquo circulo maximo. Liquet puncta B, D non reflecti ad invicem à puncto ullo ſuperficiei ſphæræ. Quod erat demonſtrandum.

### *Corollarium.*

Ex demonſtratione patet, ſi puncta B, D reflectantur ad invicem à puncto R, in eoque circulum tangat RK occurrens diametro in K, eſſe BK ad DK, ut BA ad AD.

## PROPOSITIO XVIII.

[Fig. 20.] **Iiſdem poſitis, quæ *prop*.16. ſi ratio BA ad AD minor eſt ratione BE ad DE, puncta B, D reflectentur ad invicem à duobus tantùm punctis circuli CFEG continentis punctum D centro vicinius, quorum unum eſt in quadrante FE, alterum in quadrante GE.**

QUoniam BA major eſt quàm AD, fiat SA æqualis DA. Cùm igitur ſit BA ad DA, ſeu SA in minori ratione quàm BE ad DE, etiam dividendo [a Per 29 5] erit a BS ad SA in minori, quàm BD ad DE. Fiat ergo ut BS ad SA, ſic BD ad DK, quæ neceſſariò major erit quàm DE. Tum ex K ducatur recta circulum tangens in R, & arcui FR æqualis ſumatur GX.

Dico puncta B, D reflecti ad invicem à punctis R & X tantùm.

Ducantur enim BR, AR, DR, & OAQ parallela ad KR, occurrens ipſis BR, RD, in O & Q. Quia BS eſt ad SA ut BD ad DK, erit compon. BA ad SA, ſeu AD, ut BK ad DK; & permutando BK ad BA, ut DK ad AD. Sed ut BK eſt ad BA, b ſic RK ad [b Per 4. 6. c per eand.] OA, & ut DK ad AD, ſic c RK eſt ad QA ob ſimilitudinem trigonorum RDK, QDA. Ergo RK eſt ad OA, ut RK ad QA. Æquantur ergo OA, QA. De- [d per 18.3.] inde quia angulus ARK d rectus eſt, & OQ æquidiſtat RK, etiam RAQ, adeoque & RAO recti ſunt. [e Per 4 1. i per 13.1. Catop.] Ergo e anguli ORA, QAR ſive BRA, DRA æquales ſunt. Ergo puncta B, D reflectuntur ad invicem i à puncto R. Idem eodem modo patet de puncto X.

Quod autem ab alio nullo, ſic oſtendo. Reflectantur, ſi fieri poteſt, puncta B, D à ſemicirculi FEG puncto quovis alio N (non poſſe enim à puncto ullo ſemicirculi FCG, patet ex 16) & circulum in N tan- [m per corol.p 17. n per 1. part.] gat NM. Igitur erit ut BA ad m AD, ſic BM ad DM. Atqui erat n ut BA ad AD, ſic BK ad DK. Ergo BM eſt ad DM, ut BK ad DK; & divid. BD ad DM, ut BD ad DK. Quod eſt abſurdum. Non ergo &c.

## PROPOSITIO XIX.

[Fig. 21.] **Cavi ſphærici maximus circulus eſto AYGHD, ejuſque diametri binæ quemvis angulum continentes CH, DG, in quibus ſumantur duo quævis puncta X, Z. Dico ea non reflecti ad invicem à puncto ullo arcuum CG, DH.**

PEr puncta data X, Z, ducatur recta IXZK. Si puncta X, Z reflecti poſſint à puncto aliquo arcus DH, reflecterentur vel à puncto K, vel à D, vel ab H, vel à medijs inter D & K; H & K. Quod non à puncto K, patet. Non etiam à puncto D, aliàs enim DXT a æqualis eſſet diametro DZAG contra 15. 3. [a Per 13.] Sed neque ab H; aliàs enim rurſus diameter CXAH [b per eand.] æquaretur b rectæ YZH. Non etiam à puncto ullo E medio inter D & K; aliàs enim contra 15.3. EXN [c per eand.] à centro A remotior æqualis eſſet c rectæ EZV quæ centro vicinior eſt. Sed neque à puncto ullo L medio inter H & K; aliàs rurſum contra 15.3. OXL centro [d per eand.] A vicinior d æquaretur ipſi LZM remotiori à centro. Liquet igitur à nullo puncto arcus DH reflecti ad invicem puncta X, Z. Idem eodem modo oſtenditur de arcu CG. Ergo &c.

## PROPOSITIO XX.

[Fig. 22.] **Cavi ſphærici maximus circulus eſto BCFD, ejuſque diametri binæ quæcumque CH, DG; in quibus duo quælibet ſumantur puncta X, Z æqualiter diſtantia à centro A, & angulum CAD bifariam ſecet diameter BF.**

**Dico, ſi circulus tranſiens per A centrum & puncta X, Z, cadat intra ſpeculi circulum BGFD, vel eum tangat, puncta X, Z reflecti ad invicem à duobus tantùm concavæ ſphæræ punctis B & F.**

DUcantur rectæ XB, ZB; XF, ZF. Quia a latera [a hyp. b hyp. c per 13.1. Catop.] XA, AB æqualia ſunt lateribus ZA, AB, & b anguli XAB, ZAB æquales; etiam XBA, ZBA æquales erunt. Ergo puncta X, Z reflectuntur c ad invicem à puncto B. Idem eodem modo patet de puncto F.

Quod non à pluribus quàm B & F, ſic oſtendo. Inprimis non poſſe à puncto ullo arcuum CG, DH patet ex præcedenti. Dubitari ergo tantùm poteſt de arcubus GH, CD. Sumatur igitur quodvis in illis punctum N, ducanturque XN, ZN, & AN ſecans circulum XAZ in O, & jungantur XO, ZO. Quia [d hyp. e per 26 3. i per 29 3. o per lem. n per 13.1. Catop.] æquales d ſunt rectæ XA, ZA, etiam arcus e æquales erunt. Igitur i anguli XOA, ZOA æquales. Inæquales igitur ſunt o XNA, ZNA. Puncta igitur XZ n non reflectuntur ad invicem à puncto N. Igitur à nullis, præterquam à B & F.

### *Lemma.*

[Fig. 23. 24.] Ad rectam DQ inæquales rectæ AB, BC conſtituant æquales angulos ACQ, BCQ. Si ad aliud ejuſdem rectæ punctum ducantur AD, BD, dico angulos ADQ, BDQ fore inæquales.

Quoniam inæquales ponuntur AC, BC, ſit BC minor quàm AC. Ductâ igitur rectâ AEB, liquet acutum eſſe angulum BEC. Quare ſi ex B ad DE perpendicularis ducatur, ea cadet intra triangulum BEC, ſecabitque EC, AC in O & I. Quoniam ergo æquales ſunt anguli BOC, IOC utpote recti, & BCO, ICO per hyp. & latus OC utrique triangulo commune, [o per 26.1.] æquales erunt o BO, IO. In triangulis igitur DOI, DOB per 4. 1. inæquales erunt anguli ODI, ODB. Ergo ADE, BDE inæquales. Quod erat propoſitum.

## PROPOSITIO XXI.

Fig. 25. **Ijſdem poſitis, ſi circulus per ſpeculi centrum A, & æquidiſtantia à centro puncta Z,X deſcriptus, ſpeculum ſecet (in M, P), Dico puncta X,Z, reflecti ad invicem à punctis quatuor F,B,M,P; nec à pluribus.**

SUppoſitâ conſtructione præcedentis, ducantur inſuper XM, AM, ZM, XP, AP, ZP. Quia æ-
a hyp. quales *a* ſunt rectæ XA, ZA, etiam æquales *b* erunt
b per 26.3. arcus, ideoque *c* & anguli XPA, ZPA, item XMA,
c per 29.3. ZMA, æquales. Puncta igitur X, Z, reflectuntur ad
d per 13 1. Catop. invicem *d* a punctis P & M. Reflecti etiam à B & F oſtenſum in præcedenti. Ergo puncta X, Z reflectuntur ad invicem à punctis quatuor. Quod autem non à pluribus, ſic oſtendo. In arcubus CD,GH (non enim poſſe à puncto ullo arcuum CG, DH patet ex 19) ſumatur quodvis punctum O diverſum à punctis M,P,B,F, ducanturque rectæ AON,XO,ZO,XN, ZN. Quia æquales ſunt rectæ XA, ZA, adeoque &
l per 26. 3 arcus *l* quos ſubtendunt, etiam æquales *m* erunt an-
m per 29 3 guli XNA, ZNA. Ergo *n* XOA, ZOA inæquales.
n per lem. Puncta igitur X, Z non reflectuntur ad invicem à puncto O. Ergo à nullis præterquam à dictis quatuor M, P, B, F.

### *Scholium.*

*Ex propoſitionibus* 18,20,21 *perſpicuum eſt, quod in planis & convexis ſpeculis non contingere* p.16.l.1 *oſtenſum fuerat, poſſe duo puncta reflecti ad invicem à pluribus ſpeculi cavi punctis, quàm ab uno. Reperire porro ac determinare reflexionum puncta illa, quando puncta ad invicem reflectenda inæqualiter a centro diſtant,*
a vide Alhaz. l.5. & Vitellonem l.8. *longiſſimi a laboris eſt, uſus verò propè nullius. Quare his omiſſis ad illuſtriores cavorum ſpeculorum proprietates me converto.*

## POSTULATUM
### AD SEQUENTIA.

**In cavis ſpeculis objecti punctum unumquodque non alibi apparet, quàm in concurſu radij reflexi cum catheto incidentiæ.**

IN planis & convexis ſpeculis hoc demonſtravi *prop.22.lib.1.Catop.* atque ex eo ſpeculorum planorum ac convexorum proprietates huc uſque deduxi. In cavis autem iſtud modò poſtulamus tantiſper, donec appareat, quouſque ipſius veritas ſe extendat.

## PROPOSITIO XXII.

**Longitudo perpendiculariter inſiſtens ſpeculo cavo ſphærico apparet poſt ſpeculum infinitè longa, quamvis ipſa neceſſariò ſemper radio ſpeculi minor exiſtat.**

Fig. 26. CAvi ſphærici maximus circulus eſto AFDG, in quo radius ducatur AD longitudinem ſolidam baculi aut calami repræſentans. Oculus ſit ubivis extra diametrum, ſive cathetum DAP, in Z. Producatur deinde radius, ſive cathetus AD infinitè poſt ſpeculum, ſumaturque ex eo pars quantumvis magna D E.

Dico DE imaginem eſſe longitudinis radio AD minoris.

Ducatur enim ab Oculo Z ad punctum E; recta FZCE, ſpeculi circulum ſecans in F & C. Tum ex C aptetur in circulo recta æqualis ipſi FC. Non tranſibit illa per centrum A; alias enim FC æquaretur diametro CM contra 15.3. Neque cadet inter centrum A & Oculum Z ex gr. in COM; aliàs rurſum FC magis à centro diſtans, æquaretur COM minùs diſtanti contra eamdem 15.3. Reſtat igitur, ut ea cadat ultra centrum in BG, ac proinde ſecet radium AD, putà in B. Quoniam igitur æquales ſunt FC, GC punctum
B reflectetur ad *a* viſum Z à puncto C, radiuſque re- a Per 13.
flexus erit CZ, qui productus quia cum incidentiæ b Per 22.1
catheto AD concurrit in E, punctum B *b* apparebit Catop.
in E, adeoque BD, quam oſtendi neceſſariò eſſe radio minorem, apparet in ED, quantumvis magna. Quod erat demonſtrandum.

## PROPOSITIO XXIII.

**Res ante ſpeculum diſtantes intervallo minore quàm radij, apparent diſtare poſt ſpeculum intervallo quantumvis magno.**

IN maximo ſphærici cavi circulo ACFG ducatur Fig. 26.
utcumque radius AD, in quo poſt ſpeculum infinitè producto, ſumatur punctum quantumvis à ſpe-
culo diſtans E. Hoc *d* erit imago alicujus puncti (pu- d oſtendi
tà B) in radio AD. Idem eodem de infinitis alijs de- prop.22.
monſtrabitur. Ergo &c.

### *Scholium.*

*Diſtantia ingens imaginum clariſſimè percipitur, cùm inter objectum & ſpeculum bacillus aut calamus longior interponitur. Tunc enim juxta* p.22. *bacillus, ſeu calamus apparet longiſſimus, & in ejus termino objecti imago conſpicitur. Idipſum clariſſimè cernitur in vitreo ſpeculo, cujus intima ſuperficies ſit concava, extima vero plana. In eo quippe unius objecti duas ſimul imagines intuebere; unam, quæ à planâ ſuperficie reflectitur, objecto æqualem & dilutam: alteram, quæ reflectitur a ſuperficie cavâ, vividam, ingentem, & multò longius diſtantem, quàm prima. Sed quia ob modicam anterioris ſuperficiei reflexionem imago prima valde diluta eſt, convenies objectum adhibere intenſe coloratum, calamum ex. gr. album, aut flammulam candelæ; alias imago illa non apparebit.*

## PROPOSITIO XXIV.

**Cur objecta in cavis ſpeculis tam prodigioſæ magnitudinis appareant.**

CAvi ſphærici maximus circulus eſto AODC, & Fig. 27.
in ejus plano inter A centrum & ſpeculum alicujus objecti longitudo, ſeu latitudo PN, quæ viſui poſito ex.gr. in Z, appareat poſt ſpeculum. Per extrema puncta P & N emittantur catheti infinitæ AR, AS. Per *p.20.lib.1. Catop.* puncta P, N, apparent in ſuis ſingula cathetis incidentiæ APN, ANM; &

per *præcedentem* apparent in earum punctis valdè diſtantibus poſt ſpeculum, putà in R, & S. Ergo lineæ PN imago eſt RS; quæ eo major erit quàm PN, quò AR, AS magis excedent ipſas AP, AN. Cùm ergo poſſint AR, AS, eſſe quantumvis magnæ, etiam poterit quantumvis magna eſſe imago RS; quæ ſemper major apparebit quia angulum RZS, ſub quo videbitur imago, ſemper magis magiſque excedet angulum PZN. Unde patet intentum

## PROPOSITIO XXV.

### Imaginum poſt cava ſpecula apparentium partes ordinatim reſpondent partibus quas repræſentant.

*Fig.* 27. Nimirùm ut in ſpeculis convexis ac planis. Cavi ſphærici maximus circulus ſit AODC, & recta in eo NP objecti longitudinem ſpiſſitudinemque repræſentans, & poſt ſpeculum apparens viſui Z in RS; per cujus extrema P & N catheti emittantur infinitæ. Quoniam igitur recta PN ponitur apparere poſt ſpeculum, neceſſe eſt poſt ſpeculum appareant etiam puncta P & N. Cùm ergo illa in ſuâ quæque catheto appareant, neceſſe eſt P apparere poſt ſpeculum in aliquo ſuæ catheti AN puncto R, & M in aliquo ſuæ catheti puncto S. Ergo R eſt ad eaſdem partes, ad quas eſt punctum P quod repræſentat, & S ad eaſdem partes cum puncto à ſe repræſentato N. Ergo &c.

## PROPOSITIO XXVI.

*Fig.* 28. **Cavi ſphærici maximus circulus eſto HBKA, à cujus puncto B ducantur infinitæ BE, BV, ſic ut æquales ſint anguli EBH, VBK. Ex centro A ſit AD parallela ad EB, quæ producatur infinitè verſùs Z. Dico, ſi viſus exiſtat in rectâ BE, infinitam BZ imaginem eſſe rectæ BD.**

Sumatur enim in infinitâ BZ punctum Q quantumvis diſtans poſt ſpeculum, & viſus ſit in C, ducaturque ex centro A recta AQ. Quia igitur AD æquidiſtat CBZ, ſecabit AQ ipſam DB in O. Quare cùm ex hyp. æquales ſint anguli OBK, CBH, punctum O reflectetur ad viſum C, à puncto B, apparebitque in Q ubi radius reflexus BC, & cathetus incidentiæ AOQ concurrunt. Ergo Q punctum quantumvis diſtans à ſpeculo, eſt imago puncti O. Ex quo patet infinitam ZB eſſe imaginem rectæ DB.

*Ducatur deinde ab Oculo C per centrum A recta CAX, Dico rectam DX in ſpeculo non apparere.*

Accipiatur enim quodvis in eâ punctum S, ducaturque per centrum cathetus SAE. Concurret illa cum radio reflexo BC in E poſt Oculum C, cui proinde punctum S non apparere. Ergo &c.

## PROPOSITIO XXVII.

### Poteſt imago extra cavum ſpeculum prodire uſque ad ipſum Oculum.

*Fig.* 29. Cavi ſphærici maximus circulus eſto HBK, ex cujus puncto B ducantur infinitæ BR, BV ad æquales utrimque angulos RBH, VBK. In harum alterâ BR ponatur Oculus in puncto C ad libitum remoto à ſpeculo. Tum ab Oculo C per A centrum ducatur CAX occurrens ipſi BV in X, & per centrum A ponatur TAY parallela ad BV.

*Dico I.* Infinita in XV apparere in YC. Sumatur enim in XV quodvis punctum F, à quo per centrum A ducatur FAN: hæc, quia TAY eſt parallela ad BV, ſecabit BC ultra Y verſùs C, non tamen ultra C. Secet ergo in N. Quoniam anguli NBH, FBK æquales ſunt, reflectetur F ad viſum C à puncto B, apparebitque in N, ubi radius reflexus BC & incidentiæ cathetus FAN concurrunt. Ergo F punctum quodvis infinitæ XV imaginem habet in rectâ YC. Sumatur deinde in rectâ YC punctum quodvis Q, à quo ducatur per A centrum cathetus QAI, quæ neceſſariò interſecabit rectam XV ultra X verſùs V, putà in I. Ergo viſui C punctum I apparet in Q, ac proinde I punctum quodvis rectæ YC eſt imago alicujus puncti in infinitâ XV. Sed & oſtendi quodvis punctum infinitæ XV imaginem habere in rectâ YC. Ergo YC eſt imago adæquata infinitæ XV.

*Dico II.* Puncti G ſpeculo vicinioris imago longiùs prodit ante ſpeculum, quàm imago puncti remotioris F. Ductis enim cathetis FAN, GAP, IAQ, OIR, ex dictis *aſſert.* 1. patet Oculo C apparere F in N, & G in P, & I in Q, & O in R.

*Dico III.* Si gladius in ſpeculum cavum ſphæricum dirigatur ſecundùm rectam VXB, quò is propiùs ſpeculo admovebitur, eò longiùs acumen ejus verſus Oculum C prodibit, & cùm acumen pervenerit in X, id in ipſum videbitur Oculum irruere. Patet ex *aſſertione* 1. & 2.

## PROPOSITIO XXVIII.

### Res ultra centrum cavi ſpeculi conſtitutæ, ſi etiam viſus ultra centrum exiſtat, ſemper apparent inter centrum ac ſpeculum, & ſitu inverſo.

Cavi ſphærici maximus circulus eſto MBNA, ultra cujus centrum A ſit objecti alicujus linea DE: ſit verò etiam viſus ultra centrum in Z. Ut punctum D reflectatur ad viſum Z. debent *a* interceptæ à ſpeculi circulo (ex. gr. FC, CG) eſſe æquales: non poſſunt autem (ut ex 15.3. patet) æquales eſſe, ſi ambæ ad eaſdem centri A partes cadant. Neceſſe eſt igitur ut radius incidentiæ DFC cadat ad unam centri partem, nimirùm verſus MD, radius autem reflexus CZ ad partem alteram verſus NE. Quare incidentiæ cathetus DA occurret radio reflexo CZ ultra centrum A in P ad partem contrariam puncti objectivi D. Eodem modo patet puncti E radium incidentiæ EB exiſtere verſus NE, reflexum verò BZ verſus MD, ac proinde incidentiæ cathetum EA occurrere radio reflexo BZ ultra centrum A in O ad partes MD contrarias puncti objectivi E. Cùm igitur D appareat in concurſu P, & E in concurſu O, tota DE apparebit in OP inter ſpeculum & centrum A, ſitu inverſo. Quod erat demonſtrandum. *Fig.* 30. 31.

*a Per* 13.

PRO-

## PROPOSITIO XXIX.

**Si viſus exiſtat inter centrum ac ſpeculum, objecta ultra centrum conſtituta, quandoque apparent inter centrum ac ſpeculum ſitu inverſo, quandoque poſt ſpeculum, ſed ſitu erecto.**

*Fig. 32.* *a Patet ex 15.3.*

CAvi ſphærici maximus circulus eſto ASLG, in quo duæ ponantur æquales SC, FC. Erit igitur inter *a* has centrum A, per quod ducatur infinita LAT faciens cum SC acutum angulum LZC. Tum in LT ſumpto quovis puncto R, ultra centrum A ducatur per R perpendicularis ad LAR recta RD; cum quâ CF concurrat in D. Ex D autem cathetus ducatur DA occurrens ipſi SC in P, ponaturque viſus in Z.

*b Per 13.* *d Per poſtul.*

Quoniam igitur æquales ſunt FC, CS, reflectetur *b* punctum D ad viſum Z, à puncto C, apparebitque D in *d* P, ubi radius reflexus CZ & cathetus incidentiæ DA concurrunt.

Sumatur deinde arcus LB, æqualis arcui LC, & per B ac viſum Z ducatur BG. Erit ergo angulus BZL, par ipſi CZL, adeoque etiam acutus. Unde recta OP eſt inter viſum Z & ſpeculum. Jam rectæ BG æqualis in eodem circulo aptetur BQ concurrens cum DR in E. Quia igitur æquales ſunt BG, BQ, liquet *i* E ad viſum Z reflecti in B. Ductâ igitur catheto incidentiæ EAO, punctum E *o* apparebit in O, ubi radius reflexus BZ & cathetus EAO concurrunt. Linea igitur DE viſui poſito in Z inter centrum A ac ſpeculum BLC apparet inter viſum ac ſpeculum in linea PO, & ſitu inverſo, quia D apparet in P, & E in O. Atque hoc erat primum.

*i Per 13.* *o Per poſtul.*

*Alterum verò, quamvis experientiâ non minus certâ conſtet, quàm primum; nequit tamen expoſtulato ſuperius aſſumpto demonſtrari: imò verò oppoſitum ex illo conſici propoſitione ſeq. oſtendam. Quare veritas poſtulati, quod à* prop. 22. *hucuſque cum phænomenis egregiè concordavit, hic primùm deficit. Sit ergo*

## PROPOSITIO XXX.

**In cavis ſpeculis imago ſubinde apparet extra concurſum radii reflexi cum catheto incidentiæ.**

*Fig. 32.*

ULtra A centrum cavi ſpeculi ſit objectum DE, à cujus extremitatibus ducantur catheti DA, EA; quæ ſi ultra centrum producantur, neceſſariò tendunt in partes contrarias punctis D, E. Itaque ſi quodvis punctum ſemper appareat in ſuâ catheto, non poterit objectum DE ultra centrum A exiſtens, apparere poſt ſpeculum umquam aliter quàm ſitu inverſo. Si enim D appareat poſt ſpeculum in ſuæ catheti puncto N, & E in ſuæ catheti puncto M, liquet imaginem NM ſemper eſſe inverſam. Atqui experientiâ certâ conſtat Oculo propè ad ſpeculum admoto (putà in Y) objecta ultra centrum poſita apparere poſt ſpeculum ſitu alio. Ergo in cavis ſpeculis quodvis punctum non ſemper apparet in ſuâ catheto incidentiæ, ſed extra eam ſubinde, ac proinde extra concurſum radij reflexi cum catheto incidentiæ. Quod erat demonſtrandum.

*Errarunt igitur Albazenus, Vitello, aliiq; Optici hos ſecuti, exiſtimantes ut in planis convexiſque ſpeculis, ſic & in cavis numquam imaginem extra concurſum radij reflexi cum incidentiæ catheto apparere.*

## DE SPECULIS USTORIIS.

## PROPOSITIO XXXI.

**In cavum ſphæræ portionem (FCG) gradibus 120 minorem radius incidens (EF) axi (DAC) parallelus, poſt reflexionem axi occurrit (in I) inter centrum (A) & verticem portionis (C)** *Fig. 33.*

MAximus ſphæræ circulus & ſimul *a* planum reflexionis eſto AEFG. Quoniam arcus FG eſt minor gradibus 120, cjus ſemiſſis CF erit minor gradibus 60, ſive tertiâ parte ſemicirculi CQD. Sed arcus ED, CF, utpote inter rectas EF, DC parallelas conſtituti, æquales ſunt. Ergo etiam arcus ED minor eſt triente ſemicirculi. Ergo arcus EQF eſt triente major, adeoque major arcu FC. Quare ſi ducatur recta FC, ea minor eſt quàm EF. Igitur quæ ex puncto F aptabitur in circulo æqualis ipſi EF, propior eſſe debet *b* centro quàm FC, ac proinde ſecabit axem inter centrum A & C. Sit ergo illa FS, axi occurrens in I. Quoniam igitur æquales ſunt EF, ES, liquet radij incidentis EF reflexum *c* eſſe FS, occurrentem axi in I inter centrum & verticem. Quod erat propoſitum. *a def.10.* *b Per 15.1* *c Per 13.*

## PROPOSITIO XXXII.

**Inter radios axi parallelos, in cavam portionem ſphæræ minorem gradibus 120 incidentes, qui axi propinquior eſt, is majorem axis partem reflexus abſcindet, quàm remotior; ſemper tamen minorem radij ſemiſſe.**

*Fig. 33.*

MAximus ſphæræ circulus eſto AEQFS, de quo ſumatur arcus FG minor gradibus 120, eoque biſecto in C, inde per centrum A ducatur CAD, quæ erit axis portionis ſphæricæ, cujus arcus eſt FG. In arcum FG incidant radii EF, MN æquidiſtantes axi DAC, & poſiti in plano circuli AEQFS. Sit autem radij EF reflexus FI, abſcindens axis partem CI.

Dico reflexum radij MN abſcindere partem axis CO, quæ major ſit quàm CI, ſed minor ſemper ſemiſſe radij AC.

*Demonſtr.* Cùm æquidiſtent *a* EF, DC, erit angulus EFA par *b* angulo CAF, ſive IAF. Sed *c* æquales ſunt anguli EFA, IFA. Ergo etiam IFA ipſi IAF æqualis eſt. Ergo triangulum FIA iſoſceles eſt. Eodem modo oſtendam eſſe iſoſceles NOA. Jam quia MN eſt *d* propior axi quàm EF, arcus NC minor eſt arcu FC, ideoque *i* angulus NAO minor eſt quàm FAI. Quare cùm his oſtenſi ſint æquales eſſe ONA, IFA, etiam ſumma utriuſque OAN, ONA, minor eſt ſummâ utriuſque IAF, IFA. Ergo reliquus NOA *m* major reliquo FIA. Cùm igitur Iſoſcelia triangula æquales habeant baſes NA, FA, ſi illæ ſibi mutuo imponantur, patet *n* angulum NOA cadere intra angulum FIA, ac proinde ſummam æqualium laterum NO, AO minorem eſſe ſummâ laterum æqualium FI, AI. Ergo unum AO minùs eſt uno AI. Ergo CO major quàm CI: quod erat primum. *a hyp.* *b Per 27.1* *c Per 13.1 Catop.* *d hyp.* *i Per 33.6.* *m Patet ex 32.1.* *n ex 21.1.*

Deinde quia CO ſemper minor eſt *o* quàm NO, & NO oſtenſa eſt æqualis AO, etiam CO ſemper minor eſt quàm AO. Ergo CO ſemper minor eſt ſemiſſe radij AC: quod erat alterum. *o Per 7.3.*

PROPOSITIO XXXIII.

Fig. 34. **Portio cava ſphæræ 18 graduum omnes radios ſibi incidentes axi (DAC) parallelos reflectit in ſpatiolum lineare (BO) minus parte centeſima ſexageſima radij (AC), quod à puncto (B) biſectionis radij ad verticem portionis porrigitur.**

MAximus ſphæræ circulus eſto AQG, in quo ſit datæ portionis arcus grad. 18, biſectus in C à portionis axe DAC, quod enim de hoc arcu demonſtrabitur, patebit pariter de portione ipsâ ſpeculi ex revolutione arcus progenitâ. Sint autem in plano maximi circuli AQG radij ad axem paralleli MN, SP, qui reflexi occurrant axi in O. Ex præcedenti patet radios axi parallelos, qui inter hos extremos MN, SP incidunt, reflexos occurrere axi infrà O & ſuprà B punctum biſectionis radij, hoc eſt inter O & B; ac proinde omnes radios axi parallelos incidentes in arcum NP reflecti in ſpatiolum OB. Reſtat igitur ut oſtendam BO eſſe minùs $\frac{1}{160}$ parte radij. Ducatur ex centro A recta AN. Quoniam MN, AC a æquidiſtant, erit angulus OAN b æqualis alterno ſibi MNA, hoc eſt c angulo ONA. Et cùm arcus d NP ſit grad. 18, erit ſemiſſis ejus NC, adeoque & angulus e OAN grad. 9, cui cùm par ſit oſtenſus ONA, etiam hic eſt grad. 9. Ergo uterque ſimul eſt grad. 18: quos ſi auferas ex duobus rectis, remanet NOA grad. 162, cujus complementum ad duos rectos eſt NOC grad. 18. Sinus porrò anguli NOA grad. 162, ſive ejus complementi NOA grad. 18, eſt 30901; ſinus verò anguli ONA (quem oſtendi eſſe grad. 9) eſt 15643. Cùm igitur latera trianguli ſint inter ſe o ut ſinus angulorum oppoſitorum, erit AN ad AO ut 30901 ſinus anguli NOA, ad 15643 ſinum anguli ONA. Igitur quarum partium AN, ſive AC eſt 30901, earum AO eſt 15643, & AB ſemiſſis ipſius AC eſt 15450; adeoque BO eſt 193: per quæ ſi dividatur AC 30901, quotiens prodibit 160 $\frac{21}{193}$. Ergo BO minor eſt parte centeſimâ ſexageſimâ radij AC. Quod erat demonſtrandum.

a *hyp.*
b *Per* 27.1
c *Per* 13.1 *Catop.*
d *hyp.*
e *Per* 33.6
o *per probl.* 7 *cap* 3. *Geo. pract.*

*Corollarium.*

Simili calculo reperies arcum FG graduum 40 radios ſibi incidentes axi parallelos reflectere in ſpatium minùs $\frac{1}{31}$ parte radij: arcum verò grad. 60 in ſpatium minùs duodecimâ parte radij: & ſic deinceps quò major fuerit arcus, eò & focum (ita ſpatium appello, in quod radij per reflexionem conveniunt) fieri majorem.

PROPOSITIO XXXIV.

**Specula cava ſphærica Soli expoſita circa punctum, quo radius biſecatur, ignem accendunt.**

Fig. 34. SI ſpeculi axis CD dirigatur in centrum Solis, ob immenſam propè Solis diſtantiam erunt radij à Sole in ſpeculum evibrati quoad ſenſum ad CD paralleli, ac proinde omnes illi qui incidunt in portionem ſpeculi NP grad. 18, reflectentur i in ſpatiolum BO minus parte radij AC centeſimâ ſexageſimâ, cujus initium ſit in puncto B, ubi radius biſecatur. Cùm igitur tantùm lucis in locum tam anguſtum cogatur, intenſiſſimus ibi calor exiſtat neceſſe eſt. Unde fit ut ſiquid eo loco combuſtibile ſtatueris, illicò exuratur.

i *per præc.*

Radios porrò Solis eſſe quoad ſenſum parallelos manifeſtum ex ijs quæ *Aſtronomia lib.* 3. docuimus. Nam ſi educi ex Solis centro duo radij intelligantur, quorum alter tranſeat per centrum Terræ, alter eamdem tangat, continebunt illi angulum, qui Parallaxis Solis Horizontalis ab Aſtronomis appellatur. Hunc verò angulum nemo majorem ſtatuit tribus minutis, nos autem probavimus non eſſe minuto dimidio majorem. Quare licet hi radij divaricentur ad amplitudinem ſemidiametri Terræ, quia tamen angulum adeò parvum continent, quoad ſenſum paralleli erunt. Cùm igitur radij ex Solis centro incidentes in ſpeculum, angulum adhuc multò minorem contineant, erunt illi multò magis quoad ſenſum paralleli, quod erat probandum.

*Scholium.*

*Vt expeditè ignis accendatur, materia flammæ concipiendæ idonea foco præcisè applicanda eſt: ſi enim vel modicè à foco aberraveris, effectus erit nullus. Vt igitur applicatio fiat exacta, focum oportebit conſpicuum reddere excitando fumum aut pulveres; ſic enim luminis reflexi conus, ejuſque vertex, ſive focus clariſſimè apparebit.*

PROPOSITIO XXXV.

**Euclidis & veterum error circa focum ſpeculi cavi ſphærici.**

PUtarunt illi accendi ignem in centro, hoc inducti argumento. Omnes radij qui à Sole in ſpeculi centrum diriguntur, ultra centrum procedentes in ſpeculi ſuperficiem, perpendiculariter incidunt, ac proinde reflectuntur in ſeipſos. Ergo omnes reflexi in centro conveniunt. Ergo ignis in centro accenditur. Ita illi contra experientiam nunc quidem manifeſtam. Sed quia probationis vitium nemo oſtendit, juvabit iſtud paucis hìc aperire.

Angulus DAE, quem in ſpeculi centro efficiunt extremi radij ſolares DA, EA, eſt ille ipſe, ſub quo Solem è terra conſpicimus. Hunc a Aſtronomi reperêre gradus circiter dimidij. Tantillus igitur eſt angulus DAE, & illi ad verticem oppoſitus BAC, adeoque & ſubtendens illum ſpeculi arcus BC, qui determinat luminis quantitatem radijs per centrum tranſeuntibus à ſpeculo exceptam, & in A centrum reflexam. Atqui luminis portio tantilla in centro collecta non poteſt ignem accendere. Patet igitur veterum paralogiſmus.

Fig. 35.
a *vide Aſtron l.* 3. *c.* 5. *nu.* 31.

Contra, lumen, quod radijs parallelis defertur, & colligitur circa punctum, quo radius biſecatur, portionem ſpeculi occupat b graduum 18, ac proinde ſufficiens eſt ut cauſet uſtionem.

b *per* 34.

PRO-

### PROPOSITIO XXXVI.

**Fig. 36. Portio cava (COBF) conoidis parabolicæ omnes radios ſibi incidentes axi (CB) parallelos reflectit in axis punctum (A) diſtans à vertice (B) quartâ parte lateris recti; ubi proindè vehementiſſima uſtio.**

PArabola conoïdem revolutione ſuâ producens, ſit EBF; quod enim de hac oſtenderis, de conoide ipſa liquebit pariter. In parabolæ quodvis punctum O radius incidat axi parallelus & in parabolæ plano exiſtens DO, ducaturque recta OA. Parabolam deinde contingat in O recta PI. Demonſtratum eſt à Vitellone alijſque angulos ad tangentem DOI, AOP eſſe æquales. Ergo per 5. *lib.2. Catop.* omnes radij DO æquidiſtantes axi reflectuntur in punctum A. Quare uſtionem fieri in A validiſſimam neceſſe eſt.

*Corollaria.*

1. *Speculum quod reflexione radios colligat poſt ſe, exhibere.*

Fig. 37. Proprium hoc eſt ſpeculis refractorijs: poteſt tamen etiam reflectentibus convenire. Si enim à conoide parabolicâ EBF abſcindatur portio MBN continens focum A, reliquus tubus parabolicus radios axi parallelos poſt ſe colliget in A.

2. *Menſam trochorum conſtruere, in quâ globulus ſecundùm lineas lateribus parallelas impulſus ſemper annulum reflexus incurrat.*

Fig. 38. Fiat menſa terminata duabus parallelis AB, CD, & duabus parabolis AFD, AEC in quarum focis I, O, ſtatuantur annulus, & portula. Patet igitur globulum, ſi impellatur ſecundùm lineas GX, vel MQ, reflexum iri ſemper in focos I, vel O, ac proinde incurſurum ſemper in annulum vel in portulam. Quod erat propoſitum.

### PROPOSITIO XXXVII.

**Si flamma candelæ in foco cavi ſpeculi ſphærici vel parabolici collocetur, totum ſpeculum quaſi ardens apparebit, & lumen ad ſpatium longiſſimum reflectetur ea intenſione quæ ad legendum ſufficiat.**

Fig. 41. LEgi ego libellum in diſtantiâ pedum circiter 400 à ſpeculo & candelâ, alio nullo adjutus lumine, quàm reflexo. Ratio eſt, quia cùm radij paralleli DA reflectantur in focum C viciſſim etiam radij CA è foco egreſſi reflectuntur parallelè, totumque lumen è foco incidens in ſpeculum AB, cogitur in cylindrum ABDT. Quia tamen flamma candelæ foco major eſt, non omnes radij ab ea emiſſi in ſpeculum reflectuntur prorſus paralleli, ſed ad parallelismum propè accedunt: atque hæc eſt cauſa, quod figura luminis oppoſito muro excepti ſimilis ſit non ſpeculo, ſed candelæ.

### PROPOSITIO XXXVIII.

**Poteſt reflexione lumen colligi ad diſtantiam à ſpeculo quantumvis magnam; non ſic tamen ut urat.**

DUo ſunt modi præcipui. Primus per ſpeculum parabolicum. Poteſt enim deſcribi parabola habens latus rectum, adeoque & quartam lateris recti partem quantumvis magnam. Cùm igitur focus ſpeculi parabolici diſtet à vertice *a* quartâ parte lateris recti, poterit ab aliquo ſpeculo parabolico Solis lumen colligi in focum quantumvis diſtantem à ſpeculo. Non poterit tamen illud ad quamvis diſtantiam urere, tum quia lumen reflexum ſenſim elangueſcit, tum propter nimium acumen coni Catoptrici, quo vim uſtionis diminui experientiâ conſtat. Refert ſanè Kircherus noſter *pag.* 882 *&* 883 artis magnæ ſpeculo parabolico Manfredi Septalij ignem fuiſſe accenſum ad paſſus 15 vel 16 à ſpeculo, indifferenter videlicet à paſſu 15 uſque ad 16, ſed morâ longiuſculâ, quâ nimirum Pſalmus *Miſerere* recitari poſſet. a *Per 37.*

Modus alter eſt ejuſmodi. Speculo parabolico AB radij paralleli DA, DB colliguntur in focum Q. Deinde tubulus parabolicus OP ita ponitur, ut ejus focus congruat cum foco Q. Sic enim radij à ſpeculo AB reflexi in focum Q, inde ulteriùs progredientes à tubulo excipiuntur, à quo reflexi rediguntur in cylindrum OE; qui quò tubulus fuerit gracilior, tantò & ipſe gracilior erit propiuſque accedet ad lineam. Atque hæc eſt linea illa uſtoria, quâ nonnulli putaverunt ad quamvis diſtantiam poſſe ignem accendi. Verùm neque illa idonea eſt ad urendum in diſtantiâ magnâ, nedum infinitâ. Nam præter duas rationes contra modum primum allatas, adverſùs hanc etiam tertia accedit, quod lumen duplici reflexione debilitatum ac fractum plurimum activitatis amittat. Fig. 42.

*Corollarium.*

Ex is patet non potuiſſe Catoptrico artificio Archimedem Marcelli naves ad tria ſtadia (ut refert Diodorus), vel ad tria paſſuum millia (ut alij volunt) diſtantes incendere. Credibile eſt à muro non ultra paſſus 30 abfuiſſe. Ita Kircherus loco ipſo diligenter à ſe inſpecto *i* opinatur. *i artis mag. pag. 876.*

### PROPOSITIO XXXIX.

**Spherois cava radios omnes à polo uno egreſſos in polum alterum reflectit.**

PUncta ex comparatione facta, ſive poli ſphæroideos ſint A, B, ellipſis autem, quæ ſphæroidem genuit, eſto COD, in quâ ex polis A, B ad perimetrum inclinentur rectæ AO, OB, ducaturque PQ tangens in O. Demonſtratum eſt angulos POA, QOB ad tangentem facto *b* æquari. Ergo *c* radij omnes AO egreſſi è polo A ab ellipſis perimetro reflectuntur ad polum B. Ex quo idem patet de cavâ ſuperficie ſphæroidis. Fig. 39. *b 48.3. Con. Apol. c Per 5.1. Catop.*

*Corollaria.*

1. Si in polorum uno A ponatur flamma candelæ, lumen incidens in ſuperficiem totam ſphæroidis colligetur circa focum alterum B; ubi proinde lumen exiſtet quidem vehementer intenſum: ſed ignem non exiſtimo accenſum iri, ob neceſſariam lucidi in A polo exiſtentis parvitatem. Fig. 39.

2. Tu

*Fig.* 40. 2. Tubum auditorium conficies ſi à ſphæroide oblongâ & gracili AB tubum abſcindas ECDF, polos O & Q non continentem. Si enim os loquentis ponatur in polo Q & polus alter O in aure audientis, omnes radij ſonori in cavam tubi ſuperficiem incidentes reflectentur ad aurem in O.

*Fig.* 39. 3. Si menſa trochorum conſtruatur formâ ellipticâ, & in polorum altero A annulus collocetur, in altero B globulus, is quamcumque in partem ad menſæ latera impingatur, incurret in annulum.

*Fig.* 46. 4. Radius ex uno ellipſis polo procedens versùs majorem axem, infinities reflectitur.

Ex polo radius exeat AE: is reflectetur ad focum alterum B. Hinc pergens in F reflectetur ad focum A. Inde pergens in G reflectetur ad focum B. Ex B procedens in I reflectetur ad focum A, atque ita in infinitum.

## PROPOSITIO XL.

**Conois hyperbolica convexa omnes radios (a) (PO) tendentes in focum (A) reflectit in conoidis oppoſitæ focum (B) & conois hyperbolica cava omnes radios (b) (PO) tendentes in conoidis oppoſitæ focum (B) reflectit ad focum ſuum (A).**

a *Fig.* 43. b *Fig.* 44.

EGregiè & primus id obſervavit Marius Bettinus noſter Apiario 7, progym. 3: & mirum eſt ante illum nemini incidiſſe, cùm ex *p.* 48. 3. *conic.* non minùs immediatè ac facilè deducatur pro hyperbolâ, quàm pro ellipſi.

*Fig.* 43. Hyperbolam conoïdis genetricem KSN in puncto O tangat recta CD, ducaturque BO. Quoniam radius incidens PO per hyp. tendit in focum A, & per conſtr. OB in focum B, erit angulus AOC æqualis angulo BOC. Sed AOC eſt par (d) ipſi POD. Ergo POD æqualis eſt BOC. Ergo radius PO tendens in focum A reflectitur (i) ad focum B. Quod erat primum.

d *Per* 15. 1. i *Per* 5. 1. *Catop.*

*Fig.* 44. Tangat rurſus hyperbolam in O recta CD, ducatur OA. Quia radius incidens PO (m) tendit in focum B, & OA in focum (n) A, erit angulus AOC (o) par angulo BOC. Sed BOC æquatur (r) ipſi POD. Ergo POD æqualis eſt AOC. Ergo radius PO tendens in focum B (s) reflectitur in focum A. Quod erat alterum.

m *hyp.* n *conſtr.* o *Per* 48. 3. *Conic.* r *Per* 15. 1. s *Per* 5. 1. *Catop.*

*Corollarium.*

*Fig.* 45. Radius quivis CE tendens in focum A inter oppoſitas hyperbolas versùs axem infinities reflectitur.

Nam quia CE tendit in focum A, reflectitur in focum B, occurrens alteri hyperbolæ in S. Quoniam igitur radius ES tendit in focum B, reflectitur in focum A, occurrens hyperbolæ in O. Rurſum igitur quia radius SO tendit in focum A, reflectetur ad focum B, & ſic deinceps in infinitum.

## PROPOSITIO XLI.

**Cava conois hyperbolica urit non Soli expoſita: ſed igni.**

*Fig.* 44. QUoniam ignem ſtruere poſſumus tam latum quàm voluerimus, & ſpeculum illi pro libitu admovere, manifeſtum eſt radios PO ab igne in ſpeculum emiſſos, & in oppoſitæ hyperbolæ focum B tendentes, poſſe magnam inſidere ſpeculi portionem VSX. Magna igitur quantitas caloris colligetur in foco A; quæ proinde poſſit ad urendum ſufficere.

Contra accidet, ſi Soli ſpeculum obvertas. Cùm enim ob ingentem Solis diſtantiam extremi ſolares radij tendentes in focum B, angulum efficiant non majorem gradu dimidio, exigua tantùm ſpeculi portiuncula ſolare lumen excipiet quod reflectat ad focum, adeoque luminis quantitas tam modica colligetur in foco A, ut ad urendum minimè ſufficiat. *Fig.* 47.

*Corollarium.*

Convexa conoïs hyperbolica ad urendum minùs idonea eſt.

Niſi enim valdè magnus ſit ignis, extremi radij EO, FO ab igne tendentes in polum A, modicam ſpeculi portionem intercipient, ac proinde caloris quantitas minùs parva reflectetur ad focum B. Multò adhuc minùs erit uſtioni aptum ſi Soli obvertas, ut patet ex dictis in præcedenti.

## PROPOSITIO XLII.

**Dantur ſpecula, quorum focus ſit linea recta, vel curva quæcumque.**

SI portio cava circuli vel parabolæ unà cum foco motu recto deferatur, deſcribet ſuperficiem cylindricam, & focus rectam lineam. Manifeſtum eſt omnes radios parallelos in ejuſmodi ſuperficiem perpendiculariter incidentes, reflecti in totam lineam à foco deſcriptam. Quod ſi eâdem illa portio circuli vel parabolæ cum ſuo foco circumagatur motu circulari vel elliptico vel alio quocumque, deſcribet ipſa ſuperficiem annularem cavam, focus autem lineam circularem vel aliam curvam pro motus ratione, ad quam omnes radij paralleli in cavam annularem ſuperficiem incidentes, reflectentur. Non urent tamen lineæ iſtiuſmodi, quòd in ſingulis ipſarum punctis non niſi unica luminis ſuperficies colligatur.

## PROPOSITIO XLIII.

**Convexa conois parabolica, imò & ſphæra convexa radios (BO) tendentes in focum (A), axi (FA) parallelos reflectit.** *Fig.* 48.

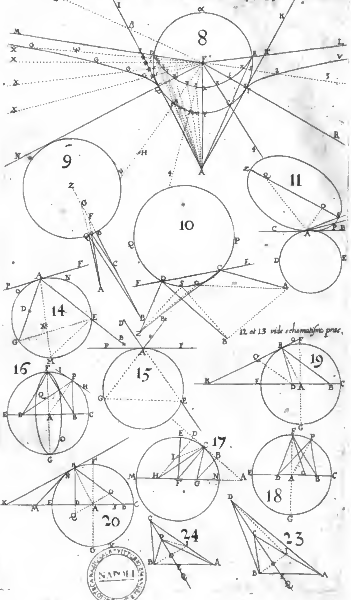
DUcatur COE parallela axi AF, & NM tangat in O. Igitur EO (a) reflectitur ad focum A, radiuſque reflexus eſt OA, qui per hyp. ipſi DO eſt indirectum. Ergo anguli (b) EOM, AON, æquales ſunt. Ergo etiam æquantur illis ad verticem oppoſiti MOD, CON. Ergo radius DO tendens in A reflectitur (c) radio OC parallelo ad (o) AF.

a *Per* 34. & 37. b *per* 4 & 5. 1. *Catop.* c *per* ... o *per* ...

FINIS CATOPTRICÆ.



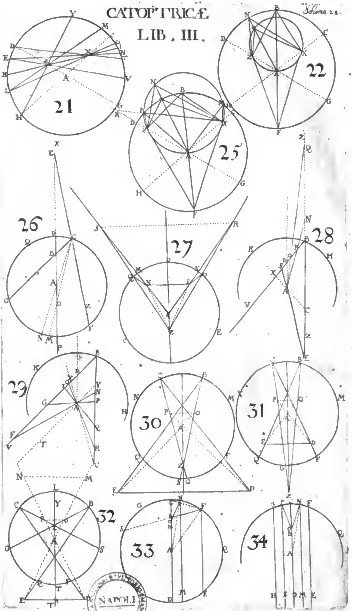
Google




Digitized by Google

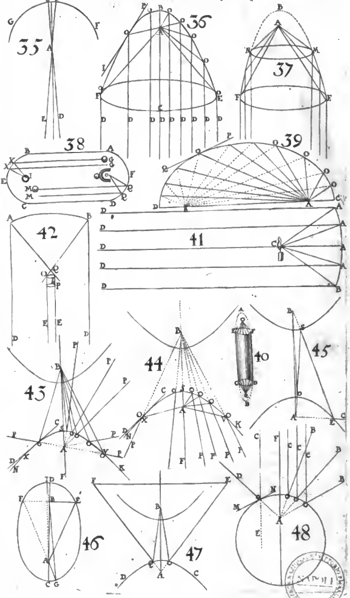
CATOPTRICÆ
LIB. III.

Schema 28.




NAPOLI

Digitized by Google




Digitized by Google

Digitized by Google

# ANDREÆ TACQUET

## E SOCIETATE JESU

# ARCHITECTURÆ MILITARIS

## PARS I.

## DE MUNITIONE REGULARI.

### CAPUT PRIMUM.

### Architecturæ Militaris Definitio, Initia, Progreſſus, Perfectio.

ARchitectura Militaris, eſt ſcientia locum quemcumque adverſus vim hoſtilem aptè muniendi ac tuendi.

Urbes atque Caſtella (inquit Vegetius) aut naturâ muniuntur, aut manu, aut utroque. Naturâ aut loco edito ſive abrupto, vel circumfuſo mari, ſive paludibus vel fluminibus. Ciliciam Aſiæ, & Helvetiam Germaniæ montes circumjecti propè inacceſſas reddunt. Aornis petra, Herculis & Alexandri impetum eluſit. Arces Hermenſteniæ & Namurcenſis, pluresque per Europam alias, rupes ſubjectæ invictas reddunt. Venetias, Straelſundam, Cuſtrinum, Hollandiamque propè omnem aquæ & paludes circumfuſæ tuentur. Natura igitur muniendis Urbibus vel terræ elementum vel aquæ circumfudit. Naturam ars ut ſolet imitata, pro montibus ac ſaxis, muros ac valla, pro fretis paludibuſque foſſas ſubſtituit.

*Fig. 1.* Sed, ut omnia rerum exordia ſolent, principio rudis admodùm & ſimplex fuit muniendi ratio. Muris oppida cingebant qui ad eam altitudinem attollebantur, quæ facilem hoſti per ſcalas aſcenſum negatura videbatur. Latitudo erat tanta quæ ſenos, ſeptenóſve armatorum ordines caperet. Muros Babylonis refert Curtius fuiſſe latos 32 pedes. Verùm duplici vitio hæc ſtructura laborabat utroque capitali. Primum erat quod defenſores ſuprà murum ſtantes nullo munimento tecti, hoſti paterent. Alterum quod hoſtis muro propiùs ſuccedens ab ipſo muro tegeretur, ut lædi à defenſoribus in ſublimi ſtantibus non poſſet.

*Fig. 2.* His erroribus ita deinceps occurrere conati ſunt. Murum perpetuâ Loricâ BCZ ſepiebant. Loricæ faſtigium pinnæ Z diſtinguebant non continuæ, ſed vacuis ſpatijs interruptæ. Pinnis tecti defenſores per intervalla vacua hoſtem arcebant. Ita primus error utcumque ſublatus. Ut alteri vitio mederentur, murum à ſolo ad altitudinem hominis certis intervallis P pervium relinquebant. Sed ne ſic quidem dicta incommoda perfectè tollebantur: cùm hoſtis intra triangula DEF, GKA oppidanorum tela effugeret.

*Fig. 3.* Ergo ad defenſionem lateralem cœperunt reſpicere, retentis pinnis feneſtriſque, quadratas turres quæ ultra muros prominerent, in orbem extruxêre, atque ita defenſioni directæ quâ priùs ſolâ utebantur, lateralem utcumque adjecêre. Sed lateralis defenſio illa adhuc erat imperfecta quòd hoſtis intra triangulum IPK receptus occultaretur. Præterea quadratæ turres non ſatis ferebant vim machinarum & arietum.

*Fig. 4.* Rejectis igitur quadratis turribus, rotundas ſubſtituêre, ita ACB triangulum quo hoſtis occultatur, multum fuit imminutum, ut jam intra illud nequiret hoſtis arietarias machinas diſponere: & rotunda turrium forma firmior quâvis aliâ adversùs arietantium impetus ſubſiſtebat. Hic veterum ars & conatus conquievit, donec nitrico pulvere reperto, fabricare homines fulmina, & tonitrua imitari didicerunt. Et erat ſanè iſta muniendi ratio prioribus longè anteferenda. Nihilominus adhuc negotium faceſſebat ſuſpectum illud triangulum ACB quod ſatis capax erat ut muri ſuffoſſores & cunicularios occuleret. Deinde lateralis defenſio FC, DC unicum tantùm turris rotundæ punctum ſtringebat B, A, quòd rotunda corpora à rectis lineis non niſi punctualiter tangi poſſint.

Vicit tandem ſeipſam ars, atque eam quâ modò utimur, defenſionis formam adinvenit. Rotundas turres in propugnacula Faciebus, Aliſque inſtructa, muros in Valla commutavit; rectiſque lineis Munimentum omne circumſcripſit. Ita denique effectum eſt ut quocumque hoſtis loco conſiſteret propugnatorum telis pateret, atque omnes munitionis partes ſe mutuo tutarentur.

De hac noviſſimâ muniendi formâ deinceps tractaturus eum tenebo ordinem, ut ubi terminos in hâc materia uſitatos explicaro, regulas, & principia artis proponam. Ita demùm inſtructi praxim ipſam, bono Deo, aggrediemur.

## CAPUT II.

### Termini Architecturæ Militaris explicantur.

Fig. 5. 1. MUNIMENTUM, eſt locus eam habens circumferentiam, cujus partes ſingulæ, præter defenſionem directam, quam ſibi ipſis præſtant, ab alijs partibus recipiunt defenſionem lateralem, ſic ut omnes partes ſe mutuo ſtringant. STRINGERE pars una alteram dicitur quam bombardæ parallelo ictu tueri poteſt. Ita circumferentiæ pars XBC ſtringit partem FG. Pars AEF ſtringit CD, & ſic de cæteris.

2. DELINEATIO MUNIMENTI eſt extimarum Munimenti linearum deſcriptio.

3. MUNIMENTUM REGULARE eſt quod ſuper figurâ regulari extructum, omnes partes æquales & ſimiliter poſitas habet.

4. Eſt porrò figura regularis quæ æquilatera & æquiangula eſt. Talis eſt figura HKRPMN, cujus omnia latera KR, RP, PM, MN, NK & omnes anguli N, M, P, R, K inter ſe æquantur. Huic ſemper poteſt circulus circumſcribi qui idem habet H centrum quod figura. Angulus centri eſt is qui duabus KH, RH ſemidiametris continetur. Angulus circumferentiæ ſeu figuræ eſt qui lateribus figuræ continetur ut M, P &c.

5. MUNIMENTUM IRREGULARE eſt, quod ſuper irregulari figurâ conſtruitur. Eſt verò figura irregularis, quæ æquilatera & æquiangula non eſt.

6. PROPUGNACULUM eſt Munimenti pars BDHLM maximè in campum procurrens. *Baſtion.*

Fig. 6. 7. AC, BD, ALÆ PROPUGNACULI. *Flancq.*

8. DH, CG FACIES. *La face. Pend du baſtion.*

9. BF, MF. LINEÆ COLLI. *La gorge.*

10. FH. LINEA CAPITALIS. *Ligne capitale.*

11. AB CORTINA SEU CHORDA. *La Courtine.*

12. Si Ala Propugnaculi diviſa fuerit in puncto 2. & parti 2B introrſum accipiatur æqualis 53, & connectantur puncta 2, 3; Pars 2, 3, D, aut ea quæ intra hanc incurvatur, AURICULA dicitur. (*Orillon*) & pars reliqua 3, 5, vocatur Ala tecta. Sed Auricularum jam uſus propè obſolevit.

13. CQ ALÆ CONTINUATIO. *Flancq prolongè.*

14. QG FRONS. *Surface.*

15. BG DEFENSIO FIGENS. *Defenſe fichaute.*

16. KG DEFENSIO STRINGENS. *La flancquante.*

17. KB ALA CORTINÆ. *Second flancq*, eſt ea cortinæ pars, quæ inter Alam propugnaculi DB & lineam Stringentem, ſive Faciem GC protractam, interjicitur.

18. EF LATUS ARCIS, *Polygone interieur*, ſeu FIGURÆ INTERIORIS.

19. GH DISTANTIA PROPUGNACULORUM, ſeu LATUS FIGURÆ EXTERIORIS. *Polygone exterieur.*

20. PE, PF RADIUS ARCIS; RADIUS MINOR, ſeu INTERIOR. *Le petit demidiameter.*

21. PG, PH RADIUS MAIOR, ſeu EXTERIOR. *Le grand demidiameter.*

22. EPF ANGULUS CENTRI. Vide *def.* 4. *Angle du centre.*

23. AEO ANGULUS CIRCUMFERENTIÆ *def.* 4. *Angle polygone.*

24. NGC, LHD ANGULUS PROPUGNACULI. *Angle Flanquè.*

25. KCA, IDB ANGULUS STRINGENTIS ET ALÆ. *Angle de la Flaucquante & du Flancq.*

26. CKA, DIB ANGULUS STRINGENTIS ET CORTINÆ. *Angle Flanquant interieur.*

27. ACG ANGULUS FACIEI ET ALÆ. *Angle du Flancq & de la Face.*

28. GTH ANGULUS DECUSSATIONIS, ſive DEFENDENS. *Angle Flancquant exterieur; angle de tenaille.*

29. DFB ANGULUS DETERMINANS ALAM. *Angle forme-Flancq.*

### Munimentorum quoad magnitudinem plures ſunt formæ.

30. FORMA REGIA eſt, cujus defenſio Figens non excedit ictum muſquettæ. Adhibetur muniendis urbibus lociſque majoribus.

31. FORMA REGIA MEDIOCRIS dicitur, cujus Defenſio figens minor eſt jactu muſquettæ. Sed diſtantia propugnaculorum major.

32. FORMA REGIA MINOR eſt cujus diſtantia propugnaculorum æquat jactum muſquettæ.

Reliqua minora vocantur CASTELLA: *Forts.*

Terminos Orthographicos explicabimus infrà *c.* 7.

## CAPUT III.

### Munitionum Canones.

**I. FInis Munimenti eſt, ut pauci multis reſiſtant.**

**II. Munimenti ea forma ſit oportet, ut ſingulæ ejus partes præter defenſionem directam quam ſibi præſtant, etiam lateralem ſeu obliquam accipiant ab alijs.**

**III. Singulæ igitur Munimenti partes & ſtringi debent & ſtringere.**

Ratio ſtrictionis ſeu defenſionis hæc eſt; Facies quæ debiliſſima munimenti pars eſt, defenditur ab Alis propugnaculi & Cortinæ, quin & à Facie oppoſitâ, Alæ propugnaculi à Cortinâ. Cortina ab Alis. Vide *fig.* 5.

**IV. Defenſio quò brevior & obliquior, eò fortior & certior.** *Fig.* 6.

Eò porrò obliquior eſt defenſio, quò angulus decuſſationis GTH eſt acutior. Vide *fig.* 6.

**V. Defenſio Figens BG, AH non excedat jactum muſquettæ, hoc eſt 750 aut 720 pedes.** *Fig.* 6.

Longius quidem glans defertur, ſed non ad ſcopum. Figens inter omnes Munimenti lineas princeps eſt, cæterarumque magnitudines ipſa determinat.

*Nota.* Dum pedes nominantur ſemper intelligi Rhynlandicos.

**VI. Curandæ præ cæteris defendentes, ſive præſides Munimenti partes. Hæ quantum fieri poterit augeantur.**

**VII. Juſtæ igitur magnitudinis ſint Alæ propugnaculorum, & præter eas quàm maximæ fiant Alæ in Cortina.**

Longè enim fortius eſt Munimentum, quod ſalvis eſſentialibus alijs Alas etiam habet in Cortinâ.

**VIII. Cortina ſit juſtæ longitudinis: ſuperet Faciem, imò & Alas propugnaculorum junctas.**

Quia

Digitized by Google

Quia fortiſſima eſt Munimenti pars.

**IX. Angulus propugnaculi ſit par violentiæ tormentorum. Unde non ſit minor 60 gradibus.**

Talem ſufficere uſus docuit.

**X. Rectus propugnaculi angulus optimus eſt. Is tamen ut habeatur, Ala Cortinæ non omittenda aut nimiùm decurtanda.**

**XI. Angulus Alæ & Cortinæ ſemper rectus eſto.**

Ita tam Cortina quàm Facies latiùs, ac proinde certiùs commidiuſque ſtringitur, & Faciei ac Alæ angulus ſit major, ideoque robuſtior.

**XII. Linea Colli ſit ſpacioſa.**

Ne aliàs coarctetur propugnaculum.

**XIII. Propugnaculi quantitas ea ſit, quæ ſufficientem armatorum numerum capiat, & ſatis præbeat ſpatij ad tormenta dirigenda, cæteraque militaria munia obeunda.**

Coarctatur propugnaculum ex his maximè capitibus, ſi manente eodem angulo propugnaculi Facies minuatur, ac proinde augeantur Alæ: Vel ſi manentibus ijſdem Alis augeatur angulus propugnaculi.

**XIV. Tandem ut ſuperiores regulas ſimul pleraſque complectar, ea Munimenti forma erit optima quæ & Alas habeat tum in propugnaculis tum in Cortinis quàm maximas; & lineam Colli ſpatioſam; & propugnaculi angulum aut rectum aut recto proximum: & defenſionem Figentem, ſeu longiſſimam intra jactum muſquettæ.**

Hæc forma ut habeatur in regularibus, proportio Cortinæ, Faciei, Alæ & Colli erit ejuſmodi.

**XV. Facies non ſit minor Cortina dimidia, nec major tota.**

**XVI. Ala non ſit minor quarta parte Faciei, nec major ſemiſſe.**

**XVII. Linea Colli non ſit minor quàm Ala.**

In his tribus convenit inter *Dogen & Goldman.* Horum ratio patebit ex calculo *cap. 5.*

## CAPUT IV.

### Canones jam traditi declarantur.

Canonibus ſive regulis ſuperiori capite traditis ratio muniendi noſtra omnis nitetur. Uberiùs igitur hic erunt declarandi, præſertim ij de quibus una omnium ſententia aliquando fuit: *Primus, Secundus, Tertius* expoſitione non indigent.

De *quarto & quinto*, licèt jam nemo diſſentiat, aliquando tamen dubitatum fuit. Nonnulli ſiquidem militares Architecti, ij maximè qui ſuperiori ſæculo floruerunt, eam propugnaculorum diſtantiam ſtatuebant, ut linea Figens, ſive longiſſima defenſionis linea, jactum muſquettæ non parùm excederet. Cauſam adferebant, quòd melior per tormenta quàm per muſquettas haberetur defenſio. Quia igitur tormenta in vicinos dirigi vix poſſunt, majorem propugnaculorum diſtantiam requirebant. Sic etiam ſumptus minui dum paucioribus propugnaculis urbs tota cingitur. Hic modus ab omnibus modernis Architectis reprobatur, qui unanimiter ita removent propugnacula, ut Figens linea ictu muſquettæ menſuretur. Quod adferebant opinionis ſuæ fundamentum planè eſt nullum. Et uſu quippè & ratione conſtat muſquettis melius quàm tormentis urbes defendi. Nam tormentorum uſus eſt ſumptuoſus, tardus, difficilis, rarus, incertus, ut infelix dicatur paſſim quem tormenti pila tetigerit. Quod ſi vehiculum hoſtili globo confringatur aut librator occumbat, aut alio quopiam deficiente machina reddatur inutilis, lateralis defenſio omnis ceſſabit ingenti vel commodo invadentium vel diſcrimine obſeſſorum. Contra muſquettarum uſus minimè ſumptuoſus, facilis, expeditus, velox, certus. Quis invadentem hoſtem neget mille pilis minoribus certius quàm grandiori unâ propulſari? Res clara probari non debet pluribus. Maneat igitur quod ſtatuimus defenſionis latitudinem fiſtulæ minoris latione menſurandam.



Neque tamen uſum tormentorum à defenſione excludimus, cùm in hac etiam modernâ muniendi formâ adhiberi utiliter & poſſint & debeant; id tantùm agimus ſummam defenſionis muſquettis potiùs quàm tormentis committi oportere.

Quod Conone *ſexto & ſeptimo* præſcripſimus, maximi ſanè momenti eſt in toto muniendi negotio. Facies propugnaculorum, quia maximè præ cæteris eminent, debiliſſimæ ſunt partes Munimenti; Alæ & Cortina fortiſſimæ, eæque, ſiquidem longiùs ab hoſte diſtant, ſeque mutuo ex propinquo tuentur, validiſſimæ. Cùm igitur portio reliquis infirmior ſit Facies quam hoſtis plerumque impetit ei, præcipuâ cura erit ſubveniendum.

Duplex eſt propugnaculorum forma. In primâ Facies GVC producta incidit in terminum Cortinæ F. Unde Facies GC ex ſolâ propugnaculi Ala ſtringi poteſt. In alterâ Facies GE producta non incidit in Cortinæ terminum, ſed in aliud ejus punctum X, ſic ut partem Cortinæ relinquat XB quæ Ala Cortinæ dicitur, ex quâ æquè ſtringi poteſt Facies atque ex Alâ ipsâ propugnaculi BC. Priorem ij ſequuntur, qui angulum propugnaculi rectum volunt in figuris omnibus pentagono majoribus. Poſteriorem inprimis Belgæ amplexi ſunt, quibus longè opportunius defenſioni viſum eſt ſecundas in Cortinis Alas ſtatuere, etiam cùm recti anguli, ad duodecangulum uſque, jacturâ. Neque dubium eſſe poteſt quin iſta methodus ſit illâ alterâ multò præſtantior, cùm & propugnaculi angulo ſatis caveat, quem numquam 60 grad. minorem facit & Facierum defenſionem augeat ſæpè plus quàm in duplum. *Fig. 7. 5.*

Canonis *octavi*, qui Cortinam jubet juſtæ longitudinis eſſe, ratio in promptu eſt, quæ & in ipſo canone inſinuatur, quod nimirum inter omnes Munimenti partes validiſſima ſit Cortina. Nam cæteris paribus ab hoſte removetur longiùs & inter duo propugnacula poſita fortiſſimè defenditur. Eſt verò rationi conſentaneum firmiores munitionis partes, debilioribus eſſe longiores. Ne tamen Cortinam ita extenderis ut Linea Figens jactum muſquettæ ſuperet, quod canoni *quinto* repugnat. Aptiſſima proportio ea erit ſi in Formâ Regiâ aut 432 pedes ei dederis cum Dogeno, Fritachio, alijſque, aut 480 cum Goldmanno.

*Nono & decimo* Canone de propugnaculi angulo ſtatuitur, & cæteris paribus rectus præfertur non rectis.

Pro Canonis ratione notandum eſt angulos rectum & obtuſum perpendicularibus tormentorum ictibus ſe totis reſiſtere, acutum verò non ſe toto.
a Fig. 7. b Fig. 6. c Fig. 7. Eſto propugnaculum *a* rectangulum FOBQP; Acutangulum *b* MLHDB. A tormentis poſitis in R incidant globi *c* in BO Faciem propugnaculi rectanguli FOBQP per rectas perpendiculares RB, RS. Quoniam igitur ex hypotheſi duæ rectæ RB, BQ perpendiculares ambæ ſunt ad BO in eodem puncto B per 14. *l.* 1. *Eucl.* conficient unam rectam lineam RBQ. Unde patet rectanguli propugnaculi latus BQ ſe toto objici ac reſiſtere ictui perpendiculari RB. Ac proindè propugnaculum rectangulum reliquis ictibus perpendicularibus omnibus RS ſe toto reſiſtere.

d Fig. 6. 7 Idipſum à fortiori patet in obtus angulo. At in *d* acutangulo MLHDB, ictus perpendiculares SH, SQ protracti brevi ſpatio intra propugnaculum cadunt, adeoque non ſe totâ illis propugnaculi moles objicitur. Unde recto & obtuſo acutus angulus debilior erit.

e Fig. 7. His notatis, manifeſtum eſt cur rectus angulus acuto præferatur cæteris paribus; cur verò etiam obtuſo habeatur potior, hæ ſunt cauſæ. Prima quòd retentis iiſdem Alis *e* QP, OF & lineis Colli PE, FE propugnaculum reddatur anguſtius, quod Canoni 13 ſæpè incommodat, angulus verò PQB Humeralis fit tanto minor. Altera & præcipua quòd quò angulus eſt obtuſior, eò Ala Cortinæ fiat minor, aut etiam tota pereat.

Itaque quantum fieri poterit, rectus angulus aut recto proximus propugnaculo dandus, ſic tamen ut pars altera *noni* Canonis non negligatur, quæ vetat ne anguli recti ſtudio Ala Cortinæ corrumpatur. Quoniam igitur in hexagono figuriſque ſequentibus uſque ad duodecangulum rectus propugnaculi angulus Cortinæ Alam evertit, conſultius arbitramur cum pleriſque hujus ævi celebrioribus Architectis aliquid de angulo propugnaculi, ſalvâ nihilominùs ejus debitâ firmitate, detrahere, quàm carere Alâ Cortinæ, cum tanto defenſionis imminutæ præjudicio. Barleduc aliįque oppoſitum ſecuti ſunt, ſed eos experientiâ rerum magiſtrâ plerique jam edocti deſeruêre.

Reliquorum Canonum ſenſus & ratio ſatis perſpicua ſunt, ut non egeant ulteriori explicatione.

## CAPUT V.

### Munimentorum regularium conſtitutio.

Definitionibus principiiſque ſcientiæ jam expoſitis, ad rem ipſam accingamur. Fig. 6.

Ut conſtitutio Munimenti inveniatur, aliqua dari debent. Ea verò data hic dicuntur quæ pro arbitratu accipimus ſic ut nullum vel ab altero dependeat, vel alteri præjudicet. Jam ex datis ſemel conſtitutis reliquarum partium proportio conſequitur certa & determinata pro datorum videlicet ratione. Igitur periti Architecti hæ partes erunt, ut ea data ſeligat quæ cùm regulis *cap.* 3 & 4 ſtatutis & conveniant ipſa & reliquas partes à ſe pendentes faciant convenire. Porrò quia ea data variari poſſunt ſalvis decretis Munitionum, varia quoque erit Munimentorum conſtitutio. Sex probatiſſimos ſeligo & propono. Proportio linearum omni Formæ ſerviet, quantitas ſoli Regiæ.

### MODUS PRIMUS.

Eſt *Goldmanni*. Facies ſemper Cortinæ eſto dimidia, in quotcumque-angulo.

Chorda ———— 480 ped.
Facies ———— 240.
Ala in IV } -angulo { 60 ped. hoc eſt 1/4 Faciei.
in V } { 80 ped. hoc eſt 1/3 Faciei.

In reliquis uſque ad IX ſemper 10 adduntur pedes, donec in nonangulo Ala fiat pedum 120, hoc eſt 1/2 Faeici, quæ deinde Alæ quantitas in omnibus figuris ſequentibus retinetur.

Angulus propugnaculi conſtet ex ſemiſſe anguli figuræ auctâ 15 gradibus. Igitur erit

Grad.
In IV 60
in V 69
in VI 75
in VII 79. 17'. 9".
in VIII. 82. 30'.
in IX. 85.
in X 87.
in XI. 88. 38'. 11".
in XII. 90, ſive rectus qui deinde in figuris ſequentibus retinetur.

Ex his datis reliquarum proportio exoritur quam Tabella ſubjecta exhibet.

| | Radius | Capit. | Collum. | Ala 2. | Figens. |
|---|---|---|---|---|---|
| IV. | 494.5.5.8. | 172.6.9.9, | 109.7.0.6. | 256.0.7.7. | 722.2.2.2. |
| V. | 595. 2.9.3. | 197.9. 1.1. | 109.9.0.2. | 254.0.8.7. | 724. 1.5.7. |
| VI. | 713.4.8.6. | 209.9.7.6. | 116.7.5.3. | 262.7.2.1. | 724.9.0.9. |
| VII. | 833.8.5. 8. | 222.0.5.6. | 121.7.9.3. | 262.0.1.1. | 726.2.5.4 |
| VIII. | 955.6.6.1. | 233.9.6.4. | 125.7.1.3. | 256.9.4.2. | 728.0.7.4. |
| IX. | 1078.5.0.8. | 245.6.2.8. | 128.8.7.0. | 249.4.8.2. | 730.3.1.7. |
| X. | 1212.6.0.7 | 246.5.9.2. | 134.7.1.7. | 258.9.8.8. | 729.6.3.3 |
| XI. | 1347.0.8.3. | 247.5.4.3. | 139.5.2.1. | 266.3.2.1. | 729.0.3.5. |
| XII. | 1481.8.8.6. | 248.4.6.0. | 143.5.4.0. | 272. 1.5.4. | 728. 5.1.5. |

*In hac Tabellâ numeri ante punctum ſunt pedes Rhynl. tres reliqui ſunt 10a. 100a. 1000a. pedis.*

In

In primo igitur modo præter ſpeciem figuræ datur quatuor Chorda, Facies. Ala, Angulus propugnaculi & conveniunt cum Canonibus, tum ipſa, tum cætera ex ipſis conſequentia Collum, Ala Chordæ, Defenſio, Figens & ſtringens &c. quod ita ſe habere comperies ſi harum partium ſingularum quantitates ex datis trigonometriæ ſubſidio elicueris, de quo *cap. ſequ.* Hic duo tantùm inſinuo; Alam Chordæ eo modo fieri maximam ſic ut ſemiſſem Cortinæ ſemper ſuperet; & lineam Colli numquam non 100 pedes excedere.

## MODUS SECUNDUS.

*Eſt Dogeno* 1. Facies 24 perticarum, hoc eſt 288 pedes Rhynl.

Cortina 36 perticarum.

Proportio igitur Cortinæ ad Faciem ſemper eſt ſeſquialtera, ut 3 ad 2: quod in omnibus modis ſequentibus obſervatur.

Angulus determinans Alam ſemper 40 grad.

Angulus propugn. ſemiſſis anguli Figuræ, aucta 15 gradibus, ut in modo primo.

Conſentiunt in angulo Propugn. Goldman, Marolois, Fritach.

*Nota.* Pertica quâ deinceps utimur continet 12 pedes Rhynland.

## MODUS TERTIUS.

*Eſt Dogeno* 2. Differt à ſecundo in ſolo dato ultimo: aſſumit enim angulum Propugnaculi parem duabus tertijs anguli Figuræ. Igitur erit

In IV. 60 grad.
in V. 73.
in VI. 80.
in VII. 85.42′.51″.
in VIII. 90 ſeu rectus & deinceps ſemper.

| | Rad. | Capit. | Coll. | Ala 1. | Ala 2. | Figens |
|---|---|---|---|---|---|---|
| IV. | 38.5.0. | 19.7.3. | 9.2.3. | 7.7.4 | 7.1.0. | 60.8.0. |
| V. | 49.0.5. | 20.4.0. | 10.8.3. | 9.0.9. | 8.0.3. | 61.1.0. |
| VI. | 60.0.0. | 21. 1.0. | 12.0.0. | 10.0.7. | 8.3.3. | 61.3.4. |
| VII. | 70.8.0. | 21.7.5, | 12.9.0. | 10.8.3. | 8.4.1. | 61.5.4. |
| VIII. | 82.6.6. | 22.3.2. | 13.6.3. | 11.4.4. | 8.3.9. | 61.7.2. |
| IX. | 93.0.8. | 23.1.5. | 13.8.3. | 11. 6.1. | 11. 1.0. | 61.7.1. |
| X. | 103.6.2. | 23.8.3. | 14.0.2. | 11.7.6. | 12.9.1. | 61.7.0. |
| XI. | 114.2.6. | 24.4.0. | 14.1.9. | 11.9.1. | 14.1.9. | 61.6.8 |
| XII. | 124.9.7. | 24.8.8. | 14.3.4. | 12.0.4. | 15. 1.5. | 61 6.6 |

*Numeri ante punctum ſunt perticæ Rhynlandicæ 12 pedum : reliqui ſunt 10ª. 100ª. pedis.*

## MODUS QUARTUS.

*Eſt Dogeno tertius. Fritachio primus.*

Eſto

Cortina 36 perticarum.
Facies 24 perticarum.
Angulus Propugnaculi ſemiſſis anguli Figuræ aucta viginti gradibus.

Pert. /. Ped.

Ala in IV 6./.72.
in V 7./. 84.
in VI 8./. 96.
in VII 9./. 108.
in VIII 10./. 120.
in IX. 11./. 132.
in X 12./. 144 & ſervatur in figuris omnibus ſequentibus.

## MODUS QUINTUS.

*Eſt Fritachio ſecundus.*

Eſto

Cortina 36 perticarum
Facies 24
Angulus Propug. compoſitus ex ſemiſſe anguli Figuræ, & 15 grad, ut in modo 1. & 2.

Pertic./. Ped.

Ala in IV. 8./. 96.
in V. 9./. 108.
in VI. 10./.120.
in VII. 11./. 132.
in VIII. 12./. 144. & in ſequentibus ſemper.

Ex his datis ea reliquarum partium conſequitur proportio quam Tabella adjecta exhibet.

| | Rad. | Capit. | Collum | Ala 2. | Figens |
|---|---|---|---|---|---|
| IV. | 38. 1.4 | 20.0.1 | 8.9.7 | 6.1.4 | parum |
| V. | 48. 0.8 | 21.0.3 | 10. 2.6 | 10. 5.8 | excedens |
| VI. | 58. 1.9 | 22.1.5 | 11. 0.8 | 11.8.6 | 60 virgas |
| VII. | 68. 4.7 | 23.3.1. | 11. 7.1 | 12. 0.3 | |
| VIII. | 78.6.0 | 24.4.8. | 12. 1.6 | 11. 6.7 | |
| IX. | 90. 3. 1. | 24.6.4 | 12. 8.9 | 12. 9.5 | |
| X. | 101. 8. 4 | 24.6.6 | 13. 4.7 | 13. 9.0 | |
| XI. | 113. 3. 8 | 24.7.6 | 13. 9.5 | 14. 6.3 | |
| XII. | 124. 7. 7 | 24.8.5 | 14. 2.9 | 15. 2. 2 | |

*Numeri ante punctum ſunt perticæ 12 ped. Rhynland. reliqui ſunt 10ª. 100ª. unius perticæ.*

## MODUS SEXTUS.

*Eſt Dogeno Quartus.*

Eſto
Cortina 36 perticarum
Facies 24
Angulus determinans Alam ſemper 40. grad.
Angulus Propugnaculi, ut in modo 4. Erit igitur
In IV. 65. grad.
in V. 75.
in VI. 80.
in VII. 84. 17'. 9".
in VIII. 87. 30'.
in IX. 90. & deinceps ſemper.

Hi modi omnes conveniunt cum Canonibus *capite* 3 & 4 conſtitutis. Quartus videtur minùs uſitatus (ita colligo ex Fritacho *pag.* 15). *Quintus* eſt uſitatior. *Secundus* & *tertius* ſatis ſimiles ſunt. Inter hos (*ſecundum* nempè *tertiumq;*) & *quartum*, medius eſt *ſextus*, qui fortè (ita Dogen) ijs præſtat. *Primus* omnes ſuperat magnitudine ſecundæ Alæ, cedit reliquis omnibus in Alâ primâ, in Collo, in Faciebus, in Angulo propugnaculi, unde conſequens eſt ut propugnaculа cæteris minora habeat. Cortinâ alios ſuperat pedibus 48. Videtur hic minùs cæteris in uſu eſſe.

Data *Secundi* & *Quinti* differunt penes Alam quæ in *quinto* major eſt. Unde & Collum & ſecundam Alam habet minora. *Tertius* & *quartus* in datis differunt penes Angulum propugn. & Alam, hæc in *quarto* minor, ille major præterquam in Sexangulo, ubi &c.

Cæterùm probati omnes ſunt: quiſque eum teneat qui placuerit.

Ita ſingulorum modorum conſtitutiones hactenùs ordinavimus. At quo artificio ex ſingulorum datis reliquorum angulorum linearumque ex datis pendentium quantitates eliciantur: hoc eſt quâ methodo ſuperiores Tabellæ confectæ ſint, ut plena habeatur Munimenti conſtitutio, id verò deinceps inquirendum nobis eſt.

### *Inventio angulorum.*

I. Angulus centri cujuſlibet Figuræ regularis habetur, ſi per numerum angulorum ejus dividantur 360 gradus. Vide *Scholium prop.* 16. *lib.* 4. *Elementorum* à nobis editorum.

| | IV | V | VI | VII | VIII | IX | X | XI | XII &c. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Centri. | 90. | 72. | 60. | 51, 43', 38". | 45. | 40. | 36. | 32, 43', 38". | 30. |
| Fig. | 90. | 108. | 120. | 128. 34'. 17". | 135. | 140. | 144. | 147, 16', 22". | 150. |

II. Angulus circumferentiæ ſeu Figuræ invenitur, ſi angulum Centri ſubtraxeris à duobus rectis, hoc eſt à 180 grad.

Nam angulus centri P unà cum duobus PEF, PFE facit duos *a* rectos. Sed hi ſunt ſemiſſes anguli Figu-
(a 32. 1. *elem.*) ræ, ac proinde ſimul angulum figuræ efficiunt. Ergo angulus Centri, cum angulo Figuræ facit duos rectos. Ergo &c.

3. Angulus Propugnaculi ſic habetur per *num.* 2 inveniatur angulo Figuræ, ejus ſemiſſi adde 15. gradus.

4. Angulus GKA, ſeu CKA proveniet, ſi ſemiſſem anguli Figuræ demas à ſemiſſe anguli Propugnaculi. Nam quia GH, EF ſunt parallelæ, erit *b* angulus
(b *per* 27. 1. *elem.*) EGQ par PEF, & GKA par CGQ, ergo &c.

5. Angulus ACK habetur, CKA ſubducto ex 90 grad. Nam cùm CAK ſit rectus; ACK CKA, faciunt rectum *c* alterum.

(c *per* 32. 1. *elem.*) 6. Angulus GTH. Dupla angulum DKA *num.* 4.
(d *per* 32. 1. *elem.*) inventum. Nam GTH externus æquatur duobus *d* internis TKI, TIK æqualibus.

7. Angulus ACG, ACK inventum *num.* 5 ſubtrahe à 180 gradibus. Reſiduum eſt ACG. Nam ACK, & ACG faciunt *e* duos rectos.

(e *per* 13. 1. *elem.*) 8. Angulus GEA. Anguli Figuræ *num.* 2 inventi ſemiſſem PEF ſubtrahe ex 180 gradibus. Sunt enim
(f *per eand.*) PEF, & GEA duobus rectis *f* æquales.

### *Linearum inventio.*

1. Rectæ AK, CK.

In triangulo rectangulo ACK datur Ala AC, &
(*Fig.* 6.) anguli C, K inventi ſunt *num.* 5 & 4. Invenientur
(g *Geom. Pract. lib.* 1 *c.* 3. *probl.* 3.) igitur trigonometriæ *g* beneficio latera AK, CK.

2. Ala Cortinæ & Stringens.

Facies quæ datur addita ad CK *num.* 1. inventam dabit ſtringentem GK: AK verò inventa *num.* 1 dempta à Cortinâ quæ datur, relinquet Alam Cortinæ BK.

3. Rectæ GQ, QC.

In triangulo rectangulo GQC datur Facies GC & anguli inveniti ſunt *num.* 4 (eſt *h* enim QGC par (h *per* 27. 1. *elem.*)
GKA) invenientur *i* igitur GQ, QC. (i *Geom. Pract. lib.* 1 *c.* 3 *probl.* 2.)

4. Latus exterius GH.

Duplæ GQ *num.* 3. inventæ adde Cortinam quæ datur.

5. Recta AQ.

Alæ quæ datur adde QC *num.* 3. inventam.

6. Capitalis GE & GZ.

In triangulo rectangulo GZE. Angulus EGZ inventus eſt *num.* 2. (nam æquatur *k* angulo PEF ſe- (k *per* 27. 1. *elem.*)
miſſi anguli figuræ) & latus ZE, ſeu QA inventum eſt *num.* 5. Inveniuntur ergò *l* GE & GZ. (l *Geom. Pract. lib.* 1 *c.* 3 *probl.* 3.)

7. Linea Colli AE.

Subtrahe GZ *num.* 6. inventam à GQ inventâ *num.* 3. reſtat ZQ, ſeu EA.

8. Latus figuræ interioris EF.

Duplæ lineæ Collari *num.* 7. inventæ adde Cortinam quæ datur.

9. Radius PE, & YP.

In triangulo rectangulo EYP latus EY inventum eſt *num.* 8 (eſt enim ſemiſſis lateris figuræ) & angulus PEY *num.* 2 inventus eſt. Ergo *m* inveniuntur EP, (m *Geom. Pract. lib.* 1 *c.* 3 *probl.* 3.)
YP.

10. Radius major GP.

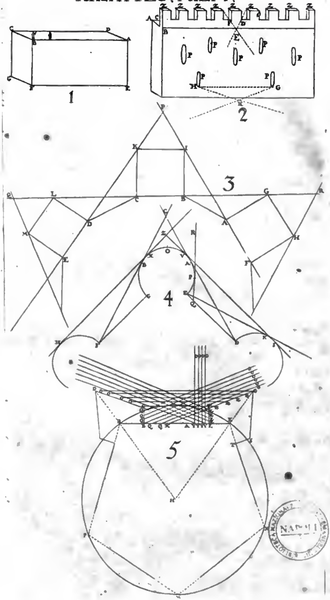
Radio minori adde Capitalem.

11. Defenſio Figens BG.

Ex quadratorum GR, BR ſummâ radicem extrahe, ea dabit GB patet ex 47. 1. Porrò RB inventa eſt *num.* 5. GR habetur ſi ad ZR, ſeu EB ſummam Cortinæ ac Collaris lineæ (quarum hæc *num.* 7 inventa, illa datur) addideris GZ inventam *num.* 6.

Atque ita habetur plena Munimenti conſtitutio. Neque difficile jam erit trigonometriæ quam docui-
mus

Digitized by Google




NAPOLI

Digitized by Google

mus *lib. 1. noſtræ Geometriæ Practicæ cap.* 3. non imperito, ſimili methodo ex quibuſcumque datis, angulos omnes lineaſque elicere.

## CAPUT VI.

### Munimentorum Regularium delineatio in Chartâ & in Campo.

CUm *Capite præcedenti* quantitates linearum, angulorumque Munimentorum determinatæ ſint, ad eadem in chartâ vel campo delineando aliud nihil requiritur, quàm quod in Geometriâ noſtrâ Practica docuimus. Adeatur ergo Geometriæ noſtræ Practicæ caput decimum, in quo, quidquid hic deſideratur, per decem Problemata digeſſimus.

## CAPUT VII.

### Termini Orthographici explicantur.

HActenùs tradidimus Munimentorum Regularium delineationem, hoc eſt, extimum ſolius Valli circuitum deſcripſimus. Nunc tranſeo ad orthographiam, quâ omnes Munimenti partes ſecundùm altitudinem latitudinemque continentur. Principium ducatur ut ſolet ab explicatione terminorum.

*Fig.* 8. Horizontalis linea eſt AESVZ.

Orthographia Munimenti eſt ſectio munimenti facta plano ad horizontem perpendiculari, ſingularum munimenti partium altitudinem, latitudinem, poſitionemque exhibens. Exhibetur *Fig.* 8.

Vallum eſt moles terrea ALIKE univerſum munimentum ambiens. *Rempar.* complectitur etiam Propugnacula.

Valli latitudo inferior AE *Baſe du Rempar.*

Valli latitudo superior L3. *ſommet du Rempar.*

Valli facies acclivis exterior. 3E *le penchant du Rempar.*

Valli acclivitas exterior EF. *le talu exterieur du Rempar.*

Valli facies acclivis interior AL. *le penchant du Rempar interieur.*

Valli altitudo BL. *Haulteur du Rempar.*

Valli Lorica, Thorax, *Parapet* 4GIK3, eſt moles terrea totum Munimentum ambiens, ſuprà vallum erecta ad hominis altitudinem.

Loricæ latitudo inferior D3. *Baſe du parapet.*

Loricæ latitudo superior OK: negligitur lineola inter IT & ID, intercepta. *Sommet du parapet.*

Loricæ vertex inclinatus IK.

Loricæ facies acclivis exterior K3 eſt in directum cum facie valli E3.

Loricæ acclivitas exterior 32. *Talu exterieur du parapet.*

Loricæ facies acclivis interior ID. *Le penchant interieur du parapet.*

Loricæ acclivitas interior DT. *Talu interieur du parapet.*

Loricæ scabellum DG. *Banquet.*

Valli ambulacrum L4 *Terreplein. Le plan du Rempar.*

Antemurale, Promurale, Succinctum 5NPQR. *Fauſſe Brayt, parapet des rondes* : ad foſſæ aqueæ defenſionem conſtituta; ſimilis per omnia Loricæ ſuperiori.

Ambulacrum promurale E5. *chemin des rondes.*

Margo RS. *Liſiere.*

Fossa S87V. *le foſsé.*

Fossæ descensus acclivis interior S8. *Eſcarpe.*

Fossæ acclivitas interior SH. *Talu interieur du foſsé.*

Fossæ descensus acclivis exterior V.7 *Contreſcarpe.*

Fossæ acclivitas exterior V5. *Talu exterieur du foſsé.*

Fossæ latitudo inferior. 87.

Fossæ latitudo superior. SV.

Fossæ profunditas 8H. 75 *profundeur du foſsé.*

Via tecta N6. *chemin couvert. Corridor.*

Lorica campestris, Suburbana, extima, seu viæ tectæ 6x, YZ, *Parapet du chemin couvert.*

Eius basis OZ, *pied ou baſe du parapet de chemin couvert* : Facies sensim acclivis YZ.

*Notandum* ſectionem orthographicam nos ducere, non per cortinam, ſed per Faciem propugnaculi, ac proinde rectas 87, & SV repræſentare latitudinem foſſæ propugnaculum alluentis, quam deinceps ſemper intelligimus cùm de foſſæ latitudine agitur.

## CAPUT VIII.

### Munimentorum orthographicæ dimenſiones deinceps determinantur, ac primo Valli & Loricæ Vallo impoſitæ.

DElineationis hactenùs explicatæ unicum & totum munus fuit Valli ſolius ambitum qui Faciebus, Alis, Cortiniſque abſolvitur, ritè conſtituere, quod quidem univerſæ ſtructuræ Martiæ fundamentale ac princeps eſt opus. At verò tum Valli ipſius, tum membrorum cæterorum in altum latumque dimenſiones præſcribere, Orthographiæ ſunt partes. Porrò Munimentum omne his quaſi membris conſtat: Vallo, Loricâ, Promurali, Foſsâ, Viâ tectâ, Loricâ campeſtri, ſeu extimâ. Quamquam ſi foſſa ſicca habeatur, Promurale omitti poteſt & ſolet. Hoc capite tradentur Valli ejuſque Loricæ dimenſiones.

Vallo foſſiſque urbem tutari ſuam nolebant olim Spartiatæ: & cuidam interroganti cur Sparta muris careret: cives armatos commonſtrans Ageſilaus rex eo tempore, iſtos dixit Spartæ muros. Fuit hæc ſanè inanis & ſtulta fortitudinis oſtentatio, nullo ſano conſilio, ſed ſolà temeritate nixa, quam omnium gentium uſus damnavit, & ipſi Spartiatæ ſibi in Thebano bello propè exitialem ſunt experti, nos, his relictis, ad rem aggredimur.

#### 1. *Valli materia.*

Valli materia ſit non ligna, non lapides, ſed terra: hæc ubique ad manum maximeque parabilis eſt, ac proinde facilè ita accumulatur, ut Valli craſſitudo Tormentis reſiſtat: & terra cedendo globorum vim elidit ac vincit. Non tamen Vallum terreſtre nudum præferimus veſtito ſaxis, de quo infrà.

### *II. Altitudo Valli mediocris eſto.*

Vix aliud munitioni pernicioſius eſt quàm altitudo Valli magna. Hic error in pleriſque Munimentis antiquioribus, urbium præſertim per Europam celebriorum, commiſſus ſuit. Abblandiuntur nimirum oculis excelſa valla, & fortitudinis ſpéciem inanem oſtentant. Reverà interim defenſionem corrumpunt omnèm, urbemque hoſti produnt, & ne gratis tantum habeatur mali, ærarium ſumptibus immenſis exhauriunt.

Mœniorum ſublimium in eo potiſſimum labes exiſtit, quod hoſtem propiùs accedentem Urbanis telis eripiat, ſubducatque. Id magno ſuo damno ab Hollandis poſtremùm obſeſſa Breda docuit. Munierat eam Urbem Mauritius ingenti curà & ſumptu ut abſolutiſſimis Europæ munitionibus accenſeri poſſe videretur. Sed eum fefellit, blandiens, ut dixi, oculis Vallorum celſitas. Bredani certè à Frederico Mauritij fratre deinde obſeſſi, ex Vallo nimis alto hoſtem propiùs accedentem, prorepentemque ſenſim Vineam, ejicere Tormentis ſuis minimè potuerunt. Unde coacti ſunt Valla ſublimia tantis impenſis ſtructa, varijs perforare locis ac diruere, dirutaque explanare, ut locum facerent humilioribus Tormentorum ſuggeſtis, quas dicunt *Batterias*. Ex quibus fatales Vineas impetere ac diffringere certiùs liceret. Verùm ne ſic quidem vallis ſublimibus ſubveniri poteſt quin ijſdem alio ex capite graviùs noceatur. Dum enim varijs locis perforantur, operis colligatio & compages ſolvitur, adeoque Tormentis hoſtilibus verberatum facilè concidet.

*Fig. 9.* Hoc tam exitiali incommodo caret vallum mediocriter aſſurgens ut per ſe eſt manifeſtum: imò verò ictus bombardarum univerſim ex ſtatione humiliori plus nocumenti inferunt quàm ex altiori. Sint enim altitudines binæ AB major, & AC minor, & horizonti inſiſtat longitudo DE ex. gr. ſtatura hominis. Conſtat rectam quæ ex C per E emittitur, cadere ultra eam quæ ex B emittitur per E, majuſque in terrâ intercipere ſpatium DF, ubi altera ex B veniens per E, ſolum intercipit DG. Majus igitur ſpatium ſtringitur ex humiliori loco quàm ex altiori.

Vallorum ſublimium patroni fortaſſe dicent ea eſſe aſcenſu difficiliora, ex ijſque melius detegi acceſſus hoſtiles (*Aproches*).

Reſp. Incommodum jam allatum prævalere. Et verò mediocris altitudo ſatis aſcenſum impedit. Ad acceſſus detegendos in propugnaculis excitari poſſunt Tormentorum Tribunalia (*Cavalliers*) Katten.

### *III. Altitudo determinatur.*

Valli igitur altitudo non ſuperet 18 pedes Rhynlandicos, neque minor ſit pedibus 10. Hæc enim hoſtilibus telis exponeret urbem: illa ſufficit, & major incurreret in vitium numero 2 explicatum. Pro varia Munimentorum magnitudine altitudinem intra dictos terminos variam præſcribunt Architecti.

| In | IV. | V. | VI. | VII. | VIII | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Ped. | 12. | 14. | 15. | 16. | 18 | &c. Sed merè arbitrariè. |

Si colles urbi immineant, non idcircò vallum ultra 18 pedes attollatur. Sed tribunalia tormentorum in Propugnaculis excitentur, aut loca editiora munitioni infeſta præmunitionibus inſideantur.

### *IV. Valli acclivitas.*

Vallum ita extruendum ut tam exterius quàm interius acclive ſit, nam ad perpendiculum aſſurgere inſtar muri terrea moles non poteſt.

Acclivitas interior AB perpetuò altitudini BL æqualis eſt, ut militibus ad ſubitos caſus facilis undique in vallum aſcenſus ſit.

Acclivitas exterior EF plerumque ſtatuitur altitudinis dimidiâ & expediret aliquantò etiam minorem eſſe ſi humus ſit firma & conſtans. Si valdè eſſet fluxa, duas tertias altitudinis æquare poterit. Cæterùm exterior acclivitas immodica facilem hoſti aſcenſum præbet, ut patuit in expugnatione memorabili Schenkianæ arcis. *Fig. 8.*

### *V. Valli latitudo ſuperior.*

Valli latitudo, ſive craſſities ſuperior L3 non ea ſolùm eſſe debet quæ vim Tormentorum ferat, verùm tanta ſit oportet ut poſt impoſitam ipſi Loricam, cujus infima latitudo 24 pedes expleat, (aliàs enim tormentis eſſet pervia) unà cum ſcabello D4 tres pedes lato, ambulacrum adhuc exhibeat reliquum 4L tormentis dirigendis exonerandiſque ſpatioſum ſatis. Explebit igitur plerumque 51, aut 57 pedes Rhynl. Latitudo hanc multùm excedens ſuperflua erit, neque alij erit uſui quàm ærario exhauriendo. Cæterùm pro figurarum diverſitate hic quoque varias latitudines Architecti præſcribunt, ſed merè iterum arbitrariè. *Fig. 8.*

| In | IV. | V. | VI. | VII. | VIII. | IX | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ped. | 36. | 39. | 44. | 48. | 51. | 57 | *Latitudo valli ſuperior.* |

Quoniam valla & Loricæ vim Tormentorum ſuſtinere debent, adjungamus breviter quantum terræ globus ea machina ejectus penetret. Canon integer ad diſtantiam 400 pedum globo 48 librarum, 20 pedes terræ firmæ penetrat. Canon dimidius ad diſtantiam 300 pedum globo librarum 24, pervadit pedes 12 terræ firmæ. Tormentum campeſtre ad diſtantiam 200 ped. globo 12 librarum pertranſit terræ firmæ pedes 7 circiter. Hæc Goldmannus. Quod ſi fluxa ſit humus, longè plures penetrabuntur pedes. Dogenus globo Canonis integri negat penetrari pedes 20 terræ mediocriter denſæ.

### *VI. Valli latitudo imâ.*

Latitudo valli ima AE habetur ſi ad latitudinem ſupremam L3, ſive BF adjiciantur acclivitates interior AB, & exterior FE. Eſt igitur plerumque ſex ſeptémve perticarum, hoc eſt pedum 72, aut 84. Tum verò erit acclivitas exterior EF aliquantò minor ſemiſſe altitudinis. Pro qualitate figurarum arbitrariè rurſum ſtatuuntur ab authoribus *Fig. 8.*

| In | IV. | V. | VI. | VII. | VIII. | IX | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Ped. | 54. | 60. | 66. | 72. | 78. | 84 | *Latitudo valli ima.* |

### *VII. Vallum muro cinctum.*

Vallum muro cinctum preferendum nudo; 1. Quia maximè impedit expeditiones nocturnas invaſioneſque inopinatas, cùm nequeant ipſum hoſtes aſcendere ſine ſcalis quarum apparatus magnus eſt & uſus incertus. 2 quia impedit oppugnationem apertam,

apertam, ſeu aſſaltum, qui tentari nequit niſi vel ſcalis quod fruſtraneum, vel ruinâ per cuniculum factâ. 3 Quia opus eſt ſtabile ac perpetuum, ubi Vallum nudum, niſi aſſiduò reparetur, ſenſim corruit.

Qui diſſentiunt, hæc ferè adferunt. 1. Muros Tormentis verberatos faciliùs ruinam trahere quàm terram nudam. 2. Lapides disjectos foſſam opplere. 3. Lapidum diſſilientium fragmenta propugnatores lædere.

Primum nego, ſi muri ſint valdè craſſi, aut certè quod hic ſtatuimus, terreo aggere fulciantur. Secundum perinde aut magis locum habet in Vallo nudo. Tertium vitatur ſi murus ad Valli ſummitatem non aſſurgat, quod ſervatum in mœnibus Antverpienſibus. Minuetur adhuc incommodum ſi muri ſint lateritij.

### *VIII. Valli Lorica.*

Fig. 8. Vallo Lorica ſuperſtruitur 4GIK3, cujus hæ ſtatuuntur dimenſiones.

1. Altitudo interior TI perpetuò 6 pedum, ut commodè milites qui rarò hanc menſuram excedunt, poſſit abſcondere.

2. Altitudo exterior 2K ſemper 4 pedum. Sic enim commodè ex Vallo non ſolùm campus & Lorica campeſtris, ſed etiam foſſæ pars magna defenditur. icietur quanta, ſi innoteſcat Cφ, quæ innoteſcet ſic: Jt IO ad OK, ſic IC ad Cφ. Sed tres primæ ſunt notæ, ergo & quarta Cφ innoteſcet. Aufer jam ex CV etiam notâ notam Cφ, remanebit nota φV.

3. Acclivitas interior DI ſemper unius pedis. Non eſt opus majori, cum & ab hoſte ſit averſa & ſcabello G4D fulciatur, neque expoſita ſit ſcandentium pedibus ut Valli latus internum LA.

4. Acclivitas exterior 2, 3 ſemper eſt 2 pedum. Cùm enim latus exterius Loricæ K3 ſit indirectum cum latere Valli externo 3E, & K2, 3F ſint parallelæ, patet 2K3, F3E triangula eſſe ſimilia. Quare cùm *num.* 4. ſtatuerimus Valli acclivitatem exteriorem EF eſſe dimidiam altitudinis F3, etiam 32 dimidia erit altitudinis 2K. Eſt autem 2K ſemper 4 pedum. Ergo 32 ſemper erit pedum 2.

5. Latitudo ſuperior OK viribus Tormenti majoris menſuranda. Quare cùm Canon maximus vix penetret 20 pedes terræ mediocriter ſolidæ. Sufficient 21 pedes.

6. Latitudo inferior D3 componitur ex ſuperiori & acclivitatibus DT, 32 quæ cùm ſimul ſumptæ efficiant pedes 3, proveniunt pro latitudine inferiori pedes 24.

Hic rurſum ludunt Architecti, & pro varietate figurarum variant latitudines hunc in modum.

| In | IV. | V. | VI. | VII. | VIII. | IX. &c. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Lat. ſup. | 9. | 11. | 12. | 15. | 17. | 21. Ped. |
| Lat. inf. | 12. | 14. | 15. | 18. | 20. | 24. Ped. |

Scabellum Loricis omnibus aſtruitur ſemper latum pedes 3, altum $1\frac{1}{2}$.

### *IX. Valli ambulacrum.*

Ambulacrum vallare L4 habetur ſi ex latitudine Valli ſupremâ L3 dempſeris latitudinem Loricæ imam D3 & latitudinem ſcabelli D4. Quare cùm D3 *num.* 8. ſtatuerimus ſemper 24 pedum, & D4 pedum 3. Ipſam verò L3, *num.* 6 poſuerimus 51 aut 57 pedum, remanent pro ambulacro pedes 24 aut 30. Quod ſi ludere cum Architectis ſuprà volueris, proveniet

| In | IV. | V. | VI. | VII. | VIII. | IX. &c. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Lat. ambu. | 21. | 22. | $25\frac{1}{2}$. | 27. | 28. | 30. ped. |

### *X. Margo.*

Si vallum Promurali careat, ſuccedit ipſi margo RS, 6 pedes Rhynl. latus.

# CAPUT IX.

## Orthographia Promuralis.

### *I. Promuralis neceſſitas & finis.*

EXperientia docuit in urbium Belgicarum complurium expugnationibus, Loricâ ſuburbanâ expugnatâ, haud magno molimine foſſas aqueas Vineis inſterni ac ſuperari, quod eruptiones obſeſſorum impediente foſsâ aqueâ ſtructores Vineæ lateraliter ſolùm ab Alis oppoſitis ſubmoveri poſſent, tuti à fronte ob Valli neceſſariam altitudinem, quæ hoſtem tam vicinum conſpectui teliſque ſtantium ex adverſo propugnatorum eriperet. Tam exitiali incommodo medetur Lorica 5NPQR ad Valli pedem extructa, quam Promurale, ſeu Succintum appellamus. Hâc unâ Foſſæ aqueæ tutela conſtat. Ex illa ſiquidem ictibus penè horizontalibus, ideoque (ut *cap.* 8. *num.* 2. oſtenſum eſt) certiſſimis maximéque noxijs, undique à fronte & à lateribus Foſſæ oppugnatores ſubmoventur. Finis igitur unicus Promuralis eſt Foſſæ aqueæ defenſio; ſicca eo præſidio non indiget, ut infrà docebimus. Fig. 8.

### *II. Ejus Altitudo & ſtructura.*

Acriter contendunt Architecti nonnulli eam Altitudinem Promurali dandam ut Loricæ ſuburbanæ & præmunitionibus dominetur. Verùm hæc defenſio abundè præſtatur à Vallo ipſo, & quantum altitudini Promuralis addes, tantum Foſſæ defenſionis eripies. Staturam igitur humanam non excedat. Cætera ejus ſtructura eadem quæ Loricæ Vallaris *cap.* 8. *num.* 8. tradita.

### *III. Ambulacrum Promurale.*

Vallum inter & Promurale, ſpatium relinquitur E5 Tormentis dirigendis locandiſque propugnatoribus idoneum, quod Promurale ambulacrum dicimus. Ejus latitudo maxima duas perticas. Rhynl. minima unam æquat. Cùm Vallis antiquis Urbium Promurale circumducitur, à ſolis ſclopetarijs propugnandum, poterit etiam nonnihil minor unâ perticâ ambulacri latitudo aſſumi. Si id multangulis placet proportionari, ſic ordina.

| IV. | V. | VI. | VII. | VIII. | IX. &c. | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 15. | 18. | 20. | 24. | 24. | 24. ped. | *Ambul. Prom. cum ſcab.* |

Hæc latitudo Tormentis quidem, ſed non maximis, conveniet.

### *IV. Margo.*

Ad baſim Promuralis Margo ſuccedit RS, 6 pedum, operi continendo firmandoque & ne qua in Foſſam humus decidat.

## CAPUT X.

### Foſſa.

### *I. An ſicca præſtet ſtagnanti, ſeu aquea.*

NOn alia quæſtio inter Architectos agitatior; plerique jam præferunt ſiccam.

Aqueæ incommoda hæc ſunt. Obſeſſos quaſi captivos tenet ne in hoſtem erumpant, niſi ultra eam via tecta cum Loricâ ſuburbanâ extruatur ſumptu magno. Expugnatâ verò Loricâ ſuburbanâ ſeipſam tutari nequit, cùm per eam non liceat niſi cymbulis commeare. Non magno igitur labore quod experientia Belgas jam ſæpè docuit, Vineæ per Foſſam ad Vallum perducuntur, impediente obſeſſos aquâ ne per Foſſam diſcurrentes, manu cominus conſertâ fatale opus dejiciant. Huic exitio utcumque quidem occurritur extructis Promurali, Parmulis, Lunuliſque, at ſumptibus immenſis & multò numeroſiore præſidio. Itaque Foſſa aquea & de ſe imbellis eſt & cives quaſi vinctos incluſoſque detinet ne hoſtem cuniculos peſtemque ultimam urbi inferentem, aliter poſſint quàm telis eminus ſubmovere, ejuſque unius tutandæ gratiâ, Lorica ſuburbana, Via tecta, omnis generis præmunitiones, Promurale ipſum ac tandem (quod neceſſe eſt) propugnatores longè plures requiruntur.

Foſſa ſicca ſuis ipſa viribus tuta, his ſumptuoſiſſimis præſidijs præſertim Antemurali, nequaquam eget. Nam quos aquea quaſi captivos intra Vallum continet, eos ſicca expeditos & inviſos in hoſtem emittit. Neque opus habent eruptores Viâ tectâ, cùm eos ſinu ſuo Foſſa ipſa abſcondat; neque Loricâ ſuburbanâ egent cum ipſum Foſſæ latus V7 exterius, ſi ſcabellis interpoletur, Loricæ vices explere poſſit. Sed neque præmunitiones requiruntur ullæ cùm illæ ad hoſtem Foſſæ Vallique aditu prohibendum excitentur, quod tutiſſimis per Foſſam ſiccam oppidanorum eruptionibus efficacius perficitur. Erumpentibus adhæc urgente hoſte facillimum Foſſa ſicca receptum præbet, quos aquea excludit & ſuffocat, præmunitiones enim tum inter ſe, tum cum Vallo principali non niſi ligneis ponticulis peranguſtis jungi poſſunt, qui & paucos ſimul excipiunt, & ponderi ſuccumbentes ſubinde franguntur, ut evenit cùm Breda poſtremùm obſeſſa fuit, in expugnatione Cornuti Ginnekenſi pago objecti, ingenti militum fortiſſimorum [illegible] aquis pereuntium ſtrage. Denique cùm Foſſa ſicca Lunulis, Parmulis, Cornutis, Loricâ ſuburbanâ alijſque præmunitionibus tutò aut certè tutiùs quàm aquea careat, præſidio longè minori urbs obſeſſa propugnabitur.

Ceterùm quantum Foſſa ſicca ſtagnanti præſtet, patuit in obſidione Trajectenſi Belgicarum omnium acerrimâ. Cùm Foſſæ urbis partim ſiccæ eſſent, partim aqueæ, Auraicus cum belli ducibus deliberavit quâ parte urbi vim adferret. Reſoluta eſt Foſſæ ſiccæ expugnatio. Ea verò fuit tam lenta, tamque ardua ut & errorem ſuum ſit deinde faſſus Auraicus, ſtatueritque expugnationem Foſſæ ſiccæ præ aqueâ deinceps tentare numquam. Ut cæteros fortiſſimæ defenſionis actus omittam. Ex ipsâ foſsâ cuniculos ſuos oppidani ad ſubvertenda brachia propugnatoria eâ facilitate eventuque educebant, ut hoſti ad ſuperandam 5 perticarum lineam totidem hebdomadæ fuerit impendendæ. Unde velitationibus, operibus, cuniculiſque repugnatorijs obſeſſores Batavos ſic fatigarunt, ut deſperatâ lineæ per foſſam ſiccam traductione, coactus ſit Auriacus cuniculum infrà fundum ſiccæ foſſæ in urbem agere, qui 40 ferè pedibus ſolo urbis depreſſior eſſet.

Fatendum nihilominùs eſt ſtagnanti Foſsâ improviſos ac nocturnos hoſtium impetus averti melius quàm ſiccâ. Quamquam etiam ab aquis ipſis congelatis, niſi dolabris tundatur glacies, magnum exiſtit periculum; ut patuit in Wachtendonchâ à Batavis, & Phlipsburgo à Cæſarianis nocturnâ aggreſſione per conſtrictas glacie foſſas expugnatis.

His in utramque partem agitatis, ita ſentio: Foſſa ſicca repellit fortiùs vim apertam; ſtagnans occultam. Sed quia improviſæ aggreſſiones vigilantiâ ducum militumque averti poſſunt, vis autem aperta non aliter quam vi manuque propulſatur; videtur ſtagnanti ſicca, ſi eam ſoli ferat conditio, abſolutè præferenda, præſertim cùm ſic etiam immenſis ſumptibus aliàs in Promuralis, ac præmunitionum ſtructuras expendendis parcatur.

### *II. Structura Foſſa.*

Foſſæ ſoliditas ſit æqualis ſoliditati operum extruendorum, Vallo nimirum, Loricæ Vallari, Promurali, Loricæ ſuburbanæ ſimul-ſumptis. Non plus igitur terræ ex Foſsâ egerendum quàm requiratur ad opera dicta. Quare nequeunt Foſſæ omnes dimenſiones prius determinari, quàm innotuerit univerſi operis extruendi ſoliditas.

### *III. Latitudo ſuperior.*

Foſſæ minima latitudo ſuperior circa Propugnacula SV ſuperare debet proceriſſimas arbores, aliàs hoſtis per pontes ligneos aut junceos eam facilè tranſmitteret. Satis magna erit pedum 120, 132, 144. Si placet in diverſis figuris variare, ſic ordina. Fig. 8.

In IV. V. VI. VII. VIII. IX. X.
72. 84. 96. 108. 120. 132. 144. ped.

### *IV. Declivitas SH, V5.*

Declivitas tam exterior V5, quàm interior SH foſſæ aqueæ ſit par profunditati 8H jam determinandæ, ac proinde HS8 ſemirectus.

### *V. Profunditas 8H, an.*

Plerumque ſtatuitur pedum 10 aut 12: nequit eſſe minor ped. 6. aliàs aquea facilè tranſvadari poſſet, ſicca virum ſtantem non tegeret.

Quod autem foſſa latitudines habens ſuprà determinatas, & profunditatem pedum 10 terram ſuppeditet ferè parem Vallo, Loricæ, Promurali, & Loricæ ſuburbanæ. Sic oſtendo. Menſurentur ſectiones orthographicæ Valli & Loricæ ALIKE, Promuralis 5NPQR, Loricæ ſuburbanæ 6XYZ (modus docetur in noſtrâ *Geometriâ Practicâ lib. 2. cap. 1.*) & earum ſumma ducatur in principalem Munimenti ambitum,

bitum, qui innoteſcet, ſi omnes Cortinæ, Alæ, Facieſque inter ſe addantur quæ in hoc tractatu alibi determinantur. Sed oportet ut ſectiones orthographicæ, & Munimenti ambitus principalis eadem menſurâ menſurentur. Productum dabit ſolidum ferè æquale aggregato. Valli, Loricæ, Promurali, Loricæ ſuburbanæ. Pari modo foſſa ferè æquatur ſolido producto ex orthographicâ foſſæ ſectione S87V in ambitum tranſeuntem per α medium latitudinis punctum, ut facilè colligitur ex *Geom. Pract. lib. 3. c. 17. Probl. 2.* Quoniam itaque foſſa debet eſſe æqualis aggregato operum, erit per 34. *& coroll. lib.* 11. ut ambitus per α tranſiens, ad ambitum Munimenti principalem, ita ſumma ſectionum Valli &c. ad ſectionem foſſæ S87V, quæ proinde innoteſcet cum tribus quantitatibus notis ſit 4 proportionalis. Jam quia nota eſt SV, eſt & nota ejus ſemiſſis Sα, hoc eſt αβ, cùm enim SH, ſit par H8, erit α & Sα par αβ. Ergo

*a per l.4.6. elem.* ducta βα in Sα dabit *b* triangulum SβV. Ab hôc de-

*b per lib. 2.* me S87V jam notam, remanet triangulum 8β7 no-

*c.1. Probl. 4* tum. Porrò ut triangulum SβV ad quadr. αβ, ita

*Geo. Pract.* triangulum 8β7 ad quadr. πβ. Quare cùm tria ſint nota, innoteſcet & 4 nempè quadr. πβ. Hujus radix dabit rectam βπ; quæ dempta ex βα (hoc eſt Sα) exhibebit απ foſſæ profunditatem, quæ eâ ratione reperitur circiter decempedalis.

Si plus requiris terræ ad ſuggeſta Tormentorum, Tribunalia &c. erigenda, foſſam aliquantulo profundiorem facito circa Propug. Quod ſi Promurale omittatur, imò & Lorica ſuburbana, foſſam nihilominus convenit 10 pedes profundam eſſe, maximè ſi ſiccam velis; terra quæ ſupererit, ſerviet Tribunalibus erigendis, quorum magna utilitas, aliiſque operibus.

### *VI. Latitudo ima 8,7.*

Conſequitur illa ex latitudine ſuperiore, angulo declivitatis, & profunditate jam determinatis.

| In | IV. | V. | VI. | VII. | VIII. | IX. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 52. | 64. | 76. | 84. | 96. | 108. |

### *VII. Propria foſſæ ſicca.*

1. Expedit eam eſſe aliquantò profundiorem aqueâ.

2. Acclivitas interior SH minor ſit; dimidia nempè profunditatis, hoc eſt 6 ped. ut aſcenſus hoſti ſit difficilior.

3. Non verò ſit minor 6 pedibus ne vallum ſubſidat.

4. Plurimum negotij hoſti faceſſes, ſi in medio foſſæ minor defodiatur foſſula αδφθ, 16, 18, 20 pedes lata, profunda 4 aut 5.

5. Foſſæ latus exterius 7V ad modum Loricæ efformabitur, quæ virum tegat duplici ſcabello inſtructæ ad aſcenſum faciliorem.

6. Portæ occultæ in Vallo fiant per quas oppidanis in foſſam liceat deſcendere.

## CAPUT XI.

## Lorica ſuburbana & Via Tecta.

### *I. Utilitas.*

Hâc Loricâ ſicca foſſa tutò caret, aquea prorſus indiget. Cùm enim hac non magis hoſtem arceat, quàm oppidanos impediat ne ſubitas rei benè gerendæ occaſiones arripiant, & in obſeſſores erumpant, neceſſaria fuit via poſt foſſam tecta V6, & lorica eam protegens, cujus beneficio obſeſſis clam urbe exire ac tranſire foſſam liceret, quæque hoſtes quidem ab urbe, minimè verò obſeſſos ab hoſte, quando manum conſerere opus eſſet, dirimeret.



### *II. Latitudo viæ tectæ.*

Plerumque æqualis ſtatuitur ambulacro promurali, pedum nempè 24 aut 21. Tanta enim ferè ad militares uſus ac tormenta etiam ibidem ſubinde conſtituenda, requiritur. Si placet in diverſis figuris variare, ſic ordina.

| In | IV. | V. | VI. | VII. | VIII. | IX. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Ped. | 12. | 15. | 15. | 17. | 21. | 24. |

### *III. Loricæ Suburbanæ ſtructura.*

1. Ejus altitudo ↓Y ſex pedum.

2. Acclivitas interior pedis unius, ut in Loricis alijs.

3. Facies exterior YZ ſic inclinanda ut producta tranſeat per 1 verticem Loricæ vallaris. Hujus formæ multa & magna ſunt commoda. Sic enim tota ſtringitur à Loricâ vallari, quod non contingeret, ſi haberet inclinationem 10, Y: nam ita totum triangulum ↓Y10 telis Loricæ vallaris eripitur.

4. Ut ea inclinatio habeatur, invenienda eſt ↓Z baſis: quod ita fit. Notæ ſunt IC & C9, ergo & 9I nota: nota quoque eſt T3, ſeu CF. Item nota eſt Fλ. Ergo tota Cλ, ſeu 9Y nota. Nota quoque eſt Yλ, ſunt autem per *4. lib. 6. Eucl.* proportionales I9; 9Y, Yλ, λZ. Quare cùm tres notæ ſint: etiam quarta λZ fit *a* nota. Cui ſi addas unum pedem, nota *a per reg. propor.*
erit baſis tota ↓Z.

5. Ambitus denique Loricæ ſuburbanæ tam interior quàm exterior, paralleli ducantur ad Facies ſolas, ſic ut ex adverſo mediorum punctorum Cortinæ coeant, & angulos faciant externos. Quod ſi Cortinis Parmulæ præſtruantur, circa has Lorica erit circumducenda, non verò circum Cornuta, ſi quæ fuerint exſtructa.

### *IV. An expediat Loricam ſuburbanam foſſâ cingere.*

Nonnulli affirmant, tuenturque. Sed illi non advertunt ſe dum Loricam ſuburbanam tutiorem volunt reddere, illius finem evertere. Nam finis eſt ut obſeſſi in hoſtem facilè erumpant, & ab eruptione reduces tutum & facilem habeant receptum. Utrumque nova illa foſſa impediet. Ut ſi ab oppidanis ſtructa non eſſet, eam hoſtes debere exſtruere videantur.

## CAPUT XII.

## Tabula Orthographica Munimentorum regularium.

EX præcedentium quatuor capitum doctrinâ hanc Tabulam collegimus.

TABULA ORTHOGRAPHICA MUNIMENTORUM REGULARIUM.

| | Max. | Med. | Min. |
|---|---|---|---|
| Latitudo Valli ima AE | 84 | 72 | 60 |
| Acclivitas interior AB | 18 | 16 | 14 |
| Acclivitas exterior EF | 9 | 8 | 7 |
| Valli altitudo BL | 18 | 16 | 14 |
| Valli Latitudo ſuprema L3 | 57 | 48 | 39 |
| Loricæ latitudo ima 3D | 24 | 18 | 14 |
| Loricæ acclivitas interior DT | 1 | 1 | 1 |
| Loricæ acclivitas exterior 32 | 2 | 2 | 2 |
| Loricæ altitudo interior TI | 6 | 6 | 6 |
| Loricæ altitudo exterior 2K | 4 | 4 | 4 |
| Loricæ latitudo ſuprema KO | 21 | 15 | 11 |
| Scabelli latitudo D4 | 3 | 3 | 3 |
| Scabelli altitudo 4G | $1\frac{1}{2}$ | $1\frac{1}{2}$ | $1\frac{1}{2}$ |
| Valli ambulacrum 4L | 30 | 27 | 22 |
| Ambulacrum Promurale E5 | 21 | 17 | 15 |
| Promurale cum Scabello | | | |
| Margo RS | 6 | 6 | 6 |
| Foſſæ latitudo ſuprema SV | 132 | 108 | 84 |
| Foſſæ acclivitas utraque SH, V5 | 12 | 12 | 10 |
| Foſſæ profunditas HS, απ | 12 | 12 | 10 |
| Foſſæ latitudo ima 8, 7 | 108 | 84 | 64 |
| Via tecta VX | 21 | 17 | 15 |
| Scabellum | | | |
| Baſis Loricæ ſuburbanæ λZ | 79 | 70 | 69 |
| Altitudo | 6 | 6 | 6 |

PEDES RYNLANDICI.

Pro baſi Loricæ operando ut *cap.* 11. *num.* 3. tradidi, reperio:

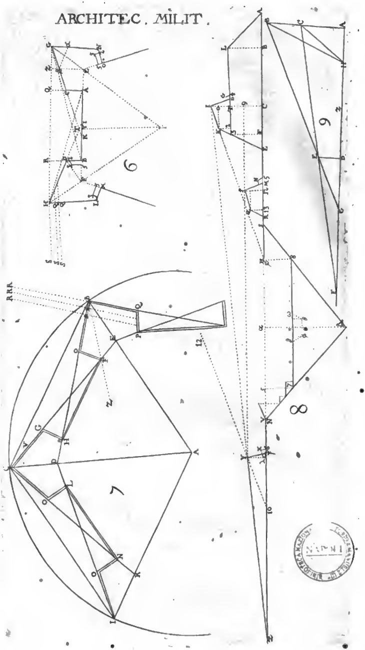
| 82 | $75\frac{1}{4}$ | 69 |
|---|---|---|
| Max. | Med. | Min. |

Errant igitur in ſuo calculo hic Dogen & Fritach.

Promuralis ſtructura & dimenſiones eædem quæ Loricæ vallaris.

Scabella Loricarum ſemper eodem modo conſtruuntur.

Prima columna maximam ſeu robuſtiſſimam Orthographiam exhibet, quæ valeat quantamcumque vim obſidentium ſuſtinere. Secunda, mediocrem: tertia minimam. Sed tantùm de Munimentis hic ago: caſtellorum campeſtrium ac præmunitionum Orthographiam infrà dabimus. Cæterùm nullam hic diverſitatis multangulorum, ſeu figurarum habuimus rationem, ut plerique Architecti, qui Munimento ex. gr. 5-angulo aliam Orthographiam tribuunt quàm 6-angulo & 9-angulo nullâ ratione nixi. Munimento enim infirmior robuſtiórve Orthographia danda eſt, non



Digitized by Google

non quia plures paucioréſve habet angulos & propugnacula, ſed quia debebit majorem minoremve vim hoſtium ſuſtinere.

*Nota*, Si Munimentum fiat Promurali carens, alia orietur Loricæ ſuburbanæ baſis, hæc enim 4 proportionalis eſt tribus I9, 9Y, Yλ, quarum media 9Y minor erit, ſi Promurale abſit quantitate ER. Erit tum igitur Loricæ baſis λL, ped. Rhynl.

| 65 | 60 | 55$\frac{5}{7}$ |
|---|---|---|
| Max. | Med. | Min. |

Ut habetur ex operandi ratione traditâ *cap.* 11. *num.* 3, 4.

## CAPUT XIII.

### Munitionum externarum fabrica.

MUnimentum ſecundùm partes eſſentiales conſtitutum, fortius redditur ſi externis quibuſdam ſubſtructionibus cingatur. Præcipuæ ſunt Ravelinus, Semiluna, Opus cornutum, Corona, Forcipulæ: de ſingulis agam propoſitionibus ſingulis.

### PROPOSITIO I.

#### 1. *Ravelini definitio & forma.*

Fig. 10. R*Avelinus*, ſive *Parmula*, eſt moles terrea ferè ſimilis abſciſſo propugnaculo, niſi quòd Alis ferè careat. Atqui cincta & à Munimento reliquo totâ foſſæ latitudine ſeparata. Talis eſt in *fig.* 10. moles FEGH, Facies habet FE, GE: Aſis, ut dixi, caret plerumque, ſubinde tamen admittit, cum portis videlicet objicitur, quæ tum eſſe poterunt 8 vel 9 perticarum. Versùs hoſtem Vallo & Loricâ cingitur: versùs Munimentum patet, ne occupata hoſti latibulum præbeat. Altitudine ſuprà horizontem exiguâ attollitur ut ex Munimento defendi commodiùs poſſit, & horizon ex ipſo ſtringi magis.

Angulus non ſit minor 60 grad. neque major recto, Facierum longitudo in Munimentis regularibus determinatur *num.* 3. ſi adhibeantur ad Cortinam quæ nimis longa ſit tegendam, hoc obſerva, ut Facies non ſint longiores quàm propugnaculi Facies: 40 igitur paſſus, aut 50, aut 60 explere poterunt.

#### 2. *Locus & defenſio.*

Objicitur plerumque portis & Cortinis, numquam Propugnaculis. Ejus ſitum dum Cortinæ objicitur, exhibet *Fig.* 10. Expedit fieri eâ latitudine ut tantùm Cortinam, non etiam Alas tegat. Tum verò defenditur & à Faciebus & Alis Propugnaculorum quibus interponitur.

#### 3. *Structura.*

Varia eſt: hæc probatior. Ex medio Cortinæ *Fig.* 10. puncto S erigatur perpendicularis infinita. Ex hac ultra foſſam pro Capitali abſcinde HE quæ expleat vel $\frac{1}{4}$ vel $\frac{1}{3}$ vel $\frac{1}{2}$ Faciei. Deinde à puncto E ducantur rectæ lineæ vel ad terminos Cortinæ A, B (& hæc optima erit Ravelini forma, ſic enim & Cortina tota tegitur à Parmulâ & Parmula ipſa ſtringitur non ſolùm à Faciebus, ſed etiam ab Alis Propugnaculorum) vel ad punctum aliquod Alæ, vel ad Alarum terminos C. D. Harum rectarum partes FE, GE, à marginibus foſſæ versùs E abſciſſæ, erunt Facies Parmulæ.

*Aliter* 1. Centris A & B, extremis nimirùm punctis Cortinæ, ipſius Cortinæ intervallo deſcribe binos arcus ſe mutuo interſecantes in E.

2. Producantur margines foſſæ ΦI, ML ſibique occurrant in H. Tum ex Alarum extremitatibus C, D ad punctum E ducantur rectæ, quæ marginales foſſæ lineas ſecent in F & G: Eritque perfecta delineatio Parmulæ FEGH. Facies ſunt FE, GE; lineæ Colli FH, GH.

*Aliter* 1. Lineas colli AR, BQ biſeca in O & P. Tum ex punctis O, P, per Alarum extremitates C, D rectæ emittantur ſibi occurrentes in E.

2. Protrahe Lineas foſſæ extremas ΦI, ML, quæ ſibi occurrant in H, rectas autem priores ſecent in F & G. Erit FEGH Parmula quæſita.

#### 4. *Orthographia & Ichnographia.*

Singularum partium latitudinem altitudinemque ſubjecta Tabula exhibet: Columna tertia exhibet Orthographiam præmunitionum Bredanarum; Prima & quarta Stabilium, Secunda & quinta Mediocrium; ſexta minimarum. Quatuor poſteriores columnæ ſunt ex Dogeno: inſervit hæc Tabella non ſolis Parmulis, ſed præmunitionibus omnibus.

*TABULA EXTRUENDIS PRÆMUNITIONIBUS.*

| | Max. | Med. | Bredan. | Stabilia | minus Stab. | Temporar. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Valli latitudo inferior. | 40. | 36. | 44. | 36. | 24. | 20. |
| Valli acclivitas exterior. | 3. | 2. | 6. | 3. | 2. | 2. |
| Valli acclivitas interior. | 6. | 4. | 8. | 6. | 4. | 4. |
| Valli altitudo. | 6. | 4. | 8. | 6. | 4. | 4. |
| Valli latitudo ſuperior. | 31. | 30. | 30. | 27. | 18. | 14. |
| Loricæ baſis. | 15. | 15. | $16\frac{1}{4}$ | 13. | 10. | 8. |
| Loricæ acclivitas exterior. | 2. | 2. | $3\frac{3}{4}$ | 2. | 2. | 2. |
| Loricæ acclivitas interior. | 1. | 1. | 1. | 1. | 1. | 1. |
| Loricæ altitudo exterior. | 2. | 2. | 5. | 4. | 4. | 4. |
| Loricæ altitudo interior. | 6. | 6. | 6. | 6. | 6. | 6. |
| Loricæ latitudo ſuperior. | 15. | 12. | 12. | 10. | 7. | 5. |
| Scabelli altitudo. | $1\frac{1}{2}$. | $1\frac{1}{2}$. | $1\frac{1}{2}$. | $1\frac{1}{2}$. | $1\frac{1}{2}$. | $1\frac{1}{2}$. |
| Scabelli latitudo. | 3. | 3. | 3. | 3. | 3. | 3. |
| Valli ambulacrum. | 12. | 10. | $10\frac{1}{4}$. | 11. | 5. | 3. |
| Valli Margo. | 3. | 3. | 6. | 3. | 3. | 2. |
| Foſſæ latitudo. | 48. | 30. | 42. | 30. | 24. | 16. |
| Foſſæ acclivitas exterior. | 10. | 8. | 7. | 8. | 6. | 4. |
| Foſſæ acclivitas interior. | 10. | 8. | 7. | 8. | 6. | 4. |
| Foſſæ profunditas. | 10. | 8. | 7. | 8. | 6. | 6. |
| Fundi foſſæ latitudo. | 18. | 14. | 28. | 14. | 12. | 8. |

PEDES RHINLANDICI.

## PROPOSITIO II.

## De mediâ Lunâ ſive Caſſide.

### 1. *Definitio & locus.*

MEdiæ Lunæ ferè non differunt à Ravelinis niſi penes magnitudinem: inde fortaſſis nomen ſortitæ, quòd quæ ex adverſo Propugnaculorum eriguntur, eâ parte quâ Propugnaculum ſpectant, in Lunæ arcuatæ ſpeciem excaventur. Statuuntur ſuprà Viam tectam quæ eſt poſt foſſam, ſic ut earum linea Capitalis Cortinam producta ſecet biſariam; prætenduntur item Propugnaculorum angulis ut jam dixi, plurimus denique earum uſus eſt in Munitione Irregulari, ut dicetur infrà.

### 2. *Forma.*

Angulum habeant non minorem 60 gr. nec minorem 90. Altitudo ſit modica & non multùm diſtent à Vallo intra ictum muſquettæ ut defendi ex Vallo poſſint. Cùm ſtatuuntur ad Viam tectam, Facies expleant pedes 25 aut 30, Valli craſſitudo 15 aut 20 pedes, eâ magnitudine ſint ut capiant 100 aut 150 milites.

### 3. *Delineatio.*

1. Angulo Promuralis V tamquam centro deſcribe arcum intervallo latitudinis foſſæ VM, & producatur linea Capitalis Propugnaculi indefinitè, ſecans arcum in α.

2. Ex lineâ Capitali productâ abſcinde ultra foſſam αx; Faciei propugnaculi, & ex H ac λ punctis in quibus ſe interſecant lineæ Colli, Parmularum utrimque exiſtentium ducantur ad X rectæ HX, λX.

3. Producantur φV, φV Alæ Promuralis ſecentque ipſas HX, λX in ζ, δ arcum verò in β, γ, vel Promuralis Figentes 2V, 3V protractæ interſectiones illas determinent. Habes delineatam Semilunam, objectam Propugnaculo cujus Facies ſunt Xζ, Xδ. Alæ (ſed apertæ) ζβ, δγ.

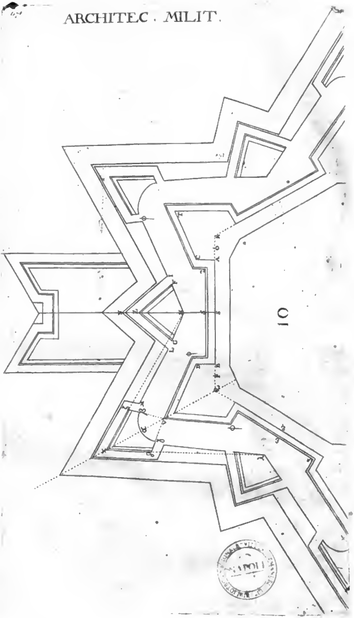
Aliarum Semilunarum delineatio ſimilis eſt delineationi Ravelinorum.

*Orthographia & Ichnographia*

Habetur ex Tabula Propoſitionis *præc. num.* 4.

### 4. *Uſus & commodum.*

Inter externa opera cæteris debilius eſt, cùm neque



10

NAPOLI

que validam manum propugnatorum anguſtijs ſuis capiat & ex munimento difficiliùs defendatur. Videntur igitur Caſſides Munimento noxiæ niſi his cautionibus firmentur, nimirum ut utrimque circumſtent Parmulæ, & ſolis conſtent Faciebus, Alis omninò deſtitutæ (aliàs enim ab hoſte occupatæ ex Parmulis impeti non poſſent) ac tandem longe intra teli jactum undequaque conſiſtant. Quæ omnia cùm adfuerint, dubia adhuc Caſſidum utilitas erit. Quare non videntur ſine neceſſitate peculiari extruendæ.

## PROPOSITIO III.

## De Opere Cornuto.

### *I. Definitio & ſpecies.*

Fig. 10. *Cornutum opus* vocari ſolet Munitio externa longiùs in campum duobus rectis lateribus procurrens, ac bina dimidiata propugnacula hoſti objiciens. Exemplum præbet *Fig.* 10. Tres cornutorum ſunt ſpecies. 1 habet latera coeuntia verſus campum, 2 versùs Munimentum, 3 parallela.

### *II. Locus & forma.*

Extruuntur ex adverſo Cortinæ, vel anguli Propugnaculi ultra Loricam ſuburbanam: melius tamen defenduntur ſi Cortinam quàm Propugnaculum tegant, ſi latera præſertim habeant parallela: cùm enim tegunt Propugnacula parallelis lateribus, non aliam ferè defenſionem excipiunt, quàm è Cortinâ, eamque non ſatis efficacem quia nimis longinquam, accedit quod nimis anguſtum ſic fiat opus. Si tamen Propugnaculis oporteat objicere, neceſſe omninò eſt latera coëant versùs Propugnaculum, ut non totas intercipiant Facies, ſed aliquas excludant earum partes è quibus defendi poſſint. Vide conſtructionem apud Dogenum *pag.* 160, 161.

Si Cortinæ objiciantur, latera potiùs ſint parallela & recta ad Cortinam. Si totam (ut quidam ſtatuunt & nos in figurâ expreſſimus) Cortinam tegant, defenſio laterum obtinebitur ex Faciebus propugnaculorum, quibus Cortina interjicitur: Si non totam, ut malunt alij, defenſio laterum erit major, nimirum ex Faciebus Propugnaculorum ex parte Cortinæ. Inter opus Cornutum & Cortinam Parmula crebrò interjicitur. Quin & ante ipſum opus Cornutum inter utrumque cornu ſubinde Parmula vel potius media Luna extrui poterit. Tandem plurimum roboris huic addes Munitioni ſi aliquoties reſcindas. Verùm de reſciſſionibus agemus infrà.

### *III. Delineatio.*

1. Ducantur duæ parallelæ EI, FK pro lateribus operis Cornuti à Loricâ extimâ versùs campum eo intervallo ut ſi versùs arcem producantur, Alis propugnaculorum ſint in directum, aut ſi minorem Cornuti latitudinem deſideres, intra Alas incidant in Cortinam ipſam. Debent autem extremitates laterum diſtare à Vallo intra ictum muſquettæ. Quare ultra 60 perticas Rhynlandicas extra Vallum non procurrent. Subinde tamen 60 illæ perticæ numerari ſolent ab ipsâ Loricâ ſuburbanâ, ut acceſſus hoſtiles magis infeſtentur. Fig. 11.

2. Junge EF ad quam fiant anguli FEG, EFH 25 grad. ſinguli, horum deinde unum FEG, biſeca per rectam EL occurrentem ipſi FH in C. Tum ex EG abſcinde ED parem FC. Erunt FC, ED Facies propugnaculorum dimidiatorum.

3. Ex punctis D, C ducantur DA, CB æquales & parallelæ ad EI & FK, pro Alis Cornuum, & Cortinam junge AB, erit autem Alarum DA, CB ea ferè proportio ad Facies quæ in Munimentis regularibus eſſe ſolet.

Lineæ Capitales, Collares, Cortina & Alæ etiam ſic & faciliùs determinantur. $\frac{1}{2}$ EF dat Capitales EN, FM, lineas item colli NA, MB dabit $\frac{1}{3}$ NM, ſeu EF: Manetque pro Cortinâ AB etiam $\frac{1}{3}$. Alas ex A & B erectas determinabunt rectæ ME, NF, atque ita prodibunt etiam Facies ED, FC.

His peractis delineatum eſt Cornutum opus, quale ſolet Cortinis prætendi in Munimento regulari. Delineatio reliquorum ſimili ferè methodo peragetur, habitâ ſemper loci ratione.

NOTA. *Duplicem in hiſce involvi praxim, 1 ut determinetur Cortina à Faciebus, 2 ut Facies à Cortinâ, &c.*

### *IV. Vtilitas.*

Quod ſi Ravelini, Semilunæ, &. Cornuta circum locum regulariter communitum extruantur, munitio perfectiſſima habebitur, quorum utilitas in his poſita, 1. Hoſtem longiùs à Munimento arcent. 2. difficillimè capiuntur: defenduntur enim ex Cortinâ, Propugnaculis, operibus adjacentibus, & ab ipsâ quandoque Loricâ ſuburbanâ. 3. occupata difficillimè retinentur, quia versùs Munimentum tota patent. 4. Brachijs hoſtium acceſſorijs ſunt infeſtiſſima Cornuta, & ſub eorum tutelâ licebit obſeſſis Brachia repugnatoria moliri, dum res feret &c.

## PROPOSITIO IV.

## De Forcipulis.

### *I. Definitio & ſpecies.*

Sunt Munitiones externæ quæ hoc ferè tantùm differunt à Cornutis, quòd pro duobus dimidiatis Propugnaculis angulum externum ſolum habeant illæ quæ dicuntur Simplices, vel duos externos cum uno interno, ac tum Duplices appellantur. Simplicem exhibet figura 12, Duplicem 13.

Eſt porrò angulus ille exteruus qui extra figuram eſt, & cujus latera introrſum flectuntur: internus qui intra figuram lateribus foras procurrentibus continetur.

### *II. Locus.*

Idem qui Cornutorum. Vix tamen expediet prætendi Propugnaculis ob earum imbecillitatem, de quo *num.* 4.

### *III. Delineatio.*

Simplicem ſic deſcribes. 1. Duc latera AC, BD eodem modo quo in delineatione Cornutorum 1. præſcriptum eſt; niſi quod breviora eſſe ſoleant 40 videlicet aut 50 pertic. Fig. 12.

2. Junge CD, quam biſeca in F, & ex F demitte normalem FE parem $\frac{3}{4}$ ipſius CD, & junge CE, DE. Habes Forcipulam ſimplicem.

Duplicem ita delinea. 1. ductis lateribus AC, BD, ut ſuprà junge CD: quâ biſectâ in G ex G erige perpendicularem GE parem $\frac{1}{4}$ CD, & junge CE, DE. Fig. 13.

2. Pro-

2. Produc EG in F, donec GF ſit dimidia GE, rectiſque CF, DE biſectis in K & H junge FK, FH. Erit ACKFHDB forcipula duplex.

### IV. *Robur & Vſus.*

Multum cedunt Cornutis, quare tum ferè tantùm videntur adhibendæ cùm temporis premunt anguſtiæ. Forcipum porrò omniſque externi anguli defectus hic eſt, quòd circa ipſum angulum quadrangulum quoddam ſpatium hoſti præbeat, intra quod nullis defenſorum telis exponatur. Determinatur illud ſpatium ſi acclives Loricæ Facies externæ concipiantur produci donec campum ſecent. Ejus capacitas ferè æquat perticas quadratas 23, quod facilè computabitur. Cùm igitur in primas Architecturæ leges ita peccet hoc genus ſtructuræ, neceſſarium ferè erit illi Parmulam objicere.

Geminatæ forcipes cùm duplicem habeant externum angulum K & H, etiam duplicant defectum jam expoſitum, quare rarior illarum eſt uſus.

*Orthographia, & Ichnographia.*

Eadem quæ Ravelinorum.

## PROPOSITIO V.

### De opere Coronato.

### I. *Definitio.*

Opus Coronatum dicitur quod utrimque bina habet dimidiata Propugnacula, in medio unum vel plura integra. Eſt igitur pars alicujus Munimenti regularis. Appellationem inde ſortitur quòd partem
Fig. 14. Munitionis circum cingat. Exhibetur in *Fig.* 14.

### II. *Locus.*

Idem qui operum Cornutorum; quamvis majorem Munimenti partem poſſit tegere Coronatum, quàm Cornutum. Subinde etiam circumducuntur operibus Cornutis. Uſus eorum præcipuus eſt ut loca vicina, urbi infeſta (ut colliculis &c.) includant, hoſtique præripiant.

### III. *Delineatio.*

Cùm ſit pars plerumque alicujus Munimenti regularis, diſpiciat Architectus, quòd polygonum loco, qui cingi debet, ſit aptiſſimum. Quod ubi fuerit aſſecutus, ejus Munimenti, quod ſuprà polygonum obſervatum exſtruitur, tot Propugnacula delineet, quot locus requiret. Illud modò obſervet, ut anguli dimidiatorum Propugnaculorum, non ſint minores 60 gradibus, nec majores 90. Solent etiam Propugnacula fieri minora quàm Munimenti Principalis. Sed exponamus ſpecialiùs conſtructionem Coronati unum habentis integrum Propugnaculum.

Deſcriptio tota perficitur in hunc modum. Producatur indefinitè Capitalis Propugnaculi, aut ſi Cortinæ objicienda eſt Corona, ex medio Cortinæ puncto perpendicularis ducatur indefinita. In Capitali productâ numerentur ex B in D 40 circiter perticæ Rhynl. In perpendiculari Cortinæ numerari poſſunt 60, aut 70; ſic enim adhuc Coronati latera erunt intra muſquettæ ictum venientem ex Propugnaculis Munimenti.

Deinde fiat ad rectæ BD punctum D angulus BDI, alicujus multanguli dimidiatus, itemque ad partem alteram angulus BDK. Tum in horum angulorum lateribus ex D in I & K numerentur perticæ 40 aut 50 aut ad ſummum 60. & termini I ac K connectantur cum Alis Propugnaculi. Ita provenient Coronati latera MI, LK per Loricam ſuburbanam determinata.

Quod ſi latera MI, LK 60 perticas, id eſt ictum muſquettæ, excederent, muniendi erunt anguli BDI, BDK (ſic tamen ut totus IDK maneat recto major) aut certè (quod plerumque conſultiùs) longitudo BD decurtanda.

Videatur deinde cujus figuræ regularis angulo par aut proximus ſit angulus KDI. Ponamus ex. gr. ſeptangulæ. Igitur fac intra KDI unum integrum Propugn. & duo dimidiata figuræ ſeptangulæ.

Si plura integra velis mediare Propugnacula, latera Coronati undecumque educantur, modò ictum teli non excedant, intraque illa Munimenti regularis pars exſtruatur, ut dictum ſuprà.

### *Regula generales Præmunitionum.*

1. Sint intra jactum teli è Munimento venientis.
2. Earum altitudo non ſit major quàm ut ſtringi commodè poſſit campus hoſtilis.
3. Remotiores propinquioribus ſint humiliores.
4. Sicca foſſa nullas habeat præmunitiones niſi Cornuta, ſi videbitur: aquea parmulas habeat, & Cornuta, Lunulas vix ſine damno admittet.

## PARS II.

### De Munimentis Irregularibus.

Cum pleræque civitates irregularis figuræ ſint, patet quanta hujus partis utilitas, imò neceſſitas ſit. Rem omnem breviter complectar Capitibus ſequentibus.

## CAPUT XIV.

### Partes Munitionis irregularis.

Locis irregularibus muniendis hæc opera inſerviunt: Propugnacula ordinaria, Propugnacula duplicata & triplicata, Propugnacula furcata, Propugnacula plana, Propugnacula dimidiata, Ravelini, Mediæ Lunæ, Opera Cornuta, Coronæ, Forcipulæ, Anguli externi, Forcipulæ angulares, Moles planæ, Moles planæ dimidiatæ, Defenſiones mediæ, ſeu dentatæ, Reſciſſiones.

Nonnulla ex his quæ nimirum regularibus etiam Munimentis roborandis adhiberi ſolent, jam expoſuimus. Et quamquam conſtructiones illic traditæ regularibus Munimentis ſint propriæ, ex his tamen facilè intelligitur quomodo dato loco irregulari ſint accommodandæ, jam quæ ſuperſunt hoc capite erunt explicanda.

I. Propugnacula duplicata, aut triplicata, vocantur moles ex pluribus Propugnaculis ſuprà invicem collocatis compoſita. Exhibetur *fig.* 15. Fig. 15.
Exſtruuntur in locis acclivibus ut hoſtis aſcendens, cùm tangi amplius nequit ex infimo, impeti poſſit ex ſecundo, ac demùm ex tertio. Horum rarus eſt uſus.

II. Propugnacula furcata, ſeu secta voco quorum angulus (E) truncatus eſt & mutatus in angulum externum FKG. Hujuſmodi in *fig.* 16 eſt

eſt moles ACFKGDB. Uſui ſunt cùm angulus Propugnaculi nimium acutus eſt.

III. Propugnacula dimidiata habes in Opere Cornuto *Fig.* 10, & Coronato *Fig.* 14. Uſui ſunt non tantùm in operibus Cornutis & Coronatis, ſed etiam alijs locis pluribus, ut dicemus infrà. In his obſerva ne angulus ſit nimiùm acutus, & latus planum Defenſione deſtituatur.

*Fig.* 17. IV. Angulus externus, eſt qui à duabus lineis versùs centrum loci introcedentibus conſtituitur, Gallicè *angle retiré*. Contra internus angulus eſt qui fit à lateribus à centro loci procurrentibus versùs campum, Gallicè *angle avancé*. In *Fig.* 17 anguli externi ſunt A, L, C, E, G &c. interni B. D, F &c. Externus angulus ſi nimis obtuſus non ſit, ſatis eſt fortis cùm ejus latera ſeſe mutuo ſtringant: ab eoque petitur defenſio Forcipulæ & Propugnaculi furcati. Illius defectum indicavimus ſuperius.

Illum ſic nonnulli extollunt ut locum angulis internis externiſque cinctum æquent Munito Propognaculis. Sed audiendi non ſunt, 1. enim ſemper accidit, ut quando locus angulis externis, interniſque alternatim poſitis eingitur, interni aliqui nimis obtuſi ſint, ut A, L; externi verò nonnulli nimium acuti. Quod noxium utrumque eſt: hoc quidem quia reddit angulum facilè Tormentis hoſtilibus detruncabilem, illud verò quòd ſtrictionem imminuat eò magis quò propiùs ad rectam lineam acceſſerit. 2. habent etiam interni anguli hoc eſſentiale incommodum, quod hoſtis, cùm propè ad angulum ipſum acceſſerit, impeti nequeat intra ſpatium notabile, ut oſtendimus ſuprà; quo vitio carent Propugnacula. Denique 3. externi anguli locum minuunt & circumferentiam loci augent, quod utrumque vitioſum.

*Fig.* 18. 19. V. Forcipulæ angulares adhiberi ſolent muniendo externo angulo acuto, vel recto, minus commodè obtuſo: harum quippè præſidio occurritur vitio ſecundo ſuprà indicato: Conſtrues hunc in modum.

Latera anguli AB, EB produc ad 8 aut 10 paſſus in K & N. Et junge KN. Deinde erige KE, NG parallelas ad BA, BE: item CE, DG parallelas ad BE, BA quæ prioribus occurrant in E, G. Si ſpatium omne lineis CEKNGD contentum vacuetur: habes forcipulam quæſitam.

*Fig.* 19. Alij ſic conſtruunt. Omiſsâ lineâ KN trianguloque FBN relicto, evacuant ſolummodo CEFB, BNGD ſpatia. Sed prior videtur præferenda. Quia in hac non ſolùm ex Alis EK, GN habetur defenſio, ſed etiam ex KN quæ quaſi parva quædam Cortina eſt, altera verò hac defenſione caret & latera BF, BN ad defenſionem ferè inutilia ſunt. Quod ſi muro (ut fieri plerumque debet) incruſtanda ſit, labor duplicatur & ſine fructu, quia FB, BN majores ſunt quàm FN; &, ut dixi, inutiles. Super extremitates laterum anguli qui forcipulâ munitus eſt, fieri ſemper ſolent Propugnacula dimidiata (X, Z).

*Fig.* 20. VI. Moles planæ, inſerviunt muniendis externis angulis obtuſis; acutis & rectis minus aptæ: Conſtrues hunc in modum.

Ex lateribus anguli externi EBD abſcinde rectas BA, BC 25 aut 30 paſſuum, iiſque pares erige normales AH, CI, & junge HI. Erit AHIC moles plana, cujus Alæ AH, CI ſtringent angulí latera AE, CD, & ſtringentur ab iiſdem: frons autem HI ſtringetur ab NE, MD laterum ſegmentis quæ utrimque frons producta abſcindit. Debent igitur anguli latera eſſe tam longa ut frontem HI utrimque productam ſecent, & partes NE, MD ſint quantitatis notabilis, ne aliàs frons defenſione careat.

Hæc munitio melior eſt quàm forcipulæ, quòd locum augeat, & reſciſſionum magnarum ſit capax.

Si auriculas deſideras, ſume HK, IL, ⅔ Alarum, ac ſuper his eas conſtrue. Reliquæ partes AK, LC ſingula ⅓ Alarum, dabunt Alas coopertas.

VII. Molem planam dimidiatam, exhibet *Fig.* 21. *Fig.* 21. Uſui eſt quando anguli externi (ABE) latus unum (BE) longius eſt altero, & ita longius ut ictum muſqueti excedat.

VIII. Anguli interni, *Angles avancés*, aſſumi poſſunt loco forcipulæ angularis & molis planæ ad muniendos externos angulos, ſive acuti illi ſint, ſive obtuſi. In exemplo ſit angulus externus BAC: commodè hic munietur extructo angulo interno DEF. Ubi hoc obſerva: partes interceptas AD, AE tantas debere eſſe ut ſegmenta ſint laterum, reliqua non excedant ictum muſquetæ. *Fig.* 22.

IX. Defensiones mediæ, ſive simplices, exhibentur in *Fig.* 23, 24. Uſui ſunt quando latus aliquod Munimenti defenſionem aliam nequit admittere. Item utiliter adhibentur in Loricâ extimâ, quorumdam judicio. Alij malunt abeſſe Defenſiones medias, ſive ſimplices quòd CD, EF &c. ab unâ tantum Alâ ſingulæ ſtringantur CB, ED &c. ſecus ac ſit in Cortinis, quæ inter duo Propugnacula ſint poſitæ. *Fig.* 23. 24.

X. Resciſſio (*Retrenchement*) eſt pars abſciſſa à toto opere, quod tueri diutiùs nequeas ſimilis toti. Cornutorum operum ac Propugnaculorum reſciſſiones exhibet *Fig.* 25. ad quarum ideam facilè perficientur cæteræ. *Fig.* 25.

XI. Reſtat ut planorum Propugnaculorum conſtructionem exponamus. Propugnacula illa dicuntur plana, quæ fiunt non ſuper angulos, ſed ſuprà rectam lineam. Adhibentur muniendis aggeribus, ripis fluminum, Cortinis nimis longis &c. quamquam dum muniendis Cortinis adhibentur, conſtructio aliquantulum diverſa ſit, ut dicetur infrà. *Fig.* 26.

Horum conſtructioni triplici modo perficiendæ ſervit Tabella appoſita. Primus modus debetur hexagono, ſecundus octangulo, tertius nonangulo & majoribus nonangulo.

| | Cortina. | Collum. | Ala. |
|---|---|---|---|
| Mod. 1. | 480.0.0.0. | 169.7.0.6. | 90.0.0.0. |
| Mod. 2. | 480.0.0.0. | 169.7.0.6. | 110.0.0.0. |
| Mod. 3. | 480.0.0.0. | 169.7 0.6. | 120.0.0.0. |

Conſtructio ſic fiet. Data ſit linea recta AZ quam munire oporteat ubi juxta 2. modum, 1. quære in tabulâ Cortinam, reperies 480. pedes Rhenenſes, quos abſcinde ex AZ & ſunt AB. Pari modo quære in tabulâ lineam Colli, reperies pedes 169. 7. 0. 6. hos abſcinde bis ex BZ, ſintque BC, CD, & nota punctum C. Deinde abſcinde rurſum Cortinam DE & lineas Colli EF, FG, & ſic deinceps progredere pro numero Propugnaculorum quibus indiges. 2. ex tabulâ quære Alas, reperies 110, quos erige normaliter ex B & D, ſintque BK, DL & junge KL: quam biſeca in N, & ex N erige perpendicularem NI

NI parem lineæ Colli CB. Tandem junge KI, LI, habes Propugnaculum planum BKILD cujus a angulus I rectus eſt. Pari modo fient & reliqua.

a patet ex conſtr. & eiem lib. 1. prop. 5. & 32.

Cæterarum partium proportio ex hac conſtructione exſurget, qualem exhibet Tabella altera hic appoſita.

| | Facies | Ala Cortinæ | Defenſ. Stringens. | Defens. Figens. | Ang. Propug. |
|---|---|---|---|---|---|
| Mod. 1. | 240 | 390 | 367.2.7.9. | 699.6.8.9. | 90 |
| Mod. 2. | 240 | 370 | 795.5.6.3. | 707.3.5.7. | 90 |
| Mod. 3. | 240 | 360 | 409.7.0.5. | 711.3.7.0. | 90 |

## CAPUT XV.

### Quomodo locus irregularis regulariter muniatur.

Loca irregularia duplici modo communiri poſſunt, regulariter nimirum aut irregulariter. Dicitur locus irregularis regulariter muniri quando ſic immutatur, ut fiat regularis, aut ſi reduci ad regularitatem nequeat, regularis illi figura circumſcribitur. Locus autem irregularis munitur irregulariter quando figura loci ad regularem non reducitur.

### PROBLEMA I.

### Datum locum irregularem, propoſitum ſit regulariter munire.

1. Deſcribe ichnographiam loci muniendi, & obſerva ad quam figuram regularem propiùs accedat, ad eamque reducito ad quam accedere propiùs deprehenderis. Reductio autem illa ſic fiat, ut partes eæ omnes veteris circumferentiæ retineantur, quæ uſui ullo modo eſſe poſſunt. Reliquæ novo ambitu vel excludi debent ſi locus amplus eſt, vel includi potiùs ſi capacitas mediocris tantùm ſit. Locus deinde hunc in modum reductus juxta leges Munimentorum regularium munietur.

2. Quod ſi figura loci adeò irregularis ſit, ut reduci ad regularem figuram nullam poſſit, circumſcribere oportebit figuram regularem. Ut autem ſcias quot laterum figura circumſcribi debeat, metire radium loci maximum quem vis includere. Tum adi tabulas Munimentorum regularium, & obſerva cujus figuræ radio tuus radius aut æqualis aut proximus ſit. Et cujus figuræ radium eſſe deprehenderis, eam circumſcribe.

## CAPUT XVI.

### Quomodo locus irregularis habens angulos & latera apta, irregulariter muniendus.

Locorum irregularium anguli alij dicuntur apti, alij inepti. Similiter & laterum quædam apta, quædam inepta.

Angulus aptus eſt qui 90 gradibus non eſt minor; ineptus qui minor. Nam Propugnaculi impoſiti angulus ſi debita reliquarum proportio partium ſervetur, minor tum exiſteret gradibus 60. Externi quoque anguli ad ineptos pertinent.

Latus aptum eſt quod abſciſſis utrimque lineis Colli quadrato debitis relinquit pro Cortinâ non minus 300 pedibus, neque plus 500. Latus ineptum eſt quod relinquit plus 500. ped. aut minus 300. Dogenus ineptum eſſe ſtatuit quod minus latere figuræ quadratæ regularis. Quære igitur lineas Colli Munimenti quadrati, eaſque abſcinde utrimque à lateribus ſingulis; ſi reſidua non minora ſint 300 pedibus, & non majora 500, latera erunt apta.

### PROBLEMA I.

### Datus ſit locus Z irregularis angulos & latera habens apta, quem oporteat irregulariter munire. *Fig. 27.*

1. Inquire inſtrumenti adminiculo minimum loci angulum qui ſit A; tum obſerva cujus figuræ regularis angulus circumferentiæ minimo angulo ſit æqualis aut proximè minor. Statuamus eum eſſe angulum quadrati.

2. Quære igitur in tabulis *cap. 5* lineas Colli quæ quadrato inſerviunt, quæ à lateribus abſciſſæ ſint AH, AH. Item quære Alas quadrati quæ normaliter erectæ ex H, H ſint HG, HG. Tum angulo A biſecto rectâ infinitâ AQ, ab eâ abſcinde lineam AF Capitalem quadrati ſimiliter inventam ex tabulâ: & junge FG, FG: habes HGFGH Propugnaculum Munimenti quadrati. Ubi nota ſi angulus minimus eſt 109 grad. aut inter 100 & 108, Alis dandos pedes 70.

3. Suprà reliquos angulos ſi itidem feceris propugnacula quadrato debita, perfecta erit loci munitio.

4. Si Cortina & Alæ in Cortinâ ſint alicubi nimis parva, iſthic fac Propugnaculum figuræ regularis proximè minoris, donec habeatur Cortina ſatis longa. Licebit etiam, ſi Ala Cortinæ ſit nimis brevis, minuere angulum Propugnaculi, ſalvâ tamen illius juſtâ magnitudine. Contra augere poteris Propugnaculi angulum ſi Ala Cortinæ eſſet valdè magna.

5. Anguli valde magni, qui nimirum majores ſunt 150 gradibus, muniendur ut latera recta, hoc eſt ita munies utrumque anguli latus tamquam una Cortina foret. Modus traditur infrà.

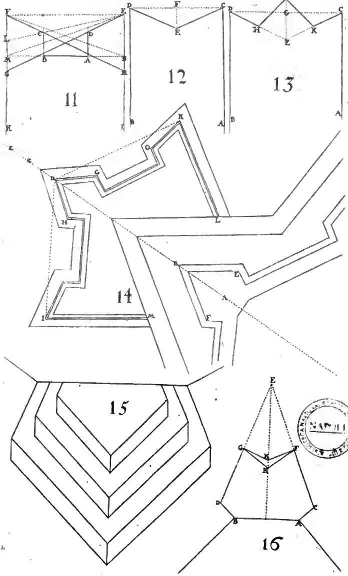
6. Si conſtructis ad eum modum, duce angulo minimo, Propugnaculis, Cortinæ & Alæ Cortinæ eâ ſint longitudine, ut decurtari poſſint ſalvâ earum debitâ quantitate, tunc angulos Propugnaculi licebit augere, augendo vel Alas vel lineas Colli, vel ſimul utraque, atque ita tolles ſi quid huic modo inſit incommodi, neque jam erit quod damnare Dogenus poſſit, neque opus erit operoſâ linearum inventione novâ per regulam proportionum.

### PROBLEMA II.

### Idem aliter efficere.

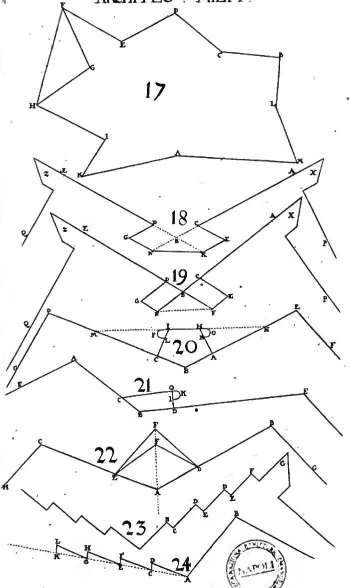
1. Metire ſingulos loci angulos, & vide quarum figurarum regularium angulis æquales ſinguli ſint aut proximè majores.

2. Su-




NAPOLI

Digitized by Google




NAPOLI

Digitized by Google

2. Super ſingulis dati loci angulis conſtitue Propugnacula, lineis Colli, Alis, Capitali, deſumptis ex figuris ſis, ad quarum circumferentiæ angulos proximè accedunt ſinguli anguli loci dati.

Res exemplo illuſtrabitur. Ponatur angulus A proximè reperiri minor angulo quadrati. Suprà hunc fac Propugnaculum quadrati. Angulus deinde B ſit proximè major angulo hexagoni. Oportebit igitur ſuprà B conſtruere Propugnaculum hexagoni; & ſic deinceps.

Fig. 27. 3. Quod ſi extructis hunc in modum Propugnaculis v. g. ſuprà B hexagoni, ſuprà C pentagoni contingat Cortinam LK notabiliter breviorem eſſe 300 pedibus, conſtitue ſuper B Propugnaculum pentagoni & ſuper C quadrati. Si Cortina nondum æquet 300 pedes, etiam ſuper B Propugnaculum quadrati facies. Quod ſi tum adhuc 300 pedibus Cortina ſit minor, latus CB erit ineptum.

### PROBLEMA III.

### Idem adhuc aliter efficere.

Fig. 27. Tertius modus hic eſt (*fig.* 27) Si angulus loci notabiliter differat ab angulo proximæ figuræ regularis, tum iiſdem datis quæ in aliquo ſex modorum *cap.* 5, inveniantur pro ſingulis angulis A,B, omnes anguli & lineæ ut fecimus ibidem in munitione regulari. Dogenus *pag.* 204 videtur præferre pro hoc negotio modum 3. *cap.* 5.

2. Suprà angulum A fac Propugnaculum, aſſumptis lineis Colli, Capitali, Alis, quas inveniſti pro angulo A. Similiter ſuprà angulum B fac Propugnaculum aſſumptis lineis Colli, Capitali, Alis, quas inveniſti pro angulo B; & ſic in reliquis angulis C, D, E.

3. Si ordinatis hunc in modum Propugnaculis, inveniatur Cortina nimis brevis, occurrendum erit huic vitio ferè ut *num.* 3. *probl.* 2.

4. Munitâ demùm hunc in modum figurâ, prout circumſtantiæ variæ poſſunt exigere, liberè immutari poterit proportio Alarum, Facierum, anguli Propugnaculi &c. modò in canones *cap.* 3 fixos non peccetur. Tabulas habet Dogenus poſt *pag.* 200. Hic modus colligitur ex Dogeno.

## CAPUT XVII.

### Quomodo locus irregularis habens angulos & latera inepta munire debeat.

### PROBLEMA I.

### Loci irregularis (A) angulos ineptos munire.

Fig. 28. 1. Si angulus SIB ſit tantùm paulò minor recto, extrue ſuper eo Propugnaculum quadrati, atque hujus angulum Q (erit enim juſto minor) abſcinde factâ forcipulâ, ſeu externo angulo NOP. Alij, quando angulus mediat inter 80 & 90 gradus, malunt opus Cornutum præſtruere. Optimum judico ſi utrumque conjungatur.

2. Si angulus (BCH) fuerit minor 80 gradibus, ſed major 60, opere Coronato cingatur. Alij angulum ipſum præſcindunt, ſi propè ad 60 gradus accedat & in forcipulam mutant DFE. Optimè conſulet Munimento qui utraque conjunget.

3. Si angulus aliquis v.g. SGH reperiatur minor 60 gradibus, mutetur figura loci ducto novo latere GRC quòd angulos juſtæ magnitudinis cum utroque latere SG & BC conſtituat.

4. Licebit etiam non rarò ineptum angulum ſi 60 gradibus non ſit minor, mutare in Propugnaculum integrum vel dimidiatum; aut in Parmulam, vel Caſſidem, aut cum truncatum convertere in Forcipulam, vel potiùs in Cornutum.

### PROBLEMA II.

### Loci irregularis angulos externos munire. Fig. 29.

Datus ſit irregularis loci angulus externus ABC quem munire oporteat.

1. Si extremitates laterum A & C à ſe mutuo diſtent neque minùs 518 pedibus neque plus 826, ſuprà angulos A & C conſtrue Propugnacula integra, ut docuimus *capite* 16. *probl.* 1. & 2.

2. Si diſtantia extremitatum A, C ſit major 826 pedibus angulo externo B inſuper Ravelinus, aut Cornutum, aut utrumque præſtruatur. Fieri etiam in lateribus poſſent defenſiones mediæ (de quibus *cap.* 5. *num.* 9.) adjecto inſuper Ravelino.

3. Si diſtantia extremitatum A, C minor ſit 518 pedibus, fiant duo dimidiata Propugnacula pro defenſione laterum AS, CR: angulo autem externo ABC Ravelinus major præſtruatur. Fig. 30.

4. Denique omnium optima externi anguli munitio habebitur, ſi ducto latere novo GC loco includatur; ac tum anguli BCG, SGC latuſque GC muniantur juxta modum *cap.* 16 traditum. ſi apta ſint; ſi inepta, juxta methodum hoc capite jam partim traditam, partim tradendam. Fig. 28.

### PROBLEMA III.

### Dati irregularis loci latera nimis longa munire.

Fig. 31. 1. Latus nimis longum ſit AB. Metire minimum loci angulum, A, & obſerva ut ſuprà ad cujus figuræ regularis angulum circumferentiæ proximè accedat: ponamus accedere proximè ad angulum pentagoni. Et biſariam ſeca latus AB in G: abſcinde item lineas Collares pentagoni AO, BN. Quoniam pentagoni angulo poſuimus proximum eſſe angulum minimum A. His peractis, ſi reſidua GO, GN ſint non minora 300 pedibus, nec majora 500, conſtitues ſuprà medium Cortinæ punctum G Propugnaculum planum, juxta methodum traditam *cap.* 14. *num.* 11, in quâ hoc ſolùm muta, ut lineæ Colli GI, GH æquales ſumantur lineis Collaribus AO, BN Propugnaculorum angulis vicinis impoſitorum.

2. Si latus aliquod v. g. AL tantæ longitudinis ſit, ut ipſo in plures partes æquales Lϖ, ϖϑ, ϑA diviſo, abſciſſíque lineis Colli Aβ, ϑζ, ϑλ, ϖα, ϖφ, Lψ Cortinæ intermediæ βφ, αλ, ζβ ſint non minores 300 pedibus, neque majores 500, plura ſuprà latus AL Propugnacula plana conſtitues.

3. Latus cui duo Propugnacula non ſufficiunt, tria verò abundant, potiùs duobus magnis, quàm tribus parvis muniatur.

4. Si latus nimis longum ne unum quidem Propugnaculum planum admittat, Ravelinis aliiſque operibus Cortina muniatur, ſed eorum orthographia communi ſit fortior.

*Nota* Univerſim latera nimis longa & nimis brevia vel corrigi poſſunt vel non. Corrigi poſſunt quando nimis longa decurtari poſſunt & nimis brevia produci. Faciendo v.g. ex trypezio quadr. Licebit quoque lateri nimis longo angulum ſuperſtruere qui duo nova latera juſta exhibeat.

## PROBLEMA IV.

### Dati loci irregularis latera nimis brevia munire.

1. SI plura latera minora ſint 300 pedibus; immutetur figura, & muniatur juxta modum aliquem hactenùs traditum.

2. Si figura loci immutari nequeat, vel Cortinæ Parmulis muniantur, quarum orthographia ſit fortior ordinariâ, vel anguli cingantur Operibus Coronatis. Mutari etiam poterunt in Forcipulas aut Cornuta, aut uno Propugnaculo obumbrari.

3. Si latus muniendum abſciſſis utrimque lineis Colli quadrato debitis, minus ſit 300 pedibus, non exſtruentur Propugnacula ſuprà angulos adjacentes dicto lateri, quamvis apti eſſent, ſed alijs operibus externis munientur. Et quidem ſi anguli medient inter gradus 90, 120 Opus Cornutum perſtruatur: ſi majores 120 gradibus in ipsâ foſsâ Ravelini, ſive Propugnacula abſciſſa, angulis objiciantur.

4. Emendatur etiam ſubinde latus nimis breve, eademque latera vicina nimis longa, ſi Propugnacula fiant irregularia quorum Colla ferè tota rejiciantur in latera longiora.

## PROBLEMA V.

### Urbes antiquæ qui muniendæ.

1. VAllum antiquum ſi robuſtum ſit & muro ac turribus cinctum, minimè diruendum; Novâ igitur munitione circumda, quæ ſi fieri poſſit, regularis ſit, aut quàm proximè ad regularem accedat. Inter Munitionem novam & foſſam veterem pomerium ſatis amplum relinquatur ad militares uſus neceſſarium.

2. Si munitio antiqua ſit terrea, aut ſine magno labore ac ſumptu emendari poſſit, procedatur juxta regulas Munitionis irregularis hactenùs traditas. Pleræque urbes Gallicæ, Belgicæque, Parmulis, Caſſidibus, Cornutis alijſque prætenturis ſunt communitæ: quarum ſtructura cùm Propugnaculorum ſuppleat vices, robuſtior ſit oportet. Non raro Loricâ promurali, & Viæ Tectæ Loricâ, & foſsâ Loricam extimam ambienti, ſudibuſque circumdatâ muniuntur.

*Corollarium.*

Ex tribus præcedentibus capitibus intelligitur quâ methodo quævis irregularia loca munienda ſint, ſive omnibus ſimul defectibus ſuprà memoratis laborent, ſive non omnibus. Illud porrò in munitione cujuſcumque irregularis loci obſervandum eſt, ut ichnographiam loci deſcriptam habeat, ut ſic melius poſſit diſpicere quæ muniendi forma & quæ opera loco dato maximè conveniant. Cæterum quemadmodum figura quæ munitur, irregularis eſt, ita etiam Propugnacula, Opera Cornuta, Ravelinus &c. irregularem non raro figuram ſortiuntur, loco id exigente.

## CAPUT XVIII.

### Reliqua ad munitiones irregularium pertinentia.

QUædam ex dicendis communia ſunt etiam regularibus. Commodè ſimul omnia hoc loco expediemus.

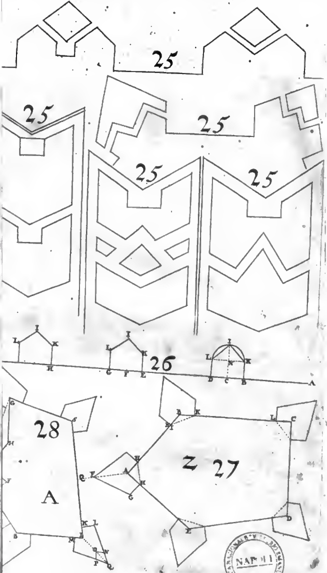
1. Loca quibus vicinus Mons, aut Collis altior dominatur, ad muniendum inepta ſunt. Aut igitur Collis mœniorum ambitu includendus, aut ſi includi nequeat, providendum omni ſtudio eſt, ne ab hoſte occupetur: quod fiet ſi Munimento novo ac firmo inſideatur; aut cùm id fieri non poterit, ſi Propugnaculo Cortinæve, cui Collis imminet, Collis viciſſim Tormentarius imponatur. Si arces ſeu urbes montibus ſunt inædificatæ, quibus à ſuffoſſione periculum eſt, radices montis munitionibus ſunt includendæ.

2. Portarum locus commodiſſimus & tutiſſimus eſt inter duo Propugnacula in Cortinæ medio: nullo enim loco certiùs ac faciliùs defenduntur. Pari de cauſa flumina urbem interſecantia tutiſſimè excipiuntur inter duo Propugnacula.

3. Ad magnas urbes in officio continendas nihil aptiùs eſt quàm arcem adjungere eo loco unde civitatem ſibi obnoxiam habeat. Circa harum conſtructionem ſitumque hæc obſerva. 1. Fortiſſimum urbis locum occupent. Quare ſi mons aut rupes intra urbem ſit, ibidem conſtruatur. Ita Namurci, Cameraei, Neapoli alijſque in locis factitatum. 2. Præcipuum ad urbem acceſſum, cujuſmodi ſunt portus &c. inſideat, & obnoxium habeat. 3. Sit pentagona, hæc enim figura aptiſſima: nam quadrata & imbecillior eſt & minùs capax; figuræ reliquæ pentagonâ majores capaciores ſunt quàm ſit neceſſe & nimis ſumptuoſæ. Arces pentagonas habent Antverpia, Turinum, Ambianum, Vitriacum, Phaltzburgum, Stenaia, pluri-mæque aliæ: hexagonas Mediolanum, Perpignianum, Caſalia. Septangulas Manhemium, Verodunum, Blavetum. 4. ita collocandæ ut duo Propugnacula urbi obvertant, tria campo. Atque una civitatis Cortina AB arcis Cortinæ T occurrat inter bina Propugnacula C,G. Quorum alterum C, civitatem, alterum G hoſtem reſpicit, ut expreſſum habes in *fig.* 32. Poſtremum illud non leve commodum adfert, *Fig.* 32.
ſic enim Propugnaculum G ex Cortinâ urbis validè defenditur, ipſa etiam urbis Cortina ſtringitur ex arce. Unde vehementer errant, qui arces longiùs ſemovent ab urbibus. 5. Portas habeant ad minimum binas unam versùs urbem, alteram versùs campum, per quam induci poſſint ſuppetiæ cùm opus fuerit. 6. Inter arcem & domos urbis planicies intercedat juſtæ magnitudinis. Exemplum arcis omnibus numeris abſolutæ præbet Antverpiana. Hæc enim binis Propugnaculis urbem habet obnoxiam, binis Scaldim præterfluentem ſtringit, tribus campo dominatur. Cæteris quoque omnibus, ſive ad formam, ſive ad ſitum ea pertineant, inſtructa eſt.

4. Urbium latera quæ fluvijs alluuntur, ſufficiet levi opere munire, vel ſimplici nimirùm externo, internóve angulo, vel defenſionibus medijs quas terminant dimidiata Propugnacula. Latera rectè munies Operibus Cornutis loco accommodatis. Vide *figuram* 33. Portus non ſolùm oſtia, ſed etiam latera longiora munitionibus firmanda. Si urbs ab amne ad muſqueti jactum diſtet, eum ſibi arce ſtructâ conjunget. *Fig.* 33.

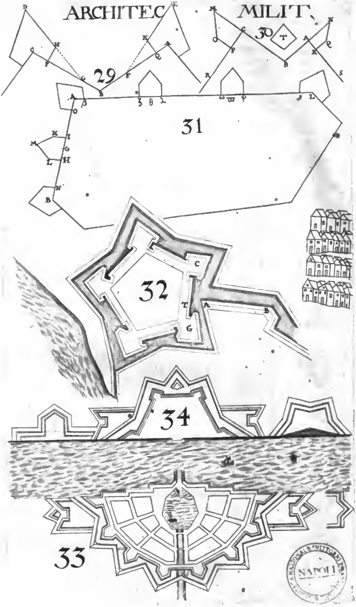
5. Ri-




NAPOLI

Digitized by Google

ARCHITEC. MILIT.




NAPOLI

5. Ripa urbi oppoſita, ſi intra muſqueti ictum diſtet, ſitque in amico ſolo minùs operosè munienda, dimidiatâ nimirum ſtellâ ſexangulâ, aut Propugnaculo plano. Si eſt in hoſtili ſolo; aut quamvis in amico extra tamen jactum muſqueti, dimidiato hexagono regulari, cujus latera Cornutis protegantur, alijſque operibus communies. *Exemplum* habes in *Fig.* 34. Huius rei neglectu perijt Neomagum. De his omni-
Fig. 34. bus vide plura apud Dogenum *lib.* 2. *cap.* 8.

***Finem Munitioni irregulari imponant ſequentes regula, quarum magnus toto hoc in negotio uſus.***

I. Munitio irregularis ad regularem omninò aut quàm proximè reducatur.

II. Sit circumquaque quantum fieri poterit æqualis, ſeu æquè firma.

III. Munimentum eodem vallo ſeu ambitu capacius, præferatur minus capaci.

IV. Latera introrſum ſinuata, hoc eſt angulum externum continentia, vitentur, quia locum minuunt & majori ſumptu exſtruuntur.

V. Propugnacula poſſunt eſſe irregularia & diſſimilia. Ea enim munitio habenda eſt formoſiſſima, quæ fortiſſima.

VI. Propugnaculorum diſtantia (juxta Dogen *pag.* 188.) minima ſit Pertic. Rhynl. 60, maxima 80.

VII. Angulus Decuſſationis quantum fieri poteſt, ſit ex adverſo medietatis Cortinæ.

VIII. Imminenti colliculo, aut flumini in foſſam urbis illabenti, Cortinam potiùs objice quàm Propugnaculum, hoc enim illa fortior eſt.

# PARS III.

## DE OPPUGNATIONE ET DEFENSIONE.

OPpugnationis quinque ſunt actus, Circumvallatio, Acceſſus & Suggeſta Tormentorum, Perforatio Loricæ extimæ, Vinea, Valli per Cuniculos diffractio.

Primò igitur locus qui oppugnari debet, Vallo perpetuo omnis generis operibus communito ita clauditur, ut exitus vel introitus nullus pateat. 2. Per foſſas infrà horizontem depreſſas varijſque flexibus ita ductas, ut ſtringi è loco obſeſſo numquam poſſint, ad Loricam extimam penetratur. 3. Lorica extima ductu jam non amplius obliquo, ſed breviſſimo, hoc eſt directo, perfoditur. 4. Impletur foſſa aggere per eam ad Vallum uſque perducto cui deinde Vinea imponitur. Si foſſa eſt ſicca, Vinea nonnumquam ſubterranea ad locum Cuniculo deſtinatum dirigitur. 5. Per Vineam jam abſolutam, abſque periculo ad Vallum foſſores accedunt, & ſcrobem effodiunt, pulveriſque nitrici eam quantitatem deponunt quæ moli ſuperſtanti diffringendæ ſufficiat. Quo deinde accenſo, Valloque diffracto, milites per Vineam ad ruinam ducuntur ut in urbem jam patentem irrumpant. Hæc Oppugnationis eſt ſumma, cujus partes ſeorſim ſingulas & breviter exponam.

## CAPUT XIX.

### De Circumvallatione.

CIrcumvallatio conſtat Caſtris, Lineis, & Munitionibus omnis generis. Ipſa quoque Caſtra, quæ quaſi minores quædam circumvallationes ſunt, poſtrema duo complectuntur, Lineas nimirum & opera varia.

### PROPOSITIO I.

### Caſtrorum diſpoſitio.

1. CAſtra (*Quarteria* vulgò appellant) ijs locis conſtituantur, ubi facilior externo hoſti eſt aditus.

2. Ne ſint eo loco ubi aquis poſſint inundari.

3. Tot ſint, ut ex ijs in omnes Circumvallationis partes ſubmitti facilè poſsint ſubſidia.

4. Sint extra jactum Tormenti Urbani, aut certè tantum diſtent, ut parùm damni à Tormentis metuant.

5. Statuantur ſi fieri poteſt ad flumen.

6. Caſtra ut & reliqua omnis Circumvallatio, Lineis (*Trencheis*) hoc eſt Vallo perpetuo varijſque operibus muniantur.

### PROPOSITIO II.

### De Lineis, vulgò Trencheis.

LIneæ obſidionales ſunt Vallum quoddam perpetuum, quæ tam caſtra, quàm reliquum locum omnem circa urbem obſeſſam ambiunt, circa has obſerva.

1. Sint duplices, aliæ interiores quæ obſeſsis objiciuntur ne eruptionibus ſuis noceant obſeſſoribus, aliæ exteriores quæ hoſtem externum arcent. Exteriores ſint validiores interioribus; imò cùm exiguum in urbe præſidium, interiores aut omitti planè poſſunt, aut certè leviter conſtruendæ.

2. Ductu recto Lineæ præſertim exteriores non extendantur ultra 750 pedes. Poſt ſingulos 750 pedes varijs interpoſitis objectiſque Munitionibus roborentur. Adhiberi ſolent, Reductus ſive Turriculæ, Defenſiones mediæ, Anguli Externi & Interni, Forcipulæ, Stellæ, Caſtella quadrata cum integris Propugnaculis. Caſtella varia cum Propugn. dimidijs, Propugnacula plana integra, & dimidiata, Ravelini, Semilunæ, Cornuta, Coronata. Hæc omnis tam varia, tamque multiplex Munitionum ſupellex nec aliàs, nec alibi magis quàm ætate noſtrâ & in Belgio, in obſidionibus Sylvaducenſi, Bredana utrâque, Trajectenſi, alijſque compluribus uſurpata eſt. Horum pleraque in præcedentibus ſunt tradita: quæ reſtant, propoſitionibus ſequentibus exponemus.

3. Linearum Orthographia, & Ichnographia varia eſt pro locorum ac periculi ratione, triplicem ſubjungo, in obſidione Sylvaducenſi uſurpatam.

| | | |
|---|---|---|
| Baſis Loricæ. | $7\frac{1}{2}$. | 7. |
| Declivitas exterior. | $2\frac{1}{2}$. | 3. |
| Declivitas interior. | 1. | 1. |
| Altitudo interior. | 6. | 6. |
| Altitudo exterior. | 5. | 5. |
| Pars ſuperior. | 4. | 3. |
| Scabelli latitudo. | 3. | 3. |
| Scabelli altitudo. | $\frac{1}{2}$. | $\frac{1}{2}$. |
| Margo. | 3. | 3. |
| Latitudo foſſæ | 12. | 8. |
| Exterior decliv. foſſæ. | 4. | 2. |
| Interior decliv. foſſæ. | 4. | 2. |
| Profunditas foſſæ. | 5. | 2. |
| Latitudo fundi. | 4. | 4. |

Adventante regio exercitu, Batavi circumvallationem roborarunt magis, baſim Loricæ auxerunt


ad

ad 9 pedes tribus Scabellis appoſitis, quorum latitudines junctæ 9 explebant pedes. Altitudo Loricæ erat pedum ſimiliter 9, latitudo foſſæ 15.

### PROPOSITIO III.

### Reductum ſive Turriculam extruere.

Res facillima eſt cùm eorum forma ſit ſimpliciter quadrata. Deſcribe igitur in terrâ Lineam 48 pedum, ac ſuper eâ quadratum delinea, factúmque eſt quod petebatur.

Orthographia & Ichnographia eſt hujuſmodi.

| | |
|---|---|
| Baſis | 14 aut 20. |
| Latitudo ſuper: | 4 aut 6. |
| Altitudo | 8 aut 10. |
| Margo | 2 aut 3. |
| Foſſæ latitudo | 15 aut 24. |
| Foſſæ profund. | 5 aut 6. |

Loricæ duo aut tria adjiciuntur ſcabella gradatim ſuprà invicem extructa.

### PROPOSITIO IV.

### Stellam delineare.

*Fig.* 35. UT quadrangulam delinees, ſic operare.

1. Deſcribe in campo lineam pedum 48 aut 50, ac ſuper ea quadratum deſcribe.

2. Latus AB biſeca in C, & ex C perpend. ducito CD parem $\frac{1}{4}$ ipſius AC, ſive $\frac{1}{8}$ totius AB.

3. Junge AD, DB, ſi hæc conſtructio in orbem fiat, habebis ſtellam quadrangulam.

*Fig.* 36. Pro quinquangulâ ſic operare.

Deſcribe pentagonum regulare ex latere AB biſecto in C perpendicularem excita CD parem $\frac{1}{4}$ AC, ſive $\frac{1}{8}$ AB. Et junge AD, DB, ſi ita conſtruas in orbem, prodibit ſtella quinquangula.

Pro ſexangulâ;

*Fig.* X. Deſcribatur ACE &c. hexagonum regulare per *prop.* 15. *lib.* 4. *element. à nobis editorum & caput* 6 *Architect. Milit.* ſingulæ facies AC &c. adæquent paſſus circiter 104: ad extremitates autem C, A &c. fiant anguli DAC, DCA &c. ſinguli 30 grad. Et fient DA, DC ſingulæ 60 paſſuum circiter.

Ichnographia & Orthographia eadem quæ Reductuum.

Stellæ majores in uſu non ſunt.

### PROPOSITIO V.

### Caſtellum quadratum dimidiata habens Propugnacula delineare.

*Fig.* 37. 1. Deſcribe quadratum ABCD, cujus latera nec minora ſint 120 Pedibus, nec majora 180.

2. Triſeca latera in F, F, L, M, Q, S, T, V.

3. Singulis lateribus adde $\frac{1}{3}$ BI, DN, CO, AH. Pro lineis autem Colli ſume $\frac{1}{3}$ in ipſis lateribus nempè BL, DQ, CT, AE.

4. Ex terminis Linearum Colli erige normales LK, QR, TX, EG quæ ſingulæ ſint $\frac{1}{3}$ lateris.

5. Ducantur rectæ IK, NR, OX, HG.

Habes caſtellum cum 4 dimidiatis Propugnaculis.

### PROPOSITIO VI.

### Caſtellum alterâ parte longius, cum dimidiatis Propugnaculis delineare.

*Fig.* 38. 1. Unum è minoribus lateribus AB triſeca, & abſcinde ipſius $\frac{1}{3}$ ex omnibus lateribus pro lineis Colli AF, BG, CO, DQ.

2. Singulis item lateribus adde AK, BL, CP, DS pares $\frac{1}{3}$ lateris AB.

4. Ex terminis linearum Colli erige perpendiculares FI, GM, ON, QR pares $\frac{1}{3}$ ipſius AB.

5. Junge KI, LM, PN, SR. Dico factum.

### PROPOSITIO VII.

### Aliud Caſtellum quadrilaterum cum dimidiatis Propugnaculis & duplici Forcipe delineare.

1. Sume laterum quadrati ABCD tertias partes pro lineis Colli CP, AM, BN, RD.

2. Lateri CD adde utrimque $\frac{1}{3}$ CI, DK: lateribus autem CA, DB ſimiliter adde partes tertias AS, BT. *Fig.* 39.

3. Ex terminis linearum Colli erige normales æquales; PX, ML, NV, RZ, & junge IX, SL, TV, KZ. *Fig.* 40.

4. Biſeca CD latus in E, atque inde abſcinde EG, EH pares $\frac{1}{6}$ lateris; indidemque erige normalem EF parem quoque $\frac{1}{6}$.

5. Junge EF, HF. Habes propoſitum.

Extruuntur ſubinde etiam Caſtella quadrata quæ duo habeant Propugnacula integra, in latere autem adverſo Forcipem duplicem. Vide *fig.* 40.

### PROPOSITIO VIII.

### Caſtellum trilaterum cum dimidiatis Propugnaculis delineare.

1. Deſcribe triangulum æquilaterum ABC cujus latera convenit eſſe minora quàm quadrati. *Fig.* 41.

2. A lateribus abſcinde tertias partes AI, BL, CK pro lineis Colli.

3. Ex terminis linearum Colli erige normaliter laterum partes ſextas IH, LM, KG.

4. Lateribus adde partes tertias BD, CE, AF, & junge FH, DM, EG. Habes propoſitum.

Caſtella quatuor præcedentibus propoſitionibus deſcripta, non promiſcuè & varietatis causâ extrui debent, ſed cum delectu pro locorum ratione. Quamvis autem robore multù cedant Caſtellis, quæ integra habeant Propugnacula; utiliter nihilominus adhibentur.

Orthographiam & Ichnographiam vel eamdem dabis quam Reductibus & Stellis, vel ſi majori ſit opus, eam quæ in obſidione Sylvaducenſi eſt adhibita; in quâ baſis Valli erat 27 pedum, altitudo 6, latitudo Valli ſuperior 18, baſis Loricæ 8, altitudo 6, Loricæ latitudo ſuperior 4. latitudo foſſæ 30.

## CAPUT XX.

### De Suggeſtis Tormentorum & Acceſſibus.

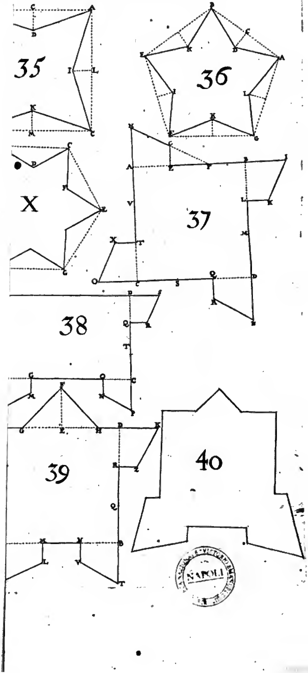
Circumvallatione qui primus eſt Oppugnationis actus, abſolutâ, ut traditum *præc. cap.* Suggeſta Tormentorum certis locis eriguntur, & per foſſas obliquas ad Loricam extimam itur. De his igitur præſenti capite.

### PROPOSITIO I.

### Suggeſtum offenſivum & defenſivum extruere.

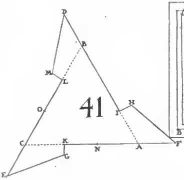
Duplex eſt Suggeſtus Offenſivus & Defenſivus. Hic ad externum hoſtem, ille ad obſeſſos dirigitur. Offenſivum ſic conſtrues. *Fig.* 42.

1. Nu-

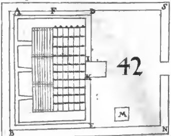



NAPOLI

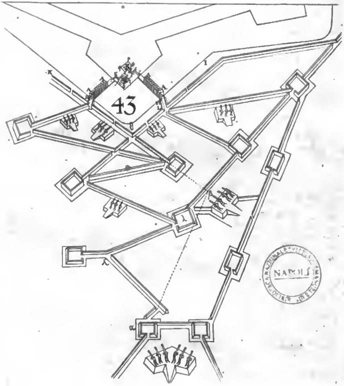
# ARCHITEC. MILIT.



41



42



43

NAPOLI

Digitized by Google

1. Numerum Tormentorum quæ in Suggeſtum ſubvehenda multiplica per 12. Productum dabit in pedibus longitudinem Suggeſtus. Tormenta enim diſtant à ſe mutuo pedibus 12 ſingula, duo autem extrema à latere Loricæ diſtant pedibus 6.

2. Latitudinem AD habebis ſi ad longitudinem Tormenti vehiculo ſuo impoſiti, addas ſpatium 10 aut 12 pedum AF, per quod Tormentum exoneratum poſſit retrocedere, & 5 inſuper aut 6 pedes FD pro circuitu & tranſitu.

3. Planum Suggeſtus versùs hoſtem ſit acclive ut Tormenta vi exploſionis retrò acta, ad locum ſuum facilè reducantur. Retrò item ſit aditus I, K, ſemita ad eum ducens modicè acclivis, ut ſubvehi Tormenta in Suggeſtum poſſint.

4. Quâ parte hoſtem Suggeſtus ſpectat Loricâ muniendus, cujus baſis ſit 12, 15, aut 18 pedum; altitudo 6. Ad latera AD, BE ſufficiet latitudo minor.

5. In Loricâ fiant tot feneſtræ, quot ſunt Tormenta: altitudo ſit pedum 3, latitudo exterior 4, interior 2. Eſt autem latitudo exterior major interiore ut Tormenta in plures dirigi partes poſſint.

6. Poſt Suggeſtum deſcribatur ſpatium Suggeſtui æquale ac ſimile DSNE, & in eo foſſa M quadrata fiat, longitudinem habens 10 aut 12 pedum: in quâ pulvis aſſervetur, ne ſcintilla aliqua poſsit incidere, orificium corio teges. Denique tam Suggeſtum ipſum AE, quàm ſpatium DN foſſa ambiet lata pedes 8 vel 10, profunda 6.

7. Suggeſtus primi diſtare ſolent à loco obſeſſo jactu muſqueti. Poſtmodò ad ipſas propè foſſas eriguntur. Regula generalis ſit quò propiores fuerint loco Tormentis concutiendo, eò effectum ſortiri majorem.

Suggeſtus Defenſivi minus ſunt operoſi, eorum Lorica ſi ex terrâ fiat, ſit pedes 6 aut 7 craſſa, altitudo ea ut Tormentum vehiculo impoſitum ſuperemineat. Pro Loricâ terreâ conſtitui etiam ſolent corbes viminei ingentes terrâ replendi.

## PROPOSITIO II.

### Acceſſus ſive Brachia ad locum Oppugnatione deſtinatum dirigere.

Fig. 43. 1. AD mille circiter pedum ab urbe diſtantiam foſſa aperiatur αϰ versùs locum obſeſſum ductu ſic obliquato, ut ex nullâ loci obſeſsi parte ſtringi poſsit. Quæ ubi ad ſpatium aliquod producta, nova in partem alteram linea effoditur κλ, ſimili obliquitate. Atque ita per varios flexus ad Loricam uſque proceditur, ubi tandem duabus foſsis longioribus θK, θI ad locum obſeſſum parallelis acceſſus perficiuntur. Ductus illi poſtremi obſeſſores inſtar Loricæ tegunt, ut cominus præſidiarios à Valli & foſſæ defenſione deterreant.

2. Quamvis ita inſtitui acceſſus debeant ut nuſquam ſtringi è Vallo hoſtili poſſint, ſedulò tamen obſervabit Architectus ne obliquiores faciat quàm ſit neceſſe cum temporis & expenſarum diſpendio. Exiſtimo duobus flexibus ad Loricam ſemper penetrari poſſe viâ multò breviori quàm ſi plures obliqui ductus inſtituantur. Ducatur enim à puncto ubi acceſſuum principium ſtatuis, recta linea αβ, quæ protracta cadat aliquantulum extra angulum Loricæ extimæ. Quod ſi linea producatur ex β quæ præter angulos Loricæ extimæ incedat, duobus flexibus αβ, βθ, ad Loricam pertinges. Cur tamen hæc accedendi forma minus uſitata ſit, hanc puto eſſe cauſam, quòd acceſſus longi faciliùs expugnentur quàm varijs flexibus interciſi.

3. Ad ſingulorum ductuum terminos Reductus exſtruantur eâ ratione ut bini à Reductu uno ſtringantur. Hic enim commodiſſimus Reductuum ſitus eſt. Si autem ductus aliquis ſit longior, etiam in medio Reductus ad defenſionem poſſunt extrui, quæ omnia figura 43 ſatis exprimit.

4. Terra quæ egeritur versùs hoſtem egeritur, ut uſum Loricæ foſſoribus præbeat.

5. Latitudo inferior ſit 6 pedum, ſuperior 12 aut 15. Profunditas minima ea ſit quæ hominem ſtantem junctâ altitudine Loricæ tegat. Quò propiùs acceditur, eò profunditas ſit major. Latitudo etiam augeri debet, ſi materia Vineæ per foſſas advehenda. Scabella ſubinde etiam terna Loricæ apponuntur.

6. Ad tutelam acceſſuum Suggeſtus Tormentorum idoneis locis collocandi.

## CAPUT XXI.

### Perforatio Loricæ extimæ.

ACceſſibus ad Loricam uſque perductis, foſſæ binæ longiores, ut ſupra diximus, loco obſeſſo parallelæ duci debent, Loricâ versùs hoſtem præſtructâ. In his collocandi Fiſtulatores, qui prohibeant obſeſſos capita ſuprà Vallum attollere. Fig. 43.

2. His peractis, quando foſſas obliquare jam deinceps non licet, neceſſe eſt ut à ductu illo longiori ad locum impetendum parallelo Canalis rectus LH, Sappam appellant, per Loricam ad foſſam uſque Munimenti ducatur. Haud dubiè hoc opus periculoſæ plenum eſt Aleæ, quando ex Vallo directis ictibus impeti foſſores & ſterni poſſunt. Periculum minuitur hiſce modis. 1. Milites in foſsâ θI, θK diſpoſiti continuis exploſionibus impediunt Propugnatores. 2. Tormentis Loricæ, Alæ, & Valli oppoſiti franguntur ut jam conſiſtere in Vallo præſidiarij tuto nequeant. Canalis profundior ſit reliquis acceſſibus. Et ſupernè ramis, ſtramine, virgultis, pellibus alijſque rebus tegitur, ut ſi vir glandibus intercludi nequeat, conſpectui certè jaculantium foſſores eripiantur. 4. Canalis hic dirigendus ad eam Munimenti partem, quæ Vineæ cuniculo deſtinata eſt. Quare ſi Munimentum ſuis numeris abſolutum oppugnas, numquam ad Cortinam aut angulum Propugnaculi, ſed ad alterutram Propugnaculi Faciem dirigatur. Nam qui Cortinam aggreditur ab utroque Propugnaculo & ex propinquo, qui Propugnaculi angulum ex binis itidem Propugnaculis licet remotioribus impetitur. Ubi interim qui Faciem ſibi ſumpſit expugnandam ab uno tantùm latere infeſtari poteſt. Quod ſi, ut in locis irregularibus non perfectè munitis ſæpè accidit, Cortina non habeat plenam utrimque defenſionem, poteſt transfoſſio & aggreſſio dirigi ad medium Cortinæ punctum.

## CAPUT XXII.

### De aggere & Vinea.

SAppâ LH per Loricam & viam coopertam ad foſſam uſque perductâ reliquum eſt, ut foſſa compleatur aggere per eam ducto, & Vinea ſuper aggerem conſtruatur. Fig. 43.

1. Foſſa ſive ſicca ea ſit, ſive aquea, completur ſaxis, ramis, faſcibus arborum, truncis, ſaccis terrâ plenis. Sic autem materia quæ injicitur ordinanda,

# ANDREÆ TACQUET

## E SOCIETATE JESU

# CYLINDRICA ET ANNULARIA

## QUINQUE LIBRIS COMPREHENSA.

# DEFINITIONES AD LIBRUM PRIMUM ET SECUNDUM.

1. F*igura plana duci perpendiculariter, ſive rectò*, dicitur, cùm ita movetur, ut rectam, quæ ipſi à principio perpendicularis fuit, ad rectos ſemper angulos, & in eodem ſui puncto tangat.

Schematiſmus I. Fig. 1. Sit figura plana quævis B E D, ad quam perpendicularis erecta ſit E K: ſi figura ſic feratur per E K ſibi à principio perpendicularem, ut eam perpetuò tangat ad rectos angulos ſecundùm idem ſui punctum E; dicetur eſſe *perpendiculariter ducta*.

2. *Obliquus* verò *planæ figuræ ductus* erit, cùm ita movetur, ut rectam, quæ ſibi à principio obliqua fuit, ſub eodem ſemper non recto angulo, & ſecundùm idem ſui punctum tangat.

3. *Cylindrum* voco, ſolidum ex cujuſvis planæ figuræ, ſive perpendiculari, ſive obliquo ductu procreatum.

Hinc intellige quid ſint *Cylindri* non tantùm *Circulares*, ſed etiam *Ellyptici*, *Parabolici*, *Hyperbolici*, &c. Sed quoniam ſingulis quædam inſunt propria, eos ſigillatim definiemus.

4. *Cylindrus circularis rectus* eſt, qui fit ex ductu recto circuli, vel, qui ſectus plano ad axem recto, circulum exhibet.



Omnis igitur Circularis Cylindrus eſſentialiter rectus eſt: & Scalenus, licet baſim habeat circulum Circularis non eſt: erit autem Circularis (tametſi baſim habeat ellipſim) Scalenus ille, qui plano ſectus recto ad axem, circulum exhibebit.

5. *Cylindrus Ellypticus*, eſt qui ex Ellipſeos ductu recto producitur, vel, qui plano ſectus recto ad axem, ellipſim exhibet.

Omnis igitur Cylindrus Ellipticus neceſſariò rectus eſt: & Scalenus, quamvis baſim habeat Ellipſim, Ellipticus non erit, ſi ſectus plano ad axem recto exhibeat circulum: erit autem Ellipticus (quamvis baſim habeat circulum) Scalenus ille, qui plano ſectus recto ad axem ellipſim exhibet.

*Quamvis autem omnes tum Elliptici, tum Circulares Cylindri neceſſariò recti ſint: illis tamen hanc vocem* (rectus) *deinceps adjungemus, non quaſi poſſint ulli eſſe non recti, ſed ut hanc eorum naturam, quæ non omnibus ita ſtatim ſeſe offerat, indicemus.*

6. *Cylindri Parabolici & Hyperbolici* ſunt qui producuntur ex ductu ſeu recto ſeu obliquo parabolæ, & hyperbolæ.

7. *Axis* horum Cylindrorum eſt recta C F, ſubtenſarum D B, L H media puncta connectens. Fig. 1.

8. *Portionem Cylindri Circularis* voco, quæ per

# CYLINDRICORUM
# ET
# ANNULARIUM
## LIBER PRIMUS.

a Defin. 1. 15. 16. *Hujus primi libri argumentum eſt a Portio Cylindri non Circularis tantùm, ſed Elliptici etiam, Parabolici, Hyperbolici, quin etiam ex cujuſvis figura planè recto ductu procreati. Ordinis gratiâ in quatuor partes diſtinguo.*

## SYNOPSIS.

### PARS I.

b Defin. 19. PORTIONES cum b rotundis baſium ſolidis comparantur, demonſtratur igitur cujuſcumque Cylindri non Circularis modò, ſed Elliptici etiam, Parabolici, Hyperbolici, aut alterius cujuſcumque Portionem, ad rotundum baſeos ſolidum eam habere rationem, quam Portionis altitudo C B, ad circumferentiam circuli, cuius radius eſt A C baſis trianguli A B C, quod Maxima eſt c ſectio portionis. Decem prima theoremata apparatum ſolummodò continent ad ſequentia.

*Schematiſmus 2. & 4.*

c Defin. 12. 19.

### PARS II.

PORTIONES, & Portionum ſegmenta cum inſcriptis ſibi pyramidibus componuntur, & Cylindri quidem Circularis Portio oſtenditur maximæ inſcriptæ pyramidis eſſe dupla. Id ipſum de portionibus Cylindri Elliptici per quaſvis diametros baſis abſciſſis, demonſtratur. Ad hæc oſtendo Portionem Cylindri Parabolici inſcriptæ Pyramidis maximæ ſeſquialteram eſſe: Cylindri autem Hyperbolici Portionem ita ſe habere ad maximam ſibi inſcriptam Pyramidem, ut eſt recta lateris tranſverſi baſeos ſeſquialtera una cum axe baſeos, ad latus tranſverſum cum axe. Ex his omnis generis Portiones non ſolùm à Circularibus Cylindris, ſed etiam à quibuſcumque aliis etiam hyperbolicis abſciſſæ cubantur. Exprimitur etiam ſegmentorum quæ à Portionibus reſecantur planis ſectioni maximæ parallelis ad inſcriptas maximas pyramides proportio, & Portiones à Cylindris Ellipticis per quaſcumque baſis diametros abſciſſæ omnes inter ſe demonſtrantur æquales.

### PARS III.

CYlindri Circularis Portio cum Elliptici Cylindri Portionibus; & harum ſingulæ cum ſuis quæque Cylindris comparantur. Demonſtramus autem tam Circularis Cylindri Portionem ad Cylindrum ſuum Circularem, quàm Elliptici Cylindri Portionem ad ſuum Cylindrum Ellipticum eam habere rationem, quam duæ tertiæ diametri partes ad circuli circumferentiam: Portionem verò Cylindri Parabolici ad ſuum eſſe Parabolicum Cylindrum ut 3. ad 16.

### PARS IV.

PORTIONIS à Cylindro circulari abſciſſæ ſegmenta planis d βπαϑ, N R T P H G K L ad maximam d ſectionem A B C rectis, versùs B C abſciſſa eſſe oſtendimus ad ſphæras diametrorum βϑ, N P, H L, ut Portionis altitudo C B ad circumferentiam D C E Y. Tum ipſa Portio cum ſegmento, quod ab ipsâ reſecatur, plano ad baſim parallelo confertur, atque inde circuli pendere quadraturam oſtendo. His verò hoc præmittimus theorema: ſi quodvis circuli ſegmentum B T C e circa diametrum G H, ſubtenſæ B C parallelam, in orbem duxerit, Portionem ſphæricam ab ipſo genitam æquari ſphæræ, cujus diameter eſt ipſa B C.

d Fig. 41.

e Schematiſmus 6. Fig. 40.

---

## PARS PRIMA.

### PROPOSITIO I.

Datæ ſunt binæ quantitates A & B, ſive ſuperficies, ſive corpora: data ſit item ratio quæcumque E ad F.

*Schematiſmus 1. Fig. 1.*

Si quantitatibus A & B; aliæ atque aliæ magnitudines ſine termino inſcribi poſſint, quæ & eam ſemper inter ſe rationem ſervent, quam E & F; & quanti-

## PROPOSITIO VII.

Schematiſmus I. Fig. 7. Data ſit cujuſcumque Cylindri recti portio per punctum in latere, & per baſeos centrum, ſive per axem baſeos, aut per ordinatim axi applicatam abſciſſa ADBCE, cuius maxima ſectio ABC altitudo CB, baſis DFCE. In Cylindricâ eius ſuperficie ducta ſit recta FG, & in baſi FK parallela ad CA.

Dico GF eſſe ad circumferentiam radio KF deſcriptam, ut BC eſt ad circumferentiam deſcriptam radio AC.

PRimò in portione Cylindri circularis ducantur in plano Elliptico DBE recta GH, parallela ad DA, in triangulo ABC recta HL, parallela ad BC; junganturque KG. Quoniam GF, BC ſunt partes laterum Cylindri, ex quo ſumpta eſt portio, erunt
a Per conſt. parallelæ. Quare cùm a HL ſit parallela ad BC etiam ad GF parallela erit. Quoniam igitur GF, FK ſunt parallelæ ad HL, LA, erunt plana KGF, AHL per illas ducta etiam parallela. Hæc autem ſecantur à plano DGBE, & communes ſectiones ſunt GK, HA. Ergo b GK, HA ſunt parallelæ.
b 16 Elem. 11. Sunt autem & parallelæ FK, LA. Ergo anguli GKF
c 11. elem. 11. & HAL c æquantur. Pari modo quoniam FG, GK æquidiſtant LH, HA, anguli KGF, AHL pares erunt. Jam autem ex demonſtratis patet AKGH eſſe parallelogrammum, ac proinde KG æquari AH. Er-
d 26. Primi elem. go d GF, HL æquales ſunt, item KF, AL. Sed
e 4. huius. e HL eſt ad circumferentiam radij AL, ſive KF, ut BC ad circumferentiam radij AC. Ergo etiam GF eſt ad circumferentiam radij KF, ut BC ad circumferentiam radij AC: quod erat demonſtrandum.

In portione Cylindri Elliptici, Parabolici, Hyperbolici demonſtratio eſt eadem.

### *Corollarium.*

Ex demonſtratione patet 1. GF æqualem eſſe HL. quod ſi per puncta F, L recta ducatur circumferentiæ baſis occurrens in N, & ex N erigatur in ſuperficie Cylindricâ recta NP, hæc quoque erit æqualis ipſi HL, ac proinde etiam rectæ FG.

Patet 2. FLN eſſe parallelam ad diametrum DE; cùm enim FL, GH jungant æquales, & parallelas GF, LH, etiam FL parallela eſt ad GH; hoc eſt per conſtructionem ad DA.

Patet 3. Si ex puncto quovis O rectæ FN diametro DE parallelæ erigatur OM æquidiſtans rectæ BC, ſive rectis FG, NP, occurrens Plano Elliptico DBE in M; hanc quoque ipſi LH, ac proinde & rectis FG, NP, æqualem fore.

Patet 4. puncta G, H, M, P, eſſe ad unam rectam quæ parallela eſt diametro DE.

## PROPOSITIO VIII.

Rotundum ſolidum ex quacumque plana figura EZL, quæ; a axem habeat AZ, circa ordinatim axi applicatam EL in orbem ducta procreatum per inſcripta Cylindrica corpora exhauritur. Schematiſmus 1. Fig. 8. a Defin. 20. huius.

AXis AZ in aliquot æquales partes dividatur, ductiſque per diviſionum puncta rectis γH, δK, βO, ad axem perpendicularibus, figuræ ſemiſſi EZA inſcribe rectangula, & conſcribe. Hæc ſi una cum figura EZA circa EA in orbem ducantur, ſemiſſi rotundi ſolidi dati inſcribentur, & conſcribentur Cylindrica ſolida: & ea quidem, quæ fient à rectangulis OA, EA, erunt Cylindri integri: reliqua Cylindri cavi, b quorum baſes erunt plani annuli SS, b Defin. 24. huius.
QQ, PP. Per hæc Cylindrica corpora datum ſolidum rotundum exhauriri, ſic oſtendo.

Producantur αHI, MKR, in B & C. manifeſtum eſt priora Cylindrica ſolida inſcripta, quæ fiebant à rectangulis Hδ, Kβ, OA, circa EA in orbem ductis, eadem eſſe cum aggregato Cylindrorum, qui fiunt à rectangulis HA, KB, OC, circa EA converſis, ſicut rectangula ipſa ſunt eadem. Similiter priora Cylindrica corpora conſcripta, quæ fiebant à rectangulis αγ, Mδ, Gβ, FA eadem eſſe cum aggregato Cylindrorum genitorum à rectangulis αA, MB, GC, FD, Ergo priorum conſcriptorum, & inſcriptorum, eadem eſt differentia, quæ eſt poſteriorum. Atqui po-
ſteriorum differentia eſt c Cylindrus αX. Ergo etiam c Vide Arch. 24 de conoid.
priorum differentia erit Cylindrus αX. Sed Cylindrus αX, fit tandem quocumque dato minor: ſi enim AZ in plures ſemper, ac plures æquales partes dividatur, fiet tandem γH, ſive Zα Cylindri altitudo datâ minor. Ergo differentia priorum conſcriptorum, & inſcriptorum, nimirum differentia aggregati Cylindricorum ſolidorum, à rectangulis αγ, Mδ, Gβ, FA genitorum, & aggregati Cylindricorum, quæ producta ſunt à rectangulis Hδ, Kβ, OA, tandem erit minor dato. Ergo multò magis ipſius rotundi ſolidi & ipſi inſcriptorum, tandem dato minor erit: quod erat demonſtrandum.

## PROPOSITIO IX.

Cylindri recti circularis portio per centrum baſis & latus ſecta per inſcripta priſmata exhauritur.

ESto Cylindri Circularis portio obliquè per centrum ſecta ADBCE, ſectio maxima ABC, Schematiſmus 1.
baſis DCE ſemicirculus, altitudo BC. Fig. 9.

Radio AC in aliquot æquales partes ſecto, per ſectionum puncta MS, duc parallelas ad DE, & comple rectangula HI, RG ſemicirculo inſcripta, item rectangula Dπ, Kϱ, αγ eidem ſemicirculo circumſcripta.

Ex punctis I, G, K, α, erigantur in Cylindricâ ſuperficie rectæ IO, GΦ, KQ, αδ. Erunt hæ parallelæ ad altitudinem portionis BC, adeoque perpendiculares baſi. Ex punctis quoque L, π, ϱ, X, ξ γ, erige LN, πF pares ipſis KQ, IO; & Xβ, ϱψ pares ipſis αδ, GΦ; & ζω, γς pares ipſi βC; ſintque omnes parallelæ ad BC, unde etiam rectis IO, GΦ,

KQ, *a* parallelæ erunt. Ex punctis quoque R, θ erige uſque ad planum Ellipticum DBE rectas R T, θλ parallelas ad KQ. LN, IO, ϖF, quæ ipſis proinde æquales *a* erunt. Erunt autem puncta N, Q, T, λ, O, F, item puncta β δ φ ψ; item puncta ϖ, B, ς, ad rectas lineas in plano Elliptico exiſtentes. Per rectas ϖζ, δϖ, TR, & ζϖR; item per rectas ςγ, φG, λθ, & γGθ ducantur plana in plano Elliptico facientia ſectiones ϖδT, ςφλ. Rurſum per rectas βX, QK, & XKH, item per ψς. OI & ςIP ducantur plana, in plano Elliptico ſectiones facientia βQH, ψOP. Denique per rectas LN, LD, & Fϖ. ϖE duc plana, quæ in plano Elliptico ſectiones faciant N D, F E.

*a Corol. 7. huius.*

His planorum ſectionibus manifeſtum eſt portioni inſcriptum eſſe corpus ex pluribus rectis compoſitum priſmatibus. Primum eſt triangulare HQKIOP, cujus parallela plana ſunt triangulo rectangula H Q K, POI. Alterum eſt priſma rectum quadrangulum RTδϖGθλφ, cujus adverſa plana parallela ſunt RTδϖ. & θλφG trapezia, quorum bina latera TR, δϖ, & λθ, φG æquidiſtant. Reliqua ſolida ſi plura forent inſcripta, quadrangula quoque priſmata eſſent. Pari modo liquet portioni conſcriptum eſſe corpus priſmatibus conſtans, uno pluribus, quàm inſcriptum. Quorum primum eſt rectum priſma triangulare, cujus parallela plana ſunt DNL, EFϖ triangula rectangula. Reliqua KQβXςIOψ, & ϖδϖζγGφς ſunt priſmata recta quadrangula, quorum parallela plana ſunt trapezia rectangula bina latera ϖδ, ζϖ, & Gφ, γς habentia parallela.

Dico primò ſi plura ſemper ac plura rectangula baſi inſcribantur & conſcribantur, factiſque per latera ſectionibus ut priùs, plura ſemper ac plura portioni ſolida inſcribantur ac conſcribantur, fore ut tandem corpus conſcriptum ab inſcripto differat quantitate minori datâ.

Dico ſecundò inſcriptum portioni corpus, portionem *a* exhauriet. Primum ſic demonſtro:

*a defin. 28.*

Si plura ſemper ac plura rectangula ſemicirculo DCE inſcribantur & conſcribantur, rectangulum infimum DLϖE fiet tandem dato plano minus, ſed differentia rectangulorum inſcriptorum ac conſcriptorum, plana nimirum HL, RX, ζG, θς Pϖ, æquantur rectangulo DLϖE. Ergo plana HL, RX, ζG, θς, Pϖ fient dato plano minora. Ergo & parallelepipeda ſuper his in altitudine BC erecta fient tandem dato ſolido minora. Atqui differentia corporis conſcripti & inſcripti ſemper minor manet parallelepipedis ſuper illis planis in altitudine B C erectis; nam ſolida quibus inſcriptum corpus ab conſcripto exceditur, ſunt partes dictorum parallelepipedorum. Ergo differentia inſcripti & conſcripti corporis multò magis tandem fiet dato ſolido minor. Quod erat primum.

Ex quo jam patet ſecunda pars: cùm enim corpus conſcriptum majus ſit portione; & inſcriptum corpus ab conſcripto tandem differat ſolido dato minori, multò magis inſcriptum corpus tandem à portione ipſa differet ſolido dato minori, hoc eſt portionem exhauriet.

## PROPOSITIO X.

### Idem aliter efficitur.

*Schematiſmus 1. fig. 10.*

ESto Cylindri circularis recti portio per centrum baſis obliquè ſecta ADBCF, cujus baſis DCE ſemicirculus, ſectio maxima ABC, altitudo BC ad baſim recta.

Radio AD in aliquot æquas partes ſecto, per FG ſectionum puncta duc parallelas ad AC, & comple rectangula IA, OF, quadranti ADC inſcripta; item rectangula HA, LF, MG, quadranti conſcripta.

Ex punctis IO in ſuperficie Cylindricâ erige rectas lineas IR, OT, erunt hæ parallelæ ad altitudinem portionis BC, ac proinde, quia per hyp. Cylindrus rectus eſt, baſi perpendiculares. Deinde ex punctis H, L, M, erige rectas HQ, LS, MV æquales rectis CB, IR, OT, & parallelas ad BC, ac proinde etiam ad ipſas CB, IR, OT. Duc planum per rectas QH, RI, HIF; item per SL, TO, LOG. item per VM, MD; & communes ſectiones in plano Elliptico DBC factæ ſint QRF, STG, VD. Per rectas quoque QH, HC, item per SL. RI, & LIK; item per VM, OT, & MON plana ducito, quæ plana priora interſecent in rectis PK, XN.

His planorum mutuis ſectionibus inſcribetur portioni corpus ex pluribus priſmatis triangularibus compoſitum, corpus item conſcribetur ex triangularibus etiam priſmatis conſtans, uno pluribus, quàm inſcriptum. Priſmata inſcripta ſunt KPAFRI; NXFGTO: conſcripta verò CBAFQH; HQFGSL; OTGDVM.

Dico 1. ſi plura ſemper ac plura baſi rectangula inſcribantur & conſcribantur, ac proinde factis per latera planorum ſectionibus modo jam dicto inſcribantur ac conſcribantur ſolida plura ſemper ac plura: differentiam corporis inſcripti & conſcripti fore tandem dato ſolido minorem.

Dico 2. portionem ab inſcripto corpore tandem *a* exhauriri. Primum ita demonſtrabimus. *a Defin. 28.*

Si plura ſemper ac plura rectangula baſi inſcribantur & conſcribantur radio AD, in æquales partes in infinitum ſubdiviſo; fiet rectangulum baſi maximæ ſectionis proximum AFHC tandem dato plano minus. Sed rectangulorum inſcriptorum ac conſcriptorum differentia, plana nimirùm KH, NL, GM æquantur rectangulo FCHA, quod maximæ ſectionis baſi proximum eſt. Hæc ergo plana tandem fient dato plano minora. Ergo parallelepipeda ſuper dictis planis erecta in altitudine BC, tandem erunt dato ſolido minora. Sed differentia inſcripti corporis & conſcripti, minor eſt parallelepipedis ſuper planis KH, NL, GM ad altitudinem BC erectis, ſolida enim quibus inſcriptum corpus differt à conſcripto, ſunt partes horum parallelepipedorum. Ergo differentia corporis inſcripti tandem erit dato ſolido minor: quod erat primum.

Ex quo jam patet ſecundum, cùm enim portio minor ſit conſcripto ſibi corpore, multò magis tandem erit differentia corporis inſcripti & portionis dato ſolido minor, hoc eſt portio ab inſcripto ſibi corpore tandem exhaurietur.

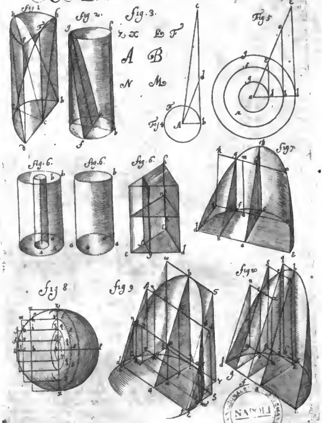
### *Corollarium.*

### *ad duas præcedentes.*

SImili methodo per inſcripta priſmata portiones à Cylindris Ellipticis, parabolicis & hyperbolicis ſumptæ exhaurientur. Quod verbo inſinuaſſe Geometris, quibus hæc ſcribo, erit ſatis.

*Cæterùm non copiâ aut varietatis gratiâ duplex iſta ratio*

SCHEMATISMUS I.


NAPOLI

*ratio exhauriendi hac propoſitione & præcedenti allata eſt, ſed quòd utraque in ſequentibus theorematibus uſui futura ſit.*

## PROPOSITIO XI.

**Cylindri circularis recti portio, per punctum in latere & centrum baſeos abſciſſa, altitudinem habens æqualem circumferentiæ baſis, æqualis eſt ſphæræ baſeos.**

*Schematiſmus 2. Fig. 11.*

ESto Cylindri recti portio per B punctum in latere, & per A centrum baſeos abſciſſa DBCE, cujus baſis DCE, altitudinem CB æqualem habens circumferentiæ DCEY. Demonſtrandum eſt portionem DBCE æquari ſphæræ, quæ fit à circulo DCEY.

Radium AC ſeca in aliquot æquales partes, perque ſectionum puncta ductis parallelis ad diametrum DE, comple rectangula HI, NO, βδ. Ex punctis H,L, erige in ſuperficie Cylindricâ rectas HG, LK (erunt hæ *a* æquales & rectæ ad baſim DCE) ducanturque in plano Elliptico DBE, rectæ GF, KI, GK. His peractis, habes inſcriptum portioni priſma rectum triangulare FGHIKL, cujus adverſa plana ſunt triangula FGH & IKL rectangula. Ex punctis N,P, erige in Cylindricâ ſuperficie rectas NR, PT, item ex M,O, rectas MQ,OS parallelas ad BC, & occurrentes plano Elliptico in Q,S: erunt hæ *b* æquales ipſis GH,LK, & puncta G,Q,S,K, ad *c* unam rectam, ducantur rectæ QR, ST. Atque ita inſcriptum eſt portioni priſma rectum quadrangulum MQRNPOST, cujus parallela plana ſunt rectangula trapezia MQRN, & OSTP, quorum bina latera MQ,NR,& OS, PT, æquidiſtant.

*a Corol. 1. p. 7. hujus.*
*b Corol 3. p. 7 hujus.*
*c Corol 4. p. 7. hujus.*

Pari modo portioni inſcribemus priſma quadrangulum αλγβδζω. Quod ſi radio AC in plures ſemper ac plures æquales partes ſubdiviſo, plura ſemper ac plura rectangula ſemicirculo inſcribantur, ſuper his tamquam baſibus eàdem methodo tot ſolida portioni inſcribi poterunt, ut tandem *d* exhauriatur, quemadmodum *prop.* 9. demonſtravimus.

*d Defin. 28. hujus.*

Venio jam ad ſphæram baſeos DCE. Manente diametro DE ſemicirculus DCE cum iiſdem inſcriptis ſibi rectangulis circumagi intelligatur. Semicirculus deſcribet ſphæram: Rectangulum verò HI ſphæræ Cylindrum inſcribet: reliqua rectangula NO, βδ inſcribent eidem ſphæræ Cylindros, *e* quorum baſes erunt annuli plani αβγελ, MN μψλV, ut cernere eſt in *Fig.* 12. quæ circulum baſeos cum inſcriptis ſibi rectangulis ſeorſim exhibet. Et ſi ſubdiviſo ulterius radio AC, plura ſine termino rectangula ſemicirculo DCE inſcribantur, ac dein circa diametrum DE circumagantur, ſolida Cylindrica quæ ex hac revolutione ſphæræ inſcribentur, ſphæram ipſam tandem *a* exhaurient.

*e Defin. 24. hujus.*
*a 8. hujus.*

Reliquum eſt ut ſolida quæ tam portioni, quàm ſphæræ inſcripſimus, inter ſe comparemus. Atque ex eorum perpetuâ æqualitate, ipſius quoque portionis ac ſphæræ æqualitatem concludamus. Quoniam per hypotheſim portionis altitudo CB par eſt circumferentiæ DCEY, etiam HN, ſeu LK par erit *b* circumferentia radio HF deſcriptæ. Quia igitur rectangulum eſt triangulum GHF (cùm enim ex hypotheſi Cylindrus ſit rectus, recta GH in ejus ſuperficie ducta, erit ad baſim, ac proinde ad FH in baſi ductam, perpendicularis.) Ergo *c* triangulum FGH baſis priſmatis FGHLIK, æquatur circulo, cujus radius HF; nimirùm circulo Hφ, *d* qui baſis eſt Cylindri facti à rectangulo FL, circa DE circumacto. Eſt autem communis etiam utriuſque altitudo HL. Ergo priſma FGHLIK Cylindro rectanguli FL circa DE circumacti, æquale *e* eſt. Rurſum quia BC æqualis ponitur peripheriæ DCEY, etiam MQ, (hoc eſt per *corollar.* 3. *p.* 7. *hujus*, GH) & NR, parallela trapezii latera, æquantur circumferentiis, quarum radii ſunt HF, ſive MZ, & NZ. Ergo trapezium MQRN, baſis priſmatis MQRNPOST, æquatur *f* annulo plano, qui eſt differentia circulorum radiis NZ, MZ deſcriptorum, nimirùm annulo plano MNμψγV. qui baſis eſt Cylindri cavi, à rectangulo NMOP producti. Quare, cùm Cylindri cavi & priſmatis communis ſit altitudo NP. erunt *g* æqualia. Non aliter oſtendetur priſma αλωθβδζω, æquari Cylindro cavo, qui producitur à rectangulo αβθδ circa DE revoluto.

*b 7. hujus.*
*c Archim. dim. cir. p. 1.*
*d Fig. 12.*
*e 5. hujus.*
*f Corol. p. 3. hujus.*
*g 8. hujus.*

Totum igitur corpus inſcriptum portioni, toti corpori inſcripto ſphæræ æquale eſt. Pari diſcurſu demonſtrabimus omnia priſmata quocumque numero portioni fuerint inſcripta, æquari ſolidis Cylindricis æquè multis ſphæræ baſeos inſcriptis. Cùm igitur tam ſolida rectilinea portionem, *h* quàm Cylindrica *i* ſphæram denique exhauriant; ipſa etiam *k* portio ſphæræ baſeos æqualis erit. Quod erat demonſtrandum.

*h 9. hujus.*
*i 8. hujus.*
*k Corol 1. hujus.*

### *Aliter.*

*Schematiſmus 2. Fig. 13.*

Radio DA in aliquot æquales partes diviſo, quadranti ADC inſcribe rectangula HA, MI, RN. Ex punctis H,M,R, erige in Cylindricâ ſuperficie rectas HK, MP, RV; erunt hæ ad baſim DCE rectæ ac parallelæ ad BC. Ex punctis quoque F,L,Q erige FG. LO,QT parallelas ad BC, plano Elliptico DBE occurrentes in G,O,T; erunt etiam hæ ad baſim rectæ & parallelæ ac æquales *a* ipſis HK,MP,RV. His ita conſtitutis, inſcripta ſunt ſemiſſi portionis tria priſmata HIAFGK, MNILOP, RSNQTV: quod ſic oſtendo. Quoniam FG, HK ſunt æquales & parallelæ, quæ eas jungunt KG, HF, ac proinde etiam KG, IA, ſunt æquales & parallelæ. Igitur etiam KIGA æquales & parallelæ erunt. Quoniam ergo latera AG, GF, FA ſunt æqualia & parallela lateribus IK, KL.LI; patet oppoſita triangula eſſe æqualia, ſimilia & parallela. Quare ſolidum HIAFGK priſma eſt. Eodem modo oſtendam reliqua eſſe priſmata. Quod ſi ſubdiviſo ulteriùs radio DA, plura ſemper ac plura rectangula quadranti ADC inſcripſeris, ſuper his tanquam baſibus tot priſmata ſemiſſi portionis inſcribi eàdem methodo poterunt, ut ſemiſſis portionis tandem *b* exhauriatur; quemadmodum *prop.* 10. demonſtratum eſt.

*a Corol. 3. p. 7. hujus.*
*b defin. 18. hujus.*

Intelligatur deinde quadrans ACD cum inſcriptis ſibi rectangulis manente radio AD circumagi. Hac revolutione quadrans deſcribet hemiſphærium; rectangula verò HA, MI, RN, hemiſphærio inſcribent Cylindros ſibi mutuo ſuperimpoſitos. Quod ſi ſubdiviſo ulteriùs radio, & pluribus ſemper ac pluribus rectangulis quadranti inſcriptis ac circa DA in orbem actis, inſcripti hemiſphærio Cylindri ſine fine multiplicetur, exhaurietur tandem *c* ſemiſſis portionis.

*c Ex Archim 21. conoid.*

Reſtat

*ſphæræ æqualitas; evincetur autem, ſi ad homogenea revoces, hunc in modum: Quoniam triangula portionis & circuli ſphæræ æqualibus imò communibus diſtant intervallis HF, ML, &c. continuò apparet, portioni priſmata, ſphæræ Cylindros inſcribi poſſe, ſic ut communes utrorumque ſint altitudines, baſes autem ſint, priſmatum quidem dicta triangula, Cylindrorum verò circuli. Ex horum autem Cylindrorum ac priſmatum perpetua æqualitate tam neceſſariò portionis ac ſphæræ æqualitas, ut in demonſtratione ſecunda fecimus, concludetur. Quod ſi aſſertio proponatur, quæ non aliter quàm indiviſibilium methodo probetur, de illius veritate eo uſque dubitabo, dum appareat quâ ratione poſſit ad homogenea revocari. Hoc verò efficere non aliud eſt, quam more veterum per inſcripta homogenea propoſitas quantitates exhaurire.*

*Vide quæ de eodem argumentandi modo dicturi ſumus ad propoſitionem 2. lib. 2.*

## PROPOSITIO XIII.

*Schematiſmus 2. Fig. 14.*

**Omnis portio Cylindri Circularis recti per centrum baſis & punctum in latere abſciſſa, ad ſphæram baſis eam habet rationem quam altitudo portionis ad circumferentiam baſis.**

ESto DBCE portio per A centrum baſeos & B punctum in latere abſciſſa, altitudinem habens BC. Demonſtrandum eſt portionem eſſe ad ſphæram à circulo ADCEY factam, ut BC ad peripheriam DCEY.

*a 11. hujus.* Eâdem methodo, quâ ſuprà *a* uſi in demonſtratione ſumus, portioni inſcribe corpus ex pluribus priſmatibus compoſitum, quorum primum erit triangulare, reliqua verò quadrilatera. Item ſphæræ à rectangulis HI, NO, βδ, circa DE in orbem ductis, inſcribantur ſolida Cylindrica, quorum primum à rectangulo HI productum, erit Cylindrus integer, reliqua verò Cylindri cavi.

*b 7. hujus.* GH eſt ad peripheriam radij HF, ut *b* BC ad cir-
*c 2. hujus.* cumferentiam DCEY, ſed ut GH eſt ad circumferentiam radij HF, ſic *c* triangulum FGH eſt ad circulum radij HF. Ergo ut BC ad circumferentiam DCEY, ſic triangulum FGH ad circulum radij FH. Sed priſma FGHLKI, & Cylindrus factus à rectangulo HI circa DE revoluto (quia eamdem habent al-
*d 6. hujus.* titudinem HL) ſunt inter ſe *d* ut baſes; hoc eſt ut triangulum FGH ad circulum radij FH. Ergo priſma dictum ad dictum Cylindrum quoque eſt ut BC ad circumferentiam DCEY. Deinde quoniam tam GH (hoc eſt QM) eſt ad peripheriam radij FH, quàm NR ad peripheriam radij ZN, ut BC *e* ad periphe-
*e 7. hujus.* riam DCEY; erit QM ad peripheriam radij FH, ſive ZM, ut RN ad peripheriam radij ZN. Ergo *f* trapezium rectangulum RNMQ eſt ad planum
*f 3. hujus.* annulum, qui latitudinis MN, eſt differentia circulorum radijs ZM, ZN deſcriptorum; ut RN maximum trapezij perpendiculum ad extimam annuli circumferentiam, cujus nimirùm radius eſt ZN; hoc
*g 7. hujus.* eſt ut BC *g* ad peripheriam DCEY. Sed priſ-
*h 6 hujus.* ma MQRNPOST eſt ad *h* ad Cylindrum cavum productum ab rectangulo MNPO, circa DE revoluto (quia communis eſt utriuſque altitudo NP) ut baſis, trapezium nempè MQRN ad baſim, ſcilicet ad annulum latitudinis MN. Ergo priſma MQRNPOST eſt ad Cylindrum cavum productum à rectangulo MNPO circa DE revoluto, ut BC ad peripheriam DCEY. Pari modo oſtendam priſma αλπβθδζω eſſe ad cavum Cylindrum, productum ab rectangulo βδ circa DE circumacto, ut BC ad circumferentiam DCEY. Quoniam igitur ſingula priſmata ſunt ad ſingula Cylindrica ſolida, ut BC ad peripheriam DCEY; erunt *a* omnia priſmata ſimul ſumpta ad om- *a 12. hujus.*
nia Cylindrica ſolida ſimul ſumpta, ut BC ad peripheriam DCEY. Atque hoc ſemper eveniet, quotcumque priſmata portioni & Cylindrica ſolida ſphæræ æquali numero inſcribantur. Quare cùm tam priſmata *b* portionem, quàm *c* Cylindrica *b 9. hujus.*
ſphæram denique exhauriant; etiam *d* portio erit *c 8. hujus.*
ad ſphæram ut BC ad circumferentiam DCEY. *d 1. hujus.*
Quod erat demonſtrandum.

### *Aliter.*

Eſto Cylindri circularis portio DBCE, cujus altitudo BC, ſectio maxima ABC. Oporteat demonſtrare portionem eſſe ad ſphæram baſeos, ut BC ad circumferentiam DCEY. *Schematiſmus 2. Fig. 15. e 11. hujus.*

Inſcribatur portioni corpus ex pluribus triangularibus priſmatis compoſitum, ut factum ſuprà *e* in ſecunda demonſtratione. Similiter & ſphæræ baſeos Cylindri inſcribantur, ſuprà ſe mutuo poſiti ex rectangulis HA, MI, RN, circa DA revolutis procreati.

Triangulum rectangulum IKH, ſive AGF eſt ad
*f* circulum radij IH, ut KH ad peripheriam radij *f 2. hujus.*
IH; hoc eſt ut BC *g* ad circumferentiam DCEY. *g 7 hujus.*
Sed *h* priſma HIAFGK eſt ad Cylindrum produ- *h 6. hujus.*
ctum à rectangulo HA revolutio circa DA, ut baſis, nempè triangulum IKH ad baſim nempè, circulum radij IH, cùm utraque ſolida communem habeant HF altitudinem, conſtituta nimirùm inter duo parallela plana IKH, & AGF. Ergo priſma HIAFGK eſt ad Cylindrum factum à rectangulo HA, circa DA circumacto, ut BC ad circumferentiam DCEY. Eodem diſcurſu oſtendam priſmata omnia reliqua MNILOP, RSNQTV ſingula eſſe ad reliquos Cylindros ſingulos, quos producunt rectangula MI, RN circa DA circumacta, ut BC ad circumferentiam DCEY. Ergo *i* omnia priſmata ſi- *i Ex. 12. 5.*
mul ſumpta, ſunt omnes Cylindros ſimul ſumptos, ut BC ad peripheriam DCEY. Atque hoc ſemper eveniet, quotcumque priſmata portioni DCEY, & Cylindros æquali numero ſphæræ inſcripſerimus. Quare cùm ejuſmodi inſcriptionibus tam *a* portio
quàm *b* ſphæra tandem exhauriatur; ipſa quoque *a 10. hujus. b Archim.*
portio erit ad ſphæram baſeos, ut BC ad cir- *21. conoid.*
cumferentiam DCEY. Quod erat demonſtrandum.

*Hoc theorema cùm univerſale ſit, etiam 11 hujus complectitur: æqualitati nihilominus, quæ ſuam ſemper in demonſtrando facilitatem & elegantiam habet, viſum fuit eam concedere prærogativam, ut ſeorſim exhiberetur.*

## PROPOSITIO XIV.

**Præcedens theorema per heterogenea demonſtratur.**

*Schematiſtiſmus 2. Fig. 15.*

Portio & ſphæra ſecentur quotcumque planis ad portionis ſectionem maximam parallelis, in portione producentur triangula IKH, NPM, &c. in ſphærâ circuli, quorum radij IH, NM, &c. Jam oſtendi in præced. demonſt. ſecundâ ſingula triangula eſſe ad ſingulos circulos ut BC ad peripheriam DCEY. Quare cùm hoc ſemper eveniat, erit portio ad ſphæram, ut BC ad circumferentiam DCEY. Quod erat demonſtrandum.

### *Aliter.*

*Schematiſmus 2. Fig. 14.*

Eadem veritas etiam ſic probabitur. Ducantur quotcumque rectæ HL, NP, &c. ad diametrum DE parallelæ; per quas ductis planis ad baſim DCE rectis, portionem ſeca. Sectiones in portione factæ, erunt rectangula HGKL, NRTP, &c. Eædem deinde parallelæ HL, NP, &c. circa DE circumactæ conficient in ſphærâ ſuperficies Cylindricas, quaſi totidem curvas ipſius ſpheræ ſectiones, planis ſectionibus portionis HGKL, NRTP, &c. reſpondentes. Quia verò rectangulorum ac ſuperficierum Cylindricarum communes ſunt altitudines HL, NP, &c. *e* erunt rectangula ad ſuperficies Cylindricas, ut baſes ad baſes: hoc eſt ut GH, RN, &c. ad peripherias radiorum HF, NZ, &c. hoc eſt, ut BC ad *a* circumferentiam DCEY. Cùm igitur hoc ſemper eveniat, erit quoque portio ad ſphæram ut BC ad circumferentiam DCEY. Quod erat propoſitum.

*e Demonſtrabitur l. 2. prop. 4. independenter ab hoc theoremate.*
*a 27. huius.*

### *Corollarium I.*

### *Ad duas præcedentes.*

*Schematiſmus 2. Fig. 14.*

Si portio ſecetur planis HGKL, NRTP, &c. rectis baſi DCE, & tranſeuntibus per lineas HL, NP, æquidiſtantes diametro DE: erunt portionis ſegmenta HGBKLCH, NRBTPCN, &c. ad ſolida ſphærica, quæ à planis circularibus HCL, NCP, &c. circa axem DE circumactis, procreantur, ut totius portionis altitudo BC ad circumferentiam DCEY.

Item portionis ſegmenta HDGKEL, NHGRTPLK, &c. ſunt ad ſphærica ſolida, quæ fiunt à planis DHLE, NHLP, &c. circa DE revolutis, ut BC ad circumferentiam DCEY.

Demonſtratio eadem eſt cum 1. & 4. *prop.* 13.

### *Corollarium II.*

Segmenta portionis & ſphæræ abſciſſa planis ad maximam ſectionem ABC parallelis, ſunt etiam inter ſe, ut BC portionis altitudo ad baſis peripheriam DCEY.

Demonſtrabitur diſcurſu demonſtrationis ſecundæ ac tertiæ præcedentis huc tranſlato.

## PROPOSITIO XV.

*Schematiſmus 2. Fig. 14. & 15.*

**Eſto Cylindri Elliptici recti portio DBCE, per B punctum in latere, & per baſeos axem alterutrum DE abſciſſa.**
**Portio eſt ad ſphæroïdem, quæ fit ab Elipticâ baſe DCE circa axem DE circumacta, ut BC portionis altitudo eſt ad circuli circumferentiam, cuius diameter eſt axis alter CY.**

Demonſtrabitur eodem modo, quo propoſitio 13. & 14. Figuræ quoque compendij gratiâ, eædem adhibentur plano DCEY, quod prius circulum referebat, jam Ellipſim repræſentante.

### *Corollarium I.*

*Schematiſmus 2. Fig. 14.*

Si portio Cylindri Elliptici, & ſphæroïs baſeos ſecentur planis HGKL, NRTP, &c. rectis ad baſim DCE, & tranſeuntibus per lineas HL, NP. &c. diametro DE parallelas: erunt portionis ſegmenta HGBKLCH, NRBTPCN, &c. ad ſphæroidica ſolida, quæ procreantur à planis Ellipticis HCL, NCP circa DE in orbem ductis, ut BC altitudo portionis totius ad circularem circumferentiam axeos CY.

Similiter portionis ſegmenta DGHLEK, HGRNPLKT, &c. ad ſphæroidica ſolida quæ fiunt à planis Ellipticis DHLE, HNPL, &c. circa DE in orbem ductis, ſunt ut BC ad circumferentiam axeos CY.

Demonſtrabitur diſcurſu primæ & quartæ demonſtrationis *prop.* 13. huc tranſlato.

### *Corollarium II.*

*Schematiſmus 2. Fig. 15.*

Segmenta portionis ac ſphæroideos planis ad ſectionem portionis maximam ABC parallelis abſciſſa, eam quoque inter ſe rationem habent, quam portionis altitudo BC ad circumferentiam circuli, cujus radjus eſt axis alter CY.

Demonſtratio eadem erit cum demonſtratione 2. & 3. *prop.* 13.

## PROPOSITIO XVI.

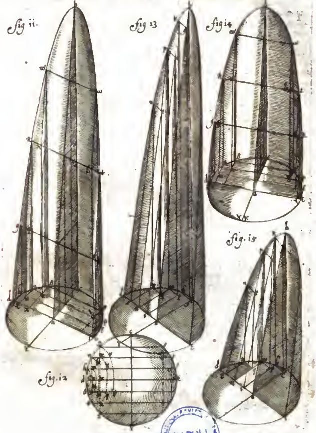
*Schematiſmus 3. Fig. 16.*

**Cylindri recti parabolici, ſive alterius cujuſcumque ex DCE cujuſvis planæ figuræ axem AC habentis, recto ductu procreati data ſit portio DBCE per punctum B, & ordinatim axi applicatam DE abſciſſa.**
**Portio DBCE eſt ad ſolidum rotundum baſeos, quod nimirùm fit à baſi DCE circa DE ordinatim applicatam in orbem ducta, ut BC portionis altitudo ad circumferentiam circuli cujus ſemidiameter eſt axis AC.**

Demonſtrabitur ut 13. & 14. *huius.*

Coroll-

SCHEMATISMUS II.




NAPOLI

### *Corollarium I.*

*Schematiſmus 3. Fig. 16.* Si portio DBCE ſecetur planis HGKL, NRTP, &c. rectis baſi DCE & tranſeuntibus per lineas HL; NP parallelas ad DE: erunt portionis ſegmenta HGBKLCH, NRBTPCN, &c. ad rotunda ſolida quæ à planis HCL, NCP, &c. circa DE revolutis, fiunt, ut BC portionis altitudo ad peripheriam radij AC.

Pari modo ſegmenta HDGKEL, NHGRTPLK, &c. ſunt ad ſolida rotunda quæ fiunt à planis DHLE, HNPL, &c. circa DE circumactis, ut BC ad peripberiam radij AC.

Demonſtratio eadem cum 1. & 4. *prop.* 13.

### *Corollarium II.*

*Schematiſmus 3. Fig. 16.* Si portio & ſolidum rotundum baſeos planis ſecentur Xπβ, ZRN, &c. ad maximam portionis ſectionem ABC parallelis, erunt portionis ſegmenta ad ſegmenta rotundi ſolidi, ut BC portionis altitudo ad circumſerentiam circuli, cujus radius eſt axis baſeos AC.

Demonſtratio eadem eſt cum demonſtratione ſecundâ & tertiâ *prop.* 13.

## PROPOSITIO XVII.

*Schematiſmus 3. Fig. 17.* **Cylindri recti Parabolici, aut hyperbolici, ſive alterius cujuſcumque, ex figuræ nimirùm cuiuſvis curva & recta linea comprehenſæ, YDC, recto ducto procreati, data ſit portio ACBD, per figuræ axem AD & punctum B abſciſſa.**

**Portio eſt ad ſolidum à baſi CDA circa axem AD in orbem ducta genitum (quod quidem ſi baſis parabola aut hyperbola eſt, conoïs erit parabolica aut hyperbolica) ut CB portionis altitudo ad peripheriam circuli, cuius radius eſt ordinatim ad axem poſita AC.**

Dividatur in aliquot æquales partes ordinatim axi applicata CA, perque ſectionum puncta K, I, H ductis ad axem AD parallelis, inſcribantur portionis baſi rectangula ZI, VH, TA; ſuper quibus portioni inſcribantur priſmata recta, ut factum *prop.* 11. *demonſt. primâ*, quorum primi baſis erit rectangulum triangulum AEH; reliquorum verò trapezia rectangula, HEFI, IFGK.

Deinde figura ADC cum inſcriptis ſibi rectangulis circa axem AD in orbem ducatur. Hac revolutione inſcribentur ſolido rotundo baſeos Cylindrica ſolida, quorum primum à rectangulo TA genitum erit Cylindrus; reliqua à rectangulis VH, ZI producta, Cylindri cavi, quorum baſes ſunt plani annuli RVα, SZδ, qui à rectis VR, ZS, ſive ij qui à rectis IH, KI, revolutione ſupradictâ generantur.

Quoniam triangulum AEH, angulum habet rectū ad H, ita erit ad circulum radii AH, ut *a* EH ad circumferentiam radij AH. Quia verò priſmatis AEHTNQ, & Cylindri à rectangulo TA facti, communis eſt altitudo HT; erit priſma ad Cylindrum, ut *b* triangulum AEH baſis priſmatis, ad circulum radij AH, baſim Cylindri; hoc eſt (quemadmodùm jam oſtendi) ut EH ad circumferentiam radij AH; hoc eſt ut BC ad circumferentiam radij AC. Ulteriùs quoniam radiorum AH, AI peripheriæ ſunt inter ſe, ut radij AH ad AI; ſitque etiam EH ad FI, ut AH, AI; erunt trapezij rectanguli EFIH perpendicula EH, FI radiorum AH, AI peripheriis proportionales. Trapezium igitur HEFI eſt *c* ad planum annulum latitudinis HI (eſt hic par annulo RVα) ut maximum trapezij perpendiculum FI eſt ad maximam annuli peripheriam, cujus radius eſt AI; hoc eſt ut BC ad peripheriam radij AC. Quoniam verò priſmatis HEFIVMOR, & cavi Cylindri a rectangulo VH deſcripti, communis eſt altitudo IV; erit *h* priſma ad cavum Cylindrum, ut trapezium HEFI baſis priſmatis, ad annulum latitudinis HI, baſim Cylindri cavi; hoc eſt (quemadmodùm jam demonſtravi) ut BC ad peripheriam radij AC. Pari modo idipſum oſtendam de reliquo priſmate IFGKZLPS, & reliquo Cylindro cavo deſcripto à rectangulo ZI.

*a* 2. *huius.* *b* 6. *huius.* *c* 3 *huius.* *h* 6. *lib.* 1. *huius.*

Igitur omnia priſmata portioni ACBD inſcripta, ſimul ſumpta, ſunt ad omnes Cylindros cavos, rotundo baſeos ſolido inſcriptos, ſimul ſumptos, ut BC ad circumſerentiam radij AC. Atque hoc ſemper continget, quotcumque priſmata portioni & Cylindrica pari numero ſolida, rotundo baſeos ſolido inſcripſerimus. Quare cùm inſuper tam *d* portio quàm rotundum *e* baſis ſolidum per inſcriptiones illas tandem exhauriantur; etiam portio erit ad rotundum baſis ſolidum, ut BC ad peripheriam radij AC. Quod erat demonſtrandum.

*d* 9 *huius.* *e* 8. *huius.* 11. *huius.*

### *Aliter.*

*Schematiſmus 3 Fig. 18.* Axis DA baſeos in partes aliquot æquales dividatur, & per ſectionum puncta S, N, I, ductis parallelis ad ordinatim poſitam AC, baſi rectangula HA, MI, RN, ſuperque iis portioni triangularia priſmata inſcribantur AFGKHI, &c. ut factum *prop.* 11. *in ſecundâ demonſtratione*. Eadem deinde rectangula circa axem AD in orbem ducta, inſcribant rotundo baſeos ſolido Cylindros ſibi mutuo ſuperimpoſitos. Atque hæ inſcriptiones in infinitum continuentur. Demonſtrabimus eodem diſcurſu, quo uſi ſumus *prop.* 11. *hujus in ſecundâ demonſtratione*, omnia priſmata portioni inſcripta, quibus ipſa tandem *a* portio exhauritur, ad omnes Cylindros, quibus tandem *b* rotundum baſeos ſolidum exhauritur, eam ſemper habere rationem, quàm BC ad circumſerentiam circularem radii AC. Ergo portio eſt ad ſolidum rotundum baſeos, *c* ut BC ad circularem peripheriam radij AC. Quod erat demonſtrandum.

*a* 10 *huius.* *b* *Archim.* 21. *conoid.* *c* 1. *huius.*

Per indiviſibilia, ſive heterogenea id ipſum oſtendemus eodem modo, quo id factum *prop.* 14.

### *Corollarium I.*

*Schematiſmus 3. Fig. 17.* Iiſdem poſitis ſi portio ACBD ſecetur planis ad baſim rectis TNEH, VMFI, &c. tranſeuntibus per rectas TH, VI, &c. parallelas axi AD; erunt portionis ſegmenta TNBCHE, VMBCIF, &c. ad ſolida quæ fiunt à planis TCH, VCI, &c. circa AD in orbem ductis, ut BC ad circumſerentiam radij AC. Demonſtratio eadem erit cum demonſtratione primâ.

Similiter ſegmenta DTNEHA, TNMVIFEH, &c. ſunt ad ſolida quæ fiunt à planis DTH, TVIH, &c. circa AD in orbem ductis, ut BC ad circumferentiam radij AC. Demonſtratio eadem cum primâ hujus propoſitionis.

### *Corollarium II.*

*Schematiſmus 3. Fig. 18.*

Iiſdem poſitis ſi portio ACBD & rotundum baſeos ſolidum ſecentur planis ad ſectionem maximam ABC parallelis IKH, NPM, &c. erunt ſegmenta portionis ad ſegmenta rotundi ſoli, ut BC ad circumferentiam radij AC. Demonſtratio eadem cum demouſtratione ſecundâ hujus propoſitionis.

## PROPOSITIO XVIII.

*Schematiſmus 3. Fig. 19. 20.*

**Cylindricæ portiones (ADFCE, ADBCE) eamdem habentes baſim (DCE) ex quocumque recto Cylindro ſint abſciſſæ; (ſive is Circularis fuerit, ſive Ellipticus, ſive Parabolicus, ſive hyperbolicus, ſive quicumque alius, ex figuræ cujuſvis planæ, axem habentis, recto ductu procreatus) eam inter ſe rationem habent quam altitudines (CB, CF.)**

POrtio DFCE eſt ad ſolidum rotundum baſeos (quod quidem, ſi Cylindrus Circularis fuerit, eſt ſphæra; ſi Ellipticus, eſt ſpheroides; ſi Parabolicus aut hyperbolicus, eſt conois Parabolica aut hyperbolica) ut FC altitudo portionis ad circumſerentiam radij AC, ut *prop.* 13. 15. 16. 17. demonſtratum eſt. Rurſum per eaſdem propoſitiones idem rotundum baſis ſolidum eſt ad portionem DBCE, ut circumſerentia radij dicta AC eſt ad portionis altitudinem CB. Igitur ex æquo portio DFCE, eſt ad portionem DBCE, ut altitudo FC ad altitudinem BC. Quod erat demonſtrandum.

### *Corollarium.*

Segmenta igitur ſolida DCE2D, D2EFD, DFE3D ſegmentis linearibus altitudinis C2, 2F, F3. ſunt proportionalia.

# PARS SECUNDA.

## PROPOSITIO XIX.

*Schematiſmus 3. Fig. 21.*

**Datus ſit conus rectus CDF productus à triangulo rectangulo CAD, circa AD circumacto. Data item ſit ſuper eodem triangulo, ut baſi pyramis CADB, unum latus BC rectum habens baſi.**

**Pyramis eſt ad conum ut CB altitudo pyramidis ad baſeos conicæ circumferentiam GMFN.**

EX triangulo CAD fac rectangulum CADK. Hoc circa DA circumactum efficiet Cylindrum rectum KF coni CDF *a* triplum. Ducatur BG parallela & æqualis ipſis AD, CK, jungaturque rectæ AB, DG, KG. Eritque factum priſma ADKCBG ſuper rectangulo ADKC, cujus parallela plana ſunt triangula DGK, ABC. Super triangulo CAD aliud conſtitue priſma ADCBHE, cujus adverſa plana ſint ADC & HEB. Quoniam triangulum ABC *b* rectangulum eſt, habetque pro baſi radium AC, erit ad circulum ACMFN, ut BC, *c* altitudo trianguli ad circumferentiam CMFN. Atqui priſma ADKCBG eſt ad Cylindrum KF, ut *d* baſis priſmatis, triangulum nempè ABC, ad baſim Cylindri circulum nempè ACMN, cùm eadem ſit utriuſque ſolidi altitudo CK. Ergo priſma ADKCBG eſt ad Cylindrum KF, ut BC ad circumferentiam CMFN. Eſt autem priſma ADCBEH æquale *e* priſmati ADKCBG. Ergo & priſma ADCBEH eſt ad Cylindrum KF, ut BC ad circumferentiam CMFN. Quare cùm pyramis ADCB tertia ſit *f* pars priſmatis ADCBHE, & conus CDF pars quoque ſit tertia Cylindri KF; etiam pyramis erit ad conum ut BC ad circumferentiam CMFN. Quod erat demoſtrandum.

*a* 10. *elem* 12.
*b* *Ex hyp.*
*c* 2. *huius*;
*d* 6. *huius*;
*e* 40. *elem*; 11.
*f* *Corol.* 7. *undecimi.*

## PROPOSITIO XX.

**Omnis portio Cylindri circularis recti per centrum baſeos & punctum in latere abſciſſa, maximæ pyramidis ſibi inſcriptæ dupla eſt.**

*Schematiſmus 3. Fig. 22.*

DAta ſit portio DBCE; cujus baſis DCE; ſectio maxima ACB; altitudo CB. Inſcriptum baſi ſit maximum triangulum DCE. Demonſtrandum eſt portionem duplam eſſe pyramidis DECB, cujus baſis eſt triangulum DCE, altitudo CB.

Si baſis DCE cum inſcripto ſibi triangulo, quod ex duobus triangulis rectangulis CAD, CAE componitur circa diametrum DE in orbem ducatur, inſcribentur ſphæræ baſeos duo coni recti CDF, CEF, communem habentes baſim CMFN; quorum primus CDF fit à triangulo CAD, alter CEF à triangulo CAE, pyramis autem DECB à ſectione maximâ ABC in duas ſecatur pyramides, quarum latus unum commune BC baſi rectum eſt. Igitur pyramis DACB eſt ad *a* conum CDF, ut BC ad circumferentiam CMFN, ſive circumferentiam DCEF. Pari modo *b* pyramis AECB eſt ad conum CEF, ut BC ad circumferentiam CMFN, ſive DCEF. Tota igitur pyramis DECB, eſt ad totum rhombum conicum DCEF, ut BC ad circumferentiam DCEF. Atqui etiam portio ipſa DBCE eſt ad ſphæram baſeos DCEF, ut BC ad peripheriam DCEF. Ergo portio eſt ad ſphæram, ut pyramis DECB ad rhombum: & alternatim portio eſt ad pyramidem, ut ſphæra ad rhombum. Atqui *c* ſphæra rhombi dupla eſt. Ergo & portio pyramidis dupla erit. Quod fuit demonſtrandum.

*a* *Praced.*
*b* *Ibid.*
*c* *Archim.* *l* 1. *ſph. p.* 31.

### *Corollarium.*

*Schematiſmus 1. Fig. 2.*

Ex hoc theoremate habetur cubatura portionis Cylindricæ FCGK. Qui reliquam igitur Cylindri partem FKBHG cubaverit, totum Cylindrum, ac proinde & ſphæram ad rectilineum corpus revocabit.

## PROPOSITIO XXI.

*Schematiſmus 4. Fig. 23.*

**Eſto ſphæræ ſegmentum COED abſciſſum plano ad diametrum EG recto, altitudinem habens EB. Sit autem ſegmento inſcriptus conus DEC.**

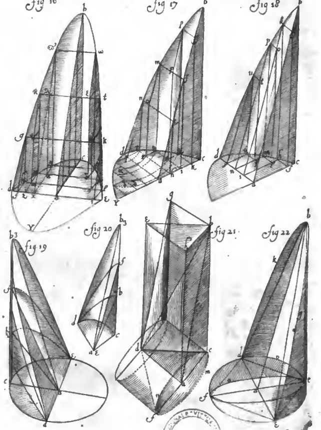
**Segmentum eſt ad conum, ut BG. cum radio AC ad BG.**

FIat BF ad BE, ut BG cum AG, eſt ad BG, conus CFD æquatur ſegmento *a* ſphærico COED.

*a* *Archim.* *l* 2 *de ſphæ p.* 2.

Sed

# SCHEMATISMUS III




NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

b 14. elem. 12. Sed *b* conus CFD eſt ad conum CED, ut altitudo BF ad altitudinem BE; hoc eſt, per conſtructionem ut BG cum AG ad BG. Ergo ſegmentum COED eſt ad conum CED, ut BG cum AG ad BG. Quod erat demonſtrandum.

## PROPOSITIO XXII.

*Schematiſmus 4. Fig. 24.*

**Cylindri recti circularis portio DBCE & ſphæra baſeos ſint plano ad maximam ſectionem ABC parallelo ſectæ, quod in portione producat triangulum GHK; in ſphæra circulum HILP.**

**Segmentum portionis minus GHODNKH eſt ad pyramidem ſibi inſcriptam (cujus nimirùm baſis eſt triangulum DHG, altitudo HK; eadem nempè quæ ſegmenti portionis) ut GE cum radio AE ad GE.**

**Pari modo ſegmentum portionis GHCEMBKGH eſt ad inſcriptam ſibi pyramidem (cuius baſis triangulum AEG altitudo HK) ut GD cum AD eſt ad GD.**

### *Primam partem ſic demonſtro.*

BAſis DOHG cum inſcripto triangulo rectangulo DGH circa DG circumagatur. Hae revolutione baſis DOHG efficiet ſegmentum ſphæræ, cujus baſis HILP recta eſt axi DE; Triangulum verò producet conum rectum HDL, ſegmento ſphærico inſcriptum.
a 19. huius. Per ea quæ ſuprà *a* demonſtravimus, pyramis DGHK eſt ad conum HDL, ut KH eſt ad baſeos circumferentiam HILP, cujus radius eſt GH; hoc eſt *b* ut BC altitudo portionis datæ ad circum-
b 7. huius
c Corol. 2. p. 14. huius. ferentiam DCEF radio AC deſcriptam; hoc eſt *c* ut ſegmentum DNKHG ad ſegmentum ſphæricum HODQL. Igitur permutando, ac invertendo ſegmentum DNKHG eſt ad pyramidem DGHK, ut ſegmentum ſphæricum eſt ad conum. Atqui *d* ſeg-
d 21. huius. mentum ſphæricum eſt ad conum, ut GE cum AE ad GE. Ergo etiam ſegmentum DNKHG eſt ad pyramidem DGHK, ut GE cum AE ad GE. Quod erat demonſtrandum.

### *Alteram verò partem ſic demonſtrabimus.*

e 13 huius. Tota portio DBC eſt ad totam baſis ſphæram, *e* ut BC ad circumferentiam DCEF: item portionis ſegmentum GHODNKH eſt ad ſegmentum ſphæræ
f Corol. 2. p. 14. huius HODQL, ut *f* BC ad peripheriam DCEF. Ergo & ſegmentum portionis reliquum GHCEMBKGH eſt ad reliquum ſphæræ ſegmentum LFECH, ut BC ad peripheriam DCEF. Poſt hæc totam primæ partis demonſtrationem ſi huc tranſtuleris, propoſitum concludetur.

### *Corollarium I.*

Ex his habetur cubatura ſegmentorum portionis, quæ reſecantur planis ſectioni maximæ parallelis.

### *Corollarium II.*

Ducatur in portionis baſi recta quævis HL, per quam ducto plano HGKL abſcindatur à portione DBCE ſolidum HGBKLCH. Etiam hoc cubabitur ex jam demonſtratis. Cubata enim eſt tota portio DBCE, Cubata item *a* ſunt ſegmenta DGHF, & IKLE. Ergo reliquum FHGBKLI cubatum etiam eſt; à quo ſi auſeras ſolidum rectilineum FGHKIL, quod ſupererit, ſolidum HGBKLCH etiam innoteſcet. d Schematiſmus 2. Fig. 14. a Corol. præced.

## PROPOSITIO XXIII.

**Sphæroïs longa (CLXM) ad ſphæram ambientem (CAXB) duplicatam habet rationem minoris axis (LM) ad majorem (CX.)**

AXes ſint CX, LM, per quos ſectione factâ exhibeatur Ellipſis LCMX & circulus ABCX Axe CX majori in quotcumque æquales partes diviſo in punctis Z, ductiſque per ea rectis ERαβ, GPαβ, INαβ, parallelis axi alteri LM: quo producto in A & B, inſcribantur circulo rectangula EF, GH, IK, Ellipſi autem rectangula RS, PQ, NO. Quibus in orbem actis circa axem CX, inſcribetur tam ſphæroidi, quàm ſphæræ ſphæroidem ambienti corpus ex multis Cylindris ſuprà invicem poſitis conflatum. Jam verò quia AB, Iβ, Gβ, Eβ, ſunt lineis LM, Nα. Pα, Rα. *b* proportionales, etiam quadrata AB, Iβ, Gβ, Eβ, quadratis LM, Nα, Pα, Rα; ac proinde & circuli diametrorum AR, Iβ, Gβ, Eβ, circulis diametrorum LM, Nα; Pα, Rα, proportionales ſunt. Sed Cylindri ſphæræ inſcripti ſunt ad Cylindros inſcriptos ſphæroidi, ut baſes prædicti nimirùm circuli. Ergo Cylindri ſphæræ inſcripti, ſunt Cylindris inſcriptis ſphæroidi proportionales. Quare ut unus Cylindrus IK ad unum NO; hoc eſt ut circulus Iβ ad circulum Nα; hoc eſt, ut circulus AB ad circulum LM, ita omnes Cylindri IK, GH, EF, ſimul ſumpti, ad omnes Cylindros NO, PQ, RS, ſimul ſumptos. Pari modo oſtendam, quotcumque tandem Cylindros ſphæroidi & ſphæræ inſcripſeris, inſcriptos ſphæræ ſimul ſumptos ſemper fore ad inſcriptos ſphæroidi ſimul ſumptos, ut circulus AB ad circulum LM. Cùm igitur per hujuſmodi Cylindrorum inſcriptiones tam ſphæra quàm ſphæroides exhauriantur, liquet ipſam *b* quoque ſphæram eſſe ad ſphæroidem ut circulus ATB ad circulum LVM, hoc eſt in duplicata ratione AB, ſive CX, ad LM. Quod erat demonſtrandum. Schematiſmus 4. Fig. 25. b Demonſt. Archim. de conoid. Archim. conoid p. 21. b 8. huius.

### *Corollarium.*

**Sphæroïs longa eſt ad ſphæram ſibi inſcriptam, cujus nimirum diameter eſt axis minor LM, ut axis maior CX, ad axem minorem** Schematiſmus 4. Fig. 25.

Ratio enim ſphæræ ACBX ſphæroidem ambientis ad ſphæram diametri LM eſt triplicata rationis CX ad LM; & ratio ſphæræ ACBX ad ſphæroidem, ut jam oſtendimus, eſt duplicata rationis CX ad LM. Ergo ratio ſphæroïdis ad ſphæram, cujus diameter LM, ea eſt quæ CX ad LM.

### PROPOSITIO XXIV.

*Schematiſmus 4. Fig. 26.*

**Sphærois lata quæ nimirùm fit ab Ellipſi ACBX circa minorem axem CX circumducta, ad inſcriptam ſibi ſphæram LCMX duplicatam habet rationem maioris axis ad minorem.**

CONſtructio & Demonſtratio eadem erit quæ præcedentis. Sunt enim rurſus rectæ EZ, GZ, IZ, AD rectis RZ, PZ, NZ, LD proportionales.

*Corollarium.*

*Schematiſmus 4. Fig. 26.*

**Sphærois lata XACB eſt ad ſphæram ſe ambientem AYBθ ut minor axis CX ad majorem AB.**

Sphæra AYBθ habet ad ſphæram LCMX rationem triplicatam rationis AB ad LM, ſive CX: & ſphærois lata XACB habet ad ſphæram LCMX rationem duplicatam rationis AB ad CX, ut in hac propoſititione oſtenſum eſt. Ergo ſphæra ambiens AYBθ eſt ad ſphæroidem latam ACBX, ut AB major axis ad CX axem minorem.

### PROPOSITIO XXV.

**Sphærois ſive longa, ſive lata maximi rhombi conici inſcripti dupla eſt.**

EST Archimedis 29. de Conoïd. & ſphæroïdibus. Nos aliter & (niſi fallor) clariùs ac breviùs ſic demonſtramus.

Data primùm ſit ſphærois longa, quam genuerit Ellipſis XLNCM circa axem majorem CX in orbem ducta; cui inſcriptus ſit rhombus conicus maximus LCMX.

*Schematiſmus 4. Fig. 25. a 23. huius.*

Sphæroidi circumſcribatur ſphæra ACBX, cui maximus etiam inſcribatur rhombus conicus ACBX, Sphæra eſt ad ſphæroidem in ratione duplicatâ *a* ejus quam habet CX major axis, ſive AB, ad minorem axem LM. Sed etiam conus ACB eſt ad conum LCM, ut circulus ATB ad circulum LVM, hoc eſt in duplicatâ ejus quam AB habet ad LM. Ergo ſphæra eſt ad ſphæroidem, ut ACB conus ad conum LCM. Igitur permutando, ut ſphæra ACBX eſt ad conum ACB, ſic ſphærois eſt ad conum LCM. Ac proinde ut ſphæra eſt ad rhombum ACBX, ſic ſphærois eſt ad rhombum LCMX. Quare cùm ſphæra *a* rhombi ACBX ſibi inſcripti dupla ſit, etiam ſphærois rhombi LCMX ſibi inſcripti dupla erit. Quod erat demonſtrandum.

*Archim. ſph. l. 1. prop. 13.*

*Schematiſmus 4. Fig. 26.*

Data deinde ſit lata ſphærois genita ab Ellipſi AECBX circa minorem axem CX circumducta, cui inſcriptus ſit rhombus conicus ACBX.

Sphæroidi inſcribatur ſphæra LRCMX, & ſphæræ rhombus conicus LCMX. His conſtructis ratiocinaberis, ut in primâ parte. Sed pro 23. *hujus* citanda eſt propoſitio 24.

### PROPOSITIO XXVI.

**Omnis portio Cylindri Elliptici recti per alterutrum baſeos axem & latus abſciſſa, maximæ pyramidis ſibi inſcriptæ dupla eſt.**

*Schematiſmus 4. Fig. 27.*

DAta ſit quævis Cylindri Elliptici portio BECD, cujus altitudo DE: pyramidum autem ipſi inſcriptarum maxima ſit BDEC. Sphæroidi baſeos, quam nimirùm producit Ellipſis BDCP circa axem BC in orbem ducta, inſcriptus ſit rhombus conicus maximus BPCD. Pyramis AECD, cujus baſis eſt rectangulum triangulum CAD, altitudo DE, eſt ad conum PCD, qui ex ejuſdem trianguli ADC circa AC in orbem acti revolutione producitur, *b* ut DE ad circumferentiam DRPQ. Tota igitur pyramis PDCE eſt ad totum rhombum, ut DE ad circumferentiam DRPQ. Atqui etiam Cylindri Elliptici portio BEDC eſt ad ſphæroidem baſeos, quam producit Ellipſis BPCD circa axem CB in orbem ducta, ut DE *c* ad circumferentiam DRPQ radio AD deſcriptam. Portio igitur eſt ad ſphæroidem, ut pyramis ad rhombum: & permutando, portio eſt ad pyramidem ut ſphærois ad rhombum. Sed *a* ſphærois rhombi dupla eſt. Ergo etiam portio pyramidis dupla eſt. Quod erat demonſtrandum.

*b 19. huius. c 15. huius. a præced.*

*Corollarium.*

Ex hoc theoremate habetur cubatio portionis à Cylindro Elliptico abſciſſæ. Qui reliquam cubabit Elliptici Cylindri partem, dabit quadraturam.

### PROPOSITIO XXVII.

*Schematiſmus 4. Fig. 28.*

**Cylindri recti Elliptici portio per axem CB & E punctum in latere abſciſſa, CEDB, & baſeos ſphærois ſectæ ſint plano ad ſectionem portionis maximam AED parallelo, quod in portione producat triangulum FHG; in ſphæroïde circulum QGNK ſegmentum portionis unius CLHGF, cujus baſis eſt pars Ellipſeos FCOG, ita ſe habet ad pyramidem ſibi inſcriptam GHCF (cujus baſis eſt triangulum CGF, altitudo GH eadem quæ ſegmenti CLHGF) ut FB cum radio AB ad FB.**

**Segmentum verò maius FGHEDMB, cuius baſis eſt Ellipſeos pars FGDB, ſe habet ad inſcriptam ſibi pyramidem BGAF; ut FC cum AC ad FC.**

REctangulum triangulum CFG cum Elliptico ſegmento COGF circumagi intelligatur circa CF. Segmentum Ellipticum COGF deſcribet ſegmentum ſphæroidicum, cujus baſis GNKQ recta eſt axi CB; triangulum verò CFG conum rectum gignet GCK. Pyramis CFGH eſt ad conum GCK, ut *b* pyramidis altitudo HG eſt ad peripheriam GNKQ, cujus radius eſt FG; hoc eſt ut portionis *c* altitudo ED ad circumferentiam radij AD; hoc eſt ut *a* portionis

*b 19 huius. c 7. huius. a Coroll. 2. p. 15. huius.*

ſeg-

ſegmentum CLHFGOC ad ſegmentum ſphæroidicum GNKCOG. Igitur permutando pyramis CFGH eſt ſegmentum CLHFGOC, cui inſcribitur, ut conus GCK eſt ad ſegmentum ſphæroidicum GNKCOG. Atqui hoc [b] eſt ad conum ut FB cum AB ad FB. Ergo ſegmentum CLHFGOC eſt ad pyramidem, ut FB cum AB ad FB. Quod erat primum.

*b Archim. conoid. p. 31.*

Tota deinde portio CEDB eſt ad totam ſphæroidem baſeos [c] ut ED ad peripheriam diametri PD: Portionis quoque ſegmentum CLHGF eſt ad ſegmentum ſphæroidicum GOCK, ut ED ad [d] peripheriam diametri PD. Ergo & ſegmentum reliquum FGHEMB eſt ad reliquum ſegmentum ſphæroidicum GDBPK, ut ED ad peripheriam diametri PD. Tota deinde primæ partis demonſtratio huc transferatur: ſed pro Archimedis 31. jam aſſumetur 33.

*c 15. huius.*
*d Corol. 2. p. 15. huius.*

### *Corollarium.*

Ex his habetur cubatura ſegmentorum portionis Ellipticæ reſectorum planis ſectioni maximæ parallelis.

## PROPOSITIO XXVIII.

*Schematiſmus 4. Fig. 29.*

**Data ſit Ellipſis BCDZ, in qua binæ dentur diametrotum conjugationes BD, CZ, & HI, βP. Tum AB, AH in æquè multas æquales partes ſectis, per ſectionum puncta ordinatim applicentur EL, FM, GS, KX.**

**Dico: LE eſt ad GS, ut perpendicularis inter GS. AP interjecta eſt ad perpendicularem inter EL, AC; & FM, eſt ad KX, ut perpendicularis inter GS, KX, eſt ad perpendicularem inter EL, FM.**

PRoducatur LE in R, SG in Y. Quoniam ex hyp. diametri AB, AH, proportionaliter ſectæ ſunt in E, & G, ab ordinatim RL, YS applicatis, erunt [a] ſegmenta Elliptica RBL, & YHS æqualia. Quare, cùm ſegmenta EBL, GHS ſint [b] priorum ſemiſſes, æqualia erunt. Deinde ducantur ordinatim LOX, MT, SQD, XV. Quoniam ex hypotheſi DB, IH, proportionaliter ſunt in E, & G, item in A diviſæ, patet [c] rectangulum DAB, eſſe ad rectangulum DEB ut rectangulum IAH ad rectangulum IGH. Sed ut DAB ad DEB, ſic [d] quadratum AC ad quadratum EL, hoc eſt ad quadratum AO; & ut IAH, ad IGH, ſic [e] quadratum AP ad quadratum GS, hoc eſt AQ. Ergo quadratum AC ad quadratum AO, ut quadratum AP ad quadratum AQ. Ergo etiam diametri AC & AP in O & Q, ab ordinatim applicatis LX, SD, proportionaliter ſecantur. Ergo ſegmenta [e] Elliptica LCX, SPD æquantur. Ergo etiam [f] eorum ſemiſſes LCO, SPQ, æquales ſunt. Sunt autem etiam ſegmenta [g] tota ABC, AHP æqualia, cùm ſingula ſint quarta pars Ellipſeos. Ergo reliqua AOLB, AQSH æqualia ſunt. Quare cùm etiam ſuprà oſtenſum ſit ſegmenta EBL, GHS æquari; reliqua parallelográmma EO, GQ æqualia erunt. Igitur ut EL, ad GS, ita reciprocè altitudo parallelogrammi GQ ad altitudinem parallelogrammi EO, hoc eſt diſtantia ipſarum GS, AP, ad diſtantiam ipſarum EL, AC. Quod erat primum.

*a Greg. à S. Vincentio l. 4 p. 53.*
*b idem l. 4. p. 45.*
*c Ex. 23. ſexti elem.*
*d Apollon. l. 1. conic. p. 21.*
*e Greg. à S. Vinc. l. 4. p. 53.*
*f idem l. 4. 45.*
*g Idem l. 4. p. 46.*

Ulteriùs quia DB, IH, proportionaliter ſecantur in A, F, & in A, K; erit DAB ad DFB, ut [h] IAH ad IKH. Sed ut DAB ad DFB, ſic quadrat. AC ad quadrat. FM, hoc eſt AT; & ut IAH, ad IKH, ſic quad. AP, ad quad. KX. hoc eſt AV. Ergo quad. AC eſt ad quadrat. AT, ut quad. AP, ad quadrat. AV. Ergo AT ad AC ut AV ad AP. Sed (ut oſtendi ſuprà) AC, eſt ad AO, ut AP ad AQ. Ergo ex æquo AT eſt ad AO ut AV ad AQ. Ergo parallelogrammum OE, eſt ad parallelogr. TE, ut parallelogr. QG, eſt ad VG parallelogrammum.

*h Ex. 23. elem 6.*

Quare cùm OE, QG jam oſtenderim æqualia eſſe, etiam TE, VG, æqualia erunt. Ergo quoniam per hypotheſim AE, ipſi EF, & AG ipſi GK æquales ſunt; TE ipſi EM, & VG ipſi GX ſunt æqualia. Ergo rurſum ut FM eſt ad KX, ita reciprocè altitudo ipſius GX eſt ad altitudinem ipſius EM; hoc eſt diſtantia ipſarum GS, KX, ad diſtantiam ipſarum EL, FM. Quod erat alterum.

## PROPOSITIO XXIX.

**Portiones æquè altæ, quæ ab eodem Elliptico Cylindro recto per latera, & quaſcumque baſeos diametros abſcinduntur, omnes inter ſe æquales ſunt.**

*Schematiſmus 4. Fig. 30.*

DEtur portio ABCX (facilitatis causâ exhibentur portionum ſemiſſes) ab Elliptico Cylindro reſecta per C punctum aliquod in latere BC, & baſeos Ellipticæ diametrum Xζ. Item ab eodem Cylindro abſciſſa ſit portio FEDNA, per punctum D, in ND latere Cylindri, & per diametrum quamvis aliam Fφ: ſintque æquales portionum altitudines BC, ND.

### *Oportet oſtendere æquales eſſe portiones.*

Diametri AX, AF in æquè multas æquales portiones dividantur, perque diviſionum puncta ad AX, & AF ordinatim applicentur βS, ωL, ωQ, λP: item ad AB, & AN ordinatim applica SG, LKψ, QM, PRϱ. Quoniam autem ABCX, FEDNA ſunt portionum ſemiſſes, earum baſes XAB, ANF, erunt quadrantes ellipſeos, ac proinde tam AX, AB, quàm AF, AN, diametri [a] conjugatæ. Ex punctis S, L, Q, P, erigantur in Cylindricâ ſuperficie lineæ SV, LT, QH, PE, quæ erunt rectæ plano XBF, quia ex hypotheſi Cylindrus rectus eſt: ducantur deinde βV, ωT; ωH, λE. Rurſum ex punctis G, K, M, R, erige GZ, Kϑ; Mθ, RO, & junge VZ, Tϑ, Hθ, OE. His ita constructis, utrique portioni inſcripta ſunt duo priſmata triangularia, ut facilè oſtendetur ex *corollar. propoſ. 7. huius*, quemadmodum in demonſtratione *propoſ.* 11. factum eſt.

*a Greg. à S. Vincent. l. 4. p. 46.*

Quoniam igitur SV, QH, ſunt rectæ plano XBF, etiam lineis βS, ωQ rectæ erunt; ac proinde SV, QH, ſunt triangulorum βVS, ωHQ, altitudines. Iam quia [a] BA eſt ad GA, ut NA ad MA; etiam CB eſt ad ZG ut DN, ad θM. Quare cùm per hyp. CB, DN, ſint pares etiam ZG, θM; hoc eſt [b] VS, HQ triangulorum altitudines pares erunt. Ergo triangula VSβ, HQω ſunt, ut baſes βS, ωQ. Sed βS eſt ad ωQ, ut [c] reciprocè diſtantia parallelarum AN, ωQ, ad diſtantiam parallelorum AB, βS, ergo triangulum VSβ, quod baſis eſt priſmatis SβVZGA eſt ad triangulum

*a Demonſtratum eſt in præced.*
*b Corol. 7. huius.*
*c præced.*

HQω,

HQω, baſim priſmatis QωHθMA, ut reciprocè diſtantia ipſarum ωQ, AN, hoc eſt altitudo priſmatis QωHθMA, ad diſtantiam ipſarum βS, AB; hoc eſt altitudinem priſmatis SβVZGA. Priſmata igitur æqualia ſunt.

Deinde producatur Tϑ in π; & EO, in ξ & junge puncta ψ, π, ρ, ξ. Facilè *d* oſtendetur πψ ξρ eſſe
*d Ex coroll. 7. huius.* parallelas ad CB,DN, coni latera. Unde oſtendetur
*e præced* ut prius, TL, EP. æquari. Ruſum igitur triangulum TLω erit ad triangulum LPλ, ut Lω ad λP; hoc eſt *e* reciprocè ut diſtantia ipſarum λP, ωQ, ad diſtantiam ipſarum Lω, βS. Priſmata igitur LωTϑKβ, PλEORω quia baſes, & altitudines reciprocantur æqualia ſunt. Eodem diſcurſu quotcumque fuerint utrique portioni inſcripta priſmata æquè multa oſtendam omnia omnibus eſſe æqualia. Quare cùm inſu-
*f 10. huius.* per utraque portio *f* hiſce inſcriptionibus exhauria-
*g 1. huius.* tur, hæc illi æqualis *g* erit. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXX.

**Omnis portio à Cylindro recto Elliptico per latus, & quamvis baſeos diametrum abſciſſa, maximæ pyramidis ſibi inſcriptæ dupla eſt.**

Data ſit portio FKGE abſciſſa per baſeos diame-
*Schematiſmus 5. Fig. 31.* trum quamvis FG, cujus conjugata ſit CE. Ex E erigatur in ſuperficie Cylindricâ EK, erit hæc portionis altitudo. Jungantur FE,GE, FK, GK.

Demonſtrandum eſt portionem eſſe duplam inſcriptæ pyramidis cujus baſis eſt triangulum FEG, altitudo EK, eadem quæ portionis.

Ab eodem Elliptico Cylindro abſcindatur per alterutrum baſis axem AB, portio AHDB, altitudinem habens DH, ab alterius axis CD termino erectam, & parem altitudini EK. Erit portio AHDB, portioni FKGE æqualis per præcedentem. Ductis rectis AD, BD, AH, BH, portioni AHDB inſcribatur pyramis maxima, cujus baſis erit triangulum ADB, altitudo DH. Nunc, quoniam triangulum ADB eſt æquale *a* triangulo FEG, & altitudines DH,
*a Ex. 73 l. 4. Gregorij à S. Vincentio.* EK ex conſtructione ſunt æquales; etiam pyramides utrique portioni inſcriptæ æquales erunt. Quare, cùm etiam portiones ipſæ æquales ſint, erit ut portio ad portionem, ſic pyramis ad pyramidem, & permutando, ut portio AHDB ad inſcriptam ſibi pyramidem, ita portio FKEG ad pyramidem ſibi inſcriptam. Quare *b* cùm portio AHDB inſcriptæ ſi-
*b 26. lib. 1. huius.* bi pyramidis dupla ſit, etiam portio FKEG dupla erit pyramidis ſibi inſcriptæ. Quod erat demonſtrandum.

*Sequens theorema nullo negotio deduci poteſt ex 23. Archimedis de conoidibus. Sed quia ejus demonſtratio veriſſima quidem, illa (quod affectare videtur plerumque ille princeps Geometra) ſubobſcura eſt, nos aliâ planè viâ propoſitionem noſtram demonſtrabimus: ex qua deinde Archimedæam in corollario deducemus.*

PROPOSITIO XXXI.

**Cylindrus duplex eſt conoïdis parabolicæ habentis eamdem baſim & altitudinem.**

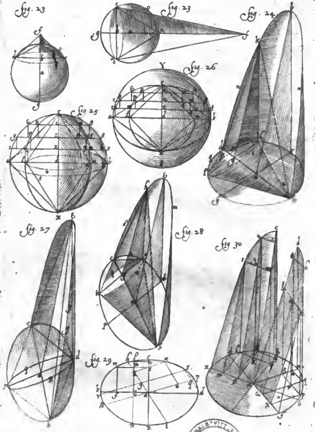
*Schematiſmus 5. Fig. 32.* Eſto Cylindrus AφB, & conois parabolica EφBC huic inſcripta axis communis CD, per quem ducto plano ſectiones erunt in Cylindro quidem parallelogrammum AB, in conoide verò parabola ECB. Ducantur rectæ EC, BC; & axe DC in aliquot æquales partes ſecto, per ſectionum puncta Z, Y, X, ductis lineis ad EB, baſeos diametrum parallelis, tam parabolæ quàm triangulo FCB, parallelogramma æquè alta inſcribantur, ut figura monſtrat. Quod ſi parallelogramma parabolæ inſcripta circa axem CD circumagantur, inſcribentur conoidi parabolico Cylindri ſupra invicem poſiti, & æquè alti, quos deinceps litteris IR, KQ, LP, deſignabimus.

His ita conſtructis, Cylindrus IR, eſt ad Cylindrum LP, ut circulus diametri Iϑ ad circulum diametri Lθ (ſunt enim æquè alti Cylindri per conſtructionem;) hoc eſt ut quadratum Iϑ ad quadrat. Lθ; hoc eſt ut *a* CX ad CZ; hoc eſt ut Mλ ad OQ, hoc *a 20. primi Conic.*
eſt ut parallelogrammum MV ad parallelogram. OS, ſunt enim æquè alta. A primo igitur ad ultimum Cylindrus IR eſt ad Cylindrum LP, ut parallelogrammum MV ad parallelogr. OS. Eodem diſcurſu oſtendam Cylindrum KQ, eſſe ad Cylindrum LP, ut parallelogrammum NT ad parallelogrammum OS. Ergo *b* Cylindri IR & KQ ſimul ſumpti ſunt ad Cy- *b 24. 5.*
lindrum LP, , ut parallelogramma MV, NT ſimul ſumpta, ad parallelogrammum OS. Igitur componendo, Cylindri IR, KQ, LP, ſunt ad LP, Cylindrum, ut parallelogramma MV,NT,OS, ſunt ad parallelogrammum OS. Sed Cylindrus LP, eſt ad Cylindrum HB, ut parallelogrammum OS ad parallelogrammum HB, (eſt enim Cylindrus LP, ad Cylindrum HB, ut circulus radij LZ ad circulum radij HZ; hoc eſt in ratione duplicata LZ, ad HZ; hoc eſt, quia OZ, LZ, HZ, *c* proportionales ſunt, ut OZ *c Greg. à S. Vincentio prop 42. de parabola, aliiſque.*
ad HZ; hoc eſt ut parallelogrammum OS ad parallelogrammum HB,) Cylindrus verò HB eſt ad Cylindrum AB. ut parallelogrammum HB, ad parallelogrammum AB. Igitur ex æquo Cylindri IR,KQ,LP, ſunt ad Cylindrum AB, ut parallelogramma MV, NT, OS, ſunt ad parallelogrammum AB: & invertendo, Cylindrus AB eſt ad Cylindros IR, KQ, LP, conoïdi inſcriptos, ut parallelogrammum AB eſt ad dicta parallelogramma ECB, triangulo inſcripta. Atque hoc ſemper continget, quotcumque Cylindros conoïdi, & parallelogramma triangulo inſcripſerimus. Cùm ergo Cylindri, ſi plures ſemper ac plures conoidi inſcribantur, tandem deſinant in ipſum conoïdes; parallelogramma verò in triangulum ECB; erit quoque Cylindrus AB ad conoidem, ut parallelogrammum AB ad triangulum ECB. *a per conſt.*

Cui hoc non ſufficit, reducat ad impoſſibile hunc in modum. Si negas Cylindrum AB, eſſe duplum conoïdis EφCB, ſive ita ſe habere Cylindrum ad Conoidem ut parallelogrammum AB ad triangulum ECB, erit vel in majori ratione, vel in minori. Sit primum in majori. Erit igitur ut Cylindrus AB ad conoidem, ſic parallelogrammum AB ad planum quodpiam F, minus triangulo EBC. Inſcribantur triangulo ECB tot parallelogramma, ut eorum ſumma minus deficiat à triangulo ECB, quàm planum F, ac proinde ut major ſit quàm F. Totidem quoque Cylindri æquè alti inſcribantur conoidi. Erit igitur (ut ſuprà oſtendimus) Cylindrus AB ad Cylindros inſcriptos conoidi, ut parallelogrammum AB, ad parallelogramma inſcripta triangulo. Sed parallelogramma inſcripta triangulo per conſtructionem majora *a* ſunt plano F. Ergo Cylindrus AB ad Cylindros conoidi inſcriptos eſt in minori ratione quàm

para-

# SCHEMATISMUS IV.




NAPOLI

Digitized by Google

parallelogrammum AB ad planum F. Sed ponebatur Cylindrum AB, ad conoidem eſſe ut parallelogrammum AB ad planum F, ergo Cylindrus AB eſt ad Cylindros conoidi inſcriptos in minori ratione; quàm ad ipſam conoidem: quod eſt abſurdum. Pari diſcurſu oſtendam Cylindrum AB ad conoidem non eſſe in minori ratione quàm parallelogrammum AB ſit ad triangulum ECB, liquet igitur Cylindrum AB, eſſe ad conoidem ut parallelogrammum AB, ad triangulum ECB. Quod erat demonſtrandum.

*Corollarium.*

Hinc efficitur (quod Archimedes demonſtrat *prop.* 23.*de conoid.*) conoidem parabolicam inſcripti ſibi coni ſeſqui alteram eſſe. Cùm enim conois ſit ad Cylindrum AB, ut 3.ad 6. Cylindrus autem ad conum ECB, ut 6. ad 2. Erit ex equo conois ad conum ECB, ut 3.ad 2.

## PROPOSITIO XXXII.

**Omnis portio Cylindri parabolici per axem baſeos, & punctum in latere abſciſſæ pyramidis ſibi inſcriptæ, ſeſquialtera eſt.**

*Schematiſmus* 5. *Fig.*33. Esto Cylindri parabolici portio DHFBCK per axem baſeos DC, & lateris BF punctum F abſciſſa, cui inſcripta ſit pyramis maxima DCBF. Demonſtrandum eſt portionem pyramidis ſeſquialteram eſſe.

a 19.*huius.* b 17.*huius.* Pyramis *a* DCBF eſt ad conum ADB maximum baſi inſcriptum, ut altitudo pyramidis FB, ad circumferentiam circuli diametro AB deſcripti. Sed etiam portio DHFBCK eſt ad conoidem parabolicam genitam ex baſi BDA, circa axem DC revolutâ, ut FB ad circumferentiam circuli diametro BA deſcripti. Ergo portio eſt ad conoidem ut pyramis ad conum. Igitur permutando portio eſt ad pyramidem ut conois ad conum. Sed *c* conois coni ſeſquialtera eſt. Ergo & portio ſeſquialtera eſt pyramidis. Quod erat Demonſtrandum.

c *Corol. præced.*

*Corollarium.*

Ex hoc theoremate habetur cubatio portionis à Cylindro parabolico abſciſſæ.

## PROPOSITIO XXXIII.

*Schematiſmus* 5. *Fig.*34. **Eſto Cylindri hyperbolici portio GNLDAM per AG axem baſeos, & punctum F in latere abſciſſa. Sit autem baſeos (quæ hyperbole eſt) latus tranſverſum GF, cui adiuncta ſit ipſius ſemiſſis FH. Portio GNLDAM eſt ad pyramidem maximam GADL ſibi inſcriptam, ut HA eſt ad FA.**

Demonſtratum eſt ab Archimede *prop.*27. de Conoid.& ſphæroid.conoidem hyperbolicam CPGMD eſſe ad conum maximum ſibi inſcriptum CGD, ut HA, ad FA. Sed portio GNLDAM eſt ad pyramidem GADL ſibi inſcriptam, ut conois hyperbolica CPGMD ad conum CGD (eſt enim, ut in præcedentibus demonſtravimus tam *a* portio ad conoidem, quàm *b* pyramis ad conum, ut LD, altitudo ad circumferentiam diametri CD; ae proinde permutando, portio ad pyramidem, ut conois ad conum.) Ergo etiam portio hyperbolica GNLDAM, eſt ad pyramidem GADL inſcriptam, ut HA ad FA, quod erat demonſtrandum.

a 17.*huius.* b 19.*huius.*



*Corollarium.*

Ex theoremate jam demonſtrato habetur cubatura portionis à Cylindro hyperbolico per latus & axem baſeos abſciſſæ.

## PROPOSITIO XXXIV.

**Pyramides (DFGE, DBCE) Cylindri cuiuſcumque portioni inſcriptæ duplicatam habet inter ſe proportionem altitudinum FG, BC** *Schematiſmus* 5. *Fig.* 35.

Ducantur CA, GN perpendiculares ad diametrum DE, & jungantur puncta AB. Ex puncto F duc FH parallelam ad DE, & ex H demittatur HK parallela ad BC. Oſtenſum alibi eſt *a* FG, HK æquales eſſe. Sunt autem & parallelæ inter ſe, cùm ambæ æquidiſtent BC. Ergo ſi ducatur GK, erunt GK, FH, quia æquales & parallelas jungunt, etiam ipſæ parallelæ. Cùm igitur FH æquidiſtet NA, etiam GK eidem NA parallela eſt. Quare cùm etiam GN, KA ſunt parallelæ, erit AKGN parallelogrammum, ac proinde NG, AK æquantur. a *Corol.*11 *p.*7. *huius.*

His oſtenſis, proportio pyramidis DBCE ad pyramidem DFGE compoſita eſt ex proportionibus baſeos DCE ad baſim DGE, & altitudinis BC ad altitudinem FG. Sed proportio baſeos DCE ad baſim DGE eadem eſt quæ *b* AC ad NG hoc eſt (ut jam oſtendi) AC ad AK; hoc eſt (quia HK eſt parallela ad BC) BC ad HK; hoc eſt *c* BC ad FG altitudinis ad altitudinem. Ergo proportio pyramidis DBCE ad pyramidem DFGE eſt duplicata eius quam habet altitudo BC ad altitudinem FG. Quod fuit demonſtrandum. b 1.6. *E. lem.* c *Corol.* 1. *p.*7. *huius.*

# PARS III.

## PROPOSITIO XXXV.

**Sphærois lata ad ſphæroïdem longam ab eadem Ellipſi genitam eam habet rationem quam maior axis ad minorem**

Genitrix ellipſis ſit ACBX, axis maior AB, minor CX. Ellipſis circumſcribe circulum AYB*b*, qui circumactus ſphæram producat. Ratio ſphæræ ambientis AYB*b* ad ſpæroidem longam eſt duplicata *d* rationis AB axis maioris ad CX axem minorem; item ratio ſphæræ AYB*b* ad ſphæroidem latam eadem eſt *a* quæ AB ad CX. Ergo ſphæra ſphærois lata, & ſphærois longa proportionales ſunt. Ergo ſphærois lata eſt ad longam ut CB ad CX. Quod erat demonſtrandum. *Schematiſmus* 4. *Fig.*26. d 13.*huius*, a *Corol. p.*14.*huius.*

## PROPOSITIO XXXVI.

*Schematiſmus 4. Fig.26.*

Ellipſi ACBX circulum inſcribe LCMX, & alium conſcribe AYBϑ. Circuli producant ſphæras, ellipſis verò ſphæroïdem latam & longam.

Sphæra LCMX; ſphæroïs longa, ſphæroïs lata ſphæra AYBϑ ſunt continuè proportionales in ratione axium CX, AB.

Quod ſi circulo AYBϑ rurſum conſcribatur ellipſis, cujus minor axis ſit AB, major verò ad AB, ut AB eſt ad CX; huic autem ellipſi conſcribatur circulus, & ſic deinceps ſphærarum ac ſphæroïdum in ratione axium CX, AB, continuè proportionalium ſeries ſine termino continuabitur.

*b Corol. p.23 huius. c Præced. d Corol. p.24. huius.*

SPhæra LCMX eſt ad ſphæroidem longam XACB, ut *b* CX ad AB, & ſphærois longa *c* XACB eſt ad ſphæroidem latam ACBX ut CX ad AB: ſimiliter ſphærois lata ACBX eſt ad ſphæram *d* AYBϑ, ut CX AB, atque eâ deinceps ſerie in infinitum.

## PROPOSITIO XXXVII.

*Schematiſmus 5. Fig.36.*

Circulo BCDG inſcripta ſit Ellipſis ſuperque his erecti intelligantur Cylindri recti, circularis, & Ellipticus, in altitudine eadem communi CN. A Cylindro circulari abſcindatur portio BCND, ab Elliptico autem reſecetur per alterutrũ axem portio FCNE, ſive portio CKEG.

Portio Cylindri circularis BCND, ad portionem Cylindri Elliptici per alterutrum axem abſciſſam, eam habet rationem quam CG maior axis ad minorem FE.

*a 13. huius. b 15 huius. c Corol. p. 24 huius. d 29 huius.*

POrtio BCND eſt ad ſphæram baſeos BCDG, ut altitudo *a* CN ad circumferentiam BCDG diametri CG. Item portio FCNE eſt ad ſphæroidem, quæ fit ab ellipſi FCEG circa FE circumductâ, ut *b* altitudo CN ad circumferentiam, cujus diameter CG. Ergo portio BCND eſt ad ſphæram baſeos BCDG, ut portio FCNE ad ſphæroidem latam baſeos FCEG: & permutando, portio eſt ad portionem, ut ſphæra ad ſphæroidem latam, hoc eſt ut *c* CG axis major ad minorem FE. Idipſum convenit portioni CKEG, cùm hæc alteri BCND æqualis *d* ſit.

## PROPOSITIO XXXVIII.

*Schematiſmus 5. Fig.36. e 29. huius.*

Ellipſi FCEG inſcriptus ſit circulus FQEM ſuperque iis erecti ſint Cylindri recti, ellipticus & Circularis in altitudine communi EK, ſive in æquali. Ab elliptico per axem alterutrum CG, EF abſcindatur portio CEKG, vel portio FCNE (ſunt enim *e* æquales:) à Cylindro autem circulari portio reſecetur QKME

Elliptici Cylindri portio eſt ad Circularis Cylindri portionem, ut maior axis CG ad minorem EF.

*a 15. huius. b Corol. p. 23 huius.*

POrtio CKGE eſt ad longam ſphæroidem genitam à baſi CEGF circa CG majorem axem in orbem ductâ, ut KE *a* altitudo ad circumferentiam, cujus diameter EF. Similiter portio QKME eſt ad ſphæram baſeos cujus diameter EF, ut KE ad circumferentiam diametri FE. Ergo portio CKEG eſt ad ſphæroidem longam ſuæ baſeos; ut portio QME eſt ad ſphæram baſeos ſuæ. Igitur alternatim portio CKGE eſt ad portionem QKME, ut ſphæroides longa CEGF ad ſphæram QEMF; hoc eſt *b* ut major axis CG ad minorem EF. Quod erat Demonſtrandum.

## PROPOSITIO XXXIX.

*Schematiſmus 5. Fig.36.*

Circulo QEMF conſcribatur Ellipſis CEGF, & ellipſi rurſum circulus CDGB. Super circulis erecti ſint Cylindri circulares; ſuper Ellipſi, Ellipticus; & ſint omnium æquales altitudines CN, EK. A Cylindro ſuper circulo QEMF, abſciſſa ſit portio QKME; ab elliptico per alterutrũ axem, portio CKGE, ſive FCNE, à circulari ſuper CDGB portio BCDN.

Portiones QKME, FCNE, ſive CKGE, & BCND, ſunt continuè proportionales in ratione axium EF, CG.

Quod ſi circulo CDGB, conſcribatur ellipſis priori ſimilis, atque huic circulus, & ſic deinceps; ſuper iis autem rurſum Cylindri conſtituantur, & portiones ut prius reſecentur; portionum alternis circularium, & Ellipticarum in ratione axium continuè proportionalium ſeries continuabitur ſine termino.

*c 19. huius. d 38. huius. e 37. huius.*

POrtio QKME eſt ad portionem CKGE, ſive *c* FCNE, ut *d* axis minor EF ad majorem CG: & portio FCNE, ſive CKGE eſt ad portionẽ BCND, ut EF ad *e* CG. Ergo portiones QKME, FCNE, ſive CKGE & BCND ſunt in ratione axium continuè proportionales; atque eâ deinceps ſerie in infinitum. Quod erat propoſitum.

## PROPOSITIO XL.

*Schematiſmus 5. Fig.37.*

Omnis portio Cylindri circularis recti, per latus & centrum baſeos abſciſſa, ad Cylindrum ſuum eam habet rationem, quam duæ tertiæ diametri partes ad circuli circumferentiam.

*a 13 huius. b Archim. l.1. ſph. mani feſt 9.*

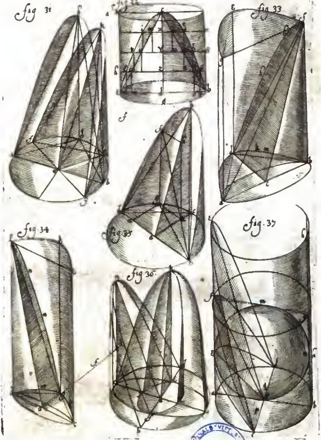
DAta primùm ſit portio CAFD altitudinem habens AF, parem baſeos diametro AB, ſive CD, cuius duæ tertiæ ſint DP: Cylindro igitur AG, à quo ſumpta eſt portio CAFD, poterit inſcribi ſphæra LEMN, quæ æqualis erit ſphæræ à baſi ADBC productæ. Jam verò portio CAFD eſt ad ſphæram baſeos ADBC, hoc eſt ad ſphæram LEMN, ut *a* altitudo FA, hoc eſt diameter baſeos CD ad circumferentiam ADBC: ſphæra autem LEMN eſt ad Cylindrum AG, cui includitur, ut 2. *b* ad 3; hoc eſt ut DP, duæ tertiæ diametri CD ad diametrum CD. Ergo ex æqualitate perturbata portio CAFD eſt ad Cylindrum AG, ut DP duæ tertiæ diametri CD ad circumferentiam ADBC. Quod erat demonſtrandum.

Porrò dictæ æqualitatis perturbatæ ſchema eſt huiuſmodi.

| | |
|---|---|
| | $\frac{2}{3}$ diametri CD |
| Portio CADF | FA. /. CD |
| ſphæ. ADBC. /. LEMN | circumf. ADBC |
| Cylind. AG | |

Detur

# SCHEMATISMUS V




NAPOLI

Digitized by Google

Detur deinde portio CAED, cujuſcumque altitudinis ſumpta è Cylindro AH oſtendam nihilominùs portionem eſſe ad Cylindrum ut $\frac{2}{3}$ diametri CD ad circumferentiam ADBC. Portiones CAED, & CAFD ſunt inter ſe ut c altitudines AE, AF. Quare cùm etiam Cylindri AH, AG ſint inter ſe ut altitudines AE, AF, erit portio CAED ad portionem CAFD ut Cylindrus AH ad Cylindrum AG: ergo permutando, portio CAED eſt ad Cylindrum AH, ut portio CAFD ad Cylindrum AG. Sed jam oſtenſum eſt portionem CAFD eſſe ad Cylindrum AG ut ſunt $\frac{2}{3}$ diametri ad circumferentiam. Ergo etiam portio CAED eſt ad Cylindrum AH, ut $\frac{2}{3}$ diametri ad circumferentiam. Quod erat demonſtrandum.

c 18 huius.

### *Corollarium.*

Datâ igitur in rectis lineis ratione portionis ad Cylindrum, datur quadratura.

## PROPOSITIO XLI.

**Portio Cylindri recti Elliptici, per latus, & quamvis baſeos diametrum abſciſſa, ad Cylindrum ipſum eam habet rationem, quam duæ tertiæ diametri partes ad circuli circumferentiam.**

Schematiſmus 6. Fig. 38.

DAtus ſit Cylindrus Ellipticus AH cujuſvis altitudinis AF, perque alterutrum baſeos ADBC axem, exempli grat. per minorem CD, abſcindatur portio CAFD. Tum ellipſi ADBC inſcribe circulum MDPC; ſuperque eo Cylindrus ſtatuatur NK, ejuſdem cum Cylindro AH altitudinis; & per CD abſcindatur portio CNGD.

Ratio Cylindri Elliptici AH ad portionem CAFD compoſita eſt ex ratione Cylindri AH ad Cylindrum NK, & ex ratione Cylindri NK ad portionem CNGD, & ex ratione portionis CNGD ad portionem CAFD. Sed ratio Cylindri AH ad Cylindrum NK eadem eſt quæ ratio baſeos Ellipticæ ADBC ad baſim circularem CNDP; hoc eſt eadem a cum ratione majoris axis AB ad minorem DC: & ratio Cylindri NK ad portionem CNGD, eſt ratio a circumferentiæ ad duas tertias diametri. Item ratio portionis CNGD ad portionem CAFD eſt ratio b minoris axis DC ad majorem AB. Ergo ratio Cylindri AH ad portionem ſuam CAFD compoſita eſt ex ratione AB ad CD, & ex ratione circumferentiæ ad duas tertias diametri, & ex ratione CD ad AB. Quare cùm rationes AB ad DC, & DC ad AB ſe mutuo tollant, erit Cylindrus Ellipticus AH ad portionem CAFD, per minorem axem CD abſciſſam, ac proinde etiam ad reliquas portiones per quamvis diametrum reſectas (æquantur enim inter c ſe omnes) ut circumferentia circuli ad duas tertias diametri partes. Quod erat demonſtrandum.

Archim. prop. 5. conoid.
a præced.
b 38. huius.
c 29. huius.

## PROPOSITIO XLII.

**Omnis portio Cylindri Parabolici per latus & axem baſeos abſciſſa ad ipſum ſuum Cylindrum eam habet rationem, quam 3. ad 16.**

Schematiſmus 5. Fig. 33.

ESto portio DHFBCK à Cylindro Parabolico BADEFG per baſeos axem CD, & punctum F, in latere BF, abſciſſa. Oportet oſtendere eam eſſe ad Cylindrum ut 3. ad 16. Demonſtratum eſt ſuprà d portionem eſſe ad pyramidem maximam inſcriptam DCBF, ut 3. ad 2. Pyramis autem DCBF eſt ad pyramidem cujus baſis triangulum BDA, altitudo eadem BF, ut 2. ad 4. atque hæc ipſa pyramis eſt ad priſma ſuper baſi eâdem BDA, & eâdem altitudine BF, ut 4. ad 12. Priſma verò eſt ad Cylindrum Parabolicum ut baſis ad baſim, ut triangulum nempè BDA ad Parabolam BFDA, hoc eſt ut 12. ad 16. in ratione nimirùm ſubſeſquitertiâ. Igitur ex æquo portio DHFBCK eſt ad Cylindrum Parabolicum ut 3. ad 16. Quod erat demonſtrandum.

d 32. huius.

*Tacquet Cylind. & Annul.*

Series proportionalium quantitatum in ſuperiore argumentatione ex æquo inſtitutæ, hæ ſunt.

| | |
|---|---|
| Portio DHFBCK | 3 |
| Pyramis DCBF | 2 |
| Pyramis BDAF | 4 |
| Priſma ſuper BDA | 12 |
| Cylindrus parabol. | 16 |

# PARS QUARTA.

## PROPOSITIO XLIII.

**Planus annulus eſto BCHK, cuius latitudo BC; centrum A: & circulus quivis EGF, cuius radius EF.** Schematiſmus 5. Fig. 39.

**Annulus eſt ad circulum ut DBC, rectangulum ad quadratum radii EF.**

CIrculus BHA eſt ad circulum CKA, ut quadratum BA ad quadratum CA. Igitur dividendo, annulus planus BCHK eſt ad circulum CKA, ut rectangulum a BCA bis cum quadrato BC ad quadratum CA. Sed rectangulum BCA bis cum quadrato BC, eſt rectangulum b DBC. Ergo annulus planus BCKH eſt ad circulum CKA ut rectangulum DBC ad quadratum CA. Quare cùm circulus CKA ſit ad circulum EGF, ut quadratum CA ad quadratum FE; erit ex æquo annulus BCKH ad circulum EFG ut rectangulum DBC ad quadratum EF. quod erat demonſtrandum.

a 4 elem. 2.
b 3. & 4. elem. 2.

## PROPOSITIO XLIV.

**Eſto ſphæræ circulus maximus HPGK & in eo recta quævis non per A centrum ducta BC, cui parallela ſit diameter GH.** Schematiſmus 6. Fig. 40.

**Solidum ſphæricum quod fit à ſegmento circulari BKC, circa diametrum GH in in orbem ducto, æquale eſt ſphæræ, cuius diameter BC.**

DEſcribatur circulus CNBR maximus ſphæræ diametri BC: per utriuſque circuli centra A, S, ducatur recta QR: hæc ſecabit utramque diametrum GH, BC ad rectos angulos. Tum radius SB in aliquot æquales partes dividatur, & per diviſionum puncta E, ductis EKF, ad QSR parallelis (quæ proinde erunt perpendiculares ad BS) inſcribantur rectangula tam ſegmento BKTS, quàm quadranti BFRS. Iam ſegmentum BKTS cum ſuis rectangulis in orbem ducito circa diametrum GH. Hac revolutione ſolido ſphærico, quod fit à ſegmento BKTS inſcribentur Cylindri cavi à rectangulis EX producti, quorum baſes erunt plani annuli EKPO, altitudines KX, ſive EE. Quod ſi quadrans BFRS cum in-

ſcriptis ſibi rectangulis in orbem ducatur, circa diametrum BC; hemiſphærio inſcribentur à rectangulis EZ, Cylindri quorum baſes erunt circuli diametrorum NF, altitudines verò FZ, ſive EE.

Quoniam verò tam rectangula PEK, quàm rectangula NEF æquantur *a* rectangulis BEC, erunt rectangula PEK, id eſt OKE, æqualia rectangulis NEF, hoc eſt quadratis EF. Ergo plani annuli EKPO (qui cavorum Cylindrorum baſes ſunt) erunt æquales *b* circulis diametrorum NF, qui baſes ſunt Cylindrorum integrorum. Quoniam igitur cavorum Cylindrorum, qui inſcripti ſunt ſolido ſphærico, genito à ſegmento BKTS, & Cylindrorum integrorum, qui hemiſphærio quadrantis BFRS inſcribuntur, tum baſes, tum altitudines æquales ſunt; omnes quoque cavi Cylindri *c* omnibus Cylindris integris æquales erunt. Atque hoc ſemper eveniet, etiamſi inſcriptiones illæ in infinitum continuentur. Cùm igitur & inſcriptionibus illis, tam *d* ſphæricum ſolidum, productum à plano circulari BKTS, circa GH circumacto, quàm hemiſphærium *e* à quadrante BFRS genitum exhauriantur: erit ſolidum ſphæricum à ſegmento BKTS productum, æquale hemiſphærio; ac proinde totum ſphæricum ſolidum quod fit à plano BKC, circa GH revoluto, toti ſphæræ diametri BC æquale erit. Quod erat demonſtrandum.

*a* 35. elem. *b* praeced. *c* 5. huius. *d* Colligitur ex diſcurſu Archimed. 21. conoid. *e* Arch. 21. Conoid.

#### *Per heterogenea.*

*Schematiſmus 6. Fig. 40.*

Solidum ſphæricum, quod fit à ſegmento circulari BTC, circa GH diametrum circumacto, & ſphæra à ſemicirculo BRC producta ſecentur plano ad GH, & BC recto. In ſolido ſphærico ſectio erit annulus planus, cujus latitudo EK, ſive OP; in ſphærâ autem ſectio circulus eſt, cujus diameter NF. Oſtenſum verò jam eſt in demonſtratione primâ annulum circulo æquari; idque evenire ſemper, quotcumque ſectiones ejuſmodi fiant. Ergo ex heterogeneorum regulâ ſolidum ſphæricum ſphæræ eſt æquale. Quod erat propoſitum.

#### *Corollarium.*

Igitur ſphæricum ſolidum quod fit à circulari ſegmento GBCH, circa GH Diametrum circumacto, æquale eſt differentiæ ſphærarum, quarum diametri ſunt GH, BC.

Quod ſi duæ fuerint diametro GH parallelæ MY, BC, aut plures, erit ſphæricum ſolidum genitum à circulari plano MBCY circa GH revoluto, æquale differentiæ ſphærarum, quarum diametri MY, BC.

### PROPOSITIO XLV.

*Schematiſmus 6. Fig. 41.*

**Data ſit Cylindri circularis recti Elliptica portio DBCE, per centrū baſeos & punctum in latere abſciſſa, quæ planis ſecetur HGKL, NRTP, βπωθ, ad baſim rectis, & tranſeuntibus per lineas HL, NP, βθ diametro DE parallelas.**

**Si altitudo portionis BC, par fuerit circumferentiæ DCEY, erunt portio DBCE. Segmenta portionis HGBKLCH. GBKLCH, NRBTPCN, βπBωCβ, æqualia ſphæris, quarum diametri ſunt parallelæ DE, HL, NP, βθ.**

**Et univerſim jam dictæ portiones ad ſphæras dictas eam habent proportionem, quam portionis altitudo BC, ad circumferentiam DCEY.**

Segmentum HGBKLCH eſt ad ſphæricum ſolidum quod fit à circulari plano HCL circa diametrum DE in orbem ducto, *a* ut BC ad circumferentiam DCEY. Atqui ſolidum ſphæricum, quod fit à plano HCL circa DE circumacto, æquatur *b* ſphæræ, cujus diameter HL. Ergo portionis ſegmentum HGBKLCH eſt ad ſphæram diametri HL, ut BC ad circumferentiam DCEY. Quod erat propoſitum. De portione ipſa demonſtratum eſt *prop. 13, huius.*

*a* Corol. 1. p. 14. huius. *b* Praced.

#### *Corollarium I.*

Portio igitur & portionis ſegmenta dicta, proportionalia ſunt ſphæris diametrorum DE, HL, NP, &c.

*Schematiſmus 6. Fig. 41.*

#### *Corollarium II.*

Portio, & portionis ſegmenta prædicta inter ſe rationem habent triplicatam parallelarum DE, HL, NP, &c. ſunt enim portio, & ſegmenta ſphæris proportionalia.

#### *Corollarium III.*

Segmenta portionis DGHKLE, & reliqua quæ inter ipſa parallela plana continentur; eam rationem habent ad differentias ſphærarum, quarum diametri DE, HL, NP, &c. quam BC portionis altitudo ad peripheriam DCEY, ac proinde hæc illis proportionales ſunt.

Demonſtratur ex præſenti theoremate & 19. *quinti elem.*

### PROPOSITIO XLVI.

*Schematiſmus 6. Fig. 43.*

**Data ſit Cylindri circularis recti portio DBCE, per A centrum baſeos, & punctum in latere abſciſſa, cuius altitudo CB, ſectio maxima ABC. In baſi ducatur HL parallela diametro DE, ſecans AC in P, ex P ducta ſit PS parallela ad AB occurrens BC in S, per HSL ducto plano abſcindatur portio HSCL.**

**Erit portio DBCE ad portionem HSCL, ut ſphæra genita à baſi DCE ad rotundum ſolidum quod fit à circulari ſegmento circa HL revoluto.**

Quoniam per conſtructionem PS eſt parallela ad AB, erit BC ad AC, ut SC eſt ad PC. Sed AC eſt ad circumferentiam radij AC, ut *a* PC ad circumferentiam radij PC. Igitur ex æqual. BC eſt ad circumferentiam radij PC. ut SC ad circumferentiam radij PC. Atqui demonſtratum ſuprà in præcedentibus eſt portionem DBCE eſſe ad ſphæram genitam à baſi DCE, ut *b* BC altitudo eſt ad circumferentiam radij AC. Item demonſtratum *c* eſt portionem HSCL eſſe ad rotundum ſolidum genitum à baſi HCL circa HL revolutā, ut altitudo SC ad circumferentiam radij PC. Ergo portio DBCE eſt ad ſphæram ſuæ baſeos ut portio HSCL eſt ad rotundum ſolidum baſeos ſuæ. Ergo permutando, portio DBCE

*a* Patet & Pappus l. 5. *b* 13. huius. *c* 16. huius.

eſt

eſt ad portionem HSCL, ut ſphæra baſeos DCE ad rotundum ſolidum factum ex HCL. Quod erat demonſtrandum.

*Corollarium.*

Propoſitio vera eſt in omni portione, ſive ea ex Cylindro Elliptico, Parabolico, Hyperbolico, ſive alio quocumque ſit deſumpta, ſed in demonſtratione loco propoſitionis 13. citandæ erunt 15.16.17. *huius.* Reliqua demonſtratio omnis conveniet.

## PROPOSITIO XLVII.

*Schematiſmus 6. Fig. 42. 43.*

**Eſto Cylindri circularis recti portio DBCE, per B punctum in latere, & per A centrum baſeos abſciſſa, quam ſeca plano GFT parallelo ad baſim DCE.**

**Portio DBCE eſt ad ſegmentum GBFT, ut ſphæra quæ fit à baſi DCE ad ſolidum, quod fit à circulari ſegmento GFT circa GT in orbem ducto.**

SEctio portionis maxima ſit ABC; hujus & plani GFT, communis ſectio ſit recta KF. Per GT ducatur planum GHLT rectum baſi DCE; producens in ſuperficie Cylindricâ rectas GH, TL; in baſi rectam HL, & in ſectione maximâ ABC rectam KP. Quoniam KP eſt communis ſectio planorum ABC, HGTL, quæ ambo recta ſunt baſi DCE, erit KP *a* perpendicularis baſi DCE. Quare cùm BC ſit ad eamdem baſim recta (eſt enim recta linea in Cylindri recti ſuperficie exiſtens) erunt KP, BC *b* parallelæ. Iam verò quia eidem KP parallelæ ad BC æquantur *c* GH LT, erunt æquales inter ſe. Sunt autem & parallelæ, quia in Cylindri ſuperficie exiſtunt. Ergo GT, HL jungunt æquales, ac parallelas GH, TL, ac proinde etiam ipſæ æquales ſunt. Quoniam igitur æqualium circulorum ſegmenta ſunt HCL, GFT, & ſubtenſæ HL, GT æquales; erunt ſegmenta HCL, GFT æqualia & ſimilia.

a 19. elem. 11.
b 6. elem. 11.
c Corol. 1. p. 7 huius.

Deinde quia parallela plana GFT, DCE ſecantur plano ABC, erunt *a* ſectiones KF, AC parallelæ. Oſtendi autem ſuprà etiam parallelas eſſe KP, BC. Ergo PKFC eſt parallelogrammum. Ergo KF æquatur PC. Jam ex P ducatur PS parallela ad AB. Similia erunt triangula KBF, PSC. Quare cùm PC ſit par KF, erit etiam CS ipſi EB æqualis. Quare ſi per HSL abſcindatur portio HSCL; erit hæc *b* æqualis, & ſimilis portioni GBFT, cùm baſes GFT, HCL æquales ac ſimiles, atque inſuper altitudines BF, SC æquales ſint.

a 16 elem. 11.
b Patet ex 18. huius.

Ulterius quoniam parallela plana GFT, DCE ſecantur plano DBE, erunt ſectiones GT, DE parallelæ. Oſtendi autem ſuprà etiam GTHL eſſe parallelas. Ergo HL eſt parallela DE diametro. Per conſtructionem verò PS eſt parallela ad AB. Ergo portio HSCL per rectam HL & punctum S abſciſſa, eſt ea de quâ actum eſt *propoſitione præcedenti*. Per eamdem igitur propoſitionem portio DBCE eſt ad portionem HSCL, ut ſphæra genita à baſi DCE ad ſolidum factum à circulari plano HCL circa HL revoluto. Atqui jam oſtendimus portiones HSCL, GBFT æquales eſſe. Oſtenſum ſimiliter eſt ſegmenta HCL, GFT, ſimilia eſſe, & æqualia, ac proinde ex iis circa ſubtenſas ſuas HL, GT revolutis, æqualia fient ſolida. Ergo portio DBCE eſt ad portionem GBFT, ut ſphæra genita à baſi DCE ad ſolidum factum à ſegmento circulari GFT circa GT revoluto. Quod erat demonſtrandum.

*Corollarium.*

Propoſitio vera eſt in omni portione, ſive nimirùm portio deſumpta ſit ex Cylindro Elliptico, Parabolico, Hyperbolico, ſive alio quocumque. Demonſtratio etiam omninò eadem, ſed loco propoſitionis 46. aſſumatur corollarium ejuſdem.

## PROPOSITIO XLVIII.

**Iiſdem poſitis quæ tota præcedenti: circa HL, diametro DE parallelam deſcribatur circulus HQLR.** *Schematiſmus 6. Fig. 42. 43.*

**Solidum HGBTLCH eſt ad ſolidum GBFT, ut ſphæra diametri HL, ſive genita à ſemicirculo HQL eſt ad ſolidum, quod fit à ſegmento circulari HCL circa eamdem HL in orbem ducto.**

SOlidum HGBTLCH eſt ad *a* portionem totam DBCE, ut ſphæra diametri HL, ad ſphæram diametri DE. Portio autem tota DBCE eſt ad ſegmentum GBFT, ut *b* ſphæra diametri DE ad ſolidum genitum à ſegmento GFT circa GT, hoc eſt à ſegmento *c* HCL circa HL revoluto. Ergo ex æquali ſolidum HGBTLCH, eſt ad ſegmentum GBFT, ut ſphæra diametri HL ad ſolidum quod fit à circulari ſegmento HCL, circa eamdem HL in orbem ducto. Quod erat demonſtrandum.

a Corol. 1. p. 43 huius
b Præced.
c Oſtenſum in præced.

*Corollarium.*

Igitur dividendo, ſegmentum Cylindricum, inter æqualia, ſimilia & parallela plana HCL, GFT contentum, eſt ad portionem Cylindricam GBFT, ut ſolidum factum à plano quod ſemiperipheriâ HQL & arcu HCL continetur, circa HL revoluto ad ſolidum factum ex plano HCL, circa eamdem HL in orbem ducto.

## PROPOSITIO XLIX.

**Iiſdem poſitis: Cylindricum ſegmentum parallelis circularibus planis HCL, GFT interjectum, erit ad ſolidum ſphæricum quod fit à circulari plano HQLCH, circa HL in orbem ducto, ut BC ad circumferentiam DCEY,** *Schematiſmus 6. Fig. 42. 43.*

SEgmentum enim Cylindricum HCLTFG, eſt ad ſolidum GBFT, ut ſegmentum ſphæricum factum ex plano HQLCH, circa HL revoluto, ad ſegmentum ſphæricum factum ex HCL, circa eamdem HL in orbem ducto per *Corol. præced.* Igitur permutando, Cylindricum HCLTFG eſt ad ſegmentum ſphæricum quod fit ex plano HQLCH circa HL revoluto, ut ſolidum GBFT, (hoc *a* eſt ſolidum HSCL) ad ſphæricum ſegmentum genitum à plano HCL circa HL in orbem ducto; hoc eſt ut portio DBCE ad *b* ſphæram baſeos DCE; hoc eſt ut BC *c* ad circumferentiam DCEY. Quod erat propoſitum.

a Oſtenſum p. 47. huius.
b 46 huius.
c 13. huius

## PROPOSITIO L.

*Schematiſmus 6. Fig. 42. 43.*

**Iiſdem poſitis quæ tribus præcedentibus. Erit ratio ſegmenti Cylindrici, quod fit ex plano circulari HCL in altitudinem CS ad portionem a ſe abſciſſam HSCL, compoſita ex ratione ſphærici ſegmenti, quod fit à plano comprehenſo a ſemiperipheria HQS, & arcu HCL, circa HL revoluto ad ſphæricum ſegmentum quod fit à plano HCL, circa eamdem HL in orbem ducto; & ex ratione PC ad PA.**

IN *prop.* 47. oſtenſum eſt PKFC eſſe parallelogrammum. Quare KP, FC ſunt æquales. Quia verò triangula AKP, PSC ſimilia ſunt (ſunt enim KP, CB, per demonſtrat; *a* & AB. PS per *b* conſtructionem parallelæ) erit KP, id eſt (ut jam oſtendi) FC ad SC, ut AP ad PC. Jam verò ratio ſegmenti Cylindrici, quod fit ex plano HCL in altitudinem CS ad ſegmentum HSCL eſt compoſita ex ratione ipſius ad Cylindricum ſegmentum HCLTFG, & ex ratione ſegmenti Cylindrici HCLTFG ad ſegmentum HSCL. Atqui ratio Cylindrici, quod fit ex plano HCL ducto in altitudinem CS, ad Cylindricum HCLTFG, eſt ratio CS ad CF, hoc eſt (ut jam oſtendi) ratio PC, ad PA: ratio autem Cylindrici HCLTFG ad ſegmentum HSCL, ſeu GBFT, (ſunt enim *c* æqualia) eſt ratio *d* ſegmenti ſphærici facti ex plano HQLCH circa HL revoluto, ad ſegmentum ſphæricum factum ex plano HCL circa HL in orbem ducto. Ergo ratio ſegmenti Cylindrici quod fit ex HCL in altitudinem CS. ad portionem ſuam HSCL compoſita eſt ex ratione PC ad AP, & ex ratione ſphærici ſegmenti facti ex HQLCH circa HL revoluto ad ſphæricum ſegmentũ factum ex HCL. Quod erat demonſtrandũ.

*a 47. huius.*
*b ibidem.*
*c Oſtenſum ibidem.*
*d Corol. 48. huius.*

## PROPOSITIO LI.

*Schematiſmus 6. Fig. 42. 43.*

**Si portionis (DBCE) à Cylindro recto circulari per baſeos diametrum DE, & punctum B in latere abſciſſæ, ſegmentum GBFT, reſectum plano GFT ad DCE baſim parallelo, cubetur, aut eius ratio ad portionem totam in rectis lineis exhibeatur, dabitur etiam circuli quadratura.**

AUferatur à ſemicirculo DCE ſegmentum quodvis HCL per lineam HL diametro DE parallelam. Per HL facta ſectione HGTL ad baſim DCE rectâ à portione totâ reſecetur portio HGBTLCH, erunt GT, HL, *a* parallelæ. Per GT fiat ſectio GFT parallela baſi DCE, erit hæc *b* æqualis & ſimilis plano HCL; ac proinde HCLTFG Cylindri ſegmentum eſt inter parallela æqualia, & ſimilia plana conſtitutum. Jam verò quia cubata eſt portio HGBTLCH, ſi cubetur etiam ſegmentum GBFT, cubabitur & reliquũ ſegmentum Cylindricum HCLTFG. Segmentum igitur circulare HCL, ipſius Cylindrici baſis æquabitur plano rectilineo, quod baſis erit ſolidi rectilinei ejuſdem cum Cylindrico magnitudinis & altitudinis.

*a Oſtenſum 74. huius.*
*b Ex diſcurſu eiuſdem.*
*c Corol. 2. p. 22. huius.*

Pari modò ſi exhibeatur ratio portionis DBCE ad ſegmentum GBFT, quoniã nota eſt *d* ratio portionis DBCE ad ſolidum HGBTLCH, nota quoque erit ratio ſolidi HGBTLCH ad ſegmentum GBFT. Quare cùm *e* HGBTLCH cubatum ſit; etiam GBFT cubabitur; ac proinde rurſus & reſiduum Cylindricum HCLTFG. Unde iterum quadratura circularis plani HCL.

*d Ex corol. p. 45. huius*
*e Corol. 2. p. 22. huius.*

## PROPOSITIO LII.

*Schematiſmus 6. Fig. 42. 43.*

**Iiſdem poſitis quæ in totâ præcedenti: ſi exhibeatur in rectis lineis ratio alicuius ſphæræ ad ſphæricum ſolidum factum ex circulari plano quopiam HCL, circa HL revoluto: datur quadratura circuli.**

DEmonſtratum eſt à nobis *f* ſupra portionem DBCE eſſe ad ſegmentum GBFT ut ſphæra diametri DE ad ſphæricum ſolidum factum à circulari ſegmento GFT, circa GT, hoc eſt *g* HCL, circa HL revoluto. Quare ſi detur ratio ſphæræ ad ſphæricum ſolidum, dabitur & ratio portionis DBCE ad ſegmentum GBFT; atque hinc per præcedentem ipſa quoque circuli quadratura exhibebitur. Quod erat propoſitum.

*f 47. huius.*
*g Oſtenſum eſt ibid.*

### *Aliter.*

Solidum HGBTLCH eſt ad ſegmentum *a* GBFT ut ſphæra ſemicirculi HQL ad ſolidum ſphæricum ſegmenti HCL. Quare ſi innoteſcat ratio ſphæræ ad ſolidum ſphæricum, innoteſcet quoque ratio ſolidi HGBTLCH ad ſegmentum GBFT. Atqui nota *b* etiam eſt ratio portionis DBCE ad ſolidum HGBTLCH. Ergo ex æquali nota erit ratio portionis DBCE, ad ſegmentum GBFT. Habetur igitur per 51. *huius* circuli quadratura.

*a 48. huius Fig. 42. 43.*
*b Ex. 45. huius.*

## PROPOSITIO LIII.

*Schematiſmus 6. Fig. 42. 43.*

**Iiſdem poſitis,**
**Si in rectis lineis exhibeatur ratio ſolidi facti ex circulari ſegmento HCL, circa HL, ſive ex ſegmento GFT circa GT revoluto ad conum maximum ei inſcriptum, qui fit à triangulo rectangulo HPC, aut aliquemvis alium; dabitur circuli quadratura.**

INſcribatur ſemiſſi ipſi GBFT ſolidi pyramis GBFK, cujus baſis ſit triangulum rectangulum GKF, quod conum genuit. Quoniam portio DBCE abſciſſa eſt ex hypotheſi à Cylindro recto, erit ejus altitudo BFC recta plano DEC. Quare cùm planum GFT ſit parallelum plano DCE. etiam BF erit plano GFT recta. Pyramidis igitur GKFB altitudo eſt FB. Itaque pyramis GKFB eſt ad conum factum à triangulo GKF, ut *c* BF ad circumferentiam radij KF. Sed etiam ſegmentum GNBKF eſt ad *d* rotundum ſolidum factum à circulari ſegmento GOFK circa GK in orbem ducto, ut BF ad circumferentiam radij KF. Ergo ſegmentum GNBKF eſt ad rotundum ſolidum, factum ex GOFK, ut pyramis GKFB, ad conum factum ex triangulo GFK. Permutando igitur, ſegmentũ GNBKF erit ad inſcriptam ſibi pyramidem GKFB, ut rotundum ſolidum plani GOFK ad inſcriptum ſibi conum. Quare ſi ratio rotundi ſolidi ad conum innoteſcat, ratio etiam ſegmenti GNBKF ad pyramidem innoteſcet.

*c 19 huius.*
*d 16 huius.*

Atque ita ſegmentum GNBKF, adeoque totum ſolidum GBFT ad corpus rectilineum reducetur. Unde rurſum per 51. *huius* habetur circuli quadratura. Quod erat propoſitum.

FINIS LIBRI PRIMI.

# CYLINDRICORUM ET ANNULARIUM

## LIBER SECUNDUS.

a Defin 1. & 1. hujus. *Superficies portionis abſciſſæ à Cylindro cuiuſcumque figuræ planæ recto a ductu procreato, bujus ſecundi libri argumentum erit; quem qui cum primo contulerit, mirabilem ac propè perpetuam inter portionem ſoliditatem & ſuperficiem analogiam reperiet.*

# SYNOPSIS.

## PARS I.

b Defin. 12. c Defin. 19. CYlindrica portionum *b* ſuperficies comparatur cum curvâ ſuperficie rotundorum baſeos ſolidorum. *c* Oſtendo igitur Cylindricam ſuperficiem portionis à Cylindro quovis non circulari modò, ſed Elliptico etiam, Parabolico, hyperbolico, aut quocumque alio abſciſſæ, ad curvam ſuperficiem ſolidi rotundi baſeos eam habere rationem, quam portionis altitudo *d* DE ad peripheriam circuli, cujus radius eſt HD, baſis trianguli AED, quod maxima eſt portionis ſectio *e*. (d Fig. 52. 54. 55. e Defin. 12. 18.)

Demonſtratur item quæ Cylindri circularis portioni inſunt propria: Cylindricam nimirum ejus ſuperficiem ad ſemicirculum *b* BDC, qui baſis eſt portionis, eam habere rationem quàm portionis altitudo DE octies ſumpta, ad totam habet baſeos circumferentiam BDCX: & plura alia, quæ in libri decurſu reperies. (a Defin. 22. b Fig. 52.)

## PARRS II.

COnferuntur portionum Cylindricæ ſuperficies cum duobus triangulis maximis, quæ iis inſcribi poſſunt. Hæc igitur demonſtrantur. Portionis à circulari Cylindro abſciſſæ Cylindrica ſuperficies eſt ad duo maxima ſibi inſcripta triangula DBC, EBC *c* ut quadrati diametri ad latus. Quod ſi portio dirimatur plano GHK *d* ſectioni maximæ ABC parallelo; ſuperficies DNKH eſt ad inſcriptum ſibi triangulum DKH, ut diameter DE eſt ad ſubtenſam HE: ſuperficies verò EMBKH eſt ad inſcriptum ſibi triangulum HKE ut eſt diameter DE ad ſubtenſam HD. Portionum ab aliis Cylindris deſumptarum ſuperficies Cylindricæ ſunt ad inſcripta ſibi triangula maxima, ut rotundi baſeos ſolidi curva ſuperficies eſt ad conicas ſuperficies, rotundis ſolidis inſcriptas, quarum axes ſunt ſubtenſæ baſium. (c Schematiſmus 3. Fig. 24. Schematiſmus 4. Fig. 24.)

## PARS III.

POrtionis à Cylindro circulari abſciſſæ Cylindrica ſuperficies cum ſectione portionis maximâ, cum ſui Cylindri ſuperficie, cum ſuperficie curvâ ſegmenti plano ad baſim parallelo abſciſſi (unde & circuli pendere quadraturam oſtendo) comparatur. Et ſectionis quidem maximæ *e* (ABC) Cylindrica portionis ſuperficies oſtenditur eſſe quadrupla. Ad Cylindri verò ſui Cylindricam ſuperficiem eam rationem habet, quam diameter circuli ad circumferentiam, ad ſuperficiem GBFT *a* plano GFT ad baſim parallelo abſciſſæ, ſe habet ut ſuperficies ſphæræ baſeos ad ſuperficiem rotundi ſolidi, quod fit à circulari ſegmento GFT, circa GT in orbem ducto. (Schematiſmus 3. Fig. 22. a Schematiſmus 6. Fig. 42.)

---

## PARS I.

### PROPOSITIO I.

Datæ ſint binæ quantitates A & B, ſive ſuperficies, ſive corpora, data item ſit, ratio E ad F. (Schematiſmus 6. Fig. 44.)

Si quantitatibus A & B aliæ atque aliæ magnitudines ſine termino & inſcribi & conſcribi poſſint, ea lege, ut quæ inſcribuntur & conſcribuntur ipſi A eam *b* exhauriant, hoc eſt ab A differant quantitate quantumvis parva; atque inſuper ad inſcriptas ipſi B eandem ſemper rationem ſervent, quam E ad F. (b Defin. 28.)

Erit quantitas A ad quantitatem B, ut E ad F.

SI non; erit ratio A ad B major vel minor ratione E ad F. Sit primò major. Aliqua igitur quantitas X minor quàm A, erit ad B, ut E ad F. Inſcribantur ipſis A & B magnitudines binæ M, & N: M quidem ipſi A; N verò ipſi B, eâ lege, ut M & minùs deficiat ab A, quàm X deficit (ac proindè major ſit quàm X) & ſimul ſit ad N, ut E ad F; utrumque enim poſſibile eſt per hypotheſim. Quoniam igitur volebas X eſſe ad B, ut E eſt ad F, eſtque M major

quàm

quam X: erit M ad B in majori, quàm E ad F. Sed M per conſtr. eſt ad N, ut E ad F. Ergo M eſt ad B in majori quàm ad N. Ergo N inſcripta magnitudo ipſi B, major eſt quàm B, quod eſt impoſſibile. Non igitur ratio A ad B major eſt ratione E ad F.

Ponatur deinde ratio A ad B minor ratione E ad F. Aliqua igitur quantitas Z major quàm A, erit ad B ut E ad F. Conſcribantur ipſis A & B binæ magnitudines. O quidem ipſi A; P verò ipſi B. eâ lege ut O & minùs excedat A quàm Z (ac proinde minor ſit quàm Z) & ſimul ſit ad P, ut E ad F; utrumque enim per hypotheſim licet. Quoniam igitur volebas Z eſſe ad B, ut E eſt ad F, eſtque O minor quàm Z; erit O ad B in minori ratione, quàm Z ad B; hoc eſt quàm E ad F. Sed O per conſtructionem eſt ad P, ut E ad F. Ergo O eſt ad B in minori quàm ad P. Itaque B. major eſt quàm conſcripta ipſi magnitudo P. Quod eſt impoſſibile. Non igitur ratio A ad B eſt minor ratione E ad F. Quare cùm neque major ſit, eadem ei neceſſe eſt. Quod demonſtrandum fuit.

### *Corollarium.*

Hinc patet ſi magnitudines, quæ quantitati A inſcribuntur & conſcribuntur, ipſam A poſſint exhaurire, & ſemper æquales ſint iis quæ inſcribuntur, & conſcribuntur quantitati B; A & B æquales eſſe.

## PROPOSITIO II.

### Coni recti (ABNC) curva ſuperficies eſt ad triangulum altitudinem habens (KL) parem (AB) lateri coni, ut circumferentia baſis coni ad baſim trianguli (LM)

*Schematiſmus 6. Fig. 45. 46.*

INſcribatur cono pyramis quæcumque, & altera conſcribatur. Facilè oſtenſa eſt inſcriptæ ac conſcriptæ pyramidis ſuperficies à ſe mutuo, adeoque & ab ipsâ coni ſuperficie differre poſſe quantitate quantumvis parvâ. Quod proinde brevitatis causâ demonſtrandum relinquo lectori Geometræ. Jam à coni vertice in latus unum baſeos pyramidis demittatur perpendicularis AO; erit hæc minor latere coni AB, ſeu AD. Triangulum, cujus altitudo eſt AB. baſis verò par rectis BD, DE, EC, eſt ad triangulum KLM, ut baſis BD, DE, EC, ad baſim LM: ſunt enim ex hyp. altitudines AB, KL pares. Ergo triangulum habens altitudinem AO, baſim verò parem rectis BD, DE, EC; hoc eſt *a* ipſa pyramidis inſcriptæ ſuperficies abſque baſi, eſt ad triangulum KLM in ratione minori, quàm BD, DE, EC, ad LM; hoc eſt adhuc in minori, quàm peripheria BNC ad LM. Quoniam igitur ſuperficies inſcriptæ pyramidis deficere poteſt à coni ſuperficie quantitate quantumvis parvâ; patet omne minus coni ſuperficie aliter ſe habere ad triangulum KLM, quàm peripheria BNC ad LM.

*a Archim. l. 1. d. Cyl. prop. 7.*

Pari modo triangulum, cujus altitudo eſt AB, baſis verò BF, FG, GH, HC, hoc eſt ipſa *b* pyramidis conſcriptæ ſuperficies abſque baſi, eſt ad triangulum KLM, ut baſis BF, FG, GH, HC ad LM: hoc eſt in majori quàm peripheria BNC ad LM. Igitur cùm ſuperficies conſcriptæ pyramidis poſſit coni ſuperficiem excedere quantitate quantumvis parvâ, liquet omne maius coni ſuperficie ad triangulum KLM etiam aliter ſe habere, quàm peripheria BNC ad LM. Ipſa igitur coni ſuperficies eſt ad triangulum KLM, ut peripheria DNC ad LM. Quod erat demonſtrandum.

*b idem prop. 8.*

*Ita malui hoc loco ratiocinari, quàm deducere ad impoſſibile: quod tamen facilè efficiet, qui volet methodo Euclidis & Archimedis uſitatâ uti.*

### *Scholium.*

*Cùm theorema jam Geometricè demonſtratum, probare aggredior per heterogenea, in diſcurſum incido, quo omnis illa argumentandi ratio, quam etiam ſuprà c negavi eſſe Geometricam, erroris & falſitatis argui videbatur.*

*c In ſcholio prop. 12 l. 1. huius.*

*Sit triangulum BAC ex coni per axem ſectione natum: quod aſſumo, quia in figurâ ipsâ reperio. Secetur autem conus quotcumque planis baſi BNC parallelis, quæ in coni ſuperficie producant circulares circumferentias IMQ, baſis circumferentiæ BNC parallelas; in triangulo autem ABC, rectas IQ parallelas itidem ad BC trianguli baſim.*

*Schematiſmus 6. Fig. 45.*

*Peripheria BNC eſt ad peripheriam IMQ, ut diameter BC a ad diametrum IQ. Igitur permutando, peripheria BNC eſt ad BC, ut peripheria IMQ ad IQ. Quare cum hoc ſemper eveniat, erunt omnes b peripheriæ ſuperficiei conicæ ad omnes rectas trianguli BAC, ut baſeos peripheria BNC ad trianguli baſim BC. Ergo ſi legitima eſt indiviſibilium methodus, ipſa quoque ſuperficies conica erit ad triangulum ABC, ut peripheria BNC ad baſim trianguli BC.*

*a Pappus l. 5. p. 41. b 12. elem. 5.*

*Hoc autem eſt manifeſtè falſum: nam conica ſuperficies eam proportionem habet ad triangulum ſuper baſi BC exſtructum in altitudine, quæ par ſit lateri conico BA: Quod in propoſitione ſuprà Geometricè demonſtratum eſt.*

*Quin verò ſi iſthæc argumentandi ratio legitima eſt, ſequitur omnis rotundi ſolidi ſuperficiem ad ſectionem ſuam maximam habere rationem, quam circumferentia circuli ad diametrum ſuam. Detur exempli gratiâ ſphæra (eadem enim erit ratio in omnibus ſolidis rotundis) cujus ſectio maxima AEBF: axis FGE. Sphæram ſeca planis quotcumque parallelis. Producentur in ſuperficie ſphæræ circumferentiæ circulorum ANBM; in ſectione autem maxima AEBF, recta AB circulorum diametri, atque hoc ſemper eveniet. Ergo omnes c circumferentiæ, (hoc eſt ipſa ſphæræ ſuperficies) erunt ad omnes diametros, (hoc eſt ad ſectionem maximam AEBF) ut circuli circumferentia ad diametrum.*

*Schematiſmus 6. Fig. 47.*

*c 12. elem. 5.*

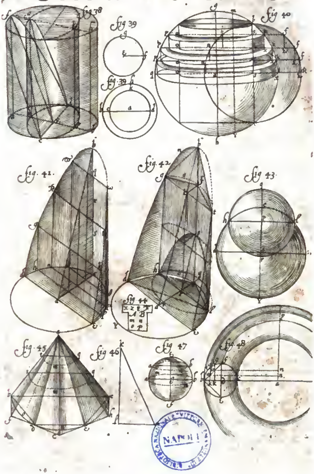
*Subjungo, aliud, quod argumentandi per indiviſibilia methodum non minùs videtur evertere.*

*Circulus FECE ſectus ſit in quatuor quadrantes, & inſcribantur rectæ BF, EB. Tum diametri BC productæ puncto A manente fixo, circulus in orbem ductus annulum deſcribat, de quo quidem totis duobus libris ſequentibus agetur. Manifeſtum eſt rectas FB, EB cum circulo circumactas, deſcribere conicas ſuperficies, quæ annulari ſuperficie, quam ſubtendunt, evidenter ſunt minores. Has verò, ſi valet indiviſibilium regula, ſuperficiei conicæ æquales eſſe oſtendam hunc in modum.*

*Schematiſmus 6. Fig. 48.*

*Ducatur recta quævis GK parallela ad FE, ſecans circuli circumferentiam in G, & rectam BF in O. Si hæc cum circulo & inſcriptis lineis in orbem ducatur circa punctum A. Puncta G & O, hoc in conicâ, illud in annulari ſuperficie, deſcribent peripherias inter ſe æquales: atque hoc ſemper eveniet. Omnes igitur peripheriæ*

# SCHEMATISMUS VI




NAPOLI

*pheria annularis ſuperficiei omnibus peripherijs ſuperficiei conicæ æquales erunt. Quare ſi legitima eſt indiviſibilium methodus, ipſa quoque annularis ſuperficies ſuperficiei conicæ æqualis erit.*

*Denique ſic probabitur, quadrati diametrum lateri, & circuli circumferentiam diametro eiuſdem, imò omnes lineas rectas inter ſe eſſe æquales.*

*Reſpondeo nihilominùs ad inſtantias hactenus allatas, in ijs non ſervari æqualia indiviſibilium intervalla. Recta enim BI, II, circumferetiarum BNC, IMQ. IMQ intervalla, majora ſunt ſequentis axeos, quæ ſunt intervalla rectarum BC, IQ, IQ. Quod ipſum in reliquis etiam inſtantijs minime fuiſſe obſervatum, perſpicuum erit conſideranti. Manet nihilominùs ex indiviſibilibus ſeu heterogeneis per ſe nihil effici. Quod enim, dum intervalla ſervantur æqualia, ex ijs verum deducatur, inde fit quod tum revocari ad homogenea poſſint, ut in* Scholio propoſitionis duodecimæ libri primi *notatum eſt. Quæ quidem reductio niſi fiat, aut via demonſtretur, quâ poſſit fieri; dubia manebit concluſio.*

## PROPOSITIO III.

*Schematiſmus 7. Fig. 48. & 49.*

**A cono recto AEB abſciſſus ſit truncus EDGBFA plano baſi parallelo. Datum item ſit trapezium rectangulum HKNM, cuius parallelæ HM, KN circumferentiis CGDO; AFBT ſint proportionales; altitudo autem KH par AC lateri trunci.**

**Dico ſuperficiem conicam trunci eſſe ad trapezium, ut maxima circumferentia AFB, ad maximam trapezii parallelam KN.**

**Quod ſi parallelæ HM, KN æquales ſint peripheriis CGDO, AFBT: Dico ſuperficiem conicam trunci æqualem eſſe trapezio.**

RECtæ KH, NM productæ concurrant in P. KP eſt ad HP, ut KN ad HM; hoc eſt per hyp. ut circumferentia AFB ad circumferentiam CGD, hoc eſt ut *a* AB ad CD; hoc eſt ut latus coni AE ad latus CE. Ergo dividendo KH eſt ad HP, ut AC ad CE. Cùm ergo KH, AC per hypotheſim æquales ſint, etiam HP, CE, adeoque totæ KP, AE æquales erunt. Quare per *præcedentem* triangulũ KPN erit ad ſuperficiem conicam AEB, ut KN ad circumferentiam AFB: & triangulum HPM erit ad ſuperficiem conicam CED, ut HM ad circumferentiam CGD; hoc eſt rurſum, ut KN ad circumferentiam AFB. Ergo & reliquum KHMN trapezium erit ad reliquam ſuperficiem conicam CGDBFA, ut KN ad circumferentiam AFB. Quod erat demonſtrandum.

*a Pappus l. 5 p. 41.*

### *Corollarium.*

**Iiſdem poſitis: ſuperficies conica CABD æquatur rectangulo cuius altitudo eſt par ipſi AC; baſis verò ſemiſſis rectarum peripheriis CGDO, HFBT, æqualium.**

POnantur enim HM, KN (licet id figura non exprimat) æquales peripheriis CGDO, AFBT. Biſecetur MN in Q, & per Q ducta normali, comple KS rectangulum. Erit hoc æquale trapezio NH, hoc eſt ſuperficiei conicæ CAFD: altitudo autem eius eſt



KH, id eſt AC; baſis verò KR, eſt ſemiſſis rectarum KN, HM; hoc eſt peripheriarum AFBT, CGDO.

## PROPOSITIO IV.

*Schematiſmus 7. Fig. 50.*

**Data ſit Figura quæcumque plana in eaſdem partes curva, & ſuper ea Cylindrus rectus IKFG.**

**Curva Cylindri ſuperficies eſt ad rectangulum, cuius altitudo Cylindri latus, ut perimeter baſeos AKF ad baſim rectanguli.**

DEmonſtratio ſimilis eſt ei quæ allata fuit ſuprà *a*, per plana inſcripta & conſcripta ſuperficiei conicæ.

*a p. 2. l. 2. huius.*

Per heterogenea ſic probabitur. Rectangulum habens eandem cum Cylindro altitudinem eſto FT. Fiat ſectio baſi parallela PRQ. Erit linea PRQ ad lineam VQ, ut perimeter baſis AKF ad rectanguli baſim SF, & hoc ſemper eveniet. Ergo &c.

### *Corollaria.*

Ex theoremate habemus ea quæ de rectangulis ſunt demonſtrata, ad rectas quaſcumque Cylindricas ſuperficies transferri poſſe.

Quare ſi duorum Cylindrorum rectorum quorumcumque latera & baſium perimetri reciprocantur, ſuperficies Cylindricæ æquales erunt. Et contra.

Et Cylindrorum rectorum quorumcumque *b* curvæ ſuperficies ratione inter ſe habent compoſitam ex ratione laterum, & ex ratione perimetrorum baſium.

*b Defin. 2 14*

Et Cylindrorum quorumcumque rectorum æquè altorum ſuperficies ſunt, ut baſium perimetri.

Et quorum perimetri baſium æquantur, ſuperficies ſunt ut altitudines.

## PROPOSITIO V.

*Schematiſmus 1. Fig. 7.*

**Data ſit portio Cylindri cujuſcumque recti per A centrum baſeos & punctum B in latere abſciſſa, DBCE, cuius altitudo BC, diameter baſeos DE.**

**Datum item ſit punctum Q in plano baſeos, à quo duci poſſit diametro DE parallela, quæ baſim ſecet. Ex Q erigatur recta QR, parallela BC, occurrens plano DBE elliptico, in R, item QD parallela ad AC, occurrens diametro in quovis puncto D. Recta RQ eſt ad peripheriam radij QD, ut BC ad peripheriam radij AC.**

DUcatur ex Q recta QF parallela ad DE. Per hypotheſim occurret hæc baſi, putà in F. Ex F erige in Cylindricâ portionis ſuperficie rectam FG, quæ occurrat plano Elliptico DBE in G. Ducatur item FK parallela ad AC. Demonſtravi *a* GF eſſe ad peripheriam radij KF, ut BC, ad peripheriam radij AC. Sed ut FG eſt ad peripheriam radij FK, ſic RQ eſt ad peripheriam radij DQ. Ergo RQ eſt ad peripheriam radij DQ, ut BC ad peripheriam radij AC. Quod erat demonſtrandum.

*a 7. l. 1. huius.*

## PROPOSITIO VI.

**Eſto ſphæra, cuius diameter BC; maximus circulus BICQ; centrum A.** Schematiſmus 7. Fig. 51.

**Semicirculo BIC inſcribi & conſcribi poſſunt ſemiſſes polygonorum regularium, habentium unum latus, ut GI, LM, diametro BC parallelum; quæ ſi circa diametrum BC circumagantur, ſphæræ datæ inſcribent & conſcribent ſolida, quorum ſuperficies à ſphærica ſuperficie differant quantitate quantumvis parva.**

POlygono regulari OXGIZP, quod ſemicirculo BIC inſcriptum eſt, poteſt inſcribi alius circulus OFKP, qui omnia polygoni latera tangat, ac proinde ſuperficies à perimetro polygoni generatæ, & ſuperficiei ſphæricæ conſcriptæ erunt, quam producit circulus OFKP, & nihilominùs inſcriptæ ſuperficiei ſphæricæ datæ BIZQ. Per ea igitur quæ demonſtrat Pappus *libro* 5. *prop*. 24. ſuperficies à perimetro XGIZ productæ, æquantur circulo, cuius radius ſit diameter OP. Pari modo, quia ex hypotheſi ſuperficies, quas efficit perimeter HLMN conſcriptæ ſunt ſphæræ datæ, etiam erunt æquales circulo, cujus radius ſit diameter BC, per eandem Pappi *prop*. Ergo ſuperficies genitæ à perimetro HLMN, ſunt ad ſuperficies genitas à perimetro XGIZ, ut circulus radij BC ad circulum radij OP; hoc eſt ut quadratum BC ad quadratum OP. Sed etiam circuli geniti à radiis HB, NC ſunt ad circulos genitos à radiis XO, ZP, ut quadratum BC ad quadratum OP (nam HB, NC ſunt ad XO, ZP, ut perimeter BHLMNC ad perimetrum OXGIZP; hoc eſt, quia polygona ſimilia ſunt, ut BC ad OP) ergo ſuperficies genitæ à toto perimetro BHLMNC, quæ datæ ſphæræ BIZQ ſunt conſcriptæ, ſunt ad genitas à toto perimetro OXGIZP, quæ ſphæræ datæ ſunt inſcriptæ, ut quadratum BC ad quadratum OP, hoc eſt ut polygonum conſcriptum ad inſcriptum. Sed hæ differre poſſunt à circulo BICQ quantitate quantumvis parvâ, ut colligitur ex *prop. 6. Archimedis l. 1. de ſph. & Cyl.* Ergo etiam ſuperficies, quæ datæ ſuperficiei ſphæricæ BICQ conſcribuntur & inſcribuntur, differre tandem a ſphærica ſuperficie poſſunt quantitate quantumvis parvâ. Quod erat demonſtrandum.

## PROPOSITIO VII.

**Cylindrica a ſuperficies cujuſcumque portionis à Cylindro circulari recto per centrum baſeos & punctum in latere abſciſſa, altitudinem habentis æqualem circumferentiæ baſeos, ſuperficiei ſphæræ baſeos æqualis eſt.** a Defin. 12.

Eſto Cylindri recti portio BREDC per A, centrum baſis BCD, & E punctum in latere abſciſſa, altitudinem DE parem habens circumferentiæ BDCX. Demonſtrandum eſt ſuperficiem curvam ſive Cylindricam portionis æqualem eſſe ſuperficiei ſphæræ à circulo BCDX generatæ. Schematiſmus 7. Fig. 52.

Semicirculo BDC inſcribantur & conſcribantur ſemiſſes polygonorum regularium latera KO, IL, habentium diametro BC parallela. Hæc ſi in orbem ducantur circa diametrum BC, latus KO ſphæræ inſcribet ſuperficiem Cylindricam; latus verò IL conſcribet latera KG, ON inſcribent conorum truncorum ſuperficies; latera IH, LV conſcribent: latera demùm GF, NM inſcribent ſuperficies planas circulares; latera HB, VC conſcribent.

Deinde ex punctis G, K erigantur rectæ in ſuperficie Cylindrica: item ex puncto P recta ad DE parallela, quæ omnes plano Elliptico BEC occurrant in puncto R, S, δ: ducanturque rectæ FR, RS, Sδ. His peractis, ſemiſſi ſuperficiei Cylindricæ portionis inſcripta ſunt plana FRG, GRSK, KSδP: atque eadem methodo reliquæ ſemiſſi eadem plana inſcribentur, omnia autem ſimul ſumpta minora erunt Cylindricâ portionis ſuperficie.

Ex punctis quoque H & I, erige rectas parallelas ad DE, occurrentes plano Elliptico BEC in Q & T. Ex puncto etiam contactus θ erigatur recta in ſuperficie Cylindricâ occurrens plano BEC in β. Erit hæc parallela rectæ DE, ac proinde etiam rectis HQ, IT. Unde cùm etiam eidem inſiſtant rectæ HI, erunt HQ, θβ, IT in uno plano. Per tangentem igitur HI & tres jam dictas HQ, θβ, IT: item per tangentem ID, ac rectas IT, DE; item per tangentem HB & rectam HQ, fiant planorum ſectiones, quæ in plano Ellipſeos BEC producent rectas ET, TQ, QB Ellipſim tangentes in E, β, B: circa ſemiſſem portionis autem tria plana efficient, triangulum nempè BQH, trapezium QHIT portionem tangens in rectâ θβ, & rectangulum ITED tangens portionem in rectâ ED. Eâdem methodo portionis ſemiſſi alteri eadem plana conſcribentur, quæ omnia ſimul ſumpta patet majora eſſe Cylindricâ portionis ſuperficie.

Reliquum eſt ut ſuperficies ſphæræ inſcriptas ac conſcriptas cum planis inſcriptis ac conſcriptis portioni comparemus, atque ex eorum perpetuâ æqualitate ipſius quoque portionis ſuperficiei Cylindricæ cum ſphæricâ ſuperficie æqualitatem concludamus.

Quoniam Cylindrus portionis ex hyp. rectus eſt, erit RG ad baſim BDC recta, ac proinde etiam a angulus RGF rectus eſt, & RG altitudo eſt trianguli FGR. Jam verò quia ex hypotheſi altitudo portionis DE æquatur circumferentiæ radij AD, etiam b RG par erit peripheriæ radij FG; ac proinde triangulum c FGK æquatur circulo radij FG. Rurſum quia DE par eſt peripheriæ diametri XD per hyp. etiã d SKRG, quæ ſunt parallela latera trapezij rectanguli RGKS, æquantur peripherijs diametrorum φK, ωG. Eſt autem GK trapezij altitudo, ipſum trunci conici latus. Ergo trapezium RGKS æquatur e ſuperficiei trunci conici à rectâ KG deſcriptæ. a Defin. 3. elem. 11. b 7. l. 1. huius. c Archim. dim. circ. p. 1. d 7. l. 1. huius. e 3. l. 2. huius.

Denique quoniam KS, ut jam oſtendi, æquatur perpheriæ diametri Kφ, & KP eſt altitudo communis tum rectanguli SKPδ, tum Cylindricæ ſuperficiei à rectâ KP deſcriptæ; erit f rectangulum SKPδ æquale Cylindricæ ſuperficiei, per rectam KP deſcriptæ. Superficies igitur hemiſphærio DBX inſcriptæ, ſuperficiebus portionis ſemiſſi inſcriptis æquales ſunt. Quod cùm eodem modo de altero hemiſphærio, ſemiſſeque alterâ portionis oſtendatur: omnes ſuperficies ſphæræ baſeos inſcriptæ omnibus planis portioni inſcriptis æquales erunt. Atque hoc ſemper eveniet quotcumque fuerint tum ſphæræ, tum baſi inſcriptæ ſuperficies. f 4. l. 2. huius.

Nunc

a Hyp. b 5.l.2.huius. c Arch. dim.circ. p.1.

Nunc idipſum de conſcriptis ſuperficiebus oſtendamus. Quoniam DE *a* par eſt peripheriæ radij AD, etiam QH par erit *b* peripheriæ radij BH. Eſt autem & QH recta ad BH (eſt enim per conſt. QH parallela DE, quæ recta eſt ex hyp. plano BDC.) ergo *c* triangulum PQH par eſt circulo radii BH. Deinde, ut ſuprà, oſtendam ex 5. & 3. *huius* libri trapezium QHIT ſuperficiei trunci conici à rectâ HI deſcriptæ: Item ex 5. & 4. *huius libri* rectangulum TIDE ſuperficiei Cylindricæ à rectâ ID deſcriptæ exæquari; eademque omnia in altero hemiſphærio, reliquaque portionis ſemiſſe eodem diſcurſu concludemus. Omnes igitur ſuperficies ſphæram ambientes, omnibus planis portioni conſcriptæ æquales erunt. Atque hoc ſemper eveniet quocumque tandem numero ſuperficies tum ſphæræ, tum portioni conſcribamus. Quare cùm etiam iis inſcriptionibus ac conſcriptionibus ſphæram exhauriri demonſtratum *d* ſit, ipſa quoque ſphæræ baſeos ſuperficies, portionis ſuperficiei Cylindricæ æqualis *e* erit. Quod erat demonſtrandum.

d præced. e 1.l.2.huius.

*Obſerva inſignem analogiam inter portionis ſoliditatem & ſuperficiem, quod enim libro primo prop. 11. de portione ipſa, hic idem prorſus de Cylindrica ejus ſuperficie demonſtratum eſt.*

### *Per heterogenea.*

Schematiſmus 7. Fig.52.

Secentur tam ſphæra, quàm portio planis parallelis *a* ſectioni maximæ portionis AED, ſive rectis plano BDCX, quæ forment in ſuperficie quidem Cylindricâ portionis, rectas SK, RG, &c. in ſuperficie verò ſphæricâ circumferentias producant, quarum diametri ϕK, *ω*G, &c.

Jam demonſtratum eſt in diſcurſu præcedenti, rectas SK, RG, æquales eſſe circumferentiis diametrorum ϕK, *ω*G. Quare cùm hoc ſemper eveniat, erit ſuperficies portionis Cylindrica æqualis ſphæricæ. Quod erat propoſitum.

### *Corollarium I.*

Hinc patet primò; plana portioni inſcripta, portionis ſuperficiem exhaurire, plana enim illa æquantur ſuperficiebus ſphæræ inſcriptis. Sed hæc *a* exhauriunt ſuperficiem ſphæræ, hoc eſt ſuperficiem portionis. Ergo & illa.

a 6.huius.

Patet 2; ſi loco planorum FRG, OKSY, MNπ, ſubſtituantur plana BRG, KSED, OYED, CπN, portionis ſuperficiem à fortiori exhauſtum iri.

### *Corollarium II.*

Si portio & ſphæra ſecentur planis ad ſectionem portionis maximam AED parallelis, erunt ſegmenta ſuperficiei Cylindricæ portionis æqualia ſegmentis ſuperficiei ſphæricæ inter eadem parallela conſtitutis. Demonſtrabitur diſcurſu eodem quo theorema.

## PROPOSITIO VIII.

**Cylindrica ſuperficies cujuſcumque portionis à Cylindro circulari recto per centrum baſeos & punctum latere abſciſſa, eam habet rationem ad ſuperficiem ſphæræ baſeos, quam portionis altitudo ad circumferentiam baſeos.**

### *Demonſtratio.*

Schematiſmus 7. Fig. 53.

Eſto Cylindri circularis recti portio BRSEDC, per centrum A baſeos BDCX, & E punctum in latere abſciſſa. Oſtendendum eſt ſuperficiem Cylindricam portionis eſſe ad ſuperficiem ſphæricam à peripheria BDCX generatam, ut DE altitudo portionis ad peripheriam BDCX.

Inſcribantur & conſcribantur tum ſphæræ tum portioni ſuperficies, uti factum in præcedenti, ut ED eſt ad peripheriam radij AD, ſic *a* RG eſt ad peripheriam radij FG. Quia verò triangulum FGR habet angulum ad G rectum, erit triangulum *b* FGR ad circulum radij FG ſive diametri *ω*G, ut RG ad circumferentiam diametri *ω*G; hoc eſt, uti jam oſtendi, ut ED ad circumferentiam diametri XD. Deinde quia tam RG eſt ad *c* peripheriam diametri *ω*G, quàm SK ad peripheriam diametri ϕK, ut ED eſt ad peripheriam diametri XD; erunt rectæ RG, SK (parallela latera trapezii rectanguli RGKS) peripheriis diametrorum *ω*G, ϕK proportionales. Eſt autem & GK altitudo trapezij, ipſum latus ſuperficiei trunci conici à rectâ KG productæ. Ergo *d* trapezium RGKS eſt ad ſuperficiem conicam à rectâ KG productam, ut SK maxima trapezii parallela ad maximam trunci conici circumferentiam, cuius nempè diameter eſt ϕK; hoc eſt (quemadmodum jam oſtendi) ut ED eſt ad peripheriam diametri XD. Denique rectangulum SKPϑ eſt ad Cylindricam ſuperficiem à rectâ KP factam, ut *e* SK ad circumferentiam diametri Kϕ, hoc eſt *f* rurſum ut ED ad peripheriam diametri XD. Singula igitur plana portionis ſemiſſi inſcripta ſunt ad ſingulas ſuperficies inſcriptas hemiſphærio DBX, ut ED eſt ad peripheriam diametri XD. Eodem modo idipſum in alterâ portionis ſemiſſe, reliquoque hemiſphærio oſtendemus. Omnia igitur plana portionis curvæ ſuperficiei inſcripta ſimul ſumpta ſunt ad omnes ſuperficies toti ſuperficiei ſphæricæ inſcriptas etiam ſimul ſumptas, ut ED ad circumferentiam diametri XD, ſive ad circumferentiam baſeos BDCX. Atque hoc ſemper eveniet quotcumque ſuperficies portioni ac ſphæræ inſcribantur.

a 7.l.1.huius. b 2.l.1.huius. c 7.l.1.huius. d 3.l.2.huius. e 4.l.2.huius. f 7.l.1.huius.

Jam hoc ipſum de ſuperficiebus conſcriptis demonſtremus.

Triangulum QHB quia angulum ad H habet rectum, eſt *g* ad circulum radii BH ut QH eſt ad peripheriam radij HB; hoc eſt ut *a* ED ad peripheriam radij AD. Deinde (ut ſuprà) oſtendam ex 5 & 3. *huius libri* trapezium QHIT eſſe ad ſuperficiem conicam à recta IM deſcriptam ut ED ad peripheriam radij AD. Item ex 4 & 5 rectangulum TIDE habere ſe ad Cylindricam ſuperficiem à rectâ ID factam, ut rurſum ED ad peripheriam radii AD. Eademque omnia in ſemiſſe portionis alterâ, reliquoque hemiſphærio DCX demonſtrabimus. Cùm igitur plana ſingula portioni conſcripta, ſint ad ſingulas ſuperficies conſcriptas ſphæræ, ut ED ad peripheriam radij AD, hoc eſt peripheriam BDCX; etiam omnia plana ſimul ſumpta, erunt ad ſuperficies omnes ſimul ſumptas, ut ED ad peripheriam BDCX. Atque hoc ſemper eveniet, quotcumq; plana curvæ ſuperficiei portionis & ſuperficies ſphæricæ ſuperficiei circumſcripſerimus. Quare cùm inſcriptionibus illis ac conſcriptionibus ſphærica ſuperficies *b* exhauriatur, ipſa quoque portionis ſuperficies curva erit ad ſphæræ ſuperficiem *c* ut ED ad peripheriam BDCX. Quod erat demonſtrandum.

g 2.l.1.huius. a 5.l.2.huius. b 6.l.2.huius. c 1.l.2.huius.

*Obſerva magnam hujus Theorematis analogiam cum p.13. libri 1. quod enim hic de ſuperficie oſtenditur, iſthic oſtenſum eſt de ſoliditate.*

*Per Heterogenea.*

*Schematiſmus 7. Fig. 53.*

Secentur portio & ſphæra planis, ſectioni portionis maximæ AED parallelis, quæ in ſuperficie curvâ portionis forment rectas SK, RG, &c. In ſuperficie autem ſphæricâ efficiant peripherias, quarum diametri Kφ, Gω, &c. Iam oſtenſum in demonſtratione præcedenti eſt rectas SK, RG eſſe ad peripherias diametrorum Kφ, Gω, ut ED eſt ad peripheriam BDCX. Quare cùm hoc ſemper eveniat, ipſa quoque portionis ſuperficies curva eſt ad ſphæræ ſuperficiem, ut ED eſt ad peripheriam BDCX. Quod erat propoſitum.

Hoc Theorema univerſale eſt; adeóque etiam rationem æqualitatis complectitur. Sed cùm hæc ſibi propriis plerumque mediis demonſtretur, ſeorſim illam à *prop.* 7. exequi viſum eſt.

*Corollarium I.*

Si portio & ſphæra ſecentur planis, ad ſectionem portionis maximam AED parallelis, erunt quoque ſegmenta curvæ ſuperficiei portionis ad ſegmenta ſuperficiei ſphæricæ, ut ED portionis altitudo ad baſeos peripheriam BDCX. Eadem eſt demonſtratio quæ Theorematis.

*Corollarium II.*

Cùm per corollarium 1. ſegmenta curvæ ſuperficiei portionis proportionalia ſint ſegmentis ſuperficiei ſphæricæ; hæc autem [a] proportionalia ſint ſegmentis axeos BC: etiam ſegmenta curvæ ſuperficiei portionis axeos BC ſegmentis proportionalia erunt.

*a patet ex Archim. l. 2. de ſph. p. 3.*

PROPOSITIO IX.

*Schematiſmus 7. Fig. 54.*

Cylindrica ſuperficies portionis, à Cylindro circulari recto per latus & centrum baſis abſciſſæ, altitudinem habentis parem circumferentiæ baſeos Cylindri, ſuæ baſeos octupla eſt.

SIt portio BEDC; cujus altitudo ED par ſit peripheriæ BDCX. Demonſtrandum eſt Cylindricam portionis ſuperficiem baſeos portionis, nempè ſemicirculi BDC, octuplam eſſe.

Quoniam ED par eſt circumferentiæ BDCX, erit portionis Cylindrica ſuperficies æqualis ſuperficiei ſphæræ à ſemicirculo BDC generatæ, ut *propoſitione 7. libri huius* demonſtravimus. Atqui huius ſphæræ ſuperficies quadrupla [b] eſt circuli BDCX; hoc eſt octupla ſemicirculi BDC. Ergo etiam Cylindrica ſuperficies portionis ejuſdem ſemicirculi octupla eſt. Quod erat demonſtrandum.

*b Archim. l. 1. ſph. p. 30.*

PROPOSITIO X.

Cylindrica ſuperficies portionis, à Cylindro circulari recto per latus & baſeos centrum abſciſſæ, ad ſuam baſim eam habet ratiooem, quam portionis altitudo octies ſumpta ad circumferentiam baſis Cylindri.

SIt portio BEDC, cujus altitudo ED, demonſtrandum eſt Cylindricam portionis ſuperficiem eſſe ad ſemicirculum BDC ut altitudo ED octies ſumpta, eſt ad circumferentiam BDCX.

Cylindrica portionis ſuperficies eſt ad ſuperficiem ſphæræ à portionis baſi BDC generatæ, ut ED portionis altitudo ad baſeos Cylindri circumferentiam BDCX, uti demonſtravimus *prop. 8. huius libri*. Sed circulus ABDCX eſt pars quarta [a] ſuperficiei ſphæricæ jam dictæ, ac proinde ſemicirculus pars octava. Ergo Cylindrica portionis ſuperficies eſt ad ſemicirculum, ut altitudo DE octies ſumpta, eſt ad circumferentiam BDCX. Quod erat demonſtrandum.

*a Archim. l. 1. ſph. & c. 30.*

PROPOSITIO XI.

*Schematiſmus 7. Fig. 54.*

Cylindri circularis recti portio, per baſeos ceotrum & latus abſciſſa BEDC, & ſphæra ab ejuſdem baſi BDC generata, ſecentur planis ad ſectionem portionis maximam AED parallelis, quæ in ſuperficie Cylindrica portionis producant rectas FO, in ſphæra baſis circulos, quorum diametri OG; ducaotúrque rectæ BO.

Dico: ſi altitudo ED par ſit circumferentiæ BDCX, ſuperficiei Cylindricæ ſegmenta BFO æqualia ſuot circulis, quorum radii BO; ſive quadrupla circulorum, quorum diametri ſunt BO.

Et univerſim ſegmenta BFO ſunt ad circulos radiorum BO, ut ED portionis altitudo ad circumferentiam BDCX, ſive ſegmenta BFO ſunt ad circulos diametrorum BO, ut quadrupla altitudinis DE ad circumfereotiam BDCX.

CYlindricæ ſuperficiei ſegmenta BFO ſunt ad ſuperficiei ſphæricæ ſegmenta OBG, ut [a] ED ad circumferentiam BDCX. Atqui circuli radiorum BO æquantur [b] ſuperficiei ſphæricæ ſegmentis OBG. Ergo Cylindricæ ſuperficiei ſegmenta BFO ſunt ad circulos radiorum BO, ut ED ad circumferentiam BDCX. Quod erat demonſtrandum.

*a Coroll. 8. l. 2. huius*
*b Archim. l. 1. ſph. p. 36 37.*

*Corollarium I.*

Superficiei igitur Cylindricæ ſegmenta BFO circulis radiorum BO, & diametrorum BO proportionalia ſunt.

*Corollarium II.*

Superficiei Cylindricæ ſegmenta OFFO, OFFO ſunt ad circulorum radiis BO deſcriptorum differentias, ut portionis altitudo DE ad peripheriam BDCX; ac proinde hæc illis proportionalia ſunt. Patet ex præſenti Theoremate & 19. quinti elementi.

PROPOSITIO XII.

*Schematiſmus 7. Fig. 54.*

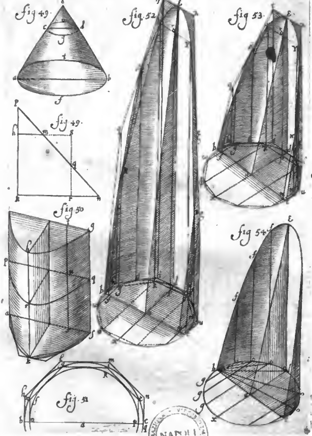
Iiſdem poſitis:

Si altitudo portionis DE par fuerit peripheriæ BDCX; Cylindricæ ſuperficiei ſegmeota BFO æqualia ſunt ſuperficiebus ſphæricis, quarum diametri BO.

Et univerſim ſegmeota BFO Cyliodricæ ſuperficiei ſunt ad ſuperficies ſphæricas diametrorum BO, ut DE portionis altitudo ad peripheriam BDCX.

MAniſeſta eſt demonſtratio ex præcedenti, & Archimedis *l. 1. de ſph. & Cylind. p. 30.* circulis enim

SCHEMATISMUS VII




NAPOLI

Digitized by Google



Digitized by Google

a Archim l 1. ſph. p 30. b Præced. enim radiorum BO æquantur ſuperficies a ſphæricæ diametrorum BO. Atqui ſegmenta b BFO ſunt ad circulos radiorum BO, ut DE ad peripheriam BD-CX. Ergo etiam ſegmenta BFO ſunt ad ſphæricas ſuperficies diametrorum BO, ut DE ad peripheriam BDCX. Quod erat propoſitum.

### *Corollarium I.*

Igitur Cylindricæ ſuperficiei ſegmenta BFO, ſuperficiebus ſphæricis diametrorum BO proportionalia ſunt.

### *Corollarium II.*

Superficiei Cylindricæ ſegmenta OFFO, OFFO ſunt ad ſuperficierum ſphæricarum, quarum diametri BO, differentias, ut ED ad peripheriam BDCX, ac proinde hæ illis proportionales ſunt, patet ex præſenti Theoremate, & 19. quinti Euclidis.

### *Corollarium III.*

Quodlibet Cylindricæ ſuperficiei ſegmentum OFFO, eſt ad totam portionis Cylindricam ſuperficiem BEDC, ut differentia ſuperficierum ſphæricarum, quarum diametri BO, BO, ad ſuperficiem ſphæricam diametri BC.

Demonſtratio patet ex Corollario ſecundo & ex *p. 8. huius libri.*

## PROPOSITIO XIII.

Schematiſmus 7. Fig. 53. 52. **Eſto Cylindri Elliptici recti portio BRSEDC, per alterutrum baſeos axem, putà per BC, & E punctum in latere abſciſſa, altitudinem habens quamvis DE.**

**Curva, ſive Cylindrica portionis ſuperficies eſt ad ſuperficiem ſphæroïdeos à baſi BDC, circa axem BC revoluta generatæ, ut ED altitudo portionis eſt ad peripheriam circuli cuius diameter eſt axis alter DX.**

Demonſtrabitur eodem diſcurſu, quo propoſitio 8. *hujus libri.* Figurâ quoque compendii gratiâ, eâdem utimur quæ jam portionem repræſentat ab Elliptico Cylindro abſciſſam.

### *Corollarium I.*

Et ſi portio ac ſphærois ſecentur planis ſectionis portionis maximæ AED parallelis: ſegmenta quoque ſuperficiei portionis ita ſunt ad ſegmenta ſuperficiei ſphæroidicæ, inter eadem parallela plana conſtituta, ut ED altitudo portionis ad circumferentiam diametri XD, hoc quoque eodem diſcurſu demonſtrabitur quo propoſitio.

### *Corollarium II.*

Reliqua ſuperficies GRED erit ad reliquam ſuperficiem ſphæroidicam genitam ab arcu GD circa BC revoluto, ut ED portionis altitudo ad peripheriam diametri XD. Patet ex *propoſitione & coroll. 1.*

*Confer hoc theorema einſq; corollaria cum 15. libri primi, & rurſum obſerva mirabilem analogiam inter portionum ſoliditatem & ſuperficiem.*

## PROPOSITIO XIV.

**Eſto Cylindri Parabolici, Hyperbolici aut cuiuſcumque alterius ex figuræ cuiuſvis planæ recto ductu procreati, portio BRSEDA, per E punctum in latere & BA axem baſeos abſciſſa.** Schematiſmus 8. Fig. 55.

**Curva portionis ſuperficies, ea nimirùm quæ curvis lineis BRSE, BGD, & recta DE continetur, eſt ad curvam ſuperficiem conoïdeos, aut rotundi ſolidi à baſi circa AB circumacta generati, ut ED portionis altitudo eſt ad circumferentiam circuli; cuius diameter eſt ordinatim applicata XD.**

Inſcribantur baſi Parabolicæ, ſeu Hyperbolicæ BθD, latera FG, CK, KP, ſic ut KP ſit parallela axi AB, & FG parallela ad AD. Conſcribantur item latera BH, HI, ID, inſcriptis parallela. Tum ſuper inſcriptis ac conſcriptis lateribus ſuperficiei curvæ, portionis inſcribantur & conſcribantur plana, ut factum in *prop. 7.* Eadem deinde latera cum baſi ipſâ circa axem AB in orbem acta inſcribant & conſcribant conoidi baſeos ſuperficies *prop.* item 7. explicatas.

His ita conſtructis, eodem prorſus, quo *prop. 8.* uſi ſumus, ratiocinio demonſtrabimus triangulum FRG eſſe ad circulum diametri ωG, ut ED eſt ad peripheriam radij AD: item trapezium GRSK eſſe ad conicam ſuperficiem factam à latere KG circa AB circumacto, ut ED ad peripheriam radij AD: denique planum KSθP eſſe ad ſuperficiem Cylindricam genitam à latere KP, ut ED eſt ad peripheriam radij AD. Omnia igitur plana portioni inſcripta ſunt ad omnes ſuperficies conoidi baſeos inſcriptas ut ED ad circumferentiam radij AD: & hoc ſemper continget. Deinde eodem propoſitionis octavæ diſcurſu oſtendetur conſcripta portioni plana, quotcumque ea fuerint, ad totidem conſcriptas conoidi baſeos ſuperficies eamdem quoque ſemper habere rationem, quam ED ad circumferentiam radii AD. Sed & dictis inſcriptionibus ac conſcriptionibus conois exhauritur. Quare ipſa quoque portionis curva ſuperficies, erit ad ſuperficiem conoidis baſeos, ut ED ad circumferentiam radii ED. Quod erat propoſitum. 1. l. 2. huius.

## PROPOSITIO XV.

**Eſto rurſum portio Cylindri recti Parabolici, aut Hyperbolici, vel alterius cuiuſvis, non jam per axem AD, ſed per ordinatim applicatam BC obliquè abſciſſa altitudinem habens, ED.** Schematiſmus 8. Fig. 56.

**Etiam huius portionis ſuperficies curva eſt ad ſuperficiem rotundi ſolidi, à baſi BDC circa ordinatim applicatam BC circumacta producti, ut ED Altitudo portionis ad circumferentiam circuli, huius diameter DX.**

Demonſtratio eadem erit, quæ propoſitionis octavæ huius libri.

*Corollarium.*

*Ad duas præcedentes.*

Et ſi portio ac rotundum ſolidum ſecentur planis ſectioni maximæ AED parallelis, erunt ſegmenta curvæ ſuperficiei portionis ad ſegmenta ſuperficiei rotundi ſolidi, ut ED ad circumferentiam diametri XD.

*Obſerva analogiam cum prop. 17. & 16. libri primi; iſthic enim eadem omnia de portionum ſoliditate, quæ hic in 14. & 15. de ſuperficie demonſtrantur.*

PROPOSITIO XVI.

Schematiſmus 3. Fig. 19. 20.

**Curvæ ſuperficies portionum (ADFCE, ADBCE) ab eodem Cylindro recto, ſive circularis ille ſit, ſive Ellipticus, ſive Parabolicus, ſive Hyperbolicus, ſive ex cuiuſvis figuræ planæ recto ductu procreatus) diſſectarum, eam inter ſe rationem habent; quam altitudines CF, CB.)**

CUrva ſuperficies lineis DBE, DCE comprehenſa, eſt ad ſuperficiem curvam ſolidi rotundi baſeos (quod quidem, ſi Cylindrus fuerit circularis, ſphæra eſt; ſi Ellipticus eſt ſphærois; ſi Parabolicus, aut Hyperbolicus, eſt conois Parabolica, aut Hyperbolica) ut BC ad peripheriam radii AC; quemadmodum *prop.* 8. 13. 14. 15. *huius libri* demonſtratum eſt. Superficies autem curva ſolidi rotundi baſeos eſt ad ſuperficiem curvam lineis DFE, & DCE comprehenſam, ut circumferentia radij AC ad CF, quemadmodum locis jam citatis oſtenſum eſt. Igitur ex æquo ſuperficies lineis DBE, DCE comprehenſa, eſt ad ſuperficiem comprehenſam lineis DFE, DCE, ut CB ad CF. Quod erat demonſtrandum.

*Corollarium.*

Segmenta igitur ſuperficiei curvæ, inter lineas DCE, DB2E, DFE, DB3E interjecta, eam inter ſe rationem habent, quam altitudinis BC ſegmenta CB, 2BF, FB3.

*Eadem reperies l. 1. prop. 18. demonſtrata de portionum ſoliditate: rurſum igitur analogia.*

# PARS II.

PROPOSITIO XVII.

Schematiſmus 3. Fig. 22.

**Cujuſcumque portionis à Cylindro circulari recto per centrum baſeos & punctum in latere abſciſſæ Cylindrica ſuperficies ad duo maxima triangula ſibi inſcripta eam habet rationem, quam diameter quadrati ad latus eiuſdem.**

ESto Cylindri circularis recti portio DBCE per A baſeos centrum & punctum in latere abſciſſa, quamcumque altitudinem habens BC. Oſtendendum eſt Cylindricam portionis ſuperficiem, quæ nimirùm curvis lineis DCE, DKBGE continetur, eſſe ad duo triangula maxima DBC, EBC ſibi inſcripta, ut diameter quadrati ad latus.

Quoniam Cylindrus portionis ex hypotheſi rectus eſt, erit BC, recta plano baſeos DCEF, ac proinde angulus DCB rectus, & DC altitudo erit trianguli BDC. Triangulum ergo BDC eſt *a* ad curvam ſuperficiem maximi coni CDF, hemiſphærio CODF inſcripti, ut BC ad circumferentiam CMFN. Sed etjam *b* Cylindrica portionis ſuperficies eſt ad ſuperficiem ſphæræ baſeos DCEF, ut BC ad circumferentiam CMFN, ſive DCEF. Ergo Cylindrica portionis ſuperficies eſt ad ſuperficiem ſphæræ baſeos, ut triangulum BDC eſt ad ſuperficiem coni curvam CDF. Igitur permutando, ſuperficies portionis Cylindrica eſt ad triangulum DBC, ut ſuperficies ſphærica eſt ad conicam CDF. Ergo Cylindrica portionis ſuperficies eſt ad duo triangula inſcripta æqualia DBC, & EBC, ut ſuperficies ſphærica eſt ad duas æquales ſuperficies conicas CDF & CEF. *a* 2. *l.* 2. *huius.* *b* 8. *l.* 2. *huius.*

Jam verò quoniam *a* conica ſuperficies CDF æquatur triangulo cuius altitudo CD; baſis autem par eſt peripheriæ CMFN; erit utraque ſimul conica ſuperficies CDF & CEF, par triangulo, cujus altitudo CD, baſis autem duæ peripheriæ CMFN. Deinde quia circulus CMFN par eſt triangulo, *b* cujus altitudo eſt radius AD, baſis autem peripheria CMFN; erunt duo circuli CMFN æquales triangulo, cujus altitudo DE diameter tota, baſis autem peripheria CMFN. Ergo quatuor circuli (hoc eſt ipſa *c* ſuperficies ſphærica) æquantur triangulo cuius altitudo DE, baſis autem duæ circumferentiæ CMFN. *a* 2 *l.* 2. *huius.* *b* *Archim. dim. cir. p.* 1. *c* *Archim. l.* 1. *ſph. p* 30.

Atqui triangulum, cuius altitudo eſt DE, baſis autem dupla peripheriæ CMFN (hoc eſt, ut jam oſtendi, ſphærica ipſa ſuperficies) ita ſe habet ad triangulum, cuius altitudo CD, baſis autem etiam dupla circumferentiæ CMFN (hoc eſt, ut oſtendi ſuprà, curva ſuperficies utraque conorum CDF, & CEF) ut ED ad CD. Ergo ſuperficies ſphærica eſt ad utramque conicam ut ED ad CD. Quare cùm demonſtratum ſupra jam ſit ſuperficiem Cylindricam portionis eſſe ad duo triangula DBC, EBC, ut ſuperficies ſphærica eſt ad utramque conicam; etiam Cylindrica portionis ſuperficies erit ad duo triangula DBC, EBC, ut ED ad DC; hoc eſt ut quadrati diameter ad latus eiuſdem. Quod erat demonſtrandum.

*Nota analogiam huius cum prop. 20. lib. 1. Iſthic oſtenſum eſt rationem portionis ad pyramidem maximam eſſe duplam. hic verò oſtenditur rationem ſuperficiei Cylindricæ portionis ad eam partem ſuperficiei pyramidis maximæ, quæ portionis Cylindricam ſuperficiem ſubtendit, eam eſſe, quæ eſt diametri quadrati ad latus, hoc eſt dimidiatam duplæ.*

*Corollarium.*

Ex hoc theoremate (vide *fig.* 2. ſchematiſmo 1.) habetur quadratura ſuperficiei Cylindricæ, quæ peripheriâ ſemicirculari KCF & peripheriâ ſemiellipticâ FGK continetur. Dabit igitur circuli quadraturam qui reliquam quadraverit Cylindricam ſuperficiem GFKBH.

PRO-

PROPOSITIO XVIII.

Cylindri circularis recti portio DBCE,& ſphæra baſeos ſectæ ſint plano ſectioni portionis maximæ ABC parallelo, quod in portione faciat triangulum GHK, in ſphæra circulum HILP.

*Schematiſmus 4. Fig. 24.*

Cylindrica ſuperficies DNKH, quæ lineis DOH, HK, KND continetur, eſt ad inſcriptum ſibi triangulum DKH, ut diameter baſeos DE eſt ad ſubtenſam HE.

Superficies autem Cylindrica HKBCME, ea nempe, quæ comprehenditur lineis KH, HCE, EMBK, eſt ad triangulum EKH ſibi inſcriptum, ut diameter DE ad DH ſubtenſam.

*Primam partem ſic demonſtro.*

SUperficies Cylindrica DNKH eſt ad ſuperficiem ſphæricam HODL, factam ab arcu HOD, circa DE circumacto, ut *a* BC ad peripheriam DCEF, ſive ad peripheriam radii AC; hoc eſt ut *a* KH ad HILP peripheriam radij GH. Sed etiam *b* triangulum KHD eſt ad curvam ſuperficiem coni maximi HDL, portioni ſphæricæ inſcripti, ut KH ad peripheriam HILP.) nam cùm angulus KHD rectus ſit, DH latus ipſum coni, erit altitudo trianguli KHD.) Ergo curva ſuperficies DNKH eſt ad ſuperficiem ſphæricam HODL, ut triangulum KHD eſt ad curvam ſuperficiem coni HDL. Igitur permutando, Cylindrica ſuperficies DNHK eſt ad triangulum DKH, ut ſuperficies ſphærica HODQL eſt ad conicam HDL.

*a Corol. 1. p 8 l. 1. huius*
*a 7. l. 1. huius.*
*b 2. l. 2. huius.*

Ponatur deinde SH media proportionalis inter DH & GH. Igitur *c* circulus radii SH æquatur ſuperficiei conicæ HDL. Æquatur autem *d* & ſuperficies ſphærica HODQL, circulo radii DH. Ergo ſuperficies ſphærica HODQL eſt ad conicam HDL ut circulus radii DH ad circulum radii SH; hoc eſt in duplicata ratione DH ad SH; hoc eſt (quia DH,SH, HG ſuut continuè *e* proportionales) ut DH ad GH; hoc *f* eſt ut DE ad EH.

*c Archim. l. 1. ſph. pro 14.*
*d Arch l. 1 ſph. pr. 31.*
*e Per conſt.*
*f 8. Sexti elem.*

Quare cùm oſtenſum ſuprà ſit Cylindricam ſuperficiem DNKH eſſe ad triangulum DKH, ut ſphærica ſuperficies HODQL eſt ad conicam; erit quoque Cylindrica ſuperficies DNKH ad triangulum ſibi inſcriptum DKH, ut DE diameter ad ſubtenſam EH. Quod erat demonſtrandum.

*Partem ſecundam ita demonſtrabimus.*

TOta *g* portionis DBCE Cylindrica ſuperficie eſt ad totam ſuperficiem ſphæricam DCEF, ut BC ad circumferentiam DCEF. Pari modo ſegmenti GHKND Cylindrica ſuperficies DNKH eſt ad ſuperficiem ſphæricam HODQL, ut *h* BC ad peripheriam DCEF. Ergo & reliqua Cylindrica ſuperficies HKBCME eſt ad reliquam ſphæricam ſuperficiem HCEFL, ut BC ad circumferentiam DCEF; hoc eſt *i* ut KH ad circumferentiam HILP, hoc eſt *a* ut triangulum rectangulum KHE ad ſuperficiem conicam HEL. Igitur permutando, ſuperficies Cylindrica HKBCME eſt ad inſcriptum ſibi triangulum KHE ut ſuperficies ſphærica HCEFL ad inſcriptam ſibi conicam HEL. Eſt autem ſuperficies ſphærica HCEFL, par *b* circulo radij HE; conica verò HEL, par circulo cuius radius eſt media proportionalis inter HE & HG, putà HV. Quare cùm circulus radii HE, ad circulum radii HV ſit, ut HE, prima proportionalium HE, HV, HG eſt ad tertiam HG, etiam ſphærica ſuperficies HCEFL eſt ad conicam HEL, ut HE ad tertiam HG; hoc eſt *d* ut diameter DE ad ſubtenſam DH. Quare cùm Cylindrica HKBCME ſit ad triangulum EKH, ut ſphærica HCEFL ad conicam HEL; etiam Cylindrica HKBCME erit ad triangulum EKH, ut DE ad DH. Quod erat demonſtrandum.

*g 8. l. 2. huius.*
*h Corol. 1. P. 8. l. 2. huius.*
*i 7. l. 1. huius.*
*a 2. l. 2. huius.*
*Archim. l. 1. ſph. p. 32.*
*c Archim. l. 1. de ſph. p. 14.*
*d 8. ſexti elem.*

*Corollarium.*

Ex his datur quadratura ſegmentorum ſuperficiei Cylindricæ DNKH, & HKBCME.

PROPOSITIO XIX.

Eſto Cylindri Elliptici recti portio CEDB per alterutrum axem CB, & E punctum in latere abſciſſa, altitudinem habens DE.

*Schematiſmus 4. Fig. 27.*

Cylindrica portionis ſuperficies eſt ad duo triangula maxima ſibi inſcripta CED, BED, ut ſuperficies ſphæroïdis productæ à baſi BDC circa axem CB circumactâ, eſt ad duas maximas ſuperficies conicas ſibi inſcriptas DCP, & DBP.

CUrva ſuperficies portionis eſt ad ſuperficiem ſphæroidicam productam à perimetro baſeos CDB circa CB revolutæ, *a* ut ED altitudo portionis ad DRPQ circumferentiam circuli, cuius diameter DP. Atqui etiam triangulum EDC eſt ad ſuperficiem conicam DCP, *b* ut ED ad circumferentiam DRPQ (eſt enim angulus EDC rectus, ac proinde CD ipſum coni latus, eſt altitudo trianguli EDC.) Ergo ſuperficies curva portionis eſt ad ſuperficiem ſphæroideos, ut triangulum CED eſt ad conicam ſuperficiem DCP; hoc eſt ut duo triangula CED, BED ſunt ad duas conicas ſuperficies DCP, DBP. Igitur permutando, ſuperficies curva portionis eſt ad duo triangula CED, BED ſibi inſcripta, ut ſuperficies ſphæroideos ad duas conicas ſuperficies DCP, DBP ſibi inſcriptas. Quod erat demonſtrandum.

*a 13. l. 2. huius.*
*b 2. l. 2. huius.*

*Confer cum demonſtratione prop. 26. l. 1. huius. Et nota analogiam inter portionis ſuperficiem ac ſoliditatem.*

PROPOSITIO XX.

Cylindri recti Elliptici portio CEDB, & ſphæroïs facta à baſi circa axem CB circumacta, ſectæ ſint plano ſectioni portionis maximæ AED parallelo, quod in portione faciat triangulum FHC. In ſphæroïde autem circulum QGNK.

*Schematiſmus 4. Fig. 28.*

Curva ſuperficies CLHG quæ lineis CO, G, GH, HLC continetur eſt ad inſcriptum ſibi triangulum CHG, ut ſphæroïdica ſuperficies GOCK eſt ad maximam ſuperficiem conicam GCK ſibi inſcriptam.

Altera verò curvæ ſuperficiei pars GHEDMB, quæ lineis GH, HEMB, BDG comprehenditur, eſt ad inſcriptum ſibi triangulum BHG, ut reliqua ſphæroïdica ſuperficies GDBPK eſt ad maximam conicam ſuperficiem ſibi inſcriptam GBK.

Pri-

*Primam partem ſic oſtendo.*

a Corol. 2. p. 13. l. 2. huius. b 7. l. 2. huius. c 2. l. 2. huius.

CUrva ſuperficies CLGH eſt ad ſphæroïdicam GOCK ſuperficiem, ut ED *a* ad peripheriam radij AD; hoc eſt ut HG ad *b* peripheriam QGNK hoc eſt ut triangulum *c* rectangulũ CGH ad ſuperficiem conicam GCK. Igitur permutando curva ſuperficies CLHG eſt ad triangulum CGH ſibi inſcriptum, ut ſphæroidica ſuperficies GOCK ad conicam ſibi inſcriptam GCK. Quod erat demonſtrandum.

*Secundam verò partem ita demonſtrabimus.*

d 7. l. 1. huius. e 7. l. 1. huius.

ELlipticæ portionis CEDB curva ſuperficies tota eſt ad ſuperficiem ſphæroideos factæ ab Ellipſi PCDB circa axem CB revolutâ, ut ED portionis altitudo eſt ad peripheriam circuli, cuius diameter eſt axis alter DP; quemadmodum *prop. 13. libri huius* demonſtratum eſt. Per corollarium quoque primum ejuſdem propoſitionis ſuperficies curva CLHG eſt ad ſphæroidicam ſuperficiem GOCK, ut ED ad peripheriam diametri DP. Ergo & reliqua ſuperficies curva GHEDMB eſt ad ſphæroidicam reliquam GDBPK, ut ED ad peripheriam diametri DP; hoc eſt *d* ut HG ad peripheriam QGNK, hoc eſt ut *e* triangulum rectangulum HGB ad conicam ſuperficiem GBK. Igitur permutando, curva ſuperficies GHEDMB eſt ad triangulum ſibi inſcriptum HGB, ut ſphæroïdica ſuperficies GDBPK eſt ad inſcriptam ſibi conicam GBK. Quod erat demonſtrandum.

*Confer cum demonſtratione prop. 27. lib. 1. huius. Et nota analogiam.*

## PROPOSITIO XXI.

Schematiſmus 5. Fig. 33.

**Eſto Cylindri recti Parabolici aut Hyperbolici, ſive ex euiuſvis alterius figuræ planæ recto ductu procreati, portio CDHFB, per CD axem baſeos, & quodvis in latere punctum F abſciſſa.**

**Portionis curva ſuperficies, quæ lineis DKB, BF, FHD, continetur, eſt ad triangulum maximum DFB ſibi inſcriptum, ut ſuperficies conoïdeos Parabolicæ vel Hyperbolicæ, ſive alterius rotundi ſolidi, quod fit à baſi BKDA, circa axem CD revoluta, eſt ad curvam maximi coni BDA ſibi inſcripti ſuperficiem.**

a 14. l. 2. huius. b 1. l. 2. huius.

CUrva portionis ſuperficies eſt ad curvam ſuperficiem rotundi ſolidi generati à baſi circa axem CD circumactâ, ut *a* FB portionis altitudo ad peripheriam circuli, cujus diameter AB; hoc eſt ut rectangulum *b* triangulum FBD ad conicam ſuperficiem BDA. Quare permutando portionis curva ſuperficies eſt ad triangulum ſibi inſcriptum FBD, ut rotundi ſolidi curva ſuperficies ad ſuperficiem conicam BDA ſibi inſcriptam. Quod erat demonſtrandum.

*Hanc confer cum demonſtratione propoſ. 32. & 33. libri 1. huius, & analogiam nota ſuperficiem inter ac ſoliditatem: quam itidem reperies in duabus ſequentibus.*

## PROPOSITIO XXII.

Schematiſmus 8. Fig. 57.

**Eſto Cylindri parabolici aut hyperbolici, aut ex cuiuſvis alterius figuræ planæ axem habentis recto ductu procreati, portio CEDB, abſciſſa per E punctum in latere, & per CB ordinatim applicatam ad baſeos axem AD: ſitque altitudo portionis DE.**

**Erit nihilominùs curva portionis ſuperficies ad duo maxima triangula ſibi inſcripta CED, BED, ut ſuperficies rotundi ſolidi facti à baſi CDB circa CB circumacta, ad duas conicas ſuperficies maximas DCP, DBP, rotundo ſolido inſcriptas.**

a 15. l. 2. huius. b 2. l. 2. huius.

POrtionis curva ſuperficies eſt ad *a* ſuperficiem ſolidi rotundi, quod fit à baſi CDB circumactâ circa CB, ut ED portionis altitudo ad peripheriam circuli, cuius radius AD; hoc eſt ut *b* rectangulum triangulum EDC ad conicam ſuperficiem DCP. Quare permutando, curva ſuperficies portionis eſt ad triangulum CED, ut ſuperficies rotundi ſolidi baſeos ad ſuperficiem conicam DCP. Ergo & portionis curva ſuperficies eſt ad duo triangula CED, BED ſibi inſcripta, ut rotundi ſolidi baſeos ſuperficies eſt ad duas conicas ſuperficies DCP, DBP ſibi inſcriptas. Quod erat demonſtrandum.

## PROPOSITIO XXIII.

Schematiſmus 8. Fig. 57.

**Iiſdem poſitis: tam portiò, quàm ſolidum rotundum baſeos plano ſecentur ad maximam portionis ſectionem AED parallelo, quod in portione producat triangulum FHG, in ſolido rotundo baſeos circulum GNKQ.**

**Curva ſuperficies CLHG, quæ lineis CO-G, GH, HLC continetur, eſt ad inſcriptum ſibi triangulum CHG, GOCK curva ſuperficies ſegmenti à rotundo ſolido abſciſſi, eſt ad curvã ſuperficiem maximi coni GCK, ſegmento inſcripti.**

**Reliqua item curva portionis ſuperficies GHEDMB eſt ad inſcriptum ſibi triangulum BHG, ut reliqua rotundi ſolidi ſuperficies GDBPK ad inſcriptám ſuperficiem coni maximi GBK.**

DEmonſtrabitur eodem diſcurſu quo *prop. 20. huius libri*, niſi quod loco propoſitionis 13. *libri huius*, iſthic citatæ, hic citanda & adhibenda ſit propoſitio 15.

# PARS III.

## PROPOSITIO XXIV.

**Cylindrica ſuperficies portionis à Cylindro circulari recto per punctum in latere & centrum baſeos abſciſſæ ſectionis maximæ quadrupla eſt.**

Schematiſmus 3. Fig. 22.

DAta ſit portio DBCE à Cylindro circulari recto abſciſſa, cuius maxima ſectio ſit triangulum ABC. Demonſtrandum eſt Cylindricam portionis ſuperficiem, maximæ ſectionis ABC quadruplam eſſe.

In-

Inſcribantur ſuperficiei Cylindricæ portionis duo triangula maxima DBC, EBC. Cylindrica ſuperficies CBKD eſt ad triangulum DBC, ut *a* quadrati diameter ad latus, nempè ut ED ad DC. Sed triangulum DCB eſt ad triangulum ABC, ut DC ad AC, cùm eandem ſit utriuſque altitudo BC. Ergo ex æquo ſuperficies Cylindrica CAKD eſt ad triangulum ABC, ut DE ad AC, ut diameter nempè ad ſemidiametrum. Superficies ergo CBKD, quæ totius Cylindricæ ſuperficiei portionis eſt ſemiſſis, trianguli ABC dupla eſt. Quare tota portionis Cylindrica ſuperficies trianguli ABC quadrupla eſt. Quod erat demonſtrandum.

*a* 17. *l.* 2. *huius.*

### *Corollarium.*

En Cylindricæ portionis ſuperficiei quadraturam longè facillimam.

## PROPOSITIO XXV.

*Schematiſmus* 5. *Fig.* 37.

**Cylindrica ſuperficies portionis, à Cylindro circulari recto abſciſſæ, ad totam Cylindri ſuperficiem abſque baſibus, eam habet rationem, quam diameter circuli ad circumferentiam.**

Data primò ſit portio CDFA, cujus altitudo AF par ſit diametro baſeos AB. Hujus igitur portionis Cylindro AG ſphæra inſcribi poterit LMEN. Portionis CDFA Cylindrica ſuperficies eſt ad ſuperficiem ſphæræ baſeos, hoc eſt ad ſuperficiem ſphæræ LEMN, ut AF ad circumferentiam ACBD; quemadmodum ſuprà *a* demonſtratum, eſt. Superficies autem ſphæræ LMEN, quia Cylindricæ ſuperficiei AG ipſam ambienti æqualis eſt (ut patet ex Archimedis *manifeſto* 6. *lib.* 1. *de ſph.*) eſt ad ſuperficiem Cylindricam AG ut circumferentia ACBD ad ſeipſam. Igitur ex æquo ſuperficies portionis CDFA eſt ad Cylindricam AG, ut FA; hoc eſt ex hyp. ut diameter AB ad circumferentiam ACBD. Quod erat demonſtrandum.

*a* 8. *l.* 2. *hujus.*

Detur deinde portio cujuſvis altitudinis CDEA, à Cylindro HA abſciſſa. Superficies Cylindricæ portionum CDEA, CDFA, ſunt inter ſe *b* ut altitudines EA, FA. Quare cùm Cylindricæ ſuperficies AH, AG etiam ſint inter ſe ut altitudines EA, FA, erunt hæ ſuperficiebus portionum proportionales. Cùm igitur ſuperficies portionis CDFA ſit ad ſuperficiem Cylindricam AG, ut diameter circuli ad circumferentiam, ſuperficies quoque portionis CDEA, erit ad Cylindricam AH, ut diameter circuli ad circumferentiam.

*b* 16. *l.* 2. *hujus.*

*Nota analogiam hujus cum propoſ.* 40. *lib.* 1. *iſthic enim oſtenſum eſt portionem eſſe ad Cylindrum ſuum ut duæ tertiæ diametri ad circumferentiam, hìc verò demonſtratur Cylindricam portionis ſuperficiem eſſe ad Cylindri ſui ſuperficiem, ut diameter ad circumferentiam.*

### *Corollarium.*

Si igitur in rectis lineis exhibita fuerit ratio ſuperficiei Cylindricæ portionem cingentis ad Cylindri, de quo ſumpta eſt portio, ſuperficiem abſque baſibus; habebitur quadratura circuli.

*Tacquet Cylind. Annular.*

## PROPOSITIO XXVI.

**Data ſit Cylindri circularis recti portio DBCE per latus & centrum baſeos abſciſſa, cujus altitudo BC; ſectio maxima ABC.** *Schematiſmus* 6. *Fig.* 42. 43.

**In baſi ducatur HL parallela diametro DE, ſecans AC in P. Ex P ducatur SP parallela ad AB, occurrens BC in S. Per HSL ducto plano abſcindatur portio HSCL.**

**Cylindrica ſuperficies portionis DBCE eſt ad Cylindricam ſuperficiem portionis HSCL, ut ſuperficies ſphæræ à ſemicirculo DCE productæ, ad ſuperficiem ſphærici ſolidi, quod fit à ſegmento circulari HCL circa HL in orbem ducto.**

Superficies Cylindrica, ſive curva portionis DBCE eſt ad ſuperficiem ſphæræ à baſi DCE generatæ, ut *a* BC ad circumferentiam DCEY, cujus radius eſt AC. Pari modo curva ſuperficies portionis HSCL eſt ad ſuperficiem ſphærici ſolidi facti ex ſegmento HCL, circa HL in orbem ducto, ut *a* portionis HSCL altitudo SC, ad circumferentiam circuli, cujus radius PC. Deinde, quia SP, AB, æquidiſtant, erit BC ad SC, ut AC ad PC; hoc eſt ut circumferentia *b* radij AC ad circumferentiam radij PC. Igitur permutatim, BC eſt ad circumferentiam radij AC, ut SC ad circumferentiam radij PC. Quare etiam ſuperficies curva portionis DBCE eſt ad ſuperficiem ſphæræ baſeos DCE, ut curva ſuperficies portionis HSCL ad ſuperficiem ſphærici ſolidi à plano HCL producti. Permutando igitur habetur propoſitum.

*a* 8. *l.* 2. *hujus.* *a* 15 *l.* 2. *hujus.* *b* *Pappus l.* 5 *p* 41.

*Notetur inſignis analogia hujus cum prop.* 46. *lib.* 1. *quod enim iſthic de ſoliditate, hic de ſuperficie portionis oſtenſum eſt.*

### *Corollarium.*

Propoſitio vera eſt in omni portione, ſive ex Cylindro circulari, Elliptico, parabolico, hyperbolico, ſive alio quocumque deſumpta ſit. Sed in demonſtratione loco propoſitionis 8. *l.* 2. *hujus*, citandæ erunt 13, 14, 15 *ejuſdem libri*. Reliqua omnis demonſtratio eadem.

*Nota rurſus analogiam cum Corollario 46. lib.* 1.

## PROPOSITIO XXVII.

**Cylindrici circularis recti portio DBCE per latus & A centrum baſeos abſciſſa, ſit diviſa plano GFT, baſi DCE parallelo. Cylindrica portionis DBCE ſuperficies eſt ad Cylindricam ſuperficiem ſegmenti GBFT, ut ſuperficies ſphæræ baſeos DCE ad ſuperficiem ſphærici ſolidi, quod fit à ſegmento circulari GFT circa GT in orbem ducto.** *Schematiſmus* 6. *Fig.* 42. 43.

Sit ABC maxima portionis ſectio, & BC altitudo portionis. Per GT fiat ſectio GHLT rectâ baſi DCE, faciens in ea ſectionem communem HL, quæ occurrat ipſi AC in P. Ex P ducatur PS parallela ad AB, ductoque per HSL plano, abſcindatur por-

tio HSCL. Erit HL parallela ad DE, & CS æqualis FB, & ſegmenta circularia HCL, GFT æqualia (quæ omnia demonſtrata ſunt *prop.* 47. *lib.* 1. *hujus*) AC proinde portionum HSCL, GBFT curvæ *a* ſuperficies ſunt æquales. Et quia HL parallela eſt DE, & PS parallela ad AB; erit portio HSCL ipſa illa de qua in *præcedenti* actum eſt. Per eandem igitur propoſitionem, erit ſuperficies curva portionis DBCE ad ſuperficiem curvam portionis HSCL; hoc eſt, ut jam demonſtravimus, ad ſuperficiem curvam portionis GBFT, ut ſuperficies ſphæræ baſeos DCE ad ſuperficiem ſphærici ſolidi facti à ſegmento HCL, hoc eſt, per jam demonſtrata facti à ſegmento GFT. Quod erat demonſtrandum.

*a* 16. *l.* 2. *hujus.*

*Notetur mirabilis analogia hujus cum p.* 47. *lib.* 1.

PROPOSITIO XXVIII.

*Schematiſmus* 6. *Fig.* 42. 43.

**Iiſdem poſitis, quæ totâ præcedenti; ducantur DH, DL. Superficies Cylindrica HGBTL (quam nimirum à totius portionis DBCE Cylindricâ ſuperficie aufert planum HGTL) eſt ad Cylindricam ſuperficiem GBFT, ut differentia ſuperficierum ſphæricarum, quarum diametri DH, DL, eſt ad ſuperficiem ſphærici ſolidi producti à ſegmento circulari HCL circa HL; in orbem ducto.**

SUperficies Cylindrica HGBTL eſt ad ſuperficiem curvam totam DBCE, ut *a* differentia ſuperficierum ſphæricarum, quarum diametri DH, DL, ad ſuperficiem ſphæricam diametri DE. Superficies autem curva DBCE eſt ad ſuperficiem curvam GBFT, ut *b* ſphærica ſuperficies diametri DE eſt ad ſuperficiem rotundi ſolidi, quod fit à plano GFT, circa GT; hoc eſt à plano HCL, circa HL in orbem ducto. Ergo ex æquali ſuperficies Cylindrica HGBTL eſt ad ſuperficiem Cylindricam GBFT, ut differentia ſphæricarum ſuperficierum, quarum diametri DH, DL eſt ad ſuperficiem ſolidi facti à ſegmento HCL, circa HL in orbem ducto. Quod erat demonſtrandum.

*a Coroll.* 3. *p* 12. *l* 2. *hujus.*
*b Præced.*

PROPOSITIO XXIX.

*Schematiſmus* 6. *Fig.* 42.

**Data ſit portio DBCE à Cylindro circulari recto per latus & baſeos centrum abſciſſa, altitudinem habens CB; quæ dividatur plano GFT baſi DCE parallelo.**

**Si quadretur Cylindrica ſuperficies GBFT; aut ejus proportio ad totam ſuperficiem DBCE innoteſcat, dabitur quadratura circuli.**

DUcatur HL parallela ad DE, auferens à peripheriâ DCEY arcum HCL peripheriæ commenſurabilem. Per HL fiat ſectio HGTL recta ad baſim DCE. Erit GT parallela ad HL. Per GT fiat ſectio GFT parallela baſi. Quoniam quadrata eſt tam *c* ſuperficies DBCE, quàm ſuperficies *d* DGH, & ETL; etiam reliqua ſuperficies HGBTL quadrata eſt. Quare ſi quadretur etiam ſuperficies GBFT, reliqua HCLTFG quadrabitur. Atqui hæc pars eſt ſuperficiei Cylindricæ, cujus baſis eſt DCEY, altitudo CF; & quidem nota pars, cùm ſuperficies HCLTFG ſit ad totam Cylindri ſuperficiem curvam ut arcus HCL ad commenſurabilem ſibi ex conſt. peripheriam DCEY. Ergo quadrabitur etiam tota Cylindri dicti curva ſuperficies. Quæ cùm ad circulum *a* reducta jam ſit, ipſe etiam circulus quadrabitur.

*c* 17. & 24 *l.* 2. *hujus.*
*d* 18 *l* 2. *hujus.*
*a Ab Archimede.*

Quod ſi innoteſcat ſaltem ratio ſuperficiei GBFT ad ſuperficiem DBCE. Quoniam quadrata eſt DBCE, quadrabitur etiam GBFT: unde rurſum quadratura circuli, ut jam demonſtravimus.

*Hanc confer cum* 51. *lib.* 2. *& miram obſerva inter portionum ſoliditatem, ac ſuperficiem analogiam.*

PROPOSITIO XXX.

*Schematiſmus* 6. *Fig.* 42. 43.

**Si innoteſcat ratio, quam habet ſuperficies ſphærici ſolidi, facti à circulari ſegmento aliquo HCL, circa chordam ſuam HL in orbem ducto ad ſuperficiem ſphæræ, dabitur quadratura circuli.**

POnantur eadem, quæ præcedenti propoſitione, Superficies ſphærica diametri DE eſt ad ſuperficiem ſphærici ſolidi facti à plano HCL, ſive GFT, ut curva *b* portionis ſuperficies DBCE eſt ad curvam ſuperficiem GBFT. Quare ſi innoteſcat ratio ſuperficiei ſphærici diametri DE ad ſuperficiem ſolidi facti ex HCL, etiam innoteſcet ratio ſuperficiei DBCE ad ſuperficiem GBFT: quâ cognitâ, habetur quadratura circuli, ut oſtenſum eſt *prop. præcedenti.*

*b* 37 *l* 2. *hujus.*

*Confer cum* 52. *lib.* 1. *& mirabilis notetur inter utrinſque analogia.*

PROPOSITIO XXXI.

*Schematiſmus* 6. *Fig.* 42. 43.

**Si innoteſcat quam rationem habeat ſuperficies ſolidi ſphærici facti à ſegmento aliquo circulari GFT, circa chordam ſuam GT in orbem ducto, ad ſuperficiem conicam ſibi inſcriptam, dabitur quadratura circuli.**

POnantur eadem, quæ in præcedentibus, & plani GFT ac maximæ ſectionis ABC communis ſectio ſit KF. Ducantur rectæ, GF, TF, & GB, TB. Deinde ſegmentum GOFT cum triangulo GFT in orbem ducatur circa GT. Inſcribentur ſphæricali ſolido duo coni recti oppoſiti, communem habentes baſim. Demonſtratum eſt *a* curvam ſuperficiem GBFT eſſe ad duo maxima triangula ſibi inſcripta GBF, & TBF, ut ſuperficies ſolidi facti à plano GOFT, circa GT circumacto, ad ſuperficies conicas à rectis GF, TF productas. Quare ſi innoteſcat ratio ſuperficiei rotundi ſolidi ad ſuperficiem conicam ſibi inſcriptam, etiam innoteſcet ratio ſuperficies GBFT ad duo inſcripta triangula GBF, TBF: adeoque ſuperficies GBFT quadrabitur. Atque inde *b* ipſius circuli dabitur quadratura.

*a* 12 *l.* 2. *hujus.*
*b* 29. *l.* 1. *hujus.*

*Notetur etiam hic in portionibus, ſoliditatum ac ſuperficierum analogia ex hac &* 53. *lib.* 1.

*FINIS LIBRI SECUNDI.*

CYLIN-

# CYLINDRICORUM ET ANNULARIUM

## LIBER TERTIUS.

*Hìc tandem aggredior potiſſimam opèris hujus partem, annularia nimirùm corpora non circularia tantùm, ſed Elliptica etiam, Parabolica, Hyperbolica, imò ex figuræ cujuſvis planæ circulari ductu procreata. Hæc præcipuè conatus iſte noſter ſpectavit; atque horum maximè gratiâ priores libros conſcripſi. Quod enim portio per latus & baſis diametrum abſciſſa eſt in Cylindro, hoc in circulari annulo ſphæra genitoris circuli, in Elliptico; genitricis Ellipſeos, ſpheroïs in Parabolico & Hyperbolico, Parabolæ aut Hyperbolæ genitricis conoïs eſt.*

## DEFINITIONES
### AD DUOS SEQUENTES LIBROS.

*Schematiſmus* 8. *Fig.* 58. 59. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 66.

1. Esto figura quævis plana CKB, axem habens EK, & ſubtenſam CB, ordinatim axi applicatam. In ſubtensâ ſumatur punctum aliquod A, quod vel extra figuram ſit in ſubtensâ productâ, vel in ipſo figuræ perimetro. Deinde puncto A immoto permanente, figura CKB in orbem circumducatur, ſic ut recta ABC in uno feratur plano ad EK recto, & figura, dum circumducitur, EK ſibi ipſi maneat parallela, ſolidum, quod à figurâ CKB ſic in orbem ducta, deſcribitur, *Annulum* voco.

*Schematiſmus* 8. *Fig.* 59. 61.63. 65. *Fig:* 58. 60.62. 64.66.

2. *Annulus clauſus* eſt, cùm punctum immobile (A) in ipſo perimetro figuræ ſtatuitur. Ejuſmodi repræſentant figuræ 59.61.63.65.

3. *Annulus patens.* cùm immobile punctum (A) eſt extra figuram in ſubtenſa productâ. Exhibentur figuris 58.60.62.64.66.

4. *Figuram genitricem* voco CKB, quæ in orbem ducta annulum fecit.

*Fig.* 58. 59.60. 61.62. 63.64. 65.66.

5. *Polus annuli*, ſive *centrum*, eſt punctum A, quod manſit immobile.

6. *Latitudo*, ſeu *ſpiſſitudo annuli* eſt BC, ipſa nimirum ſubtenſa.

7. *Punctum medium figuræ* eſt E, in quo figuræ genitricis axis KE ſecat ſubtenſam, ſeu latitudinem CB bifariam.

8. *Diameter revolutionis* eſt recta AE polum annuli cum puncto medio connectens.

9. *Peripheria annuli media* eſt ED, quam punctum medium E in revolutione deſcribit.

Nota: In annulo clauſo quem circulus genuit, peripheria media æqualis eſt peripheriæ genitrici.

*Fig.* 58. 60.62. 64.66.

10. *Peripheria annuli maxima* eſt CH, quæ in revolutione fit ab extremo ſubtenſæ puncto C.

11. In patente annulo *peripheria minima* eſt BG, quæ deſcribitur ab alterâ latitudinis, ſeu ſubtenſæ extremitate B, inter polum A & medium E punctum conſtituta.

12. *Maxima annuli patentis ſectio per polum facta*, eſt planus *a* annulus, quem in revolutione deſcribit ſubtenſa CB, maximâ & minimâ peripheriâ comprehenſus. *a Vide defin 25. ante l.1. hujus.*

13. *Maxima per polum clauſi annuli ſectio* circulus eſt, cujus radius eſt annuli latitudo CB.

14. *Maxima annuli ſectio per figuræ genitricis axem* KF, eſt Cylindrica ſuperficies in revolutione ab axe KE genita. *Fig.* 59. 61.63. 65.

15. *Annuli pars exterior* ea eſt, quæ ab genitricis figuræ exteriori ſemiſſe EKC procreatur. *Fig.* 58. 59.60. 61.62. 63.64. 65.66.

16. *Pars interior* quæ gignitur à figuræ genitricis ſemiſſe interiori EKB.

17. *Superficies annularis exterior* ea eſt, quam genitoris perimetri exterior ſemiſſis CK producit.

18. *Superficies annularis interior* eſt, quæ producitur à genitoris perimetri ſemiſſe interiori BK.

Porrò annuli à figuris genitricibus ſpeciem ac denominationem ſumunt.

19. Itaque *Circularis annulus* eſt, quem circulus, *Ellipticus* quem Ellipſis; *Parabolicus*, quem Parabola; *Hyperbolicus* quem Hyperbola genuit, & ſic de cæteris.

Rurſum quemadmodum ſphæroidum aliæ longæ ſunt, aliæ latæ; ita & annulorum ab Ellipſibus genitorum alij longi ſunt, lati alij.

20. *Annulus Ellipticus longus* eſt, qui fit ab Ellipſi ita poſitâ, ut major ejus axis KF ſit revolutionis diametro AE perpendicularis. *Schematiſmus* 8. *Fig.* 62. 63.

21. *Annulus Ellipticus latus* eſt, qui gignitur ab Ellipſi ita poſitâ, ut minor ejus axis KF diametro revolutionis perpendiculariter inſiſtat.

22. Quemadmodum in Annulis ita & in Cylindris peripheriæ mediæ reperiuntur. *Mediam* igitur *in* *Fig.* 60. 61.

* *Tacquet Cylind. Annular.*



Digitized by Google

*Cylindro integro peripheriam* eam voco, quæ centro baſeos per medium radij punctum deſcribitur.

In cavo autem Cylindro *Peripheriam mediam* voco, quæ centro A deſcripta, biſecat CB latitudinem plani annuli qui cavi Cylindri baſis eſt.

*Schematiſmus 9. Fig. 69.*

# SYNOPSIS

## LIBRI TERTII.

## PARS I.

ANnulorum tum ad Cylindros, tum ad invicem comparatorum multiplices proprietates demonſtrantur.

In primis autem hæ. Omnis annulus (hoc eſt à quâvis planâ figurâ genitus; atque ita ſemper intellige) ad Cylindrum, ſuper figurâ genitrice erectum, eam habet rationem, quam peripheria annuli media ad Cylindri altitudinem: & omnis patens annulus ſibi contigui annuli æquè craſſi, & ab æquali figurâ geniti, triplus eſt. Et ſi *a* quotcumque fuerint æquè craſſi contigui annuli, ab æqualibus figuris geniti, quorum primus clauſus ſit, eam inter ſe rationem habent, quam ſeries numerorum imparium ab unitate: & clauſi annuli, à ſimilibus figuris geniti, triplicatam habent ſuarum latitudinum (AB, *b* AC) rationem: & clauſus *c* annulus quotcumque annulos contiguos ab æqualibus & ſimilibus figuris genitos complectens, eorum aggregatum toties continet, quot contigui erant annuli. Reliqua libri decurſus dabit.

*a Vide fig. 79. Schematiſmus 11.*
*b Vide fig. 80. Schematiſmus 11.*
*c Vide fig. 79.*

## PARS II.

ANnulorum ſegmenta, planis ad revolutionis diametrum rectis abſciſſa, cum ſemiſſis Cylindricæ ſegmentis, etiam planis ad baſim rectis diviſæ, comparantur.

## PARS III.

ANnulorum exteriores partes *a* conſeruntur cum *b* interioribus. Et quidem circularis annuli pars exterior excedit interiorem genitoris circuli ſphærâ bis ſumptâ.

*a Def. 15. l. 3. hujus.*
*b Def. 16. l. 3. hujus.*

Univerſim autem annulorum à quibuſvis figuris planis genitorum pars exterior interiorem ſuperat rotundo ſolido bis ſumpto, quod fit à genitrice figurâ circa axem ſuum *c* FD, qui revolutionis diametro AD perpendiculariter inſiſtit, circumactâ. Quod ſi à circularis annuli genitore circulo rectæ ST, ωR, axi FG parallelæ, æqualia abſcindant ſegmenta SET, ωCR; annulare ſegmentum exterius genitum à plano SET, excedet interius genitum à plano ωCR, ſphærâ diametri ST bis ſumptâ. Cætera vide in libri decurſu.

*c Vide Schematiſmus 13. Fig. 89. 90. 91. 92.*

## PARS IV.

QUam proportionem habet circuli circumferentia ad duas tertias ſuæ diametri partes, eam omnis clauſus circularis annulus habet ad circuli genitoris ſphæram; & omnis Ellipticus clauſus annulus ad ſphæroidem genitricis Ellipſeos, longus quidem ad longam, ad latam latus. Quam deinde rationem habet peripheria media ad duas tertias latitudinis annuli, eam annulus circularis patens ad ſphæram habet genitoris circuli, & annulus patens Ellipticus ad genitricis Ellipſeos ſphæroidem; ad longam longus, latus ad latam. Ad hæc clauſus annulus Parabolicus ad conoidem genitricis Parabolæ eſt ut 16 ad 3. Annulus autem Parabolicus patens ad genitricis Parabolæ conoidem rationem habet compoſitam ex ratione diametri revolutionis *d* (AC) ad (BC) ſemiſſem latitudinis annuli, & ex ratione 16 ad 3. At Parabolici clauſi annuli pars exterior eſt ad interiorem, ut 11 ad 5. Tandem qui partium exterioris ac interioris rationem in annulo circulari, vel Elliptico exhibuerit, is circuli quadraturam dabit.

*d Schematiſmus 16. Fig. 117.*

### PROPOSITIO I.

**Eſto planus annulus, cujus latitudo CD, centrum A; ſit autem latitudo CD biſecta in B; & centro A, per B fiat circumferentia BH. Sit tandem DG rectangulum cujuſvis altitudinis CG.**

*Schematiſmus 9. Fig. 67.*

**Rectangulum DG eſt ad annulum planum; ut rectanguli altitudo CG ad peripheriam BH.**

EX B ducatur BF parallela ad CG, occurrens GM in F, ex A quoque per F ducatur AF, occurrens DM in K, & CG in E. Trapezium CEKD eſt ad planum annulum datum, ut *a* EC, ad circumferentiam CP; hoc eſt ut *b* FB ad circumferentiam BH. Atqui rectangulum DG æquatur trapezio CEKD. Ergo rectangulum DG eſt ad annulum planum ut FB, ſive CG, ad peripheriam BH. Quod erat demonſtrandum.

*a 3. l. 1. hujus.*
*b 4. l. 1. hujus.*

#### *Corollarium I.*

Similiter circulus ACK erit ad rectangulum AG, ut peripheria BZ centro A per medium radij AC punctum ducta, ad BF, ſeu CG. Nam CM æquatur triangulo AEC, ad quod ita ſe habet circulus *c* ACK, ut peripheria CK ad CE; hoc eſt ut peripheria BZ ad BF, ſive CG.

*Schematiſmus 9. Fig. 68.*
*c 2. l. 3. hujus.*

#### *Corollarium II.*

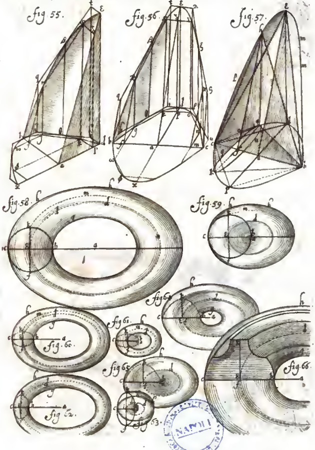
Reducuntur igitur circuli, planique annuli ad rectangula, quorum baſes ſunt annulorum latitudines, ſeu diametri circulorum; altitudo autem peripheria media.

### PROPOSITIO II.

**Eſto Cylindrus cavus productus à rectangulo CBHG circa axem AP circumacto; ejuſque peripheria *a* media ſit DZ; quæ nimirum centro A per D medium ipſius CB punctum deſcribitur. Datum quoque ſit parallelepipedum CN, cujus baſis ſit ipſum illud CBHG, rectangulum quod cavum Cylindrum genuit; altitudo autem CK.**

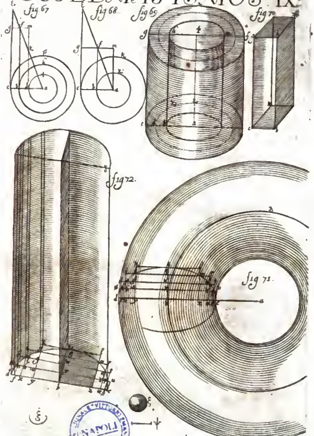
*Schematiſmus 9. Fig. 69. 70.*
*a defin. 22. l. 3. hujus.*

## SCHEMATISMUS VIII




Digitized by Google

# SCHEMATISMUS IX.




NAPOLI

Digitized by Google

**Parallelepipedum eſt ad cavum Cylindrum, ut altitudo CK ad peripheriam mediam DZ.**

ACcipiatur BK pro baſi ipſius KN parallelepipedi. Tunc parallelepipedi altitudo erit CG, eadem nimirum quæ Cylindri cavi. Ergo parallelepipedum CN erit ad Cylindrum cavum, ut *b* baſis ad baſim, hoc eſt ut rectangulum BK ad planum annulum BCZ; hoc eſt ut altitudo CK *c* ad peripheriam DZ. Ergo parallelepipedum CN eſt ad cavum Cylindrum, ut CK altitudo ad peripheriam mediam DZ. Quod erat demonſtrandum.

b 6 *l.* 1. *hujus.* c 1 *l.* 1. *hujus.*

*Corollarium.*

Similiter parallelepipedum, cujus baſis eſt rectangulum deſcribens Cylindrum, eſt ad Cylindrum, ut parallelepipedi altitudo ad peripheriam mediam Cylindri.

PROPOSITIO III.

*Schematiſmus 9. Fig. 71.*

**Annulare ſolidum inſcriptionibus Cylindricorum corporum exhauritur.**

ESto quodvis annulare ſolidum genitum à figurâ DEC; centrum ſit A; craſſities DC; peripheria media $B\lambda$, axis figuræ genitricis EB.

Aſſignetur ſolidum $\zeta$ quantumvis parvum, clarum eſt ſuper annulo plano latitudinis DC fieri poſſe cavum Cylindrum minorem ſolido $\zeta$. Sit hujus Cylindri altitudo $\psi$. Dividatur axis BE in tot partes æquales $B\gamma$, $\gamma\pi$, $\pi\varrho$, $\varrho\epsilon$; donec una particula $B\gamma$ ſit minor altitudine Cylindri $\psi$. Erit ergo Cylindrus cavus ſuper annulo latitudinis DC erectus, altitudinem habens $B\gamma$, minor Cylindro cavo priori, altitudinis $\psi$, ac proinde multò minor ſolido dato $\zeta$. Per diviſionum puncta $\gamma$, $\pi$, $\varrho$, ductis lineis ad DC parallelis inſcribantur, & conſcribantur figuræ genitrici rectangula, hæc ſi unà cum figurâ genitrice, ſuprà datum planum perpendiculariter erectâ, centro A in orbem ducantur, ſic ut ſemper maneant dato plano perpendicularia; ſolido annulari inſcribent, & conſcribent Cylindros cavos ſuprà invicem poſitos: eritque inſcriptorum, ac conſcriptorum corporum differentia par Cylindro, quem deſcripſit rectangulum $D\phi VC$, quod ſic oſtendo.

Rectæ KSG, LM protrahantur in y & Z, item IQH, RN, in X & $\omega$. Conſtat Cylindros cavos à rectangulis KM, $Z\omega$ centro A deſcriptos, æquari; nam altitudines $E\varrho\gamma B$ per conſt. ſunt pares, item Cylindri unius baſis, annulus nempè planus à rectâ SM deſcriptus, æquatur annulo plano deſcripto per æqualem ipſi SM rectam, y Z, qui baſis eſt Cylindri alterius cavi.

Pari ratione demonſtrabitur Cylindros cavos à rectangulis IG, $\theta$H, $\phi$F, MN, NP, PC genitos, æquari Cylindris cavis, quos produxerunt rectangula $\omega\kappa$, HF, OD, YZ, P$\omega$, V$\beta$. Cavi igitur Cylindri à dictis rectangulis KM, IG, $\theta$H, $\phi$F, MN, NP, CP deſcripti, ſimul ſumpti, hoc eſt ipſa inſcriptorum, ac conſcriptorum differentia, æquantur Cylindro cavo, deſcripto à rectangulo $D\phi VC$. Atqui Cylindrus cavus deſcriptus à rectangulo $D\phi VC$ ſuprà oſtenſus eſt minor eſſe ſolido $\zeta$. Igitur inſcriptorum ac conſcriptorum corporum differentia etiam minor eſt quàm $\zeta$. Multò igitur magis ipſius annularis ſolidi, & inſcriptorum ſibi corporum differentia, erit dato ſolido $\zeta$ minor; hoc eſt annulare ſolidum per inſcripta ſibi corpora *a* exhauritur. Quod erat demonſtrandum. a *Defin.* 28 *l.* 1. *hujus.*

Demonſtratio in clauſis annulis hoc ſolum habet diverſum, quod ſolidum ab infimo rectangulo genitrici figuræ conſcripto productum, Cylindrus ſit integer.

PROPOSITIO IV.

**Cylindrus ex cujuſvis planæ figuræ recto ductu procreatus, per inſcripta ſolida exhauritur.**

CYlindri baſis eſto figura quævis DEC, cujus axis BE, altitudo $C\vartheta$: ad axem ordinatim poſita ſit DC; & ſolidum quantumvis parvum ſit $\zeta$. Manifeſtum eſt exhiberi poſſe parallelepipedum altitudinis $C\vartheta$, quod minus ſit ſolido $\zeta$. Hujus parallelepipedi baſis eſto rectangulum $\xi$. Axis BE dividatur in tot æquales partes donec una $B\gamma$ cum DC faciat rectangulum minus quàm $\xi$. Erit ergo parallelepipedum ſuper rectangulo ex $\gamma$ B & DC, altitudinis $C\vartheta$, minus parallelepipedo baſeos $\xi$, altitudinis ejuſdem $C\vartheta$, ac proinde multò minus quàm $\zeta$ ſolidum. Jam per diviſionum puncta $\gamma$, $\pi$, $\varrho$, ductis parallelis ad DC, baſi DEC inſcribantur, & conſcribantur rectangula, ſuperque ijs erigantur parallelepipeda Cylindro inſcripta, & conſcripta. Manifeſtum eſt rectangulorum inſcriptorum, ac conſcriptorum differentias KM, IG, $\theta$H, $\phi$F, MN, NP, PC, æquari rectangulo $D\phi VC$. Igitur parallelepipeda ſuper differentijs illis in altitudine communi $C\vartheta$ erecta, æquantur parallelepipedo altitudinis $C\vartheta$ ſuper rectangulo $D\phi VC$, ſive $\gamma$B, DC rectangulo; ac proinde minora ſunt dato ſolido $\zeta$. Atqui parallelepipeda ſuper rectangulorum inſcriptorum ac conſcriptorum differentijs in altitudine $C\vartheta$ erecta, ſunt differentia parallelepipedorum Cylindro inſcriptorum, & conſcriptorum. Ergo etiam hæc minor eſt ſolido $\zeta$. Ergo multò magis ipſius Cylindri, & inſcriptorum ipſi parallelepipedorum differentia minor eſt dato ſolido $\zeta$; hoc eſt *a* Cylindrus per inſcripta ſibi parallelepipeda exhauritur. Quod erat demonſtrandum.

*Schematiſmus 7. Fig. 72.*

a *Defin.* 28. *l.* 1. *hujus.*

PROPOSITIO V.

**Omnis annulus, qui à figurâ planâ, quâcumque, axem *b* habente diametro revolutionis perpendicularem, producitur, æqualis eſt Cylindro cujus baſis eſt figura, annulum deſcribens, altitudo autem par circumferentiæ *c* mediæ.**

b *Defin.* 20. *l.* 1. *hujus.* c *Defin* 9. *l.* 3. *hujus.*

ANnularis ſolidi genitrix figura eſto quævis figura plana DEC; ſive ea circulus ſit, ſive Ellipſis, ſive Parabola, aut Hyperbola, ſive alia quæcumque; modò axem habeat; qui ſit BE; latitudo annuli CD ſit ad axem ordinatim poſita; centrum A; peripheria media BS, ſit etiam Cylindrus DR erectus ſuper eâdem figurâ genitrice DEC, cujus altitudo CR par ſit circumferentiæ mediæ BS. Demonſtrandum eſt Cylindrum annulo æqualem eſſe.

*Schematiſmus 10. Fig. 73. 74. 75.*

Axe BE per lineas ad DC parallelas in æquales aliquot partes diviſo, inſcribantur figuræ DEC re-

rectangula MQ, NO, PK: quæ ſi unà cum figurâ genitrice DEC, centro A ducantur in orbem, inſcribent annulo Cylindros cavos ſibi mutuò ſuperimpoſitos, quorum baſes erunt annuli plani à rectis QR, OX, KL, deſcripti, altitudines verò HG, GF, FB. Tunc ſuper ijſdem rectangulis Cylindro DR parallelepipeda ejuſdem cum Cylindro altitudinis inſcribantur.

*a Ex defin. 20. l. 1. hujus.*
*b Defin. 22. l. 3. hujus.*
*c Per hypoth.*
*d 2 l. 3. hujus.*

Quoniam yM biſecta eſt in H, ab axe *a* EB, etiam QR biſecta erit in G. Ergo peripheria, quam punctum, H, deſcribit, dum figura genitrix cum inſcriptis rectangulis centro A circumagitur, eſt peripheria media *b* cavi Cylindri ab rectangulo MQ dicto jam motu deſcripti. Atqui peripheria à puncto H deſcripta, æqualis eſt ipſius dati annuli peripheriæ mediæ BS, deſcriptæ à puncto medio B. Ergo peripheria media Cylindri cavi à rectangulo MQ deſcripti, æquatur mediæ peripheriæ dati annuli BS; hoc eſt altitudini Cylindri dati DR; ac proinde etiam *c* altitudini parallelepipedi ſuprà rectangulum MQ, ipſi Cylindro inſcripti. Igitur cavus Cylindrus à rectangulo MQ deſcriptus, æquatur *d* parallelepipedo, quod ſuper eodem MQ rectangulo, DR Cylindro inſcriptum eſt.

*e 3. l. 3. hujus.*
*f 4. l. 3. hujus.*
*g 1. l. 1. hujus.*

Eodem prorſus diſcurſu oſtendam Cylindros cavos à rectangulis, NO, PK, deſcriptos æquari parallelepipedis, quæ ſuper ijſdem rectangulis Cylindro DR fuêre inſcripta. Omnes igitur cavi Cylindri annulo inſcripti, æquantur omnibus parallelepipedis DR Cylindro inſcriptis. Atque hoc ſemper eveniet, quotcumque Cylindros cavos annulo, & parallelepipeda Cylindro DR inſcripſerimus. Quare cùm inſuper per Cylindros *e* cavos datus annulus; & per parallelepipeda Cylindrus DR *f* exhauriatur; Annulus Cylindro *g* æqualis erit. Quod erat demonſtrandum.

### *Per Heterogenea.*

*Schematiſmus 10. Fig. 73. 74. 75.*
*h Defin. 12 & 13 l. 3. hujus.*

In figurâ genitrice CED, ducatur recta yM ad figuræ axem EB perpendicularis; perque hanc annulus ſecetur plano ad ſectionem *h* maximam per polum factam parallelo. Sectio erit annulus planus, comprehenſus peripherijs yδ, Mω, & latitudinem habens yM, à figuræ axe BE biſectam in H, hujus autem media plani annuli peripheria à puncto H deſcripta, par eſt peripheriæ mediæ BS ſolidi annuli dati. Deinde per eamdem rectam yM, ſeca Cylindrum plano ad Cylindri axem parallelo, ſectio erit rectangulum ſub yM & Cylindri altitudine CR comprehenſum. Jam verò planus annulus, qui ſectio

*a 1. l. 3. hujus.*

ſolidi annuli eſt, *a* æquatur rectangulo (quod ſectio Cylindri eſt) contento ſub yM & peripheriâ à puncto H in revolutione deſcriptâ, hoc eſt contento ſub yM, & peripheriâ mediâ BS; hoc eſt ex hypotheſi ſub yM, & CR Cylindri altitudine. Igitur ſectio ſolidi annuli dati, & Cylindri ſectio æquales ſunt. Quod cùm ſemper eveniat; ex heterogeneorum regula ſolidus annulus Cylindro æqualis erit. Quod erat propoſitum.

### *Aliter.*

*b 4. l. 2. hujus.*

In figurâ genitrice ducantur rectæ IK, PL parallela ad axem EB, & æqualiter ab eo remotæ, ac proinde inter ſe æquales. Hæ cum figurâ genitrice in orbem ductæ, deſcribent intra annulum Cylindricas ſuperficies rectas: ea, quam deſcribit IK, æquatur *b* rectangulo contento ſub IK, & peripheria radij AK: quam facit PL, æquatur rectangulo ex PL, & peripheriâ radij AL. Quare cùm peripheriæ radiorum AK, AL, ſimul ſumptæ, duplæ ſint peripheriæ mediæ BS; ac proinde & rectangula ex IK, & peripheria radij AK, ex PL, & peripheriâ radij AL, ſimul ſumpta, rectanguli ex IK, ſive PL, & peripheriâ mediâ BS ſint dupla, etiam Cylindricæ ſuperficies à rectis IK, PL factæ, erunt duplæ rectanguli ex IK, ſeu PL & peripheriâ BS; hoc eſt (quia ex hypot. peripheria media BS æquatur altitudini Cylindri CR) æquales erunt duobus rectangulis, quæ producuntur intra Cylindrum, factis ſectionibus per eaſdem lineas IK, PL, ad baſim rectis. Quare cùm hoc ſemper contingat; ex heterogeneorum regulâ annulus Cylindro æqualis erit. Quod erat propoſitum.

## PROPOSITIO VI.

*Schematiſmus 10. Fig. 73. 74. 75.*

**Omnis annulus à quacumque plana figura (DEC) procreatus, axem (EB) habente revolutionis diametro (DA) perpendicularem, eſt ad Cylindrum DT, cujus baſis eſt figura eadem (DEC) ut media annuli peripheria (BS) ad Cylindri altitudinem (BZ, ſive CT.)**

*a Præced.*

INtelligatur ſuper eâdem baſi Cylindrus DR altitudinem habens CR, mediæ peripheriæ BS æqualem. Cylindrus DT eſt ad Cylindrum DR, ut CT ad CR. Quare cùm Cylindrus DR par ſit *a* annulo, & ex hypotheſi CR ſit par peripheriæ mediæ BS; erit quoque Cylindrus DT ad annulum, ut CT ad BS peripheriam mediam. Quod erat demonſtrandum.

Hoc Theorema independenter à præcedenti per inſcriptiones cavorum Cylindrorum etiam poterat demonſtrari.

## PROPOSITIO VII.

**Si figura genitrix cujuſcumque annuli ſit ad baſim cujuſvis Cylindri, ut reciprocè Cylindri altitudo eſt ad peripheriam annuli mediam: annulus Cylindro æqualis eſt. Et è converſo.**

*b 11. Elem. 12.*
*c 5. l. 3. hujus.*

SUper figurâ genitrice intelligatur Cylindrus (quem vocemus Z.) altitudinem habens peripheriæ mediæ parem. Quia Cylindrus Z, & Cylindrus datus habent baſes & altitudines reciprocè proportionales, erit Cylindrus datus par *b* Cylindro Z, hoc eſt *c* annulo dato. Quod erat propoſitum. Similis eſt demonſtratio converſæ.

## PROPOSITIO VIII.

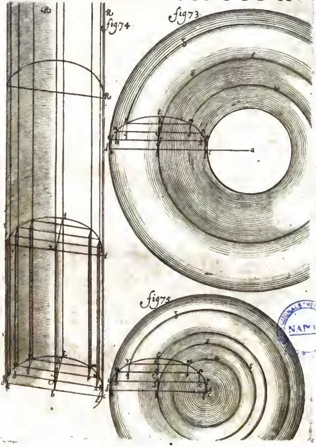
**Omnis annulus ad omnem Cylindrum rationem habet compoſitam ex ratione figuræ genitricis ad baſim Cylindri, & ex ratione peripheriæ mediæ ad Cylindri altitudinem.**

SUper figurâ genitrice intelligatur Cylindrus (quem vocemus Z) in altitudine peripheriæ mediæ. Habebit Cylindrus Z ad datum Cylindrum, rationem compoſitam ex ratione altitudinis ſive (hoc

eſt

Digitized by Google

SCHEMATISMUS X




NAPOLI

eſt peripheriæ mediæ) ad altitudinem alterius, & ex ratione ſuæ baſeos, quæ eſt figura genitrix, ad baſim alterius. Atque Cylindrus Z, æquatur annulo dato. Ergo &c.

## PROPOSITIO IX.

*Schematiſmus* II. *Fig.* 76. **Annuli circulares à concentricis (BG, OH) circulis geniti, eam inter ſe rationem habent, quam circuli genitores.**

**Et omnes annuli geniti à figuris planis, poſitis circa eundem axem, qui revolutionis diametro (AC) ſit perpendicularis, eandem inter ſe rationem habent, quam figuræ genitrices.**

SUper genitoribus circulis, aut figuris genitricibus intelligantur Cylindri altitudinem habentes parem peripheriæ mediæ CF, quæ annulis datis eſt communis, cùm ex hyp. punctum medium omnibus commune ſit C. Erunt hi Cylindri æquales *b* annulis. Atqui Cylindri, cùm altitudinem habeant eandem, erunt inter ſe ut baſes; hoc eſt per conſt. ut figuræ genitrices. Ergo & annuli. Quod erat propoſitum.

*b* 5.*l*.3. *hujus.*

## PROPOSITIO X.

**Omnes annuli, quorum reciprocantur figuræ genitrices & peripheriæ mediæ, ſive revolutionum diametri, æquales ſunt, & è converſo.**

SUper figuris genitricibus BFO, CGE intelligantur Cylindri (quos vocemus X & Z) quorum altitudines ſint peripherijs medijs PN, QK æquales. Quoniam ex hypotheſi eſt ut figura BFO ad figuram CGE, ita QA, ad PA; hoc eſt *a* peripheria media QK ad peripheriam mediam PN; hoc eſt per conſt. latitudo Cylindri ſuper CGE erecti ad altitudinem Cylindri ſuper BFO, patet Cylindrorum baſes, & altitudines reciprocari, ac proinde eos eſſe æquales. Sed annuli his *b* Cylindris æquantur. Ergo etiam annuli inter ſe æquales ſunt. Quòd erat demonſtrandum.

*a Schematiſmus* II. *Fig.* 77.

*a Pappus l*.5.*p*.41.

*b* 5.*l*.3. *hujus.*

Similis eſt demonſtratio converſæ.

## PROPOSITIO XI.

**Omnes annuli à ſimilibus figuris geniti, quorum latitudines & ſectiones per polos *c* maximæ reciprocantur, æquales ſunt. & è converſo.**

*c Defin.* 12 & 13.*l*.3. *hujus.*

ANnulorum latitudines ſint BO, & CE; ſectiones per polos maximæ ſint annuli plani BON, CEK. Oſtendere oportet, ſi ut CE eſt ad BO, ita reciprocè ſectio maxima BON, ad maximam ſectionem CEK, annulos eſſe æquari.

*Schematiſmus* II. *Fig.* 77.

Plani annuli BON, CEK *d* æquantur rectangulis, quorum baſes ſunt BO, CE; altitudines verò peripheriæ mediæ PN, QK. Sed horum rectangulorum ratio compoſita eſt ex ratione altitudinis ad altitudinem (hoc eſt ex ratione peripheriæ PN ad periphe-riam QK; hoc eſt ex *e* ratione PA, ad QA) & ex ratione BO ad CE. Ergo, & annulorum planorum BON, CEK ratio compoſita eſt ex ratione PA ad QA, & ratione BO ad CE. Quare cùm ex hypotheſi CE ſit ad BO, ut reciprocè annulus planus BON, ad annulum planum CEK; etiam ratio CE, ad BO compoſita erit ex ratione PA, ad QA, & ratione BO ad CE. Unde cùm ratio CE ad BO ſit majoris inæqualitatis, ut oſtendam infrà, erit ratio PA, ad QA duplicata *a* rationis CE ad BO. Sed quoniam ex hypotheſi ſimiles ſunt figuræ genitrices BFO, CGE erit ratio figuræ CGE, ad figuram BFO duplicata rationis CE ad BO. Ergò PA eſt ad QA, ut reciprocè figura CGE ad figuram BFO. Ergo dati ſolidi annuli *b* æquales ſunt. Quod erat demonſtrandum.

*d* 1.*l*.3. *hujus.*

*e Pappus l*.5.*p*.41.

*a Per lemma inferius.*

*b Præced.*

Quod autem ratio CE ad BO ſit majoris inæqualitatis, ſic oſtendo. Si negatur CE eſſe major, quàm BO, ſit par, aut minor. Igitur planus annulus CEK minor eſt plano annulo BON. Jam verò ex hypotheſi eſt ut CE ad BO, ſic annulus BON, ad annulum CEK, ac proinde cùm CE ponatur par aut minor BO; annulus BON eſt par, aut minor annulo CEK: quod eſt abſurdum, cùm oſtenſus etiam ſit eſſe major.

Demonſtratio converſæ fiet ex primâ parte per reductionem ad impoſſibile.

### Lemma.

**Dentur rationes majoris inæqualitatis AB ad CB, & DE ad FE. Sitque ratio AB ad CB compoſita ex ratione DE ad FE, & ex ratione CB, ad AB.** *Schematiſmus* II. *Fig.* 77.

**Dico rationem DE ad FE duplicatam eſſe rationis AB ad CB.**

Fiat ut CB ad AB, ſic FE ad GE. Ratio DE, ad GE componitur ex ratione DE, ad FE, & ex ratione FE ad GE; hoc eſt per conſtructionem CB, ad AB. Sed ex hypotheſi ratio AB, ad CB componitur ex iiſdem rationibus. Ergo rationes DE ad GE, & AB, ad CB ſunt æquales. Quare cùm per conſtructionem rationes GE ad FE, & AB, ad CB, etiam æquales ſunt; patet rationem DE ad FE duplicatam eſſe rationis AB ad CB.

## PROPOSITIO XII.

**Omnes annuli à ſimilibus figuris geniti, quorum diametri revolutionum duplicatam habent rationem latitudinum ſumptarum reciprocè, ſunt æquales. Et è converſo.**

ANnulorum latitudines ſint BO, & CE; revolutionum diametri PA, QA. *Schematiſmus* II. *Fig.* 77.

Si ratio PA ad QA eſt duplicata rationis CE ad BO, annuli æquales erunt: & ſi annuli æquales ſunt, erit ratio PA ad QA, duplicata rationis CE ad BO.

Quoniam ratio PA ad QA ponitur duplicata rationis CE ad BO, erit ratio CE ad BO compoſita *a* ex ratione PA, ad QA, & ratione BO ad CE. *a Per lemma inferius.*

Sed

*b Demonſt. præced.* Sed ratio ſectionis maximæ BON, ad ſectionem maximam CEK, componitur ex iiſdem *b* rationibus. Ergo ratio CE ad BO æquatur rationi ſectionis maximæ BON, ad ſectionem maximam CEK. Ergo dati annuli *c* æquales ſunt. Quod erat demonſtr. *c Præced.*

Demonſtratio converſæ deducetur ex prima parte per reductionem ad impoſſibile.

*Lemma.*

*Schematiſmus 11. Fig. 77.*

**Sit ratio DE ad FE, duplicata rationis AB ad CB. Dico rationem AB ad CB componi ex ratione DE ad FE, & ratione CB ad AB.**

Fiat ut AB, ad CB, ſic DE, ad GE.

Quoniam ratio DE, ad FE, ponitur duplicata rationis AB ad CB, eſtque per conſt. ratio DE ad GE par rationi AB, ad CB; etiam ratio GE ad FE rationi AB ad CB, æqualis erit. Sed ratio GE ad FE componitur ex ratione GE ad DE, (hoc eſt ratione *a* CB ad AB) & ex ratione DE ad FE. Ergo etiam ratio AB ad CB, componitur ex ratione CB, ad AB, & ratione DE, ad FE. Quod erat demonſtr. *a per conſt.*

PROPOSITIO XIII.

**Omnes annuli rationem inter ſe habent compoſitam ex ratione diametrorum revolutionis (PA, QA,) & ex ratione figurarum genitricum (BFO, CGE.)**

*Schematiſmus 11. Fig. 77. b 5 l 3. hujus. c Pappus l. 5. p. 41.*

SUper figuris genitricibus BFO, & CGE erecti intelligantur Cylindri altitudinem habentes parem peripherijs medijs PN, QK, erunt hi annulis *b* æquales. Quare cùm horum Cylindrorum ratio compoſita ſit ex ratione baſiū, nempè ex ratione BFO, ad CGE; & ex ratione altitudinum, hoc eſt ratione peripheriæ PN, ad peripheriam QK, hoc eſt, ratione PA, ad QA; etiam ratio annulorum ex iiſdem rationibus BFO, ad CGE, & PA ad QA, compoſita erit. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XIV.

*Schematiſmus 11. Fig. 77. d defin 12. & 13. l. 3. hujus.*

**Omnes annuli à ſimilibus figuris geniti rationem inter ſe habent compoſitam ex ratione latitudinum (BO, CE) & ſectionum per polos *d* maximarum (BON, CEK)**

*a Oſtenſum 11. l 3 hujus.*

RAtio plani BON, ad planum annulum CEK compoſita *a* eſt ex ratione PA, ad QA, & ratione BO, ad CE. Ergo ratio quæ componitur ex rationibus BON ad CEK, & BO, ad CE eadem eſt cum eâ, quæ compoſita eſt ex ratione PA ad QA, & ratione BO, ad CE, bis, ſive duplicatâ. Sed quoniam ex hyp. figuræ genitrices BFO, CGE, ſimiles ſunt, ratio BFO, ad CGE eſt duplicata rationis BO, ad CE. Ergo ratio compoſita ex rationibus BON, ad CEK, & BO, ad CE, eadem eſt cum compoſita ex rationibus PA, ad QA, & BFO ad CGE. Atqui ratio datorum annulorum compoſita eſt ex ratione *b* PA ad QA, & ratione BFO, ad CGE. Ergo ratio annulorum datorum etiam eſt compoſita ex ratione BO ad CE, & BON ad CEK. Quod erat demonſtrandum. *b Præced.*

PROPOSITIO XV.

**Annuli à ſimilibus (CGE, RSV) figuris geniti qui latitudines habent (CE, RV) revolutionum diametris (QA, IA) proportionales, triplicatam inter ſe habent latitudinum rationem.** *Schematiſmus 11. Fig. 77.*

ANnuli à ſimilibus figuris geniti rationem habent compoſitam ex ratione ſectionum per polos maximarum *c* CEK, RVL, & ex ratione latitudinum CE, RV. Sed ratio CEK ad RVL, eſt ratio compoſita *d* ex ratione CE ad RV, & ex ratione QA ad IA, hoc eſt *e* CE ad RV: ac proinde ratio compoſita ex rationibus CE ad RV, & CEK ad RVL, eſt ratio triplicata rationis CE ad RV. Ergò ratio annulorum à ſimilibus figuris CGE, RSV genitorum, qui latitudines habent revolutionum diametris proportionales, triplicatam habent latitudinum rationem. Quod erat demonſt.

*c Præced. d Oſtenſum p. 11. l 3. hujus. e hypoth.*

PROPOSITIO XVI.

**Omnes annuli ab æqualibus figuris (BNE, DPF,) geniti, inter ſe rationem habent quam revolutionum diametri (OA, CA.)** *Schematiſmus 11. Fig. 78.*

**Et annuli, qui eam inter ſe rationem habent, quam revolutionum diametri, geniti ſunt à figuris æqualibus.**

SUper figuris genitricibus æqualibus intelligantur Cylindri, quorum altitudines ſint peripheriæ mediæ OH, CG. Erunt hi annulis *a* æquales. Sed hi Cylindri eam inter ſe rationem *b* habent, quam altitudines; hoc eſt quam *c* peripheriæ mediæ; hoc eſt quam *d* OA, ad CA. Ergo & annuli eam inter ſe rationem habent, quam OA ad CA. Quod erat primum.

*a 5. l 3. hujus. b Ex 13. undec. elem. c per conſt. d Pappus l. 5. p. 41.*

Alterum ex prima parte demonſtrabitur per reductionem ad impoſſibile.

PROPOSITIO XVII.

**Annulus patens ſibi contigui clauſi annuli ejuſdem craſſitudinis, & ab æquali figurâ geniti, triplus eſt.** *Schematiſmus 11. Fig. 79.*

FIguræ genitrices æquales, & æqualibus baſibus impoſitæ, & contiguæ ſint QGR, RFA; quæ polo A in orbem ductæ annulos deſcribant. Dico annulum patentem à figura QGR deſcriptum, eſſe triplum clauſi annuli; quem genuit figura RFA.

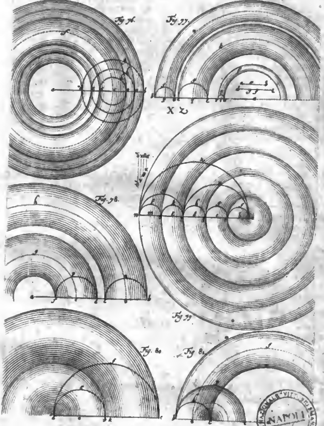
Puncta media *e* ſint C, & B; ac proinde revolutionum diametri *f* CA, & BA. Quoniam latitudines QR, RA æquales ex hypotheſi, ſunt in *a* B, & C biſectæ: patet CA eſſe triplam BA. Sed ut CA ab AB, ſic annulus *b* ad annulum. Ergo annulus annuli triplus eſt. Quod erat demonſtrandum.

*e Defin 7. l 3 hujus. f Defin. 8. l. 3 hujus. a Defin. 7. l. 3 hujus. b Præced.*

A fortiori verum eſt theorema ſi figuræ genitrices æquales ac ſimiles fuerint.

*Propoſitione 14. libri ſequentis etiam ſuperficiem patentis annuli eſſe triplam ſuperficiei clauſi annuli contigui demonſtravimus. Quod inter admiranda Geometriæ numerari poteſt.*

## SCHEMATISMUS XI.




NAPOLI

Digitized by Google

## PROPOSITIO XVIII.

*Schematiſmus 11. Fig. 79.*

**Annuli contigui æquè craſſi quorum primus ſit clauſus, ab æqualibus figuris (AFR, RGQ, QHP, PKO) procreati, eam inter ſe rationem habent, quam imparium numerorum ſeries ab unitate, 1, 3, 5, 7, & eo deinceps ordine in infinitum.**

PUncta annulorum media ſint B, C, D, E, &c. revolutionum diametri BA, CA, DA, EA &c. Quoniam ex hypotheſi æquales ſunt latitudines annulorum OP, PQ, QR, RA, & omnes biſectæ ſunt [c] in E, D, C, B, punctis medijs: patet omnes AB, BR, RC, CQ, QD, DP, PE, EO æquales eſſe. Itaque revolutionum diametri BA, CA, DA, EA, eam inter ſe rationem habent quam 1, 3, 5, 7, & reliqui impares. Atqui annuli dati, cùm à figuris æqualibus deſcribantur, eam inter ſe rationem habent, [d] quam revolutionum diametri BA, CA, DA, EA. Ergo etiam annuli ſunt inter ſe, ut impares numeri 1, 3, 5, 7, & eâ deinceps ſerie in infinitum. Quod erat demonſtrandum.

*c Defin 7. l. 3. hujus.*
*d 16 l. 3. hujus.*

## PROPOSITIO XIX.

*Schematiſmus 11. Fig. 80.*

**Clauſi annuli à figuris ſimilibus geniti triplicatam inter ſe habent latitudinum rationem.**

FIguræ ſimiles genitrices ſint AEB, AFC quæ polo A in orbem ductæ clauſos deſcribant annulos, quorum latitudines ſint AB, AC: his biſectis in O, & K revolutionum diametri ſint OA, KA.

Ratio annuli geniti à figurâ AEF ad annulum genitum à figurâ AEB, compoſita [a] eſt ex ratione figuræ AFC ad figuram AEB, & ex ratione diametrorum revolutionis KA, OA. Sed, quia per hypotheſim figuræ AFC, AFB, ſimiles ſunt, earum ratio duplicata eſt rationis latitudinum CA, BA; & ratio KA ad OA, eadem eſt cum ratione latitudinum CA, BA, cùm CA, BA ipſarum KA, OA, ſint duplæ. Ergo ratio annuli clauſi, geniti à figurâ AFC, ad annulum clauſum, genitum à figurâ AEB, eſt triplicata rationis latitudinum CA, BA. Quod erat demonſtrandum.

*a 13 l. 3. hujus.*

## PROPOSITIO XX.

*Schematiſmus 11. Fig. 97.*

**Dati ſint quotcumque annuli contigui, quorum primus ſit clauſus, geniti à figuris æqualibus & ſimilibus AFR, RGQ, QHP, PKO, OLN, circa polum A in orbem actis. Datus item ſit annulus clauſus, genitus à figurâ AZN prioribus ſimili, polo item A, priores omnes complectens.**

**Dico hunc toties continere aggregatum annulorum contiguorum, quot ſunt contigui annuli.**

PRimus annulus, quem polo A gignit figura AFR, ſive unitas, ſit $\alpha$. Multitudo annulorum contiguorum ſit $\beta$. Eorumdem aggregatum eſto $\gamma$, annulus clauſus omnes complectens ſit $\delta$.

*Tacquet Cylind. & Annular.*

Quoniam ex hypotheſi figuræ genitrices ſunt æquales & ſimiles, patet latitudines AR, RQ, QP, PO, QN æquales eſſe. Itaque dati annuli contigui ſunt inter ſe, ut numeri [a] impares, 1, 3, 5, 7, 9. Sed horum aggregatum eſt ad unitatem in duplicatâ ratione ejus, quam habet [b] multitudo numerorum imparium, (ſive annulorum contiguorum) ad unitatem. Ergo & annulorum contiguorum aggregatum $\gamma$ ad primum annulum $\alpha$ rationem habet duplicatam ejus, quam habet ipſorum annulorum multitudo $\beta$ ad unitatem $\alpha$. Atqui annulus clauſus $\delta$, genitus à figurâ AZN polo A, ad annulum primum $\alpha$ genitum ab RFA polo A, triplicatam [c] habet rationem ejus, quam habet latitudo NA ad latitudinem RA; hoc eſt ejus quam habet $\beta$ multitudo contiguorum annulorum ad unitatem $\alpha$. Ergo clauſus annulus $\delta$, à figurâ NZA genitus, ad annulorum contiguorum aggregatum $\gamma$ eam habet rationem, quam contiguorum annulorum multitudo $\beta$, ad unitatem $\alpha$. Si enim fuerint quatuor quantitates $\alpha, \beta, \gamma, \delta$; & $\gamma$ ſit $\alpha$ in ratione duplicatâ ipſius $\beta$ ad $\alpha$; $\delta$ verò ad eandem $\alpha$ ſit in triplicatâ, erunt $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ proportionales, ac proinde $\delta$ eſt ad $\gamma$, ut $\beta$ ad $\alpha$. Liquet ergo propoſitum.

*a 18 l. 3. hujus.*
*b Lemma.*
*c præcedens.*

### *Lemma.*

**Data ſit ſeries imparium numerorum 1, 3, 5, 7, 9, &c. Dico eorum ſummam æquari numero terminorum in ſe ducto, ac proinde ſummam eſſe ad unitatem in ratione duplicari, ejus quam habet numerus terminorum ad unitatem.**

Quoniam ſinguli termini excedunt invicem binario, patet contineri in ultimo termino exemp. gr. in 9, unitatem ſemel atque inſuper toties 2, quot demptâ unitate ſunt termini. Quare ſi ultimus terminus (9) augetur unitate, continebit binarium toties, quot ſunt termini: ac proinde ultimus terminus auctus unitate (hoc eſt ſumma primi & ultimi termini) duplus eſt numeri terminorum. Ergo ſemiſſis ſummæ primi & ultimi termini æquatur numero terminorum. Atqui ſemiſſis ſummæ primi & ultimi termini ducta in numerum terminorum [a] producit ſummam omnium terminorum. Ergo etiam numerus terminorum ductus in ſe ipſum, producit ſummam omnium terminorum. Quod erat demonſtrandum.

*a Notum eſt ex Arith. vulg.*

## PROPOSITIO XXI.

*Schematiſmus 11. Fig. 81.*

**Si annuli patens (BCF) & clauſus (BCPE) eandem figuram genitricem habeant BHE, patens annulus excedit clauſum Cylindro, cujus baſis eſt figura genitrix, altitudo par minimæ patentis annuli peripheriæ EN.**

PAtenti annuli polus ſit A; peripheria media OF; annuli clauſi polus E; peripheria media OD. Patens annulus æquatur [b] Cylindro cujus baſis BHE, & altitudo par eſt peripheriæ mediæ OF. Similiter clauſus annulus æquatur [c] Cylindro, cujus baſis BHE, &

*b 5 l. 3. hujus.*
*c Ibidem.*



Digitized by Google

altitudo ſit æqualis peripheriæ mediæ OD. Sed quia (ut oſtendam in lemmate) peripheria OF æqualis eſt peripheriæ utrique EN, & OD ſimul ſumptæ, Cylindrus ſuper BHE, in altitudine peripheriæ OF æquatur Cylindris ſuper BHE, in altitudinibus peripheriæ EN, & peripheriæ OD. Ergo etiam patens annulus æquatur Cylindro ſuper BHE in altitudine OD (hoc eſt, ut jam oſtendi, annulo clauſo) & Cylindro ſuper BHE in altitudine peripheriæ EN; ac proinde patens ſuperat clauſum Cylindro ſuprà BHE in altitudine peripheriæ EN. Quod erat demonſtrandum.

*Lemma.*

*Schematiſmus* 11. *Fig.* 81. **Datæ ſint peripheriæ concentricæ BM, EN, radijs AB, AE deſcriptæ.**

**Dico earum differentiam eſſe peripheriam BP, quæ deſcribitur radio BE.**

a *Pappus l.5 p.*41. Peripheria BM eſt ad a peripheriam FN, ut radius AB ad radium AE. Igitur dividendo peripheriarum BM, EN differentia eſt peripheriam EN, ut BE ad EA. Sed ut a BE ad EA, ſic peripheria BP radio BE deſcripta, eſt ad peripheriam EN. Ergo peripheria BP, ipſarum BM, EN differentia eſt. Quod erat propoſitum.

## PROPOSITIO XXII.

*Schematiſmus* 12. *Fig.* 82. **Annulorum concentricorum ab æqualibus figuris (BFE, CGD) genitorum, qui latitudinum ſemiſſem (CE) habent communem, differentia eſt clauſus annulus, ab alterutra figurarum genitricum procreatus.**

b *Præced. c.5 l.3. hujus.* ANnulus patens genitus à figurâ BFE, polo A, in orbem ductâ, æquatur b annulo clauſo, qui fit ab eâdem figurâ BFE, polo E, in orbem ducta; & Cylindro, cujus baſis eſt BFE, (ſive CGD,) altitudo peripheria EK. Atqui annulus factus à figurâ CGD, polo A in orbem actâ, æquatur c Cylindro, cujus baſis CGD, altitudo peripheria EK, quæ annuli media eſt. Ergo annulus genitus à figura BFE, polo A, æquatur annulo clauſo qui ab eâdem fit figurâ unà cum annulo, qui fit ab CGD, polo A. Ergo concentricorum annulorum ab æqualibus figuris BFECGD, polo A genitorum, & communem habentium latitudinum ſemiſſem CE, differentia eſt annulus clauſus BFE, ſive CGD, procreatus. Quod erat demonſtrandum.

## PROPOSITIO XXIII.

*Schematiſmus* 12. *Fig.* 83. 84. **Datæ ſint figuræ planæ æquales BQD, NPO, ſive contiguæ, ſive diſſitæ, ſive mutuo ſecantes, (duos primos caſus figuræ exprimunt) quæ polo A in orbem ductæ deſcribant annulos quorum mediæ peripheriæ ſint CF, & EG.**

**Dico: eorum differentia eſt annulus CQDH genitus à figurâ BQD, polo E, cujus nimirum diameter revolutionis eſt peripheriarum mediarum CF, EG, intervallum CE.**

CEntro E, per C deſcribatur peripheria CH. Erit hæc peripheria media annuli à figurâ BQD, polo E, geniti. Oſtenſum a eſt ſuprà CF peripheriam æquari peripherijs EG, & CA. Ergo Cylindrus ſuper BQD in altitudine peripheriæ CF æquatur Cylindris ſuper BQD in altitudine peripheriæ CH, & ſuper NPO (hoc eſt BQD ex hyp.) in altitudine peripheriæ EG. Atqui Cylindro ſuper BQD in altitudine CF æquatur annulus b genitus à BQD, polo A; & Cylindro ſuper BQD in altitudine c CH æquatur annulus genitus à BQD, polo E. Similiter. Cylindro ſuper NPO in altitudine EG æquatur annulus d genitus ab NPO, polo A. Ergo annulus genitus à BQD polo A æquatur annulo genito à BQD, polo E, & annulo genito ab NPO polo A. Ergo annulus genitus à BQD polo E, reliquorum differentia eſt. Quod erat demonſtrandum.

a *Lemma poſt* 21 *l.*3. *hujus.*
b 5. *l.*3. *hujus.*
c *Ibidem.*
d *Ibidem.*

# PARS II.

## PROPOSITIO XXIV.

**Cylindrus eſto rectus EFCω, ex cujuſcumque figuræ EFC ductu recto procreatus. Secetur autem plano per axem EVωC; jungaturque recta VC, per quam fiat ſectio VTRC ad planum EVωC recta. Ex puncto D medio ipſius EC, duc DF perpendicularem ad EC. Tandem per DF, & Cylindri axem Dδ fiat ſectio DδRF.** *Schematiſmus* 12. *Fig.* 85.

**Dico ſolidum Cylindricum EVRFDE, quod nimirum planis VEDδ, DδRF, δRTV, & ſuperficiei Cylindricæ ſegmento continetur, per inſcripta priſmata exhauriri.** a

a *Deſin.*28 *l.*1 *hujus.*

ASſignetur ſolidum quantumvis parvum Y, cujus dimidium ſit ζ, per punctum δ fiat ſectio βR a ad baſim DFC parallela. Hac ſectione dividitur Cylindricum ſolidum EVδRFDE in duo ſegmenta, quorum alterum eſt Cylindrus EβRFDδ, alterum βδRV, eſt illa portio Cylindri de quâ duobus jam libris egimus, radio ED in aliquot æquales partes ſecto, ductiſque per ſectionum puncta lineis ad FD parallelis, baſi EFD inſcribe rectangula, ſuperque ijs Cylindro EβRFD priſmata inſcribantur. Demonſtravimus b per hujuſmodi inſcripta priſmata Cylindrum EβRFD exhauriri. Statuamus igitur Cylindro tot jam inſcripta eſſe priſmata, ut Cylindri ac priſmatum differentia ſit minor ſolido ζ. Deinde priſmata Cylindro ſic inſcripta producantur uſque ad planum Ellipticum VTRδ, quo facto ipſi etiam portioni βVRδ, atque adeò toti Cylindrico ſolido EVRFD inſcripta erunt priſmata. Tum verò, quia & portio βVRδ minor eſt Cylindro EβRFD, & inſcripta portioni priſmata minora ſunt ijs quæ inſcripta ſunt Cylindro portionis ac priſmatum portioni inſcriptorum differentia minor erit, quàm differentia Cylindri EβRFD, & inſcriptorum ipſi priſmatum; hoc eſt, ut jam oſtendimus, minor ſolido ζ, quod ſemiſſis eſt ſolidi Y. Ergo differentia Cylindri EβRFD, ad inſcriptorum ſibi priſmatum, & differentia portionis βVRD, ac priſmatum illi inſcriptorum, ſimul junctæ, hoc eſt differentia totius Cylindrici ſolidi EβRFD, & inſcriptorum illi priſmatum, eſt minor ſolido dato Y. Datum igitur Cylindricum ſolidum

b 4. *l.*3. *hujus.*

per

per inſcripta priſmata exhauritur. Quod erat demonſtrandum.

*Schematiſmus 12. Fig. 86.*

Quod ſi ſolidum Cylindricum EVRFD fuerit à Cylindro Eω abſciſſum plano VRθδ, non pertingente ad baſim EFC, ſed unum Cylindri latus ſecante in θ: nihilominus per inſcripta priſmata eodem prorſus modo exhaurietur; eritque omninò eadem demonſtratio.

## PROPOSITIO XXV.

*a Defin. 25 l. 3. hujus. b Defin. 28 l. 1. hujus. Schematiſmus 12. Fig. 87. 88.*

**Cujuſvis annularis ſolidi pars a exterior per inſcripta Cylindrica ſolida exhauritur. b**

Genitrix figura dati annuli ſit EFC; axis ejus FD; annuli centrum A; latitudo EC, ad axem ordinatim poſita.

Dividatur FD in aliquot partes æquales DS, SL, LG, GF; inſcribanturque figuræ genitricis ſemiſſi EFD rectangula GQ, MP, NO, ſic ut latera IM, KN, ſi protrahantur, tranſeant per puncta L, S.

Si hæc rectangula unà cum figurâ, cui inſcripta ſunt, centro A, in orbem ducantur, manifeſtum eſt parti exteriori annularis ſolidi inſcriptum iri Cylindros excavatos juxta invicem poſitos, quorum baſes erunt plani annuli à rectis DQ, QP, PO, deſcripti; altitudines verò QH, PI, OK. Atqui aggregatum horum cavorum Cylindrorum, idem eſt cum aggregato eorum, quos producunt rectangula LH, SI, DK. Quare cùm Cylindri cavi à rectangulis LH, SI, DK, geniti, a exhauriant annulare ſolidum; etiam ij qui à rectangulis GQ, MP, NO producuntur, exhaurient. Quod erat demonſtrandum.

*a 3. l. 3. hujus.*

Eadem eſt conſtructio, & demonſtratio, ſive annulus ſit patens, ſive clauſus.

Exterioris partis ſegmenta, quæ nimirum fiunt à ſegmentis figuræ EHQ &c. pari modo exhaurientur.

## PROPOSITIO XXVI.

*Schematiſmus 12. Fig. 87. & 85. Quæ alternis inſpiciendæ. b Defin. 10 l. 3. hujus.*

**Datus ſit annulus clauſus à figura quacumque plana EFC, axem DF habente diametro revolutionis perpendicularem genitus; latitudo AE, ſive CE ad axem ordinatim poſita; centrum A; peripheria media DZ; maxima b Eγ.**

**Datus item ſit Cylindrus rectus EFCω, cujus baſis ſit figura EFC quæ annulum genuit; altitudo autem EV, in plano EVωC per Cylindri axem tranſeunte duc rectam VC, occurrentem axi in δ, per quam fiat ſectio VRC ad planum EVωC recta. Deinde per DF axem figuræ genitricis, & Dδ axem Cylindri fiat ſectio DδRF.**

*c Defin. 25 l. 3. hujus.*

**Dico: Pars clauſi annuli c exterior eam habet rationem ad Cylindricum ſolidum EVRFDδ (id nempè quod planis EVδD, DδRFRVδ, & ſegmento ſuperficiei Cylindricæ continetur,) quam maxima annuli circumferentia Eγ, ad altitudinem EV.**

*Tacquet Cylind. Annular.*

*Fig. 87.*

Axe DF in partes aliquot æquales diviſo, inſcribantur figuræ genitricis ſemiſſi EFD rectangula GQ, MP, NO, ſic ut latera IM, KN protracta tranſeant per puncta L, S. Hæc rectangula ſi cum figurâ, cui inſcripta ſunt, centro A, in orbem ducantur exteriori parti annularis ſolidi inſcribent Cylindros cavos, quorum baſes erunt plani annuli, qui à rectis DQ, QP, PO, centro A, in orbem ductis producuntur; altitudines verò QH, PI, OK.

*Fig. 85.*

Deinde ſuper iiſdem rectangulis GQ, MP, NO (eſt enim per hypotheſim una eademque figura EFD, & genitrix ſegmenti exterioris annularis, & baſis Cylindrici ſolidi EVRFDδ) inſcribantur Cylindrico ſolido EVRFDδ priſmata rectangula Q2THG7δD, P6SIM92Q; OGXKNP.

*a Figuram inſpice utramque 87. & 85. b Pappus. l. 5. p. 41. c 3. l. 1. hujus. d Pappus l. 5. p. 41.*

His ita conſtructis; quoniam a eſt ut QA, ſive QC ad DA, ſive DC, ſic b peripheria QBB ad peripheriam DZ: & ut QC ad DC, ſic quoque Q2 ad Dδ; erit peripheria QBB ad peripheriam DZ, ut Q2 ad Dδ. Quoniam igitur rectanguli trapezij Q2δD bina parallela latera Q2, Dδ ſunt proportionalia circumferentijs QBB, DZ annulum planum comprehendentibus; eademque recta QD eſt & baſis trapezij, & latitudo plani annuli erit c planus annulus D, Q, BB, Z trapezium Q2δD, ut maxima annuli plani peripheria QBB ad maximum trapezij parallelum latus Q2. Rurſum cùm ſit ut ED ad QC, ſic peripheria d Eγ ad peripheriam QBB; & ut EC ad QC, ſic quoque EV, ad Q2; erit ut peripheria Eγ ad peripheriam QBB, ſic EV eſt ad Q2: igitur permutando, peripheria Eγ eſt ad EV, ut peripheria QBB eſt ad Q2. Atqui jam oſtendi annulum planum Q, BB, Z, D eſſe ad trapezium Q2δ, ut peripheria QBB eſt ad Q2. Ergo annulus planus Q, BB, Z, D eſt ad trapezium Q2δD, ut peripheria Eγ eſt ad EV. Jam verò ſi priſmatis Q2THG7δD, baſis ſtatuatur eſſe Q2δD, tunc altitudo priſmatis QH, eadem nimirum cum altitudine cavi Cylindri producti à rectangulo GQ, cujus baſis eſt planus annulus Q, BB, Z, D. Ergo Cylindrus cavus e ab GQ productus, eſt ad priſma Q2TH7GδD, ſuper eodem GQ rectangulo conſiſtens, ut baſis ad baſim, ut annulus nimirum planus Q, BB, Z, D ad trapezium Q2δD; hoc eſt, (quemadmodum jam demonſtravimus) ut dati annuli ſolidi peripheria maxima Eγ ad altitudinem EV.

*e 6. l. 1. hujus.*

Eodem prorſus diſcurſu oſtendam ſingulos reliquos cavos Cylindros à rectangulis MP, NO genitos, ita ſe habere ad reliqua ſolidi Cylindrici priſmata ſingula, iiſdem rectangulis MP, NO inſiſtentia, ut Eγ peripheria eſt ad EV. Omnes igitur cavi Cylindri exteriori ſegmento annulari inſcripti ſimul ſumpti, ſunt ad omnia priſmata inſcripta Cylindrico ſolido EVRFDδ, ut peripheria Eγ ad EV. Atque hoc ſemper eveniet quotcumque Cylindros cavos parti annulari, & priſmata pari numero Cylindrico ſolido inſcripſeris. Quare cùm inſuper & per Cylindros cavos a pars exterior annuli, & per priſmata ſolidum b Cylindricum exhauriatur; pars annuli exterior erit ad Cylindricum ſolidum ut c Eγ maxima annuli peripheria ad altitudinem EV. Quod erat demonſtrandum.

*a 25. l. 3. hujus. b 24. l. 3. hujus. c 1. l. 1. hujus.*

### *Per heterogenea.*

*Schematiſmus 12. Fig. 87. 85.*

In genitrice figurâ ducatur recta HQ parallela axi FD, quæ unà cum figurâ, polo A, in orbem ducta deſcribet Cylindri recti ſuperficiem intra annu-



Digitized by Google

lum. Per eamdem rectam HQ Cylindricum ſolidum EVδDFR ſeca plano ad planum DδRF parallelo. Sectio erit rectangulum Q2TH. Jam verò ſuperficies Cylindrica ab QH deſcripta, æquatur *d* rectangulo ſub HQ, & peripheriâ QBB comprehenſo. Ergo eſt ad rectangulum Q2TH, contentum ſub HQ & Q2, ut peripheria QBB ad Q2; hoc eſt (quemadmodum in demonſtratione primâ oſtenſum eſt) ut peripheria Eγ ad EV. Quod cùm ſemper fiat; erit juxta Heterogeneorum regulam exterior annuli pars ad Cylindricum ſolidum EVδDFR, ut peripheria Eγ ad EV.

*d 4. l. 2. hujus.*

Eodem diſcurſu (quod *ſequenti propoſit.* fiet Geometricè) oſtendam annuli interiorem partem eſſe ad Cylindricum ſolidum reliquum DδRF5C, ut maxima annuli peripheria E ad altitudinem EV.

### *Corollarium.*

Ex his conſequenter erit totum annulum eſſe ad ſemicylindrum totum ECRV; hoc eſt ad Cylindrum ERα, ut Eγ peripheria eſt ad EV; hoc eſt ut peripheria media DZ eſt ad Dδ, ſeu Cα: atque ita habetur [illegible]propoſitionum 5 & 6 *hujus libri* per Heterogen[illegible]monſtratio.

### *Per Heterogenea aliter.*

*Schematiſmus 7. Fig. 87. 85.* In genitrice figurâ ducatur quævis HG parallela ad EC, perque hanc ſeca annulum plano ad ſectionem *e* maximam per polum factam parallelo. Sectio erit planus annulus æqualis plano annulo Q, BB, ZD. Deinde per rectam HG ſeca Cylindricum ſolidum plano parallelo ad planum EVC, ſectio erit trapezium THG7, æquale trapezio Q2δD. Quare cùm jam oſtenſum ſit in demonſtratione primâ, & Geometricâ annulum planum Q, BB. Z, D eſſe ad trapezium Q2δD, ut peripheria Fγ eſt ad EV; etiam planus annulus deſcriptus à rectâ HG priori æqualis, erit ad trapezium TAG7, ut peripheria Eγ eſt ad EV. Quod quia ſemper evenit, erit annuli ſolidi pars exterior ad Cylindricum EVδDFR; imò & pars interior annuli, ad reliquum Cylindricum FDδR5C, & totus annulus ad totum ſemicylindrum ECRV, ut peripheria Fγ eſt ad EV.

*e Defin 12 13. l. 3. hujus.*

## PROPOSITIO XXVII.

*Schematiſmus 12. Fig. 87. 85.*

**Iiſdem poſitis,**

**Interior clauſi annuli pars, ea nimirum, quæ ab alterâ figuræ genitricis ſemiſſe DFC producitur, ad reliquum Cylindricum ſolidum DδR5CF, planis DδRF, DδC, CDF & ſuperficie Cylindrica R5CF comprehenſum, eam quoque habet proportionem, quam maxima annuli circumferentia Eγ ad altitudinem EV.**

Quia per hypotheſim FD eſt perpendicularis ad EC, ac proinde (quod Cylindrus ponatur rectus) etiam ad planum EVαC; erit *a* planum RFDδ quod per ipſam ducitur rectum plano EVαC. Sed etiam per *b* hypotheſim planum VRC eſt plano EVαC rectum. Ergo δR, quæ communis ſectio eſt planorum RFDδ, VRC, recta *c* plano EVαC erit. Ergo cùm & FD ſit eidem plano recta, erunt Rδ, FD parallelæ. *d* Quare ſi per punctum δ ducatur βα parallela ad EC, perque rectas βα, δR ducatur planum; erit ſectio βRα parallela baſi EFC, & plano EVαC recta; ac proinde Cylindrus rectus EFCα in duos rectos Cylindros plano βRα dividitur. Quare ſolida βδRTV, αδR5C, ſunt portiones à Cylindris rectis βRCE, βRαV abſciſſæ per axem baſeos δR, de quibus actum duobus libris præcedentibus.

*a 18. elem. 11.*
*b Vide præced.*
*c 19 elem. 11.*
*d Ex 8. elem.*

Nunc autem quia per hyp. EC biſecta eſt in D; eſtque per hyp. Dδ parallela VE; etiam VC biſecatur in δ, æquanturque Vβ, αC. Quare cùm portionum βδRTV, αδR5C, altitudines Vβ, αC, itemque baſes βRδ, αRδ æquales ſint, etiam ipſæ æquales *e* erunt. Addito igitur communi ſolido EβR5Cδ, erit ſolidum EVRC æquale Cylindro EFCαRβ. Atqui datus clauſus annulus genitus à figurâ EFC eſt ad *f* Cylindrum EFCαRβ, ut peripheria media DZ ad Dδ, ſeu Fβ. Ergo datus annulus eſt quoque ad ſolidum EVRC ut peripheria media DZ ad Dδ; hoc eſt ut peripheria Fγ eſt ad EV. Sed pars annuli exterior ad ſolidi EVRC partem EVRFDδ, etiam eſt ut peripheria Eγ ad EV. Ergo & reliqua annuli pars interior erit ad reliquam ſolidi EVRC partem DδR5C, ut peripheria Eγ ad EV. Quod erat demonſtrandum.

*e 18. l. 5. hujus.*
*f 6. l. 3. hujus.*

## PROPOSITIO XXVIII.

**Iiſdem poſitis; in figura genitrice ducantur rectæ HQ, φ4, axi FD parallelæ. Per eaſdem rectas in ſolido Cylindro ducantur plana QHT2, 4, 8, 5, φ, recta ad figuram, ſive baſim CFE.** *Schematiſmus 12. Fig. 87. 85.*

**Dico ſingula annularia ſolida à genitricis figuræ ſegmentis EHQ, QHFD, DFφ4, 4φC deſcripta, ad ſingula eodem ordine ſegmenta Cylindrica EHIV2Q, QHFRT2δD, DδR584φF, φ485C, eam habent rationem quam maxima annuli peripheria Eγ ad Cylindri altitudinem EV.**

Pro tribus primis partibus eadem erit demonſtratio, quæ *prop.* 26. Pars quarta ſic oſtenditur. Interior annuli pars, genita à DFC, eſt ad Cylindricum ſolidum FDδR5C, ut *a* peripheria Eγ eſt ad EV: & ſegmentum annuli genitum ab DFφ4, eſt ad Cylindricum ſegmentum DδR58φF4, ut peripheria Fγ ad EV; quod jam diximus liquere ex diſcurſu *prop.* 26. Ergo ſegmentum annulare reliquum quod fit ab 4φC, eſt ad reliquum Cylindricum φ485C, ut peripheria Eγ eſt ad EV.

*a Præced.*

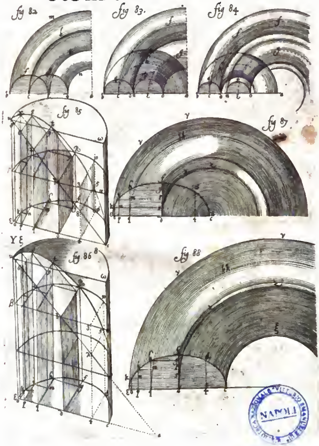
## PROPOSITIO XXIX.

**Eſto patens annulus à quacumque genitus figura plana EFC, axem habente revolutionis diametro perpendicularem; axis ſit DF, latitudo CE, ad axem ordinatim poſita; centrum A; peripheria media DZ; minima Cξ; maxima Eγ.**

*Schematiſmus 12. Fig. 88. & 86. Alternis inſpicienda.*

Datus

SCHEMATISMUS XII




NAPOLI

Digitized by Google

Datus item ſit Cylindrus rectus E8, cujus baſis ſit figura EFC, quæ annulum genuit; altitudo autem EV; ſitque ut maxima peripheria Eγ ad altitudinem EV, ita minima Cξ ad Cθ. Tum per V & θ fiat ſectio VRθ plano EVωC per axem Dδ ducto, recta. Tandem per DF axem figuræ genitricis, & Dδ axem Cylindri fiat ſectio DδRF.

a Defin. 15 l. 3. hujus.

Dico: pars annuli patentis *a* exterior, ad ſolidum Cylindricum EVRFDδ, eam habet rationem, quam peripheria annuli maxima Eγ ad altitudinem EV.

EXteriori parti dati annuli inſcribantur cavi Cylindri, & ſolido Cylindrico EVRFDδ inſcribantur priſmata, eo prorſus modo quo id factum *propoſitione 26.* Deinde *b* EC, Vθ protrahantur, donec concurrant in A. Erit EA ad CA, ut EV, ad Cθ; hoc eſt per hypotheſim, ut peripheria *c* maxima Eγ ad minimam Cξ; hoc eſt ut (in annulo) EA eſt *d* ad CA. Quoniam igitur in Cylindro EA, eſt ad CA, ut in annulo EA, ad CA; erit dividendo EC ad CA, ut EC ad CA. Quare cùm EC in Cylindro, & EC in annulo ſint per hypotheſim æquales, imò eædem; etiam CA, CA, ac proinde & EA, EA æquales; imò eædem utrobique rectæ ſunt. Unde etiam conſequens erit rectas QA, PA, OA eaſdem in Cylindro atque annulo rectas eſſe.

b Fig. 86.
c Fig. 88.
d Pappus l. 5. p. 41.

His præmiſſis, quoniam eſt ut radius QA ad DA radium, ſic peripheria QBB ad peripheriam DZ; & rurſum ut QA ad DA, ſic Q2 ad Dδ; erit peripheria QBB ad peripheriam DZ, ut Q2 ad Dδ. Igitur quoniam & QD utrobique communis eſt; erit *e* planus annulus Q, BB, ZD ad trapezium rectangulum Q2δD, ut circumferentia major QBB ad maximum trapezij perpendiculum Q2; hoc eſt ut maxima annuli peripheria Eγ ad altitudinem EV (cùm enim ſit ut EA ad QA, ſic Eγ ad QBB: & ut EA ad QA, ſic EV ad Q2: erit Eγ ad QBB, ut EV ad Q2; & permutando Eγ ad EV ut QBB ad Q2.) Cùm igitur Cylindri cavi à rectangulo GQ producti, & priſmatis Q2THG7δD communis ſit altitudo QH; erit Cylindrus cavus ad priſma ut *a* baſis ad baſim, hoc eſt ut planus annulus Q, BB, Z, D ad trapezium Q2δD; hoc eſt (quemadmodum jam oſtendi) ut annuli peripheria maxima Eγ ad EV.

Fig. 87. 88. Inſpice utramque.
e 3. l. 1. hujus.
a 6 l. 1. hujus.

Pari modo oſtendam ſingulos reliquos Cylindros cavos, à rectangulis MP, NO productos, eſſe ad ſingula priſmata, quæ inſiſtunt rectangulis ijſdem MP, NO in Cylindrico ſolido, ut peripheria Eγ ad EV. Omnes igitur cavi Cylindri ſimul ſumpti, ſunt ad omnia priſmata ſimul ſumpta, ut peripheria Eγ ad EV. Atque hoc ſemper evenit, quotcumque tam Cylindros cavos parti annulari, quàm ſolido Cylindrico priſmata, æquali numero inſcripſerimus. Quare, cùm inſuper & Cylindri cavi *b* partem annularem, & priſmata *c* Cylindricum ſolidum exhauriant; erit pars annularis exterior ad Cylindricum ſolidum, ut *d* peripheria Eγ ad EV. Quod erat demonſtrandum.

b 25. l. 3. hujus.
c 24. l. 3. hujus.
d 1. l. 1. hujus.

*Per Heterogenea.*

Similis erit demonſtratio ei, quæ data eſt *prop. 26. hujus libri.*

PROPOSITIO XXX.

Ijſdem poſitis:

Interior annuli patentis pars ad reliquum Cylindricum ſolidum DδR5θCF, eam quoque habet proportionem, quam annuli maxima peripheria Eγ ad altitudinem EV.

Schematiſmus 12. Fig. 88. 86.

PEr rectam δR & βδω parallelam EC ducatur planum βRω: quod erit rectum plano EVωC, & parallelum baſi EFC (ut oſtendi *propoſ. 27.*) ac proinde Cylindrum rectum E8 partietur in duos Cylindros rectos ERω, β8; & ſolida, quæ ſectione illâ determinantur, βVTRδ, ωRδ8, erunt portiones à Cylindris rectis per baſeos βRω axem δR abſciſſa: de quibus duobus libris prioribus actum eſt.

Quoniam verò EC ex hyp. in D, ac proinde & Vθ in δ biſecatur, etiam θω, Vβ æquales ſunt. Ergo portiones βVTRδ, ωθ5Rδ *a* æquantur. Quare, adjecto communi ſolido EFCθ5Rβδ, Cylindrus ERω ſolido EVR5θCFE æqualis eſt. Quoniam igitur annulus datus eſt ad Cylindrum ERω, ut *b* peripheria media DZ ad Dδ; idem quoque annulus erit ad ſolidum EVR5θCFE, ſicut peripheria DZ ad Dδ; hoc eſt (quemadmodum *prop. præcedenti* oſtenſum eſt) ut peripheria Eγ ad EV. Atqui etiam annuli pars exterior à figuræ genitricis ſemiſſe EFD producta, eſt ad ſolidi Cylindrici prioris partem EVRFDδ, ut *c* peripheria Eγ ad EV. Ergo etiam reliqua annuli pars, ab alterâ figuræ genitricis ſemiſſe EFC genita, eſt ad reliquum Cylindricum ſolidum, ut peripheria Eγ ad EV. Quod erat demonſtrandum.

a 18. l. 1. hujus.
b 6. l. 3. hujus.
c Præced.

PROPOSITIO XXXI.

Ijſdem poſitis: in figura genitrice ducantur QH, 4φ parallelæ axi FD. Per eaſdem rectas in ſolido Cylindrico plana ducantur Q2TH, 4λ5φ.

Schematiſmus 12. Fig. 88. 86.

Dico ſingula ſolida annularia, à ſegmentis EHQ, QHFD, DFφ4, 4φC producta, eſſe ad ſingula eodem ordine ſegmenta Cylindrica EVTHQ2, Q2THFRδD, DδRFφ5λ4, 4λ5φCθ, ut maxima annuli peripheria Eγ eſt ad altitudinem EV.

PRo tribus partibus demonſtratio eadem erit, quæ *propoſitione 29.* Poſtrema ſic oſtenditur. Annulare ſolidum factum à plano DFC eſt ad ſolidum Cylindricum DδR5θCF, ut *a* peripheria Eγ ad EV: & per partem primam ſolidum annulare, quod fit à plano DFφ4, eſt ad Cylindricum DδR5φ4λ, ut peripheria Eγ ad EV. Ergo & reliquum annulare ſolidum, quod fit à plano 4φC, eſt ad reliquum Cylindricum φ4λ5θC, ut peripheria Eγ ad EV. Quod erat demonſtrandum.

a Præced.

## PARS III.

*Schematiſmus 13. Fig. 89. 90. Alternis inſpiciendæ.*

### PROPOSITIO XXXII.

*b Def 15. l.3. hujus.*

**Annuli circularis clauſi pars *b* exterior excedit interiorem, ſphærâ circuli genitoris bis ſumptâ.**

*c Defin. 7. l. 3. hujus. d Defin. 9. l. 3 hujus. e Defin. 10 l 3 hujus. f Defin 6. l. 3. hujus.*

GEnitor circulus ſit EFCG, centrum, ſive polus annuli A; medium *c* punctum D (quod ipſum erit circuli genitoris centrum;) peripheria *d* media DZ, peripheria *e* maxima EH; latitudo *f* annuli EC: huic perpendicularis ſit FG, tranſiens per D punctum medium, genitorem circulum in duos partiens ſemicirculos.

Oportet oſtendere, quod exterior clauſi annuli pars, ea nimirum quæ producitur a ſemicirculo FEG, excedat interiorem, quæ ſit à ſemicirculo FAG, ſphærâ, quæ à genitore circulo EFCG producitur, ipſique annulo inſcripta eſt, bis ſumptâ.

*g Alternis utramque inſpice figuram.*

Super genitore circulo *g* EFCG intelligatur erigi rectus Cylindrus EV, cujus altitudo EN par ſit maximæ annuli peripheriæ EH. Cylindrum hunc ſeca per axem plano ENVC, ductâque rectâ NC, quæ occurrat axi in K. Per hanc fiat ſectio Elliptica NICL, plano ENVC recta. Per FG, & axem Cylindri fiat deinde ſectio GILF, occurrens Ellipſi NICL ſecundùm rectam IKL, erit hæc *h* parallela ad GF. Igitur per IKL fiat ſectio PIOL parallela baſi.

*h Oſtenſum eſt 27 l. 3. hujus. a 18 l. 1. hujus.*

His eum in modum conſtitutis portio IPNL, *a* portioni LOCI æqualis eſt (altitudines enim PN, OC æquantur, baſes verò LPI, LOI æquales & ſimiles ſunt:) ſolida quoque GILFEP, GILFCO æqualia ſunt, ſemiſſes nimirum Cylindri EO: unde Cylindricum ſolidum GIENLF æquatur ſolido GILFCO & portioni IPNL; hoc eſt ſolido LYCMILFG, & portionibus IPNL, LOCI; hoc eſt (quia portiones illas jam oſtendi eſſe æquales) ſolido LYCMILFG, & portioni IPNL bis ſumptæ. Atqui exterior dati annuli clauſi pars æquatur *b* Cylindrico ſolido GIENLF, cùm EN par ſit ex hypotheſi maximæ annuli peripheriæ LH. Exterior igitur dati annuli pars etiam æquatur ſolido LYCMILFG, & portioni IPNL bis ſumptæ.

*b 26 l. 3. hujus.*

Quia verò NC, EC biſecantur ab axe DK, eſtque DK axis parallelus ad EN, Cylindri latus, erit EN, (hoc eſt per hypotheſim peripheria EH) dupla ipſius DK. Quare, cùm etiam peripheria *c* EH dupla ſit peripheriæ mediæ DZ; erit DK par peripheriæ mediæ DZ; hoc eſt par peripheriæ *d* circuli, cujus diameter eſt EC, ipſius nempè circuli genitoris peripheriæ EFCG. Eſt autem recta PN æqualis rectæ OC, ſive DK. Ergo etiam PN æquatur peripheriæ cujus diameter eſt EC, hoc eſt PO. Ergo portio IPNL æqualis eſt ſphæræ, cujus diameter PO, hoc eſt ſphæræ, quæ à baſi PLOI, ſive à genitore circulo EFCG producitur, ut demonſtravimus *lib.* 1. *prop.* 11. eſt enim portionis altitudo PN æqualis peripheriæ baſeos IPLO, ſive EFCG.

*c Patet ex Papp. l. 5. p. 41. d Vide defin 9 l. 3. hujus.*

Inſuper, quia EN par eſt peripheriæ EH; ſolidum LYCMILFG æquatur parti interiori annuli. Quoniam igitur oſtenſum ſuprà eſt, exteriorem annuli partem æquari ſolido LYCMILFG, & portioni IPNL bis ſumptæ; eadem illa annuli pars exterior æquabitur parti interiori, & ſphæræ genitoris circuli bis ſumptæ; ac proinde exterior interiorem ſuperat circuli genitoris ſphærâ bis ſumptâ. Quod erat demonſtrandum.

*e 27. l. 3. hujus.*

### Scholium.

*Poteſt hoc theorema demonſtrari aſſumpto Cylindro altitudinem habente quamcumque, hunc in modum.*

*a 26 l. 3. hujus. b 27. l 3. hujus.*

*Quoniam ut EN eſt ad peripheriam EH, ſic ſolidum a GIENLF ad exteriorem partem annuli: & ſolidum b ILCGF ad annuli partem interiorem; patet ſolida GIENLF, ILCFG eſſe partibus annuli proportionalia. Vnde dividendo exceſſus ſolidi GIENLF ſupra ILCFG, eſt ad ILCFG, ut exceſſus partis annuli exterioris ſuprà interiorem, ad interiorem: & permutando, exceſſus ſolidi GIENLF ſupra ILCFG, eſt ad exceſſum partis exterioris annularis ſupra interiorem, ut ILCFG ad interiorem annuli partem, hoc eſt ut EN ad peripheriam EH. Sed portio IPNL bis, eſt exceſſus ſolidi GIENLF ſuprà ILCFG, ut patet ex demonſtratione priori. Ergo portio IPNL bis ſumpta, eſt ad exceſſum partis exterioris annuli ſupra interiorem, ut EN, ad peripheriam EH.*

*c Ex demonſtr. priori.*

*Deinde, quoniam EN, eſt ad DK, ut peripheria c EH ad peripheriam DZ eſtque PN differentia ipſarum EN, DK, peripheria verò EFCG, diametrum habens EC, ipſarum EH, DZ differentia eſt, patet NP eſſe ad EN, ut EFCG ad EH. Quare permutando, NP eſt ad EFCG, ſive PLOI circumferentiam, ut EN ad EH. Atqui portio IPNL eſt ad ſphæram circuli PLOI, hoc eſt circuli EFCG, ut d PN ad peripheriam PLOI, adeoq; portio IPNL bis, eſt ad ſphæram circuli IPLO, ſive EFCG bis, ut PN, ad PLOI. Ergo portio IPNL bis, eſt ad ſphæram EFCG bis, ut EN ad EH. Atqui jam demonſtratum eſt portionem IPNL ſumptam bis, ad exceſſum quoque partis exterioris annuli ſupra interiorem eandem habere proportionem EN ad EH. Ergo ſphæra EFCG bis par eſt exceſſui partis exterioris ſupra interiorem. Quod erat demonſtrandum.*

*d 13. l. 1. hujus.*

*Malui tamen aſſumere tum hic, tum deinceps Cylindri altitudinem peripheriæ mediæ æqualem, quod demonſtratio ſic expeditior & elegantior videretur. Hoc ipſum obſerva in libri hujus tertij propoſitionibus 33. 34. 35. 37. 38. 40, 41, in libri item quarti propoſitionibus 32. 33. 34. 35. 37. 38. 40. 41. Quæ omnes juxta ratiocinij tam propoſiti formam demonſtrari poſſunt, licet non aſſumatur Cylindri altitudo par circumferentiæ mediæ, illud tantùm meminiſſe oportebit in libro 3, loco propoſitionis 11. l. 1. aſſumendam eſſe p. 13. ejuſd. 1. libri. In libro autem 4, loco propoſitionis 7. l. 2. adhibendam eſſe p. 8. ejuſd. libri.*

### PROPOSITIO XXXIII.

*Schematiſmus 13. Fig. 91. 92.*

**Exterior *a* patentis annuli circularis pars excedit *b* interiorem, circuli genitoris ſphærâ bis ſumptâ.**

*a Defin 15 l. 3. hujus. b Defin. 16 l 3. hujus. c Defin 9. l. 3 hujus. d Defin 10 l. 3. hujus. e Defin 11 l. 3. hujus.*

DAti patentis annuli circulus genitor ſit EFCG; polus A; peripheria media *c* DZ; maxima *d* EH; *e* minima CM. Oportet oſtendere exteriorem annuli partem excedere interiorem ſphærâ genitoris circuli EFCG bis ſumptâ.

Super circulo genitore EFCG Cylindrus rectus EV, altitudinem habens EN maximæ annuli peripheriæ EH parem, conſtitutus intelligatur. Quem per axem ſeca plano ENVC; & ex latere CV ſumpta

intel.

*f Alternis utramque inſpice figuram.*

intelligatur CQ, par *f* Minimæ annuli peripheriæ CM: ductâque rectâ NQ, quæ occurrat axi in K, per NKQ fiat ſectio Elliptica NIQL, recta plano ENVC. Rurſum per genitoris circuli axem FG, & per Cylindri axem fiat ſectio GILF, Ellipſi occurrens ſecundùm rectam IKL. Erit IKL *g* parallela ad FG. Igitur per IKL fiat ſectio PIOL parallela baſi EFCG.

*g Oſtenſum 27. l. 3. hujus.*

Cylindricum ſolidum GIENLF æquatur ſemicylindro GILFCO, & portioni IPNL; hoc eſt Cylindrico ſolido LYQCMIGFL, & duabus portionibus IPNL, LOQI. Sed portiones IPNL, LOQI æquales *h* ſunt: æquantur enim altitudines NP, OQ, & baſes IOL, IPL, æquales ac ſimiles ſunt. Ergo ſolidum GIENLF æquatur ſolido LYQCMIGFL, & portioni IPNL bis ſumptæ. Atqui exterior annuli pars à ſemicirculo FEG producta, eò quod EN ponatur æqualis peripheriæ maximæ EH, & CQ peripheriæ minimæ CM, æquatur *a* ſolido GIENLF. Ergo exterior dati annuli pars æquatur ſolido LYQCMIGFL, & portioni IPNL bis ſumptæ.

*h 18. l. 1. hujus.*

*a 29. l. 3. hujus.*

Deinde recta NQ producatur, donec occurrat ipſi EC in A. Erunt *b* in utraque figurâ EA, DA, CA eædem rectæ. Quare cùm ex hypotheſi, CQ æqualis ſit peripheriæ CM, etiam DK *c* peripheriæ DZ æqualis erit. Eſt autem & EN ex hyp. par peripheriæ EH. Igitur PN erit differentia peripheriarum EH & DZ. Sed etiam peripheria diametri EC, ſive circuli genitoris peripheria EFCG, eſt differentia peripheriarum *d* EH, DZ. Ergo PN, portionis IPNL altitudo, peripheriæ EFCG, hoc eſt PIOL, cujus nimirùm diameter PO, æqualis eſt. Ergo portio IPNL *e* æquatur ſphæræ baſeos PLOI; hoc eſt genitoris circuli EFCG. Inſuper quoniam ex hyp. EN æquatur peripheriæ annuli maximæ EH, & CQ peripheriæ minimæ DZ ejuſdem annuli; erit annuli pars interior, à ſemicirculo FCG producta, *f* æqualis Cylindrico ſolido LYQCMIGFL.

*b Oſtenſum ibidem.*
*c 4. l. 1. hujus.*
*d Lemma poſt 21. l. 3. hujus.*
*e 11. l. 1. hujus.*
*f 30. l. 3. hujus.*

Quare cùm ſuprà demonſtraverim exteriorem annuli partem æquari ſolido LYQCMIGFL, & portioni IPNL bis ſumptæ, erit quoque eadem illa exterior pars annuli æqualis parti interiori annuli & ſphæræ genitoris circuli bis ſumptæ; ac proinde exterior interiorem ſuperat genitoris circuli ſphærâ bis ſumptâ. Quod erat demonſtrandum.

## PROPOSTIO XXXIV.

*Schematiſmus 13. Fig. 89. 90.*

**Datus ſit annulus circularis clauſus, generatus à circulo EFCG; in quo utrimque ducantur rectæ ST, ωR æquales, & axi FG parallelæ, abſcindentes ſegmenta utrimque æqualia SET, ωCR.**

*Alternis inſpicienda.*

**Segmentum annulare exterius quod fit à plano SET, excedit annulare ſegmentum interius genitum à plano ωCR, ſphærâ diametri ST, ſive ωR, bis ſumptâ.**

SUper genitore circulo intelligatur erigi Cylindrus EV altitudinem habens EN, parem peripheriæ EH annuli maximæ; atque eadem conſtruantur omnia, quæ *prop.* 32. Præterea per rectas Rφ, & TS (quæ ex hypotheſi æquidiſtant FG) ducantur plana æquidiſtantia plano GILF, quæ in ſuperficie Cylindricâ producant rectas Rδ, ωβ, TXSα: in circulo LPIO, rectas δβ, θφ (quæ diametro *a* IL æquidiſtabunt;) in Ellipſi rectas MY, Xα.

*a 16. Elem. 12.*

Quoniam ſectiones TθφS, Rδβω ſunt parallelogramma, & TS, Rω ex hypotheſi ſunt æquales, etiam θφ, δβ æquales erunt. Deinde quia planum GILF eſt rectum *b* plano EFCG, ac proinde & parallelo huic plano OIPL; plana quoque θXαφ, MδβY, per conſtructionem ipſi GILF parallela, erunt recta plano PIOL. Quoniam igitur portiones IPNL, LOCI, ſectæ ſunt planis θXαφ, δMYβ, rectis baſi PLOI, occurrentibus baſi ſecundùm lineas θφ, & δβ diametro IL parallelas; & propoſitione 32. demonſtratum jam ſit rectas PNOC, æquari ſingulas peripheriæ PLOI; liquet ex 45. *lib.* 1. *hujus*, ſegmenta XθPNαφ, & YβδMCO, æquari ſphæris diametrorum θφ, δβ æqualium. Atqui Cylindricum ſegmentum θTEPφS æquale eſt ſegmento δRCOβω, ac proinde ſolidum XTENαS æquatur ſolido YωCMR, & ſegmentis XθPNαφ, YβδMCO. Ergo etiam ſolidum XTENαS æquatur ſolido YωCMR & ſphæris diametrorum θφδβ, hoc eſt & ſphæræ diametri θφ bis ſumptæ.

*b per conſt. p 32. l. 3. hujus.*

Jam verò quia ex hypotheſi altitudo Cylindri EN æquatur *c* maximæ annuli peripheriæ EH, erit ſolidum XTENαS, æquale *d* ſegmento annulari quod fit à plano SET: & ſolidum YωCMR *e* æquale annulari ſegmento, quod fit à plano ωCR. Ergo ſegmentum annulare factum à plano SET æquatur facto à plano ωCR & ſphæræ θφ bis ſumptæ; ac proinde ſegmentum annulare genitum à plano SET, excedit genitum à plano ωCR, ſphærâ diametri θφ, ſive ST, bis ſumptâ. Quod erat demonſtrandum.

*c Vide 32. l 3 hujus.*
*d 28 l. 3. hujus.*
*e Ibidem.*

## PROPOSITIO XXXV.

*Schematiſmus 13. Fig. 91. 92. Alternis inſpicienda.*

**Datus ſit annulus circularis patens, genitus à circulo EFCG, polo A in orbem ducto; in quo utrimque ducantur lineæ ST, ωR æquales, & axi FG parallelæ, reſecantes ſegmenta utrimque æqualia SET, ωCR.**

**Rurſus annulare ſegmentum exterius, quod fit à plano SET, excedit annulare ſegmentum interius genitum à plano ωCR, ſphæra diametri ST, ſive ωR, bis ſumpta.**

SUper genitore circulo EFCG, intelligatur Cylindrus erigi EV, altitudinem habens EN parem peripheriæ annuli maximæ EH; cæteraque omnia conſtruantur, quæ *prop.* 33. *libri hujus.* Deinde per rectas Rω & TS, quæ ex hypotheſi ſunt parallelæ GF, ducantur plana Rδβω, & TXαS, plano GILF parallela, quæ Ellipſim NIQL, ſecent ſecundùm rectas MY, Xα, circulum verò PIOL ſecundùm rectas δβ, θφ, quæ diametro IL *a* æquidiſtabunt.

*a 16. elem. 11.*

Quoniam planum GILF eſt *b* rectum plano EFCG, etiam plana TXαS, Rδβω per conſtructionem plano GILF parallela, erunt recta plano EFCG, ac proinde & plano PIOL, quod ipſi EFCG *c* æquidiſtat. Quoniam igitur portiones IPNL, & LOQI ſecantur planis θXαφ, & βYMδ rectis baſi PIOL. & occurrentibus baſi eidem ſecundùm rectas lineas θφ, δβ, diametro IL æquidiſtantes; & demonſtratum jam ſit *prop.* 33. *lib.* 3. PN, OQ æquari ſingulas pe-

*b per conſt. 33. l. 3. hujus.*
*c Ibidem.*

riphería

ripheriæ PIOL; patet ex 45. *lib.* 1. ſegmenta XθPNαφ, YβδMQO æquari ſphæris æqualium diametrorum θφ, δβ. Atqui ſolidum Cylindricum ſegmentum θTEPφS æquatur ſegmento Cylindrico δRCOβω; ac proinde ſolidum XTENαS æquatur ſegmento ωCRMYQ & ſegmentis XθPNαφ, YβδMQO. Ergo ſolidum XTNαS æquatur ſegmento ωCRMYQ, & ſphæris diametrorum θφ, δβ æqualium, hoc eſt ipſi ωCRMYQ, & ſphæræ diametri θφ bis ſumptæ. Sed quia ex hyp. EN æquatur maximæ annuli peripheriæ EH, ſolido XTENαS æquatur *a* annulare ſegmentum, genitum à plano SET; & ſolido ωCRMYQ æquatur *b* annulare ſegmentum, quod fit à plano ωCR. Ergo ſegmentum annulare genitum à plano SET, æquatur annulari ſegmento facto à plano ωCR & ſphæræ diametri θφ bis ſumptæ, ac proinde ſegmentum annulare genitum à plano SET, excedit genitum à plano ωCR, ſphærâ θφ bis ſumptâ. Quod erat demonſtrandum.

a 31. *l.* 3. *huius.*
b *Ibidem.*

PROPOSITIO XXXVI.

*Schematiſmus* 13. *Fig.* 89. 91.

**Datus ſit annulus circularis, ſive patens, ſive clauſus, in hujus genitore circulo EFCG ducantur rectæ ST, ωR, diametro FG parallelæ, quæ inter ſe ſint æquales.**

**Annulare ſegmentum quod fit à plano SFGT, excedit ſegmentum annulare genitum à plano ωFGR, ſphærarum diametris FG, ST, deſcriptarum differentia bis ſumpta.**

**Et ſegmentum annulare factum à plano STTS excedit factum à plano ωRRω, differentia ſphærarum, quarum diametri ST, ST, ſive ωR, ωR etiam bis ſumpta.**

Demonſtratum eſt *c* ſegmentum annulare, factum à ſemicirculo FEG excedere factum à ſemicirculo FCG, ſphærâ genitoris circuli bis ſumptâ, hoc eſt ſphærâ diametri FG bis ſumptâ. Demonſtratum item eſt *a* ſegmentum annulare factum à plano SET, excedere factum à plano ωCR, ſphærâ diametri ST, ſive ωR. bis ſumptâ. Ergo reliquum annulare ſolidum, quod fit à plano SFGT, excedit ſolidum annulare reliquum, factum à plano ωFGR, differentiâ ſphærarum, quarum FG, ST diametri ſunt, bis ſumptâ. Quod erat demonſtrandum.

c 32. & 33. *l.* 3. *huius.*
a 34 & 35. *l.* 1. *huius.*

De reliquis ſegmentis demonſtrabitur eodem modo.

PROPOSITIO XXXVII.

*Schematiſmus* 13. *Fig. pro annulo elliptico longo* 93. 94. 95. 96. *Fig. pro lato* 89. 90. 91. 92; *quæ prius referebant annulos circulares.*
b *Defin.* 20 *l.* 3 *huius.*
c *Defin* 21 *l.* 3. *huius.*

**Omnis annuli *b* Elliptici longi, ſive patentis, ſive clauſi, pars exterior excedit interiorem Ellipſeos genitricis ſphæroide longa bis ſumpta.**

**Et omnis annuli Elliptici *c* lati pars exterior excedit interiorem genitricis Ellipſeos ſphæroide lata bis ſumpta.**

Datus ſit quicumque Ellipticus annulus, ſive clauſus, ſive patens, genitus ab Ellipſi EFCG; latitudo annuli ſit EC alteruter axis Ellipſeos; axis alter ſit FG, polus A; peripheria media DZ. Dico exteriorem annuli partem, quæ fit à ſemiellipſi, FEG, excedere interiorem genitam ab alterâ ſemiſſe FCG, bis ſumptâ ſphæroide, quæ à genitrice Ellipſi producitur, circa axem FG, qui revolutionis diametro inſiſtit, in orbem ductâ.

Super Ellipſi genitrice concipiatur Ellipticus Cylindrus erigi, cujus altitudo EN par ſit peripheriæ annuli maximæ EH (non exprimunt figuræ 96 & 94 eam longitudinem ob laminæ anguſtias) cæteraque omnis conſtructio & demonſtratio propoſitionum 32 pro annulo clauſo, & 33, pro patente (convenient enim omnia) huc transferantur; hoc ſolùm immutato, ut loco *pro* 11. *l.* 1. *hujus*, citetur & adhibeatur *prop.* 15. *ejuſdem libri.*

PROPOSITIO XXXVIII.

*Schematiſmus* 13. *Fig.* 93. 94. 95. 96. *pro annulo Elliptico longo, pro lato autem Fig.* 89. 90. 91. 92.

**In Ellipſi genitrice, ſive patentis annuli, ſive clauſi, ducantur æquales utrimque rectæ ST, ωR, ſegmenta auferentes Elliptica utrimque æqualia SET, ωCR.**

**Ellipticum annulare ſegmentum, quod fit à plano SET, excedit annulare ſegmentum factum à plano ωCR, ſphæroidico ſegmento cavo bis ſumpto, quod fit à plano SET, ſive ωCR circa axem FG in orbem ducto.**

*Schematiſmus* 13. *Fig.* 95. 96. 89. 90.

In annulo clauſo, ſive longo, ſive lato ſic demonſtrabitur.

Super Ellipſi genitrice EFCG intelligatur erigi Cylindrus Ellipticus, cujus altitudo EN par ſit maximæ annuli peripheriæ EH *fig.* 96. non exprimit eam altitudinem ob anguſtias laminæ, cæteraque omnia conſtruantur quæ *prop.* 32. & 34. Solùm memineris PIOL jam non eſſe circulum, ſed Ellipſim.

Quoniam θφ, δβ ſunt *a* parallelæ axi IK; & plana θXαφ, MδβY recta *b* ſunt baſi POIL: & altitudo PN, (ac proinde & OQ) æqualis *c* eſt circumferentiæ cujus diameter eſt PO; erit *d* ſegmentum XθPNαφ par ſphæroidico ſegmento genito à plano φPθ, circa LI circumacto; & ſegmentum YβδMCO *e* æquabitur ſphæroidico ſegmento facto à plano βOδ circa IL in orbem ducto. Quare cùm ſphæroidica ſolida illa ſint æqualia (fiunt enim ab æqualibus, & ſimilibus planis φPθ, βOδ, & æqualiter ab axe IL diſtantibus;) etiã ſegmenta XθPNAαφ & YβδMCO æqualia erunt. Eſt autem & ſegmentum θTEPφS æquale ſegmento δRCOβω. Ergo ſolidum XTENαS æquatur ſolido ωCRMY, & ſegmento XθPNαφ bis ſumpto; hoc eſt ſolido ωCRMY, & ſegmento ſphæroidico bis ſumpto, quod fit à plano φPθ circa IL, ſive à plano SET circa GF in orbem ducto. Sed, quia EN ex conſtr. æquatur maximæ annuli peripheriæ EH, ſolido XTENαS æquatur *a* Ellipticum annulare ſegmentum, quod fit à plano SET; & ſolido ωCRMY æquatur *b* ſegmentum annulare, factum à plano ωCR. Ergo ſegmentum annulare factum ab SET æquatur annulari ſegmento facto ab ωCR, & ſphæroidico ſolido bis ſumpto, quod fit à plano SET, circa FG circumacto. Quod erat demonſtrandum.

a *Vide conſtr.* 34. *l.* 3. *huius.*
b *Oſtenſum* 34. *l.* 3. *huius.*
c *Oſtenſum* 32 *l.* 3 *huius.*
d *Coroll.* 1. *p.* 15. *l.* 1. *huius.*
e *Ibidem.*
a 28. *l.* 5. *huius*
b *Ibidem.*

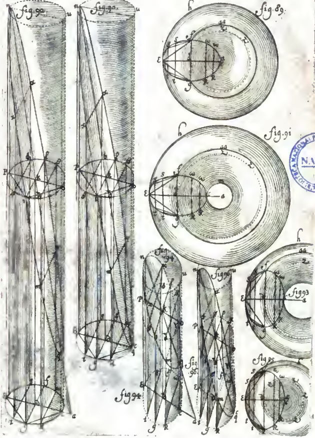
*Schematiſmus* 13. *Fig.* 93. 94. 91. 92.

Pro annulo patente conſtruantur eadem quæ *prop.* 33. & 35. Reliqua demonſtratio omnis eadem erit,

quæ

Digitized by Google

# SCHEMATISMUS XIII




NAPOLI

quæ pro annulo clauſo, hoc ſolum immutato, ut cum in præcedenti demonſtratione citantur *prop.* 34. & 28. *hujus libri*, citentur earum loco 35. & 31. *ejuſdem libri.*

## PROPOSITIO XXXIX.

[*Schematiſmus* 13. *Fig. pro longo* 93. 94. 95. 96. *Fig. pro lato* 89. 90. 91. 92.] **Ijſdem poſitis, quæ in præcedenti, Ellipticum annulare ſegmentum, quod fit à plano SFGT, excedit ſegmentum annulare genitum à plano ωFGR ſphæroidico ſegmento bis ſumpto, quod producitur ab eodem plano SFGT, vel ωFGR, circa FG in orbem ducto.**

[c 37. *l.* 3. *hujus.* d *Præced.*] Segmentum annuli factum à genitricis Ellipſeos ſemiſſe FEG excedit *c* ſegmentum annuli factum à ſemiſſe alterâ FCG, ſphæroide bis ſumptâ, quæ fit ab Ellipſi FCGE circa FG circumactâ. Item annuli ſegmentum factum à plano SET *d* excedit factum à plano ωCR, ſphæroidico ſegmento bis ſumpto, quod à plano SET, circa FG circumacto. Ergo reliquum ſegmentum annuli genitum à plano SFGT excedit reliquum, quod fit à plano ωFGR, circa FG circumacto, ſegmento reliquo ſphæroidico bis ſumpto, quod fit à plano SFGT circa FG circumacto. Quod erat demonſtrandum.

Ex his facilè concludetur de ſegmentis reliquis.

## PROPOSITIO XL.

[*Schematiſmus* 14. *Fig.* 97. 98. 99. 100. a *Defin.* 19 *l.* 3. *hujus.* b *Defin.* 15 *l.* 3. *hujus.* c *Defin.* 16 *l.* 3. *hujus.*] **Omnis annuli *a* Parabolici & Hyperbolici pars *b* exterior excedit *c* interiorem, Parabolæ, vel Hyperbolæ genitricis conoide bis ſumptâ.**

**Et omnis annuli geniti à quavis plana figura, axem FD habente diametro revolutionis AD perpendicularem, pars exterior excedit interiorem, rotundo ſolido bis ſumpto, quod fit à figura genitrice EFC circa figuræ axem FD, revolutionis diametro AD inſiſtentem, in orbem ducta.**

[*Schematiſmus* 14. *Fig.* 99. 100. d *Defin.* 3. *l.* 3. *hujus.*] In annulo patente ſic demonſtrabitur.

Super figurâ genitrice EFC intelligatur erigi Cylindrus EFV, (Cylindrum enim voco *d* omne ſolidum quod fit ex quacumque figurâ planâ in aliquam altitudinem ductâ) altitudinem habens EN æqualem maximæ annuli peripheriæ EH. Hunc ſeca per axem plano ENVC, ſumptâque ex latere CV rectâ CQ, æquali minimæ annuli peripheriæ CM, ductâque NQ, quæ occurrat axi Cylindri in K, fiat ſectio NLQ, recta plano ENVC. Rurſum per DF, & axem DK fiat ſectio DKLF, occurrens ſectioni NLQ, ſecundùm lineam KL, ſeu IL. Erit hæc *e* [e *Oſtenſum eſt* 27. *l.* 3. *hujus.*] parallela ipſi DF. Igitur per KL fiat ſectio PLO, parallela baſi EFC. Solidum EDFLPK æquatur ſolido CDFLOK (ſunt enim utriuſque baſes EFD, CFD, & altitudines æquales) hoc eſt ſolido QYLKDCF, & portioni OLKQ, cujus baſis eſt OLK, altitudo OQ. Atqui portiones OLKQ & [f 18. *l.* 1. *hujus.*] PLNK ſunt *f* æquales, cùm & altitudines OQ, PN, & baſes OLK, PLK ſint æquales ac ſimiles. Ergo ſolidum ENLKDF æquatur ſolido QYLKDCF, & portioni PNLK bis ſumptæ.

Jam NQ protrahatur, donec occurrat EC in A. In utraque figurâ EA, DA, CA erunt *a* eædem rectæ. [a *Demonſt.* 29. *l.* 3. *hujus.* b 4 *l.* 1. *hujus.*] Quare cùm ex hyp. CQ ſit par peripheriæ CM, etiam DK peripheriæ DZ *b* æqualis erit. Ponitur autem & EN par peripheriæ EH. Ergo PN peripheriarum EH, & DZ differentia eſt. Atqui etiam *c* peripheria diametri EC, earumdem circumferentiarum differentia eſt. [c *Lemma poſt* 21. *l.* 3. *hujus.* d 17. *l.* 1. *hujus.*] Ergo PN portionis PNLK altitudo æquatur peripheriæ, cujus diameter EC, ſive PO. Ergo portio PNLK æqualis *d* eſt ſolido rotundo quod fit à baſi PLK circa KL in orbem ductâ; hoc eſt rotundo ſolido quod fit à figurâ genitrice EFC circa DF circumactâ.

Ulterius quia CQ, EN peripherijs CM & EH, minimæ, & maximæ æquales ſunt; erit ſolido ENLKDF æqualis *e* pars annuli exterior à figuræ [e 29 *l.* 3. *hujus.* f 30 *l.* 3. *hujus.*] genitricis ſemiſſe EFD producta; & ſolido QYLKDCF æquabitur pars *f* annuli interior, quæ fit à ſemiſſe alterâ CFD. Quare cùm ſuprà oſtenſum ſit ſolidum ENLKDF æquari ſolido QYLKDCF, & portioni PNLK bis ſumptæ; erit quoque pars annuli exterior æqualis interiori, & rotundo ſolido bis ſumpto, quod fit à figurâ genitrice circa axem FD in orbem ducta. Quod erat demonſtrandum.

[*Schematiſmus* 14. *Fig.* 97. 98.] Demonſtratio pro annulo clauſo ſimilis eſt præcedenti. Pro 29. & 30. *lib.* 3. *hujus* in demonſtratione præcedenti citatis, citandæ hic erunt 26, & 27 *Ejuſdem libri.*

## PROPOSITIO XLI.

[*Schematiſmus* 14. *Fig.* 97. 98. 99. 100.] **Ijſdem poſitis: ducantur in figurâ genitrice rectæ ST, ωR inter ſe æquales, & parallelæ axi DF, æqualia utrimque auferentes ſegmenta SET, ωCR.**

**Annulare ſegmentum quod fit à plano SET, excedit annulare ſegmentum factum à plano ωCR cavo rotundo ſolido bis ſumpto, quod fit ab eodem plano SET circa axem DF circumacto.**

**Reliqua ſimiliter annularia ſegmenta ſingula, quæ fiunt à planis STTS, STDF excedunt ſingula facta à planis ωRRω, ωRDF, ſingulis eodem ordine rotundis ſolidis, quæ fiunt ab ijſdem planis circa DF circumactis.**

[*Schematiſmus* 14. *Fig.* 99. 100.] In annulo patente ſic demonſtro.

Conſtructis ijſdem quæ in demonſtratione præcedenti, in baſi Cylindri eædem ducantur parallelæ ST, ωR, perque eas fiant ſectiones TXωS, & Rδβω parallelæ plano per axem DKLF, quæ planum NLQ ſecent in rectis Xω, MY; planum verò PLO in rectis θφ, δβ, quæ ipſi KL *a* parallelæ erunt. [a 16. *elem.* 11.]

Quoniam planum DKLF eſt rectum plano EFC, etiam plana TXωS, Rδβω ipſi DKLF per conſt. parallela, erunt recta plano EFC; ac proinde & plano PLO, quod ipſi EFC æquidiſtat. Cùm igitur plana θXωφ, MδβY ſint recta baſi PLO, eamque ſecent in rectis θφ, δβ, axi KL parallelis; ſitq; inſuper *b* PN, adeoque etiam OQ æqualis peripheriæ, cujus [b *Oſtenſum in præced.*] diameter EC, ſeu PO; erit ſegmentum φθXωNP



Digitized by Google

æquale *c* rotundo ſolido cavo quod fit à plano φPϑ, circa KL circumacto: & ſegmentum MYϑβOQ æquale *d* cavo ſolido quod fit à plano ϑβO, circa KL circumacto. Quare cùm rotunda illa ſolida cava ſint æqualia, utpote genita à planis φPϑ, ϑβO ſimilibus, & æqualibus, & æqualiter ab axe KL diſtantibus, etiam ſegmenta φϑXωNP, & MYϑβOQ æqualia erunt. Quoniam igitur ſolidum PφϑSTE æquatur ſolido ϑβOCωR; erit ſolidum ωXNETS par ſolido MQYωRC, & φϑXωNP bis ſumpto; hoc eſt ſolido MQYωRC, & cavo ſolido bis ſumpto, quod fit à plano Pφϑ circa KL circumducto. Sed quia EN, CQ peripherijs annuli, maximæ EH, & minimæ CM æquales ſunt, ſegmentum annuli genitum à plano SET, æquatur *a* ſolido ωXNETS, & ſegmentum annulare genitum à plano ωCR æquatur *b* ſolido MQYωRC. Ergo ſegmentum annuli genitum à plano SET, æquatur ſegmento annuli genito à plano ωCR, & rotundo ſolido cavo bis ſumpto, quod fit à plano Pφϑ circa KL, hoc eſt à plano SET circa DF circumacto. Quod erat demonſtrandum.

c *Coroll.* 1. *p* 17. *l.* 1. *hujus.*
d *Ibidem.*
a 31. *l.* 5. *hujus.*
b *Ibidem.*

Secundæ partis demonſtratio ex jam dictis facilè elicietur.

*Schematiſmus* 14. *Fig.* 97. 98.

Demonſtratio pro annulo clauſo ſimilis eſt præcedenti; ſed pro 31 illic citatâ hic citabitur *prop.* 28.

# PARS IV.

## PROPOSITIO XLII.

**Annulus circularis clauſus ad ſphæram circuli genitoris eam rationem habet, quam circuli circumferentia ad duas tertias partes ſuæ diametri.**

*Schematiſmus* 15. *Fig.* 109. 110.

DAtus ſit clauſus annulus à circulo FCKA generatus; latitudo ſit AC; polus A; peripheria media ED. Fiat ſuper genitore circulo FCKB Cylindrus rectus CH, & per diametrum FK, ac punctum G abſcindatur portio FCGK: cùm annulus & Cylindrus eumdem habeant circulum genitorem FCKB, erit annulus ad Cylindrum, ut *c* peripheria annuli media ED ad altitudinem Cylindri CG. Similiter ſphæra à circulo FCKB genita, eſt ad portionem FCGK, ut *d* peripheria FCKB (hoc eſt ut peripheria *e* media ED) ad altitudinem CG. Ergo annulus eſt ad Cylindrum, ut ſphæra ad portionem. Ergo permutando annulus eſt ad ſphæram, ut Cylindrus ad portionem. Atqui Cylindrus eſt ad portionem ut *f* circumferentia circuli ad duas tertias partes diametri, quemadmodum libro primo *prop.* 40. demonſtravimus. Ergo etiam annulus eſt ad ſphæram circuli genitoris, ut circumferentia circuli ad duas diametri tertias. Quod erat demonſtrandum.

c 6. *l.* 3. *hujus.*
d 13. *l.* 1. *hujus.*
e *Vide deſin* 9. *l.* 3. *hujus.*
f 40. *l.* 1. *hujus.*

### *Scholium.*

*Quod in Cylindro circulari eſt portio per latus & centrum baſis abſciſſa, hoc eſt in annulo circulari clauſo ſphæra genitoris circuli ipſi annulo inſcripta, uti ex hac* prop. 42. *& totâ* hujus libri *parte tertia manifeſtum eſt.*

## PROPOSITIO XLIII.

**Annulus circularis patens ad ſphæram genitotis circuli eam habet proportionem, quam media annuli peripheria (ED) ad duas tertias partes latitudinis annuli (CB.)**

*Schematiſmus* 15. *Fig.* 108.

DAtus ſit patens annulus à circulo FCKB generatus; latitudo annuli ſit BC; polus A; peripheria media ED. Ab eodem circulo FCKB, circa polum B in orbem ducto, producatur clauſus annulus CQ, cujus peripheria media ſit EN. Quia patens, & clauſus annuli ab eodem circulo ſunt geniti, erit patens ad clauſum, ut *a* AE ad BE; hoc eſt ut *b* peripheria ED ad peripheriam EN, ſive *c* FCKB. Sed annulus clauſus eſt ad ſphæram genitoris circuli FCKB, ut *d* peripheria FCKB ad duas tertias diametri CB. Igitur ex æquo annulus patens eſt ad ſphæram genitoris circuli FCKB, ut peripheria media ED ad duas tertias ipſius CB, quæ eſt latitudo annuli. Quod erat demonſtrandum.

a 16. *l.* 3. *hujus.*
b *Pappus l.* 5. *p.* 41.
c *Vide def.* 9. *l.* 3. *hujus.*
d *Præced.*

### *Corollarium.*

Inventâ igitur ratione annuli, ſeu patentis, ſeu clauſi ad ſphæram annulo inſcriptam, exhibebitur quadratura circuli. Cur autem inveniri ea proportio, hoc eſt in rectis lineis exhiberi, nequeat, cùm annulus & ſphæra motibus homogeneis, nimirum à circulo circulariter utrobique moto generentur? Sanè vel etiam hinc clariſſimè cernitur poſſibilitas quadraturæ.

## PROPOSITIO XLIV.

**Annulus longus Ellipticus clauſus ad longam ſphæroidem genitricis Ellipſeos eam habet rationem, quam circuli circumferentia ad duas tertias ſuæ diametri partes.**

**Similiter annulus latus Ellipticus clauſus eſt ad ſphæroidem latam genitricis Ellipſeos, ut circuli circumferentia ad duas tertias partes ſuæ diametri.**

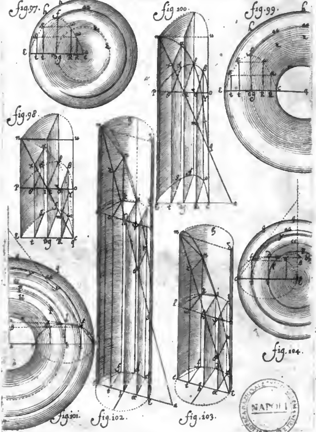
*Schematiſmus* 16. *Fig. pro annulo Elliptico longo* 115. 114. *Fig. pro lato* 111. 113

DAtus ſit clauſus annulus procreatus ab Ellipſi CKBF, circa polum A in orbem ductâ; latitudo annuli ſit CB; peripheria media ED. Ellipſis deinde CKBF circa axem KF, qui revolutionis diametro AE perpendiculariter inſiſtit, in orbem acta, producat ſphæroidem.

Demonſtrandum eſt annulum eſſe ad ſphæroïdem, ut circumferentia circuli eſt ad duas tertias partes diametri. Super Ellipſi genitrice CKBF fiat Cylindrus Ellipticus rectus CH, à quo per axem KF abſcindatur portio FCGK. Quoniam annulus & Cylindrus eamdem Ellipſim habent genitricem, annulus eſt ad Cylindrum, ut *a* peripheria annuli media ED ad altitudinem Cylindri CG. Pari modo ſphærois genita ab Ellipſi CKBF circa axem FK circumactâ, eſt ad portionem FCGK, ut circumferentia *a* deſcripta radio EC, ſive EA, (hoc eſt ut circumferentia media ED) ad portionis altitudinem CG; quemadmodum *prop.* 15. *lib.* 1. demonſtratum eſt. Ergo annulus eſt ad Cylindrum, ut ſphærois ad portionem; & permutando, annulus eſt ad ſphæroidem, ut Cylindrus eſt ad portionem. Sed Cylindrus eſt ad portionem ut circumferentia circuli ad duas *b* tertias partes diametri; quemadmodum demonſtravimus *prop.* 41. *lib.* 1. *hujus.* Ergo etiam annulus eſt ad genitricis Ellipſeos ſphæroidem

a 6. *l.* 3. *hujus.*
a 15. *l.* 1. *hujus.*
b 41. *l.* 1. *hujus.*

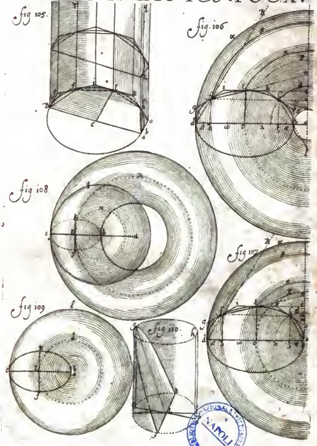
SCHEMATISMUS XIV




NAPOLI

Digitized by Google

# SCHEMATISMUS XV



roidem, ut circumferentia circuli ad duas tertias diametri partes. Quod erat demonſtrandum.

### *Scholium.*

*Quod in Elliptico Cylindro eſt portio per latus & alterutrum baſeos axem abſciſſa, hoc in clauſo Elliptico annulo eſt ſphæroïs genitricis Ellipſeos; quæ ab Ellipſi genitrice circa axem KE circumactam fit; quemadmodum ex* duabus præc. & hujus libri totâ parte 3. *conſtat.*

### PROPOSITIO XLV.

**Annulus longus Ellipticus patens ad longam ſphæroidem genitricis Ellipſeos eam habet rationem; quam media annuli peripheria ad duas tertias partes latitudinis annuli.**

**Similiter annulus latus Ellipticus patens eſt ad ſphæroidem latam Ellipſeos genitricis, ut peripheria annuli media eſt ad duas tertias partes latitudinis.**

*Schematiſmus 16. Fig. pro annulo Elliptico longo 116. Fig. pro lato 112.*

Esto patens annulus productus ab Ellipſi CKBF, polo A, in orbem ductâ; ſitque annuli latitudo CB; peripheria media ED. Tum Ellipſis CKBF circa axem KF circumacta producat ſphæroidem.

Oportet oſtendere annulum eſſe ad ſphæroidem, ut peripheria annuli media ED ad duas tertias partes latitudinis CB. Ab eâdem Ellipſi CKBF, polo B circumductâ, deſcribatur annulus clauſus CQ. Quoniam annuli patens & clauſus ab eâdem Ellipſi ſunt geniti, erit patens ad clauſum, ut *a* AE ad BE; hoc eſt *b* ut peripheriam ED, ad peripheriam EO, ſive peripheriam diametri CB. Sed annulus clauſus Ellipticus CQ eſt ad ſphæroidem genitam ab Ellipſi CKBF, circa axem FK circumactâ, ut *c* circumferentia diametri CB ad duas tertias diametri CB. Igitur ex æquo annulus patens Ellipticus eſt ad ſphæroidem genitam ab Ellipſi CKBF circa axem KF circumactâ, ut peripheria annuli media ED, ad duas tertias ipſius CB, quæ eſt annuli latitudo. Quod erat demonſtrandum.

*a 16. l. 3. bujus. b Pappw l. 5. p. 41. c Præced.*

### *Corollarium.*

Dabit igitur quadraturam circuli, qui rationem annuli Elliptici ad ſphæroidem genitricis Ellipſeos fecerit notam. Quod fieri poſſe perſpicuum eſt, cùm utrumque corpus ab Ellipſi circulariter motâ producatur, ac proinde homogeneum ſit.

### PROPOSITIO XLVI.

**Omnis annulus clauſus Parabolicus ad genitricis Parabolæ conoidem, eam habet rationem, quam 16 ad 3.**

*Schematiſmus 16. Fig. 119. 118.*

Data ſit Parabola DEB, axem habens CE, ordinatim axi applicatam DCB; quæ polo B, ſive A, in orbem ducta deſcribat annulum, cujus latitudo ſit DB; peripheria verò media CF. Eadem deinde Parabola circa axem EC circumacta deſcribat conoidem.

Oportet oſtendere annulum eſſe ad conoïdem, ut 16 ad 3. Super genitrice Parabolâ DEB conſtituatur Cylindrus Parabolicus DBK; perque H, punctum in latere BH, & axem EC abſcindatur portio CEHB.

*Tacquet Cylind. Annular.*

Quoniam ab eadem Parabolâ geniti ſunt annulus & Cylindrus, erit *a* annulus ad Cylindrum, ut peripheria annuli media CF ad Cylindri altitudinem BH. Conois quoque genita à Parabolâ circa axem EC circumactâ, eſt ad portionem EHBC, ut eſt *b* peripheria radio BC deſcripta, hoc eſt ut peripheria media CF, ad altitudinem BH, quemadmodum *prop.* 17. *lib.* 1. oſtenſum eſt. Ergo annulus eſt ad Cylindrum, ut conois ad portionem. Quare permutando, annulus eſt ad conoidem, ut Cylindrus ad portionem. Atqui demonſtratum eſt *c* Cylindrum eſſe ad portionem CEHB ut 16 ad 3. Ergo etiam annulus eſt ad conoidem ut 16 ad 3. Quod erat demonſtrandum.

*a 6. l. 3. bujus. b 17. l. 1. bujus. c 42. l. 1. bujus.*

### *Scholium.*

*Ex hoc theoremate, quin & ex totâ parte tertiâ hujus libri patet, quod in Parabolico Cylindro eſt portio per latus, & baſeos axem abſciſſa, hoc in clauſo Parabolico annulo eſſe genitricis Parabolæ conoïdem.*

### PROPOSITIO XLVII.

**Omnis patens annulus Parabolicus ad conoidem genitricis Parabolæ rationem habet compoſitam ex ratione diametri revolutionis ad ſemiſſem latitudinis annuli, & ex ratione 16 ad 3.**

*Schematiſmus 16. Fig. 117.*

Esto Parabola DEB, axem habens EC, & ordinatim axi applicatam DB; quæ polo A in orbem ducta, deſcribat patentem annulum Parabolicum, cujus latitudo ſit BD; diameter revolutionis AC; peripheria media CF. Eadem deinde Parabola circa axem EC circumacta formet conoidem.

Demonſtrandum eſt annulum ad conoïdem rationem habere compoſitam ex ratione AC ad CB, & ex ratione 16 ad 3.

Parabola DEB, polo B, in orbem ducta producat annulum clauſum Parabolicum DN. cujus peripheria media ſit CP. Patens annulus DG ad conoidem, compoſitam habet rationem ex ratione annuli patentis DG ad clauſum DN, & ex ratione clauſi DN ad conoidem. Sed ratio patentis DG ad clauſum DN, quoniam ab eâdem ambo Parabolâ ſunt procreati, eſt eadem cum *a* ratione AC ad BC: ratio autem annuli clauſi DN ad conoidem, eſt ratio 16 ad 3, per præcedentem. Ergo ratio patentis annuli DG ad conoidem, eſt compoſita ex ratione AC ad BC, & ex ratione 16 ad 3. Quod erat demonſtrandum.

*a 16. l. 3. bujus.*

### *Corollarium I.*

Exhibuimus hoc theoremate & præcedenti rationem Parabolici annuli ad conoidem genitricis Parabolæ. Utrìm igitur hæc ſolida magis homogenea ſunt quàm circularis annulus & ſphæra? neutiquam profectò. Quemadmodum enim Parabolicus annulus & conois ab eâdem Parabolâ circulariter motâ gignuntur, ita planè circularis annulus & ſphæra producuntur ab eodem circulo, etiam circulariter utrobique moto. Quare ſi illorum proportio jam fuit à nobis data, poterit exhiberi etiam horum; proindeque ſit evidens poſſibilitas quadraturæ.



Digitized by Google

### *Corollarium II.*

*Schematiſmus 16. Fig. 119. 118. 117.*

Omnis annulus clauſus à quâcumque figurâ planâ genitus, axem habente revolutionis metro perpendicularem ad rotundum ſolidum, quod fit à genitrice figurâ circa axem circumacta, eam habet rationem quam Cylindrus rectus, ſuper figurâ genitrice factus, ad portionem per latus & axem figuræ genitricis abſciſſam.

Patet ex demonſtratione propoſitionis 46.

## PROPOSITIO. XLVIII.

### Annuli clauſi Parabolici pars exterior eſt ad interiorem ut 11 ad 5.

*Schematiſmus 16. Fig. 119.*

DAta ſit Parabola DEB, axem habens CE, quæ polo A, ſine B, in orbem acta deſcribat annulum clauſum Parabolicum.

Demonſtrandum eſt exteriorem annuli partem, quæ à Parabolæ genitricis ſemiſſe DEC producitur eſſe ad interiorem, quæ fit à ſemiſſe alterâ BEC, ut 11 ad 5.

*a 46. l. 3. hujus. b Patet ex 40. l. 3. hujus.*

Oſtenſum eſt *a* annulum clauſum eſſe ad conoïdem genitricis Parabolæ DEB, ut 16 ad 3. Atqui annulus æquatur *b* parti interiori bis, & conoidi genitricis Parabolæ etiam bis. Ergo pars interior bis cum conoide bis, eſt ad conoidem ut 16 ad 3. Ergo pars exterior bis cum conoide bis eſt ad conoidem bis, ut 16 ad 6. Ergo dividendo, pars interior bis eſt ad conoidem bis, ut 10 ad 6: ac proinde etiam pars interior ſemel eſt ad conoidem ſemel, ut 10, ad 6. Sed pars exterior æquatur *c* interiori & conoidi bis ſumptæ. Ergo pars exterior eſt ad interiorem ut 22 ad 10; hoc eſt, ut 11 ad 5. Quod erat demonſtrandum.

*c 40. l. 3. hujus.*

## PROPOSITIO XLIX.

### Si innoteſcat ratio, quam habet pars exterior circularis aut Elliptici annuli ad interiorem, habebitur circuli quadratura.

*Schematiſmus 17. Fig. 120. 122.*

DAtus eſto clauſus annulus à circulo CKBF polo A productus. Sit autem ratio partis exterioris ad interiorem, quæ eſt AB ad BC. Ex AB ſume BF parem ipſi BC (erit enim AB major quàm BC, eò quod annuli pars exterior major ſit interiori:) ſecetur autem reliqua AF biſariam in D.

Dico circumferentiam circuli eſſe ad duas tertias ſuæ diametri, ut CA eſt ad DA.

Cùm pars exterior ſit ad interiorem ut recta AB ad rectam BC; erit componendo annulus totus ad partem interiorem, ut AC ad BC. Sed totus annulus æquatur *a* ſphæræ circuli genitoris bis ſumptæ unà cum parte interiori bis ſumptà. Ergo ſphæra genitoris circuli bis, cum parte interiore bis eſt ad partem interiorem, ut AC ad BC. Ergo ſphæra bis cum parte interiori bis eſt ad partem interiorem bis, ut AC eſt ad CF duplam BC. Ergo dividendo & invertendo CF eſt ad FA, ut pars interior bis ad ſphæram bis. Ergo pars interior bis eſt ad ſphæram ſemel, ut CF eſt ad DF, dimidiam ipſius FA. Ergo componendo, pars interior bis cum ſphærâ eſt ad ſphæram, ut CD eſt ad DF. Rurſum igitur componendo pars interior bis cum ſphærâ bis eſt ad ſphæram, ut CD cum DF eſt ad DF. Quare cùm pars interior bis cum ſphærâ genitoris circuli bis *b* conficiant ipſum annulum; erit annulus ad ſphæram genitoris circuli ut CD cum DF eſt ad DF. Sed clauſus annulus eſt ad genitoris circuli ſphæram, *c* ut peripheria circuli ad duas tertias diametri. Ergo peripheria circuli eſt ad duas tertias diametri ut recta conſtans ex CD, & DF, hoc eſt ut recta CA eſt ad rectam DF, ſive DA.

*a Patet ex 32. l. 3. hujus. b Ibidem. c 4. 2. l. 3. hujus.*

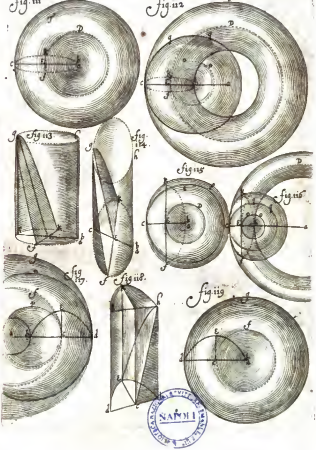
Eodem modo id ipſum deducetur aſſumpto Elliptico annulo, ſed loco *prop.* 32. & 42. citandæ erunt *prop.* 37 & 44 *ejuſdem libri.*

### *Corollarium.*

Nequit igitur eſſe dubia poſſibilitas quadraturæ, quæ rurſum à duorum homogenorum corporum proportione rectis lineis exponendâ dependeat.

FINIS LIBRI TERTII.

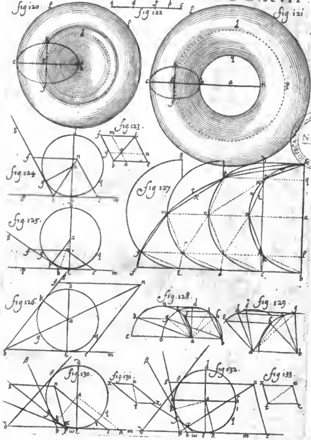
# SCHEMATISMUS XVI




NAPOLI

Digitized by Google

SCHEMATISMUS XVII




NAPOLI

Digitized by Google

# CYLINDRICORUM
# ET
# ANNULARIUM
## LIBER QUARTUS.

*Ab Annulorum ſoliditate gradum facio ad ſuperficiem. Hîc ( quod ad Lectorem præfatus ſum ) mirabilis annulares inter ſuperficies ac corpora hunc cum libro conferenti analogia ſeſe offeret. Quod ſi Archimedes tanti fecit Cylindrum inſcriptæ ſibi ſphæræ non ſoliditate tantùm, ſed etiam ſuperficie ſeſquialteram eſſe , ut ejus inventi ſymbolum tumulo opponi ſuo voluerit; erit fortaſſè, quod in annulis admiremur magis , in quibus ſoliditatem inter ac ſuperficiem non una ſed multiplex, ac propè perpetua proprietatum analogia, ſubinde etiam abſoluta identitas reperietur.*

## PARS PRIMA.

ANnulares ſuperficies comparo tum cum Cylindricâ ſuperficie , tum inter ſe : atque inde multiplices earum proprietates patefacio : è multis paucas hîc recenſeo. Omnis annuli (hoc eſt à quacumque planâ figurâ geniti; quod deinceps ſemper intellige) ſuperficies eſt ad ſuperficiem abſque baſibus Cylindri recti, ſuper figurâ genitrice erecti, ut peripheria annuli media, ad Cylindri altitudinem : & circularis annuli ſuperficies æquatur circulo, cujus radius eſt media proportionalis inter genitoris circuli diametrum , & mediam annuli peripheriam. Deinde omnium annulorum ab æqualibus & ſimilibus figuris genitorum , tum ſoliditates , tum ſuperficies ſunt inter ſe, ut revolutionum diametri *a* BA, CA, DA: & omnis patens annulus CG ſibi contigui *b* clauſi annuli BF tam ſoliditate, quàm ſuperficie, triplus eſt : & annulorum quotcumque *c* contiguorum ab æqualibus, & ſimilibus figuris genitorum , tam ſoliditates quàm ſuperficies, eam inter ſe rationem habent, quam numerorum imparium ſeries ab unitate : omnis clauſi annuli contiguos annulos quotcumque ab æqualibus & ſimilibus ſibi figuris genitos complexi ſuperficies, omnibus contiguorum annulorum ſuperficiebus æqualis eſt : & circularis annuli maxima per polum *d* ſectio ejuſdem maximæ per figuræ genitricis axem ſectioni æqualis eſt : & alia plura, quæ vide in libri decurſu.

a *Schematiſmus* 11. *Fig.* 79.
b *Ibidem.*
c *Ibidem.*
d *Defin.* 12 *&* 13 *l.* 3. *hujus.*

## PARS II.

ANnularium ſuperficierum ſegmenta planis ad revolutionis diametrum rectis abſciſſa conferuntur cum ſegmentis ſuperficiei ſemiſſeos Cylindricæ, planis itidem ad baſim rectis diviſæ.

## PARS III.

ANnulorum *e* exterior ſuperficies cum *f* interiori confertur. Igitur præter alia complura hæc demonſtrantur. Circularis annuli exterior ſuperficies interiorem excedit genitore circulo octies ſumpto: & ſi rectæ *g* ST, *u*R axi FG parallelæ, æquales utrimque auferant arcus FS, GT, F*u*, GR; exteriora annularis ſuperficiei ſegmenta genita ab arcubus FS, GT, excedunt interiora ab arcubus F*u*, GR producta, ſedecim circulis, quorum diameter eſt GT, unius æqualium arcuum ſubtenſa. Univerſa autem annuli à quâcumque planâ figurâ geniti exterior ſuperficies interiorem ſuperat bis ſumptâ curvâ ſuperficie rotundi ſolidi, producti à figurâ genitrice circa axem, qui revolutionis diametro rectus eſt , circumactâ. Reliqua vide in decurſu libri.

e *Defin.* 17. *l.* 3. *hujus.*
f *Defin* 18. *l.* 3. *hujus.*
g *Schematiſmus* 13. *Fig.* 89. 91.

## PARS IV.

HÆc poſtremò Theoremata demonſtramus.

Annuli circularis clauſi ſuperficies eſt ad ſphæræ genitoris circuli ſuperficiem, ut circumferentia circuli ad ſuam diametrum; ad ipſum verò genitorem circulum, ut circumferentia ad quartam diametri partem. Superficies circularis annuli patentis eſt ad ſuperficiem ſphæræ circuli genitoris, ut peripheria annuli media ad latitudinem annuli; ad ipſum verò genitorem circulum , ut peripheria media ad quartam latitudinis partem. Omnis circularis annuli ſive patentis ſive clauſi ſuperficies ad *a* maximam annuli per polum ſectionem eam rationem habet, quam circuli peripheria ad diametrum. Quod ſi innoteſcat ratio, quam habet circularis annuli exterior ſuperficies ad interiorem, circuli quadratura exhibebitur.

a *Defin.* 12 *&* 13. *l.* 3. *hujus.*

# PARS I.

## PROPOSITIO I.

*Schematiſmus 15. Fig. 106. 107.* **Datus ſit annulus à quacumque figura plana BED, axem habente CE revolutionis diametro AC perpendicularem, productus, polo A. Sint autem genitrici figuræ inſcripta quotcumque æqualia latera, quæ binarius metiatur, exem. gra. DF, FE, EH, HB, conſcripta verò DG, GI, IK, KO, OB, figuram tangentia in punctis D, F, E, H, B. Deinde omnia cum genitrice figura, polo A, ducantur in orbem. Hac ratione annulo ſuperficies curvæ inſcribentur, & conſcribentur.**

**Oporteat exponere quales eæ futuræ ſint.**

*Fig. 106.* DEtur primùm patens annulus. At revolutionis diametrum AC per A ducatur perpendicularis infinita, cum quà producta latera HB, EH deorſum producta, & DF, FE producta ſurſum concurrent. Cum eâdem concurrant rectæ FH, IK in V, T, quæ parallelæ ſunt ipſi AD. Patet igitur, dum figura cum adſcriptis ſibi lineis circumagitur, rectas HBL, EHM deſcribere ſuperficies conicas integras, quarum vertices L, & M deorſum tendant: ipſas verò HB, EH deſcribere harum ſuperficierum conicarum ſegmenta, conſtituta inter parallelos circulos, quorum radij ſunt parallelæ HV, BA, & parallelæ, ET, HV. Liquet ſimiliter rectas DFR, FEN eâdem rotatione formare integras ſuperficies conicas, vertices ſurſum habentes; ipſas verò DF, FE producere harum ſuperficierum conicarum ſegmenta exiſtentia inter parallelos circulos quorum radij ſunt parallelæ DA, FV, & FV, ET.

*Fig. 107.* In annulo clauſo ea ſola occurrit diverſitas quod HB deſcribat integram ſuperficiem conicam.

*Fig. 106.* Venio ad latera conſcripta, in annulo primùm patente. Manifeſtum eſt latera BO, DC, ſi genitrix figura circulus, aut Ellipſis eſt, deſcribere Cylindricas ſuperficies; ſi eſt hyperbola aut parabola, conicarum ſuperficierum ſegmenta efformabunt ut prius. Similiter manifeſtum eſt, IK planum annulum efficere. Media latera, quotcumque ea fuerint, ſuperficierum conicarum ſegmenta, ut ſuprà progignent.

*Fig. 107.* In annulo clauſo hoc tantum contingit diverſum, quod ſi figura genitrix Ellipſis, aut circulus eſt, BO nihil efficiat; ſi parabola aut hyperbola, deſcribat integram ſuperficiem conicam.

## PROPOSITIO II.

*Schematiſmus 15. Fig. 106. 107.* **Iiſdem poſitis:**

**Superficies conicæ à quotcumque lateribus BH, HE, EF, FD annulo inſcriptæ, æquantur rectangulo, cujus baſim conficiunt inſcripta latera, altitudo verò peripheriæ annuli mediæ CP æqualis eſt.**

*Fig. 106.* DUcantur Hζ, Fδ parallelæ ad figuræ axem EC: & dividantur bifariam Bζ, Dδ in π ac β, & δC, ζC in ω ac λ. Erunt quoque βπ, & ωλ in C diviſæ bifariam. Quoniam igitur Bζ biſecta eſt in π, erit Aπ ſemiſſis rectarum Aζ, AB. Quare cùm *a* peripheriæ ſint, ut radij etiam peripheria radij Aπ ſemiſſis erit peripheriarum, quarum radij Aζ, AB, ſive VH, AB. Ergo ſegmentum ſuperficiei conicæ quam deſcripſit HB, æquatur *b* rectangulo baſim habenti HB, altitudinem verò parem peripheriæ radij Aπ. *a Pappus l.3 p 41. b Corol p 3 l.2. hujus.*

Pari modo quoniam δD biſecta eſt in β, erit Aβ ſemiſſis ipſarum AD, Aδ. Quare etiam peripheria radij Aβ ſemiſſis eſt peripheriarum, quarum radij AD, Aδ; hoc eſt quarum radij AD, VF. Ergo ſegmentum ſuperficiei conicæ, quod genuit recta DF, æquatur *c* rectangulo baſim habenti DF, altitudinem verò parem peripheriæ radij Aβ. *c Corol p.3 l.2. hujus.*

Utræque igitur ſuperficies ab æqualibus lateribus HB, DF productæ æquantur rectangulo ſub alterutrâ ipſarum HB, DF & ſummâ peripheriarum radijs Aπ, Aβ deſcriptarum; hoc eſt rectangulo ſub ſummâ laterum HB, DF, & peripheriarum dictarum ſemiſſe comprehenſo. Atqui peripheria media CP dictarum peripheriarum ſemiſſis eſt; cùm enim βπ biſecta ſit in C, patet radium AC ſemiſſem eſſe radiorum Aβ, Aπ. Ergo ſuperficies à lateribus HB, DF genitæ, æquantur rectangulo ſub laterum HB, DF ſummâ, & peripheriâ mediâ contento.

Eodem diſcurſu oſtendemus ſuperficies à lateribus FE, EH deſcriptas, æquari rectangulo ſub ſummâ laterum FE, EH & mediâ peripheriâ comprehenſo. Atque hoc in hypotheſi datâ ſemper eveniet. Omnes igitur ſuperficies conicæ annulo inſcriptæ æquantur rectangulo ſub omnium inſcriptorum laterum ſummâ, & peripheriâ mediâ comprehenſo. Quod erat Demonſtrandum.

In annulo clauſo varianda nonnihil demonſtratio erit. Nam HB deſcribit integram coni ſuperficiem, quæ æqualis eſt *a* triangulo, cujus altitudo HB, baſis verò peripheriâ radij VH, ſive Bζ; hoc eſt rectangulo contento ſub HB, & peripheriâ radij Bπ ſive Aπ. Reliqua demonſtratio ut prius inſtituetur. *Fig. 107. a 2.l.2. hujus.*

## PROPOSITIO III.

*Schematiſmus 15. Fig. 106. 107.* **Iiſdem poſitis:**

**Superficies à quotcumque lateribus DG, GI, IK, KO, OB annulo conſcriptis genitæ, æquantur rectangulo, cujus baſim conficiunt conſcripta latera, altitudo verò par eſt peripheriæ mediæ CP.**

*Fig. 106.* DEtur primò annulus patens. Cylindricæ ſuperficies, quas DG, *b* BO, cùm genitrix figura circulus, vel Ellipſis eſt, producunt, æquantur *c* rectangulis quorum altitudines DG, BO, Baſes verò peripheriæ Dω, BS radiorum AD, AB; hoc eſt ambæ ſimul æquantur rectangulo ſub alterutrâ æqualium DG, BO, & ſummâ peripheriarum Dω, BS comprehenſo; hoc eſt rectangulo ſub ſummâ laterum DG, BO, & peripheriarum Dω, BS ſemiſſe contento; hoc eſt rectangulo contento ſub ſummâ laterum DG, BO, & peripheriâ mediâ CP; peripheria enim media ipſarum Dω, BS ſemiſſis eſt. *b 1.l.4. hujus. c 4.l.2. hujus.*

Deinde annulus planus, quem producit parallelum latus IK, æquatur rectangulo *a*, cujus baſis IK, altitudo autem peripheria radij TE, hoc eſt rurſum peripheria media CP. *a 1.l.2. hujus.*

De-

Digitized by Google

Denique ſuperficies conicas ab intermedijs lateribus GI, OK, vel alijs quotcumque, productas æquari rectangulo ſub ſummâ laterum GI, OK, & peripheriâ mediâ comprehenſo demonſtrabitur, ut in præcedenti. Omnes igitur ſuperficies annulo conſcriptæ æquantur rectangulo, ſub laterum conſcriptorum ſummâ, & mediâ peripheriâ comprehenſo. Quod erat demonſtrandum.

In clauſo annulo ſic variabitur demonſtratio; oſtenſum eſt Cylindricam ſuperficiem à DG productam, æquari rectangulo ſub DG & peripheriâ Dα contento; hoc eſt rectangulo ſub ſummâ laterum DG, BO æqualium, & ſemiſſe peripheriæ ϛα, quæ ipſa eſt peripheria media CP. Tum cætera ut prius.

*Poſtulatum.*

Superficies annulari ſuperficiei conſcriptas (de quibus hactenus) majores eſſe annulari ſuperficie; inſcriptas verò eâdem minores exiſtere.

PROPOSITIO IV.

Iiſdem poſitis:

Schematiſmus 14. Fig. 106. 107. **Annularis ſuperficies exhauritur tam per conſcriptas ſuperficies, quàm per inſcriptas.**

b 2.l.4. hujus: c 3.l.4. hujus. SUperficies inſcriptæ *b* æquantur rectangulo, cujus baſis eſt ſumma laterum inſcriptorum, altitudo peripheria media: conſcriptæ verò æquantur *c* rectangulo cujus baſis eſt conſcriptorum laterum ſumma, altitudo etiam peripheria media. Ergo ſuperficies conſcriptæ ſunt ad inſcriptas, ut latera conſcripta ad inſcripta. Sed horum laterum differentia tandem fit datâ minor. Ergo etiam differentia conſcriptarum, ſuperficierum, & inſcriptarum fit tandem datâ minor. Atqui *a* annularis ſuperficies eſt minor ſuperficiebus conſcriptis; major autem inſcriptis. Ergo differentiæ conſcriptarum, & inſcriptarum ſuperficierum reſpectu ſuperficiei annularis multò magis tandem evadent minores data. Quod erat demonſtrandum. a Poſtulat.

*Corollarium.*

Ex his ſatis colligitur id, quod poſteà uſui erit, ſuperficies quæ parti exteriori annularis ſuperficiei, ſeu à perimetro DFE generatæ, inſcribuntur, eandem ſuperficiem exhaurire.

PROPOSITIO V.

Schematiſmus 15. Fig. 106. 107. **Superficies annuli, quem figura genuit curvilinea plana quæcumque (DEB) axem habens (CE) revolutionis diametro (AC) perpendicularem, æqualis eſt rectangulo ſub genitore perimetro (DFEHB) & peripheria annuli media (CP) comprehenſo.**

ANnulo ſuperficies inſcribantur, & conſcribantur, ut *propoſitione 1 hujus libri* factum. Annuli ſuperficies nequit major eſſe rectangulo ſub genitore perimetro DFEHB, & peripheriâ mediâ CP comprehenſo. Omnes enim conſcriptæ ſuperficies, quæ ſuperficiem annuli poſſunt *b* excedere quantitate quantumvis parvâ, hoc eſt minori ac minori in infinitum, ſemper æquantur rectangulo ſub lateribus genitori perimetro conſcriptis; & peripheriâ mediâ comprehenſo, ideóque majores ſunt ſemper rectangulo contento ſub perimetro genitore, & peripheriâ mediâ. Neque etiam poterit annuli ſuperficies eſſe minor rectangulo contento ſub perimetro genitore, & mediâ peripheriâ: nam omnes ſuperficies annulo inſcriptæ ſemper æquales ſunt rectangulo facto ſub lateribus genitori perimetro inſcriptis, & mediâ peripheriâ, ac proinde ſemper minores ſunt rectangulo ſub genitore perimetro, & peripheriâ mediâ contento. Ergo annuli ſuperficies rectangulo ſub perimetro genitore, & peripheriâ mediâ comprehenſo, æqualis eſt. Quod erat demonſtrandum. b Præced.

Ad impoſſibile reducat, qui volet, hunc in modum. Si negas ſuperficiem annularem eſſe parem dicto rectangulo, aut major erit, aut minor. Ponatur primò minor defectu Z. Superficiei annulari conſcribi ſuperficies poſſunt, quæ ipſam excedant *a* exceſſu minori quàm Z. Ergo etiam hæ minores erunt dicto rectangulo, nimirum peripheriâ mediâ & genitore perimetro comprehenſo. Quod eſt abſurdum; demonſtratum *b* quippe eſt ſuperficies illas conſcriptas æquari rectangulo facto ex lateribus genitori perimetro conſcriptis & peripheriâ mediâ contento, quod majus eſt rectangulo facto ſub genitore perimetro & peripheriâ mediâ. a Præced. b 3.l.4. hujus.

Ponatur deinde eſſe major exceſſu X. Superficiei annulari inſcribi poſſunt conicæ ſuperficies, quæ ab ipſa deficiant defectu *c* minori quàm X. Erunt igitur etiam hæ majores dicto rectangulo nempè ſub perimetro genitore & peripheriâ mediâ comprehenſo: quod eſt abſurdum; cùm inſcriptæ illæ ſuperficies æquentur *d* rectangulo facto ſub lateribus inſcriptis genitori perimetro, & peripheriâ mediâ, quod minus eſt rectangulo facto ſub perimetro genitore & peripheriâ mediâ. Quoniam igitur annuli ſuperficies, nec major nec minor eſt; rectangulo ſub genitore perimetro, & peripheriâ mediâ comprehenſo, eidem æqualis erit. c Præced. d 2.l.4. hujus.

PROPOSITIO VI.

**Superficies annuli, quem figura curvilinea plana quæcumque (DEB) genuit, æqualis eſt curvæ ſuperficiei Cylindri recti, cujus baſis eſt genitrix annuli figura (DEB) altitudo verò æqualis peripheriæ mediæ (CP.)** Schematiſmus 15. Fig. 106. 107. 105.

SUperficies annuli æquatur *a* rectangulo ſub genitore perimetro, & mediâ CP peripheriâ comprehenſo. Sed hoc æquatur *b* ſuperficiei Cylindri dati. Ergo &c. a Præced. b 4.l.2. hujus.

*Per heterogenea.*

Ducantur in figura genitrice duæ rectæ ϛF, ζH figuræ axem CE, parallelæ & æqualiter ab eo diſtantes. Cùm figurâ in orbem ductâ annulum generat, puncta F & H in annuli ſuperficie producunt peripherias Fθ, Hφ, æquales peripherijs radiorum Aϛ, Aζ. Sed peripheriæ radiorum Aϛ, Aζ ſimul ſumptæ, duplæ ſunt peripheriæ mediæ CP: ſunt enim peripheriæ mediæ ut radij radij

radij autem Aδ, Aζ ſimul ſumpti, dupli ſunt radij AC. Ergo peripheriæ Fθ, Hφ ſimul ſumptæ æquantur peripheriæ mediæ bis; hoc eſt, duabus rectis *c* lineis FY, HQ in ſuperficie Cylindricâ per puncta F, & H deſcriptis. Quare cùm hoc ſemper in quotcumque peripherijs, & lineis rectis eveniat, ſuperficies annuli, & curva ſuperficies Cylindri æquales erunt. Quod erat demonſtrandum.

*c Colligitur ex hyp. vide. Fig. 105.*

*Confer cum propoſ. 5. lib. 3. & nota annularium corporum ac ſuperficierum analogiam. Quod enim hic de ſuperficie circulari annuli, iſthic de ſoliditate oſtenſum eſt.*

### PROPOSITIO VII.

*Schematiſmus 15. Fig. 106. 107. 105.*

**Omnis annuli à quacumque figurâ (DEB) geniti ſuperficies ad curvam ſuperficiem Cylindri, qui pro baſi habet figuram (DEB) annuli genitricem, eam habet rationem, quam peripheria media (CP) ad altitudinem Cylindri (BZ.)**

SUper eâdem baſi intelligatur Cylindrus DQ, altitudinem habens BQ parem peripheriæ mediæ CP. Hujus curva ſuperficies hoc eſt ſuperficies *a* annuli, eſt ad ſuperficiem curvam Cylindri DZ, ut BQ ad BZ, hoc eſt *b* ut peripheria media CP ad BZ. Quod erat propoſitum.

*a Præced. b Ex hypotheſi conſtructionis.*

Poterit etiam hoc theorema demonſtrari non aſſumptâ altitudine æquali peripheriæ mediæ, ut patebit diſcurſus propoſitionum 5, & 6 conſideranti.

*Confer cum propoſ. 6. lib. 3. & nota annularium ſuperficierum ac corporum analogiam.*

### PROPOSITIO VIII.

*Schematiſmus 15. Fig. 106. 107.*

**Si cujuſvis annuli genitrix peripheria ita ſit ad peripheriam baſeos Cylindri, ut reciprocè Cylindri altitudo eſt ad peripheriam annuli mediam; ſuperficies annuli, & curva Cylindri æqualis erunt: & è converſo.**

SUper figurâ genitrice annuli intelligatur Cylindrus Z, altitudinem habens parem peripheriæ mediæ CP. Hujus Z Cylindri ſuperficies curva *c* æqualis erit ſuperficiei annulari: & quia peripheria baſeos Cylindri Z (ipſa nempè peripheria genitrix) eſt ad peripheriam baſeos Cylindri dati, ut reciprocè altitudo Cylindri dati eſt ad peripheriam mediam annuli, hoc eſt *a* ad altitudinem Cylindri Z, erit ſuperficies *b* Cylindri Z (hoc eſt ſuperficies annuli) æqualis ſuperficiei Cylindri dati. Quod erat demonſtrandum.

*c 9. l. 4. hujus. d Ex hyp. a Ex hyp. b Corol. p. 4. l. 2. hujus.*

*Confer cum prop. 7. l. 3. & nota analogiam.*

### PROPOSITIO IX.

*Schematiſmus 11. Fig. 106. 107.*

**Omnis annuli à quacumque figura geniti ſuperficies ad ſuperficiem curvam cujuſvis Cylindri, rationem habet compoſitam ex ratione peripheriæ genitricis ad peripheriam baſeos Cylindri, & ex ratione peripheriæ mediæ ad Cylindri altitudinem.**

SUper figurâ genitrice annuli intelligatur erigi Cylindrus Z, altitudinem habens parem peripheriæ mediæ. Erit Z Cylindri ſuperficies ſuperficici annuli *c* æqualis. Sed ejus ſuperficies ad ſuperficiem dati Cylindri rationem *d* habet compoſitam ex ratione peripheriæ baſeos (hoc eſt *e* peripheriæ genitricis) ad peripheriam baſeos Cylindri dati, & ex ratione altitudinis ſuæ (hoc eſt *f* peripheriæ mediæ) ad altitudinem Cylindri dati. Ergo &c.

*c 6. l. 4. hujus. d Corol. p. 4. l. 2. hujus. e Hyp. f Hyp.*

*Nota analogiam hujus cum prop. 8. l. 3.*

### PROPOSITIO X.

*Schematiſmus 11. Fig. 76.*

**Superficies annulorum à concentricis (BG, OH) circulis genitorum, eam inter ſe rationem habent, quam circulorum diametri (BD, OE.)**

**Et ſuperficies annulorum à quibuſvis planis figuris genitorum, poſitis circa eundem axem, qui revolutionis diametro (AC) perpendicularis ſit, eandem inter ſe rationem habent, quam genitricum figurarum perimetri.**

SUper figuris genitricibus ſtatuantur Cylindri, altitudinem habentes parem peripheriæ mediæ CF, quæ annulis datis omnibus communis erit. Horum Cylindrorum curvæ ſuperficies *a* æquantur ſuperficiebus annulorum; & ſunt *b* inter ſe, ut genitricum figurarum perimetri; hoc eſt in annulis *c* circularibus, ut diametri BD, OE. Ergo liquet propoſitum.

*a 6. l. 4. hujus. b Corol. p. 4. l. 2. hujus. c 2. l. 4. hujus.*

*Confer cum prop. 9. lib. 3.*

### PROPOSITIO XI.

*Schematiſmus 11. Fig. 77.*

**Omnium annulorum ſuperficies, quarum reciprocantur genitores perimetri (BFO, CGE) & revolutionum diametri (QA, PA) æquales ſunt: & è converſo.**

SUper figuris genitricibus conſtituantur Cylindri X, & Z, quorum altitudines ſint peripheriæ mediæ PN, QK. Quoniam eſt ut BFO perimeter baſeos Cylindri X, ad CGE perimetrum baſeos Cylindri Z, ita reciprocè *d* QA ad PA, hoc eſt peripheria media QK, Cylindri Z altitudo, ad peripheriam mediam PN altitudinem Cylindri X: erunt Cylindrorum X & Z ſuperficies inter ſe *e* æquales. Sed horum Cylindrorum *f* ſuperficies æquantur ſuperficiebus annulorum. Ergo & annulorum ſuperficies æquales erunt.

*d Hypoth. e Corol. p. 4. l. 2. hujus. f 6. l. 4. hujus.*

Similis demonſtratio converſæ.

*Hanc confer cum prop. 10. lib. 3.*

### PROPOSITIO XII.

*Schematiſmus 11. Fig. 77.*

**Omnium annulorum ſuperficies rationem inter ſe habent compoſitam ex ratione perimetrorum genitorum (BFO, CGE) & ex ratione diametrorum revolutionis (PA, QA)**

CYlindricæ ſuperficies quarum baſes ſunt genitores perimetri, altitudines verò peripheriæ mediæ PN, QK, æquantur *a* ſuperficiebus annulorum; & rationem inter ſe habent *b* compoſitam ex ratione perimetrorum baſium BFO, CGE, & altitudinum PN, QK, hoc eſt *c* PA ad QA, Ergo &c.

*a 6. l. 4. hujus. b Corol. p. 4. l. 2. hujus. c Pap. l. 5. p. 41.*

*Nota analogiam cum 13. lib. 3.*

PRO-

### PROPOSITIO XIII.

Schematiſmus 11. Fig. 78. **Annulorum ab æqualibus, & ſimilibus figuris (BNE, DPF) genitorum, & ſoliditas & ſuperficies, eam inter ſe rationem habent, quam revolutionum diametri (OA, CA:) & è converſo.**

DE ſoliditate oſtenſum *prop. 16. l. 3.* nunc de ſuperficie. Superficies Cylindrorum, quorum baſes ſunt figuræ BNE, DPF; altitudines verò peri-
d Corol. p. 4 l. 2. hujus. pheriæ mediæ OH, CG, cùm per hyp. perimetros
c Pap. l. 5. p. 41. baſium BNE, DPF æquales habeant, ſunt inter *d* ſe, ut altitudines OH, CG, hoc eſt *e* ut OA, CA. Sed
f 6. l. 4. hujus. hæ Cylindricæ ſuperficies *f* æquantur ſuperficiebus annularibus, quas producunt perimetri BNE, DPF polo A. Ergo etiam annulares ſuperficies ſunt inter ſe, ut OA ad CA. Quod erat demonſtrandum.

*Hic enimverò inter annulorum ſoliditatem ac ſuperficiem proprietatum non tam analogia, ſed identitas eſt.*

### PROPOSITIO XIV.

Schematiſmus 11. Fig. 79. **Annulus patens, ſibi contigui clauſi annuli, ab æquali & ſimili figura geniti, tam ſuperficie quàm ſoliditate triplus eſt.**

DE ſoliditate oſtenſum 17. *l.* 3. nunc de ſuperficie. Æquales ac ſimiles figuræ genitrices ſint QGR, RFA æqualibus baſibus QR, RA impoſitæ, & ſibi contiguæ; quæ polo A in orbem ductæ, annulo deſcribant. Oportet oſtendere ſuperficiem patentis annuli à figurâ QGR procreati, eſſe triplam ſuperficiei annuli clauſi, producti à figurâ RFA.

Puncta media ſint C & B, ac proinde *a* revolutio-
a Defin. 7. & 8. l. 3. hujus. num diametri CA, BA. Quoniam ex hyp. latitudines QR, AR æquales ſunt, & bifariam diviſæ *b* in C & B,
b Ibidem. patet CA eſſe triplam BA. Atqui datorum annulorum ab æqualibus & ſimilibus figuris genitorum ſuperficies *b* ſunt inter ſe, ut revolutionum diametri CA, BA. Ergo annulus patens ſibi contigui clauſi ab æquali & ſimili figurâ geniti, etiam quoad ſuperficiem triplus eſt. Quod erat demonſtrandum.

*En rurſum non modò analogia proprietatum, ſed abſoluta identitas, inter ſoliditates ac ſuperficies annulorum.*

### PROPOSITIO XV.

Schematiſmus 11. Fig. 79. **Annuli contigui, quorum primus ſit clauſus, ab æqualibus, & ſimilibus geniti figuris (AFR, RGQ, QHP, PKO &c.) tam quoad ſuperficiem, quàm ſoliditatem, eam inter ſe rationem habent quam imparium ab unitate numerorum ſeries, 1, 3, 5, 7, & eo deinceps ordine in infinitum.**

DE ſoliditate oſtenſum *prop. 18. l. 3. hujus*, nunc de ſuperficie. Puncta annulorum media ſint B, C, D, E &c. & revolutionum diametri BA, CA,
a Collig. ex hyp. DA, EA &c. Quoniam annulorum æquales *a* ſunt latitudines AR, RQ, QP, PO; & omnes bifa-
b Defin. 7. l. 3. hujus. riam ſecantur *b* in B, C, D, E punctis medijs; patet revolutionum diametros BA, CA, DA, EA &c.

*Tacquet Cylind. & Annul.*

conſtituere progreſſionem imparium ab unitate numerorum 1, 3, 5, 7, &c. Sed datorum annulorum ab æqualibus & ſimilibus figuris genitorum ſuperficies *e* ſunt inter ſe, ut revolutionum diametri. Ergo & e 13. l. 4. hujus.
annularium ſuperficierum datarum ratio eadem eſt, quæ numerorum ab unitate imparium. Quod erat propoſitum.

### *Scholium.*

*Erunt fortaſſe quibus videbitur, ea quæ tribus præcedentibus theorematis demonſtravimus, inter Geometriæ admiranda reponi poſſe. Demonſtraverat Archimedes Cylindrum inſcripta ſibi ſphæra & ſoliditate & ſuperficie ſeſquialterum eſſe. Atque hoc ſuum inventum tanti fecit, ut ob eam utriuſque dimenſionis adæquatam analogiam, Plutarcho teſte, ſphæram Cylindro inſcriptam ſepulchro ſuo apponi juſſerit. Atqui hic omnino etiam adæquata, & plena analogia eſt, ut eædem proprietates & corpori, & toti ſuperficiei corporis, conveniant. Cujus quidem rei utrum alij alia habeant exempla, ignoro: ego certè aliud hactenus in Geometria univerſa vix ullum reperio.*

### PROPOSITIO XVI.

**Clauſorum annulorum à ſimilibus figuris (CFA, BEA) genitorum ſuperficies, duplicatam habent latitudinum (CA, BA) rationem.** Schematiſmus 11. Fig. 80.

POlus ſit A; & CA, BA bifariam diviſis in K & O, revolutionum diametri ſint KA, OA. Annulorum clauſorum datorum ratio compoſita *a* eſt ex ra- a 12. l. 4. hujus.
tione perimetri CFA, ad perimetrum BEA, & ex ratione KA ad OA. Sed quia genitrices figuræ *b* ſimi- b Hyp.
les ſunt, ratio perimetri CFA ad perimetrum BEA, eſt ratio CA ad BA; & ratio KA ad OA eſt etiam ratio CA ad BA. Ergo ratio datorum annulorum clauſorum compoſita eſt ex ratione CA ad BA bis ſumptâ: hoc eſt, duplicata eſt rationis CA ad BA. Quod erat demonſtrandum.

*Confer cum 19. lib. 3.*

### PROPOSITIO XVII.

**Dati ſint quotcumque annuli contigui quorum primus ſit clauſus, geniti à figuris æqualibus & ſimilibus AFR, RGQ, QHP &c. circa polum A in orbem ductis. Datus item ſit annulus clauſus polo etiam A productus à figura AZN prioribus ſimili, contiguos annulos omnes complectens.** Schematiſmus 11. Fig. 79.

**Hujus annuli ſuperficies omnibus contiguorum annulorum ſuperficiebus æqualis erit: &, ſi intra eundem annulum Millies fuerint plures contigui annuli, ab æqualibus, & ſimilibus figuris geniti, hujus nihilominùs ſuperficies illorum omnium ſuperficiebus æqualis erit.**

QUoniam figuræ genitrices ponuntur æquales & ſimiles, latitudines annulorum AR, RQ &c. æquales erunt. Ergo datorum annulorum ſuperficies



Digitized by Google

*c 15. l. 4. hujus.* *d Lemma poſt 20. l. 3. hujus.* perficies ſunt inter ſe, *c* ut numeri totidem impares 1, 3, 5, 7, &c. quot dati ſunt annuli. Sed horum aggregatum numerorum eſt ad unitatem in ratione duplicatâ ejus, quam *d* habet ipſa multitudo numerorum imparium (ſive annulorum contiguorum) ad unitatem. Ergo etiam contiguarum annularium ſuperficierum aggregatum ad primam F annularem ſuperficiem, rationem habet duplicatam ejus, quam habet multitudo annulorum ad unitatem; hoc eſt, ejus quam habet NA ad RA. Sed etiam *a* ſuperficies *a 16. l. 4. hujus.* annuli clauſi à figurâ AZN producti, ad primam F annularem ſuperficiem duplicatam habet rationem ejus, quam habet NA ad RA. Ergo ſuperficies annuli clauſi à figurâ AZN producti, annulorum contiguorum intra ipſum deſcriptorum ſuperficiebus æqualis eſt. Quod erat demonſtrandum.

*Schematiſmus 11. Fig. 79.* Vera eſt propoſitio licet nec contiguorum annulorum primus, nec ille qui contiguos complectitur, ſit clauſus. Sint enim contigui annuli ab æqualibus, & ſimilibus PKO, OLN figuris geniti, polo A, eoſque complectens annulus, polo item A productus à figurâ prioribus ſimili NSP. Puncta media contiguorum ſint M, & E. Superficies annuli geniti ab OKP æquatur rectangulo contento ſub OKP perimetro & peripheriâ mediâ puncti E per 5. *l.* 4, hujus ſimiliter ſuperficies annuli geniti ab OLN æquatur rectangulo ſub peripheriâ mediâ puncti M & perimetro NLO contento. Sed hæc duo rectangula æquantur rectangulo quod fit ſub ſummâ perimetrorum NLO, OKP, & ſemiſſe peripheriarum per M, & E tranſeuntium. Ergo ſuperficies annulares genitæ ab NLO, OKP æquantur rectangulo quod fit ex perimetrorum NLO, OKP ſummâ, & ſemiſſe peripheriarum per M & E. Atqui perimetri NLO, OKP conficiunt perimetrum NSP (cùm enim ſimiles omnes ſint, erit NLO ad NSP, ut NO ad NP, & OKP ad NSP ut OP ad NP, adeoque ut NO cum OP ad NP, ſic NLO cum OKP ad NSP) & peripheriarum per M & E ſemiſſis eſt peripheria per O. Ergo ſuperficies annulares genitæ ab NLO, OKP polo A æquantur rectangulo ſub NSP, & peripheriâ per O tranſeunte comprehenſo; hoc eſt per 5. *lib.* 4. ſuperficiei annulari genitæ ab NSP polo A. Quod erat propoſitum. Similis erit demonſtratio ſi annuli eſſent impares.

*Conferatur cum prop. 20. lib. 3.*

## PROPOSTIO XVIII.

*Schematiſmus 11. Fig. 79.* **Dati ſint quotcumque annuli contigui; quorum primus ſit clauſus geniti à figuris ſimilibus AXP, PSN circa polum in orbem actis, & latitudines annulorum AP, PN commenſurabiles ſint. Datus item ſit clauſus annulus à figurâ prioribus ſimili AZN, polo item A, procreatus, contiguos annulos comprehendens.**

**Hujus annuli ſuperficies contiguorum annulorum ſuperficiebus æqualis erit: & ſi millies fuerint plures contigui annuli latitudine commenſurabiles, à ſimilibus figuris geniti, nihilominus annuli Z ſuperficies, illorum omnium ſuperficiebus æqualis erit.**

Datorum annulorum latitudines AP, PN in partes AR, RQ, QP, PO, ON communi menſuræ æquales reſolvantur; ſuperque ijs conſtituantur figuræ datis ſimiles AFR, RGQ, QHP, PKO, OLN, quæ polo A circumactæ producant annulos. Superficies annuli à figurâ AXP geniti polo A æquatur *b* ſuperficiebus annulorum à figuris AFR, RGQ, *b Præced.* QHP eodem A polo genitorum. Similiter *c* ſuper- *c Ibidem.* ficies annuli producti à figurâ PSN, polo A, æquatur ſuperficiebus annulorum genitorum à figuris PKO, OLN. Igitur ſimul ſumptæ annulorum X & S ſuperficies, ſuperficiebus annulorum F, G, H, K, L ſimul ſumptis, hoc eſt ſuperficiei *a* annulari Z, æqua- *a Ibidem.* les erunt. Quod erat demonſtrandum.

Vera erit propoſitio, licet neque primus contiguorum, neque is qui complectitur contiguos, ſit clauſus. Patet ex ſecundâ parte præcedentis.

## PROPOSITIO XIX.

**Si annuli patens (BCF) & clauſus (BCPE) eandem habeant genitricem figuram EHE; patentis annuli ſuperficies, ſuperficiem clauſi excedit Cylindricâ ſuperficie, cujus baſis eſt figura genitrix, altitudo minimâ patentis annuli peripheria EN.** *Schematiſmus 11. Fig. 81.*

Patentis annuli polus ſit A; peripheria media OF; annuli clauſi polus E; peripheria media ED. Quoniam peripheria OF æquatur *b* peripherijs *b Lem. poſt 21. l. 3. hujus.* OD, EN; etiam ſuperficies *c* Cylindri ſuper BHE in altitudine peripheriæ mediæ OF ſuperficiebus Cy- *c Corol. p. 4 l. 2. hujus.* lindrorum, quorum altitudines peripheriæ OD, & EN, baſis verò BHE, æqualis erit. Sed ſuperficies Cylindri ſuper baſi BHE, in altitudine OF, æquatur *d* ſuperficiei annuli polo A, à figurâ BHE producti; & ſuperficies Cylindri cujus altitudo OD, baſis verò *d 6. l. 4. huius.* BHE æquatur *e* ſuperficiei annuli, cujus peripheria *e Ibidem.* media OD, figura autem genitrix BHE. Ergo ſuperficies annuli geniti à BHE polo A, æquatur ſuperficiei annuli clauſi, quem genuit figura BHE polo E, unà cum Cylindricâ ſuperficie, cujus baſis BHE, altitudo EN. Quod erat propoſitum.

*Notetur analogia cum 21. lib. 3. hujus.*

## PROPOSITIO XX.

**Annulorum (BFEMK, CGDHN) ab æqualibus & ſimilibus figuris BFE, CGD genitorum, & CE ſemiſſem latitudinis communem habentium, ſuperficies differunt ſuperficie clauſi annuli, ab genitricum figurarum alterutrâ producti.** *Schematiſmus 12. Fig. 82.*

Superficies annuli geniti à figura BFE polo A excedit *a* ſuperficiem clauſi annuli geniti ab ea- *a Præced.* dem BFE, ſeu CGD polo E, curva ſuperficie Cylindri, cujus baſis BFE, altitudo peripheria EK. Ergo ſuperficies annuli à BFE polo A geniti, excedit ſuperficiem Cylindri ſuper CGD in altitudine EK, clauſi ſuperficie annuli geniti à BFE, polo E. Sed ſuperficies Cylindri ſuper CGD in altitudine EK æquatur *b* ſuperficiei annuli geniti à CGD polo *b 6. l. 4. hujus.* A.

A. Ergo ſuperficies annuli geniti à BFB polo A, excedit ſuperficiem annuli geniti à CGD polo A, ſuperficie annuli clauſi geniti à BFE polo E. Quod erat demonſtrandum.

*Notetur analogia cum 22. lib. 3.*

## PROPOSITIO XXI.

*Schematiſmus 12. Fig. 83. 84.*

**Dati ſint perimetri æquales BQD, NPO, ſive contigui ſive diſſiti, ſive invicem ſecantes (duos primos caſus figuræ expriment) qui polo A circumacti annulares deſcribant ſuperficies; quarum peripheriæ mediæ ſint CF, EG.**

**Harum ſuperficierum differentia eſt ſuperficies annuli BDQA, à figura BQD polo E producti; cujus nimirum revolutionis diameter eſt CE peripheriarum mediarum intervallum.**

CEntro E ſpatio EC deſcribatur peripheria CH; erit hæc peripheria media annuli polo E, à figurà BQD deſcripta. Qnoniam peripheria CF peripherijs *a* CH, EG æqualis eſt; ſuntque item æquales perimetri BQD, NPO; erit ſuperficies Cylindrica, cujus baſis eſt perimeter BQD, altitudo peripheria media CF, æqualis ſuperficiebus *b* Cylindricis, quarum baſes perimetri BQD, NPO, altitudines peripheriæ mediæ CH, EG. Sed Cylindrica ſuperficies, cujus baſis BQD altitudo CF peripheria media, æquatur *c* ſuperficiei annulari à BQD, polo A productæ: & ſuperficies Cylindrica, cujus baſis BQD, altitudo peripheria media CH, æquatur ſuperficiei *d* annulari, genitæ à BQD polo E: tandem Cylindrica ſuperficies, cujus baſis NPO, altitudo peripheria media EG, æquatur annulari *e* ſuperficiei genitæ ab NPO polo A. Ergo ſuperficies annularis genita à BQD polo A, annularibus genitis à BQD polo E, & ab NPO polo A æqualis eſt; ideoque quæ fit à BQD polo E, reliquarum differentia eſt. Quod erat demonſtrandum.

*a Lem. poſt 21. l. 3. hujus.*
*b Corol. p. 4. l. 2. hujus.*
*c 6. l. 4. hujus.*
*d Ibidem.*
*e Ibidem.*

*Notetur analogia cum 23. lib. 3.*

## PROPOSITIO XXII.

*Schematiſmus 13. Fig. 89. 91.*

**Omnis annuli circularis ſuperficies æqualis eſt circulo, cujus radius media proportionalis eſt inter (EC) genitoris circuli diametrum, & peripheriam annuli mediam (DZ.)**

SUperficies annuli circularis cujuſcumque æquatur rectæ ſuperficiei *f* Cylindricæ, cujus altitudo par eſt peripheriæ mediæ ipſius annuli DZ; baſis autem eſt genitoris circuli perimeter EFCG. Sed Cylindrica ea ſuperficies æquatur *g* circulo, cujus radius eſt media proportionalis inter baſeos diametrum EC, & altitudinem, hoc eſt peripheriam mediam DZ. Ergo etiam ſuperficies circularis annuli æquatur circulo, cujus radius eſt media proportionalis inter EC genitoris circuli diametrum, & peripheriam mediam DZ. Quod fuit demonſtrandum.

*f 6. l. 4. hujus.*
*g Arch. l. 1. de ſph. & cyl. p. 13.*

## PROPOSITIO XXIII.

*Schematiſmus 13. Fig. 89.*

**Annuli circularis clauſi ſectio *a* per circuli genitoris axem FG, genitoris circuli quadrupla eſt.**

SEctio annuli clauſi per axem genitoris circuli facta eſt Cylindrica ſuperficies, cujus baſis par eſt peripheriæ mediæ DZ, ejuſque radius eſt æqualis revolutionis diametro AD; altitudo autem illius eſt axis FG. Atqui ea ſuperficies Cylindrica æquatur *b* rectangulo, quod ſuperficiei Cylindricæ baſi (hoc eſt peripheriâ mediâ DZ; hoc eſt perimetro genitore, æquales enim ſunt, utpotè communem habentes radium DC) & altitudine FG continetur. Sectio igitur clauſi annuli per axem FG æquatur rectangulo ſub peripheriâ EFCG, & FG axe ſeu diametro comprehenſo, ac proinde quadrupla eſt rectanguli contenti ſub radio DF, & circumferentiæ ſemiſſe EFC, hoc eſt *c* ipſius circuli genitoris EFCG. Quod erat demonſtrandum.

*a Defin. 14 l. 3. hujus.*
*b 4. l. 4. hujus.*
*c Patet ex Arch. p. 1. dimenſ. cir.*

## PROPOSITIO XXIV.

*Schematiſmus 13. Fig. 89. 91.*

**Omnis annuli circularis maxima *d* per polum ſectio æqualis eſt ejuſdem ſectioni *e* maximæ per axem genitoris circuli.**

GEnitor circulus eſto EFCG; ejus axis FG; polus A; diameter revolutionis AD; latitudo annuli CE. Superficies curva Cylindri, cujus baſis eſt circulus radij AD, altitudo autem genitoris circuli axis FG, eſt annuli maxima ſectio per axem FG. Sed ea Cylindrica ſuperficies æquatur *a* rectangulo, contento ſub peripheriâ radij AD, ac altitudine FG, ſive EC. Ergo annuli per FG Cylindrica ſectio æquatur rectangulo ſub peripheriâ radij AD ſive mediâ DZ, & ſub diametro EC comprehenſo. Sed in patente annulo planus annulus ECHM peripherijs radiorum AC, AE comprehenſus, in clauſo autem circulus CAEH deſcriptus radio CE, æquatur *b* etiam rectangulo contento ſub EC, & peripheria media DZ. Ergo in patente annulo planus annulus ECHM maxima patentis annuli ſectio per polum, in clauſo verò circulus CAEH maxima annuli clauſi per polum ſectio, æquatur ſectioni maximæ Cylindricæ per FG axem genitoris circuli. Quod erat demonſtrandum.

*d Defin. 12 13. l. 3. hujus.*
*e Defin. 14 l. 3. hujus.*
*a 4. l. 2. hujus.*
*b p. 1. & Coroll. 1. l. 3. hujus.*

# PARS II.

## PROPOSITIO XXV.

*Schematiſmus 15. Fig. 105.*

**Datus ſit Cylindrus DQ, cujus baſis eſto circulus DEB. Ducantur diametri DB, EC ad angulos rectos, & quatuor æqualia latera ſemicirculo inſcribantur. Ducantur deinde tangentes quinque in punctis D, F, E, H, B. Super his lateribus ſemicirculo jam inſcriptis, & conſcriptis ſuperficiei Cylindricæ plana inſcribantur, & conſcribantur.**

**Dico: ſi talis inſcriptio ſine termino multiplicetur; plana tam inſcripta,**

quàm conſcripta à Cylindricâ ſuperficie tandem different quantitate minori datâ.

a Collig. ex hyp. & ex 4. elem. 6. b Archim. de ſph. & Cyl. l. 1. p. 2.

OMnia ſimul plana conſcripta ſunt ad omnia ſimul plana inſcripta, ut *a* aggregatum linearum DG, GI, IK, KO, OB conſcriptarum, eſt ad aggregatum inſcriptarum DF, FE, EH, HB. Sed lineæ conſcriptæ ad inſcriptas tandem *b* habebunt rationem datâ minorem. Ergo & plana conſcripta ad inſcripta rationem habebunt tandem minorem datâ: ac proinde tandem etiam different quantitate minori datâ. A fortiori igitur plana tam conſcripta, quàm inſcripta à ſuperficie Cylindricâ tandem different quantitate minori datâ. Quod erat demonſtrandum.

### *Corollarium.*

Similiter Cylindricis ſuperficiebus Ellipticis, parabolicis, & hyperbolicis, & alijs quibuſcumque inſcribi poterunt plana, & conſcribi, quæ ab ipſâ ſuperficie differunt quantitate minori datâ. Quod demonſtrare ſuperſedeo ſtudio brevitatis.

## PROPOSITIO XXVI.

Schematiſmus 14. Fig. 104. 103. alternis inſpicienda.

Datus ſit annulus clauſus, genitus à figura plana quacumque EDC, axem habente DB revolutionis diametro AB perpendicularem; latitudo annuli ſit, EC, ordinatim poſita ad axem DB; peripheria media BP; maxima CQ.

Detur item Cylindrus rectus CDδ, baſim habens EDC figuram genitricem annuli; altitudinem verò CM quamcumque. In plano CMδE per axem tranſeunte, ducatur ME occurrens Cylindrico axi in H, & per hanc fiat ſectio MIE recta plano CMδE. Tum per BD axem figuræ genitricis, & axem ipſius Cylindri fiat ſectio BDIH, formans in plano MIE rectam HI. Erit hæc *a* parallela ad DB.

a Oſtenſum 27. l. 3. hujus.

Dico partem exteriorem QCC ſuperficiei annularis, quæ fit nimirùm à perimetro CFD, ad ſuperficiem Cylindricam CFDINM, quæ lineis curvis CFD, INM, ac rectis DI, CM continetur, eam habere proportionem, quam maxima annuli peripheria CQ ad Cylindri altitudinem MC.

b 1. l. 4. hujus.

FIguræ genitrici inſcribantur latera CF, FD. Hæc cum ipſâ figurâ circa polum A in orbem ducta, inſcribent annulo *b* conicas ſuperficies. Super iiſdem lateribus ſuperficiei Cylindricæ CFDINM inſcribantur plana CMNF, & FNID. Fiat deinde per HI ſectio LIO parallela baſi; & ducantur FT, Kω, NZ parallelæ ad BD, HI. Tum ex Z demittatur parallela ad ME: tranſibit hæc per *c* ω; ac proinde protracta ulterius incidet in T: eritque Zω æqualis *d* NK; adeoque & ZT æqualis NF. Superficiei conicæ ſegmentum deſcriptum à latere CF continetur inter *e* parallelos circulos, quorum radij EC, βF; ſive EC,

c Coroll. p. 7 l. 1. hujus. d Ibidem. e Vide 1. l. 4. hujus.

ET. Eſt autem peripheria CQ, ad peripheriam radij ET ſive ad peripheriam FAA, cujus radius βF, ut *f* EC radius ad radium ET; hoc eſt ut *g* MC ad ZT; hoc eſt *h* ut MC ad NF. Igitur MC, NF parallela latera trapezij CMNF, circulorum, quibus conica ſuperficies à latere CF producta continetur, peripherijs proportionalia ſunt. Quare cùm etiam trapezij altitudo CF eadem ſit cum latere ſuperficiei conicæ, erit ſuperficies conica ad trapezium, ut maxima *i* peripheria CQ ad maximum trapezij parallelum latus CN. Pari modo oſtendam ſuperficiem conicam deſcriptam à latere FD eſſe planum trapezium FNID ut peripheria FAA radij βF, ſive ET, ad maximum trapezij latus parallelum NF; hoc eſt rurſum *k* ut peripheria CQ, ad MC. Ergo omnes ſuperficies conicæ ſuperficiei QCC annulari inſcriptæ, ſunt ad omnia plana inſcripta Cylindricæ, ut peripheria CQ ad MC. Atque hoc ſemper eveniet, licet in infinitum inſcriptiones multiplicentur. Quare cùm inſuper tam annularis *a* ſuperficies QCC, quàm Cylindrica *b* per inſcriptiones dictas exhauriantur, erit annularis ad Cylindricam, ut *c* peripheria CQ ad MC. Quod erat demonſtrandum.

f Pappus l. 5. p. 41. g 2. Elem. 6. h Demonſtratum paulò ante. i 3 l. 3. hujus. k Oſtenſum eſt 27. l. 2. hujus & alibi ſæpius. a Coroll. 1. 4. l. 4. hujus. b Lem. infer. c 1. l. 1. hujus.

*In hac, & 5 ſequentibus obſerva utriuſque quantitatis analogiam: quæ enim hic de partium annularium curvâ ſuperficie; ea ipſa lib. 3. prop. 26 & 5 ſequentibus, de partium annularium ſoliditate demonſtrantur.*

### *Lemma.*

Superficiem Cylindricam CFDINM per inſcripta plana exhauriri, ſic oſtenditur. Per rectam HI, quæ eſt oſtenſa *d* parallela eſſe ad BD, & axi occurrit in H, facta eſt ſectio parallela baſi OILH. Unde LHINM eſt portio recti Cylindri per punctum M in latere, & diametrum baſeos HI (vel ſi Cylindrus eſt parabolicus, aut hyperbolicus, per HI axem figuræ LIO) abſciſſa. Hujus autem Cylindrica ſuperficies LKINM *e* per inſcripta trapezia LMNK &c. exhauritur. Sed & Cylindricam ſuperficiem CFDIKL per plana inſcripta CLKF &c. exhauriri ſuprà *f* demonſtravimus: Igitur tota ſuperficies Cylindrica CFDINM per tota trapezia inſcripta CMNF &c. exhaurietur. Quod erat propoſitum.

d 37. l. 3. hujus. e Coroll. 1. p. 7. l. 2. hujus. f 25. l. 4. hujus.

### *Per Heterogenea.*

Fig. eadem

Sumatur in exteriori genitoris perimetri ſemiſſe CFD quodvis punctum F, perque illud in annulari quidem ſuperficie tranſeat peripheria FAA, cujus radius βF; in ſuperficie autem Cylindricâ FN recta erigatur linea. Jam oſtenſum eſt in demonſtratione præcedenti peripheriam radij ET, ſive FAA, peripheriam eſſe ad CQ peripheriam, ut FN eſt ad CM. Igitur permutando peripheria FAA, eſt ad FN, ut peripheria CQ annuli maxima, ad CM, altitudinem Cylindri. Et hoc ſemper accidet. Igitur omnes peripheriæ ſuperficiei à perimetri ſemiſſe CFD generatæ, ſunt ad omnes rectas lineas ſuperficiei Cylindricæ CFDINM, ut peripheria CQ eſt ad CM. Ergo ipſa annularis ſuperficiei pars exterior QCC à perimetri ſemiſſe genita, eſt ad Cylindricam ſuperficiem CFDINM, ut peripheria CQ ad CM. Quod erat propoſitum.

Eodem diſcurſu probabitur omnes peripherias reliquæ ſuperficiei annularis, genitæ à perimetri genitoris ſemiſſe alterâ DE, eſſe ad omnes lineas rectas ſuper-

ſuperficiei Cylindricæ Eπ IDφE, ut peripheria CQ ad CM: ac proinde (quod ſequenti *prop.* Geometricè demonſtrabimus) ipſam reliquam annularem ſuperficiem eſſe ad reliquam ſuperficiem Cylindricam EπIDφE, ut peripheria CQ ad CM.

*Corollarium.*

Ex his conſequens erit totam annuli clauſi ſuperficiem, eſſe ad totam Cylindricam ſuperficiem CDEπIM, hoc eſt ad ſuperficiem Cylindricam CDEOIL, ut peripheria CQ eſt ad CM; hoc eſt ut peripheria media BP ad BH altitudinem Cylindri Cζ. Atque ita habetur alia propoſitionum 6 & 7 *hujus libri* per heterogenea demonſtratio.

PROPOSITIO XXVII.

*Schematiſmus* 14. *Fig.* 104. 103. *Alternis inſpicienda.* Iiſdem poſitis: Annularis clauſæ ſuperficiei pars interior quam genuit perimetri ſemiſſis altera ED; eſt ad Cylindricam ſuperficiem EπIDφE, ut CQ maxima clauſi annuli peripheria eſt ad Cylindri altitudinem CM.

a *Ex datis.* SUperficies Cylindrica EπIMC ſemiſſis eſt ſuperficiei Cylindricæ CDEζφM. Sed ejuſdem dimidia quoque eſt ſuperficies CDEOIL: cùm enim a CE dupla ſit BE, etiam MC dupla eſt HB; ſive LC. Ergo ſuperficies EπIMC, & CDEOIL æquales ſunt. Sed tota annuli ſuperficies eſt ad ſuperficiem Cylindricam CDEOIL, ut peripheria b media BP, b 7. *l.* 4. *hujus.* eſt ad BH; hoc eſt ut c peripheria CQ ad CM. Ergo etiam ſuperficies annuli eſt ad ſuperficiem c *Oſtenſum eſt prop.* 27. 1. 3. *hujus.* & *alibi.* EπIMC, ut CQ eſt ad CM. Atqui etiam d exterior annularis ſuperficiei pars eſt ad ſuperficiem illius Cylindricæ partem CFDINM, ut CQ peripheria eſt ad d 26. *l.* 4. *hujus.* CM. Ergo & reliqua annularis ſuperficiei pars, nempè interior, erit ad reliquam Cylindri ſuperficiem EπIDφE, ut CQ peripheria eſt ad CM. Quod fuit demonſtrandum.

*Confer cum* 27 *lib.* 3. *Et nota ſuperficiei ac corporis analogiam.*

PROPOSITIO XXVIII.

Iiſdem poſitis: ſuperficies annuli clauſi *Schematiſmus* 14. *Fig.* 104. 103. *Alternis inſpicienda.* tam exterior QCC, quàm interior CCE, ſumptis in perimetro genitore punctis quibuſcumque F, φ, dividatur per peripherias FAA, BB. Tum ex punctis iiſdem F & φ ductis in Cylindrica ſuperficie rectis FN, φπ, illa ſimiliter dividatur.

Dico annularis ſuperficiei partes ſingulas QAA, AACC, CCBB, BBEφ ſunt ad ſingulas eodem ordine Cylindricas ſuperficies CFNM, FDIN, DφπI, Eπφ, ut peripheria annuli maxima CQ eſt ad CM Cylindri altitudinem.

PRo tribus primis partibus demonſtratio eadem erit, quæ *prop.* 26. *l.* 4. *hujus.* Reliqua ſic oſtenditur. Interior ſuperficiei annularis pars E, BB, CC eſt ad Cylindri ſuperficiem EπIDφE, ut a peripheria CQ eſt ad CM. Item annularis ſuperficies CCBB eſt ad Cylindricam DφπI, ut b peripheria CQ eſt ad CM. Ergo reliqua ſuperficies annularis EφBB eſt ad reliquam Cylindricam Eπφ, ut peripheria CQ eſt ad CM. a *Præced.* b *Per* 3. *partem hujus propoſ.*

*Confer cum* 28. *lib.* 3, & *nota ſuperficiei ac corporis analogiam.*

PROPOSITIO XXIX.

Datus ſit annulus patens, genitus à quacumque planâ figurâ EDC, habente axem DB revolutionis diametro AB perpendicularem; latitudo annuli ſit EC, ordinatim poſita ad axem DB; peripheria annuli media BP; maxima CQ; minima ER. *Schematiſmus* 14. *Fig.* 101. 102. *alternis inſpicienda.*

Erigatur item ſuper figura genitrice EDC Cylindrus rectus Cζ & fiat ut maxima annuli peripheria CQ, ad minimam ER (hoc eſt c ut AC, ad AE) ſic CM altitudo dati Cylindri ad ES; ducaturque recta MS, quæ erit in plano CMδE per Cylindri axem ducto, & occurret axi in H. Per MS, fiat ſectio MIS, plano CMδE recta. Denique per BD axem figuræ ſive baſeos, & per Cylindri axem fiat ſectio BHID, efficiens in plano MIS rectam, HI quæ parallela erit ad BD d. c *Pap. l.* 5. *p.* 41. d *Oſtenſum* 27. *l.* 3. *hujus.*

Dico partem exteriorem QCC ſuperficiei annularis patentis, à perimetri ſemiſſe CFD productæ, ad ſuperficiem Cylindricam CFDINM eam habere rationem, quam maxima annuli peripheria CQ ad altitudinem CM.

PErimetri genitoris ſemiſſi CFD inſcribantur duo latera CF, FD; quæ cum ipſo circa polum A in orbem acta, annulari ſuperficiei a inſcribent conicas ſuperficies. Super iiſdem lateribus inſcribantur ſuperficiei Cylindricæ CFDINM plana trapezia CMNF, FNID. Fiat deinde per HI ſectio LIO parallela baſi EDC: ducanturque FT, Kω, NZ parallelæ ad BD ſeu HI. Tum ex Z demittatur parallela ad MC; incidet b hæc in ω, ac proinde ulterius protracta cadet in T; eritque Zω par c NK, ideoque, & ZT par NF. Denique producatur MS donec occurrat ipſi QE in A. Quoniam CA eſt ad EA in Cylindro, ut CM ad ES; hoc eſt ex hypotheſi, ut CA ad EA in annulo; etiam dividendo erit CE ad EA in Cylindro, ut CE ad EA in annulo. Cùm igitur ex hyp. CE in Cylindro, & annulo eadem ſit recta, erit & EA. Quare etiam CA, TA, BA, eædem utrobique ſunt lineæ. a *Vide p.* 1. *l.* 4. *hujus.* b *Corol. p.* 7 *l.* 1. *hujus.* c *Ibidem.*

His ita conſtitutis, manifeſtum eſt ſuperficiei conicæ ſegmentum ab FD genitum contineri inter parallelas peripherias FAA, & DCC, quarum radij βF, λD. Sed peripheria FAA eſt ad peripheriam DCC, ut peripheria radij AT eſt ad peripheriam BP, radij nempè AB; hoc eſt ut d TA ad BA, hoc eſt ut TZ ad BH; hoc eſt ut NF ad ID. Ergo parallelæ peripheriæ, inter quas conica ſuperficies lateris FD continetur, d *Pappus l.* 5. *p.* 41.

trapezij FNID parallelis lateribus FN, ID proportionales ſunt. Quare cùm etiam FD conicæ ſuperficiei latus, ſit altitudo trapezij; erit *c* ſuperficies conica ad trapezium, ut peripheria FAA conicæ ſuperficiei maxima, eſt ad NF maximum trapezij FNID parallelum latus; hoc eſt ut peripheria radij AT ad NF, ſive ZT; hoc eſt ut *f* peripheria CQ ad CM.

*c 3. l. 2. hujus.*
*f Oſtenſum eſt 29. l. 3. hujus & alibi.*

Pari diſcurſu oſtendam ſuperficiem à latere CF generatam, eſſe ad planum CMNF, ut peripheria CQ eſt ad CM. Ergo omnes ſuperficies annulari ſuperficiei QCC inſcriptæ, ſunt ad omnia plana inſcripta ſuperficiei Cylindricæ, ut peripheria CQ, ad CM. Atque hoc ſemper continget, licet inſcriptiones in infinitum multiplicentur. Quare cùm inſuper inſcriptionibus illis, & Cylindrica *g* ſuperficies CFDINM, & pars ſuperficiei annularis exterior *a* QCC exhauriantur; hæc erit ad illam, ut *b* peripheria CQ ad CM. Quod erat demonſtrandum.

*g Lemma poſt 26. l. 4. hujus.*
*a Coroll. p. 4. l. 4. hujus.*
*b 1. l. 1. hujus.*

*Confer cum 29. lib. 3. & nota ſuperficiei ac corporis analogiam.*

### *Per Heterogenea.*

*Fig. 101. 102.* Jam oſtenſum eſt peripheriam FAA eſſe ad rectam FN, ut peripheria CQ eſt ad CM: atque ita quælibet in annularis ſuperficiei parte exteriori QCC, peripheria erit ad rectam in ſuperficie Cylindricâ CFDINM ei reſpondentem, ut CQ peripheria eſt ad CM. Ergo omnes peripheriæ ſuperficiei annularis QCC (hoc eſt ipſa QCC annularis ſuperficies) ſunt ad omnes rectas ſuperficiei Cylindricæ CFDINM, hoc eſt ad ipſam ſuperficiem Cylindricam; ut peripheria CQ eſt ad CM.

Eodem diſcurſu etiam interior ſuperficiei annularis pars CCR (quod ſequenti *prop.* oſtendam Geometricè) eſt ad reliquam Cylindricam IπSEφD, ut peripheria CQ ad CM.

### *Corollarium.*

Unde tota ſuperficies annuli patentis erit ad totam Cylindricam CDESIM, CDEOIL, ut CQ peripheria ad CM: ſicque aliter per Heterogenea demonſtrantur propoſitiones *6. & 7. lib. 4. hujus.*

## PROPOSITIO XXX.

**Iiſdem poſitis:**

**Dico ſuperficiei annularis patentis partem interiorem CCR ad Cylindricam IπSEφD eam habere rationem, quam maxima patentis annuli peripheria CQ ad altitudinem CM.**

*Schematiſmus 14. Fig. 101. 102. alternis inſpicienda.*
*a Hyp.*
*b 16. l. 2. hujus.*

QUoniam portiones Cylindricæ LHMI, OIHS æquales habent altitudines OS, LM (cùm enim CB, BE *a* æquales ſint, etiam LH, HO, ideoque & LM, OS æquales erunt) baſes quoque LIH, HIO æquales habent ac ſimiles; erunt *b* portionum Cylindricæ ſuperficies inter ſe æquales. Ex quo patet ſuperficiem Cylindricam CDEOIL, ſuperficiei Cylindricæ CDESIM æqualem eſſe. Atqui tota ſuperficies annuli eſt ad ſuperficiem Cylindricam CDEOIL, ut peripheria *c* media BP ad altitudinem CL, ſeu BH. Ergo etiam ſuperficies annuli, eſt ad ſuperficiem Cylindricam CDESIM, ut peripheria BP, ad BH; hoc eſt *d* ut peripheria CQ ad CM. Quare cùm etiam annularis ſuperficiei pars QCC ſit ad Cylindricæ partem CFDINM, ut *e* peripheria CQ ad CM; erit quoque annularis reliqua CCR ad reliquam Cylindricam IπSEφD, ut peripheria CQ ad CM. Quod erat demonſtrandum.

*c 7. l. 4. hujus.*
*d ut Oſtenſum eſt 29. l. 3. hujus & alibi.*
*e Præced.*

*Confer cùm 30. lib. 3. & nota ſuperficiei ac corporis analogiam.*

## PROPOSITIO XXXI.

**Iiſdem poſitis: ſuperficies patentis annuli, ſumptis in genitore perimetro punctis F, & φ, perque ea ductis peripherijs FAA, φBB, dividatur. Similiter per rectas FN, φπ ab iiſdem punctis ductas dividatur Cylindrica ſuperficies CDESIM.** *Schematiſmus 14. Fig. 101. 102. alternis inſpicienda.*

**Dico: annularis ſuperficiei ſegmenta ſingula QAA, AACC, CCBB, BBR ſunt ad ſingula eodem ordine Cylindricæ ſuperficiei ſegmenta CMNF, NFDI, DIπφ, φπSE, ut maxima annuli peripheria CQ eſt ad CM.**

DEmonſtratio pro tribus primis partibus eadem erit, quæ *propoſitionis 29. lib. 4. hujus*. Poſtrema pars ſic oſtenditur. Annularis ſuperficies CCR eſt ad Cylindricam DφESπI, *a* ut peripheria CQ ad CM: & ſuperficies annularis CCBB eſt ad Cylindricam DIπφ, ut *b* peripheria CQ ad CM. Ergo & reliqua annularis BBR eſt ad Cylindricam reliquam, ut peripheria CQ, eſt ad CM. Quod erat propoſitum.

*a Præced.*
*b Per 3. partem hujus propoſ.*

*Confer cum 31. lib. 3. & nota ſuperficiei ac corporis analogiam.*

# PARS III.

## PROPOSITIO XXXII.

**Superficies annuli circularis clauſi exterior, quam effecit genitoris perimetri exterior ſemiſſis GEF, interiorem productam ab genitoris perimetri interiore ſemiſſe GCF excedit ipſo genitore circulo octies ſumpto.** *Schematiſmus 13. Fig. 89. 90 alternis inſpicienda.*

GEnitor circulus eſto CFEG; latitudo annuli EA; polus A; axis FDG; peripheria media DZ; maxima EH.

Super genitore circulo erigatur Cylindrus rectus, altitudinem habens EN, parem maximæ annuli peripheriæ EH. Hunc ſeca per ſuum axem plano ENVC; in quo duc rectam NC; per quam fiat ſectio Elliptica NLCI, recta plano ENVC. Deinde per circuli genitoris axem GF, & per axem Cylindri fiat ſectio GILF. Fiat IL in plano Elliptico producta, *c* parallela ad GF. Igitur per IK denuo ſectio fiat PIOL parallela baſi EGCF.

*c Oſtenſum 27. l. 3. hujus.*

Quoniam Cylindricæ portiones IPNL, LOCI, baſes habent æquales ac ſimiles, & altitudines PN, OC æquales (cùm enim ED, DC, hoc eſt PK, KO æquentur, etiam PN, OC ob triangulorum ſimilitudinem æquales erunt) earum *d* Cylindricæ ſuperficies æquales erunt. Quare cùm ſuperficies Cylindrica GEFLPI (utpotè par ſuperficiei GCFLOI) ſuperficiem GIMCYLF excedat ſuperficie portionis

*d 16. l. 2. hujus.*

LOCI; (catchword)

LOCI; ſuperficies GIENLF ſuperficiem GIMCYLF excedet ſuperficie LOCI, hoc eſt IPNL, bis ſumptâ.

Sed, quia ex hypotheſi EN par eſt maximæ annuli peripheriæ EH, ſuperficies Cylindrica GIENLF par eſt ſuperficiei annularis *a* parti exteriori HAA; & Cylindrica GIMCYLF æquatur ſuperficiei *b* annularis parti interiori AAC: Cylindricæ demùm ſuperficiei IPNL æqualis eſt ſuperficies ſphærica à genitore circulo procreata (quod ſic oſtendo cùm tam EN, DK, quàm peripheriæ EH, DZ ipſis EC, DC proportionales ſint, erunt & inter ſe; ac proinde quia EN ponitur par peripheriæ EH, etiam DK; hoc eſt CO, hoc eſt PN, æqualis erit peripheriæ DZ mediæ; hoc eſt peripheriæ genitrici EFCG, cujus radius eſt DC, ſive peripheriæ PLOI, cujus radius KO. Unde cùm PN altitudo portionis par ſit circumferentiæ PLOI. ſuperficies Cylindrica *c* portionis IPNL æquatur ſuperficiei ſphæricæ, à circulo PLOI; hoc eſt EFCG, procreatæ.)

*a 26.l.4. hujus.*
*b 27.l.4. hujus.*
*c 7.l.2. hujus.*

Ergo ſuperficiei annularis pars exterior HAA excedit partem interiorem AAC ſuperficie ſphæricâ, à genitore perimetro EFCG factâ, bis ſumptâ; hoc eſt *d* genitore circulo EFCG octies ſumpto. Quod erat demonſtrandum.

*d Arch.l.1. ſph.p. 30.*

*In hac & 10 ſequentibus obſerva planè mirabilem annularium corporum, & ſuperficierum analogiam. Quæ enim hic de ſuperficierum annularium differentijs, ea ipſa lib.3. prop. 32. & ſequentibus de differentijs partium annularium ſolidarum demonſtrantur.*

## PROPOSITIO XXXIII.

*Schematiſmus 13. Fig. 91. 92. alternis inſpicienda.*

**Superficies patentis annuli exterior à genitoris perimetri ſemiſſe GEF producta, interiorem genitam à perimetri ſemiſſe alteram FCG excedit ipſo genitore circulo octies ſumpto.**

CIrculus genitor eſto CFEG; latitudo annuli EC; diameter revolutionis AD; polus A circuli genitoris axis FG; peripheria media DZ; maxima EH; minima CM.

Super genitore circulo erigatur Cylindrus rectus, cujus altitudo EN par ſit peripheriæ annuli maximæ EH. Hunc ſeca per ſuum axem plano ENVC. Ex CV latere ſumpto intelligatur CQ par minimæ annuli peripheriæ CM, & ducatur recta NQ; per quam fiat ſectio Elliptica NLQI, plano ENVC recta. Deinde per genitoris circuli axem GF; & per Cylindri axem fiat ſectio GILF, faciens in Elliptico plano rectam IKL. Erit hæc *a* parallela ad GF. Per hanc igitur fiat ſectio PIOL parallela baſi EGCF. Producatur demùm NQ, donec in A concurrat cum EC.

*a Oſtenſum 27.l.3. hujus.*
*b Oſtenſum 29.l.3. & 4. hujus.*
*c 4 l.1. hujus.*

Rectæ EA, DA, CA in annulo & Cylindro ſunt *b* eædem lineæ. Quare cùm peripheria CM ponatur par rectæ CQ, etiam peripheria DZ rectæ DK *c* æqualis erit. Cùm igitur & EN ponatur par peripheriæ EH, erit PN peripheriarum EH & DZ differentia. Eſt autem etiam, peripheria diametri EC, ipſa nimirum genitoris circuli peripheria EFCG, *d* differentia peripheriarum EH, DZ. Ergo PN altitudo portionis IPNL æqualis eſt peripheriæ EFCG, cujus nimirum diameter eſt EC, ſive PO. Ergo portionis Cylindrica ſuperficies IPNL æquatur *e* ſuperficiei ſphæræ à circulo PLOI, hoc eſt à genito e circulo EFCG productæ. Cylindrica verò ſuperficies GIENLF, eò quòd *f* altitudo EN par ſit maximæ annuli peripheriæ EH, æquatur ſuperficiei *g* annularis parti exteriori HAA: ſuperficies autem Cylindrica *h* GIMQCYLF æquatur annularis ſuperficiei parti interiori AAM.

*d Lem.poſt. 21.l.4. hujus.*
*e 7 l.2. hujus.*
*f Ex Hyp.*
*g 29.l.4. hujus.*
*h 30.l.4. hujus.*
*i 16.l.2. hujus.*

Deinde quoniam portiones Cylindricæ IPNL, LOQI, æquales habent altitudines PN, OQ, baſes item LIP, LOI æquales ac ſimiles, earum Cylindricæ ſuperficies, æquales erunt. Quare cùm Cylindrica ſuperficies GEFLPI (utpotè æqualis ipſi FCGIOL) ſuperficiem GIMQCYLF excedat ſuperficie Cylindricâ LOQI, ſuperficies Cylindrica GIENLF excedet Cylindricam GIMQCYLF, bis ſumptâ Cylindricâ ſuperficie LOQI, hoc eſt IPNL.

Atqui Cylindrica ſuperficies GIENLF eſt ſuperficiei annularis pars exterior HAA: & Cylindrica GIMQCYLF, eſt annularis interior AAM: & ſuperficies Cylindrica IPNL eſt ſuperficies ſphæræ circuli genitoris; quæ omnia jam demonſtravi ſuprà. Ergo ſuperficies annularis exterior excedit interiorem ſuperficie ſphæræ genitoris circuli his ſumptâ; hoc eſt *a* ipſo genitore circulo octies ſumpto. Quod erat demonſtrandum.

*a Arch.l.1. ſph.*

*Confer cum 33.lib.3. quod hic de ſuperficie annulari, illic oſtenſum reperies de corpore.*

## PROPOSITIO XXXIV.

*Schematiſmus 13. Fig. 89. 90. alternis inſpicienda.*

**Datus ſit annulus circularis clauſus generatus à circulo EFCG: quo ducantur utrimque STωR, parallelæ axi FG, & æquales inter ſe, quæ à genitori perimetro abſcindant æquales arcus FS, Fω, GT, GR; & ducantur recta GT, ſeu FS.**

**Dico: annularis ſuperficiei exteriora ſegmenta genita ab arcubus FS, GT, excedunt interiora ab arcubus Fω, GR producta, circulo, cujus diameter GT, ſive FS, decies ſexties ſumpto.**

SUper genitore circulo EFCG erigatur Cylindrus rectus, cujus altitudo EN par ſit maximæ annuli peripheriæ EH; & conſtruantur cætera, ut *prop.* 32. Præterea per rectas ST, ωR, quæ ex hypotheſi æquidiſtant FG, ducantur plana TXωS, RδβΦ parallela plano GILF. Quæ in Cylindricâ ſuperficie producant rectas TθX, SΦω, Rδ, ωβ: in circulo PLOI rectas θΦ, δβ; quæ parallelæ *b* erunt ad IL; in plano autem Elliptico efficiant rectas Xω, MY. Ducantur tandem rectæ Iθ, IP, Iδ, IO.

*b 16. elem. 11.*

Quoniam PN altitudo portionis Cylindricæ IPNL æquatur *a* circumferentiæ PLOI, erit ſuperficies Cylindrica IXθ æqualis *b* circulo radij Iθ. Similiter *c* Cylindrica ſuperficies IMδ circulo radij Iδ æqualis erit. Sed radij Iθ, Iδ æquales ſunt (ſubtendunt enim arcus æquales arcubus TG, RG ex hypotheſi æqualibus) ac proinde æquantur & circuli ijs radijs deſcripti. Ergo ſuperficies Cylindricæ IXT, IMD æquales ſunt.

*a Oſtenſum 32.l.4. hujus.*
*b 11.l.2. hujus.*
*c Ibidem.*

Cùm igitur ſuperficies TθIG (utpote par ipſi GIδR) excedat ſuperficiem IGRM ſuperficie IMδ; ſuperficies TXIG excedet ſuperficiem GIMR, ſuperficie IMδ; hoc eſt IXθ, bis ſumptâ. Sed, quia

EN

EN altitudo æquatur ex hypotheſi peripheriæ annuli maximæ EH; ſuperficies TXIG eſt par ſuperficiei d annulari genitæ ab arcu GT: & ſuperficies GIMR eſt par e annulari genitæ ab arcu GR: & ſuperficies IXθ eſt f quadrupla circuli cujus diameter eſt Iθ, ſive GT, ac proinde ſumpta bis eſt ejus circuli octupla. Ergo ſuperficies annularis genita ab arcu GT excedit genitam ab arcu GR, circulo diametri GT octies ſumpto. Ergo annulares ſuperficies genitæ ab arcubus GT, FS, excedunt genitas ab arcubus GR, Fω, circulo diametri GT decies ſepties ſumpto. Quod erat demonſtrandum.

*d 28. l. 4. hujus. e ibidem. f 11. l. 2. hujus.*

## PROPOSITIO XXXV.

*Schematiſmus 13. Fig. 91. 92. alternis inſpiciendæ, quod etiam in plerisque ſequentibus obſerva.*

**Datus ſit annulus patens genitus polo A ab circulo EFCG. Hunc dividant rectæ ST, ωR, axi FG parallelæ & inter ſe æquales, quæ æquales utrimque abſcindant arcus FS, Fω, & GT, GR ducaturque recta GT, ſive FS.**

**Dico: exterioris ſuperficiei annularis ſegmenta genita ab arcubus FS, GT, excedunt interiora, quæ fiunt ab arcubus Fω, GR, ſedecim circulis diametri GT, ſeu FS.**

SUper genitore circulo Cylindrus rectus erigatur altitudinem habens EN parem peripheriæ annuli maximæ EH. Cætera conſtruantur ut *prop.* 33. & 34.

Quoniam a oſtenſum eſt PN altitudinem portionis IPNL æquari peripheriæ PLOI, erit rurſum ſuperficies Cylindrica IXθ æqualis circulo b radij Iθ; hoc eſt circulo radij Iδ; hoc eſt quia etiam OQ par eſt peripheriæ PLOI, ſuperficiei Cylindricæ c IMD. Quare cùm ſuperficies Cylindrica TθIG ſuperficiem GIMR excedat ſuperficie IMD (hoc eſt IXθ) patet ſuperficiem TXIG excedere ſuperficiem GIMR, ſuperficie IXθ bis ſumptâ. Sed quia EN par eſt peripheriæ annuli maximæ EH, ſuperficies TXIG par eſt ſuperficiei d annulari genitæ ab arcu GT; & ſuperficies e GIMR æquatur annulari genitæ ab arcu GR: & ſuperficies IXθ eſt quadrupla f circuli, cujus diameter GT; ac proinde bis ſumpta circuli octupla eſt. Ergo ſuperficies annularis genita ab arcu GT, excedit genitam ab arcu GR, circulo diametri GT octies ſumpto. Ergo ſuperficies genitæ ab arcubus GT & FS excedunt genitas ab arcubus GR, & Fω, circulo diametri GT ſumpto decies ſepties. Quod erat demonſtrandum.

*a 32. l. 4. hujus. b 11 l. 2. hujus. c ibidem.*

*d 31. l. 5. hujus. e ibidem. f 11. l. 2. hujus.*

## PROPOSITIO XXXVI.

*Schematiſmus 13. Fig. 89. 91.*

**Datus ſit circularis annulus, ſive patens, ſive clauſus, in cujus circulo genitore ducantur rectæ ST, ωR, axi FG parallelæ & inter ſe æquales, quæ æquales abſcindant arcus SET, ωCR, & ducantur rectæ GT, GE, ſive ES, FE.**

**Dico: exterius annularis ſuperficiei ſegmentum ab arcu SET procreatum, excedit interius genitum ab arcu ωCR, differentia circulorum diametri GE, GT, ſive FE, FS deſcriptorum ſedecies ſumpta.**

SUperficies annularis genita à ſemicirculo FEG, excedit genitam à ſemicirculo FCG, a genitore circulo EFCG octies ſumpto; hoc eſt circulo diametri GE ſumpto ſedecies; eſt enim circulus EFCG, diametri nempè EC, duplus circuli cujus diameter GE. Superficies autem annulares genitæ ab arcubus FS, GT excedunt b ſuperficies genitas ab arcubus Fω, GR, circulo diametri GT ſedecies ſumpto. Ergo annularis reliqua genita ab arcu SET excedit reliquam ab arcu ωCR productam, differentiâ circulorum diametris GE, GT deſcriptorum decies ſexties ſumptâ. Quod erat demonſtrandum.

*a 32 & 33 l. 4. hujus. b 34 & 35 l. 4. hujus.*

*Tres præcedentes confer cum 34, 35, 36, lib. 3.*

### *Corollarium.*

Pari ratione demonſtrabitur annulares ſuperficies genitas ab arcubus SS, TT, excedere genitas ab arcubus ωω, RR, differentiâ circulorum diametris GT, GT, ſive FS, FS deſcriptorum ſedecies ſumptâ.

## PROPOSITIO XXXVII.

*Schematiſmus 13. Figuræ pro annulo Elliptico longo 95. 96 93 94. Pro lato. 89 90 91. 92, quæ prius exhibebant annulos & Cylindros circulares.*

**Omnis longi Elliptici annuli, ſive patentis, ſive clauſi exterior ſuperficies excedit interiorem ſuperficie ſphæroideos longæ ab Ellipſi genitrice productæ bis ſumpta.**

**Et omnis annuli lati Elliptici exterior ſuperficies excedit interiorem ſuperficie ſphæroideos latæ ab Ellipſi genitrice productæ, bis ſumpta.**

GEnitrix annuli Ellipſis eſto EFCG; latitudo annuli EC alteruter axium Ellipticorum; axis alter FG; polus A; diameter revolutionis AD; peripheria media DZ; maxima EH.

Dico: ſuperficiem ab exteriori genitricis Ellipſeos ſemiſſe FEG productam excedere interiorem genitam à ſemiſſe alterâ FCG, ſuperficie bis ſumptâ ejus ſphæroidis, quæ fit ab Ellipſi genitrice, circa axem FG, revolutionis diametro AD inſiſtentem, circumactâ.

Super genitrice Ellipſi EFCG conſtituatur rectus Cylindrus Ellipticus, altitudinem habens parem peripheriæ annuli maximæ EH (non exprimunt figuræ 94 & 96 eam longitudinem ob loci anguſtias) cætera omnis conſtructio, ac demonſtratio ex *prop.* 32. & 33. *libri hujus* huc transferetur: ex 32 quidem pro annulo Elliptico clauſo; ex 33 verò pro patente: eo ſolùm immutato, ut pro *prop.* 7. *l.* 2. *hujus* citetur & adhibeatur 13. *ejuſdem libri.*

*Confer cum 37. lib. 3. quod hic de annulari ſuperficie, iſthic demonſtratum reperies de corpore.*

## PROPOSITIO XXXVIII.

*Schematiſmus 13. Fig. 93. 94. 95. 96. pro annulo longo ell. pro lato 89. 90. 91. 92.*

**Datus ſit Ellipticus annulus ſive patens ſive clauſus, genitus ab Ellipſi EFCG; ac præter ea, quæ poſita ſunt in præcedenti, in Ellipſi genitrice ducantur rectæ axi FG parallelæ, & inter ſe æquales, quæ proinde arcus abſcindant æquales, & ſimiles GT, GR & FS, Fω.**

Dico

**Dico ſuperficiei annularis Ellipticæ ſegmenta ab arcubus GT, FS producta, exceedunt genita ab arcubus GR, Fω ſuperficie ſphæroidicâ, quæ fit ab Elliptico arcu GT, ſive FS, circa axem FG circumacto, quater ſumptâ.**

SUper Ellipſi genitrice erigatur Cylindrus altitudinem habens parem maximæ annuli peripheriæ EH, & cætera pro annulo clauſo conſtruantur ut *prop.* 32. & 34: pro patente ut *prop.* 33. & 35.

Oſtendemus in annulo quidem clauſo ut *prop.* 32. in patente autem ut *prop.* 33. *l.* 4. PN altitudinem portionis Elliptico Cylindricæ IPNL, æquari circumferentiæ circuli, cujus diameter PO ſive EC. Quare ſuperficies Cylindrica portionis IPNL æquatur *a* ſuperficiei ſphæroidis genitæ ab Ellipſi PLOI circa axem LI; hoc eſt ab Ellipſi EFCG circa axem FG circumactâ: ſuperficies quoque IXθ, *b* ſuperficiei ſphæroidicæ genitæ ab arcu Iθ circa LI circumacto æqualis erit. Et quoniam OQ æquatur PN: hoc eſt (ut jam diximus) peripheriæ diametri PO, etiam ſuperficies IMδ, ſphæroidicæ genitæ ab arcu δI, circumacto circa LI, æqualis erit. Quare cùm ſuperficies ſphæroidicæ ab arcubus Iθ, Iδ, æqualibus & ſimilibus generatæ, æquales ſint, etiam Cylindricæ ſuperficies θXI, IMδ æquales erunt.

*a 13. l. 2. hujus.*
*b Coroll. 1. p. 13. l. 2. hujus.*

Cùm igitur ſuperficies TθIG (utpotè par ipſi GIδR) excedat ſuperficiem GIMR ſuperficie IMD; patet ſuperficiem TXIG ipſam GIMR excedere bis ſumptâ ſuperficie IMδ, hoc eſt θXI bis ſumptâ. Sed quoniam altitudo EN par eſt maximæ annuli peripheriæ EH; ſuperficies TXIG par eſt *c* annulari Ellipticæ ab arcu GT productæ, & ſuperficies GIMR par eſt annulari *d* genitæ ab arcu GR: & ſuperficiem IXθ jam oſtendi ſuprà eſſe parem ſphæroidicæ ſuperficiei genitæ ab arcu Iθ, circa LI; hoc eſt ab arcu GT circa FG in orbem ducto. Ergo ſuperficies annularis genita ab arcu GT excedit genitam ab arcu GR, ſphæroidicâ ſuperficie genitâ ab arcu GT rotato circa FG, bis ſumptâ. Ergo ambæ annulares ſuperficies ab arcubus GT, & FS genitæ, exceedunt ambas genitas ab arcubus GR, Fω, ſuperficie ſphæroidicâ arcus GT, ſive FS, quater ſumptâ. Quod erat demonſtrandum.

*c 28. & 31. l. 4. hujus.*
*d Ibidem.*

## PROPOSITIO XXXIX.

*Schematiſmus 13. Fig. 93. 95. 89. 91.*

**Iiſdem poſitis, ſive in patente annulo Elliptico ſive clauſo ſegmentum ſuperficiei annularis Ellipticæ genitæ ab arcu SET exceedit genitam ab arcu ωCR ſphæroidica ſuperficie, quæ fit ab arcu SET, ſeu ωCR, circa axem GF in orbem ducto, bis ſumptâ.**

**Et Annulares ſuperficies, genitæ ab Ellipticis arcubus SS, TT, excedunt genitas ab arcubus ωωRR ſphæroidica ſuperficie, quæ fit ab arcu TT, ſeu SS, circa axem FG in orbé ducto, quater ſumptâ.**

ANnulares ſuperficies genitæ ab arcubus FSGT, exceedunt *a* genitas ab arcubus GR, Fω ſuperficie ſphæroidicâ ab arcu FS deſcriptâ, quater ſumptâ, ſive ſuperficiebus ſphæroidicis deſcriptis ab utroque arcu FS, GT bis ſumptis: & ſuperficies annularis tota à perimetri ſemiſſe FEG producta, excedit genitam à totâ ſemiſſe alterâ FCG, *b* ſphæroidicâ ſuperficie, quæ fit à ſemiſſe FEG bis ſumptâ. Ergo annularis reliqua, quæ fit ab arcu SET, excedit reliquam ab arcu ωCR genitam, ſphæroidicâ ſuperficie reliquâ, quæ fit ab arcu SET rotato circa axem FG, bis ſumptâ. Quod erat demonſtrandum.

*a Præced.*
*b 37. l. 4. hujus.*



Altera pars ſimili diſcurſu demonſtrabitur.

*Confer cum 39. lib. 3.*

## PROPOSITIO XL.

*Schematiſmus 14. Fig. 97. 98. 99. 100.*

**Omnis annuli parabolici & hyperbolici ſive patentis ſive clauſi ſuperficies exterior, quæ nimirum fit à genitoris perimetri exteriori ſemiſſe FSE, excedit interiorem, genitam à ſemiſſe altera FωC, ſuperficie conoidis, quæ fit à genitrice parabola, aut hyperbola EFC circa axem FG in orbem ducta, bis ſumptâ.**

**Et omnis annuli, geniti à quacumque figura plana, habente axem FD revolutionis diametro AD perpendicularem, exterior ſuperficies excedit interiorem, ſuperficie rotundi ſolidi, quod fit à genitrice figura circa axem revolutionis diametro inſiſtentem revolutâ, bis ſumptâ.**

PRo annulo clauſo demonſtratio ſimilis erit demonſtrationi propoſitionis 32 *hujus libri*: ſed loco propoſitionis 7. *l.* 2. *hujus* citanda erit propoſitio 14. *ejuſdem libri.*

Pro annulo patente demonſtratio non abſimilis demonſtrationi propoſitionis 33. Sed loco prop. 7. *l.* 2. *hujus*, iterum citanda erit 14 *ejuſdem libri.*

*Confer cum 40. lib. 3. Quod hic oſtenſum de ſuperficie, illhic demonſtratum habes de corpore.*

## PROPOSITIO XLI.

*Schematiſmus 14. Fig. 97. 98. 99. 100.*

**Datus ſit annulus genitus à quacumque figura plana EFC, axem FD habente revolutionis diametro AD perpendicularem. Sit autem genitrix figura ſecta per rectas ST, ωR parallelas axi FD, & inter ſe æquales, quæ æquales utrimque ac ſimiles arcus abſcindant.**

**Dico ſuperficies annulares ſingulas genitas ab arcubus FS, SS, SE, excedunt ſingulas genitas ab arcubus Fω, ωω, ωC, ſingulis eodem ordine ſuperficiebus rotundis, quæ fiunt ab arcubus iiſdem FS, SS, SE circa axem FD in orbem ductis, bis ſumptis.**

DEmonſtrabitur ut propoſitio 38 & 39. Sed loco *Corollarij* 1. *propoſ.* 13. *l.* 2. citabitur *Coroll. p.* 15. *l.* 2. & *pro* 38, ac 37, citabitur hanc præcedens.

*Confer cum 41. lib. 3, & nota analogiam.*

# PARS IV.

## PROPOSITIO XLII.

*Schematiſmus 15. Fig. 109. 110. alternis inſpiciendæ.*

**Annuli circularis clauſi ſuperficies ad ſuperficiem ſphæræ, à genitore circulo productæ, eam habet rationem, quam circumferentia circuli ad diametrum.**

Circulus annuli genitor eſto BKCF; polus A; latitudo annuli AC; genitoris circuli axis KF; peripheria media ED. Super genitore circulo Cylindrus erigatur rectus CH, in cujus ſuperficie ex puncto C erigatur recta CG: perque diametrum FK, & punctum G abſcindatur portio FCGK. Cùm annulus & Cylindrus eundem habeant circulum genitorem erit annuli ſuperficies ad ſuperficiem Cylindricam HC, ut *a* peripheria media ED eſt ad Cylindri altitudinem GC. Similiter ſphæræ à circulo BKCF, generatæ ſuperficies eſt ad portionis FCGK Cylindricam ſuperficiem ut *b* peripheria FCKB eſt ad CG, hoc eſt ut peripheria media ED eſt ad CG, ſunt enim peripheriæ FCKB, & ED æquales, utpote eundem habentes radium AE. Ergo ſuperficies annuli eſt ad ſuperficiem Cylindricam CH, ut ſuperficies ſphæræ, à circulo BKCF genitæ, ad ſuperficiem portionis. Permutatim igitur ſuperficies annuli eſt ad ſuperficiem ſphæræ, ut ſuperficies Cylindrica CH eſt ad ſuperficiem portionis Cylindricam. Atqui Cylindrica ſuperficies CH *a* eſt ad ſuperficiem Cylindricam portionis, ut circuli circumferentia ad diametrum. Ergo etiam ſuperficies annuli eſt ad ſuperficiem ſphæræ genitoris circuli, ut circuli circumferentia ad diametrum. Quod erat demonſtrandum.

*a 7. l. 4. huius. b 8. l. 2. huius. a 25. l. 2. hujus.*

*Conferatur cum 42. lib. 3. & notetur analogia ſuperficiei ac corporis.*

### Scholium.

*Ex hac & 42.* lib. 3, *patet, quod in Cylindro circulari eſt portio per latus, & baſis centrum abſciſſa, hoc in clauſo circulari annulo, & quoad ſoliditatem, & quoad ſuperficiem, eſſe ſphæram genitoris circuli ipſi annulo inſcriptam. Quod ipſum, & tota quoque tertiâ parte* hujus 4. libri, *& ex parte ſimiliter tertia* libri 3. *manifeſtum eſt.*

## PROPOSITIO XLIII.

*Schematiſmus 15. Fig. 108.*

**Annuli circularis patentis ſuperficies ad ſuperficiem ſphæræ à genitore circulo productæ, eam habet rationem, quam peripheria annuli media (ED) ad annuli latitudinem (BC.)**

Annuli polus eſto A; circulus genitor BKCF; latitudo BC; revolutionis diameter AE; peripheria media ED. Ab eodem circulo BKCF in orbem ducto circa B polum, clauſus generetur annulus; cujus media peripheria ſit EN. Quia patens annulus datus & clauſus eundem habent circulum genitorem, erit patentis *a* ſuperficies ad clauſi ſuperficiem ut AE ad BE; hoc eſt *b* ut peripheria ED ad peripheriam EN, ſive FCKB; æquales enim ſunt, cùm eundem habeant radium BE. Sed ſuperficies clauſi annuli eſt ad ſuperficiem ſphæræ genitæ à circulo FCKB ut *c* circumferentia circuli FCKB ad ſuam diametrum CB. Igitur ex æquo patentis annuli ſuperficies eſt ad ſuperficiem ſphæræ à circulo genitore FCKB productæ, ut peripheria media eſt ad BC latitudinem annuli. Quod erat demonſtrandum.

*a 13 l. 4. huius. b Pap. l. 5. p. 41. c Præced.*

*Conferatus cum 43. lib. 3. & notetur ſuperficiei, ac corporis analogia.*

### Corollarium.

Qui dederit in rectis lineis rationem annularis ſuperficiei ad ſphæricam, dabit quadraturam. Et poteſt in rectis lineis procul dubio ea proportio exhiberi, cùm ſuperficies annularis & ſphærica ſint homogeneæ quantitates, ab eâdem quippe circumferentiâ circulariter utrobique motâ ambæ producuntur.

## PROPOSITIO XLIV.

*Schematiſmus 16. Fig. 115. 114. vel 111. 113.*

**Datus ſit annulus clauſus, quacumque genitus plana figura BKCF, axem habente KEF revolutionis diametro AE perpendicularem. Super figura genitrice rectus erigatur Cylindrus CH, & per FK, & punctum G abſcindatur portio FCGK.**

**Dico: ſuperficies annuli eſt ad curvam ſuperficiem rotundi ſolidi, quod fit à genitrice figura circa KF in orbem ducta, ut ſuperficies curva ſolidi CH eſt ad curvam abſciſſæ portionis FCGK ſuperficiem.**

Superficies annuli eſt ad curvam ſuperficiem Cylindri CH, ut *a* peripheria media ED eſt ad altitudinem CG. Superficies quoque rotundi ſolidi, quod fit à figurâ FCKB circa FK in orbem ductâ, eſt ad ſuperficiem portionis FCGK, ut *b* peripheria radij EC, ſive EA eſt ad CG; hoc eſt ut peripheria media ED eſt ad CG. Annuli igitur ſuperficies eſt ad ſuperficiem Cylindri CH, ut ſuperficies rotundi ſolidi eſt ad ſuperficiem portionis FCGB. Igitur permutando, annuli ſuperficies eſt ad ſuperficiem rotundi ſolidi, quod nempè fit à genitrice figurâ circa KF in orbem ductâ, ut curva Cylindri CH ſuperficies eſt ad ſuperficiem curvam portionis FCGK. Quod erat demonſtrandum.

*a 7 l. 4. huius. b 14. vel 15. l. 2. hujus.*

*Obſerva analogiam cum Corollario p. 47. lib. 3.*

### Scholium.

*Ex hac & ex* Corol. p. 47. lib. 3. *patet quod in Cylindro cujuſvis figura recto ductu genito, eſt portio per latus, & baſis axem abſciſſa, hoc in annulo clauſo ab eadem figurâ producto, eſſe genitricis figura rotundum ſolidum ipſi annulo inſcriptum. Quod ipſum ex tota parte* 3. hujus libri, *& ex parte tertia* lib. 3. *perſpicuum eſt.*

## PROPOSITIO XLV.

*Schematiſmus 17. Fig. 121.*

**Datus ſit planus annulus CBD contentus peripheriis CL, BQ, centro A deſcriptis; & ducatur recta CBAN. Circa CB centro E deſcribatur circulus, CKBF.**

**Dico: planus annulus CBD eſt ad inſcriptum ſibi circulum CKBF, ut quadrupla ipſius NC eſt ad CB.**

Annulus planus CBD eſt ad circulum CKBF, ut *a* rectangulum NCB eſt ad quadratum radij EC, hoc eſt ut rectanguli NCB quadruplum ad qua-

*a 43 l. 2. huius.*

*b 1. Elem. 6* quadratum CB; hoc eſt *b* ut quadrupla rectæ NC eſt ad rectam CB. Quod erat demonſtrandum.

### PROPOSITIO XLVI.

*Schematiſmus 17. Fig. 120. 121. c Defin. 12 & 13. l. 3. hujus.*

**Omnis circularis annuli ſuperficies ad ſuam maximam c ſectionem per polum eam rationem habet, quam circumferentia circuli ad diametrum.**

*Fig. 120.* DEtur primùm annulus clauſus, genitus à circulo AKCF: polus ſit A; ſectio per polum maxima, circulus ACL. Annuli hujus ſuperficies eſt ad ſuperficiem ſphæræ genitoris circuli *d* ut peripheria circuli ad diametrum. Sed maxima clauſi annuli ſectio ACL, ſuperficiei ſphæræ genitoris circuli æqualis eſt; nam, & maxima ſectio ACL, & ſuperficies *e* ſphærica quadruplæ ſunt genitoris circuli. Ergo ſuperficies clauſi annuli eſt ad ſectionem maximam ACL, ut peripheria circuli ad diametrum.

*d 42. l. 4. hujus. e Archim. l. 1. ſph. p. 30.*

*Fig. 121.* Detur deinde patens annulus, genitus à circulo CKBF, polo A. Hujus maxima per polum ſectio erit planus annulus CBD, annuli maximâ CL, & minimâ BQ peripheriâ comprehenſus; revolutionis diameter ſit AE, quæ producatur in N, P, C; peripheria media ſit ED. Superficies dati patentis annuli eſt ad ſuperficiem ſphæræ genitoris circuli CKBF, ut *f* peripheria media ED eſt ad BC. Superficies autem ſphæræ genitoris circuli CKBF eſt ad planum annulum CBD, ut CB ad CN (cùm enim circulus CKBF ſit ad annulum planum ut *g* CB ad quadruplum ipſius CN, erit ſuperficies ſphæræ à circulo CKBF genitæ, quæ circuli ipſius quadrupla eſt, ad planum annulum, ut CB ad CN.) Ergo ex æquo ſuperficies patentis annuli eſt ad planum annulum CBD maximam ſectionem ſuam, ut peripheria media ED eſt ad CN; hoc eſt ad ſuam diametrum EP. Quod erat demonſtrandum.

*f 43. l. 4. hujus. g Præced.*

#### *Corollarium.*

Tam homogeneæ quantitates ſunt annuli ſuperficies & maxima annuli ſectio; quàm ſphærica ſuperficies, & ſphæræ ſectio maxima. Quando igitur ſuperficiei ſphæricæ ad ſectionem maximam ſphæræ proportio ab Archimede reperta eſt: fieri utique poterit, ut proportio ſuperficiei annularis ad maximam annuli ſectionem exhibeatur in lineis rectis, quod ſufficit ad quadraturam. Non requiri ſiquidem, ut ea proportio rationalis ſit, manifeſtius eſt quàm ut monere lectorem Geometram liceat.

### PROPOSITIO XLVII.

*Schematiſmus 17. Fig. 120. 121.*

**Annuli circularis clauſi ſuperficies ad genitorem circulum eam rationem habet, quam circumferentia circuli ad quartam diametri partem: ſuperficies autem circularis annuli patentis ad genitorem circulum eam habet rationem, quam peripheria annuli media ad quartam partem latitudinis annuli (CB.)**

*Fig. 120. a 43. l. 4. hujus.* CLauſi annuli ſuperficies ad ſuperficiem ſphæræ genitoris circuli AKCF *a* ut circumferentia circuli ad diametrum. Quare cùm ſuperficies hujus ſphæræ circuli genitoris quadrupla *b* ſit, patet clauſi annuli ſuperficiem eſſe ad circulum genitorem, ut eſt circumferentia ad quartam diametri partem. Quod erat primum.

*b Archim. l. 1. ſph & Cyl. p. 30.*

*Fig. 121. a 43. l. 4. hujus.* Deinde patentis annuli ſuperficies eſt ad ſphæræ à geninore circulo productæ ſuperficiem ut peripheria *a* media ED eſt ad annuli latitudinem CB. Ergo ad genitorem circulum, quartam nempè partem ſuperficiei ſphæricæ eſt, ut peripheria media ad quartam partem latitudinis CD. Quod erat alterum.

#### *Corollarium.*

Non magis homogeneæ quantitates ſunt ſphæræ ſuperficies & circulus annuli genitor, quàm annuli ſuperficies, & genitor annuli circulus. At illorum proportio datur in rectis lineis. Poterit ergo dari etiam horum.

### PROPOSITIO XLVIII.

*Schematiſmus 17. Fig. 120, 122.*

**Si innoteſcat proportio quam circularis annuli exterior ſuperficies habet ad interiorem, dabitur circuli quadratura.**

GEnitor annuli circulus eſto BKCF; axis KF; polus A. Exterior annuli ſuperficies genita à perimetri ſemiſſe KCF, ad interiorem genitam à ſemiſſe alterâ KBF, ſit ut AB ad BC. Ex AB abſcindatur FB par ipſi BC (cùm enim ſuperficies annuli exterior major ſit quàm interior, patet ex hypotheſi AB majorem eſſe quàm BC) & reliqua AF ſecetur bifariam in D.

Dico: circuli circumferentia eſt ad diametrum, ut CA ad DA.

Cùm enim ſuperficies annuli exterior ſit ad interiorem, ut AB ad BC, erit componendo tota annuli ſuperficies ad interiorem, ut AC ad BC. Sed tota ſuperficies annuli æquatur *c* ſuperficiei ſphæræ genitoris circuli BKCF bis, & interiori ſuperficiei annulari bis. Ergo ſphærica ſuperficies BKCF bis cum interiori annulari bis, eſt ad interiorem annularem, ut AC ad BC. Ergo ſphærica BKCF bis, cum interiori bis, eſt ad interiorem bis ut AC ad CF, duplam BC. Ergo dividendo, & invertendo, interior bis eſt ad ſphæricam bis, ut CF eſt ad FA. Ergo interior bis, eſt ad ſphæricam ſemel, ut CF ad FD dimidiam FA. Ergo componendo interior bis cum ſphæricâ ſemel, eſt ad ſphæricam ſemel, ut CD ad DF. Rurſum igitur componendo interior bis cum ſphæricâ bis, eſt ad ſphæricam ſemel: ut CD cum DF ad DF; hoc eſt, tota *a* ſuperficies annuli eſt ad ſuperficiem ſphæricam dictam, nimirum à genitore perimetro productam, ut CD cum DF ad DF. Atqui clauſi circularis annuli ſuperficies eſt ad ſphæricam ſuperficiem factam à genitore perimetro ut *b* circumferentia circuli ad diametrum. Ergo circumferentia circuli eſt ad diametrum, ut CD cum DF ad DF, hoc eſt ut CA ad DA. Datur igitur in rectis lineis proportio circumferentiæ ad diametrum. Quod erat propoſitum.

*c Ex 32. & 4. hujus. a Ibidem. b 42. l. 4. hujus.*

*Confer cum ultima lib. 3. & magnam in annulis obſerva ſuperficiei, ac corporis analogiam.*

#### *Corollarium.*

Ecce: rurſus proportionem circumferentiæ ad diametrum reduximus ad proportionem quantitatũ, quæ citra controverſiam homogeneæ ſunt. Nullum igitur de poſſibilitate quadraturæ dubiũ relinquitur.

*FINIS LIBRI QVARTI.*

# CYLINDRICORUM ET ANNULARIUM LIBER QUINTUS.

## ARGUMENTUM ET DIVISIO LIBRI.

### PARS PRIMA.

*Demonſtratur quamvis planam ſuperficiem, quocumque ſitu circa axem quovis, aut nullo ab ea diſtantem intervallo, in orbem ductam, producere rotundum ſolidum æquale ſolido recto, quod fit ab eâdem ſuperficie ductâ in altitudinem parem circumferentiæ à centro gravitatis deſcriptæ.*

### PARS II.

*Demonſtratur quamvis perimetrum, quocumque ſitu circa axem ab ea quomodocumque diſtantem, in orbem ductam, gignere rotundam ſuperficiem æqualem ſuperficiei rectæ quæ fit ab eâdem perimetro, ducta in altitudinem æqualem circumferentiæ à gravitatis centro deſcriptæ.*

### PARS III.

*Corporum a rotundorum à Parabola genitorum affectiones quædam illuſtriores deducuntur.* a Vide def. 1.

### PARS IV.

*Viæ multiplices ac novæ ad circuli quadraturam.*

### PARS V.

*Solido annulari ab Hyperbola genito ſphæra exhibetur æqualis. Hinc novæ ad Hyperbolæ quadraturam viæ aperiuntur; & reperitur ſphæra æqualis integro annulo, producto à figura, quæ ex ſegmento circuli, & ſegmento Hyperbolæ compoſita eſt Deinde Cylindri Hyperbolici partes quædam abſolutè cubantur: unde aliæ rurſum ad quadraturam Hyperbolæ panduntur viæ.*

### PARS VI.

*Proportio Hyperbolæ ad circulum theorematicè exhibetur.*

*Regulam univerſalem centri gravitatis, quam prima & ſecunda parte demonſtrandam ſuſcepi, primus, quod ſciam propoſuit adhibuitque Paulus Guldinus è Societate Ieſu lib. 2. Centrobaricorum cap. 8. pag. 147. his verbis expreſſam:* quantitas rotunda in viam rotationis ducta producit poteſtatem rotundam uno gradu altiorem. *Quo licet ille egregiam laudem promeritus ſit: regulam tamen, quod maximè petitur, non demonſtravit.*

DEFI.

## DEFINITIONES.

Fig. 6. 7. 8.9.10. 11. R*Otunda ſolida & rotundas ſuperficies* voco omnia ea corpora, & eas omnes ſuperficies, quæ circulari motu circa axem aliquem, hoc eſt lineam immobilem procreantur.

Recta quædam NQ, & figura quæcumque DECB exiſtant in uno plano DECNQ. Tangat autem figuram DECB, vel quomodocumque ſecet recta EB, occurrens ipſi NQ in A ſub angulo quocumque. Deinde planum CEDNQ, in quo exiſtunt figura DECB, & rectæ EBA, NQ, intelligatur perpendiculariter erectum ſuprâ aliud planum, putà hujus paginæ, & immobili permanente rectâ NQ, ducatur in orbem, ſic ut ſemper maneat perpendiculare ad planum, ad quod fuit perpendiculariter erectum, & recta EBA ſemper in eodem puncto ac ſub eodem angulo ſecet ipſam NQ. Corpus à figurâ DECB ſic revolutâ genitum, voco *Rotundum ſolidum*; ſuperficiem verò genitam à perimetro DSKC, voco *Superficiem rotundam*.

Rectam NQ, quæ immobilis perſtitit, *Axem revolutionis* appello, ut diſtinguam ab eo axe quem figuræ quædam intra ſe habent, qui nimirum omnes rectas cuidam alteri in figurâ æquidiſtantes, bifariam & ad angulos rectos ſecat.

Planum denique ad quod DECNQ planum perpendiculariter erectum fuit, *Revolutionis planum* appellabitur.

*Hac definitione annularia corpora omnis generis, & non annularia complector. Cùm enim axis revolutionis NQ extra figuram eſt, ut in ſchemate 6, 8, 10, 13, 15, 16, 17, aut figuram in puncto tangit, ut in ſchemate 9 & 20, corpora producuntur, quæ vel annuli ſunt, vel annulorum partes, vel certè annularia, hoc eſt quæ ad annulos ob aliquam ſimilitudinem reduci poſſint. Quod ſi figura, quæ in orbem ducitur, ſubtenſam habeat, eaq; concidat cum axe revolutionis, ut in ſchemate 7, 11, 14, 18, 19, procreantur ſphæra, ſphæroides, conoides, mala citria; aliaq; innumerabiles corporum ſpecies, quæ nullam cum annulis ſimilitudinem habeant.*

*Porrò definitio prima lib. 3. Cylindricorum & annulariorum, ad annularia ſola pertinet, & quidem ea, quæ fiunt à figurâ axem aliquem intra ſe habente revolutionis plano perpendicularem. Cujus definitionis quando mentio facta hic eſt, velim in ea lector paucula ſuppleat, quæ excidere. Pag. 481. ita habetur*; Sic ut recta ABC in uno feratur plano: *adde*, ad EK recto. *Tum hæc ſubſequuntur*: & figura dum circumducitur ſibi maneat parallela. *Adde has litteras*: EK: *Lege ergo*: & figura dum circumducitur, EK ſibi ipſi maneat parallela.

Fig. 6.7. 8. &c. 2. *Via centri gravitatis*, eſt peripheria circuli, quæ à figuræ (DECB) in orbem actæ, gravitatis centro (Z) deſcribitur.

3. *Solidum rectum* eſt, quod figura plana quæcumque rectâ latione mota producit: & *Superficies recta*, quæ fit à quavis perimetro rectâ latione motâ.

*Perimetrum* autem voco cujuſvis planæ figuræ circumferentiam, ſive totam, ſive partem ejus.

4. *Figura plana curvilinea axem habens*, ea dicitur, in quâ omnes lineæ rectæ uni certæ æquidiſtantes ad angulos rectos bifariam ſecantur. Rectæ autem, quæ ab axe biſecantur, ad axẽ ordinatim applicatæ dicuntur.

5. *Figura axem habens & continuè decreſcens*, ea dicitur, in quâ ordinatim ad axem (BE) applicatæ continuè versùs unam partem creſcunt, versùs alteram verò decreſcunt, donec vel in punctum abeant, vel deveniatur ad aliquam minimam. Fig. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 18. 19.

Tales ſunt triangulum iſoſceles, ſemiſſes polygonorum regularium, ſemicirculus, ſemiellipſis, vel ſegmenta eorum, Parabola, Hyperbola, & aliæ innumerabiles.

6. *Figura axem habens & non continuè creſcens*, ſeu *decreſcens*, ea dicitur, in quâ ordinatim ad axem (BE) applicatæ, cùm versùs unam partem aliquouſque creverint, deinde rurſum decreſcunt; aut contra: ſive quæ non continuè versùs unam partem vel coarctantur, vel dilatantur. Fig. 13.

7. *Figura circa axem non plena*, dicatur ea, quæ remanet, poſtquam à figurâ totâ axem habente ablata fuerit figura, habens eundem axem cum totâ.

In ſchemate 15 & 16 figura circa axem non plena eſt GCRDKH, quæ remanet ſi à totâ GCDH abſtuleris GRKH. Et in ſchemate 20 figura circa axem BE non plena, eſt aggregatum Ellipſium, quæ remanent, cùm à toto HEFCDH ſubduxeris mixtilinea GKH, CKD.

8. *Lineas rectas perimetro axem habenti, ordinatim inſcriptas & circumſcriptas*, voco, cùm quæ ab axe æqualiter diſtant, ſunt æquales.

Ut in fig. 22, ſi æquales ſint DF, CI & FG, IH, & GE, HE, dicentur perimetro DEC ordinatim inſcriptæ. In figurâ autem 23, ſi æquales ſimiliter ſint DF, CI, & FG, IH, & GE, HE, perimetro ordinatim erunt circumſcriptæ.

9. *Rectilineum figuræ ordinatim inſcriptum* dico, quod lineis rectis figuræ perimetri ordinatim inſcriptis continetur.

---

## PARS I.

*Demonſtratur quamvis planam ſuperficiem, quocumque ſitu circa axem quovis, aut nullo ab ea diſtantem intervallo, in orbem ductam, producere rotundum ſolidum æquale ſolido recto, quod fit ab eâdem ſuperficie ductâ in altitudinem parem a viæ centri gravitatis.* a Def. 2.

### *Lemma I.*

Figuræ planæ (DECB) axem habenti (BE) & continuè decreſcenti, poſſunt tot rectangula ordinatim ad axem poſita, & æquales habentia latitudines, inſcribi & circumſcribi, ut tam inſcripta, quàm circumſcripta à figurâ differant quantitate quavis datâ minori. Fig. 6. 7. 8.9.10. 11.

Demonſtrarunt Archimedes aliique; & per ſe ſatis clarum eſt.

### *Lemma II.*

Iiſdem poſitis, ſummæ rectangulorum tam inſcriptæ quàm conſcriptæ centrum gravitatis eſt in (BE) axe figuræ. Fig. 6.7. 8.9.10. 11.

*Demonſtratio.* Quoniam ex hyp. rectangula ſunt

 ad

ad axem BE ordinatim poſita, biſecantur omnia ab
*a Arch. 9. l. 1 æquip.* axe. Singulorum igitur centra *a* gravitatis in axe ſunt;
*b Arch. 8. l. 1. æquip.* ac proinde & commune *b* omnium gravitatis centrum in axe eſt.

### *Lemma III.*

*Fig. 6. 7. 8. 9. 10. 11.* Omnis figuræ planæ, axem habentis, centrum gravitatis in axe eſt.

*Demonſtratio.* Detur primùm figura continuè decreſcens. Quotcumque illi rectangula ad axem ordinatim poſita inſcripſeris, centrum gravitatis
*c Per lem. 2.* commune *c* omnium erit in axe. Quoniam igitur rectan-
*d Per lem. 1.* gula figuram *d* exhauriunt, etiam centrum gravitatis figuræ in axe erit: quod quidem eodem modo demonſtrabitur, quo id ipſum Archimedes demonſtravit de triangulo *prop. 13. lib. 1. de æquip.*

*Fig. 13.* Detur deinde figura axem habens, non continuè decreſcens GBLMRETSG. Reſolvatur in tot figuras decreſcentes continuè, in quot poteſt, uti hic in quatuor, ductis ad axem BE perpendicularibus
*k Arch 8. l. 1. æquip.* LG, MS, RT. Jam oſtenſum eſt ſingularum centra eſſe in axe. Ergo & commune *k* omnium in axe erit.

### *Lemma IV.*

*Fig. 15. 16.* Figuræ circa axem non plenæ (GCRKDH) centrum gravitatis in axe eſt.

*Demonſtratio.* Ex *definitione* 7. figura tota GCDH
*a Præced.* axem habet, putà BE. Ergo ejus gravitatis *a* centrum eſt in axe BE. Rurſus ex eadem *definitione*, figura ablata GRKH eumdem habet axem BE, ac
*b Præced.* proinde ejus quoque *b* gravitatis centrum eſt in axe BE. Cùm ergo centra totius & ablatæ ſunt in axe
*c Archim.* BE; etiam reliquæ, *c* ipſius nempè figuræ GCRKDH, centrum gravitatis in axe erit.

### *Lemma V.*

Figuræ decreſcenti continuè inſcribi vel circumſcribi poſſunt tot rectangula ad axem ordinatim poſita, ut commune eorum gravitatis centrum diſtet à centro gravitatis figuræ, intervallo minori quocumque dato.

*Demonſtratio.* Demonſtrarunt hoc in circulo, Ellipſi, Parabolâ, Hyperbolâ, Archimedes, Ioannes della Faille, Paulus Guldinus, Chriſtianus Hugenius, aliique: & res de ſe ſatis manifeſta eſt, ut operæ pretium non ſit idem in reliquis figuris demonſtrare. Nam cùm tot rectangula figuræ inſcribi
*f per lem. 1.* vel circumſcribi poſſint, *f* ut figuræ & aggregati rectangulorum differentia tandem evaneſcat, hoc eſt, quâcumque datâ fiat minor; ac proinde rectangulorum illa ſeries in ipſam denique figuram deſinat; neceſſe etiam eſt, centra gravitatis ad invicem accedere ſemper propiùs, ac tandem versùs unum punctum intervallo quovis dato minori appropinquare.

## PROPOSITIO I.

**Data ſint duo ſolida recta EG, AD, inæqualium altitudinum EF, AC, genita à quibuſcumque planis figuris VE, AB. Sit autem alia quæpiam altitudo media LK ejuſmodi, ut HF defectus ejus ab altitudine EF ſit ad KI exceſſum ejus ſuprà altitudinem AC ut reciprocè planum AB ad planum VE. Dico ſolidum quod fit ex utroque plano AB, VE, in altitudinem LK ducto, æquari utrique ſolido AD, & EG.** *Fig. 1. 2. 3.*

D*Emonſtratio.* Fiant ET & LI æquales AC, ſitque planum LNXM æquale planis VE, AB; & ſegmentum MNX, plano VE, ſegmentum verò MNL ipſi AB ponatur æquale: ducanturque utraque in altitudines LI, LK. Liquet ſolidum MNXRSQ, æquari *a* ſolido VT, & ſolidum MLNSIQ *a Cor. 11. 12.*
æquari ſolido AD; habent enim baſes & altitudines
*b* æqualia. Ob eamdem cauſam ſolida TZ, & QRSOYP æqualia erunt; cùm baſis QSR baſi *a*T, & altitudo YR, ſeu IK altitudini TH *c* æqualis exiſtat. Deinde quia ex hyp. HF eſt ad IK ut reciprocè planum AB, hoc eſt planum MLN, ſeu QIS, ad planum EV, *b Per conſtr. c Per conſtr.*
ſeu ZH, ſolida quoque QISOKP, & HG *d* æqualia erunt. Totum igitur ſolidum LY utrique EG & *d Ex 15. 12.*
AD æquale eſt. Sed ſolidum LY eſt id quod fit ex planis VE, & AB, ductis in altitudinem LK, cùm planum LNXM planis VE, & AB ſit æquale. Ergo ſolidum quod fit ex utroque plano AB, EV, ducto in altitudinem LK, æquatur utrique ſolido AD & EG. Quod erat demonſtrandum.

## PROPOSITIO II.

**Sit planum LNXM planis VE, & AB æquale, & ſolidum LY genitum ex plano LNXM ducto in altitudinem LK, æquale ſolidis, quæ fiunt ex plano VE ducto in altitudinem EF, & ex plano AB ducto in altitudinem AC. Dico HF, IK trium altitudinum, EF, LK, AC differentias, eſſe planis VE, & AB, proportionales reciprocè.** *Fig. 1. 2. 3.*

H Oc eſt HF eſſe ad IK, ut AB ad VE.

*Demonſtratio.* Cùm planum LNXM planis VE, AB ponatur æquale, intelligatur ita diviſum rectâ MN, ut MXN ipſi EV, & MLM ipſi AB æqualia ſint. Deinde quia HF, IK ſunt differentiæ rectarum EF, LK, ſeu XY, & AC, patet tam EH, & XY, ſeu LK; quàm XR, ſeu LI & AC æquales eſſe. Fiat inſuper ET æqualis XR, ſeu LI. Perſpicuum *a* eſt igitur ſolidum MNI ſolido AD, & ſolidum NNR ſolido VT, & ſolidum QSY ſolido TZ *a ex Corol. 11. 12.*
æquari. Cùm igitur totum quoque LY ex hypotheſi utriſque EG, AD ſolidis ſit æquale; etiam reliquum ſolidum QSK reliquo ſolido HG æquale erit. Igitur altitudo HF eſt ad altitudinem IK, *b* ut *b ex 15. 12.*
reciprocè baſis QIS, ſeu MLN, hoc eſt AB, ad baſim HZ, ſeu VE. Quod erat demonſtrandum.

PRO-

## PROPOSITIO III.

*Fig.* 4. 5. 13. Datum ſit planum VH, axem habens BE, revolutionis axi NQ perpendicularem. Sit autem planum VH compoſitum ex quotcumque planis, ſive partibus HL, GM, RS, TV, quarum centra gravitatis C, D, F, K, omnia ſint in axe BE: centrum autem gravitatis plani totius VH ſit Z, quod proinde *c* etiam erit in axe BE.

*c Arch.* 8. *l.* 1. *æquip.*

Deinde rotunda ſolida, quæ à dictis planis HL, GM, RS, TV circa axem NQ rotatis, producuntur, ſingula ſint æqualia ſolidis rectis quæ fiunt ab iiſdem planis, ductis in altitudines pares peripherijs, quas ſingulorum gravitatis centra C, D, F, K, circa NQ deſcribunt, quarum nempè radij ſunt AC, AD, AF, AK.

Dico, etiam rotundum ſolidum à toto plano VH, circa eumdem axem NQ productum, æquale futurum ſolido recto, quod fit ab eodem plano toto VH ducto in altitudinem parem peripheriæ deſcriptæ à totius plani centro gravitatis Z, cujus nempè radius eſt AZ.

DEmonſtratio. Quia plani HL centrum grav. eſt C, & plani GM centrum grav. eſt D, utriuſque commune centrum O erit in eadem *d* recta cum C & D, nimirum in axe EBA. Peripheriæ autem à centris C, O, D circa axem NQ deſcriptæ, ſunt radijs ſuis AC, AO, AD proportionales. Quare etiam trium harum peripheriarum differentiæ (nimirum differentia primæ à ſecundâ, & differentia ſecundæ à tertiâ) trium radiorum AC, AO, AD differentijs proportionales erunt. Jam, quia C & D, ſunt centra grav. planorum HL, GM; centrum verò commune utriuſque eſt O, CO eſt ad DO *e* ut reciprocè planum GM ad planum HL; hoc eſt trium radiorum differentiæ binæ, ipſæ videlicet CO, DO, ſunt planis HL, GM reciprocè proportionales. Ergo etiam differentiæ binæ trium viarum, ſive peripheriarum à centris gravitatis C, O, D, circa NQ deſcriptarum, ac proinde & rectarum ipſis æqualium, iiſdem planis HL, GM reciprocè proportionales ſunt. Ergo ſi conſtituantur tria ſolida recta, primum ſuper plano HL, in altitudine quæ ſit æqualis viæ centri C, hoc eſt peripheriæ à centro C deſcriptæ circa NQ, cujus radius AC: ſecundum ſuper plano compoſito HM cujus altitudo ſit via centri O: tertium ſuper plano GM altitudinem habens parem viæ centri D; erit *f* rectum ſolidum baſim habens HM ex utroque plano HL, & GM compoſitam, altitudinem verò parem viæ centri O, æquale duobus ſolidis rectis, quorum baſes ſunt plana ſingillatim HL & GM, altitudines verò pares vijs centrorum C, & D etiam ſingillatim. Atqui ex hypotheſi rotundum ſolidum genitum à plano HL rotato circa NQ, æquatur ſolido recto, cujus baſis eſt planum HL. altitudo verò par viæ centri C; & rotundum ſolidum genitum à plano GM circa NQ,

*d Arch.* 8. 1. *æquip.*
*e* 8. 1. *æquip.*
*f per* 1. *hujus.*

etiam ex hyp. æquatur ſolido recto, cujus baſis eſt planum GM, altitudo verò par viæ centri D. Ergo etiam ſolidum rectum baſim habens HM, altitudinem verò parem viæ centri ſui O, æquale eſt duobus rotundis ſolidis quæ fiunt à planis HL, & GM circa NQ; hoc eſt rotundo ſolido quod fit à plano compoſito HM, circa NQ.

Comparetur jam planum HM, cujus centrum grav. O, cùm plano RS, cujus centrum F: centrum autem totius plani *k* HS ſit P. Quia ergo eſt OP ad FP, ut *o* reciprocè planum RS ad planum HM, rurſum erunt differentiæ binæ radiorum AO, AP, AF, (ipſæ nimirum OP, & EP) ac proinde & peripheriarum iſtis radijs ab O, P, F centris deſcriptarum differentiæ binæ planis HM, RS reciprocè proportionales. Quare ſi ſuper planis HM, HS, RS ſtatuantur tria ſolida recta, quorum altitudines ſint peripheriæ radiorum AO, AP, AF, erit ſolidum rectum cujus baſis eſt HS, ex utroque HM, & RS plano compoſita, altitudo autem peripheria radij AP, æquale duobus *m* rectis ſolidis, quorum baſes ſunt plana HM, RS, altitudines verò peripheriæ radiorum AO, AF. Atqui jam in prima parte demonſtravi rotundum ſolidum quod fit à plano HM circa NQ, æquari ſolido recto cujus baſis eſt planum HM, altitudo autem via centri O, id eſt peripheria radij AO; & ex hypotheſi rotundum ſolidum factum à plano RS circa NQ, æquatur ſolido recto cujus baſis eſt RS, altitudo verò par viæ centri F, ſeu peripheriæ radij AF. Ergo etiam ſolidum rectum cujus baſis eſt HS, altitudo autem via centri ſui P, ſive peripheria radij AP, æquatur duobus rotundis ſolidis quæ fiunt circa NQ à planis HM & RS, hoc eſt rotundo ſolido à plano compoſito HS circa NQ producto.

*k Arch* 8. 1. *æquip.*
*o ibid.*
*m per* 1. *hujus.*

Comparetur denique planum HS cujus centrum P, cum plano TV, cujus centrum K: centrum autem plani totius ſit Z. Quia iterum eſt *n* PZ ad KZ, ut reciprocè planum TV ad planum HS; rurſum erunt differentiæ binæ radiorum AP, AZ, AK (ipſe nimirum PZ, & KZ) ac proinde & differentiæ binæ viarum, quas centra P, Z, K circa NQ deſcribunt, radijs AP, AZ, AK, planis HS, TV reciprocè proportionales. Quare ſi ſuper planis AS, HV, TV erigantur tria ſolida recta, quorum altitudines ſint viæ centrorum P, Z, K, erit ſolidum rectum cujus baſis eſt HV ex utroque plano HS, & TV compoſita, altitudo autem via centri ejus Z, æquale *r* duobus ſolidis rectis, quorum baſes ſunt plana ſingula HS, & TV altitudines verò viæ centrorum P, & K. Atqui jam in ſecundâ parte demonſtratum eſt ſolidum rotundum quod fit à plano HS circa NQ, æquari ſolido recto ex baſi HS & altitudine pari viæ centri P; ſolidum verò rotundum factum à plano TV circa NQ, ex hyp. æquale eſt ſolido recto ex baſi TV, & altitudine pari viæ centri K. Ergo etiam ſolidum rectum cujus baſis eſt planum HV, altitudo autem via ſui centri gravitatis Z, æquatur duobus rotundis ſolidis, quæ fiunt circa NQ à planis HS, & TV, hoc eſt uni ſolido rotundo, quod fit à toto plano HV circa NQ revoluto. Quod erat demonſtrandum.

*n* 8. 1. *æquip.*
*r per* 1. *hujus.*

PRO-

## PROPOSITIO IV.

*Fig. 15. 16.* Data ſit figura quævis plana HCDG, axem habens BE revolutionis axi NQ perpendicularem, centrum verò gravitatis Z. Figuræ partes ſint HKERGB, & DKCR quæcumque: partis HKERGB centrum grav. ſit P; partis verò DKCR ſit O: & ſint tria illa centra P, Z, O in axe BE.

Ponantur deinde ſolida rotunda, quæ fiunt à plano toto HCDG, & à parte ejus HKERGB circa axem NQ rotatis, æquari ſingula ſolidis rectis, quæ fiunt ab iiſdem planis ductis in altitudines pares peripherijs, quas earum gravitatis centra Z, P circa NQ deſcribunt.

Dico: etiam rotundum ſolidum quod circà eumdem axem NQ fit à parte reliqua DKCR, æquari ſolido recto quod fit ab eadem ductâ in viam ſui centri gravitatis O.

DEmonſtratio. Si negas; erit ſolidum rectum ex plano DKCR ducto in aliam quampiam altitudinem, quam vocemus M, quæ major minórve ſit viâ centri O, æquale rotundo ſolido genito ab eodem plano DKER circa axem NQ. Eſt autem ex hyp. etiam ſolidum rectum genitum ex plano HKERG ducto in viam centri ſui P, æquale ſolido rotundo quod fir ab eodem plano circa NQ; item ex hyp. rectum ſolidum ex plano toto HCDG ducto in viam ſui centri Z, æquatur rotundo ſolido quod fit circa NQ ab eodem plano HCDG. Quare cùm rotundum ſolidum totius plani HCDG, æquale ſit duobus rotundis ſolidis ſuarum partium DKCR, & HKERGB, etiam ſolidum rectum factum à plano toto HCDG in viam centri ſui Z, æquabitur duobus rectis ſolidis, quæ fiunt à plano DKCR ducto in altitudinem M, & à plano HKERGB, ducto in viam centri ſui P. Trium igitur altitudinum binæ differentiæ (nimirum differentia altitudinis M à viâ centri Z, & differentia viæ centri Z à viâ centri P) ſunt *a* planis DKCR, & HKERGB reciprocè proportionales. *a per 2. huius.* Jam verò cùm viæ centrorum O, Z, P, ſint ſuis radijs AO, AZ, AP proportionales, etiam viarum harum binæ differentiæ erunt radiorum dictorum binis differentijs, quæ ſunt OZ, ZP, proportionales. Atqui radiorum differentiæ OZ, ZP, ſunt *b* reciprocè proportionales planis DKCR, HKERGB. *b Arch. 8. 8. 1. æquip.* Ergo etiam trium viarum à centris O, Z, P deſcriptarum differentiæ planis DKCR, HKERGB reciprocè proportionales ſunt. Atqui oſtendi ſuprà etiam differentias binas altitudinis M, viæ centri Z, viæ centri P, eſſe planis iiſdem DKCR, HKERGB reciprocè proportionales. Ergo priores differentiæ binæ his poſtremis proportionales ſunt; hoc eſt differentia viæ centri O à viâ centri Z, eſt ad differentiam viæ centri Z à viâ centri P, ut differentia altitudinis M à viâ centri Z, eſt ad eandem differentiam viæ centri Z, à viâ centri P. Ergo differentia altitudinis M à viâ centri Z, æqualis eſt differentiæ viæ centri O ab eadem viâ centri Z. Ergo etiam altitudo M & via centri O æquales ſunt. Atqui poſueras ſolidum rectum ex plano DKCR ducto in altitudinem M, æquari rotundo ſolido ejuſdem plani DKCR. Ergo etiam ſolidum rectum ex plano DKCR ducto in viam centri ſui O, æquale eſt rotundo ſolido ejuſdem plani DKCR. Quod erat demonſtrandum.

*Habes igitur, Lector, ex ipſa concluſionis negatione, concluſionem ipſam poſitivè ac directè demonſtratam. Demonſtrationum ejuſmodi plura reperies exempla in elementis noſtris Geometriæ planæ ac ſolidæ,* prop. 35. l. 5. prop. 4. lib. 11. & lib. 3. *elementorum noſtrorum Arithmeticorum,* propoſ. 36. *Conſule etiam, ſi lubet, appendicem noſtram poſt elementa Geometriæ ad clariſſimum virum Danielem Lipſtorpium, quâ demonſtravi ex falſo poſſe directè deduci verum. Quod quidem neque incredibile neque alienum à veritate videri debet. Nam ex falſo ſuppoſito tanquam vero directè deduci contradictorium ejus, (quod proinde neceſſariò verum eſt) nihil eſt aliud, quàm falſum à ſeipſo everti ac deſtrui; quod naturæ falſi maximè conſentaneum eſt.*

*Porrò. Ex quatuor hiſce primis propoſitionibus univerſale theorema, quod in Synopſi hujus libri, in parte prima propoſitum fuit, demonſtraturi deinceps ſumus per propoſitiones quinque ſequentes, inter quas præcipua eſt, quæ proximè ſequitur.*

## PROPOSITIO V.

Detur figura plana quæcumque DECB, continuè *a* decreſcens, axem habens EB revolutionis axi NQ perpendicularem: ſitque ejus gravitatis centrum Z. *Fig. 6. 7. 8. 9. 10. 11.* *a Def. 5.*

Dico: rotundum ſolidum, quod fit ab hac figura circa axem NQ in orbem ducta, æquale eſſe ſolido recto, quod eadem produceir ducta in altitudinem parem peripheriæ à centro ſuo gravitatis Z, radio AZ deſcriptæ.

DEmonſtratio. Figuræ DECB inſcribe & circumſcribe quotcumque rectangula ordinatim ad axem BE conſtituta, quorum commune gravitatis centrum ſit O. Quoniam rectangulum RL ordinatim poſitum eſt ad axem BE, ejus latera ab axe ſecantur bifariam. Quare H punctum medium axis particulæ inter latera interceptæ, eſt gravitatis centrum *b* rectanguli RL. *b patet ex 10. 2. æqui. Archim.* Deinde rotundum ſolidum quod fit à rectangulo RL circa axem NQ rotato, æquatur *o* ſolido recto, quod ab eodem producitur ducto in altitudinem parem peripheriæ à puncto medio H, hoc eſt (ut jam oſtendi) à rectanguli RL gravitatis centro, circa NQ deſcriptæ. *o Demonſtravi p. 2. l. 3. Cylind. & Annul.* Eodem modo oſtendam ſingula rotunda ſolida, quæ fiunt à reliquis rectangulis circa axem NQ in orbem ductis, æquari ſingulis ſolidis rectis, quæ fiunt ab iiſdem rectangulis ductis in ſuorum centrorum vias ſeu peripherias. Ergo rotundum ſolidum, quod fit ab omnibus rectangulis ſimul ſumptis circa NQ rotatis, æquale *m* eſt ſolido recto quod fit ab iiſdem omnibus rectangulis ductis in viam, ſeu peripheriam à communi omnium gravitatis centro O circa NQ deſcriptam. *m per 3. huius.* Cùm igitur hoc ſemper contingat; & rectangulorum tam inſcriptorum quàm conſcriptorum ſeries, ſi plura ſemper & plura inſcribantur & conſcribantur, in ipſam *n* denique DECB figuram deſinant, hoc eſt differre *n Per lem. 1.*

à figu-

à figura poſſint quantitate quacumque datâ minori; centrumque commune rectangulorum tandem abeat in centrum figuræ Z, ut patet ex Lemm. 5; neceſſe eſt rotundum ſolidum, quod figura DECB circa axem NQ rotata producit, æquari etiam ſolido recto, quod eadem figura gignit ducta in viam ſui centri gravitatis Z. Quod erat demonſtrandum.

Hæc ſufficiunt, ut eos convincant, qui naturam perſpexerint earum ratiocinationum, quæ per exhauſtionem procedunt. Quod enim figuræ cuipiam inſcriptis & conſcriptis figuram ipſam exhaurientibus ſemper convenit, id ipſi etiam figuræ convenire, facilè eſt peritis Geometris per reductionem ad impoſſibile demonſtrare: quam reductionem nihilominus, ne quis forte eam deſideret, in proximum ſcholium conjeci.

## Scholium.

Fig. 6. 11. Suppoſitâ demonſtratione priori uſque ad conſequentiam poſtremam, quæ ita incipit, (cùm igitur hoc ſemper contingat) ita proſequere.

Si rotundum ſolidum quod fit à figura DECB circa NQ in orbem ducta, non eſt æquale ſolido recto, quod eadem producit ducta in viam ſui gravitatis centri Z, erit vel minus eo, vel majus.

Pars I. Ponatur primo eſſe minus defectu T, quem ſeca in partes S, T. Inſcribi poſſunt figuræ DECB tot rectangula axi BE ordinatim applicata, ut ſegmenta reſidua e fiant quocumque dato plano minora, ac proinde (e per lem. 1.) ut ducta in altitudinem parem viæ centri Z efficiant ſolidum rectum minus quam S. Rurſum inſcribi poſſunt figuræ DECB tot rectangula, ut eorum commune gravitatis centrum O diſtet d à centro figuræ Z intervallo minori quocumque dato, (d per lem 5) ac proinde ut differentia viarum, quas contra utraque O & Z circa NQ deſcribunt fiat datâ quâvis minor, ac proinde ulteriùs ut ſolidum rectum quod fit ab aggregato rectangulorum in dictam differentiam, fit minus quam T. Manifeſtum igitur eſt, figuræ DECB tot inſcribi poſſe rectangula, ut ſolidum rectum quod fit à ſegmentis reſiduis in viam centri Z, unà cum recto ſolido, quod fit ab aggregato rectangulorum in differentiam viarum deſcriptarum à centris O & Z, minus ſit quam T. Iam verò ſolidum rectum genitum à ſummâ rectangulorum in viam centri ſui O, à ſolido recto genito à figura DECB in viam centri ſui Z deficit (ut oſtendam infrà in lemmate) per duo recta ſolida, quorum unum fit ex ſegmentis reſiduis in viam centri Z, alterum verò ex ſummâ rectangulorum in differentiam viarum à centris O & Z deſcriptarum: hoc eſt (ut jam oſtendi) defectu minori quam ſit T. Atqui ponebatur rotundum ſolidum à figura DECB circa NQ productum, à ſolido recto genito à figura DECB in viam centri ſui Z, deficere quantitate T. Ergo rectum ſolidum quod fit à ſumma rectangulorum in viam centri O, à ſolido recto facto ex figura DECB in viam centri ſui Z, deficit minori defectu, quàm ab eodem deficiat rotundum ſolidum figuræ DECB; ac proinde ſolidum rectum ex ſumma rectangulorum in viam centri O majus eſt rotundo ſolido figuræ DECB. Atqui in demonſtratione prima oſtenſum eſt rotundum ſolidum, quod à ſumma rectangulorum circa NQ producitur, æquari ſolido recto quod fit ab eadem ſumma in viam centri ſui O. Ergo etiam rotundum ſolidum quod fit à ſumma rectangulorum circa axem NQ, majus eſt rotundo ſolido quod fit à figura DECB circa axem eundem NQ, pars toto. Quod eſt abſurdum.

Fig. 8. Cùm O centrum grav. ſummæ rectangulorum cadit ultra Z centrum figuræ DBCE, ut in Fig. 8. ita ratiocinare. Si tunc adhuc conceditur ſolidum rectum, quod fit à rectangulorum ſummâ in viam centri O, eſſe minus ſolido recto genito à figura DBCE in viam centri ſui Z, reductio ad impoſſibile procedet, ut prius. Si verò ſolidum rectum ex rectangulis in viam centri ipſorum O, aſſeritur jam eſſe æquale vel majus ſolido recto ex figura DBCE in viam centri ſui Z etiam rotundum ſolidum genitum ex rectangulis, quod in demonſtratione prima dicto ſolido recto ſummæ rectangulorum oſtenſum eſt æquale, erit æquale vel majus ſolido recto ex figura DBCE in viam centri Z. Atqui rotundum ſolidum genitum ex figura DBCE ponebatur minus eſſe ſolido recto genito ex figura DBCE in viam centri ſui Z. Ergo à fortiori rotundum ſolidum genitum à rectangulorum ſumma æquale vel majus erit ſolido rotundo figuræ DBEC, pars ſuo toto. Quod eſt abſurdum.

Pars II. Ponatur deinde rotundum ſolidum figuræ DECB eſſe majus ſolido recto producto ab eadem in viam centri ſui Z, exceſſu ω, quem ſeca in partes α & β. Patet rurſum, ut ſupra, figuræ DECB tot circumſcribi poſſe rectangula, ut ſegmenta m reſidua quæ remanent, ablatâ ex conſcriptis rectangulis figurâ DECB, fiant dato plano minora, ac proinde ut rectum ſolidum quod fit ex illis ſegmentis reſiduis in viam centri O, ſit minus quam α. (Fig. 7.) (m Per lem. 14.) Patet ſimiliter figuræ DECB tot circumſcribi poſſe o rectangula, ut ipſorum commune gravitatis centrum O diſtet à Z centro figuræ DECB intervallo minori quocumque dato, adeoq; ut via ſeu peripheria centrorum O, Z, differant longitudine quâvis datâ minori; ac proinde ulteriùs ut ſolidum rectum quod fit ex figura DECB in dictam viarum differentiam ſit minus quàm β. (o Per lem. 5.) Liquet igitur figuræ DECB tot rectangula poſſe circumſcribi, ut ſolida duo recta, quæ fiunt ex ſegmentis reſiduis in viam centri O & ex figura DECB in differentiam viarum à centris O, Z deſcriptarum, ſimul ſumpta evadant minora, quàm ω. Iam verò ſolidum rectum factum ex ſumma rectangulorum in viam centri ſui O, excedit ſolidum rectum quod fit ex figura DECB in viam centri ſui Z duobus ſolidis rectis, quorum unum fit à ſegmentis reſiduis in viam centri O, alterum verò ex figurâ DECB in differentiam viarum à centris O & Z deſcriptarum, ut oſtendam infrà in 6 Lemmate, hoc eſt exceſſu minore quàm ſit ω, hoc eſt exceſſu minore quàm quo ponebatur ſolidum rotundum figuræ DECB ſuperare idem rectum ſolidum factum ex figura DECB in viam centri ſui Z. Ergo rotundum ſolidum figuræ DECB majus eſt ſolido recto quod fit à ſumma rectangulorum in viam centri ſui O. Atqui oſtenſum eſt in demonſtratione prima rotundum ſolidum genitum à ſumma rectangulorum, æquari ſolido recto quod ab iiſdem rectangulis fit in viam centri ſui O. Ergo etiam rotundum ſolidum figuræ DECB majus erit rotundo ſolido ſummæ rectangulorum, pars toto: quod eſt abſurdum.

Fig. 9. 10. Quando O centrum rectangulorum circumſcriptorum cadit inter Z centrum figuræ, & axem revolutionis NQ, ita ratiocinare. Si tunc adhuc conceditur rectum ſolidum, quod fit ex rectangulorum ſumma in viam centri ſui O, majus eſſe ſolido recto ex figura DBCE in viam centri ſui Z, reductio ad impoſſibile procedet, ut prius. Si verò ſolidum rectum ex ſummâ rectangulorum in viam centri O aſſeritur jam eſſe non majus ſolido recto ex figura DBCE in viam ſui centri Z, etiam ſolidum rotundum ſummæ rectangulorum, quod in demonſtratione prima dicto ſolido recto ſummæ rectangulorum oſtenſum eſt æquale, erit non majus ſolido recto ex figura DECB in viam centri ſui Z, ac proinde à fortiori non majus

*rotundo ſolido figura DECB (cùm id in hac 2. parte poſitum fuerit majus ſolidò recto figura DECB in viam centri ſui Z) : Id vero abſurdum eſt, ſic enim totum ſuâ parte non majus eſſet.*

*Quare cum parte 1. oſtenſum ſit rotundum ſolidum figura DECB circa NQ rotata non eſſe minus ſolido recto figura ejuſdem ducta in viam centri Z, & parte 2. non eſſe majus, eidem æquale erit. Quod erat demonſtrandum.*

### *Lemma VI.*

Fig. 12. Si recta AC ducatur in altitudinem AE, & AB recta minor quàm AC ducatur in altitudinem AD minorem quàm AE, factum ex majori AC excedet factum à minori AB, rectangulo BG, quod fit ex rectarum differentiâ CB in altitudinem majorem, & rectangulo DF, quod fit ex minori rectâ AB in DE altitudinum differentiam.

*Demonſtratio* patet. Quod verò hîc in ductu linearum aſſeritur brevitatis causâ, valere eodem modo in ductu ſuperficierum vel leviter elementis tinctus perſpiciet.

### PROPOSITIO VI.

Fig. 13. **Data ſit figura plana quæcumque non continuè decreſcens GBLRET, axem habens EB revolutionis axi NQ perpendicularem.**

**Dico, rotundum ſolidum quod fit ab eâ circa axem NQ revolutâ æquale eſſe ſolido recto, quod eadem producit in viam ſui centri gravitatis ducta.**

D*Emonſtratio.* Quoniam ex hypotheſi figura GBLRET axem habet, poterit per rectas ad axem BE perpendiculares LG, MS, RT reſolvi in figuras continuè creſcentes, vel decreſcentes, quarum axes ſint ſegmenta axis totius BE. Centra gravitatis earum ſunto C,D,F,K. Atqui per præcedentem rotunda ſolida quæ fiunt ab his figuris partialibus circa NQ revolutis, æquantur ſingula ſingulis rectis ſolidis quæ ab iiſdem gignuntur figuris ductis in vias ſuorum gravitatis centrorum C,D,F,K. Ergo etiam *b* rotundum ſolidum totius figuræ GBLRET circa

b per 3. hujus. NQ revolutæ, æquale eſt ſolido recto, quod eadem producit ducta in viam centri ſui Z. Quod erat demonſtrandum.

### *Corollarium.*

Hoc theoremate comprehenditur etiam omne genus annulorum.

### PROPOSITIO VII.

Fig. 15. 16. **Data ſit figura plana quæcumque DKCR, axem habens EB revolutionis axi NQ perpendicularem, ſed circa axem ſuum EB non *a* plena.**

a Vide def. 7. **Dico, rotundum ſolidum, quod fit ab eâ circa axem NQ revoluta, æquari ſolido, quod fit ab eadem ducta in viam ſui centri gravitatis Z.**

D*Emonſtratio.* Quoniam figura DKCR ex hyp. eſt circa axem ſuum non plena, ex *definitione 7* patet figuram HKRG, quæ eam replet, eundem cum eâ habere axem EB. Atqui hujus, nempè HKRG, rotundum ſolidum per præcedentes duas æquatur ſolido recto, quod eadem gignit ducta in viam centri ſui P, & per eaſdem præced. rotundum quoque ſolidum totius figuræ HGCD æquatur ſollido recto genito ab eâdem HGCD in viam centri ſui Z. Ergo etiam rotundum ſolidum plani reliqui DKCR æquatur *b* ſolido recto, quod fit ab eodem ducto in viam centri ſui O : quod erat demonſtrandum. b per 4. hujus.

*Vt melius appareat infinita theorematis varietas, placet idipſum in figurâ 20 proponere.*

Ellipſes binæ ſimiles & æquales & ſimiliter poſitæ, ſe mutuò tangant in K, & NQ axem revolutionis in C ac D, ipſas verò Ellipſes tangant rectæ GH in G & H, & EKB in K; ſitque EKB axi revolutionis NQ perpendicularis. Quoniam Ellipſes ſunt æquales ac ſimiles, & ſimiliter poſitæ, patet rectam EKB fore axem totius figuræ HGCDH, & figuræ inter Ellipſes mediæ GKCDKH, ac proinde & figuræ reſiduæ ex Ellipſibus ipſis compoſitæ, quæ idcircò erit figura circa axem non plena. Fig. 20.

*Dico* rotundum ſolidum, quod fit à binis Ellipſibus circa NQ in orbem ductis, æquari Cylindris Ellipticis, qui fiunt ab iiſdem ductis in viam communis earum centri gravitatis.

*Demonſtratio.* Figura tota HGCDH axem habens EB revolutionis axi perpendicularem, eſt ex continuè decreſcentibus figuris compoſita. Ergo ejus rotundum ſolidum *c* æquatur ſolido recto genito ab eâdem ductâ in viam ſui centri gravitatis Z. Similiter figuræ inter Ellipſes mediæ axem eundem habentis BE rotundum ſolidum, *d* æquatur recto ſolido quod fit ex eâdem ductâ in viam centri ſui P. Ergo etiam plani reſidui ex Ellipſibus compoſiti rotundum ſolidum *e* æquatur ſolido, quod ab eodem plano fit in viam ſui centri gravitatis O. Quod erat demonſtrandum. c per 6. hujus. d Per eand. e Per 4. hujus.

### PROPOSITIO VIII.

**Data ſit figura MPSHKM, axem habens EPB revolutionis axi NQ perpendicularem, compoſita ex plano LGHK circa axem pleno, & ex MLPGS non pleno.** Fig. 17.

**Dico: rotundum ſolidum, quod fit ex figura MPSHKM circa NQ revoluta, æquari ſolido recto, quod fit ab eadem ducta in viam ſui centri gravitatis Z.**

D*Emonſtratio.* Rotundum ſolidum plani GLKH *a* æquatur ſolido recto, quod fit ex plano eodem ducto in viam ſui centri C; & per præcedentem rotundum ſolidum plani MLPGS æquatur recto, quod fit ex eodem ducto in viam centri ſui D. Ergo rotundum *b* ſolidum plani totius æquatur recto, quod fit ex eodem ducto in viam ſui centri gravitatis Z. a per 5. vel 6. hujus. b per 3. hujus.

PRO-

## PROPOSITIO IX.

Fig. 18. 19. 20. Data ſit figura quæcumque plana BEC, vel CKGω axem non habens, aut certè ſi axem habeat FR, non habens illum axi revolutionis NQ perpendicularem.

Dico rotundum ſolidum ab eâ circa NQ revolutâ genitum, æquari ſolido recto, quod ab eadem in viam ſui gravitatis centri ductâ procreatur.

Fig. 20. *Demonſtratio.* Eſto primùm figura curvilinea undique clauſa quæcumque CKGω, ſive axe omninò carens, ſive eum habens ad NQ non perpendicularem. Tangat eam recta EKA ad NQ perpendicularis, addaturque figura ad partem alteram æqualis & ſimilis ſimiliterque poſita HKDω. Liquet igitur figuræ ex utriſque compoſitæ axem fore EKB, ejuſque commune gravitatis centrum fore in axe EKB, putà in Z: partium autem GKC, HKD centra ſint L & M, quæ jungat recta LM. Quoniam ex hypot. figuræ GKC, HKD ſunt æquales & ſimiles & ſimiliter poſitæ ad axem EB, erunt quoque gravitatum centra L, & M ſimiliter poſita reſpectu axis EB; ac proinde neceſſe eſt, ut recta LM, centra jungens ſit ad EB perpendicularis, ejuſque ſegmenta LZ, MZ inter ſe ſint æqualia: aliàs figuris ſibi mutuò congruentibus centra L, M non congruerent; quod repugnat *poſtulate 5. Arch. lib. de æquip.* Quoniam igitur partium centra L & M, & commune totius Z ſunt in rectâ LZM ad axem EB perpendiculari, qui ex hypot. perpendicularis eſt axi revolutionis NQ, erit LM parallela ad NQ; ideoque centrorum ab NQ diſtantiæ LT, ZB, MV ſunt æquales; ac proinde etiam peripheriæ, quas in revolutione deſcribunt ſinguli, inter ſe æquales erunt. Deinde quia figuræ GKC, HKD, ex hyp. ſunt æquales & ſimiles, & ſimiliter poſitæ circa axem communem EB, ac proinde (cùm EB ex hyp. rectus ſit axi revolutionis NQ) etiam ſimiliter poſitæ reſpectu NQ; patet rotundum ſolidum ab utrâque genitum, duplum eſſe rotundi ſolidi geniti à ſolâ GKC. Atqui ſolidum rotundum figuræ utriuſque [a] æquatur recto ſolido, quod ſit ab utrâque figurâ in viam centri communis Z. Ergo rectum ſolidum figuræ utriuſque ductæ in viam centri Z duplum eſt quoque rotundi ſolidi figuræ GKC. Ergo rectum ſolidum ex figurâ ſolâ totius dimidiâ GKC, in viam centri Z, hoc eſt, ut ſuperiùs oſtendi, in viam centri L, æquatur rotundo ſolido ejuſdem figuræ GKC. Quod erat demonſtrandum.

[a] *Per 7. hujus.*

Fig. 19. 18. Sit deinde planum axe carens ECB ſemihyperbolæ exempli gratiâ, aut ſemiparabolæ, aut ſegmenti circuli, vel Ellipſis, ſubtenſam habens EB, revolutionis axi NQ perpendicularem. De hac eodem omninò modo theorema demonſtrabitur; ac proinde conoides hyperbolicæ & Parabolicæ æquantur rectis ſolidis; quæ fiunt à genitrice ſemiparabolâ aut ſemihyperbolâ in viam centri gravitatis ſemiparabolæ aut ſemihyperbolæ.

Atque ex his duobus caſibus facilè in reliquis, ſi qui ſint alij, veritas theorematis ſiet manifeſta.

*Tacquet Cylind. & Annul.*

### Scholium.

*Propoſitionibus 5,6,7,8,9, mihi videor omne genus rotundorum ſolidorum complexus eſſe. Plenè igitur demonſtravimus, quod primâ* hujus libri *parte fuerat propoſitum, videlicet*

Quamvis figuram planam, quocumque ſitu, circa axem quovis ab ea intervallo diſtantem, in orbem ductam, producere rotundum ſolidum, æquale ſolido recto, quod ſit ab eadem ſuperficie ducta in altitudinem parem viæ centri gravitatis.

### Corollarium.

*Igitur quæcumque de ſolidis rectis, hoc eſt Cylindricis, ſeu Cylindriformibus à Geometris demonſtrata ſunt, etiam rotundis ſolidis quibuſcumque conveniunt, figurâ genitrice, hoc eſt eâ, quæ fuit ducta in orbem acceptâ pro baſi, & peripheriâ quam deſcripſit centrum gravitatis, acceptâ pro altitudine. Quare*

*1. Cùm peripheriæ, ſeu viæ centrorum gravitatis æquales ſunt, rotunda ſolida eam inter ſe rationem habent quam figuræ genitrices.*

*2. Cùm æquales ſunt figuræ genitrices, rotunda ſolida ſunt inter ſe, ut viæ centrorum gravitatis.*

*3. Rotundorum ſolidorum ratio compoſita eſt ex ratione figurarum genitricum, & ratione viarum à gravitatum centris deſcriptarum.*

*4. Si rotunda ſolida fuerint æqualia, genitrices figuræ ſunt vijs centrorum gravitatis reciprocè proportionales: & contra.*

*Et cætera his ſimilia.*

# PARS II.

***Demonſtratur quamvis perimetrum, quocumque ſitu circa axem ab ea quomodocumque diſtantem in orbem ductam, gignere rotundam ſuperficiem æqualem ſuperficiei rectæ, quæ ſit ab eadem perimetro, ducta in altitudinem viæ centri gravitatis æqualem.***

### *Lemma VII.*

Quæ de planis & ſolidis demonſtravit Archimedes in *lib. de æquip.* etiam lineis non abſimili demonſtrationum formâ conveniunt.

### *Lemma VIII.*

Perimetro curvilineæ axem habenti EB, & continuè decreſcenti inſcribi & circumſcribi poſſunt tot rectæ lineæ, ut tam inſcriptæ, quàm circumſcriptæ à perimetro differant quantitate quâvis datâ minori. Fig. 22. 23.

Eſt manifeſtum & ſatis ab alijs demonſtratum.

### *Lemma IX.*

Ijſdem poſitis ſummæ rectarum ordinatim, [a] ſeu inſcriptarum, ſeu conſcriptarum, centrum quantitatis eſt in axe BE. Fig. 22. 23.

[a] *Vide defin. 8.*

*Demonſtratio.* Æquales ex hypotheſi rectas DF, CI biſecet recta Sæ. Quoniam centra gravitatis rectarum DP, CI, ſunt S & æ, eaque connectit Sæ, erit commune utriuſque *b* centrum in recta Sæ. Igitur ſi fiat ut DF ad CI, ita æP ad PS, hoc eſt ſi recta Sæ biſecetur in P, erit commune rectarum DF, CI, centrum in P, hoc eſt in perimetri axe BE, qui biſecat ipſam Sæ. Eodem modo oſtendam centrum rectarum FG, IH, eſſe in axe BE, idemque oſtendetur de centro rectarum GE, HE. Ergo *c* etiam rectarum omnium centrum gravitatis commune in axe erit.

b *Vide lem. 7 & Arch. 6. 1. æquip.*

c *Vide lem. 7 & Arch. 8. 1. æquip.*

### *Lemma X.*

Omnis perimetri axem habentis centrum gravitatis eſt in axe. Demonſtratur ut Lemma 3, ſed ex præcedenti.

### *Lemma XI.*

*Fig. 22. 23.* Perimetro figuræ curvilineæ axem habentis, & continuè decreſcentis tot rectæ inſcribi poſſunt, ut earum commune gravitatis centrum à perimetri centro gravitatis Z, diſtet intervallo quocumque dato minori. Similiter eidem perimetro circumſcribi poſſunt tot rectæ, ut earum commune gravitatis centrum à centro perimetri etiam diſtet intervallo minori quocumque dato.

Non abſimilis ratio hujus eſt, quæ lemmatis quinti quod conſule.

## PROPOSITIO X.

*Fig. 1. 2. 3.* **Datæ ſint duæ ſuperficies rectæ EG, AD, quarum altitudines ſint EF, AC, baſes verò perimetri VE, AB: ſit autem & alia quædam altitudo inter priores media LK. Porrò trium altitudinum EF, LK, AC differentiæ ſint HF, IK, hoc eſt HF ſit exceſſus primæ EF ſuprà ſecundam LK, & IK exceſſus ſecundæ LK, ſuprà tertiam AC.**

**Dico: Si ſit HF ad IK, ut reciprocè perimeter AB ad perimetrum VE, rectam ſuperficiem, quæ fit ex ſumma perimetri utriuſque VE, AB, ducta in altitudinem LK, æqualem eſſe duabus ſuperficiebus rectis EG, AD.**

DEmonſtratio. Fiat ET æqualis LI, ſeu AC, & perimeter quædam LNXM ſit æqualis duabus perimetris VE, AB, ſic ut linea MLN ſit par perimetro AB, & linea MXN ſit par perimetro VC. His ita ordinatis, theorema demonſtrabitur, ut *prop. 1. hujus*; ſed loco elementorum, quæ illic citantur, hic adhibenda ſunt *Corollaria prop. 4. lib.* noſtri 2. Cylindricorum & Annularium.

## PROPOSITIO XI.

*Fig. 1. 2. 3.* **Eſto perimeter LNXM, æqualis duabus perimetris VE, AB, & recta ſuperficies LY genita à perimetro LNXM ducta in altitudinem LK, par ſit ſuperficiebus rectis, quæ fiunt ex perimetro VE, ducta in EF, & ex perimetro AB ducta in AC.**

**Dico: trium altitudinum EF, LK, AC, differentias HF, IK, eſſe perimetris AB, VE, reciprocè proportionales: hoc eſt, HF eſſe ad IK, ut perimeter AB ad perimetrum VE.**

DEmonſtratio. Quoniam ponitur perimeter LNXM par perimetris duabus AB, VE, ſit linea MLN, par AB perimetro, & linea NXM par perimetro VE. Hoc poſito propoſitio demonſtrabitur, ut 2. *hujus*, ſed per *Coroll. p. 4. noſtri lib. 2.* Cylindricorum & Annularium.

## PROPOSITIO XII.

*Fig. 21.* **Data ſit perimeter axem habens BE, revolutionis axi NQ perpendicularem, ex quotcumque rectis lineis compoſita. Aggregati duarum linearum æqualium PX, KI, centrum gravitatis eſto C; duarum verò æqualium XG, IM, centrum ſit D; æqualium binarum ME, GE, centrum ſit F: tandem commune omnium, ſive totius perimetri centrum ſit Z. Ex lemmate 9. patet centra C, D, F, Z, fore in axe BE.**

**Si rotundæ ſuperficies genitæ à lineis PX, KI, circa axem NQ converſis, æquales ſint ſuperficiei rectæ, quæ fit ab iiſdem lineis ductis in altitudinem, æqualem peripheriæ ab ipſarum gravitatis centro C deſcriptæ; & rotundæ ſuperficies genitæ a lineis XG, IM, circa NQ circumactis, ſint æquales rectæ ſuperficiei genitæ ab iiſdem XG, MI, ductis in altitudinem parem peripheriæ centri ipſarum D; & rotundæ ſuperficies rectarum GE, MF, ſint pares rectæ ſuperficiei genitæ ab iiſdem GE, ME, ductis in viam centri ipſarum F; Dico etiam ſuperficiem rotundam, quæ fit à tota perimetro circa axem NQ in orbem acta, æqualem eſſe ſuperficiei rectæ, quæ fit ab eadem tota perimetro ducta in altitudinem æqualem peripheriæ à totius perimetri gravitatis centro Z deſcriptæ.**

DEmonſtratio. Quoniam gravitatis centrum rectarum PX, KI, eſt C, rectarum verò XG, IM, eſt D, centrum commune O ſummæ rectarum PX, XG, KI, IM, ita *n* ſecabit rectam CD, ut CO ſit ad DO, quemadmodum reciprocè duæ XG, IM, ad duas PX, KI. Deinde quia viæ centrorum C, O, D, ſunt radijs ſuis AC, AO, AD proportionales, etiam viarum binæ differentiæ radiorum binis differentijs CO, OD, proportionales erunt. Quare cùm jam oſtenderim CO, OD, aggregato rectarum PX, KI, & aggregato rectarum XG, IM eſſe proportionales reciprocè, etiam binæ differentiæ trium viarum à centris C, O, D deſcriptarum aggregatis rectarum PX, KI & XG, IM reciprocè proportionales erunt. Ergo ſuperficies rectæ, quæ fiunt à rectis PX, XG, KI,

n *Vide lem. 7 & 8. 1. æquip. Arch.*

b per 10. hujus. KI, IM ductis in altitudinem parem viæ centri earum communis O ſimul ſumptæ b, æquatur ſuperficiebus rectis, quæ fiunt à rectis PX, KI, in altitudinem parem viæ centri ipſarum C, unà cum duabus rectis ſuperficiebus, quas gignunt XG, IM, ductæ in altitudinem parem viæ centri ipſarum D. Atqui per hypotheſim ſuperficies rectæ genitæ à rectis PX, KI in viam centri earum C, æquantur ſuperficiebus rotundis earumdem PX, KI, & ſuperficies rectæ, quas gignunt XG, IM viam centri ſui D, æquantur ſimiliter per hyp. ſuperficiebus rotundis earumdem XG, IM. Ergo etiam ſuperficies rectæ ſimul ſumptæ, quæ fiunt ab ipſis PX, XG, KI, IM in viam centri earum communis O, æquantur rotundis ſuperficiebus, quas gignunt eædem PX, XG, KI, IM ſimul ſumptæ, circa axem NQ.

c Vide lem. 7. & 8. 1. æquip. Arch. Rurſum quoniam rectarum PX, XG, KI, IM centrum gravitatis eſt O, rectarum verò GE, ME eſt F; centrum commune omnium Z ita c ſecabit rectam OF, ut OZ ſit ad ZF, ſicut reciprocè duæ ſimul GE, ME ad omnes ſimul PX, XG, KI, IM. Sed differentiæ binæ peripheriarum à centris O, Z, F deſcriptarum, ſunt rectis OZ, ZF, differentijs videlicet radiorum AO, AZ, AF, proportionales. Ergo etiam differentiæ binæ peripheriarum à centris F, Z, O deſcriptarum ſunt duabus GE, ME, & aggregato ipſarum PX, XG, KI, IM reciprocè proportionales. Ergo ſuperficies recta, quæ fit ab omnibus ſimul rectis, hoc eſt à totâ perimetro PXGEMIK in viam

d per 10. hujus. centri omnium communis Z, æquatur d ſuperficiebus rectis, quæ fiunt à duabus ſimul GE, ME in viam centri earum F, unà cum ſuperficiebus rectis quæ fiunt ab ipſis PX, XG, KI, IM in viam centri ipſarum O. Atqui jam demonſtratum eſt rectas ſuperficies genitas ab ipſis PX, XG, KI, IM, in viam centri O, æquari earundem rectarum ſuperficiebus rotundis, & per hypotheſim ſuperficies rectæ, quæ fiunt à rectis GE, ME in viam centri ſui F, æquantur ſuperficiebus rotundis earumdem GE, ME. Ergo etiam ſuperficies recta, quæ fit à totâ perimetro in viam centri communis Z, æquatur ſuperficiebus rotundis, quæ fiunt à PX, XG, KI, IM, unà cum rotundis ſuperficiebus ipſarum GE, ME, hoc eſt, ſuperficiei rotundæ, quæ fit à totâ perimetro PXGEMIK, circa axem NQ. Quod erat demonſtrandum.

## PROPOSITIO XIII.

Fig. 24. **Data ſit perimeter quæcumque BCFD, axem habens FB, revolutionis axi NQ perpendicularem, centrum verò gravitatis E, ejus partes quæcumque ſint CBD, CFD, quarum centra gravitatis X, Z.**

**Si rotundæ ſuperficies, quas producunt perimeter tota BCFD, & pars alterutra, ut CFD, æquentur ſingulæ ſuperficiebus rectis, quas eædem perimetri gignunt ductæ in altitudines æquales peripheriis, quas deſcribunt eorum gravitatis centra E & Z. Dico etiam rotundam ſuperficiem genitam à reliqua perimetri parte CBD, æqualem fore ſuperficiei rectæ, quæ fit ab eadem perimetri parte CBD, ducta in altitudinem parem peripheriæ ab ipſius gravitatis centro X, deſcriptæ.**

Demonſtratio eadem erit, quæ *propoſitionis* 4 *hujus*; ſi quando iſtic occurrit ſolidum, hic accipiatur ſuperficies: & pro *prop.* 2. iſthic citatâ hic citetur *prop.* 11.

## PROPOSITIO XIV.

Fig. 22. 23. **Rotunda ſuperficies genita à perimetro quacumque figuræ curvilineæ versùs (NQ) axem revolutionis cavæ, quæ axem habeat BE, revolutionis axi (NQ) perpendicularem, & continuè creſcat versùs revolutionis axem (NQ) æqualis fit ſuperficiei rectæ, quæ fit ab eadem perimetro ducta in altitudinem parem circumferentiæ à perimetri gravitatis centro (Z) circa axem revolutionis (NQ) deſcriptæ.**

Demonſtratio. Perimetro DEC (vide *fig.* 22) inſcribe ordinatim rectas quotcumque DF, CI, FG, IH, GE, HE, ſic ut binæ & binæ ſint æquales juxta *definitionem* 8. Similiter perimetro ordinatim conſcribantur rectæ (vide *fig.* 23) & binæ primæ DF, CI, ſint axi BE parallelæ. Si jam intelligantur revolvi omnia circa axem NQ, rectæ perimetro DFEIC in *fig.* 22. inſcriptæ, producent conicas ſuperficies, & duæ quidem primæ DF, CI, ſi NQ tangat perimetrum, conicas integras efficient, reliquæ truncatas. In conſcriptis verò, ſi axis NQ tangat perimetrum DMaC, duæ primæ DF, CI deſcribent duos circulos; ſi non tangat (ut in *fig.* 23.) gignent duos planos annulos circulares.

Fig. 22. a Vide lem. 7 vel 6 b Demonſtravi p. 2. l. 2. Cyl. & Annul. Dividantur jam bifariam DF, CI, per rectam Sa, occurrentem axi BE, in P. Patet a P eſſe centrum gravitatis binarum DF, CI. Superficies conica rectæ DF, æqualis b eſt triangulo rectangulo ſub FD, & peripheriâ radij LF in rectam evolutâ comprehenſo, hoc eſt rectangulo ſub FD, & peripheriâ radij BP. Ergo ambæ conicæ ſuperficies rectarum DF, CI æquantur rectangulo ſub rectis DF, CI, & peripheria radij BP, quæ peripheriæ LF radij dimidia eſt, hoc eſt rectangulo, quod ex FD, CI ductis in altitudinem parem peripheriæ ipſarum centri gravitatis P. Biſecentur deinde GF, HI, per rectam Mæ, & GE, HE, par Yθ rectam. Patet R eſſe centrum gravit. binarum FG, IH, & K binarum GE, HE. Jam conica ſuperficies

c Demonſtravi l. 2. Cyl. & Annul. in coroll. p. 3. rectæ GF, æquatur c rectangulo ſub GF, & ſemiſſe peripheriarum radij LF, VG, deſcriptarum, hoc eſt rectangulo ſub GF, & peripheriâ radij TM, ſeu BR, comprehenſo. Ergo Conicæ ſuperficies rectarum GF, HI, æquantur rectangulo ſub GF, HI, & peripheriâ radij BR, hoc eſt rectangulo, quod fit ex binis GB, HI, ductis in altitudinem parem viæ ipſarum centri gravitatis R. Similiter oſtendam conicas ſuperficies rectarum GE, HE, æquales eſſe rectangulo, quod fit ex iiſdem GE, HE, ductis in altitudinem parem viæ centri ipſarum K: eodemque modo idipſum demonſtrabitur de ſuperficiebus (vide *fig.* 23) rectarum perimetro conſcriptarum, præterquam in duabus DF, CI; ſuperficies porrò ab iis deſcriptæ per *p.* 1. *l.* 3. *Cylind. & Annul.* & per *Coroll. ibidem*, æquantur rectangulo, quod fit ex iiſdem DF, CI, du-

ctis in altitudinem parem peripheriæ radij DS, ſive BP, hoc eſt peripheriæ ab ipſarum gravitatis centro P deſcriptæ.

Cùm igitur ſinguli rectarum tam inſcriptarum quàm conſcriptarum binarij rotundas producant ſuperficies, æquales ſuperficiebus rectis, quas ijdem rectarum binarij efficiunt ſinguli ſi ducantur in altitudines pares peripherijs, quas ſingulorum gravitatis centra P, R, K deſcribunt, etiam *d* compoſita rotunda ſuperficies, quam omnes ſimul rectæ illæ producunt, æqualis erit ſuperficiei rectæ, quam eædem ſimul omnes gignunt, ſi ducantur in altitudinem parem peripheriæ à communi ipſarum omnium gravitatis centro O deſcriptæ. Quare cùm hoc in infinitum ita ſemper eveniat, & rectarum tam inſcriptarum quàm circumſcriptarum ſummæ in ipſam deſinant *e* perimetrum, hoc eſt ab ipſâ differre poſſint, quantitate minori quacumque datâ, centrumque commune O rectarum tandem *f* abeat in centrum perimetri Z; neceſſe eſt, ipſa etiam rotunda ſuperficies, genita à perimetro ipſâ, æqualis ſit ſuperficiei rectæ, quæ fit ab eâdem perimetro ductâ in altitudinem parem viæ, ab ipſius centro gravitatis Z deſcriptæ. Quod erat demonſtrandum.

*d Per 12. huius.* *e per lem. 8* *f per lem. 11.*

*Hæc peritis ſufficiunt. Vlteriorem probationem ſi quis deſiderat, dabitur illa per deductionem ad impoſſibile, quæ quidem inſtituetur eodem prorſus modo, ut* prop. 5.

## PROPOSITIO XV.

*Fig. 24.*

**Rotunda ſuperficies genita à quacumque (CBD) perimetro figuræ curvilineæ versùs (NQ) axem revolutionis convexæ, quæ axem habeat (BE) axi revolutionis (NQ) perpendicularem, & continuè decreſcat versùs axem revolutionis, æqualis eſt ſuperficiei rectæ, quæ fit ab eadem perimetro ductâ in altitudinem parem circumferentiæ, ab ipſius gravitatis centro (X) circa revolutionis axem (NQ) deſcriptæ.**

D*Emonſtratio.* Perimetro CBD apponatur æqualis & ſimilis CFD, habens axem FE priori axi BE indirectum, & baſim CD communem toti axi BF perpendicularem. Patet igitur punctum medium E eſſe gravitatis centrum totius perimetri BCFD. Demonſtravimus *p. 5. lib. 4. Cylind. & Annul.* rotundam ſuperficiem, quæ fit à perimetro BCFD, circa axem NQ circumactâ, æqualem eſſe ſuperficiei rectæ, quæ fit ab eâdem perimetro ductâ in altitudinem parem peripheriæ mediæ, deſcriptæ nimirum à perimetri puncto medio, & gravitatis centro F. Demonſtravimus item *prop. præced.* rotundam ſuperficiem genitam à perimetro CFD, circa NQ revolutâ æqualem eſſe ſuperficiei rectæ, quæ fit ab eâdem perimetro CFD, ductâ in altitudinem parem peripheriæ ab ipſius gravitatis centro Z deſcriptæ. Ergo etiam rotunda *o* ſuperficies genita à perimetro CBD, circa NQ rotatâ, æqualis eſt ſuperficiei rectæ quæ fit ab eâdem CBD perimetro ducta in altitudinem parem peripheriæ ab ipſius gravitatis centro X, deſcriptæ. Quod erat demonſtrandum.

*o per 13.*

*Inſpici etiam hic poterit figura 25. litteris nonnihil ad textum accommodatis.*

## PROPOSITIO XVI.

*Fig. 27.*

**Rotunda ſuperficies genita à perimetro quacumque (BGC) figuræ decreſcentis continuè, & axem non habentis, aut certè non perpendicularem axi revolutionis (NQ), æquatur ſuperficiei rectæ quæ fit ab eadem perimetro (BGC) ducta in altitudinem parem circumferentiæ, à perimetri gravitatis centro (S) deſcriptæ.**

D*Emonſtratio.* Per B, ducatur ABE, perpendicularis ad revolutionis axem NQ. Apponatur alia BIO perimeter æqualis & ſimilis datæ BGC, ſic ut tota perimeter CGBIO axem jam habeat BE, & quidem perpendicularem ad NQ. Quoniam igitur perimetri BGC, BIO, ſunt æquales & ſimiles, & ſimiliter poſitæ ad axem BE, patet earum gravitatis centra S, X, eſſe in recta SX ad BE axem perpendiculari, ac proinde parallelâ ad NQ, centrum verò totius perimetri eſſe punctum Z, ubi SX axem BE ſecat. Quare tres peripheriæ à tribus centris S, Z, X circa NQ deſcriptæ, ſunt æquales. Jam verò demonſtratum *a* eſt, rotundam ſuperficiem genitam à perimetro totâ CGBIO, æqualem eſſe ſuperficiei rectæ, quæ fit ab eâdem perimetro ducta in altitudinem parem peripheriæ ab ipſius centro Z deſcriptæ. Ergo rotunda ſuperficies genita ab ipſius dimidiâ, hoc eſt à perimetro datâ BGC, æquatur ſuperficiei rectæ quæ prioris dimidia ſit, ei nempè, quæ fit ab eâdem BGC perimetro ductâ in altitudinem priori parem, æqualem nempè peripheriæ, ab Z, ſive ab S, centro ipſius BGC deſcriptæ. Quod erat propoſitum.

*a In præc. & in 14.*

## PROPOSITIO XVII.

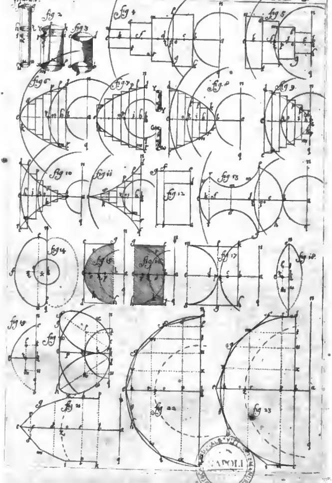
*Fig. 28.*

**Rotunda ſuperficies perimetri curvæ cujuſcumque (CTBXD) figuræ curvilineæ continuè decreſcentis axem habentis (BE) axi revolutionis (NQ) perpendicularem, & versùs axem ſuum (BE) convexæ, æqualis eſt ſuperficiei rectæ, quæ fit ab eadem perimetro ducta in altitudinem parem peripheriæ ab ipſius gravitatis centro (Z) deſcriptæ.**

D*Emonſtratio.* Quoniam perimeter, CTBXD, *a* continetur rectâ CD, axi BE perpendiculari, erunt lineæ BTC, BXD, æquales ac ſimiles, ſimiliter poſitæ ad NQ, & BE. Ergo S, V centra gravitatis linearum BTC & BXD, & centrum Z, utriuſque commune, ſunt in unâ rectâ SV, ad axem BE perpendiculari, ac proinde æquales circa NQ peripherias deſcribunt. Quoniam igitur per præcedentem ſingulæ rotundæ ſuperficies genitæ à ſingulis BTC, BXD, æquantur ſingulis ſuperficiebus rectis, quæ fiunt ab ijſdem BTC, & BXD ductis in altitudines pares peripherijs à ſingularum centris S, V deſcriptis, patet rotundam ſuperficiem ab utriſque ſimul BTC, BXD genitam, æquari ſuperficiei rectæ, quæ ab utriſque fit ductis in peripheriam à centro communi Z deſcriptam. Quod erat demonſtrandum.

*a defin. 4.*

PRO-



### PROPOSITIO XVIII.

Fig. 13. **Rotunda ſuperficies cujuſcumque perimetri (BLMRETSGH) axem habentis (BE) revolutionis axi (NQ) perpendicularem, æqualis eſt ſuperficiei rectæ, quæ fit ab eadem perimetro ducta in altitudinem parem peripheriæ, à perimetri gravitatis centro (Z,) circa revolutionis axem (NQ) deſcriptæ.**

D*Emonſtratio.* Quoniam ex hypotheſi figura axem habet BE, poterit per rectas, putà LG, MS, RT ad axem perpendiculares, reſolvi in figuras continuè decreſcentes GHBL, GSLM, STMR, TER, quarum perimetrorum centra gravitatis ſint C, D. F, K. Jam demonſtravimus *b* ſingularum harum perimetrorum rotundas ſuperficies æquales eſſe rectis ſuperficiebus, quæ fiunt ab ijſdem perimetris ſingulis ductis in altitudines pares peripherijs, quas ſingularum gravitatis centra deſcribunt. Ergo etiam rotunda ſuperficies genita à totâ perimetro, æquatur *c* ſuperficiei rectæ, quæ fit ab eâdem totâ perimetro ductâ in altitudinem parem peripheriæ à ſuo gravitatis centro Z deſcriptæ. Quod erat demonſtrandum.

b *prop.* 14. 15. 17.

c *per* 12.

#### *Corollarium I.*

Hoc Theoremate etiam ſuperficies comprehenduntur annulorum cujuſvis generis.

#### *Corollarium II.*

Vera eſt propoſitio etiam in perimetro ſubtenſam habente revolutionis axi perpendicularem, licet axe careat, aut eum certè non habeat revolutionis axi perpendicularem. Talis eſt in *fig.* 13, perimeter BLMRE, & in *fig.* 26, BGE.

Apponatur enim in *fig.* 26. perimetro BGE, alia BIE æqualis & ſimilis ſimiliterque poſtea ad revolutionis axem NQ, eritque ſubtenſa EB, quæ per hyp. recta eſt ad NQ, axis perimetri totius BGEIB; eſtque manifeſtum totius perimetri ac partium ejus centra grav. Z, S, X eſſe in rectâ linea ad NQ parallelâ. Quibus poſitis, ex *prop.* 18. facilè concludetur propoſitum eodem ferè ratiocinio, quo uſi ſumus *prop.* 9. *hujus.*

### PROPOSITIO XIX.

Fig. 29. **Rotunda ſuperficies cujuſcumque perimetri, undique clauſæ (FEGB) vel axe carentis, vel eum certè non habentis perpendicularem axe revolutionis (NQ) æqualis eſt ſuperficiei rectæ, quæ fit ab eadem perimetro, ducta in altitudinem parem circumferentiæ ab ipſius gravitatis centro (Z) circa axem revolutionis (NQ) deſcriptæ.**

D*Emonſtratio.* Dividatur perimeter data ductâ rectâ GFA, per ipſius gravitatis centrum Z, ad NQ perpendiculari. Centra partium FBG ſint O, & K; ex quibus ad GF duc perpendiculares, OQ, KD. Rotunda ſuperficies genita à lineâ FEG, æquatur *a* rectæ ſuperficiei, quæ fit ab eâdem ductâ in viam, à ſuo centro O ſeu Q deſcriptam. Similiter rotunda ſuperficies genita à lineâ FBG, æquatur *b* rectæ, quæ fit ab eâdem FBG ductâ in peripheriam à ſuo centro K, ſeu puncto D, deſcriptam. Ergo etiam rotunda ſuperficies à totâ perimetro FEGB genita æquatur *c* ſuperficiei rectæ, quæ fit ab eâdem perimetro ductâ in peripheriam ſui centri Z. Quod erat demonſtrandum.

a *per* 18. *hujus cor.* 2.

b *per eand.*

c *per coroll. p.* 12. *hujus.*

## *Scholium.*

*Ad propoſitiones 6 proximè præcedentes omnes curvarum linearum ſpecies revocari poſſunt: ex quibus in perimetris rectilineis eadem veritas à fortiori (quod ajunt) patet. Plenè igitur demonſtratum eſt, quod fuerat ſecunda hujus libri parte propoſitum; videlicet,*

Quamvis perimetrum, quocumque ſitu circa axem quomodocumque diſtantem, in orbem ductam, gignere rotundam ſuperficiem æqualem ſuperficiei rectæ, quæ fit ab eâdem perimetro ductâ in altitudinem viæ centri gravitatis æqualem.

# PARS III.

***Solidorum rotundorum à Parabola genitorum affectiones contemplatur.***

## DEFINITIONES.

1. P*Er Parabolam* vel *Hyperbolam* ſemper intelligo ſuperficiem planam lineâ parabolicâ vel hyperbolicâ rectâ ad axem perpendiculari comprehenſam.

2. *Baſim Parabolæ* vel *Hyperbolæ* non voco niſi eam, quæ ad axem eſt ordinatim applicata.

3. *Conois obtuſa Parabolica* vel *Hyperbolica* eſt, quæ fit à ſemiparabolâ (CBA) ſeu à ſemihyperbolâ, circa totius parabolæ aut hyperbolæ axem (AB) revolutâ. Fig. 39.

4. *Conoïs acuta* eſt, quæ fit à ſemiparabolâ aut ſemihyperbolâ circa baſim AC in orbem actâ.

5. *Clauſum annulum* voco cùm axis revolutionis (OP) figuram genitricem (IDEB) tangit. *Patentem* verò *annulum* appello, cùm axis revolutionis extra figuram eſt. Fig. 42. Fig. 43. Fig. 51.

6. *Obtuſus annulus Parabolicus*, ſeu *Hyperbolicus* eſt, qui fit à parabola vel hyperbola (FDB) ſic poſitâ, ut ejus axis (DC) axi revolutionis (GN) æquidiſtet: *Acutus* verò cum duæ ſemiparabolæ aut ſemihyperbolæ æquales & ſimiles (CBE, CDE) ita ſunt poſitæ, ut baſis earum communis (CE) revolutionis axi (OP) æquidiſtet; axes verò earum (DC, BC) ſint in directum. Fig. 42. 43.

### PROPOSITIO XX.

**Conois parabolica acuta (BFCD) eſt ad maximum conum ſibi inſcriptum, ut 8 ad 5.** Fig. 39.

D*Emonſtratio.* Centrum gravitatis parabolæ totius ACBE ſit O, & per O ducatur parallela ad baſim CE. In hac erit centrum ſemiparabolæ ABFC. Eſto in Q. Ex Q demittatur perpendicularis QP. Cùm igitur OA ſint *a* duæ quintæ axis AB,

a *Arch.* 2. *æquip. p.* 8.

AB, erit quoque QP. Sit deinde S centrum gravitatis trianguli CBE, & per S ducatur SK parallela baſi CE. Erit in hac centrum gravitatis trianguli CBA, putà in K. Ex K demittatur perpendicularis

*b patet ex Archim. 1. æquip. p. 13*

KN, quæ erit par ipſi AS, ac *b* proinde tertia pars axis AB. Cùm ergo QP ſit duæ quintæ ſive ſex decimæ quintæ axis AB, & KN una tertia, ſeu quinque

*c per 9. hujus.*

decimæquintæ ejuſdem axis AB, erit QP, ad KN ut 6 ad 5. Jam verò conois acuta BFCD, æquatur *c* recto ſolido, cujus baſis eſt ſemiparabola ABC, altitudo autem par circumferentiæ à gravitatis centro Q circa AC deſcriptæ, cujus radius QP. Similiter conus

*d per eand.*

BCD æqualis eſt *d* ſolido, recto, cujus baſis eſt triangulum CBA, altitudo verò par peripheriæ deſcriptæ à gravitatis centro K, cujus radius KN. Atqui proportio horum rectorum ſolidorum compoſita eſt ex ratione baſis ad baſim, ſemiparabolæ nimirum ABFC

*n Archim. p 24. quad. parab.*

ad triangulum CBA; hoc *n* eſt ex ratione 4 ad 3; & ex ratione altitudinis ad altitudinem, nimirum peripheriæ, cujus radius QP, ad peripheriam, cujus radius KN; hoc eſt ex ratione radij QP ad radium KN; hoc eſt (ut oſtendi ſuprà) ex ratione 6 ad 5. Ergo etiam ratio conoidis acutæ parabolicæ BFCD ad conum BCD compoſita eſt ex ratione 4 ad 3, & ex ratione 6 ad 5: ſive ex rationibus 8 ad 6, & 6 ad 5. Atqui ratio 8 ad 5 ex rationibus illis compoſita eſt. Ergo conois acuta parabolica BFCD eſt ad conum maximum ſibi inſcriptum, ut 8 ad 5. Quod erat demonſtrandum.

### *Corollarium.*

Hinc efficitur Cylindrum BL conoïdi parabolicæ acutæ circumſcriptum, eſſe ad ipſam conoïdem ut 15 ad 8.

*Rationem conoidis parabolicæ acutæ ad Cylindrum ambientem, & conum inſcriptum non tradidit Archimedes.*

## PROPOSITIO XXI.

*Fig. 40.*

**Cylindri parabolici portio (BGEOF) per (GF) baſim parabolæ inferioris (GBF) & punctum (E) extremum axis parabolæ ſuperioris abſciſſa, ad maximam ſibi inſcriptam pyramidem (GBEF) eam rationem habet, quam 8 ad 5.**

DEmonſtratio. Portio GBEOF eſt ad conoïdem acutam genitam à parabolâ GLBF circa baſim GF in orbem actâ, ut EB ad peripheriam radij BA, ut demonſtravi *lib. 1. Cyl. & Annul. p. 16.* Similiter pyramis GBEF eſt ad conum duplicatum ſive rhombum conicum, genitum à triangulo GBF, circa GF circumacto, ut EB ad peripheriam radij BA, ut ibidem oſtendi *prop. 19.* Ergo portio GBEOF eſt ad dictam conoidem acutam, ut pyramis GBEF ad rhombum conicum dictum. Igitur permutando, portio GBEOF eſt ad pyramidem GBEF, ut acuta conois ad rhombum conicum; hoc eſt per præcedentem ut 8 ad 5. Quod erat demonſtrandum.

### *Scholium.*

*Ex hoc theoremate facilis atque expedita habetur hujus portionis cubatura. Eandem portionem cubavit, ſed aliâ prorſus viâ, clariſſimus è noſtrâ Societate Geometra Gregorius à S. Vincentio, totâ ferè quintâ parte libri 9. operis ſui Geometrici.*

*Fig. 40.*

*Eſt porrò præter hanc alia Cylindri parabolici portio BPKAF, quæ per rectam KA & baſeos Parabolicæ axem AB abſcinditur. Hanc cubavi l. 1. Cyl. & Annul. prop. 32: ubi demonſtro eam maximæ pyramidi ſibi inſcriptæ, ſeſquialteram eſſe, & prop. 42, ita eam eſſe ad Cylindrum ſuum Parabolicum æquè altum, ut 3 ad 16.*

*Quod verò admirabilius eſt, ſimilem quoque portionem ab hyperbolico Cylindro abſciſſam, cubatam reperies ibidem, prop. 33; ubi demonſtravimus eam eſſe ad pyramidem maximam ſibi inſcriptam, ut compoſita ex axe hyperboles & ſeſquialtera axis tranſverſi, ad compoſitam ex axe, & tranſverſo axe. Deinceps verò adhuc alias hyperbolici Cylindri partes cubaturi ſumus* prop. 49. & 50.

## PROPOSITIO XXII.

*Fig. 40.*

**Cylindri Parabolici portio (BGEOF) per baſim (GF) Parabolæ inferioris obliquè abſciſſa, ad portionem (BPKAF) æquè altam ab eodem Cylindro obliquè abſciſſam per (AB) axem inferioris Parabolæ eam habet rationem, quam 32 ad 15.**

DEmonſtratio. Per præcedentem dimidia portio BEAOF eſt ad inſcriptum ſibi pyramidem BEAF, ut 8 ad 5, ſive ut 16 ad 10. Et *lib.* 1. Cyl. & Annul. *prop.* 32 demonſtravi pyramidem BKAF inſcriptam portioni BPKFA (quæ priori pyramidi BEAF *a* æqualis eſt) eſſe ad portionem BPKFA, ut 2 ad 3, ſeu ut 10 ad 15. Igitur ex æquo dimidia portio BEAOF eſt ad portionem BPKFA, ut 16 ad 15. Ergo tota portio GBEOAF eſt ad portionem BPKFA, ut 32 ad 15. Quod erat demonſtrandum.

*a per 5. 12.*

## PROPOSITIO XXIII.

*Fig. 40.*

**Cylindrus Parabolicus (HEKBFG) ad portionem æquè altam (GBEOF) per baſim (GF) inferioris Parabolæ obliquè abſciſſam, eam rationem habet, quam 5 ad 2.**

DEmonſtratio. Portio BGEOF eſt ad *a* portionem BPKFA ut 32 ad 15. Portio autem BPKFA eſt ad Cylindrum HEKBGF, *b* ut 3 ad 16, ſive ut 15 ad 80. Igitur ex æquo portio BGEOF eſt ad Cylindrum HEKBGF, ut 32 ad 80, hoc eſt ut 2 ad 5. Quod erat demonſtrandum.

*a per præc.*
*b Demonſtravi p. 42. l. 1. Cyl. & Annularium.*

## PROPOSITIO XXIV.

*Fig. 42. 41.*

**Parabolicus annulus *a* acutus & clauſus, acutæ conoideos DEA genitæ ab ſemiparabolis, quæ annulum genuêre, circa EC rotatis, quintuplus eſt.**

*a Vide defin. 5. & 6. partis tertiæ hujus.*

DEmonſtratio. Super tota Parabola EAI conſtituatur Cylindrus Parabolicus EIAKLH, à quo per baſim EI abſcindatur portio EKAI. Quoniam duæ ſemiparabolæ DEC, AEC, æquales *b* ſunt toti Parabolæ EAI, ſi ſuper DEA intelligatur Cylindrus alius etiam in altitudine AK erectus ſtare, erit hic par priori EIAKLH. Sed annulus genitus à figuris DEA, circa axem OP, eſt ad Cylindrum ſuper eadem figurâ erectum in altitudine AK, ut *c* peripheria CF, cujus radius

*b ex def. 6.*
*c Demonſtravi p. 6. l. 3. Cyl. & Annul.*

radiis AC, ad AK. Ergo etiam idem annulus erit ad Cylindrum EIAKLH, ut peripheria CF radij AC ad AK. Similiter rotundum ſolidum quod fit à Parabolâ EAI circa baſim EI circumactâ, etiam eſt ad *n* portionem EKIA, ut peripheria radij AC ad AK. Ergo annulus genitus à figurâ DEA, circa axem OP, eſt ad Cylindrum EIAKLH, ut rotundum ſolidum genitum à Parabola EIA circa baſim EI, ad portionem EKIA; hoc eſt ut rotundi ſolidi ſemiſſis, quæ eſt conoïs acuta AED, ad ſemiſſem portionis. Igitur permutando, annulus eſt ad acutam conoidem AED, ut Cylindrus eſt ad ſemiſſem portionis. Atqui Cylindrus EIAKLH eſt *d* ad portionem EKIA ut 5 ad 2, ac proinde ad ſemiſſem portionis ut 5 ad 1. Ergo dictus annulus acutæ conoideos dictæ quintuplus eſt. Quod erat demonſtrandum.

*n l.1. Cyl. & Annul. p.16.*

*d per præc.*

### *Aliter.*

Centrum gravitatis Parabolæ EAI eſto punctum M: hoc ita ſecat axem *d* CA, ut CA ſit ad CM, ſicut 5 ad 2. Centrum verò gravitatis figuræ IDEA ex duabus æqualibus & ſimilibus Parabolis compoſitæ erit punctum C, quod DA ex utroque axe compoſitam ſecat bifariam. Annulus qui producitur à figurâ IDEA rotatâ circa OP, æquatur *e* ſolido recto, cujus baſis eſt figura IDEA, altitudo autem par peripheriæ, cujus radius AC. Similiter rotundum ſolidum genitum à Parabolâ EAI revolutâ circa baſim ſuam EI, æquatur *n* ſolido recto, cujus baſis Parabola eſt EAI, altitudo verò par peripheriæ, cujus radius CM. Atqui horum rectorum ſolidorum ratio componitur ex ratione baſis IDEA ad baſim EAI, & ex ratione altitudinis ad altitudinem, peripheriæ nimirùm, cujus radius AC ad peripheriam cujus radius CM, hoc eſt ex ratione radij AC ad radium CM. Ergo etiam ratio annuli, qui fit à figurâ IDEA circa OP ad rotundum ſolidum genitum à Parabolâ EAI circa IE, componitur ex ratione figuræ IDEA ad Parabolam EAI, & ratione radij AC ad radium CM. Sed ratio IDEA ad EAI ea eſt, quæ 2 ad 1, ſeu 10 ad 5: & ratio AC ad CM ea eſt, quæ 5 ad 2; quæ binæ rationes nempè 10 ad 5, & 5 ad 2, componunt rationem 10 ad 2, ſeu 5 ad 1. Igitur annulus ſupradictus eſt ad ſupradictum rotundum ſolidum, ut 5 ad 1: ac proinde etiam ſemiſſis ejus, quæ nimirum fit à DEA circa OP, eſt ad rotundi ſolidi ſemiſſem nempè ad conoidem acutam factam à ſemiparabolâ EAC circa baſim EC, ut 5 ad 1. Quod erat demonſtrandum.

*Fig. 42.*
*d Per 8. 2. æquip.*
*e Per 6. hujus vel per 5. l. 3. Cyl. & Annul.*
*n Per. 5.*

*Proportionem annuli Parabolici obtuſi & clauſi ad conoidem obtuſam Parabola, quæ annulum gennit, eam eſſe quæ eſt 16 ad 3 demonſtravimus* l. 3. Cylind. & Annul. p. 46.

## PROPOSITIO XXV.

**Parabolicus aonulus *a* acutus & pateos, ad acutam conoidem genitam à binis ſemipatabolis, quæ genuêre annulum, circa baſim EC rotatis, eam habet rationcm, quam radius revolutioois AC ad quintam partcm axis CB.**

*Fig. 43.*
*a Vide defin. 5. & 6. ſuprà.*

DEmonſtratio. Centrum gravitatis Parabolæ EBI eſto M. Erit CM duæ quintæ axis CB per 8. 2. *æquip. Archim.* unde ſi biſecetur CM in Q, erit CQ quinta pars axis CB. Annulus qui fit à figurâ IDEB circa OP revolutâ, ad rotundum ſolidum factum à Parabolâ EBI rotatâ circa baſim ſuam EI, rationem *m* habet compoſitam ex ratione figuræ IDEB ad Parabolam EBI; hoc eſt per conſtructionem ex ratione MC ad QC, utraque enim dupla eſt: & ex ratione peripheriæ deſcriptæ à centro grav. C ad peripheriam deſcriptam à centro grav. M circa C, hoc eſt ratione radij AC ad radium CM. Atqui binæ hæ rationes, nempè AC ad CM, & CM ad QC componunt rationem AC ad QC. Ergo dictus annulus eſt ad rotundum ſolidum dictum, ut AC ad QC. Ergo etiam hujus annuli ſemiſſis, quæ fit nempè à figurâ DEB rotatâ circa OP, eſt ad rotundi ſolidi ſemiſſem nempè ad conoidem acutam genitam à Parabolâ EBC circa baſim EC revolutâ, ut AC ad QC quintam partem axis CB. Quod erat demonſtrandum.

*Tacquet Cylind. & Annul.*

*m patet ex 5. hujus & corollario 3 ſcholij poſt 9.*

*Rationem annuli obtuſi Parabolici patentis ad conoidem obtuſam Parabola annulum gignentis, eam eſſe, quam habet radius revolutionis ad tres decimas ſextas ſemibaſeos Parabolicæ, demonſtravi* l. 3. Cyl. & Annul. p. 47.

Cæterùm potuit hæc propoſitio etiam demonſtrari juxta primum modum præcedentis.

## PROPOSITIO XXVI.

**Parabolici annuli acuti & clauſi pars exterior, gcoita à Parabola IDE circa axem OP revoluta, ad interiorem genitam ab æquali Parabola IBE circa eumdem axem OP, cam habet rationem, quam 7 ad 3.**

*Fig. 42.*

DEmonſtratio. Parabolarum EDI, EAI, centra gravitatum ſint S & M. Igitur CS ſunt duæ quintæ axis CD, ſive CA, per 8. 2. æquipond. ac proinde SA ſunt 7 quintæ axis CA, AM verò eſt tres quintæ ejuſdem axis CA. Ergo SA eſt ad MA, ut 7 ad 3. Jam verò quia Parabolæ IDE, IAE ſunt æquales, erit *n* annuli pars exterior genita à Parabolâ IDE circa OP, ad interiorem genitam à Parabolâ EAI, ſeu EBI circa OP, ut peripheria genita à centro grav. S, circa OP revoluto, ad peripheriam factam à centro grav. M, etiam rotato circa OP; hoc eſt ut radius AS ad radium AM, hoc eſt (ut jam oſtenſum) ſicut 7 ad 3. Quod erar demonſtrandum.

*n Patet ex 5. hujus & Corol. 2 in ſchol. poſt p 9.*

*Annuli Parabolici obtuſi & clauſi pars exterior eſt ad interiorem ut 11 ad 5. Quod demonſtravimus* prop. 48. lib. Cyl. & Annul.

## PROPOSITIO XXVII.

**Cooois *a* obtuſa parabolica (CBE) eſt ad *b* acutam (BCD) cadem ſemiparabola genitam, ut baſis (AC) ſemipatabolæ gcnitricis ad ſedccim decimaſquiotas partes axis (AB).**

*Fig. 39.*
*a defin. 3.*
*b defin. 4.*

DEmonſtratio. Fiat AZ, ſeu DH æqualis AB: tum ut AC ad AZ, ſeu AB, ita fiat AZ, ſeu AB ad X. Cylindrus CR eſt ad Cylindrum BH, altitudinis AZ paris ipſi AB, ut *c* baſis ad baſim, circulus nempè radij AC ad circulum radij AB, ſeu AZ, hoc eſt *d* ut AC ad tertiam proportionalem X. Cylindrus verò BH eſt ad Cylindrum BL, ut AZ ad AC, hoc eſt ut *e* X ad AZ, ſeu AB. Igitur ex æquo Cylindrus CR eſt ad Cylindrum BL, ut AC ad AB.

*c per 11. 12.*
*d per 2. 12.*
*e Per conſtr.*

| | | |
|---|---|---|
| Cylind. | CR | AC |
| Cylind. | BH | X |
| Cylind. | BL | AB. |

Hoc oſtenſo, ita propoſitum concludemus. Sit AI ſemiſſis ipſius AC, & AG octo decimæquintæ axis AB. Conois obtuſa CBE eſt ad Cylindrum ſibi circumſcriptum CR, *f* ut 1 ad 2, hoc eſt ut AI ad AC: Cylindrus autem CR eſt ad Cylindrum BL circumſcriptum conoidi acutæ BCD, ut AC ad AB, quod jam demonſtravimus: Cylindrus verò BL eſt ad acutam conoidem BCD, *g* ut 15 ad 8; hoc eſt ut *i* AB ad AG. Igitur ex æquo conois obtuſa CBE eſt ad acutam BCD, ut AI ad AG octo decimaſquintas axis AB, hoc eſt ut ipſius AI dupla; nempè AC ad ſedecim decimaſquintas axis AB. Quod erat demonſtrandum.

*f per 31. l. 1 Cyl. & Annul.*
*g per Corol. p. 20. hujus.*
*i per conſtr.*

| | | |
|---|---|---|
| Conoïs | CBE | AI |
| Cylind. | CR | AC |
| Cylind. | BL | AB |
| Conoïs | BCD | AG |

### *Scholium.*

*Erravit ergo Paulus Guldinus* lib. 3. *centrobaricorum* c. 6. prop. 28. *quæ ita habet; Conois obtuſa ad conoïdem acuminatam eadem ſemiparabolâ genitam eam proportionem habet quam* 15 *ad* 16. *Quod quidem nunquam verum eſt, niſi tum, quando Parabola axis AB baſi AC æqualis eſt. Occaſio errori data videtur ex ſcholio ejus poſt* 8. prop. l. 2. cap. 7. *ubi cùm vellet numeris exprimere, quam proportionem habeat diſtantia QO ad diſtantiam QP, lineâ* 12 *&* 13 *dicti ſcholij tam axem AB, quam ſemibaſim AC ſtatuit* 2000, *adeoq; hanc illi æqualem; atque inde elicit QO eſſe ad QP, ut* 15 *ad* 16; *uti videre eſt* num. 3 *ejuſdem ſcholij. Oblitus deinde, ut apparet, eam proportionem proveniſſe ex ſuppoſitâ rectarum AB, & AC æqualitate* lib. 3. cap. 6. prop. 28. *illimitatè aſſumit diſtantiam QO eſſe ad diſtantiam QP, ut* 15 *ad* 16, *indeq; concluſio etiam illimitatè conoidem obtuſam eſſe ad acutam, ut* 15 *ad* 16. *Verùm hallucinationes ejuſmodi ex incuria & oblivione natas viris aliàs doctiſſimis ſubrepere nihil novum aut mirum. Quare lectores benevoli & prudentes, facilè ſolent inter multa inventa præſtantia ſcriptori hoſce nævos condonare.*

*Scimus & hanc veniam petimuſq; damuſq; viciſſim.*

## PROPOSITIO XXVIII.

### Semiparabolam exhibere, quæ conoïdem obtuſam, & conoidem acutam æquales, vel datam habentes rationem producat.

Fig. 39. AD rectum ponantur angulum duæ rectæ AB, AC, & ſit AC partium 16, quarum AB eſt 15. Circa axem AB per punctum C deſcripta Parabola producet conoidem acutam æqualem obtuſæ.

Nam conois obtuſa eſt ad acutam ab eâdem ſemiparabolâ CBA genitam *a*, ut AC ad 16 decimaſquintas axis AB. Cùm ergo per conſtr. AC ſit æqualis 16 decimiſquintis axeos AB, etiam conois obtuſa acutæ æqualis erit.

*a per præc.*

Quod ſi AC ad 16 decimaſquintas dati axis AB fiat in ratione datâ, per B & C deſcripta Parabola dabit conoides obtuſam & acutam rationem habentes datam: uti patet.

## PROPOSITIO XXIX.

### Parabola (DEF) ad circulum (ADN) cujus diameter eſt baſis Parabolæ, eam habet rationem, quam Parabolæ axis (AE) ad peripheriam (OP), cujus radius eſt æqualis diſtantiæ centri grav. (K) ſemiparabolæ, ab axe.

Fig. 34.

DEmonſtratio. Cylindrus DM conoïdi Parabolicæ circumſcriptus duplus *b* eſt conoidis. Quare ſi axis AE ſecetur biſariam in C, erit Cylindrus DL altitudinis AC par conoidi. Atqui eadem conois æquatur *c* etiam recto ſolido; cujus baſis eſt ſemiparabola DEA, altitudo verò par circumferentiæ OP, cujus radius eſt AO, hoc eſt KB diſtantia centri gravitatis K, ab axe. Ergo Cylindrus DL & rectum illud ſolidum æqualia ſunt. Ergo ſemiparabola DEA baſis recti ſolidi, eſt ad circulum ADN baſim Cylindri DL, ut reciprocè Cylindri altitudo AC ad altitudinem recti ſolidi, peripheriam nempè OP. Ergo tota Parabola DEF eſt ad circulum ADN, ut axis totus AE ad peripheriam OP. Quod erat demonſtrandum.

*b per 31. l. 1. Cyl. & Annul.*
*c per 9. hujus.*

# PARS IV.

## *Conatus & viæ multiplices ac novæ ad circuli quadraturam.*

Totis paſſim Cylindricorum & Annularium quatuor libris noſtris prioribus plurimas reperiet lector theorematicas circuli quadraturas; quas novâ jam acceſſione hic cumulabimus.

## PROPOSITIO XXX.

### Dato centro gravitatis ſemihyperbolæ, ſemiellipſeos, ſemicirculi, datur omnium quadratura.

*Cùm centro gravitatis partium circuli & Ellipſis connexam eſſe circuli & Ellipſis quadraturam primus demonſtravit la Faille è Societate* Jesu. *Idem deinde præſtitit Paulus Guldinus ex eadem Societate, qui ultra progreſſus eamdem connexionem extendit ad centrum gravitatis partium circumferentiæ circularis; cujus inter cætera hoc extat egregium theorema, centrum gravitatis ſemicircumferentiæ eſſe punctum ultimum quadratricis. Noviſſimè quod adhuc alijs fuerat intactum, etiam hyperbolæ quadraturam ex ſuo pendere gravitatis centro primi aperuère Antonio Lalouera è Societate noſtra, & Chriſtianus Hugenius, qui uno eodemq; anno mutuorum ignari inventorum, ſua de his alijſque egregia theoremata edidère. Ego præſtantibus his Geometris ſuam ſingulis quam omni jure merentur laudem lubentiſſime concèdens, connexionem illam triplicem ex univerſali theoremate noſtro unicâ demonſtratione concludam hunc in modum.*

*Demonſtratio.* Semihyperbolæ, ſemiellipſeos, ſemicirculi NEFB centrum gravitatis eſto D, & inſcribatur ſingulis triangulum, cujus centrum gravitatis eſto C. Si jam ſectiones datæ NEFB, cum inſcriptis

Fig. 30. 31. 32.

ſcriptis triangulis circa axem NB in orbem ducantur, ſemihyperbola producet conoidem hyperbolicam cum inſcripto ipſi cono, ſemiellipſis ſphæroidem cum inſcripto ipſi rhombo conico, ſemicirculus ſphæram cum inſcripto item rhombo conico: eſtque ex Archimede *a* nota proportio horum ſingulorum corporum rotundorum ad inſcriptos ſibi conos & rhombos conicos. Atqui rotundum corpus à ſectione NEFB productum æquatur *b* ſolido recto, cujus baſis eſt ipſa ſectio NEFB, altitudo autem par peripheriæ à gravitatis centro D deſcriptæ, cujus radius eſt XD, ſeu AO; & rotundum ſolidum genitum à triangulo NEB, ipſe nempè inſcriptus conus, ſeu rhombus conicus æquatur *c* ſolido recto cujus baſis eſt triangulum ipſum NEB, altitudo verò par circumferentiæ deſcriptæ à centro gravitatis C ipſius trianguli, cujus radius eſt ZC, ſeu AP. Ergo etiam duorum horum rectorum ſolidorum eſt nota proportio, ex. gr. ea, quæ eſt rectæ K ad rectam M. Fiat ut AO ad AP (quæ quidem ratio nota eſt, cùm dentur gravitatum centra O & P) ſic K ad aliam quampiam S. Ratio igitur K ad M, hoc eſt ratio quæ eſt inter duo illa recta ſolida, componitur ex ratione K ad S, & ratione S ad M. Atqui etiam ratio K ad M, ſeu ratio quæ eſt inter illa duo recta ſolida, *o* componitur ex his duabus, nempè ex ratione altitudinum (hoc eſt peripheriæ OL, ad peripheriam PI, hoc eſt *p* radij AO, ad radium AP) & ex ratione baſis NEFB ad baſim NEB. Quare cùm ratio AO ad AP ſit eadem *d* cum ratione K ad S, etiam ratio reliqua baſis NEFB, ad baſim NEB eadem eſt cum ratione reliquâ S ad M. Quare cùm ratio S ad M nota ſit (eſt enim ratio rectæ datæ ad rectam datam) etiam ratio ſemihyperbolæ, ſemiellipſeos, ſemicirculi NEFB, ad triangulum NEB nota erit. Quod erat demonſtrandum.

*a lib. de ſphæroid. & conoid.*
*b per 5. & 9. hujus.*
*c per eand.*
*o ex elem.*
*p Pappus l. 1.*
*d per conſt.*

*Atque hæc quidem hyperbolæ, Ellipſi ac circulo quodammodo communia. Verùm alia eſt Ellipſi & circulo propria, multò priori illâ admirabilior atque illuſtrior centri gravitatis cum quadratura connexio, quam tribus ſequentibus theorematis aperiam.*

## PROPOSITIO XXXI.

Fig. 35. 36.

**Semiellipſeos SDE centrum eſto A; gravitatis autem centrum O.**

**Circuli circumferentia OP, cujus radius eſt AO utriuſque centri intervallum, ad quatuor trientes axis ES, qui ſemiellipſeos SDE baſis eſt, eam habet rationem, quam axis alter DF, ad axem ES.**

D*Emonſtratio.* Sphærois SDEF genita à ſemiellipſi SDE rhombi conici ſibi inſcripti DEFS dupla eſt, ut demonſtravi *l. 1. Cylind. & Annul. p.* 25; ac proindè ſphærois eſt ad rhombum DEFS, ut 2 ad 1. Rhombus autem DEFS eſt ad Cylindrum HM ſphæroidi circumſcriptum, *a* ut 1 ad 3. Igitur ex æquo ſphærois SDEF eſt ad Cylindrum HM, ut 2 ad 3. Sumantur SC duæ tertiæ axis SE. Erit quoque Cylindrus HL, cujus altitudo SC, ad Cylindrum HM *m* ut 2 ad 3, ac proinde æqualis ſphæroidi SDEF. Atqui eadem ſphærois etiam æqualis *n* eſt recto ſolido, cujus baſis eſt ſemiellipſis SDE, altitudo autem par circumferentiæ OP, à gravitatis centro O deſcriptæ, cujus radius AO. Ergo rectum illud ſolidum Cylindro HL æquale eſt. Ergo recti ſolidi altitudo, peripheria nempè OP, eſt ad SC altitudinem Cylindri ut *b* reciprocè baſis Cylindri, nempè circulus DN, ad recti ſolidi baſim, nempè ſemiellipſim SDF. Ergo peripheria OP eſt ad duplam ipſius SC, hoc eſt ad quatuor trientes axis SE, (eſt enim SC duo trientes axis SE) ut circulus DN ad totam Ellipſim SDEF. Sed DN circulus eſt ad Ellipſim SDEF, *f* ut axis DF ad axem SE. Ergo peripheria OP eſt ad quatuor trientes axis SE, ut axis DF ad axem ES. Quod erat demonſtrandum.

*a Per 10. l. 11.*
*m Per 13. l. 12.*
*n Per 5. hujus.*
*b Patet ex 15. l. 12.*
*f Archim.*

*Tacquet Cylind. Annular.*

## PROPOSITIO XXXII.

Fig. 37.

**Semicirculi SDE centrum eſto A, gravitatis verò centrum O.**

**Circuli peripheria OP, cujus radius eſt AO, utriuſque centri intervallum, ad diametrum ES eam habet rationem, quam 4 ad 3.**

D*Emonſtratio.* Ex diametro SE ſumatur SC par duobus trientibus diametri. Cylindrus igitur HL altitudinis SC erit ad Cylindrum HM ſphæræ circumſcriptum *a* ut 2 ad 3. Sed etiam ſphæra ASDN eſt ad eundem HM Cylindrum *b* ut 2 ad 3. Ergo Cylindrus HL, & ſphæra æquales ſunt. Atqui eidem ſphæræ æquatur *c* etiam ſolidum rectum, cujus baſis eſt ſemicirculus SDE, altitudo autem par circumferentiæ OP deſcriptæ à gravitatis centro O, cujus radius AO. Ergo rectum illud ſolidum etiam Cylindro HL æquale eſt. Ergo recti ſolidi altitudo peripheria OP, eſt ad Cylindri altitudinem SC, ut *d* reciprocè Cylindri baſis circulus SDN ad baſim recti ſolidi ſemicirculum SDE. Ergo peripheria OP dupla eſt rectæ SC; quæ cùm per conſtr. conficiat duos trientes diametri SE, erit OP circumferentia par quatuor trientibus diametri SE. Quod erat demonſtrandum.

*a per 13. l. 12.*
*b Archim.*
*c Per 5. hujus.*
*d Patet ex 15. l. 12.*

*Poſtquam theoremata proximè præcedentia jam inveniſſem, incidi in Ærarium Bettini, qui tomi 3. parte 2. pag. 66. & 70. proponit ſequens theorema noſtris jam demonſtratis affine. Sed quia nullam ejus adfert demonſtrationem, quæ Geometrica, hoc eſt infallibilis cenſeri poſſit, nos hîc eâdem illud methodo, quâ præcedentia, Geometricè demonſtrabimus.*

## PROPOSITIO XXXIII.

Fig. 38.

**Circulus eſto ASDN, cujus centrum A, diameter SE, ſemiperipheria SDE, cujus centrum gravitatis O.**

**Circumferentia OP, cujus radius eſt AO utriuſque centri intervallum dupla eſt diametri SE dati circuli.**

D*Emonſtratio.* Superficiei ſphæræ ASDN genitæ à ſemicircumferentiâ SDE, æqualis eſt *a* Cylindrica ſuperficies, cujus baſis eſt eadem ſemiperipheria SDE, altitudo autem par circumferentiæ OP à gravitatis centro O deſcriptæ, cujus radius AO. Atqui eidem ſuperficiei ſphæricæ *b* æqualis eſt Cylindri HM ſphæræ circumſcripti ſuperficies abſque baſibus. Ergo hæc poſterior Cylindrica ſuperficies illi priori æqualis eſt. Ergo prioris illius altitudo, nimirùm peripheria OP, eſt ad poſterioris altitudinem SE, ut reciprocè poſterioris baſis, nempè peripheria tota SDN, ad prioris baſim, nempè ſemiperipheriam SDE. Quare circumferentia OP dupla eſt diametri SE. Quod erat demonſtrandum.

*a Per 14. hujus.*
*b Archim.*



Digitized by Google

*Ex tribus proximè præcedentibus propoſitionibus cernitur, quam non modo neceſſaria, ſed etiam concinna & elegans cum gravitatu centro ſit quadratura connexio.*

### PROPOSITIO XXXIV.

Fig. 37. Semipheriæ SDE centrum gravitatis eſto I; ſemicirculi autem ASDE gravitatis centrum ſit O.

Dico IA diſtantiam centri gravitatis ſemipheriæ à diametro SE, ſeſquialteram eſſe ipſius OA diſtantiæ centri gravitatis ſemicirculi ab eadem diametro.

D*emonſtratio.* Per præcedentem peripheria cujus radius AI, eſt ad diametrum SE, ut 6 ad 3: & per 32 diameter SE eſt ad peripheriam OP, cujus radius AO, ut 3 ad 4. Igitur ex æquo peripheria cujus radius AI, eſt ad peripheriam cujus radius AO, ut 6 ad 4. Quare cùm peripheriæ ſint radijs proportionales, etiam AI eſt ad AO ut 6 ad 4, ſive ut 3 ad 2. Quod erat demonſtrandum.

### PROPOSITIO XXXV.

Fig. 44. *in figurâ aliquæ lineæ redundant.* Segmenti circularis HCL centrum gravitatis eſto O, ſemiſegmenti verò HCP gravitatis item centrum ſit I, ejuſque à ſemidiametro AOC diſtantia IO.

Dico rationem rectæ AO ad rectam IO eſſe notam.

D*emonſtratio.* Rotundum ſolidum genitum à ſegmento circulari HCP, revoluto circa radium NA ipſi CY perpendicularem, eſt ad rotundum ſolidum quod fit ab eodem ſegmento HCP rotato circa radium APC, *a* ut peripheria, eujus radius AO, eſt ad peripheriam cujus radius OI: hoc eſt ut *b* radius ipſe AO ad radium OI. Atqui ratio duorum horum rotundorum ſolidorum nota eſt; primum enim æquari ſphæræ eujus HL diameter eſt, demonſtravi *prop.* 44. *l.* 1. *Cylind. & Annul.* Secundum verò eſt portio ſphæræ, cujus ratio ad ſphæram nota ex Archimede. Ergo nota etiam eſt ratio AO ad OI. Quod erat demonſtrandum.

*a Patet ex 9. hujus & cor. 2. in ſch. poſt p. 9*
*b Pappus.*

### PROPOSITIO XXXVI.

Fig. 44. Ex his abſolutè exhibetur linea recta, in qua exiſtit centrum gravitatis ſemiſegmenti circularis (HCP.)

Iiſdem enim poſitis quæ in præcedenti, quoniam nota eſt ratio AO ad OI, ea ſit quæ eſt datæ rectæ AP ad PM. Ex A centro per M ducatur recta AZ. In hac eſt centrum gravitatis ſemiſegmenti HCP.

D*emonſtratio.* Intelligatur enim per O centrum gravitatis ſegmenti totius HCL ducta OX parallela ad HL, ſecans AZ in I. Ex conſtr. eſt ut AP ad PM, ita AO ad diſtantiam centri gravitatis ſemiſegmenti HCP à diametro YC, ſed etiam eſt ut AP ad PM, ita AO ad OI. Liquet ergo punctum I in rectâ AZ exiſtens, eſſe centrum gravitatis ſemiſegmenti HCP. Exhibita eſt ergo recta &c. Quod petebatur.

### PROPOSITIO XXXVII.

Iiſdem poſitis quæ in propoſ. 35, qui dederit proportionem intervallorum OP, IO, quibus duo gravitatum centra, O ſegmenti totius HCL, I ſemiſegmenti HCP, diſtant à ſuis baſibus HL, CP, dabit circuli quadraturam. Fig. 44.

D*emonſtratio* patet ex *propoſ.* 35. Nam ſi nota fiat ratio OP ad IO, quoniam per *propoſitionem* jam citatam nota etiam ſit ratio IO ad AO, ex æquo nota quoque fiet ratio OP ad AO. Quare dividendo, etiam nota erit ratio AP rectæ datæ ad PO, ac proinde inventum erit O centrum gravitatis ſegmenti circularis HCL. Atque inde dabitur circuli quadratura. Quod erat demonſtrandum.

### PROPOSITIO XXXVIII.

Arcus ACL ſemicircumferentia minoris centrum gravitatis ſit O, ejuſque ſemiſſeos HC, centrum ſit G: arcum verò ſubtendat HL. Fig. 45.

Si innoteſcat proportio diſtantiarum OP, GO, datur quadratura circuli.

D*emonſtratio.* Ex centro circuli A ducantur rectæ AM, AC, ſecantes arcus HC, HL biſariam in M & C. Manifeſtum eſt centrum gravitatis arcus HC eſſe in rectâ AM arcum HC biſecante, & centrum gr. arcus HCL eſſe in rectâ AC biſecante arcum HCL. Deinde per O centrum gravitatis arcus HCL ducatur OX parallela ſubtenſæ HL ſecans rectam AM in G. Manifeſtum quoque eſt centrum gr. arcus HC eſſe in rectâ OX, ac proinde in ipſo concurſus puncto G. Quoniam recta AP data eſt, & AM, AC poſitione datæ, data quoque eſt ratio AP ad PN; ac proinde, quia GO eſt parallela ad HL, data etiam eſt ratio AO ad OG. Quare ſi detur ratio OG ad OP, etiam dabitur ex æquo ratio AO ad OP; & dividendo dabitur ratio AP ad PO. Quare cùm recta AP ſit data, etiam PO data eſt, ac proinde inventum eſt centrum gravitatis arcus HL, atque inde datur quadratura circuli. Quod erat demonſtrandum.

Libro 3. Cyl. & Annul. prop. 49. *demonſtravi ſi innoteſcat ratio quam annuli circularis aut Elliptici pars exterior, genita nempè a ſemicirculo aut ſemiellipſi HOQ rotato circa axem XZ, ad interiorem genitam à ſemicirculo ſeu ſemiellipſi HGQ haberi quadraturam:* & lib. 4. prop. 48. *oſtendi ſimiliter datâ proportione, quam habet circularis annuli exterior ſuperficies genita à ſemicircumf. HOQ circa axem XZ, ad interiorem genitam ab ſemicircumf. HGQ, dari ſimiliter quadraturam circuli. Sed quia adhuc propior videtur aditus aperiri; ſi partes interiores cum interioribus, & exteriores cum exterioribus comparentur, collationem hujuſmodi per aliquot theoremata inſtituamus.* Fig. 57.

## PROPOSITIO XXXIX.

Fig. 57. **Si reperiatur proportio ſolidorum annulariũ, quæ fiunt à duobus æqualibus ſemicirculis HGQ, PMR, vel HOQ, PVR, quorum baſes HQ, PR ſint parallelæ ad revolutionis axem XZ, datur quadratura circuli.**

D*Emonſtratio.* Semicirculorum HGQ, PMR centra gravitatum ſint C & D. Cùm ſemicirculi æquales ſint, patet centrorum intervalla CF, DN æqualia eſſe. Additâ igitur communi CN, etiam totæ FN, CD æquales erunt. Atqui FN eſt recta data. Ergo etiam CD data recta eſt. Deinde quoniam prædicta annularia ſolida genita ſunt à ſemicirculis æqualibus, patet ex 5 *hujus*, eam inter ſe habere rationem, quam peripheriæ à gravitatum centris C, D, circa axem revolutionis XZ deſcriptæ, quarum radij ſunt AC, AD: hoc eſt eamdem quam ipſi radij AC, AD. Ergo ſi nota fiat proportio annularium ſolidorum, nota quoque fiet ratio CA ad DA. Unde dividendo, ratio CD ad DA erit nota. Quare cùm recta CD oſtenſa ſit eſſe data, ſeu nota, etiam DA diſtantia centri gravitatis ſemicirculi nota erit: adeoque inventum erit D gravitatis centrum in ſemicirculo, ac proinde & quadratura. Quod erat demonſtrandum.

*Eadem erit demonſtratio ſi comparentur annularia ſolida quæ fiunt à ſemicirculis AOQ, PVR.*

## PROPOSITIO XL.

Fig. 57. **Si reperiatur proportio ſuperficierum annularium, quæ fiunt à duabus ſemiperipherijs æqualibus HGQ, PMR, vel à duabus HOQ, PVR, quarum baſes ſint parallelæ ad revolutionis axem XZ, datur circuli quadratura.**

D*Emonſtratio.* Annulares ſuperficies genitæ à ſemiperipherijs HGQ, PMR æqualibus ſimiliterque poſitis circa revolutionis axem XZ eam inter ſe rationem habent, quam peripheriæ à gravitatum centris C, D, circa axem XZ deſcriptæ, quarum radij ſunt AC, AD (ut patet 14 & 15 *hujus*) hoc eſt eamdem quam ipſi radij AC, AD. Quare ſi nota fiat annularium harum ſuperficierum proportio, nota etiam fiet ratio CA ad AD. Quare dividendo, etiam ratio CD ad DA nota erit. Atqui CD eſt data, utpotè æqualis datæ rectæ FN. Ergo etiam DA datur. Inventum eſt ergo D centrum gravitatis ſemiperipheriæ PMR: ac proinde & quadratura circuli. Quod erat demonſtrandum.

*Atque hæc quidem proportio, cùm æquales ſunt ſemicirculi, altâ etiamnum nocte latet ſepulta. Nihilominus videri forſan poſſit hujus inventio non penitùs deſperanda. Exhibituri certè illam ſumus propoſitione ſequenti in ſemicirculis inæqualibus.*

## PROPOSITIO XLI.

Fig. 58. **Duo circuli ſe interius contingant in A, ibidemque eos tangat recta LH. Sint autem diametri CF, DG ad LH parallelæ. Proportio ſolidorum annularium, quæ fiunt à ſemicirculis tam interioribus CAF, DAG, quàm exterioribus CMF, DNG, circa LH rotatis, eſt triplicata proportionis diametrorum CF, DG: annularium verò ſuperficierum à ſemiperipherijs tam interioribus quàm exterioribus circa LH genitarum proportio eſt proportionis diametrorum duplicata.**

D*Emonſtratio I. Partis.* Circulorum centra ſint E, I, ſemicirculorum verò CAF, DAG, gravitatum centra ſint X, Z: quæ omnia exiſtunt in diametro MA ductâ per contactum A. Duæ tertiæ diametri FC ſunt ad FC ut duæ tertiæ diametri DG ſunt ad DG. Sed FC eſt ad ſemiperipheriam CAF, *a* ut DG ad ſemiperipheriam DAG. Ergo ex æquo duæ tertiæ diametri FC ſunt ad ſemiperipheriam CAF, ut duæ tertiæ diametri DG ad ſemiperipheriam DAG. Jam verò EX eſt ad duas tertias FC, *b* ut duæ tertiæ FC ad ſemiperipheriam CAF; hoc eſt (quemadmodum jam oſtendi) ut duæ tertiæ DG ad ſemiperipheriam DAG. Atqui etiam eſt *b* ut duæ tertiæ GD ad DAG, ita IZ ad duas tertias GD. Ergo ut EX eſt ad duas tertias FC, ita IZ ad duas tertias DG. Igitur permutando EX eſt ad IZ, ut duæ tertiæ FC ad duas tertias DG; hoc eſt ut FC ad DG; hoc eſt EA ad IA. Cùm ergo ſit ut tota EA ad totam IA, ita EX ad IZ, etiam erit reliqua XA ad reliquam ZA, ut tota EA ad totam IA. Cùm igitur ratio ſemicirculi CAF ad ſemicirculum DAG ſit duplicata rationis EA ad IA, duplicata etiam erit rationis XA ad ZA. Ergo ratio compoſita ex ratione ſemicirculi FAC ad ſemicirculum DAG, & ex ratione XA ad ZA, triplicata erit rationis EA radij ad radium IA. Atqui ratio *p* annularium ſolidorum quæ fiunt à ſemicirculis CAF, DAG circa LH rotatis, compoſita eſt ex ratione ſemicirculi FAC ad ſemicirculum DAG, & ex ratione peripheriarum, quarum radij AX, AZ; hoc eſt ex ratione radiorum AX, AZ. Ergo ratio annularium ſolidorum à ſemicirculis CAF, GAD genitorum, triplicata eſt rationis radij EA ad radium IA, ſeu diametri CF ad diametrum DG. Quod erat demonſtrandum.

a *Pappus.*

b *La Faille de centro gr.*

p *Patet ex 5 hujus, & cor. 3 in ſcho. poſt p. 9.*

Idem eodem modo demonſtrabitur de ſolidis annularibus, quæ fiunt à ſemicirculis exterioribus CMF, DNG, revolutis circa eundem axem LH.

*Demonſtratio II. Partis.* Ratio annularium ſuperficierum à ſemiperipherijs CAF, DAG genitarum compoſita eſt ex ratione ſemiperipheriæ CAF ad ſemiperipheriam DAG, & ex ratione peripheriarum, quarum radij AX, AZ, ut patet ex 15. *hujus.* Sed ratio ſemiperipheriæ CAF ad ſemiperipheriam DAG eſt ratio *n* radij EA ad radium IA; ratio autem peripheriarum quarum radij AX, AZ, eſt ratio *n* radij AX ad radium AZ; ratio autem AX ad AZ eſt rurſus ratio EA ad IA, ut oſtenſum in prima parte. Ergo ratio ſuperficierum annularium à ſemiperipherijs CAF, DAC circa LH genitarum, eſt duplicata rationis EA ad IA, ſeu diametri CF ad diametrum DG. Quod erat demonſtrandum.

n *Pappus.*

Idipſum ſimili diſcurſu demonſtrabitur de annularibus ſuperficiebus, quæ fiunt à ſemiperipherijs exterioribus CMF, DNG.

*Verum eſt theorema tā quoad ſoliditatem quàm ſuperficiem etiam in partibus tam interioribus quam exterioribus*

*bus patentium annularium, quando radij revolutionum BE, BV ſunt proportionales diametris CF, PQ genitorum circulorum MCAF, QRPK.*

*Demonſtratio ſimilis eſt praecedenti.*

# PARS V.

*Solido annulari ab Hyperbolâ genito ſphæra exhibetur æqualis.*

*Hinc novæ ad Hyperbolæ quadraturam viæ aperiuntur; & reperitur ſphæra æqualis annulo integro producto à figurâ, quæ ex ſegmento circuli & ſegmento hyperbolæ compoſita eſt.*

*Deinde Cylindri hyperbolici partes quædam abſolutè cubantur: unde rurſum aliæ ad quadraturam hyperbolæ demonſtrantur viæ.*

## DEFINITIONES.

Fig. 46. A*Nnulus planus* eſt ſuperficies plana (FF) duabus concentricis peripherijs comprehenſa.

Itaque ſi concentricus minor circulus auferatur à majore concentrico, ſpatium reſiduum eſt annulus planus.

Hinc patet ſi ex rectâ quâpiam AB ſumatur pars quælibet BC, & tota recta AB, fixo manente puncto A ducatur in orbem, à ſegmento BC generari planum annulum.

Fig. 48. 2. Cylindrus cavus eſt ſolidum duobus planis annulis OO, NN, & duabus ſuperficiebus Cylindricis, circa eumdem axem poſitis, comprehenſum.

Itaque ſi duo Cylindri æquè alti circa eumdem axem AC exiſtant, & minor DQ auferatur ex majore BS, corpus reſiduum eſt Cylindrus cavus.

Hinc patet ſi ex rectangulo ABEC ſumatur rectangulum DBEF, & figura tota circa AC circumagatur, generari Cylindrum cavum à rectangulo BDEF.

*Eadem definivimus in libris prioribus, hic rurſum appoſui ut ſint ad manum.*

### *Lemma XII.*

Fig. 49. 47. Annuli plani FF centrum eſto A, per quod ducta ſit recta GCB.

Annulus planus eſt ad circulum quemvis DM, ut rectangulum GBC ad quadratum radij DQ.

Demunſtratum eſt *lib. 1. Cyl. & Annul. prop. 43.*

### PROPOSITIO XLII.

Fig. 49. **Data ſit hyperbolâ DMX, cujus axis tranſverſus MN, centrum A, baſis ad axem recta DX. Per centrum A ponatur in hyperbolæ plano recta OA5 ad axem perpendicularis.**

**Dico: ſi axis tranſverſus MN eſt æqualis lateri recto, annulare ſolidum genitum ab hyperbolâ DXMD circa rectam O5 circumacta, æquari ſphæræ, cujus diameter eſt hyperbolæ baſis DX.**

**Quod ſi tranſverſus axis non ſit par lateri recto, hyperbolicum illud ſolidum annulare ad ſphæram diametri DX eam habebit rationem, quam axis tranſverſus ad latus rectum.**

D*Emonſtratio.* Sectio oppoſita ſit SNT, & centro B intervallo BD, vel BX (ſunt enim BD, BX ex hyp. æquales) deſcribatur circulus DZX. Secetur deinde BD in quotvis æquales partes, & per ſectionum puncta ducantur parallelæ ad BN rectæ ſecantes hyperbolam MD in punctis H, I, L; circulum in punctis, K, C, V; axem revolutionis O5, in 2, 3, 4; hyperbolam SN, in R, 6, 7. Tum perpendicularibus demiſſis ex H, I, L, item ex K, C, V, inſcripta erunt ſemihyperbolæ rectangula FH, GI, BL, quadranti verò BDZ rectangula FK, GC, BV. His peractis, ſi quadrans BDZ cum inſcriptis ſibi rectangulis convertatur circa DB, ipſe quidem hemiſphærium deſcribet, rectangula verò producent Cylindros ſibi mutuo inſiſtentes, & hemiſphærio inſcriptos. Hac autem Cylindrorum inſcriptione hemiſphæriū exhauriri, hoc eſt tot inſcribi poſſe Cylindros rectâ BD in plures ſemper ac plures partes diviſâ, ut aggregatū Cylindrorum ab hemiſphærio deficiat quantitate quantumlibet parvâ, patet ex Archimede, *prop.* 21. de conoidibus & ſphæroid. Similem in modum ſemihyperbola DMB cum inſcriptis ſibi rectangulis ſi rotetur circa axem OA, ipſa quidem deſcribet ſolidum annulare, rectangulare verò producent Cylindros cavos *a* annulari ſolido inſcriptos & ſibi mutuo gradatim inſiſtentes, quorum baſes ſuperiores erunt plani annuli à rectis EH, FI, GL, eâdem revolutione illâ geniti, inferiores autem erunt annuli plani facti à rectis Fα. Gθ, Bλ. Tot porrò annulari ſolido inſcribi poſſe cavos hujuſmodi Cylindros, ut ipſum exhauriant, hoc eſt ut eorum aggregatum ab annulari ſolido deficiat quantitate minori datâ quâcumque, demonſtravi *prop. 3. lib. 3. Cylind. & Annul.* a *Patet ex defin. Cylindri cavi.*

Jam verò demonſtrabimus totum inſcriptum hyperbolico annulari ſolido ad totum inſcriptum hemiſphærio eam ſemper tenere rationem, quam tranſverſus axis MN ad latus rectum. Per 22. *lib. 3. conic.* Apollonij rectangulum REH eſt ad rectangulum DEX, ut axis tranſverſus MN ad latus rectum. Sed rectangulum DEX æquatur *b* quadrato EK. Ergo rectangulum REH eſt ad quadratum EK, ut latus tranſverſum ad rectum. Sed ut rectangulum REH ad quadratum EK, ita *n* planus annulus genitus à recta EH circa AO revoluta eſt ad circulum genitum à radio EK rotato circa BD; ut verò hic planus annulus ad hunc circulum, ita *c* Cylindrus cavus genitus à rectangulo FH circa OA revoluto, ad Cylindrum integrum factum à rectangulo KF, rotato circa BD, ſunt enim æquè alti. Ergo Cylindrus cavus factus à rectangulo FH eſt ad Cylindrum integrum factum à rectangulo KF, ut latus MN tranſverſum ad rectum. Eodem diſcurſu oſtendam Cylindros cavos factos à rectangulis GI, BL, ſingulos eſſe ad ſingulos Cylindros integros genitos à rectangulis CG, VB, ut latus MN tranſverſum ad rectum. Ergo *d* omnes Cylindri cavi ſimul ſumpti ſunt ad omnes Cylindros integros ſimul ſumptos, ut latus MN tranſverſum ad rectum. Atque hoc ſemper eveniet, quotcumque Cylindros cavos hyperbolico annulari ſolido, & Cylindros integros æquè multos hemiſphærio inſcripſerimus. Quare cùm per inſcriptiones illas utrum-

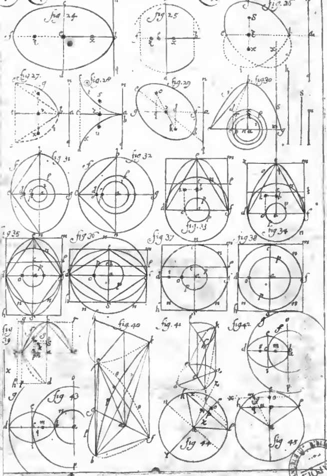
b 35. 3.

n *per lem.* 12.

c *patet ex* 11. 12.

d *per* 12. 5.

…IND. ET. ANNO… ARTIUM. Lib. 5



utrumque corpus exhauriatur per ea quæ demonſtravi ad *prop.* 2. *lib.* 12; vel *prop.* 1. *lib.* 1. *Cylind. & Annul.* etiam hyperbolicum annulare ſolidum genitum à ſemihyperbola BMD eſt ad hemiſphærium productum à quadrante BDZ, ut MN axis tranſverſus ad latus rectum. Ergo etiam annulare ſolidum genitum à tota hyperbola DMX, eſt ad totam ſphæram diametri DX, ut axis tranſverſus ad latus rectum. Quod erat demonſtrandum.

*Quanti hoc theorema ſit momenti, ex ſequentibus apparebit.*

## PROPOSITIO XLIII.

Fig. 49. **Iiſdem poſitis, circa axem MB productum hyperbolæ DMX apponatur alia æqualis & ſimilis D9X.**

**Si annulari ſolido quod fit ab hyperbola D9X circa OS circumacta, etiam ſphæra exhibeatur æqualis, ejúſve proportio ad aliquam ſphæram vel ad ſolidum annulare hyperbolæ prioris DMX, dabitur hyperbolæ centrum gravitatis, adeoque & quadratura.**

Demonſtratio. Centra gravitatis hyperbolarum DMX, D9X, ſint P, & Q. Quoniam hyperbolæ ſunt æquales & ſimiles, ſimiliterque poſitæ, erit QP biſecta in B. Quoniam ſolidum annulare genitum ab hyperbola DMX circa OS rotatâ, præcedenti *prop.* jam reduxi ad ſphæram, ſi etiam annulare ſolidum genitum ab hyperbola D9X reducatur ad ſphæram, nota fiet horum annularium ſolidorum proportio cùm ſphæræ ad ſphæram proportio ſit nota per 18. 12. Proportio igitur illa nota ſit SZ ad TZ. Si ST biſariam ſecetur in O, etiam ratio OZ ad TZ nota erit. Per 5 hujus annulare ſolidum hyperbolæ D9X eſt æquale ſolido recto, cujus baſis eſt hyperbola D9X, altitudo verò par peripheriæ radio AQ deſcriptæ; & ſolidum annulare hyperbolæ DMX æquatur ſolido recto, cujus baſis eſt hyperbola DMX, altitudo autem peripheria radij AP. Atqui recta illa ſolida cùm baſes habeant æquales hyperbolas ſunt inter ſe ut altitudines, nimirum *o* peripheriæ radiorum AQ, AP, hoc eſt ut ipſi radij AQ, AP. Ergo etiam ſolida annularia erunt inter ſe ut radij AQ, AP. Sed ratio annularium ſolidorum eadem eſt, quæ ratio nota SZ ad TZ. Ergo etiam AQ eſt ad AP, ut SZ ad TZ: & dividendo QP ad PA ut ST ad TZ. Ergo cum BP, OT ſint ſemiſſes rectarum QP, ST, etiam BP eſt ad PA, ut OT ad TZ: & compon. BA ad PA ut OZ ad TZ. Sed ratio OZ ad TZ nota eſt. Ergo etiam ratio BA ad PA nota eſt. Igitur ſi fiat ut OZ ad TZ, ita recta BA data ad aliam, ea erit diſtantia centri gravitatis P, ab hyperbolæ centro A, ac proindè ipſum gravitatis centrum exhibetur. Quod erat demonſtrandum.

*o per corol. 2. ſch. p. 9.*

## PROPOSITIO XLIV.

Fig. 50. **Data ſit hyperbola DMX, cujus centrum A, axis BMA. Per quodvis (Z) punctum axis inter A centrum hyperbolæ & M verticem ducatur perpendicularis HN. Si annulare ſolidum quod fit ab hyperbola DMX circa HN circumacta, reducatur ad ſphæram, habetur quadratura hyperbolæ.**

Demonſtratio. Centrum gravitatis hyperbolæ eſto O. Solidum annulare genitum ab hyperbola DMX circa axem FG per centrum A ductum circumactâ, eſt ad ſolidum annulare genitum ab eâdem hyperbola rotatâ circa axem HN, ut peripheria radij AO ad peripheriam radij ZO, quod quidem manifeſtum eſt ex 5 hujus, & *Coroll.* 2. *ſcholij poſt* 9. *hujus.* Atqui ſolidum annulare genitum ab hyperbola revolutâ circa FG reduxi ad ſphæram *prop.* 42. Quare ſi etiam reducatur ad ſphæram, annulare genitum ab eadem hyperbola circa HN rotatâ; cùm ſphærarum proportio nota ſit ex 18. 12, etiam horum annularium ſolidorum, ac proinde (ut jam oſtendi) & peripheriarum radijs AO, ZO deſcriptarum proportio nota erit. Unde cùm peripheriæ ſint inter ſe ut radij, etiam radiorum AO, ZO proportio erit nota. Ea ſit, quæ eſt rectæ PS, ad rectam TS. Igitur dividendo ut PT ad TS, ita AZ ad ZO. Quare cùm tres primæ BT, TS, AZ ſint datæ, etiam datur quarta ZO, diſtantia videlicet centri gravitatis hyperbolæ à dato puncto Z. Inventum eſt igitur centrum gravitatis hyperbolæ, ac proinde ejus quadratura datur. Quod erat demonſtrandum.

*Quidni verò cùm unum jam ſolidum annulare hyperbolicum prop. præced. ad ſphæram reduxerim ſperari poſſit fortaſſe repertum iri aliquando viam, quâ ex reliquis etiam illiuſmodi ſolidis vel unum aliquod ad ſphæram reducatur?*

## PROPOSITIO XLV.

**Si innoteſcat proportio quam habet conois hyperbolica obtuſa (quæ nimirum fit à ſemihyperbola BDM circa axem BM rotata) ad conoidem hyperbolicam acutam, quæ nimirum fit ab eadem ſemihyperbola BMD rotata circa BD ordinatim axi applicatam, habetur quadratura hyperbolæ.** Fig. 50.

Demonſtratio. Centrum hyperbolæ eſto A, centrum verò gravitatis ſemihyperbolæ ſit Q: à quo ducantur perpendiculares QY, QO. Liquet centrum gravitatis hyperbolæ totius eſſe O. Solidum annulare genitum ex ſemihyperbolâ BMD converſâ circa FAG, eſt *a* ad conoidem factam ab eadem rotatâ circa axem BM, ut peripheria radij RQ, ſeu AO ad peripheriam radij QO, hoc eſt ut radius AO ad radium QO. Atqui horum ſolidorum ratio eſt nota; utrumque enim reductum eſt ad ſphæram, annulare quidem à me *prop.* 42. conois verò ab Archimede. Ergo etiam ratio AO ad OQ nota eſt. Ea ſit, quæ eſt rectæ L ac rectam V. Rurſum illa conois genita ab ſemihyperbola BMD rotatâ circa axem BM, eſt ad conoidem genitam ab eadem ſemihyperbola circumducta circa BD ordinatim axi applicatam, ut peripheria radij OQ ad peripheriam radij YQ; hoc eſt *c* ut ipſa OQ ad YQ. Ratio autem harum conoidum, cùm ſupponatur eſſe nota, ea ſit quæ eſt V ad K. Igitur ex æquo ut L ad K, ita annulare ſolidum quod fit ab ſemihyperbola BMD rotatâ circa FAG, eſt ad conoidem genitam ab eadem ſemihyperbola circa

*a Patet ex 9. hujus & ex cor. 2. ejuſd.*

*c Patet ex cor. 2. in ſchol. poſt p. 9.*

BD

Digitized by Google

BD rotatâ. Sed annulare ſolidum iſtum eſt ad conoidem dictam, *d* ut peripheria radij AO, ad peripheriam radij YQ, ſeu BO, hoc eſt ut ipſa AO ad ipſam BO. Ergo etiam ut L ad K, ita AO ad BO. Ergo ratio AO ad BO nota eſt. Quare O centrum gravitatis hyperbolæ inventum eſt, atque inde ejuſdem quadratura. Quod erat demonſtrandum.

*d Patet ex 9 hujus & corol 2. in ſchol poſt 9.*

### *Corollaria.*

### I.

Proportio rectæ AO, quæ eſt diſtantia centri A hyperbolæ totius ab ejuſdem centro gravitatis O ad QO diſtantiam centri grav. ſemihyperboles ab eodem O nota eſt, ut oſtenſum eſt in diſcurſu demonſtrationis jam allatæ.

Quod ſi independenter ab iſto reperiatur ratio quæ eſt inter BO, & QO, dabitur quadratura hyperbolæ. Ita enim, cùm nota ſit ratio AO ad OQ, & nota item ratio QO ad BO; ex æquo nota etiam eſſet ratio AO ad BO, adeoque & ipſum daretur gravitatis centrum O totius hyperbolæ.

### II.

Dato O centro gravitatis hyperbolæ, centrum gravitatis ſemihyperbolæ invenire.

Quoniam ratio AO ad OQ nota eſt per *Corol. 1.* fiat in ea ratione ipſa AO data ad aliam, hæc perpendiculariter erecta ex O centro gravitatis hyperbolæ dabit Q centrum gravitatis ſemihyperbolæ.

## PROPOSITIO XLVI.

*Fig. 50.*

**Lineam rectam abſolutè exhibere, in quâ exiſtit centrum gravitatis ſemihyperbolæ.**

QUoniam AO, QO diſtantiæ centrorum A, O, & Q, O notam inter ſe habent rationem, fiat in ea ratione AB recta data ad aliam, quæ ponatur in rectâ BD ex B in I.

Dico: centrum gravitatis ſemihyperbolæ BDM exiſtere in rectâ AI, quæ ab hyperbolæ centro A, ad I, terminum rectæ jam inventæ BI extenditur.

Ducatur enim ex O centro grav. hyperbolæ totius recta OQ parallela BI, ſecans AI in Q. Manifeſtum eſt centrum grav. ſemihyperbolæ BMD eſſe in recta OQ, & quia per conſt. AO diſtantia centrorum A, O, eſt ad diſtantiam centrorum gravitatis hyperbolæ totius O, & ſemihyperbolæ, ut AB ad BI, liquet centrum grav. ſemihyperbolæ eſſe in Q, ubi recta OQ ſecat ipſam BI, ut patet ex 4. 6.

## PROPOSITIO XLVII.

*Fig. 51.*

**Data ſit hyperbola FDB, cujus axis DC, baſis FB ad axem recta. Ita hac producta ſumatur quodvis punctum A, per quod exiſtat perpendicularis GN.**

**Si annulus obtuſus, qui fit ab hyperbola FDB circa GN circumacta, vel ejus pars alterutra, genita ab ſemihyperpola FDC, vel à CDB, reducatur ad ſphæram, datur quadratura hyperbolæ.**

*HActenus quid ad hyperbolæ quadraturam ex hyperbolico annulo acuto ſperari poſſit executi ſumus: Idem juvat hoc theoremate in obtuſo tentare.*

*Demonſtratio.* Centrum grav. ſemihyperbolæ eſto O, per quod ducantur PQ, IM parallelæ ad CA, CD. Obtuſum annulare ſolidum productum ab ſemihyperbolâ CDB, revolutâ circum GN, eſt ad conoidem genitam ab eâdem ſemihyperbola circa axem CD rotatâ, ut peripheria radij QO, ſeu AM, ad peripheriam radij PO, ſeu CM, ut patet ex 9. *hujus & Corol. 2.* Atqui ratio horum ſolidorum eſt nota; nam conois reducta eſt ad ſphæram ab Archimede, & annulare ſolidum jam ſupponitur ad ſphæram reductum eſſe. Ergo etiam ratio harum peripheriarum, & quæ huic eſt eadem ratio radij AM ad radium CM, nota eſt. Secetur ergo ſecundùm notam hanc rationem recta data AC in M, & per M ducatur MI parallela axi CD. Manifeſtum eſt in rectâ MI fore centrum grav. ſemihyperbolæ CDB. Sit jam hyperbolæ centrum X. *prop. præcedenti* exhibetur alia recta linea ex X centro ad baſim CB ducta, in quâ etiam ſit centrum grav. ſemihyperbolæ CDB. Ea porrò interſecabit neceſſariò rectam MI. Quare cùm ſemihyperbolæ grav. centrum ſit in utrâque rectâ, erit hoc interſectionis ipſum punctum O. Inventum eſt igitur grav. centrum in ſemihyperbola: ac *a* proinde & quadratura ejuſdem. Quod erat demonſtrandum. *a per 30. hujus.*

## PROPOSITIO XLVIII.

*Fig. 52.*

**Suprà ſemihyperbolam ABF cujus axis AB, baſis AF axi recta, exiſtat Cylindrus rectus hyperbolicus BETKFA, Libro primo Cylindricorum & Annularium prop. 33. portionem BPKFA, quæ per punctum K, & axem AB ab hyperbolico Cylindro abſcinditur, reduxi ad corpus rectilineum: demonſtravi enim hanc portionem ad pyramidem, cujus baſis ſit triangulum ABF, altitudo autem eadem quæ Cylindri, eam habere rationem, quam recta compoſita ex ſeſquialtera lateris tranſverſi hyperboles SBF & axe, ad compoſitam ex latere tranſverſo & axe.**

**Dico: ſi etiam portio ABEOF ab eodem Cylindro per punctum E, & baſim hyperboles AF abſciſſa, reducatur ad rectilineum ſolidum, haberi quadraturam hyperbolæ.**

DEmonſtratio. Sint pares AB, AF. Portio BPKFA eſt ad conoidem obtuſam genitam à ſemihyperbolâ ABF, circa axem AB revolutâ, ut *a* KF altitudo Cylindri ad peripheriam cujus radius eſt ordinatim applicata AF; hoc eſt (quoniam ex hyp. tam AF, ipſi AB, quàm KF ipſi EB æqualis eſt) ut EB ad peripheriam cujus radius eſt axis AB. Atqui etiam portio ABEOF eſt ad conoidem acutam genitam ab eadem ſemihyperbola ABF revolutâ circa ordinatim applicatam AF, ut EB ad peripheriam, *b* cujus radius eſt axis AB. Ergo portio BPKFA eſt ad portionem ABEOF, ut conois obtuſa ad conoidem acutam. Sed ratio portionis BPKFA ad portionem ABEOF nota eſt, primæ enim de facto exhibui ſolidum rectilineum æquale, de altera verò idem hîc ſupponitur. Ergo enim nota erit ratio conoidis obtuſæ hyperbolicæ ad acutam. Ergo per 45. datur hyperbolæ quadratura. Quod erat demonſtrandum.

*a per 17. l. Cylindr. & Annul.*

*b per 16. ibid.*

## PROPOSITIO XLIX.

Fig. 53. Fig. 54. **Data ſit hyperbola BCAD, cuius axis AB, axis tranſverſus AM, centrum X, baſis CD ad AB axem recta. Suprà hyperbolam erectus ſit Cylindrus indefinitæ altitudinis, ſectus plano per AB, ad baſim CAD recto, producente in Cylindri ſuperficie rectas BI, AF. Sumpto deinde in recta BI quovis puncto K, perque illud ducta EN ad CD parallela, fiat ut XB ad XA, ſic BK ad AG.**

**Dico: ſi axis tranſverſus AM eſt par lateri recto hyperbolæ, fruſtum Cylindrico-hyperbolicum GNECAD abſciſſum plano EGN, æquale eſſe pyramidi, cujus baſis eſt ſemiſſis quadrati CD; altitudo autem quarta proportionalis rectarum XB, BD, BK. Quod ſi axis tranſverſus non eſt par lateri recto, dictum fruſtum erit ad dictam pyramidem, ut axis tranſverſus ad latus rectum.**

D*Emonſtratio.* Circa baſim hyperbolæ CD deſcribatur circulus QCPD, & ex centro B ducatur BP perpendicularis ad CD. Tum fiat ut XB ad BD, ſic BK ad PR, quæ ex P erigatur perpendiculariter circulo QCPD, & ſuprà circulum Cylindrus rectus in altitudine PR, à quo abſcindatur plano CRD portio PDRSC. Deinde per X centrum hyperbolæ ponatur ZV perpendicularis ad BM. Peripheria radij XB eſt ad peripheriam radij BD, ut XB ad BD; hoc eſt per conſtr. ut BK ad PR. Igitur permutando, peripheria radij XB eſt BK, ut peripheria radij BD, id eſt ut peripheria QC, PD, ad PR. Atqui ſolidum annulare hyperbolicum, quod fit ab hyperbolâ CAD circa ZV revolutâ, eſt ad fruſtum Cylindrico-hyperbolicum GNECAD, ut peripheria radij XB eſt ad BK, ut demonſtravi *lib. 3. Cyl. & Annul. prop.* 30 & 29; ſphæra autem genita à circulo QCPD eſt ad portionem PDRSC, ut peripheria QCPD ad PR, quemadmodum oſtendi *lib. 1. Cyl. & Annul. prop.* 13. Ergo ſolidum hyperbolicum annulare ſupradictum eſt ad fruſtum GNECAD, ut ſphæra circuli QCPD eſt ad portionem PDRSC. Igitur permutando, ſolidum annulare dictum eſt ad ſphæram circuli QCPD, ſive diametri CD, ut fruſtum GNECAD eſt ad portionem PDRSC. Sed dictum annulare ſolidum productum ab hyperbolâ CAD rotatâ circum ZV, eſt ad ſphæram diametri CD, ut *d* axis tranſverſus AM ad latus rectum. Ergo etiam fruſtum GNECAD eſt ad portionem PDRSC, ut axis tranſverſus AM ad latus rectum. Atqui portio PDRSC dupla eſt pyramidis, cujus baſis eſt triangulum APD, altitudo verò PR, ut demonſtravi *lib. 1. Cyl. & Annul. prop.* 20; ac proinde æqualis eſt pyramidi, cujus baſis eſt dupla trianguli CPD, ſeu par quadrato CP, quod eſt ſemiſſis quadrati CD; altitudo verò eadem PR. Ergo fruſtum hyperbolico-Cylindricum etiam eſt ad pyramidem, cujus baſis eſt ſemiſſis quadrati CD, altitudo autem PR (quæ per conſtr. eſt rectis XB, BD, BK quarta proportionalis) ut axis tranſverſus AM ad latus rectum: ac proinde, quando latus tranſverſum eſt æquale lateri recto, etiam fruſtum hyperbolico-cylindricum dictæ pyramidi æquale erit: quæ fuerant demonſtranda.

*d per 24. hujus.*

*Tacquet Cylind. Annular.*

*Ex hoc theoremate habetur cubatio portionis GNECAD ab hyperbolico Cylindro FNECAD abſciſſa: quam aliâ viâ per libram etiam dedit Antonius Lalovero è Societate* JESU, *in doctiſſimis ſuis Elementis tetragoniſmicis* lib. 4. p. 24. *Neque aliud reſtat ad totius Cylindri cubaturam, quàm ut cubetur portio GNEF, quæ eſt ea ipſa, de qua egi* prop. præc.

### *Corollarium I.*

Planum EGN quo abſcinditur fruſtum GNECAD tranſit per X centrum hyperboles CAD. Patet ex 4. 6. Nam ex hyp. ut XB eſt ad XA, ita BK eſt ad AG. Ergo recta KG, adeoque & planum EGN, producta tranſeunt per X.

### *Corollarium II.*

Iiſdem poſitis, in recta BI præter punctum K ſumatur aliud inſuper punctum quodvis L, perque illud ductâ HT ad CD parallela, fiat rurſum ut XB ad XA, ita BL ad AO. Fig. 53.

Dico etiam haberi cubaturam fruſti hyperbolico-cylindrici planis EGN, HOT intercepti.

*Demonſtratio.* Per præcedentem habetur cubatura fruſti GNECAD, & per eamdem habetur cubatura fruſti OTHCAD. Ergo etiam habetur cubatura differentiæ eorumdem, quæ eſt ipſum fruſtum planis EGN, HOT interceptum. Quod erat demonſtrandum.

*Tranſeunt porrò ambo plana EGN, HOT per X centrum hyperbolæ, ut patet ex corollario præcedenti.*

## PROPOSITIO L.

**Iiſdem poſitis, à Cylindro hyperbolico abſciſſum ſit ſegmentum GNECAD plano EGN, ſicut BK ſit ad AG, quemadmodùm XB ad XA. Cubatum jam igitur eſt hoc ſegmentum prop. præcedenti.** Fig. 55.

**Si cubetur etiam fruſtum YNECAD per eandem EN, & punctum aliquod Y rectæ AF, ſuprà vel infrà G, habetur quadratura hyperbolæ.**

D*Emonſtratio.* Quia enim tunc utrique fruſto tam GNEACD, quàm YNECAD haberentur ſolida rectilinea æqualia, daretur etiam eorumdem differentiæ, ſegmento ENYG rectilineum æquale. Jam verò per 18. *lib. 1. Cyl. & Annul.* portio EGFN eſt ad portionem EYFN, ut GF ad YF. Ergo dividendo ſegmentum ENYG eſt ad portionem EYFN, ut GY ad YF. Cùm igitur cubatum jam oſtenderim ſegmentum ENYG, ſi fiat ut GY ad YF, ita rectilineum ſolidum ſegmento ENYG æquale, ad aliud ſolidum rectilineum; illud æquale erit portioni EYFN. Ergo per 48. habebitur quadratura hyperbolæ. Quod erat demonſtrandum.

## PROPOSITIO LI.

**Hyperbola ſit DMX, cujus axis BM, baſis DX ad axem recta, centrum A, axis autem tranſverſus ſit æqualis lateri recto. Tum ex hyperbolæ centro A per X & D deſcribatur circuli arcus DNX.** Fig. 56.

**Dico: annulum productum à figura XMDNX, quæ ex ſegmento hyperbolico & ſegmento circulari componitur, circa AF circumacta, eſſe duplum ſphæræ, cujus diameter eſt XD.**

DEmonſtratio. Annulare ſolidum productum ab hyperbolâ BDMX converſâ circum FG eſt æquale ſphæræ, cujus diameter DX, ut demonſtratum eſt *prop. 42. hujus*. Et ſolidum rotundum genitum à ſegmento circulari BXND revoluto circa eamdem FG, æquatur eidem ſphæræ, cujus diameter DX, ut demonſtravi *prop. 44. lib. 1. Cylind. & Annul.* Ergo totus annulus genitus à figura tota XNDM circa FG circumacta, duplus eſt ſphæræ cujus DX diameter eſt. Quod erat demonſtrandum.

# PARS VI.

## *Proportio Hyperbolæ ad circulum theorematicè exhibetur.*

### PROPOSITIO LII.

*Fig. 34.* **Hyperbola ſit DEF, cujus axis AE, baſis ad axem recta DF, axis tranſverſus ER, cui adjuncta ſit ejus ſemiſſis RS. Sit autem ſemihyperbolæ DEA centrum gravitatis K.**

**Fiat ut tripla AR ad duplam AS, ita AE axis hyperbolæ ad AQ.**

**Dico: hyperbolam DEF eſſe ad circulum ADN, cujus diameter eſt DF baſis hyperbolæ, ut recta AQ eſt ad circumferentiam OP., cujus ſemidiameter eſt OA, ſeu KB diſtantia centri grav. ſemihyperbolæ ab axe AE.**

DEmonſtratio. Sumatur AC dimidia ipſius AQ. Quoniam ex hyp. eſt ut tripla AR ad duplam AS, ita AE ad AQ; erit quoque ut tripla AR ad ſimplam AS, ita AE ad AC dimidiam ipſius AQ. Inſcribatur deinde ſemihyperbolæ DEA triangulum DEA, eidemque circumſcribatur rectangulum DE. Omnibus circa axem AE in orbem actis producetur conois hyperbolica DOEF, cum cono DEF, & Cylindro DM, quorum hic conoidi circumſcriptus erit, ille inſcriptus. Jam quia Cylindrus DM eſt ad conum DEF, ut *a* tripla AR ad AR; conus verò DEF eſt ad DOEF conoidem, *b* ut AR ad AS; ex æquo erit Cylindrus DM ad conoidem, ut tripla AR ad AS; hoc eſt (ut oſtendi ſuprà) ut AE ad AC. Sed etiam eſt ut AE ad AC, ita *c* Cylindrus idem DM ad Cylindrum DL. Ergo conoïs DOEF & Cylindrus DL æquales ſunt. Atqui eidem conoidi etiam æquale eſt *d* ſolidum rectum, cujus baſis eſt ſemihyperbola DEA, altitudo autem par circumferentiæ OP, cujus radius eſt OA, ſeu KB, centri gravitatis K ſemihyperbolæ diſtantia ab axe AE. Ergo ſolidum illud rectum etiam Cylindro DL æquale eſt. Ergo ut *e* recti ſolidi baſis nempè ſemihyperbola DEA eſt ad baſim Cylindri circulum nempè ADN; ita reciprocè AC altitudo Cylindri eſt ad peripheriam OP altitudinem ſolidi recti ſupradicti. Ergo tota hyperbola DEF eſt ad circulum ADN, ut AQ, ipſius AC dupla eſt ad peripheriam OP. Quod erat demonſtrandum.

*a per 10. l. 12.*
*b Archim. de conoid.*
*c per 14. l. 12.*
*d per 9. hujus.*
*e patet ex 15. l. 12.*

### PROPOSITIO LIII.

**Sit portio hyperbolæ DEF, cujus axis AE ſit æqualis tranſverſo axi ER, baſis autem DF ad AE recta.** *Fig. 34.*

**Dico: hyperbolam eſſe ad circulum ADN, cujus diameter eſt baſis DF, ut quinque ſextantes axis AE ad circumferentiam OP, cujus ſemidiameter eſt OA, ſive KB, centri gravitatis ſemihyperbolæ diſtantia ab axe AE.**

DEmonſtratio. Axi tranſverſo AR, adjiciatur ſemiſſis ejus RS. Quoniam igitur ex hyp. AE, ER æquales ſunt, erit AR quadrupla ipſius RS; ac proinde tripla AR erit duodecupla RS: ipſa verò AS erit quintupla RS, adeoque dupla AS, erit decupla RS. Quare tripla AR erit ad duplam AS, ut 12 ad 10. Itaque ſi fiat ut tripla AR ad duplam AS, ita AE ad AQ, erit AE ad AQ, ut 12 ad 10, ſive ut 6 ad 5; ac proinde AQ erit quinque ſextantes axis AE. Atqui demonſtratum eſt univerſim in præcedenti, hyperbolam DEF eſſe ad circulum ADN, ut AQ eſt ad circumferentiam OP. Ergo hyperbola cujus axis AE tranſverſo axi æqualis eſt, ad circulum ADN eam habet rationem, quam quinque ſextantes axis AE ad circumferentiam OP. Quod erat demonſtrandum.

### PROPOSITIO LIV.

**Data ſit hyperbola DMX habens axem tranſverſum MN lateri recto æqualem. Sit autem hyperbolæ centrum A axis BM, baſis DX ad BM recta, circa quam deſcriptus ſit ſemicirculus DZX. Porrò centrum gravitatis hyperbolæ eſto P, ſemicirculi verò Y.** *Fig. 49.*

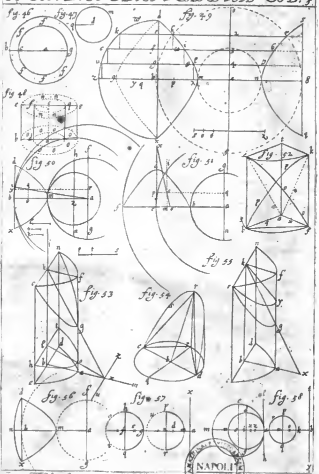
**Hyperbola DMX eſt ad ſemicirculum DZX, ut BY eſt ad AP.**

DEmonſtratio. Demonſtravi ſuprà *a* ſolidum annulare genitum ab hyperbola DMX rotatâ circa axem OA per A centrum tranſeuntem, æquari ſphæræ à ſemicirculo DZX circa diametrum ſuam DX revoluto. Atqui iſtud annulare ſolidum eſt æquale *b* ſolido recto, cujus baſis eſt hyperbolæ DMX, altitudo verò par circumſerentiæ à gravitatis centro P deſcriptæ, cujus radius eſt AP; & ſphæra dicta, æqualis eſt *c* recto ſolido, ſeu Cylindro, cujus baſis eſt ſemicirculus DZX, altitudo autem par circumferentiæ deſcriptæ à gravitatis centro Y, cujus radius eſt BY. Ergo etiam duo illa recta ſolida ſunt æqualia. Ergo baſis primi nempè hyperbola DMX, eſt ad baſim ſecundi, nempè ad ſemicirculum DZX, ut *d* reciprocè altitudo ſecundi, peripheria nempè radij BY, ad altitudinem primi, peripheriam nempè radij AB, hoc eſt ut ipſa BY ad ipſam AP. Quod erat demonſtrandum.

*a per 42. hujus.*
*b per 5. hujus.*
*c per eand.*
*d patet ex cor. 4. p. 9.*

*FINIS LIBRI QVINTI.*

AN-




NAPOLI

Digitized by Google

# ANDREÆ TACQUET
## E SOCIETATE JESU
# DISSERTATIO
## PHYSICO-MATHEMATICA
# DE CIRCULORUM
## VOLUTIONIBUS.

---

# AD LECTOREM.

*Volutio circuli per planum tam multa, & magna continet paradoxa, ut inter arcana naturæ, præcipua meritò cenſeri debeat. Iam olim Ariſtoteles de concentricis pariter convolutis quæſtionem movit, ſed neque ipſe, neque alius (quod ſciam) poſt ipſum quiſpiam nodum diſſolvit. Cum verò etiam mihi ea res ſemper admirabilis viſa eſſet, conatus & ipſe non ſemel fui, hoc in labyrintho reperire exitum, ac negotio difficillimo, ſi quid poſſem lucis, affundere. Quod cùm fruſtra aliquoties tentarem, in novas difficultates incidi, à nemine obſervatas, quas in ſcholio primi theorematis expreſſas lector reperiat. Tandem cùm nihil unquam daretur vel audire vel legere, ex quo vel minimum hærenti ac cæcutienti lucis ſuboriretur, attentiùs rem omnem cœpi expendere, atque ita in eas aliquando cogitationes incidi, quas hoc tractatu expreſſas habes. Aliquantò poſt, cùm ita res ferret, de hoc argumento theſes quaſdam, ab illuſtriſſimo Domino Comite de Hornes & de Herlies publicè propugnatas, in lucem edidi. Quem conatum quod viri docti complures jam probaverint, ſperavi lectori meo non ingratum futurum, ſi quinque Cylindrorum & Annularium libris, hunc de circulorum volutionibus tractatum adjungerem. Expedivi illum forma theſium, qua priùs aſtringebatur, & uberiùs deduxi quædam, ſub finem maximè, quæ in editione prima nolens theſium excedere modum, breviſſimè perſtrinxeram. Porrò tum in prima, tum in hac poſtrema editione propoſitum mihi fuit, non ſolùm difficultatibus ſatisfacere, quas in ſcholio theorematis primi deduxi, verùm & reliqua volutionum ſymptomata proſequi, quæ mirabilem earum naturam amplius declararent. Vale.*

# DEFINITIONES.

Motus *æqualis* ſive *uniformis* eſt, dum quibuſcumque temporibus æqualibus æqualia ſpatia percurruntur.

2. *Motus difformis*, ſeu *inæqualis* eſt, quando temporibus inæqualibus inæqualia ſpatia abſolvuntur.

3. *Sphæra* aut *circulus per planum volvi* dicitur, quando ita per planum progreditur, ut ſimul interea circa ſuum centrum aſſiduè convertatur. Volutio igitur ex duobus motibus, numquam interruptis, componitur, circuli nempè, & progreſſivo, ſive lativo; quem etiam *Motum centri parallelum* ſæpè vocabimus, quòd, dum circulus volvitur, illius centrum deſcribat lineam plano parallelam, curvam aut rectam pro impulſus ratione.

Dixi: *numquam interruptis*: nam ſi alteruter aut lativus aut circularis interrumpatur altero continuato, jam non erit volutio, ſed raſio. Uti infrà demonſtrabitur.

4. *Raſio* autem tum fit, cùm circumferentiæ punctum aliquod tranſit per plura plani puncta, quàm per unum, hoc eſt per aliquam plani partem; vel cùm plura circumferentiæ puncta, aliqua inquam circumferentiæ pars, tranſit per unum punctum plani.

5. *Una volutio peracta* eſt, quando circumferentiæ punctum quod prius erat in plano, in illud denuò deſcendit.

6. *Planum materiale commune* voco, quod non caret omni inæqualitate ac ſcabritie, cujuſmodi noſtra ſunt omnia.

7. *Planum materiale perfectum* eſt, quod omninò æquabile eſt.

8. *Planum Geometricum* intelligo, quod quidem perfectum eſt, ſed abſtractum à materia.

9. Dum *Sphæra circumferentiam* dico brevitatis cauſa, intellige circumferentiam circuli maximi ejuſdem ſphæræ.

10. Cùm *Infinitum* dicimus intellige indefinitum, ſive quantumvis magnum, aut multum; ſic enim loquuntur Geometræ.

Cætera, ubi res feret, ſuis locis definientur.

## AXIOMATA.

1. Æquales velocitates, ſive motus æquè celeres, æqualibus temporibus æqualia ſpatia conficiunt.

2. Ut velocitas ad velocitatem, ita inter ſe ſpatia ſunt, quæ eodem tempore percurruntur demonſtrat Galilæus 2. theor. de motu æquabili; & per ſe patet.

## THEOREMA I.

*Schematiſmus.* 18. *Fig.* 2.

**Dum circulus (AQ.) per planum commune materiale volvitur, omnes concentrici poſſibiles (AP, ) quantumvis illo ſive minores ſint, ſive majores, ſi junctim moveantur, una volutione percurrunt ſpatium æquale circumferentiæ Q.**

Ducatur enim ex A centro radius ACB ſecans concentricos in punctis B & C, per quæ ducantur tangentes BM, CL: ſitque BM in plano materiali communi, CL verò in Geometrico.

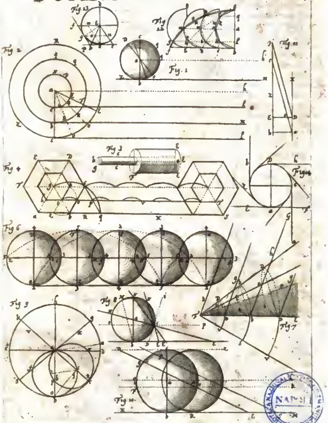
Quoniam ex hypotheſi circulus AQ volvitur per BM, perpetuò tanget rectam BM; adeoque toto volutionis tempore rectæ à centro A ad omnes contactus ductæ erunt *a* ipſi BM perpendiculares, ac proinde radius circuli AQ ſemper erit diſtantia centri A à recta BM, unde toto volutionis tempore, centrum A æqualiter diſtat à BM. Quare cùm CL a 18.3.
ſit *b* parallela BM, (ſunt enim anguli ACL, ABM *a* b 28.1.
recti, adeoque æquales) centrum A ſemper etiam diſtabit æqualiter à CL, intervallo nempè radij AC ſive AO. Cùm igitur ex hypoth. circuli AP, in principio tetigerint rectas CL; etiam ipſi toto tempore, quo circulus AQ volvitur, & tangit rectam BM, tangent rectas CL; Quia autem puncta C, ſunt ad eandem rectam, ad quam eſt punctum B; quando B volutione peractâ denuò deſcendet in BM, etiam puncta C pariter redibunt ad tangentes ſuas CL. Omnes igitur concentrici AP, unâ volutione percurrunt rectas æquales ei, quam percurrit circulus AQ. Ipſe autem AQ percurrit rectam ſuæ circumferentiæ æqualem, ut experientia conſtat, cujus infrà dabimus rationem.

Neque evadet Ageometra fortè quiſpiam dicendo circulos concentricos AP, partim volvi, partim radendo ferri; & concentricorum quidem ipſo AQ minorem unumquodque punctum per aliquam tangentis CL partem trahi; concentricorum verò circulo AQ majorum plura puncta tranſire per unum idemque punctum tangentis. Id enim fieri omninò non poſſe ſic demonſtro.

Sumatur in concentrico, ſive majori, ſive minori quàm AQ, punctum quodvis O, per quod ex centro A ducatur recta occurrens deferenti circulo AQ in K. Quoniam circuli junctim volvuntur, ſuntque puncta O & K in eadem recta, manifeſtum eſt puncta O & K ſimul in ſua plana CL, BM, dimittis ſimul attolli & abire. Cùm enim punctum K deſcendet in BM, fietque punctum contactus, erit AK perpendicularis *a* ad BM tangentem; ac proindè, quod a 18. 3.
BM, CL æquidiſtent, perpendicularis *b* quoque erit b 28.1.
ad tangentem CL. Quare ſi puncto K poſito in BM, punctum O, ſuprà eſſet infràve rectam CL, non ſemper diſtaret centrum A à tangente CL, intervallo radij AO, contra quàm ſuperius demonſtratum eſt. Pariter igitur puncta OK tangentes ſuas attingunt ac deſerunt. Quare cùm punctum K & inſtantaneè & abſque raſione ullâ planum BM contingat (circulus enim AQ ex hypotheſi per materiale planum BM volutione verâ ſuperius *c* definitâ, c *Def.*3.
defertur;) punctum quoque O, inſtantaneè, & abſque ullâ raſione ſuum planum Geometricum CL continget. Id ipſum de alijs quibuſlibet circumferentiarum PP concentricarum punctis demonſtrabitur.

Ita quidem Geometricè propoſitum conficitur. Sed vim totius demonſtrationis ad captum philoſophorum accommodatiùs ſic colligo. Impoſſibile eſt ut concentricus APN, qui percurrit lineam ſe majorem, ſecundum idem ſui aliquamdiu tangat planum, ſive ut tangat plura plani puncta, qui motus, quo circa centrum vertitur, tantiſper interquieſcat. Pari modo erit impoſſibile, ut circulus ARP, qui percurrit lineam ſe minorem, aliquamdiu tangat planum in eodem plani puncto, hoc eſt, ut plura puncta circumferentiæ tranſeant per unum punctum plani quin tantiſper interrumpatur motus lationis. Sed ex hypotheſi neuter motus unquam interrumpitur. Ergo &c. ut vis hujus ratiocinationis clarius percipiatur,

# SCHEMATISMUS XVIII




NAPOLI

Digitized by Google

tur, cogitemus primò concentricum minorem ANP cieri per planum ſolo motu lationis abſque ullâ circà centrum converſione. Manifeſtum eſt idem circumferentiæ punctum, tangendo jam pertranſire plura puncta plani. Quod ſi deinde intelligatur ad motum lationis accedere aliqua circuli converſio circa centrũ, quantumcumq; tarda ea fuerit, evidenter liquet, illud circumferentiæ punctum, ſecundùm quod planum tangitur, non niſi inſtantaneè in plano ſubſiſtere; cùm enim contactus ille indiviſibilis ſit, converſio quantumvis exigua illum variat, circumferentiæ punctum, quod tangebat planum, è plano mox ſurſum evehendo. Deinde cogitemus majorem concentricum ARP primò quidem agitari ſolo motu converſionis circa centrum A. Tum verò perſpicuum erit plura circumferentiæ puncta, tangendo pertranſire idem punctum plani. Quod ſi poſtmodò ad motum converſionis circa centrum. intelligatur accedere motus plani versùs L. quantumvis parvus, liquidò rurſus conſtat illud plani punctum, quod tangebatur, non niſi inſtantaneè conjungi cum circulo ſuum locum non mutante, quia enim contactus indiviſibilis eſt, quantumlibet exigua plani CL promotio versùs L contactum neceſſariò variat, punctum plani, quod circulo conjungebatur, versùs L ſubducendo. Atque perinde ſe res habet ſive planum CL, moveatur versùs L, circulo locum non mutante, ſive plano manente immoto circulus deferatur versùs L. Ergo etiam quantumvis parvo accedente lationis motu ad circularem, jam nequit illud plani punctum, ſecundùm quod fiebat contactus, conjungi cum circulo niſi inſtantaneè, ac proinde nequeunt per illud plura circuli puncta tranſire. Quare neque cùm minor circulus percurrit lineam ſe majorem, neque cùm major ſe minorem, unquam raſio ulla committitur.

Itaque theorematis ſanè admirandi plena demonſtratio data eſt. Atque ita quidem data, ut etiam cauſa totius myſterij aperta ſit, cùm demonſtratio utraque fuerit oſtenſiva & directa.

Unum fortaſſe reſtat, quod explicatum velit nonnemo: Quî fieri nimirum poſſit, ut aliqua circumferentia, tantum ſemel convoluta tangendo percurrat lineam ſe majorem vel minorem? ſic enim videtur circumferentia commenſurari ſeu coextendi quantitati ſe majori vel minori, ac proinde minor majori, & major minori exæquari; quæ manifeſtè impoſſibilia ſunt. Verùm reſpondeo: quamvis tota ſucceſſivè circumferentia totam ſucceſſivè in plano lineam ſe majorem minorémve tetigerit, non tamen ei commenſurata ſeu coextenſa fuit; quod ad commenſurationem ſucceſſivam totius cum toto requiratur, ut partes partibus ſucceſſivè applicentur & congruant. Hìc autem nulla circumferentiæ pars ulli parti lineæ, in plano peragratæ, applicata fuit, ſed continuus fuit contactus indiviſibilis, ſive non quantus. Quod ſi polygonum aliquod exempli grat. hexagonum, per planum circumagatur, hujus perimeter lineæ in plano confectæ commenſurabitur, quia perimetri partes (nimirum latera) ſic fuerunt applicatæ, ut congruerent. In circulorum autem volutione longè aliter ſe res habet, quandoquidem ſucceſſiva circumferentiæ cum lineâ in plano emenſa conjunctio ſemper indiviſibilis, hoc eſt non quanta extiterit.

## *Scholium.*

### *Difficultates, & arcana in circulorum volutione.*

Graves eæ ſunt & multæ, quarum pleræque à nullo, quod ſciam, hactenus vel explicatæ, vel ſaltem indicatæ. *Schematiſmus* 18. *Fig.* 2.

1. Et prima quidem ſuperiori theoremate ſoluta eſt, ac in ſequentibus etiam plenius explicabitur: quî fieri nimirum poſſit, ut major minori, & majori minor, imò ut omnes inæquales circumferentiæ poſſibiles eidem rectæ lineæ quodammodo commenſurentur? & quidem illa, quod rei admirabilitatem non parum auget, quælibet eſſe poteſt; ſi enim quilibet alius concentricus diverſus a circulo AQ, per materiale planum volvatur, unâ volutione percurret rectam ſuæ circumferentiæ æqualem & ipſe & omnes reliqui.

2. Sed longè adhuc major exoritur quæſtio, quare is, qui per materiale planum volvitur, ſolus percurrat ſpatium ſuæ circumferentiæ æquale; reliqui verò omnes concentrici lineas ſuis peripherijs majores, minorémve abſolvant. Frivolum erit dicere eum, qui planum materiale tangit, percurrere lineam ſibi æqualem, quia is movetur per ſe, & independenter ab alijs: id enim quæritur, quid hîc ſit moveri per ſe, & cur is potius, quàm reliqui, per ſe moveatur.

3. Quid fiet, ſi concentricorum junctim volutorum nullus per planum materiale decurrat? Quod quidem omnes unâ volutione emetientur æquale ſpatium, ſuperius a demonſtratum eſt. Sed quantum illud erit? cujus concentrici peripheriæ id æquabitur? An tum vocari deferens ullus poterit? Frigida reſponſio eſt, ab eo reliquos deferri, qui primariò & per ſe movetur; cùm enim ex hypotheſi omnes concentrici juncti ac colligati ſint, ut quodlibet uno moto, omnes moveantur; declarandum erat, quid requiratur, ut concentricorum aliquis per ſe moveatur ac deferat reliquos: quo expoſito, oportebit adhuc oſtendere, eum qui movetur per ſe, conficere ſpatium ſuæ circumferentiæ æquale. a *Theor.* 1.

4. Quod ſi ille circulus, qui materiale planum tangit, unâ volutione decurrat ſpatium æquale ſuæ circumferentiæ; quod quidem ita fieri nemo hucuſque aliter, quàm experientiâ probavit; quid tum eveniet, cùm duo Cylindri EF, CG poſiti circa eundem axem AB, ambo materialia plana parallela in lateribus FE, CG contingent? nunquid utrique circuli E, & C, unâ volutione percurrent ſpatia ſuis circumferentijs æqualia? Atqui hoc impoſſibile eſt. Cùm ex ſuprà theoremate primo demonſtratis liquidò pateat, circulos E & C, volutiones ſuas pariter incipere & finire, ac proinde ambos ſemel convolutos, æqualia ſpatia conficere. Num igitur hoc caſu dicemus volutionem eſſe impoſſibilem? At nulla impoſſibilitatis cauſa apparet. Et poſſibilem eſſe infrà demonſtrabimus. Quæ igitur peripheria ſpatio unius volutionis, æquabitur E, an C, an neutra? Si alterutra: cur hæc potius, quàm illa? Cùm materiale planum utraque contingat. Si neutra: cùm aliquam eſſe determinatam longitudinem neceſſe ſit, quam utrique C & E circuli decurrant, ea erit exhibenda, ut ſatisfiat quæſtioni. *Schematiſmus* 18. *Fig.* 3.

5. Difficultates præcedenti numero propoſitæ, quodammodo augentur in cono infinito, ſecundum

latus FE commune materiale planum tangente, perque illud volutione rectâ delato. Hic enim infiniti circuli concentrici, extra ſe invicem poſiti, planum commune materiale contingunt.

*Schematiſmus* 18. *Fig.* 7. Hæc, pluraque alia, quæ poſtmodò attingemus, ſatis declarant mirificum quoddam naturæ in circulorum volutione ineſſe myſterium; quod quidem quò minùs hactenus explicaretur, inde mihi factum videtur, quod oculos non conjecerint in proportionem motuum lativi & circularis, volutiones componentium, quæ alia atque alia eſſe, & infinities variari poteſt. Ex mutuâ quippe utriuſque motus proportione rectè perpensâ, omnes difficultates propoſitæ diſſolventur, ut ex ſequentibus theorematis planum fiet. Porrò ex hujus obſervationis defectu orta quoque eſt ea communis hallucinatio; videlicet eum circulum, qui planum materiale tangit, unâ volutione peractâ, percurrere neceſſariò lineam in plano æqualem ſuæ circumferentiæ: neque fieri aliter poſſe. Quod falſum eſſe infrà oſtendetur.

### *Ariſtoteles & Galilæus nihil explicant.*

*Schematiſmus* 18. *Fig.* 2. De circulorum concentricorum per planum volutione agit Ariſtoteles in Mechanicis qu. 24. cujus diſcurſus omnis huc revocatur.

Si quis minorem circulum AP impulerit, majorem AQ huic annexum non moveri ex ſe, ſed quantum movetur à minore: ac proindè æqualem cum eo viam conficere. Similiter, cùm majorem AQ impuleris, tunc minor non ſuo, ſed majoris motu defertur: unde rurſus æqualem cum eo viam conficiat, neceſſe eſt. Deinde cuidam objectioni reſpondens, ait: quamvis unum ſit amborum centrum: eſſe tamen unius centrum per ſe in motione; alterius verò per accidens: illum enim circulum, qui movet alterum, obtinere illud centrum per ſe; alium verò qui movetur, habere illud centrum per accidens, quia non utitur illo tanquam centro.

Hæc Ariſtotelicæ ratiocinationis ſumma eſt: quam parùm aut potiùs nihil ad propoſitum lucis afferre, perſpicuè lector intelliget, qui hunc Ariſtotelis diſcurſum cum difficultatibus præcedenti ſectione propoſitis componet.

Inter reliquos, qui nodum hunc gordium diſſolvere conati ſunt, poſtremus tempore, ſed ob complura in Mathematicis præclarè ſubtiliter inventa primus claritudine nominis eſt Galilæus Linceus. Is in libro quem inſcribit. *Diſcorſi è demonſtrationi Mathematiche &c.* Dialogo primo, hoc unum conatur explicare, quod à nobis primo loco propoſitum eſt theoremate præcedenti; quì fieri poſſit ut minor circumferentia lineam ſe majorem, & major minorem unâ convolutione emetiatur. Sic autem ratiocinatur.

*Schematiſmus* 19. *Fig.* 4. Sint duo polygona ſimilia, ſimiliterque poſita circa commune centrum G, ita ſibi mutuò conjuncta, ut unum ſine altero moveri nequeat. Producantur latera AB, HI. Et ſuper puncto B fixo circumaganır polygonum majus, donec latus BC congruat rectæ AS, & punctum C incidat in Q. Hoc motu peracto BC eſt in BQ; & BG eſt in BC. Punctum verò I, extremum lateris KI, minoris polygoni deſcripſit arcum IO; ipſum verò latus KI, incidit in rectam OP, tranſmiſſo per ſaltum ſpatio IO. Quod ſi ad hunc modum majus polygonum ſecundùm omnia latera circumagatur per rectam AS, ipſum quidem emetietur lineam AS ſuo perimetro æqualem, compoſitam nimirum ex omnibus polygoni lateribus juxta invicem in directum collocatis: polygonum verò minus emenſum fuerit lineam HT paulò minorem compoſitam nempè ex ſex lateribus polygoni minoris, & quinque ſpatijs OI, ſaltu tranſmiſſis, totidem ſcilicet, uno minus, quot ſunt polygoni latera. Hujus autem lineæ HT defectus ab AS priori, quam emetitur polygonum majus. uti & ſpatia ſingula ſaltu tranſmiſſa, æquantur differentiæ laterum AB, HI; quæ eò ſit minor, quò plura fuerint polygonorum latera; ac tandem evaneſcit, fitque æqualitas inter rectas AS, HT.

Quoniam igitur polygonorum progreſſio deſinit in circulum, is erit polygonum infinita habens latera non quanta, hoc eſt punctualia: & quemadmodùm polygonum majus abſque ſaltu ullo emetitur lineam AS, ſuo perimetro æqualem, conſtantem videlicet ex omnibus lateribus ſuis in directum & continuè abſque ullâ vacuorum ſpatiorum intercapedine diſpoſitis; ſimiliter quemadmodum minus polygonum tot ſpatia ſaltu tranſmittit, quot habet latera uno minus; ac proinde lineam emetitur HT ferè æqualem AS lineæ polygoni majoris, conſtantem nempè ex lateribus ſuis, & ſpatijs ſaltu tranſmiſſis: ita concentricus minor delatus ab altero, tot facit ſaltus non quantos, quot habet latera non quanta, hoc eſt infinitos; adeoque linea, quam percurrit, conſtat ex infinitis circuli lateribus punctualibus, interpoſitis infinitis punctualibus ſpatijs vacuis, ſive ſaltu tranſmiſſis. Atque inde fit, quòd circulus minor percurrat lineam æqualem ei, quam major. Quemadmodum enim partes quantæ pedalis lineæ, ſi ſpatia vacua quanta interponas, ad quamvis longitudinem extendi poſſunt: ita lineæ pedalis partes non quantæ, id eſt puncta infinita, interpoſitis vacuis infinitis non quantis, hoc eſt punctualibus, in quamcunque longitudinem poſſunt diſtendi.

Ita, quoad rem Galilæus, addens, ſic optimè rarefactionem explicari. Non magnoperè contendendum mihi arbitror, ut hoc diſcurſu nihil effici oſtendam. Supponit enim continuum ex punctis inextenſis infinitis componi: quæ opinio in ſcholis paſſim exploditur. Inanis certè progreſſio eſt à polygonis ad circulos; & circulum eſſe infinitorum laterum polygonum, ſed non quantorum ſeu punctualium, verba ac voces ſunt. Nullum enim latus habet circulus, & latera non quanta, non ſunt latera. Pari modo ſaltus inſtantanei ac punctuales non ſunt ſaltus; & punctualis ſaltus idem eſt ac nullus. Adhæc theoremate primo demonſtratum eſt, totam cujuſvis concentrici peripheriam, totam rectam, per quam volvitur, abſque ullâ interpolatione ſucceſſivè tangere. Nullus igitur ſaltus committitur.

Multis deinde ac longis diſcurſibus interjectis progreditur ad explicandum, quomodo major circumferentia ſemel convoluta percurrat lineam ſe majorem. Summa hæc eſt.

Polygonum minus circumagatur ſuper puncto I, donec latus IK cadat in IO: tum verò B punctum extremum lateris polygoni majoris retrotrahetur deſcripto arcu BZ, cadetque latus BC in ZR, ſic ut ejus pars ſuperponatur parti lateris AB. Quod ſi omnia polygoni minoris latera hunc in modum circumagantur ſuprà rectam HT, ipſum quidem metietur lineam HV, æqualem ſuo perimetro, conſtantem nempè, omnibus lateribus ſuis in directum & continuè diſpoſitis: at minus polygonum deſcribet lineam

AK,

AX, ferè æqualem lineæ HV polygoni minoris, conſtantem ex lateribus majoris polygoni in directum quidem collocatis, ſed aliqua ſui parte cadentibus ſuprà invicem; eruntque tot partiales ſuprapoſitiones, quot ſunt latera, unà minus. Porrò exceſſus hujus lineæ à polygono majori menſuratæ, ſuprà eam, quam metitur minus, itemque ſuprapoſitionum quantitas BZ, eſt ipſa laterum AB, HI, differentia; Quæ, quo plura fuerint polygonorum latera, eò ſemper evadit minor: ac tandem evaneſcit, fitque æqualitas inter ipſas HV, AX. Hæc jam circulis applicat ut prius. Circulus minor (inquit) AQ per ſe

*Schematiſmus* 18. *Fig.* 2.

motus (vide *fig.* 2.) ſua latera infinita, non quanta explicat, ſuprà rectam BM, ſic ut omnia ſint poſita extra invicem: Circulus verò major AR à minori delatus ſua quoque infinita latera diſponit per rectam CL, non planè extra invicem, ſed cum infinitis ſuprapoſitionibus, ſeu replicationibus, ſeu retractionibus non quantis, hoc eſt punctualibus, abſque ullâ tamen partium quantarum ſuprapoſitione ſeu penetratione. Atque inde fieri putat, quod major AR ſemel convolutus abſolvat lineam ſe minorem, & æqualem ei, quàm minor. Quemadmodum enim, ait, partes quantæ pedalis lineæ ſuprà invicem poſitæ, hoc eſt per ſuprapoſitiones quantas, conficere poſſunt magnitudinem datâ minorem: ſic viciſſim pedalis lineæ partes non quantæ, hoc eſt infinita puncta, per infinitas ſuprapoſitiones non quantas, abſque ullâ partium quantarum penetratione, ita conſtipari poſſunt ut magnitudinem datâ minorem conficiant. Demùm addit ita facilè condenſationem explicari.

Hunc diſcurſum, quamvis ejus ſubtilitatem interlocutor Sagredus exclamans, ut ſolet, mirificè deprædicet, ſi priori adhuc inaniorem eſſe dixero, nihil magnoperè vereor, ne me temeritatis eruditus lector condemnet. Tametſi enim polygonorum concentricorum volutiones aptè & eleganter explicet, applicatio tamen ad circulos facta, ac cætera quæ ſubjungit de infinitis punctorum ſuprapoſitionibus non quantis, pluraque alia, ejuſmodi ſunt, quæ philoſopho cuicumque in promptu atque obvium ſit refellere. Hoc ſolum breviter dico: retractio & ſuprapoſitio non quanta, inſtantanea, punctualis, eſt retractio & ſuprapoſitio nulla: & nequit fieri punctorum ſuprapoſitio, quin plura puncta circumferentiæ idem plani punctum ſucceſſivè contingant. Quod fieri in caſu non poſſe theoremate primo demonſtratum eſt.

Et hæc quidem omnia Galilæus de ea difficultate ſolum, quam primo loco propoſuimus. Cæterarum quippe, quas nos ipſi nobis objecimus, nec ipſe, nec alius, quod ſciam, quiſpiam meminit.

*Reliquum jam eſt, ut ſiquid ipſi ad difficultates propoſitas afferre lucis poſſimus, ordine ac breviter expediamus. Quod priuſquam facio non alienum à propoſito erit ſi referam, quâ primum viâ hoc mihi in labyrintho ſuboriri lux cœperit. Videbam, quod quidem nemo eſt qui non viderit, ſphæram digito impulſam ſic moveri per planum, ut & latione rectâ progrederetur, & ſimul interim circa centrum ſuum verteretur, notabamque proinde duos motus effici impulſu uno, ſive quod idem eſt, motum unum ex duobus ſpecie diverſis compoſitum. Tum verò cogitare cœpi, ſi binos hoſce diverſos motus, non unus motor ut prius, ſed bini motores efficiant, quid eveniet? quid enim ſi hujus ſphæram trahat motu recto per planum, atque interim eandem alter circa ſuum centrum rotet? tum certè ad eundem planè modum ſphæra movebitur, ac ſi ab uno aliquo impulſa liberè volveretur. Ita deinde ratiocinabar: cùm hi motores diverſi ſint, ab invicem non dependent. Dabit igitur motui quiſque ſuo eam celeritatem, quam volet. Quid igitur, ſi is, qui ſphæram trahit, trahat velociſſime, altero interim tardiſſime eandem circumagente? Tum enimverò neceſſe erit, ut priuſquam una volutio peracta ſit, longiſſimum in plano ſpatium multoque ſua circumferentia majus ſphæra percurrerit. Quod ſi jam trahente illo tardiſſime, alter ſphæram celerrimè circumageret, perſpexi continuo neceſſario conſequi, ut minimo illo tempore, quo hic ſphæram ſemel circumagit, eandem ille per ſpatium multo ejuſdem circumferentiâ minus trahendo promoverit. Atque ita tandem intellexi, fieri poſſe ut etiam in materiali plano unius volutionis ſemita, ſit quantumcunque major vel minor circumferentia ſphæræ; ac proinde negotium hoc omne non ex alterutrius horum motuum celeritate aut tarditate ſigillatim ſpectata, ſed ex utriſque inter ſe comparatis, atque ex mutua eorumdem ad invicem proportione pendere.*

*His præmiſſis, aggredior propoſitum, & in primis quidem theorematis volutiones conſiderabimus in planis Geometricis factas. Quæ deinde volutionum ratio in plano materiali communi ſit, quæ in materiali perfecto diſquiremus. Tandem ipſam illam curvam lineam, quam ſingula veluti circuli puncta deſcribunt, aliaque nonnulla volutionum ſymptomata contemplabimur.*

## THEOREMA II.

**Si motus plano parallelus, quo circuli centrum, adeoque ipſe circulus defertur, & motus circularis, quo ſuper ſuo centro circulus circumagitur, ſint æquè celeres; linea, quam unâ per planum volutione circulus percurrit, circumferentiæ æqualis erit.**

**Si motus parallelus lationis fuerit velocior circulari; unâ volutione percurret lineam ſua circumferentia majorem; minorem verò, ſi parallelus motus circulari ſit tardior.**

Quoniam, per hypotheſim, lationis motus & circularis ſint æquè celeres, quæ eodem tempore percurrent ſpatia, per axioma I æqualia erunt. Atqui ſpatium, quod unius volutionis tempore lationis motu à centro percurritur, eſt æquale illi lineæ, quam in plano circulus unâ volutione continenter tangendo percurrit; ſpatium verò, quod eodem unius volutionis tempore motu circulari conficitur, eſt ipſa circumferentia, ut patet ex definit. quinta. Ergo linea recta, quam in plano circulus unâ volutione continenter tangendo peragrat, circumferentiæ æqualis eſt. Quod erat demonſtrandum.

Secundæ partis demonſtratio ex ſequenti theoremate univerſali,* deducetur.

### *Corollarium.*

Si recta, quæ unâ volutione percurritur, æqualis ſit circumferentiæ, motus parallelus centri, & circularis æquè celeres erunt.

THEOREMA III.

Univerſim ut velocitas motus paralleli, quo centrum fertur, ad velocitatem motus circularis; ita linea, quam una per planum volutione circulus percurrit, erit ad ejuſdem circuli circumferentiam.

Spatium, quod tempore unius volutionis motu parallelo centri percurritur, eſt æquale ei lineæ, quam in plano circulus unâ volutione tangendo percurrit: ſpatium autem, quod eodem volutionis unius tempore circulari motu conficitur, eſt ipſa circumferentia; hæc enim per *definit.* 5. unâ volutione ſemel integrè circumagitur. Atqui per axioma 2. demonſtratum à Galilæo Theor. 2. de motu æquabili, ut velocitas eſt ad velocitatem, ita ſunt ſpatia eodem tempore abſoluta; proindeque etiam in caſu dato, ut celeritas motus lativi ad celeritatem motus circularis, ita ſpatium quod unius volutionis tempore abſolvitur lativo motu, eſt ad ſpatium, quod eodem volutionis unius tempore circulari motu conficitur. Ergo ut velocitas motus lativi ſeu paralleli eſt ad velocitatem motus circularis, ita eſt recta linea quam in plano circulus unâ volutione tangendo percurrit, ad ipſam circuli circumferentiam. Quod erat demonſtrandum.

THEOREMA IV.

*Schematiſmus 18. Fig. 2.* Ex his jam facilè licebit deducere, data quacumque concentricorum circulorum infinitorum per plana Geometrica volutione, quiſnam ille ſit, qui unus ex omnibus una volutione abſolvat lineam ſuæ circumferentiæ æqualem.

Is ſanè, qui eâdem velocitate ſuper communi centro circumagitur, quâ idem centrum motu ad planum parallelo defertur. Atque hic non incommodè primarius ſive deferens vocabitur.

Quod autem datâ volutione quacumque ſemper aliquis, & unus tantùm reperiatur, qui eâdem velocitate ſuper centro circumagitur, quâ centrum motu parallelo defertur, ſic demonſtro. Quoniam omnes concentricos unâ volutione æquales rectas lineas, ſive eamdem percurrere demonſtratum eſt theor. 1. (vide fig. 2.) ea ſit BM. Poſſibile eſt circa centrum A deſcribere peripheriam æqualem rectæ BM. Ea ſit, Q. Quia igitur omnes concentrici percurrunt unâ volutione lineas æquales ipſi BM, etiam concentricus AQ. unâ volutione percurret BM, ſuæ circumferentiæ æqualem. Ergo per Coroll. Theor. 2. concentricus AQ. eâdem celeritate ſuper centro A vertitur, quâ centrum A motu ad planum parallelo defertur; atque inde etiam patet ejuſmodi circulum non niſi unicum exiſtere.

THEOREMA V.

*Schematiſmus 18. Fig. 2.* Quare concentrici primario minores, percurrant unâ volutione lineas maiores ſuis circumferentiis; concentrici verò maiores primario, rectas abſolvant ſuis circumferentiis minores.

Primarius, qui nimirùm percurrit lineam ſuæ circumferentiæ æqualem, ſit AQ., & aſſumatur quivis illo minor concentricus AN. Quoniam ſimul omnes circa commune centrum A rotantur, manifeſtum eſt minorem AN tardius circumagi quàm maiorem AQ. Atqui, cùm ex hyp. AQ. percurrat lineam ſuæ circumferentiæ æqualem, rotatio ſive circulatio motus circuli AQ. eſt æquè velox per Theorem. 2. ac motus progreſſivus centri communis A. Ergo motus circularis circuli AN tardior eſt motu progreſſivo centri. Ergo per Theor. 3. circulus AN unâ volutione percurrit lineam ſuâ circumferentiâ majorem.

Aſſumatur deinde quicumque concentricus AR, major quàm AQ. Liquet majorem AR circumagi celeriùs, quàm minorem AQ. Quare, cùm ipſius AQ. circumactio ſit æquè celer, ac motus parallelus centri communis A, erit circumactio ipſius AR velocior parallelo motu centri communis A. Igitur per Theor. 3. circulus AR unâ volutione percurret ſpatium ſuâ circumferentiâ minus. Data igitur eſt cauſa cur, &c.

THEOREMA VI.

Unde fiat, quod infiniti inæquales concentrici, una volutione æqualem lineam percurrant? *Schematiſmus 18. Fig. 2.*

Concentricus lineam BM percurrens ſuæ circumferentiæ æqualem, ſit AQ.: & aſſumatur quicumque alius illo minor, majórve AP. Quoniam ex hypotheſi omnes concentrici eodem tempore integram circa commune centrum A rotationem abſolvunt, erit per axioma 2. ut circumferentia Q., ad circumferentiam P, ita velocitas quâ circumagitur Q. ad velocitatem quâ circumagitur P. Atqui recta BM, ex hypotheſi æquatur circumferentiæ Q., & velocitas paralleli motus, quo in volutione centrum commune A defertur, æquatur per coroll. Th. 2. velocitati, quâ circumferentia Q. circa centrum A circumagitur, cùm ex hypotheſi recta BM, quæ unâ volutione à circulo AQ. percurritur, ſit æqualis circumferentiæ Q. Ergo ut recta BM eſt ad circumferentiam P, ita velocitas motus paralleli, quo centrum commune A defertur, eſt ad velocitatem, quâ circumagitur circumferentia P. Ergo per Theor. 3 recta BM, ea eſt, quam concentricus quicumque AP unâ volutione percurrit. Data igitur eſt cauſa, cur infiniti concentrici unâ volutione eamdem lineam percurrant.

THEOREMA VII.

Unde fiat, quod linea, quam infiniti concentrici, ſimul moti unâ volutione omnes percurrunt, modò major eſſe poſſit, modò minor, imò data quæcumque.

Ad hoc certè nihil confert, quod celeriùs, tardiùſve, aut centrum commune deferatur, aut circuli circa centrum commune circumagantur. Verùm res tota pendet ex mutuâ horum motuum proportione.

Dati igitur ſint circuli quotcumque circa centrum commune A. Data item ſit quæcumque linea BM. Poſſibile eſt circa centrum A deſcribere peripheriam *Schematiſmus 18. Fig. 2.*

datæ

datæ rectæ BM æqualem. Hæc eſto, Q. Rurſum
Schematiſmus 18. Fig. 2. poſſibile eſt ita volvi concentricos, ut motus circularis, quo circulus AQ ſupet communi centro A circumagitur, ſit æquè velox, atque parallelus motus quo commune omnibus centrum A defertur. Tum verò concentricus AQ. Per Theor. 2 unâ volutione percurret rectam æqualem ſuæ peripheriæ Q; hoc eſt, ex conſtructione, lineam BM. At omnes concentrici æquales lineas percurrunt, ut demonſtratum eſt Theoremate 1. & 6. Ergo omnes concentrici unâ volutione percurrunt lineas ipſi BM datæ æquales. Data igitur cauſa eſt unde fiat &c.

### *Corollarium.*

Ex omnibus hucuſque demonſtratis manifeſtum eſt, quantitatem lineæ, quæ à circulis unâ volutione percurritur, pendere ex ſolâ duorum motuum, lationis nempè ac circularis, ex quibus volutio omnis componitur, proportione.

*Nunc quando ſatis conſideravimus volutiones generalites, nimirum factas in planis Geometricis, hoc eſt ab omni materia abſtractis, reliquum eſt, ut ad plana materialia tranſeamus.*

## THEOREMA VIII.

### Unde fiat, quod ſphæra, ſive circulus, dum per commune planum materiale liberè volvitur, lineam percurrat ſuæ circumferentiæ æqualem.

H*Oc ita evenire, qui aliter, quàm ab experientia, probet, & cur ita eveniat, cauſam qui aperiat, non invenio. Quemcumq, circulum, cum per planum Geometricum volvitur, unâ volutione abſolvere ſpatium poſſe quantumlibet majus minúſve ſuâ circumferentia, ex jam demonſtratis perſpicuum eſt. Qui verò plani materialis contactus efficiat, ut illa perpetua inter circumferentiam circuli, & ſpatium unâ volutione emenſum oriatur æqualitas? pro hujus rei diſquiſitione eſto principium:*

*Natura, cùm nihil agit fruſtra, quemadmodum breviſſimâ agit viâ, ita modo etiam facillimo.*

Schematiſmus 18. Fig. 1. Datus jam ſit circulus AQ, ſuſtentatus à plano communi BM, qui impellatus versùs M. Igitur per principium jam conſtitutum, circulus modo facillimo per planum progredietur versùs M. Itaque non procedet per planum ſolo motu recto; ſic enim plani BM, quod ex hypotheſi eſt commune (hoc eſt per definitionem 6. aſperum & ſcabrum) minutas inæqualitates impinget offenſabitque. Facillimus igitur modus procedendi versùs M, is erit, quo fiet, ut quàm minimè circulus in plani aſperitatem impingat. Atqui impinget quàm minimè, ſi eadem celeritate ſe circa centrum ſuum A circumagat, qua progreditur versùs M: quod ſic oſtendo. Statuamus circulum versùs M progredi, hoc eſt ejus centrum latione parallela moveri versùs M, celeritate, ut 6; atque interim circumagi circa centrum celeritate, ut 2. Quoniam igitur circulus ſe circumagit, ac proinde una parte, quæ MH ſpectat, deſcendendo ſuam circumferentiam ſponte demittit in planum, altera verò parte aſcendendo eamdem ſuam circumferentiam è plano ſubducit; manifeſtum eſt offenſare jam minùs atque impingere in exſtantes plani particulas.

Quia tamen latio versùs MH, quæ dum omnis adhuc aberat circularis motus, adæquata fuit impingendi cauſa, adhuc velocior eſt, quàm circumactio, hoc eſt quàm ſummiſſio atque ſubductio ſpontanea circumferentiæ; tantùm adhuc impedimenti relinquitur, quantùm velocitas lationis versùs MH excedit velocitatem circumactionis. Quare ſi circumactio circuli circa centrum eadem omninò velocitate fiat, qua fit latio versùs MH; jam omne ſublatum erit progreſſionis impedimentum. Nam eadem velocitate circulum circumagi, qua progreditur, ſive defertur versùs M, eſt proſus, circumferentiæ partes ſucceſſivè omnes in planum ſponte ſummitti, iterumque ſubduci eadem celeritate, qua ſit progreſſio versùs M. Tum verò nulla jam pars circumferentiæ in planum poteſt impingere; cùm enim æquè celeres ſint circumactio & progreſſio, partes circumferentiæ eodem inſtanti ſubducuntur è plano, quo deberent impingere.

Quod ſi circumactio velocior fiat motu lationis versùs MH, rurſus impingere circulum ſic demonſtro: Intelligatur circulus communi plano inſiſtens circa centrum A circumagi ſecundùm ordinem litterarum CQBD, abſque ullo motu lationis versùs MH. Manifeſtum eſt circulum jam continenter impingere in minutas plani aſperitates, circa contactum poſitas; quemadmodum impingebat prius, cùm deferebatur versùs MH, abſque ulla circa A centrum converſione. Quod ſi deinde ad circularem motum accedat aliquis motus lationis versùs MH, quamvis nondum æquè velox ſit ac circularis, efficiet ille nihilominus, ut circulus tendendo versùs MH, ſubducatur nonnihil, ac proinde jam impingat minus, quàm dum eodem hærens loco tantum circa centrum A rotabatur. Impinget nihilominus adhuc etiam tum, quòd motus circumactionis, qui, dum aberat omnis motus lationis versùs MH, adæquata erat impingendi cauſa, adhuc celerior ſit motu lationis versùs MH: quo ſit ut circuli partes velocius in plani aſperitates deſcendant, quàm inde per motum lationis ſubducantur. Quod ſi motus lationis, ſive progreſſio centri versùs MH fiat æquè velox, ac motus circumactionis, evidenter patet, qua celeritate circumferentia per circularem motum deſcendit in plani aſperitates, eadem proſus per motum lationis inde ſubduci. Quare jam omnis rurſum ceſſat impactio. Non tantum igitur circularis motus tardior motu lationis, ſed etiam illo velocior cauſa impingendi erit; utriſque verò inter ſeſe adæquatis ceſſabit omnis.

Itaque modus omnium facillimus eſt, cùm circuli circumactio & progreſſio, centri eadem velocitate fiunt. Igitur per principium ſuprà poſitum, circulus eo modo decurrit per planum versùs M. Atqui per 2. Theorem. dum circumactio, ſive motus circularis & centri progreſſio eadem celeritate fiunt, circulus unâ volutione lineam percurrit æqualem ſuæ circumferentiæ. Circulus igitur, cùm per materiale planum commune liberè volvitur, unâ volutione abſolvit lineam æqualem circumferentiæ. Quod igitur erat propoſitum, & quòd fiat, & cur fiat demonſtravimus.



Digitized by Google

## THEOREMA IX.

**Quamvis ſphæra, ſive circulus per materiale planum commune liberè volutus, abſolvat ſemper una volutione lineam ſuæ circumferentiæ æqualem: fieri tamen poteſt ut tantùm ſemel circumactus, ſucceſſivè tangendo abſolvat in eodem plano materiali lineam, ſua circumferentia quantumcumque majorem vel minorem.**

*Schematiſmus.* 18. *Fig.* 2. PLanum materiale BM tangat circulus aut ſphæra AQ, in puncto B. Unus circumagat ſphæram circa centrum A: alius interim ſphæram trahat latione ad planum parallelâ, ſic ut centrum non excedat parallelam AH. Tum verò ſic per planum BM ſphæra movebitur ac ſi volveretur: Et per 3. Theorema, ut erit velocitas tractionis ad velocitatem rotationis, ita erit linea poſt unam ſphæræ rotationem peractam in plano decurſa ad circumferentiam. Quare cùm is, qui ſphæram trahit, eam poſſit in quâcumque proportione trahere celeriùs tardiùſve, quàm alter circumagat; poterit linea, quæ decurſa erit poſt unam ſphæræ rotationem, quacumque proportione eſſe major vel minor, quàm circumferentia. Quod erat demonſtrandum.

## THEOREMA X.

**Expenditur coni volutio recta per planum Geometricum.**

*Schematiſmus* 18. *Fig.* 7. PLanum Geometricum tangat conus infinitus (hoc eſt indefinitus) in latere FE. Secetur deinde conus infinitis planis quæ in cono producant circulos infinitos, D, B &c. in plano autem, quod tangit conus, rectas DG, BH. Volvatur deinde conus per planum volutione rectâ, ſic nimirum, ut circulus, D, non excedat rectam DG; quo poſito, omnes reliqui ſuas quoque tangentes BH &c. non excedere, his poſitis Dico

1. Omnes circuli volutiones ſuas pariter & incipiunt, & finiunt: omnes enim tangunt planum in punctis ejuſdem lateris EF.

2. Ex infinitis circulis tantùm unus percurrit unâ volutione, longitudine ſuæ circumferentiæ æqualem, is nimirum, qui eadem celeritate circa communem axem FP circumagitur, quâ axis ipſe motu recto progreditur.

3. Reliqui circuli infiniti percurrunt lineas huic æquales.

4. Communis illa longitudo, quam omnes circuli unâ volutione percurrunt, poteſt eſſe quælibet.

Horum omnium demonſtrationes & cauſæ ex 7 primis Theorematibus deducuntur.

## THEOREMA XI.

**Poſſibilis eſt rectâ coni volutio in plano materiali communi.**

PОnatur eadem quæ Theoremate præcedenti; ſed pro Geometrico plano ponatur materiale planum commune.

Quæritur, an conus commune planum materiale tangens in latere moveri poſſit volutione rectâ? cùm enim omnes circuli in cono poſſibiles, materiale planum commune contingant, deberent ſinguli juxta Theorema 8, una volutione lineas ſuis circumferentijs æquales percurrere. Quod fieri non poteſt, cùm per Theor. præd. eandem omnes longitudinem abſolvant.

Nihilominus demonſtrabitur poſſibilis coni per materiale planum commune volutio recta, eodem ferè diſcurſu, quo uſi ſumus Theor. 9. unus conum circa axem rotet, alter trahat latione recta, ſic ut nunquam deſinat tangere, & circuli D, B, D per ſuas ferantur rectas parallelas DG, BH, DG. Tum verò ſic per planum conus movebitur, atque ſi volveretur. Quòd ſi velocitas tractionis par ſit velocitati, qua circa axem FP totatur, exempli grat. circulus B, is decurret una volutione rectam ſuæ æqualem circumferentiæ. Infiniti autem reliqui rectas huic æquales abſolvent. *Schematiſmus* 18. *Fig.* 7.

## THEOREMA XII.

**Unde fiat quod conus difficulter, ac violentè volutione recta per materiale planum commune moveatur.**

RAtionem ſic aperio. Aſſumatur quivis in cono circulus B. Hic ſi volveretur ſolus per lineam BH, eadem ſe velocitate circa centrum, ſive axem FP circumageret, qua progreditur versùs H: hunc enim modum eſſe facillimum, quo versùs H promoveri circulus poteſt, ex demonſtratis Theoremate 8 manifeſtum eſt. Nunc verò quoniam B circulus circumagi nequit, quia ex hypotheſi reliqui omnes pariter circumaguntur; ſi B circuli circumactio ſit æquè velox, atque motus rectus, quo ejus centrum defertur, circumactio reliquorum omnium erit velocior tardiórve, motu recto, quo defertur centrum circuli B; & ea quidem proportione velocior aut tardior, qua reliquorum circulorum peripheriæ, ipſius B peripheriam excedunt, vel ab eadem exceduntur, ut patet ex 2. axiomate. Omnes igitur circuli, (hoc eſt tota coni ſuperficies,) præter unum B, ut minutas communis plani inæqualitates impingent, ut in diſcurſu demonſtrationis, 8. Theorematis demonſtravimus. Data igitur eſt cauſa unde fiat &c. *Schematiſmus* 18. *Fig.* 7.

### *Corollarium.*

Hactenus dicta de cono facilè erit Cylindris circa eundem axem poſitis, & diverſam habentibus latitudinem, ſuo modo applicare. *Schematiſmus* 18. *Fig.* 3.

## THEOREMA XIII.

**Unde fiat, quod circa verticem conus in orbem facillimè & ſua ſponte per commune planum volvatur.**

CAuſa hæc eſt. Cùm per principium Theorematis 8. aſſumptum natura ſemper agat modo facillimo, impetus cono ab impellente impreſſus, eum deferet ea ratione, qua quàm facillimè communis plani aſperitatem ſuperet. Atqui in demonſtratione Theorematis 8. oſtenſum eſt, tum à circulo facillimè ſuperari plani communis aſperitatem, cùm circulus *Fig.* 7.

eadem

eadem celeritate circumagitur, qua centrum progreditur motu ad planum parallelo. Igitur & conus, qui eſt quaſi quædam infinitorum circulorum decreſcentium congeries, tum facillimè aſperitatem planorum communium ſuperabit, cùm omnes iu eo dabiles circuli eadem celeritate pariter circumagentur, quia omnium centra motu ad planum parallelo deferuntur. Eo igitur & ſolo motionis genere impreſſus impetus ciebit conum, quâ fiet, ut circulares motus omnium parallelis centrorum motibus velocitate æquentur. Hanc autem & ſolam eſſe volutionem orbicularem ſic demonſtro;

*Schematiſmus* 18. *Fig.* 7. Manente vertice F, volvatur in orbem conus, ſic ut latus, FO, quod prius erat in ſublimi, jam in plano exiſtat in FVS. Unus autem circulorum coni, exem. gra. B; ponatur æquali celeritate circumagi, qua centrum ipſius fertur motu ad planum parallelo. Igitur per Theor. 2. arcus B4Q parti circumferentiæ BS, æqualis erit. Atqui arcus B4Q eſt ad arcum DIO, ut tota peripheria B ad peripheriam totam D; hoc eſt ut diameter BB ad diametrum DD; hoc eſt ut FB ad FD; & ſimiliter arcus BS eſt ad arcum DV, ut FB ad FD. Ergo arcus B4Q eſt ad arcum DIO, ut arcus BS eſt ad arcum DV. Quare cùm arcus B4Q, BS æquales ſint, etiam DIO, DV æquales erunt. Ergo centrum circuli D parallelo motu percurrit lineam, arcui DV æqualem eo tempore, quo circumferentiæ pars DIO fuit circumacta. Ergo per Corollar. Theor. 2. motus, parallelus quo circuli D centrum progreditur, & circularis ejuſdem D circuli motus, quo circa centrum vertitur, æquè veloces ſunt. Idipſum de reliquis omnibus pari diſcurſu demonſtrabitur. Quare, ſi in orbem conus volvatur, omnes poſſibilium in cono circulorum motus circulares, parallelis centrorum motibus velocitate æquantur. Quod verò id ſola orbiculari circa verticem volutione obtineri poſſit, ex jam demonſtratis facilè colligitur.

Data igitur cauſa eſt, cur conus à motore impulſus, dum ſibi relinquitur, ſemper fixo vertice in orbem volvatur; patetque unà unde fiat, quod ſingulis ejuſmodi orbicularibus volutionibus, ſingulorum in cono circulorum circumferentiæ percurrant in plano communi arcus ſibi æquales, totaque coni ſuperficies ſibi in plano ſectorem emetiatur æqualem.

*Sphæra per commune planum materiale voluta naturaliter, percurrit lineam maximi circuli circumferentiæ æqualem, ut oſtenſum* Theor. 8. *At longè aliter res eveniet, cùm per materiale planum perfectum volvetur, pro cujus rei diſquiſitione, ſequentia quinque Theoremata, ſubjungemus. In quibus ſiquid occurrat in quo eruditus lector à nobis diſſentiat, is intelligat non eâdem illa certitudine à me proponi, quâ præcedentia, neque ſemper me demonſtrationes, ſed cogitationes etiam Phyſico-Mathematicas, magnorum exemplo virorum conſcribere voluiſſe.*

Nota: *in ſequentibus, per planum materiale perfectum me intelligere partem ſuperficiei ſpharicæ perfectæ, habentis idem centrum cum centro terræ.*

## THEOREMA XIV.

**Si ſphæra à materiali plaoo perfecto ſuſtentata, ſecundùm lineam plano parallelam impellatur, ſolo motu lationis abſque ulla circa centrum rotatione defertur.**

IMpellat motor ſecundùm FO rectam, plano XM parallelam, ſive ea tranſeat per centrum A, ſive non. Quoniam ſphæra à plano omninò ſuſtentatur, & impulſus ſecundùm parallelam FO factus perfectam illam ſuſtentationem prorſus illibatam relinquit, patet ſphæram tali impulſui nullo modo reſiſtere: ſed neque planum reſiſtit impulſui, cum ex hypotheſi, & planum ipſum omni inæqualitate careat, & impulſio, utpote parallela, plano non opponatur. Igitur punctum O, in quod impulſio primariò dirigitur, ſecundùm ipſam impulſionis parallelam defertur. Ex quo liquet propoſitum. *Fig.* 10.

## THEOREMA XV.

**Si circulus ſive ſphæra à materiali plano perfecto in B ſuſtentata, obliquè deorſum impellatur ſecundùm rectam aliquam DOE occurrentem plano io E, volvetur ſphæra: & ſpatium una volutione confectum ad ſphæræ circumferentiam eam habebit rationem, quam linea BE ad arcum BO.**

PRob. I. Pars: quoniam impulſio deorſum fit ſecundùm rectam DOE: impetus eò fertur ut punctum O dirigat in E. Sed ob plani ſoliditatem nequit, O punctum dirigi ac deſcendere versùs E, niſi ſphæra circumagatur circa centrum A, atque unà progrediatur versùs M; neque circumactionem ſphæræ circa centrum, aut ejus lationem versùs M, quidquam impedit, cùm & planum careat omni aſperitate, & gravitatio ſphæræ per ſuſtentationem plani perfectam elidatur. Impetus igitur ab impellente impreſſus, ut dirigat punctum O in E, ſphæram circa centrum A circumagendo promovet versùs MH, hoc eſt ſphæra volvitur. Quod erat primum. *Schematiſmus* 18. *Fig.* 10.

*Prob. II. Pars.* Ducantur per O, recta FOK parallela plano XM. Quoniam igitur circulus (ut jam oſtendi) volvitur, ſecabunt ſe mutuò circumferentiâ & FK parallela. In punctis alijs, atque alijs, eruntque ſemper arcus à parallela, ad contactum intercepti (exemp. grat. LR) æquales arcui BO. Et quoniam eadem ſemper, quæ à principio fuit, perſeverat impetus directio; toto volutionis tempore ſemper impetus impellet circulum ſecundùm rectas exem. gra. PLS, primæ DOE parallelas, tranſeuntes per puncta, in quibus parallelas FK & peripheria ſe interſecant, & abſcindentes in plano uſque ad contactum rectas, exemp. gr. SR, pares priori EB. Impetus igitur toto volutionis tempore, omnia ſucceſſivè puncta circumferentiæ, ubi attigerint parallelam FK, hoc eſt, cum diſtant à contactu, qui tum eſt, arcu æquali ipſi OB, dirigit in alia atque alia plani puncta (ex. gr. in S) diſtantia ſemper ab contactu, qui tum eſt, intervallo æquali ipſi EB. Ejuſmodi autem perpetua & nunquam interrupta directio poſtulat, ut punctum O, deferatur in E, & L in S; & ſic de omnibus. *Fig.* 10.

Quamvis enim punctum O, tantum inſtantaneè dirigatur immediatè ab impetu in punctum E; mediatè tamen dirigitur continenter. Sumatur enim quodvis inſtans volutionis, iſtud exem. gr. cum circulus ex B pervenit in R, ſecans jam FK parallelam ſecundùm aliud circumferentiæ ſuæ punctum L. Jam igitur impetus, ut oſtenſum ſuprà, agit ſecundùm rectam PLS, priori DOE parallelam; ideòque punctum L, dirigit in S; ac proinde, cùm aliter nequeat punctum L deferre in S; & tali volutioni, nec gravitas ſphæræ à plano ſuſtentatæ, nec ipſius plani inæqualitas ulla officiat, ſic intendit volvere circulum, ut arcus RL circumactus, qui ipſi BO æqualis eſt, percurrat RS æqualem ipſi BE. Atque ita toto volutionis tempore eò tendit impetus, ut arcus ipſi BO æquales, percurrant ſpatia ipſi BE æqualia. Quod, quia fieri nequit, niſi etiam arcus ipſe BO percurrat rectam BE (ſemper enim in volutione uniformi ut unus arcus ad ſpatium à ſe percurſum, ita eſt alter arcus ad ſpatium à ſe percurſum) manifeſtum eſt punctum O, etiam poſtquam deſcendit infrà parallelam FK, mediantibus alijs, atque alijs peripheriæ punctis in parallelam deſcendentibus, continenter ab impetu dirigi in E. Quare cùm nihil ſit, quod delationem puncti O in E, impediat; non plani ſoliditas, huic enim occurrit circuli circa centrum converſio; non plani aſperitas, eſt enim perfectum ex hyp. non circuli aut ſphæræ gravitas, perfectè enim à plano ſuſtentatur; impetus punctum O deferet in E, ac proinde arcus BO circumactus percurret rectam BE. Sed ut arcus BO ad rectam à ſe ſemel circumacto percurſam, ita tota circumferentia eſt ad rectam à ſe ſemel circumacta percurſam. Ergo circumferentia ſemel circumacta, eſt ad rectam, quam percurrit, ut arcus BO ad rectam BE. Quod erat propoſitum.

### *Corollarium.*

Sphæræ igitur ac circulo tam naturale eſt, per materiale planum perfectum, à quo ſuſtentatur, volvendo ferri, quàm non volvendo; &, ſi volvitur, lineam una volutione percurrere ſua circumferentia majorem minorémve, quàm æqualem.

Pendet quippe horum omnium determinatio ex impulſus directione: ut in Theoremate oſtenſum eſt.

## THEOREMA XVI.

**Circulus plano materiali perfecto ipſum ſuſtentanti inſiſtens in puncto B, certa directione impulſus, una volutione naturaliter percurret ſpatium quantumcumque majus ſua circumferentia.**

*Schematiſmus* 18. *Fig.* 8.

SUmatur in circumferentia punctum quodvis C, per quod ponatur OP parallela plano BE. Ducatur per idem punctum alia recta NCE, occurrens plano in E. Poteſt EB in quacumque proportione eſſe major arcu BC. Quod ſi impellatur circulus ſecundùm rectam NCE, erit per *Theor.* 15. ut BE eſt ad arcum BC, ita ſpatium à circulo ſemel circumacto confectum, ad circuli circumferentiam. Ergo & ſpatium, à circulo ſemel circumacto confectum, poteſt eſſe in quacunque proportione majus circumferentia. Quod erat propoſitum.

## THEOREMA XVII.

**Et ſic impelli ſphæra poterit, ut una volutione abſolvat in plano minus ſpatium ſua circumferentia. Nunquam tamen impulſu recto ita impelles, ut ſpatium percurrat duplo, vel ampliùs, circumferentia minus.**

IMpellatur circulus ſecundùm quamvis rectam occurrentem circulo in N & C, plano autem in E. Tangat deinde circulum in C recta IC, & occurret plano in D. Tangentes BD, CD æquales, & ſimul ſumptæ ſemper majores erunt arcu BC, quamvis exceſſus fiat dato minor, ſi contactus ſemper propiùs ad ſe invicem accedant. Ergo & BD ſemper eſt major ſemiſſe arcus BC. Ergo BE ſemper etiam erit major arcus BC ſemiſſe. Sed per *Theor.* 15. ut BE ad arcum BC, ſic ſpatium confectum à circulo ſemel circumacto ad circumferentiam. Ergo etiam ſpatium à circulo ſemel circumacto confectum ſemper erit majus ſemiſſe circumferentiæ. *Schematiſmus* 18. *Fig.* 8.

## THEOREMA XVIII.

**Sit ſphæra à plano materiali perfecto ſuſtentata in B: eandem tangat ſupèrius aliud planum DZ non materiale, ſed geometricum.** *Schematiſmus* 18. *Fig.* 10.

**Si ſphæra obliquè ſurſum impellatur ſecundùm rectam aliquam EGD occurrentem ſuperiori plano in D, ſed ea vi, quæ non ſufficiat ut ſphæram attollat; ſic volvetur ſphæra, ut circumactio fiat ex C in O, & latio ex B verſùs X, D. Spatium verò una volutione percurſum, erit ad circumferentiam, ut recta CD ad arcum CG.**

PRobatur *Pars I.* Quoniam impulſio fit ſurſum ſecundùm rectam EGD, impetus a motore impreſſus, punctum G dirigit in punctum D. Sed, quoniam impetus, ex hypotheſi, nequit ſphæram attollere, non poteſt punctum G dirigere in D, niſi ſphæra circumagatur ex C in O, & ſimul progrediatur verſùs X, D. Quare, cùm neque dictam ſphæræ circa centrum converſionem, ex C verſùs O, neque delationem ſphæræ verſùs D, X, quidquam impediat, (ex hypotheſi enim & planum, cui inſiſtit ſphæra, eſt perfectum, & gravitatio ſphæræ per ſuſtentationem plani omninò eliditur.) Impetus ut dirigat G in D, circumagendo ſphæram ex C in O, eam promovet verſùs X, D. Quod erat primum.

*Pars II.* Simili diſcurſu declarabitur, quo probavimus partem 2 Theorematis 15. Jam enim lubet hic manum tollere de tabula. Quare & Theoremata 16. 17. impulſioni rurſum directæ lectori applicanda relinquo.

*Ipſas deinceps curvas lineas à ſingulis veluti circuli punctis deſcriptas, ſpatiaq; iis comprehenſa, aliaq; nonnulla volutionum ſymptomata expendimus.*

## THEOREMA XIX.

Schematiſmus 18. Fig. 6. **Dum circulus per planum volvitur, punctum contactus curvam lineam deſcribit, quam cycloidem dicimus. Reliqua circumferentiæ puncta huic æquales ac ſimiles cycloides, ſed diverſo partium ordine, deſcribunt.**

Conſideretur circulus in primo ſitu, 2. 3.4.5. & volvi incipiat. Quando circulus pervenerit in E, jam punctum contactus 2 eſt in O: cum verò volutio pervenerit uſque in K, 2 erit in L. Atque ita tandem 2 per T deſcendet in P. Liquet igitur punctum contactus Z deſcribere curvam lineam cycloïdem.

Deinde punctum 5 in Z, in prima nimirùm circuli poſitione, eundem habet ſitum, quem punctum contactus 2, poſitum in O. Ergo qualem punctum 2 poſitum in O, interim dum circulus volvitur ex E in P, Deſcribit lineam, nempè OLTP, talem deſcribet punctum 5, dum circulus ex A volvitur in Q. lineam nimirùm ZFNQ. Tunc autem punctum 5, erit in Q. Sed 5 in Q eodem ſe habet modo, ſicut 2 in A. Ergo 5 poſitum in Q, dum circulus pergit volvi ex Q in P, talem deſcribit curvam QX lineam, qualem punctum 2, dum fit volutio circuli ex A in E, lineam nempè AO. Sed OLTP cum AO conficiunt totam cycloidem AOLTP. Ergo etiam ZFNQ, cum QX æqualem ac ſimilem ipſi AOLTP cycloidem conficient. Eodem diſcurſu idem de reliquis punctis circumferentiæ probabitur.

Licebit autem ſingulorum punctorum vias in appoſita figura deſignare. 5 fertur ex Z per F, N, in Q, & ex Q in X. 4 ex D fertur per G in K, tum ex K per R in α. 3 fertur ex C in E, tum ex E per M & S, in β.

Cæterùm, cùm linea, quæ à circulo una volutione percurritur & cycloidis ipſius baſis eſt, poſſit eſſe non ſolum æqualis circumferentiæ, ſed etiam quantumcumque eadem major & minor; inde nimirùm fit, ut infinitæ cycloidium ſpecies exiſtant. Primaria non incommodè ea dicetur, quæ baſim genitoris circuli circumferentiæ æqualem habet, reliquæ ſecundariæ.

*Spatij cycloïdalis primarij dimenſionem tradit Torricellius in appendice poſt quadraturam parabolæ. Deinde aſſerit demonſtratione prætermiſſâ, reliquorum cycloïdalium ſpatiorum, quorum baſes vel majores ſunt vel minores ſui genitoris circuli peripheria, eam eſſe rationem ad ſuos genitores circulos, quam habet dupla baſeos cum peripheria ſui genitoris circuli, ad eandem peripheriam. Nos utrumque una demonſtratione infrà complectemur. Idem deinde auctor ſtrictim atque aliò quaſi properans, modum inſinuat tangentes ducendi ad datum cujuſlibet cycloïdis punctum. Verùm ſubobſcurè & ſine demonſtratione.*

*Uberiùs hoc problema abſolvit Carteſius; cujus conſtructionem ac demonſtrationem doctiſſimis ſuis in ejuſdem Carteſij Geometriam commentarijs Franciſcus à Schooten inſeruit, Pag. 223. Et ſequentibus.*

*Nunc, quod paulò ante promiſimus exequamur; & Nobiliſſimi Theorematis novam atque univerſalem demonſtrationem à nobis excogitatam ſubjungamus.*

### *Lemmata.*

Schematiſmus 17. Fig. 127. 1. Si æquales circulos EGθ, BVS tangat recta EB, *Tacquet de Circul. Volut.* & eoſdem ſecet GK, æquales auferens arcus EG, BK; erit ſecans GK tangenti EB parallela.

*Demonſtrabitur ex 27. & 32. l. 3 & ex 28. l. 1.*

2. Si æquales circulos tangat CB, atque huic parallela ſit IK inter circulorum peripherias interjecta: IK tangenti CB æqualis erit.

*Demonſtratur ex 27. l. 3. & ex 28. 34. l. 1.*

3. In progreſſione Arithmetica numerorum imparium, ſecundùm ſeriem naturalem incipiendo ab unitate 1.3.5.7.9.11. &c. Extremi ſive æqualiter diſtantes, conficiunt bis numerum terminorum, 1. & 11. faciunt 12. hoc eſt bis 6. qui eſt numerus terminorum. Similiter 3. & 9. faciunt 12. Et ſic deinceps. Ratio eſt quia in aggregato quolibet tot ſunt binarij, quot termini progreſſionis.

## THEOREMA XX.

**Data ſit quæcumque cycloïs dimidia FTS, ejuſque baſis dimidia FB; altitudo autem ſit BS, circa quam ponatur genitoris circuli ſemiſſis BOVS.** Fig. 127.

**Dico ſpatium mixtilineum cycloide primaria STF, baſi FB, & circumferentia BOVS comprehenſum, duplum eſſe ſemicirculi genitoris BVSA.**

**In reliquis autem cycloidibus eam habet rationem mixtilineum dictum ad genitorem ſemicirculum, quam duplum baſeos FB ad ſemiperipheriam BOVS.**

Inſcribantur ſemicirculi circumferentiæ quotcumque numero pari (exem. grat. quatuor) æqualia latera BK, KO, OR, RS; inque totidem æquales BC, CD, DE, EF ſeca FB.

Deſcribantur deinde ſemicirculi æquales genitori BVS, qui tangant baſim in punctis C, D, E, & cycloidem ſecent in punctis P, M, G.

Per geneſim cycloidis EF, percurſa ab arcu EG; eſt ad arcum EG, ut FB percurſa à ſemiperipheria, EGθ ſive BVS eſt ad ſemiperipheriam EGθ, ſive BVS. Ergo permutando EF eſt ad FB, ut arcus EG eſt ad ſemiperipheriam BGθ, ſeu BVS. Sed per conſtructionem, etiam EF eſt ad FB, ut arcus BK eſt ad ſemiperipheriam BVS. Arcus igitur EG, BK æquales ſunt. Pari modo oſtendam arcus DM, BO, item arcus CP, BR æquales eſſe. Ergo ſi ducantur rectæ GKL, MO, PRQ, erunt ad FB tangentem a parallelæ; ac proinde ſingulæ interceptæ KI, IH, a Lem. 1.
HG, & ON, NM, & RP, æquales a erunt tangentibus BC, CD, DE, ſive earum uni BC. a Lem. 2.

Inſcribantur deinde cycloidi latera FG, GM, MP, PS: & ducantur rectæ FG, DH, CI; EH, DI, CK: item HM, IN, HN, IO: item rectæ NP, NR.

His peractis conſtructum erit rectilineum, FGMXPSRZOKB, lateribus circulo ac cycloidi inſcriptis, & baſi FB comprehenſum, atque diviſum in quatuor triangulorum ſeries; in tot nempè, quot ſunt latera peripheria BVS inſcripta. Suprema in ſerie unum tantùm eſt triangulum PSR: in ſecunda MPRO, ſunt tria: in tertia GMOK quinque: in quarta & infima FHKB, ſeptem; ſic ut progreſſio conſtituatur numerorum imparium 1.3.5.7. Et quidem triangula ſerierum æqualiter à parallela media AOM diſtantium conficiunt bis numerum laterum peripheria BVS inſcriptorum. In ſumma enim &

ima ſunt 8 triangula, & in duabus reliquis PROM, GMOK etiam 8. Atque hæc ſemper evenient, quotcumque lateribus cycloïdi ac circulo inſcriptis rectilineum fuerit comprehenſum: cùm enim ſemper triangularum ſeries procedant ſecundùm numeros impares 1.3.5.7. &c. per lemma 3 ſemper triangula ſerierum æqualiter à media diſtantium, conficient bis numerum ſerierum, hoc eſt bis numerum laterum peripheriæ BVS inſcriptorum, ſive bis numerum partium, in quas ſecta fuit baſis FC.

Jam verò baſes horum omnium triangulorum, in quæ reſolvitur rectilineum, ſunt lineæ BC, CD, EF; KI, IH, HG; ON, NM, RP; quas eidem omnes BC æquales eſſe ſuprà oſtendimus. Communis autem altitudo 8 triangulorum ſeriei ſummæ PSR ac infimæ FGKB eſt BL; æquantur enim SQ, BL. Triangulorum verò 8 ſerierum mediarum, altitudo communis eſt LA, rurſum enim QA, LA æquales ſunt. Quoniam igitur omnium triangulorum baſes rectæ BC æquantur, erunt 8 triangula ſeriei ſummæ ac infimæ æqualia triangulo habenti baſim rectæ BC octuplam, altitudinem verò BL, 8 autem triangula ſerierum PROM, GMOK æqualia erunt triangulo habenti baſim octuplam rectæ BC, altitudinem verò LA. Ergo ſimul omnia, hoc eſt totum rectilineum, æquantur triangulo baſim habenti octuplam rectæ BC, altitudinem verò radium BA; hoc eſt triangulo habenti baſim duplam ipſius FB, altitudinem verò parem radio BA. Sed tale triangulum, ſi cyclois data ſit primaria, baſim nimirùm BF æqualem habens ſemiperipheriæ BVS, duplum *a* eſt ſemicirculi
*a Ex Archim. p. 1. dim circ.*
BVSA; aut certè ſi data cyclois primaria non ſit, baſim nempè habens peripheriâ BVS majorem vel minorem, tale triangulum erit ad ſemicirculum, ut *b* dupla FB eſt ad peripheriam BVS. Ergo rectilineum in cycloïde primariâ, duplum eſt ſemicirculi BVSA; in reliquis verò cycloïdibus; ad ſemicirculum eam habet rationem, quam dupla BF ad peripheriam BVS.
*b 2. l. 1. Cylindricorum & Annularium.*
Atque hoc ipſum de alijs omnibus ejuſmodi rectilineis, quantumcumque multis lateribus circulo ac cycloïdi inſcriptis modò ea binarius metiatur, fuerint comprehenſa, eôdem prorſus diſcurſu demonſtrabimus. Quæ ſanè mirifica & ſingularis cycloïdium proprietas eſt.

Quare cùm latera circulo ac cycloïdi inſcripta tandem in BVS peripheriam, & cycloidem FTS evaneſcant; ac proinde rectilineum tandem tranſeat in mixtilineum; ipſum quoque mixtilineum in cycloïde primariâ ſemicirculi duplum erit: in reliquis autem, ad ſemicirculum eam habebit rationem, quam dupla BF ad ſemiperipheriam BVS. Quod erat demonſtrandum.

Omitto deductionem ad impoſſibile, quæ cuivis vel mediocri Geometræ in promptu erit.

### *Manifeſtum.*

Spatium igitur cycloïdale primarium genitoris circuli triplum eſt, Cycloïdalia verò ſpatia ſecundaria ad ſuos genitores circulos eam habent rationem, quam dupla baſeos cum peripheria genitoris circuli ad eandem peripheriam.

### Scholium.

*Schematiſmus 18. Fig. 127.*

*A Primâ editione hujus diſſertationis fuit nonnemo, qui clauſulam hujus demonſtrationis erroris argueret, diceretq́; me in eundem paralogiſmum incidiſſe, quem in ſcholio primi theorematis in Gallileo damnaveram. At longè aliter ſe res habet. Cùm enim dixi latera circulo ac cycloïdi inſcripta, tandem in peripheriam BVS & cycloïdem FTS evaneſcere, ac proinde rectilineum tandem tranſire in mixtilineum, non aliud inſinuavi, quam ſpatia FG, GM, MP, PS, item BK, KO, OR, RS, fieri tandem dato ſpatio minora: hincq́; adeo, demonſtratione priori ſuppoſitâ, in promptu eſſe deductionem ad impoſſibile, quam lectoribus Geometris brevitatis ſtudio reliqueram. Nihilominus, ut omnibus ſatisfiat, hanc ipſam deductionem ad impoſſibile hic ſubjicio hunc in modum.*

*Si negas mixtilineum FTSVB eſſe ad ſemicirculum BVSA, ut dupla FB ad ſemiperipheriam BVS, erit vel in majori ratione, vel in minori. Sit primò in majori. Ergo alia quapiam quantitas ω minor quam mixtilineum, exempli gr. defectu δ, erit ad ſemicirculum BVSA, ut dupla FB ad peripheriam BVS. Inſcribantur ſemicirculo tot æqualia latera, ac totidem ijs reſpondentia cycloïdi juxta conſtructionis modum in demonſtratione uſurpatum, ut ſpatia FG, GM, MP, PS, fiant minora quam δ, quod fieri poſſe infra oſtendam. Erit ergo ſpatium peripheria BVS, baſi FB, ac lateribus SP, PM, MG GF contentum majus quàm ω. Vnde rectilineum lateribus SR, RO, OK, KB, baſi FB, & lateribus SP, PM, MG, GF contentum, multo majus erit quam ω. Sed ω ad ſemicirculum BVSA volebas eſſe, ut dupla FB eſt ad peripheriam BVS. Ergo rectilineum ad ſemicirculum eſt in majori, quàm dupla BF ad BVS: quod ſupra demonſtratis repugnat.*

*Sit jam, ſi fieri poteſt mixtilineum FTSVB ad ſemicirculum BVSA in minori, quam dupla BF ad BVS. Ergo inverſim ſemicirculus eſt ad mixtilineum in majori, quam BVS ad duplum FB. Igitur ſemicirculus ad quantitatem aliquam λ majorem quam mixtilineum, exem. gr. exceſſu ζ, erit ut BVS ad duplam FB. Inſcribantur ſemicirculo tot æqualia latera, ut ſpatia BK, KO, OR, RS fiant minora quam ζ (quod factum ab Euclide 2. 12.) & perficiatur rectilineum ut ſupra. Erit ſpatium lateribus SR, RO, OK, KB, baſi BF, ac cycloïde FTS contentum minus, quam λ. Quoniam igitur ſemicirculum volebas eſſe ad λ, ut BVS ad duplam FB, erit ſemicirculus ad ſpatium lateribus SR, RO, OK, KB baſi FB, & cycloïde contentum in majori, quam BVS ad duplam FB. Ergo ſemicirculus ad rectilineum lateribus SR, RO, OK, KB, baſi FB, ac lateribus GF, FM, MP, PS contentum eſt in multo majori quam BVS ad duplam BF. Quod iterum repugnat ijs quæ ſupra demonſtravimus.*

*Quod autem ſegmenta FG, GM, MT, PX, PS, fiant tandem dato ſpatio minora, ſic oſtendo. Dividatur FB in tot partes æquales, donec rectangulum CBS fiat dato ſpatio minus, & totidem lateribus tum circulo tum cycloïdi inſcriptis, rectilineum, ut ſuprà, perficiatur: ducaturq́; Cδ diameter ſemicirculi CNδ, ſecans BVS in α, & β; & junge Sδ. Si ab æqualibus ſemicirculis SOB, δNC auſers commune αβO, & reſiduis addas mixta ſpatia Sαδ, BβC, erit ſpatium SδNCBOVS æquale rectangulo CBSδ, ac proinde etiam dato minus. Deinde ſegmentulum πS minus eſt ſegmento SR, hoc eſt ſegmento PN. Ex quo patet totum ſpatium SδNCBVS rectis Sδ, BC, & peripherijs BVS, CNδ comprehenſum, majus eſſe ſegmento cycloïdico PπSP. Quare cùm oſtenſum ſit ſpatium SδNCBVS eſſe dato minus, etiam PπSP dato minus erit. Simili diſcurſu oſtendam ſingula ſegmenta reliqua PM, MG, GF fieri tandem dato minora. Manifeſtum eſt igitur omnia ſimul ſumpta fore tandem dato minora.*

*Lem-*

*Lemma.*

*Ad ſequens Theorema.*

*Fig. 9.* **Circulum BLHD interius tangat circulus BFAQ, tranſiens per majoris centrum A. Sic ex centro A ducatur recta AQR; hæc abſcindet arcus BQ, BR æquales.**

Ex minoris centro Z ducatur ZQ, cui parallela ſit Aα. Patet arcus αB, QB fore ſimiles; cùm æquales
a 29.1. α angulos centri BAα, BZQ ſubtendant. Quare cùm
b *Pappus l.5.p 41.* b totæ peripheriæ BLHD, BFAQ ſint in ratione duplâ, etiam arcus Bα ipſius QB duplus erit. Deinde
c 20.3. quoniam c angulus centri BZQ ſit duplus anguli BAQ, etiam BAα par ipſi BZQ, anguli BAQ, ſive
d 33.6. BAR duplus erit. Ergo d arcus αB duplus quoque eſt arcus BR. Arcus igitur QB, BR æquales ſunt. Quod erat demonſtrandum.

Idem demonſtrabitur ductâ tangente AD, & rectâ OQ. Et rurſum aliter, ſi ducatur ex punctò H, parallela ad AC.

Sed & nullâ linea ductâ ex ipſis in lemmate datis. Quoniam angulus ad centrum duplus eſt ejus, qui ad circumferentiam eidem aut ſimili arcui inſiſtens: idem angulus BAC ad circumferentiam circuli minoris BFAC & ad centrum majoris BLHD abſcindet arcum BR, ſimilem dimidio ipſius BQ. Sed quilibet arcus circuli majoris BLHD eſt alterius in circulo minori ſimilis duplus, ſunt enim ſimiles, ut circumferentiæ. Ergo arcus BR dimidij ipſius BQ duplus eſt. Igitur toti BQ æqualis.

## THEOREMA XXI.

*Schematiſmus 18. Fig. 9.* **Datus eſto circulus BLHD, quem interiùs tangat circulus minor BFAC tranſiens per majoris centrum A.**

**Eo tempore, quo circulus minor ſemel volvitur versùs D, per circumferentiam cavam majoris, ſingula minoris circumferentiæ puncta deſcribunt diametros, quæ per ipſa tranſeunt.**

**Punctum contactus B percurrit diametrum BH.**

**Punctum quod in A centro eſt, percurrit radium AD bis, eundo ex A in D, & ex D redeundo in A.**

**Punctum F, (& eodem modo puncta reliqua ſemiperipheriæ BFA) primum aſcendit per diametri partem FG: deinde deſcendendo redit ad ſpatium GX ipſi F[illegible] æquale.**

**Punctum Q (& eodem modo quodlibet aliud in ſemicircumferentia BQA) primùm deſcendit per diametri partem QR. Tum aſcendendo regreditur per diametrum uſque in V, relinquens partem VK æqualem QR.**

**Centrum Z deſcribit peripheriam, cujus radius AZ.**

SUme in peripheria minoris punctum quodvis C, & ex A centro per C, ſive Q rectam duc occurrentem peripheriæ majori in R. Per lemma jam demonſtratum, erunt arcus OQ, OR æquales. Quare ſi circulus AQBF volvatur ex O in R; punctum C deſcendens ex Q incidet in R; circulus verò AQBF tum ſecabit, AB in P: eruntque rurſum per lemma, arcus RP, RO æquales; Neceſſe igitur eſt ut punctum B, quod priùs erat in O, jam ſit in P, quando volutio ex O pervenit in R. Pari modo oſtendam, quacumque volutionis parte in quadrante BD peractâ, ſemper punctum B eſſe in aliquo puncto radij OA.

Jam verò eodem tempore, quo punctum B ex O veniens percurrit ſemidiametrum OA, punctum quod eſt in centro A, percurrit radium AD, quod ſic oſtendo. Quoniam HO diameter dupla eſt radij AO, etiam circumferentia HDBL dupla eſt circumferentiæ ACBF. Ergo BD quadrans majoris æquatur dimidiæ minoris circumferentiæ ACO. Atqui per lemma arcus OQ, OR ſunt æquales. Ergo & reliqui QA, RD æquantur. Sed per lemma RD, eſt æqualis RN. Ergo QA, RN æquantur. Eſt autem per lemma & arcus OQ æqualis arcui OR, hoc eſt per lemma arcui RP. Ergo ſi æqualibus QA, RN addas æquales OQ, RP, erunt toti OQA, PRN æquales. Dum igitur volutio pervenit uſque in R, punctumque B ex O venit in P; punctum, quod in A centro erat, ex A motum eſt in punctum N, quod exiſtit in radio AD. Eodem modo oſtendam punctum illud ſemper manere in radio AD; & quando B attinget centrum A, alterum futurum in D.

Porrò uti jam oſtenſum eſt, dum circulus volvitur per quadrantem OD, punctum, quod in centro eſt, percurrere radium AD; eodem modo puncto B poſito in A, & eo, quod in A fuit poſito in D, oſtendetur punctum B percurrere radium AH, interim dum circulus volvitur per quadrantem DH; punctum verò quod in centro fuerat, remetiri ſemidiametrum ex D in A. Atque ita unâ volutione peractâ, percurret contactus punctum B totum diametrum OAH; punctum verò, quod eſt in centro, ſemidiametrum AD bis.

Ex his jam facilè reliquæ aſſertionis partes demonſtrabuntur.

*Theorema intellige de ea tantùm minoris circuli per cavam majoris peripheriam volutione, qua ſpatium percurritur circumferentiæ minoris æquale. Poteſt enim, quemadmodum in plano ſuprà demonſtravimus, ita & hic minor circulus ſic per majorem volvi, ut una volutione ſpatium ſuâ circumferentiâ jam majus, jam minus percurrat.*

## THEOREMA XXII.

**Quamvis omnium corporum regulariſſima ſit ſphæra; tamen, quando ipſa per planum uniformi celeritate volvitur, ſingulæ eius partes neceſſariò difformi celeritate moventur.**

SIt maximus ſphæræ circulus in 4. ſectus quadrantes in punctis 2.3.4.5, longitudo autem, quam una volutione ſphæra percurrit, ſit AP, ejus circumferentiæ æqualis. Hæc ſi dividatur in quatuor æquales partes in punctis E, K, Q, ſingulæ ejus partes ſingulis circumferentiæ quadrantibus æquales erunt. Quoniam igitur quadrans AC par eſt rectæ AE; quo tempore volvitur ſphæra ex A in E, eodem 3 ex C fertur in E, & 2. ex A in O; ac proinde A percurrit *Schematiſmus 18. Fig. 6.*



Google

curvam lineam AO. Rurſum quia EK æqualis eſt quadranti EG, quo tempore ſphæra volvitur ex E in K, eodem 4 ex G, fertur in K, ac proinde 2. diametraliter ipſi 4 oppoſitum, ex O fertur in L, percurrendo curvam lineam OL. Sed ſphæra ex hypotheſi uniformiter, hoc eſt per definitionem primam temporibus æqualibus volvitur, per æqualia ſpatia, AE, EK. Ergo etiam punctum 2 æqualibus temporibus percurrit lineas curvas AO, & OL. Sed OL multò & major quàm AO. Ergo juxta defin. 2. punctum 2 difformi celeritate motum eſt ex A in L.

Verùm altiùs hujus phænomeni cauſa indaganda eſt. Dum ſphæra volvitur per planum, contactus punctum 2 ſive A, fertur per cycloidem ALP motu quodam mixto, qui nimirùm ex duobus componitur motibus, quorum unus rectus eſt tendens ex A in P alter circularis per peripheriam AZDC ex A versùs Z. Itaque dum ſphæra volvitur ex A in P ſecum devehens punctum A, illud interim percurrit circumferentiam AZDC, qui motus priorem inæqualiter afficit.

Per ſemicirculum enim AZD aſcendendo, primum quidem adverſatur aliquouſque, ſed minùs ſemper ac minùs: per reliquam deinde ejuſdem ſemicirculi partem continuè favet magis magiſque. Per ſemicirculum verò DCA deſcendendo, fiunt eadem; ſed inversè.

*Schematiſmus 18. Fig. 14.* Motus enim per ſemicircumferentiam AZD aſcendens, fit ſurſum ſecundùm infinitas inclinationum differentias, quas habent infinitæ tangentes, quæ ad ſingula ſemicircumferentiæ puncta duci poſſunt: quæ quò in altiori puncto tangunt, eò motus per ipſas ſurſum factus, vel minùs opponitur motui recto ex A versùs F, vel magis eidem favet. In fine quadrantis AZ fertur ſecundùm tangentem ZB, quæ ſi producatur, ad EF recta erit. In fine autem quadrantis ſecundi fertur ſecundùm tangentem DH; quæ cùm ad EF, ſit parallela, liquet in D motum circularem prorſus favere motui recto ex A in F. In reliquis quadrantibus eadem, ſed ordine inverſo contingent. Motus enim per DCA deſcendens, deorſum fertur ſecundùm inclinationes infinitarum tangentium: quæ quò in punctis demiſſioribus tangunt, eò motus per ipſas deorſum factus, motui recto ex A versùs F, vel minus favet, vel magis adverſatur.

*Schematiſmus 18. Fig. 6.* Atque hinc perſpicuum fit celeritatem puncti 2. per totam cycloidis ſemiſſem AOL perpetuò creſcere, quòd motui recto ex A in K ſemper minùs ac minùs opponatur circularis motus, qui per ſemicirculum AZD eodem tempore peragitur: per alteram verò ſemiſſem LIP celeritatem perpetuò eadem proportione minui, quâ antè creverat, quòd motus circularis per ſemicirculum DCA motui recto ex A in P ſemper magis magiſque opponatur.

Quæ autem de puncto contactus demonſtravimus, eodem diſcurſu de quibuſlibet alijs datis in ſphærâ punctis demonſtrabimus.

*Sed erit fortaſſe, qui quærat; in quo peripheriæ puncto, motus circularis favere recto incipiat & deſinat adverſari. Hujus quæſtionis reſolutio neque aliena erit à propoſito, neque indigna, quæ inſtitutam de volutione circuli diſſertationem concludat.* Sit igitur.

### *Lemma.*

*Schematiſmus 17. Fig. 123.* Datum ſit parallelogrammum FC. Si latus BF feratur motu æquabili per BC donec congruat lateri CE, ſic ut in motu ſemper maneat ipſi CE parallelum t eodem autem tempore punctum B æquabili motu percurrat latus BE; Dico punctum B deſcribere diametrum BE.

Eſt Ariſtotelis in quæſtionibus mechanicis. Ego ſic demonſtro.

Ponatur latus BF perveniſſe in AM ſecans diametrum in O: & per O ducatur GN parallela ad BC. Quoniam ex hyp. motus ſunt æquabiles, qualis eſt proportio velocitatum utriuſque motus, talis erit & ſpatiorum, quæ æqualibus temporibus utroque motu abſolvuntur. Ergo ut BC, totum nempè ſpatium, quod latus BF percurrit toto tempore, eſt ad BF, ſive CE, ſpatium totum, quod eodem toto tempore percurrit punctum B, ita BA, quam latus BF percurrit parte temporis, eſt ad longitudinem, quam eadem temporis parte percurrit punctum B. Sed ea eſt BG, ſive AO, eſt enim ut BC ad BF, id eſt CE ſic BA ad AO. Ergo quando latus BF pervenit in MA, punctum B eſt in O, quod eſt punctum in diametro BE. Eodem modo oſtendam quolibet alio ejuſdem motus inſtanti punctum B fore in diametro. Liquet ergo propoſitum.

## DEFINITIO.

*Vnus motus alteri adverſari dicitur, cùm motus ex utroq; compoſitus minus ſpatium percurrit, quam eodem tempore alteruter percurreret ſolus: favere, cum majus.*

### THEOREMA XXIII.

Eſto circulus EGDQ tangens planum in E, qui dum fertur versùs M, eodem tempore punctum E aſcendat per circumferentiam EGD; ac dein deſcendat per DQ in E. Sint autem motus rectus, & circularis æquè celeres, & æquabiles. Deinde abſcindantur utrimque à contactu ſurſum EG, EQ ſextæ totius circumferentiæ partes. *Schematiſmus 17. Fig. 124.*

Dico: circularem motum, in punctis G & Q motui recto nec favere nec adverſari.

*Schematiſmus 17. Fig. 124.* In G tangat recta BS, ſumptiſque utcumque æqualibus BF, BC, comple rhombum FBCN. Ex A circuli centro duc AB, item ad contactus G, E; rectas AG, AE. Quoniam tangentes GB, EB, itemque AG, AE, æquales ſunt, & AB communis, patet angulum GBE biſecari à rectâ BA. Quare BA producta tranſit per N, eſtque diameter rhombi. Quadrilateri autem GAEB quatuor anguli ſimul, 4 rectis æquales ſunt. Quare [a] cùm duo AGB, AEB duo ſint recti, etiam reliqui GAE, GBE duos conficient rectos. Sed GAE eſt 2 ſextæ duorum rectorum, cùm arcus EG ſit ſexta pars circumferentiæ. Ergo GBE eſt 4 ſextæ duorum rectorum. Ergo, quia BA biſecat GBE, ſinguli GBN, NBC ſunt 2 ſextæ duorum rectorum. Sed, quia NC, BF æquidiſtant CNB æquatur GBN. Ergo & CNB eſt duæ ſextæ duorum rectorum. Quare cùm etiam oſtenderim NBC eſſe 2 ſextas, patet & reliquum BCN eſſe 2 ſextas. Æquantur igitur CNB, BCN, ideoque & BN diameter rhombi BC lateri æqualis [b] erit. *[a] 18. Elem. 3.* *[b] 6. 1.*

Jam verò quando punctum E aſcendens per peripheriam pervenerit in G, fertur ſecundùm inclinationem tangentis BGF; & quidem ex hypotheſi

eadem

eadem celeritate, qua interim progreditur motu recto versùs M. Sed motus, qui fit ſecundùm inclinationem tangentis BGF, motui recto æquè veloci per tangentem BC nec favet nec adverſatur: quod ſic oſtendo.

Quoniam motus quo punctum B ambulat per BF, & is quo defertur ſecundùm BC, ſunt æquè veloces; quo tempore punctum B abſolveret BF, eodem tempore delatio puncti B abſolvet BC æqualem BF. *c Lem.* Punctum autem B gemino *c* eo motu deſcribit BN diametrum rhombi FC. Quare cùm BN oſtenſa ſuperiùs ſit æqualis eſſe BC, motus compoſitus ex motu lationis versùs M, & ex motu æquè celeri facto ſecundùm inclinationem tangentis BF, longitudinem abſolvit BN æqualem ei (nempè ipſi BC) quæ percurritur motu ſolo lationis per BC. Itaque motus ſecundùm inclinationem tangentis BGF, motui versùs M æquè celeri nec *a* favet, nec adverſatur. *a Defin.*

Quare cùm punctum E per circumferentiam EGD aſcendens, in fine arcus EG feratur ſecundùm tangentem BGF; liquet in G motum circularem nec favere motui recto ex E versùs C. Hinc jam idem quoque patet de puncto Q. Liquet ergo propoſitum.

## THEOREMA XXIV.

*Schematiſmus 17. Fig. 124. 125. 126.*

**Iiſdem poſitis; Dico: circularem motum adverſari motui recto ab E uſque ad G, per ſextam nempè partem circumferentiæ: favere deinde per quatuor circumferentiæ ſextas GDQ: ac demùm rurſus adverſari per reliquam circumferentiæ ſextam QE.**

*Fig. 125.* IN arcu EG ſume quodvis punctum K, in quo circulum tangat BKS. Abſciſſis utrimque æqualibus BF, BC, compleatur rhombus FNCB, & duc ex centro A rectam AB; ad contactus item K, E, rectas junge AK, AE. Jam oſtenſum in præcedenti eſt rectam AB biſecare angulum KBE, ac proinde tranſire per angulum rhombi N; item angulos KBE & KAB conficere duos rectos. Quoniam arcus EK eſt minor ſextâ parte circumferentiæ, erit angulus KAE minor ſexta parte 4 rectorum, hoc eſt 2 ſextis duorum rectorum. Ergo KBE major eſt 4 ſextis duorum rectorum: ac proinde ſinguli NBK, NBC majores 2 ſextis duorum rectorum. Sed, ob NC, BF parallelas, BNC par eſt NBK. Ergo etiam BNC major eſt duabus ſextis 2 rectorum. Quare cùm etiam NBC ſit major duabus ſextis, reliquus BCN duabus ſextis minor erit; ac proinde minor quàm BNC. Ergo BC major eſt quàm BN rhombi diameter.

Jam autem ubi punctum E circulariter aſcendens pervenerit in K, feratur ſecundùm inclinationem tangentis BKF, & quia interim eâdem celeritate tendit versùs M; quo tempore motus per BKF abſolveret rectam BF, eodem motu per BM æquè velox percurret BC parem ipſi BF. Motus autem ex utroque *a Lemma. b Defin.* compoſiti *a* ſemita eſt BN, quam jam oſtendi minorem eſſe rectâ BC, quæ motu recto ſolo fuiſſet percurſa. Igitur motus ſecundùm inclinationem tangentis BKF, hoc eſt motus ipſe circularis in puncto *ante theor. 23.* K adverſatur *b* motui versùs M: ac proinde circularis motus per totum arcum EG delationi versùs M adverſatur. Quod erat primum. Ex quo id ipſum quoque patet de arcu QE.

*Fig. 126.* Sumatur deinde ultra ſextam circumferentiæ partem EG, inter G & apicem D, punctum quodvis K. Ductaque tangente BKS, ſumantur utrimque æquales BF, BC, & rhombus compleatur BFNC. Ducantur deinde ex A centro ut prius, rectæ AK, AB, AE. Quoniam jam arcus EK major eſt ſextâ parte circumferentiæ, angulus EAK erit major ſextâ parte 4 rectorum, adeoque major 2 ſextis 2 rectorum. Unde KBE minor erit 4 ſextis duorum rectorum, ac proinde ſinguli æqualium ABK, ABE minores 2 ſextis 2 rectorum. Sed ob CN, BF parallelas, BNC par eſt ABK. Ergo & BNC minor eſt 2 ſextis. Quare cùm etiam ABC duabus ſextis minor ſit, reliquus BCN, duabus ſextis major erit, ac proinde major quàm BNC. Unde BC minor eſt quàm BN rhombi diameter. Atqui BN ſemita *c* eſt motus compoſiti ex *c Lemma.* motu ſecundùm inclinationem tangentis BKF, & ex motu æquè celeri lationis versùs M: BC verò eſt ſemita percurſa à motu lationis versùs M ſolo, quæ omnia patent ex primæ partis diſcurſu. Ergo motus, ſecundùm inclinationem tangentis BKF, hoc eſt motus ipſe circularis, in puncto K, motui versùs M *d* *d Defin.* favet. Quare cùm punctum K aſſumptum fuerit quodlibet in arcu GD, liquet circularem motum per arcum totum GD favere motui recto versùs M. Unde jam idipſum quoque manifeſtum erit de arcu DQ.

### *Lemma I.*

Parallelogrammum conſtruere, quod diametrum (AH) habeat æqualem baſi (AB), latus verò (AF) ad baſim (AB) in ratione datâ (Q ad S.) *Schematiſmus 17. Fig. 128.*

Deſcribantur duo æquales circuli per mutua tranſeuntes centra A, & Q, & ſeſe interſecantes in E: per centra ducatur recta COAB. Si jam ratio data Q ad S fuerit æqualitatis, duc AE, & EI parallelam AB, ac junge AI: factumque erit quod petitur. Quia enim IE parallela eſt ad BC tranſeunti per centra A, O, ac proinde etiam parallela eſt ipſi DN utrumque circulum tangenti; ergo tam IE quàm BA ſunt *a* æquales DN, ac proinde & inter ſe; Quare etiam AE, BI, *a Lem. 2. Theor. 20.* quæ æquales ac parallelas IE, BA nectunt, ſunt parallelæ. Ergo AEIB eſt parallelogrammum, in quo latus AE, baſis AB, diameter AI æquales ſunt.

Quod ſi ratio data Q ad S fuerit minoris inæqualitatis, fiat ut Q ad S, ita quæpiam recta ad AB, quæ extremitatem habens in A circulo ANC inſcribatur & ſit AF; ductaque FH parallelâ AB, junge rectas AH, BH. Oſtendam, ut ſuprà, AFHB eſſe parallelogrammum; in quo FA ad AB habet datam rationem minoris inæqualitatis, & diameter AH eſt æqualis baſi AB.

Tandem ſi ratio data Q ad S, ſit inæqualitatis majoris, oportebit illam eſſe minorem duplâ. Fiat igitur ut Q ad S, ita recta quæpiam ad AB. Erit hæc juxta determinationem jam poſitam, minor quàm CA dupla AB; ac proinde circulo ANC inſcribi poterit, ut AK. Duc KG parallelam AB, & junge BG, AG. Oſtendam rurſus, ut ſuprà, AKGB eſſe parallelogrammum, in quo latus AK ſit majus baſi AB in ratione datâ: diameter autem AG & baſis AB æquales ſint; Demonſtratio determinationis patet.

### *Lemma II.*

Parallelogrammum, exem. gr. AFHB, habens diametrum AH baſi AB æqualem, latus verò AF minus baſi, minorem habet angulum FAB angulo EAB rhombi AEIB, in quo baſis AB, diameter AI, & la- *Schematiſmus 17. Fig. 138.*

tus

tus AE æqualia ſunt. Et quo latus AF minus fuerit, eò angulus FAB minus excedet rectum DAB, fietque exceſſus ille tandem dato acuto minor.

Quod ſi parallelogrammum, exem. gr. AKGB, diametrum habens AG æqualem baſi AB, latus habeat AK baſi majus; tunc angulus KAB major eſt quam EAB angulus rhombi AEIB. Et quo latus AK propius acceſſerit ad magnitudinem ipſius AC duplæ AB, eò angulus KAB propiùs accedet ad quantitatem duorum rectorum; eritque defectus tandem dato acuto minor.

Quæ omnia patent conſideranti.

### *Lemma III.*

*Schematiſmus 17. Fig. 129.* Datum ſit parallelogrammum ADCB habens diametrum AC parem baſi AB. Parallelogrammum habens eandem laterum rationem, quam DA, AB, ſi angulum majorem habuerit angulo DAB, habebit diametrum baſi minorem; ſi angulum habeat ipſo DAB minorem, habebit diametrum baſi majorem.

Centris A & B per D & C deſcribe circulos, & fac parallelogramma, quorum anguli E, H, F, G ad peripherias exiſtant. Erunt horum latera ipſis DA, BA, proportionalia; imò æqualia: & AH diameter ejus, quod angulum habet EAB majorem angulo DAB, minor eſt recta AC, hoc eſt baſi AB. Diameter autem AG, alterius habentis angulum FAB minorem angulo DAB, major eſt baſi AB. Qualis autem eſt ratio diametrorum ad baſes in parallelogrammis AEHB, AFGB, talis eſt in omnibus alijs quæ his ſimilia ſunt. Liquet ergo propoſitum.

### THOREMA XXV.

*Schematiſmus 17. Fig. 132. 133.* Ponaorur eadem quæ theoremate 23: ſed circularis motus EGDQE ſit jam tardior motu recto versùs M.

*a Per lem. 2. Præced.* Fiat, parallelogrammum XZ habens diametrum TV æqualem baſi TZ; latus verò XT ea proportione minus baſi TZ, quâ motus circularis eſt tardior recto. Tum ex ceotro A duc AR, quæ cum rangente PEC faciat aogulum ARC parem angulo XTZ. Ad AR duc perpeodicularem AK occurrenrem circulo in K: & arcui EK abſcinde æqualem IE.

Dico: motum circularem tardiorem recto in ratiooe XT ad TZ adverſari recto per arcum totum EK: favere autem per KDI: ac rurſum per IE adverſari.

DUcatur enim tangens SKP. Quoniam angulus AKP rectus eſt 18, 3, & KAR rectus ex conſtructione; erunt SKP, & AR parallelæ. Angulus igitur EPS par eſt angulo CRA hoc eſt angulo XTZ. Quare ſi PS, PC abſcindantur lateribus XT, TZ proportionales, & compleatur PSNC parallegrammum erit hoc ſimile ipſi XZ; in quo, quia diameter TV par eſt baſi TZ, etiam in illo diameter PN baſi PC æqualis erit. Si jam duo motus fiant alter per rectam PS, alter per PC, ſic ut is qui per PS, ſit eâ ratione tardior eo qui per PC, qua SP minor eſt quàm PC; eodem tempore hic PS percurret quo ille PC. *a Lemm. theor. 23.* Ac proinde a motus ex utroque compoſiti ſemita eodem tempore confecta erit diameter PN, diameter parallelogrammi. Quæ quia par eſt b baſi PC, quæ motu, qui fertur versùs C, conficitur, liquet motum ſecundùm inclinationem tangentis PS non adverſari motui lationis per PC. *b Per conſtruc.* Quare cum circularis motus EKD in puncto K feratur ſecundùm inclinationem tangentis PKS, is lationi rectæ versùs C nec adverſatur, c nec favet. Unde id ipſum etiam patet de puncto I. *c Defin. ante theor. 23.*

Sumpto deinde puncto quovis ω in arcu EK in co tangat recta ωα: ſi in angulo αω C fiat parallelogrammum, latera habens ipſis SP, PC proportionalia, hujus diameter baſi erit d minor, diameter autem illa eſt e ſemita, quam percurrit motus compoſitus ex motu ſecundùm inclinationem tangentis ωα, & ex motu tempore eodem percurrente baſim, ac tendente versùs C. *d Lemma 3. præced. e probatur ut ſuprà.* Liquet ergo motum ſecundum inclinationem tangentis ωα, hoc eſt motum circularem in puncto ω, adverſari f lationi versùs C. Quia ergo punctum ω aſſumptum fuit quodlibet, motus circularis per totum arcum EK adverſatur lationi rectæ versùs C. Unde & id ipſum patet de arcu IE. *f defin. ante theor. 23.*

Sumatur deinde punctum quodvis θ inter K, & punctum ſummum D, in quo tangat δθ; & in angulo θδ E fac parallelogrammum habens latera ipſis SP, PC proportionalia, hujus diameter h major baſi erit. *h Lem. 3. præc.* Ex quo applicando diſcurſus hactenus factos, facilè conſtat motum circularem in puncto θ, ac proinde & per totum arcum KD favere g motui recto versùs C. Unde id ipſum quoque patet de arcu DI. *g defin. ante theor. 23*

### THEOREMA XXVI.

*Schematiſmus 17. Fig. 132. 133.* Iiſdem poſitis:

Si motus circularis fuerit recto tardior, circularis adverſabitur otrimque recto per arcus majores circumferentiæ ſextantibus EG, QE. Et quo tardior fuerit circularis motus, eò per majores urrimque arcus recto adverſabitur: ſemper tameo per minores quadrantibus, EO, HE, quaotacunque fuerit tarditas motus circularis.

COnſtruantur eadem quæ in præcedenti, in qua oſtendimus, poſito quod circularis motus ſuperetur à recto, ut XT, ab TZ, hoc eſt a ut SP ab PC, circularem adverſari recto per arcum EK, & ab altera parte deſcendendo per arcum IE ipſi EK æqualem. *a Per conſtr. præc.* Ex demonſtratis autem *Theor. 23.* manifeſtum eſt, ſi à rectâ Bβ. quæ tangir in G termino ſextantis EG, & à tangente BM abſcindantur æquales, & compleatur rhombus, hujus diametrum fore baſi æqualem. Parallelogrammi igitur PSNC habentis diametrum PN, baſi PC parem, latus verò SP baſi minus, angulus SPC b minor erit angulo rhombi GBC. *b Lemma 2. theor. 25.* Ergo punctum K in quo latus SP tangit, altius neceſſariò eſt quàm G, in quo tangit rhombi latus, ac proinde arcus EK major eſt ſextante EG. Quod erat primum.

Deinde quo motus circularis plus deficiet à recto, eò etiam (ut patet ex conſt. præcedenti) SP plus deficere debet ab PC. Ergo etiam angulus SPC eò fiet c minor rhombi angulo GBC, ac proinde contactus K eò fiet altior, arcuſque EK eò erit major. Quod erat alterum. *c Ibidem.*

Deni-

Digitized by Google

d *Ibidem.* Deniquc quia angulus parallelogrammi habentis diametrum baſi æqualem ſemper *d* manet major recto; manifeſtum eſt latus SP, quod contactu ſuo determinat quantitatem arcus, per quem circularis motus impedit rectum, non poſſe tangere in O, fine quadrantis EO, aut ſuprà O. Ex quo patet tertium.

## THEOREMA XXVII.

*Schematiſmus* 17. *Fig.* 130. 131. **Ponantur eadem quæ ſuprà; ſed motus circularis ſit jam velocior motu lationis recto; minus tamen quàm duplo.**

a *Lemm.* 1. *Theor.* 25. **Fiat parallelogrammum *a* XZ habens diametrum TV æqualem baſi TZ; latus autem XT eâ proportione majus baſi TZ, quâ circularis motus ponitur velocior motu recto. Ducatur deinde ex centro circuli AR, cum tangente EM faciens angulum ARM parem angulo XTZ. Tum ad AR duc perpendicularem AK occurrentem circulo in K: & arcui EK abſcinde æqualem EI.**

**Dico circularem motum qui eâ proportione recto velocior eſt, qua XT ſuperat TZ, adverſari recto per arcum EK: favere autem per KDI, tum deſcendendo adverſari rurſum per IE.**

Demonſtratio eadem, quæ theorematis vigeſimi quinti.

## THEOREMA XXVIII.

**Iiſdem poſitis:**

*Schematiſmus* 17. *Fig.* 130. 131. **Si motus circularis fuerit recto velocior; ſed minus quàm duplo adverſabitur utrimque recto per arcus minores ſextantibus circumferentiæ EG, QE, & quo propius acceſſerit ad velocitatem duplam, eò per minores utrimque arcus adverſabitur, qui tandem fient data quantitate qualibet minores.**

Conſtruantur eadem quæ in præcedenti, & circulum in K tangat SKP. Tum abſcindantur PS; PC proportionales ipſi TX, TZ, & compleantur parallelogrammum PSNC. Erit hujus latus SP ad baſim PC, ut *a* motus circularis ad rectum, & diameter PN erit par baſi PC. Erit enim SC ſimile ipſi XZ, in quo TV par eſt TZ. Jam verò demonſtratum ſuprà *b* eſt, poſito quod ita circularis motus ſuperet rectum, ut SP ſuperat PC, circularem adverſari recto per arcum EK aſcendendo, deſcendendo autem per arcum huic æqualem IE. Deinde ex demonſtratis *Theor.* 23, manifeſtum eſt, ſi à recta Bβ (quæ circulum tangit in G extremitate ſextantis EG) & à tangente BM abſcindantur æquales, rhombuſque compleatur, hujus diametrum ſuæ baſi fore æqualem. Parallelogrammi igitur PSNC diametrum PN habentis PC baſi æqualem, latus autem PS baſi majus, angulus SBC major *c* erit rhombi angulo GBC. Ergo punctum K, in quo latus PS tangit, eſt infra punctum G in quo tangit rhombi laus Bβ, ac proinde arcus EK minor eſt ſextante BK. Quod erat primum.

a *Conſtr. præced.* b *Theor.* 27. c *Lemm.* 3. *Theor.* 25.

Deinde quò motus circularis propius accedit ad velocitatem duplam, cò etiam vi conſtructionis latus SP accedet propius ad duplum baſeos ſuæ PC. Ergo etiam *d* angulus SPC cò fiet major & accedet propius ad quantitatem duorum rectorum; ac proinde contactus K eò fiet demiſſior, arcuſque EK eò fiet minor, ac tandem minor dato: angulus enim SPC deficiet *e* tandem à duobus rectis angulo, qui ſit dato minor, unde etiam arcum EK fieri tandem neceſſe eſt dato minorem. Quod erat alterum.

d *Ibidem.* c *Ibidem.*

## THEOREMA XXIX.

**Iiſdem poſitis:**

**Si motus circularis EGDQE ſit velocior duplo vel ampliùs motu lationis recto versùs C, per nullam circumferentiæ partem ipſi adverſabitur, ſed favebit totaliter.**

Demonſtratio ſatis patet ex ſecunda parte Theorematis præcedentis: Nihilominùs, ſi ita placet, ſic demonſtro,

Præmiſſo hoc poſtulato: duos circulares motus, diverſæ velocitatis, non poſſe eidem recto motui per æquales circumferentiæ partes adverſari. Adverſetur, ſi fieri poteſt, motus circularis duplo aut amplius velocior recto, per arcum aliquem EK. Ducatur tangens SKP, & in angulo SPE fiat parallelogrammum PSNC, habens diametrum PN baſi PC æqualem. Manifeſtum eſt ex demonſtratis *Theor.* 27. motum circularem cujus velocitas eſt ad velocitatem motus recti, ut SP eſt ad PC, adverſari motui recto, per arcum EK. Atqui latus SP neceſſariò eſt minus quàm duplum baſeos PC, ut patet ex determinatione *lemmatis* 1. *Theor.* 25: ac proinde & motus circularis, qui recto adverſatur, per arcum EK, eſt minus quàm duplo velocior motu recto. Ergo duo inæquales motus circulares, unus duplo velocior recto, alter minus quàm duplo velocior, eidem recto motui per eundem arcum EK, adverſantur quod poſtulato repugnat.

### *Corollarium.*

Ex ijs quæ ſeptem poſtremis Theorematis demonſtravimus intelligitur, dum ſphæra per planum volvitur, quantum circularis motus cujuſlibet in ſphæra puncti per cycloidem ſuam progredientis motum impediat vel juvet. Si enim circularis motus ſit æquè velox ac rectus (quod ſemper ad ſenſum fit, dum ſphæra volvitur liberè per planum materiale) impediet puncti per cycloidem ſuam progreſſionem tertia parte temporis, quo una volutio integra abſolvitur: juvabit autem per duas tertias partes temporis ejuſdem. Patet ex *Theor.* 24.

Quod ſi circularis motus ſit recto tardior impediet progreſſionem puncti per ſuam cycloidem plus, quàm per tertiam partem temporis integræ unius volutionis: juvat autem minus quàm per duas tertias temporis. Et quò circularis motus plus ſuperabitur à recto, eò diutiùs impediet: ſemper tamen minus quàm per temporis ſemiſſem. Patet ex *Theor.* 26.

Quod ſi motus circularis ſit recto (minus tamen quàm duplo) velocior, impediet minus quàm per temporis partem tertiam patet ex *Theor.* 28.

Denique ſi duplo aut amplius velocior exiſtat, non jam amplius impediet, ſed toto tempore juvabit puncti per ſuam cycloidalem orbitam progreſſionem. Liquet ex 29. Theoremate.

FINIS.

608673 NAPOLI

# AD COMPACTOREM.

SChematiſmi huius operis ita impreſſi ſunt: ut omnes ſimul iuncti ad calcem totius operis affigi poſſint, ita ut ſinguli folio albo affixi, ac deinde explicati, toti extra librum in conſpectum veniant, complicati autem ſemel, præciſè intra libri margines recipiantur, eo ſervato ſchematiſmorum ordine, qui eſt librorum hoc opere contentorum. Quis ordo ſervari debeat inter ſchematiſmos ſpectantes ad eumdem librum, ex ordine figurarum ſeſe numeraliter ſubſequentium facilè patebit. Ubi verò hic numeralis ordo interturbatus ſubinde eſt, quia aliter laminæ figuras non ſat commodè capiebant, quod in Opticâ accidit, tenendus eſt otdo in ipſo titulo ſchiſmatiſmorum expreſſus.

Si tamen difficile judicetur tot ſchematiſmos, operi ſimul ſubjungere, poterunt eodem ſervato modo & ordine, ſuis quique libris ſubnecti.

Vel denique poterunt ſeorſim in libellum compingi. Emptor eligat.

Schematiſmi qui nullum titulum præferunt niſi SCHEMATISMUS, ad Cylindtica & Annularia ſpectant.

# TOT DEN BINDER.

DE plaeten van deſen boeck ſijn ſoo ghedruckt, dat ſy allen te ſaemen gevoeght connen worden op het laeſte vanden boeck, in ſulcker voeghen, dat het blade open gevauden ſijnde de witte ſyde blyve binnen den boeck, ende de andere met de figuren ganſch buyten den boeck geſien worden: ende eens gevouden weſende effen binnen den boeck gheſloten worden: houdende dat ſelve oordre der plaeten, t'welck is der boecken alhier vervat. Wat oordre men moet volgen inde plaeten van ieder boeck, ſalmen verſtaen uyt het oordre van de ghetallen der figuren; daer nochtans dit oordre der ghetallen onderbroken is (het welck geſchiet is inde figuren van Optica, om dat de plaeten de figuren niet ghevoeghelyck en vervattede) ſal men volgen het oordre, het welck den tytel der plaeten aenwyſt.

Indien nochtans dat het moeyelyck ſchynt, ſoo veele plaeten achter den boeck by een te binden, ſullen connen die van ieder boeck, achter ieder boeck, daer ſy toe hooren gevoeght worden.

Ofte vvel ten laeſten connen die alle te ſamen in een beſonder boecxken gebonden vvorden.

Alles naer believe der coopers.

De plaeten daer geenen anderen tytel en ſtaet dan SCHEMATISMUS, dienen voor de Cylindrica, en Annularia.

# AU RELIEUR.

LEs Schematiſmes, ou lames de ce livre, ſont tellement imprimées, qu'elles puiſſent toutes enſembles, eſtre liées à la fin du livre, en ſorte, que la fueille eſtant dépliée, toute la figure, paſſe la tranche du livre, & paroiſſe ainſi entierement: & la meſme n'eſtant qu'une fois pliée, ſe remette preciſement dans le livre. Obſervant en les lames l'ordre des livres en cette œuvre contenus. Quel ordre ſe doive obſerver, en les lames appartenantes au meſme livre, pourra t'on facilement remarquer, hors de l'ordre des figures, ſe ſuivantes en nombre. Mais, ou cet ordre des nombres eſt aucunement interrompu, à cauſe des lames, leſquelles autrement, ne comprendoient pas aſſez commodement les figures (ce qui eſt arrivé en les figures de l'Optique) on doit obſerver l'ordre preſcrit, en le tiltre meſme des lames.

Si on juge neantmoins difficile de joindre, à l'œuvre enſemble, tant de figures: obſervant la meſme fazon & ordre, on les pourra joindre chaſque à ſon livre.

Ou enfin, on en poutra faite un livre particulier.

Que l'acheteur choiſiſſe.

Les lames, leſquelles n'ont autre tiltte que celuy de SCHEMATISMUS appartiennent aux Cylindriques & Annulaires.

*Si cui viſum fuerit adhuc aliter laminas compingere, quàm in admonitione ad Compactorem explicuimus: poterit id fieri ſervato ſemper hoc quod de figurarum extra librum explicatione iſthic monuimus, in hunc modum.*

## ASTRONOMIÆ.

| | |
|---|---|
| Lamina 1 | inſeratur ad paginam 8 |
| 2 | 41 |
| 3 | 56 |
| 4 | 60 |
| 5 | 84 |
| 6 | 104 |
| 7 | 113 |
| 8 & 9 | 131 |
| 10 | 152 |
| 11 | 166 |
| 12 | 186 |
| 13 | 194 |
| 14 | 198 |
| 15 | 205 |
| 16 | 217 |
| 17 | 229 |
| 18 | 236 |
| 19 | 247 |

## GEOMETRIÆ PRACTICÆ.

| | |
|---|---|
| Lamina 1.2.3 | Pag. 294 |
| 4.5.6.7 | 322 |
| 8.9 | 340 |

## OPTICÆ.

| | |
|---|---|
| Schema 1.2.3. | Pag. 354 |
| 4 | 356 |
| 5.6.7 | 362 |
| 8.9.10.11. | 364 |
| 12.13.14 | 367 |
| 15 | 373 |
| 16 | 375 |
| 17 | 377 |
| 18,19,20 | 390 |

## CATOPTRICÆ.

| | |
|---|---|
| Schema 21 | Pag. 394 |
| 22 | 400 |
| 23 | 405 |
| 24.25 | 409 |
| 26 | 414 |
| 27.28.29 | 422 |

## ARCHITECTURÆ MILIT.

| | |
|---|---|
| Schema 30 | Pag. 429 |
| 31 | 434 |
| 32 | 437 |
| 33.34 | 440 |
| 35.36 | 442 |
| 37.38 | 445 |

## CYLINDRICORUM ET ANNULARIUM.

| | |
|---|---|
| Schiſmatiſmus I | Pag. 452 |
| II | 456 |
| III | 459 |
| IV | 462 |
| V | 465 |
| VI | 471 |
| VII | 475 |
| VIII | 482 |
| IX | 483 |
| X | 485 |
| XI | 487 |
| XII | 491 |
| XIII | 495 |
| XIV.XV | 496 |
| XVI.XVII | 498 |
| XVIII | 538 |

## CYLINDRICORUM ET ANNULARIUM lib.V.

| | |
|---|---|
| Figura XIX | Pag. 524 |
| XX | 532 |
| XXI | 536 |

Digitized by Google

Digitized by Google